

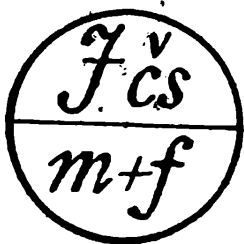
ROZHLEDY

**matematicko
– fyzikální**

**ROČNÍK 66, 1987/88
ZÁŘÍ**

(1)

**ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ OBORY**



ROZHLEDY matematicko- fyzikální

**Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu**

VEDOUCÍ REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, dr. Jaroslav
Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr. Vác-
lav Šindelář, CSc., Praha, doc. dr.
Martin Šolc, CSc., UK Praha

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Jaroslav Šedivý: Jubileum JČSMF	1
Milan Hejný: Asymptota hyperboly ako katastrofa	2
Jiří Anděl: Dva paradoxy z počtu prav- děpodobnosti	5
Jiří Mída: Morseův kód v binárních tva- rech	10
Ivan Fischer: Řízení procesů 1	12
Oldřich Lepil: Nelineární prvky v elek- trických obvodech	17
Daniel Kluvanec: Interferencia a ohyb svetla I.	24
Dušan Jedinák: Norbert Wiener – otec kybernetiky	30
Rudolf Kolomý: K objevu Ohmova zákona	32
Jarmila Pěnčíková: Logická úloha	34
Emil Kašpar: Dvě fyzikální úlohy	35
Tomáš Schlütz: Úlohy ze zahraničních ča- sopisů	35
Pavel Töpfer: Komentář k zadáním úloh MO kategorie P	37
Ivo Volf: Celostátní kolo 28. ročníku FO	39
dj: Kalendár M-F	40
Ján Chrapan, Vladimír Mistrík: Reportá- že z mikrosвета	43
Vladimír Malíšek: Fizeauova metoda mě- ření rychlosti světla . . . 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních termínů (73–76)	příloha

Jubiläum Jednoty československých matematiků a fyziků

RNDr. JAROSLAV ŠEDIVÝ, CSc., UK Praha

Dne 28. 3. 1862 se konala ustavující schůze studentského spolku pro volné přednášky z matematiky a fyziky, ze kterého se postupně vyvinula společnost sdružující vědecké pracovníky, učitele a studenty obou oborů. Dnešní Jednota československých matematiků a fyziků, vědecká společnost při Československé akademii věd, oslavuje tedy v letošním roce 125. výročí organizované činnosti v těchto směrech — péče o rozvoj vědy a vyučování, o společenské uplatnění jejich výsledků.

Na ustavující schůzi bylo před 125 lety přítomno 15 zakládajících členů, v současnosti má Jednota přes 7000 členů; od r. 1969 pracuje Jednota slovenských matematiků a fyziků jako její součást. Vznikla tradice celostátních sjezdů JČSMF a JSMF konaných v touž dobu na témž místě. Jubilejní sjezdy se konaly v srpnu 1987 v Praze, informaci o jejich průběhu otiskneme v některém z příštích čísel. K jubileu byla vydána řada publikací o práci obou Jednot; mnohé z nich se jistě dostaly i do škol, kde se s nimi můžete seznámit.

Do činnosti Jednoty patří i odborná péče o *Rozhledy matematicko-fyzikální*, zdůrazněná emblémem na obálce každého čísla. (Je patrně známo, že právě Jednota začala vydávat od školního roku 1921/22 *Rozhledy matematicko-přírodovědecké*, časopis pro studenty středních škol.) Čtenáři-středoškoláci přicházejí do styku i s další rozsáhlou činností Jednoty při zajišťování olympiád, přednášek a letních táborů pro zájemce o matematiku a fyziku. Velkou práci tady vykonávají pobočky Jednoty a její důvěrníci, pomáhají i různé komise se speciálním zaměřením, např. komise pro péči o talenty.

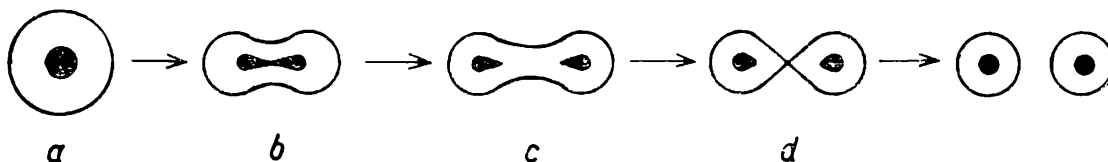
Tento krátký příspěvek má jen připomenout jubilejní rok a naznačit novým čtenářům *Rozhledů*, že Jednota československých matematiků a fyziků rozvíjí bohatou činnost, s níž budou přicházet do styku po řadu let. Mnozí z nich jistě později posílí členské řady JČSMF a pomohou při dalším rozmachu její práce ku prospěchu naší společnosti.

Asymptota hyperboly ako katastrofa

Doc. dr. MILAN HEJNÝ, CSc., MFF UK Bratislava

Udalosť, ktorá tragicky zasiahne do života istej neprázdnej množiny ľudí, sa nazýva katastrofa. Vojna, mor, výbuch sopky, povodeň, stroskotanie Titaniku či písomka z chémie sú dobre známe príklady katastrof. Katastrofy, zbavené citovej farby, začali byť predmetom záujmu matematikov na konci 60tych rokov nášho storočia. V roku 1972 vyšla knižka francúzskeho matematika *René Thoma*, ktorá znamená oficiálny zrod novej disciplíny — *teórie katastrof*. Názov knižky je tak múdry, že ho možno uviesť v origináli: *Stabilité Structurale et Morphogénese*. Prekladať možno totiž iba spojku $et = a$.

Stredobodom záujmu novej matematickej teórie je štúdium kvalitatívnych zmien. *Katastrofickou* (nie katastrofálnou — v tom je badať aj jazykové oprostie sa od emócií) situáciou sa nazýva taká situácia, ktorá znamená moment prechodu od jednej kvality ku druhej kvalite. Notoricky známy príklad je delenie bunky, znázornené na obrázku 1.

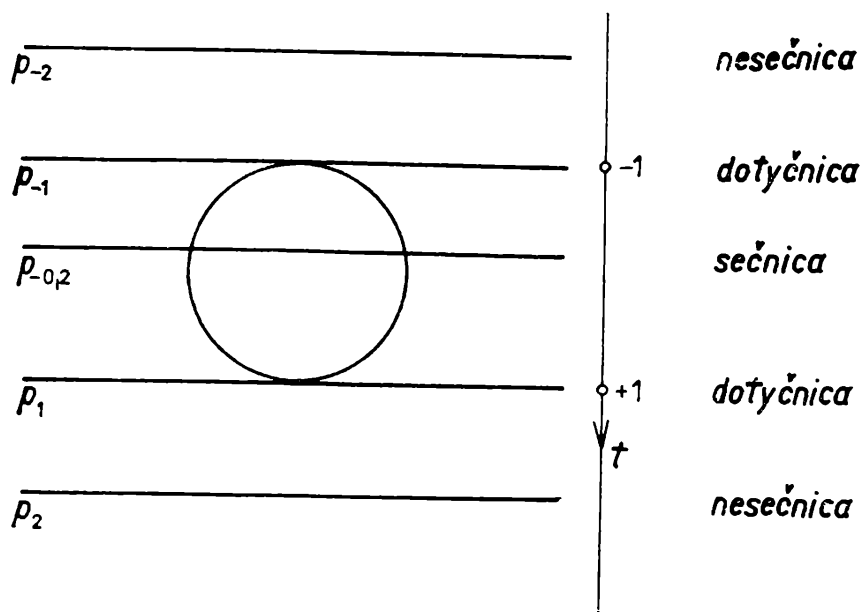


Obr. 1

V tomto procese sú dva katastrofické okamihy: roztrhnutie jadra (okamžik b) a konečné rozdvojenie bunky (okamžik d). Situácie a, c, e, v ktorých sa dejú iba kvantitatívne zmeny bez kvalitatívnych skokov, označujeme slovom *stabilné*.

Teória katastrof, ako už aj náš príklad nasvedčuje, nachádza inšpiráciu aj uplatnenie v mnohých oblastiach ľudskej činnosti. To dodáva novej disciplíne na príťažlivosti a urychľuje jej rozvoj. Cieľom nášho článku je ukázať ilustráciu katastrofického myslenia v matematike. Pojem asymptota hyperboly, ktorý poznáme ako limitný prípad dotýcnice, zadefinujeme v jazyku teórie katastrof.

Príklad 1. V rovine je pevne daná kružnica k . Priamka p sa pohybuje v tejto rovine v smere „shora-nadol“. Aby sme pohyb mohli zapísať, použijeme časový parameter t a polohu priamky v okamih t označíme p_t . Pri uvedenom pohybe je priamka p_t najprv dlho nesečnicou, potom



Obr. 2

chvíľu sečnicou a napokon opäť nesečnicou. Výnimku tvoria iba dva okamihy, odpovedajúce na obr. 2. hodnotám $t = -1$ a $t = 1$. V nich je priamka p_t dotyčnicou. Teda stabilným kvalitám „nesečnica“ a „sečnica“ odpovedajú otvorené podmnožiny reálnej osi $\mathbb{R}$; množina $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ a interval $(-1, 1)$. Katastrofickej kvalite „dotyčnica“ odpovedajú iba izolované hodnoty -1 a $+1$.

Príklad 2. Vymeňme kružnicu za hyperbolu h a zavedme do roviny súradnicovú sústavu. Nech je $h: xy = 1$ rovnica hyperboly. Budeme vyšetrovať dva pohyby priamky p . Najprv uvažujeme o priamke rovnobežnej s priamkou $x + y = 0$, potom o priamke rovnobežnej s osou x . Nech je teda najprv $p_t: x + y = t$, kde parameter t (čas) prebieha celú reálnu os $\mathbb{R}$. Vzájomná poloha priamky p_t a hyperboly h , ktorú chápeme ako kvalitu priamky p_t , je určená prienikom $h \cap p_t$, t.j. diskriminantom D kvadratickej rovnice $x^2 - xt + 1 = 0$. Pretože je $D = t^2 - 4$, vidíme že:

pre $t \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ je $D > 0$ a p_t nadobúda kvalitu „sečnica“;

pre $t \in (-2, 2)$ je $D < 0$ a p_t nadobúda kvalitu „nesečnica“;

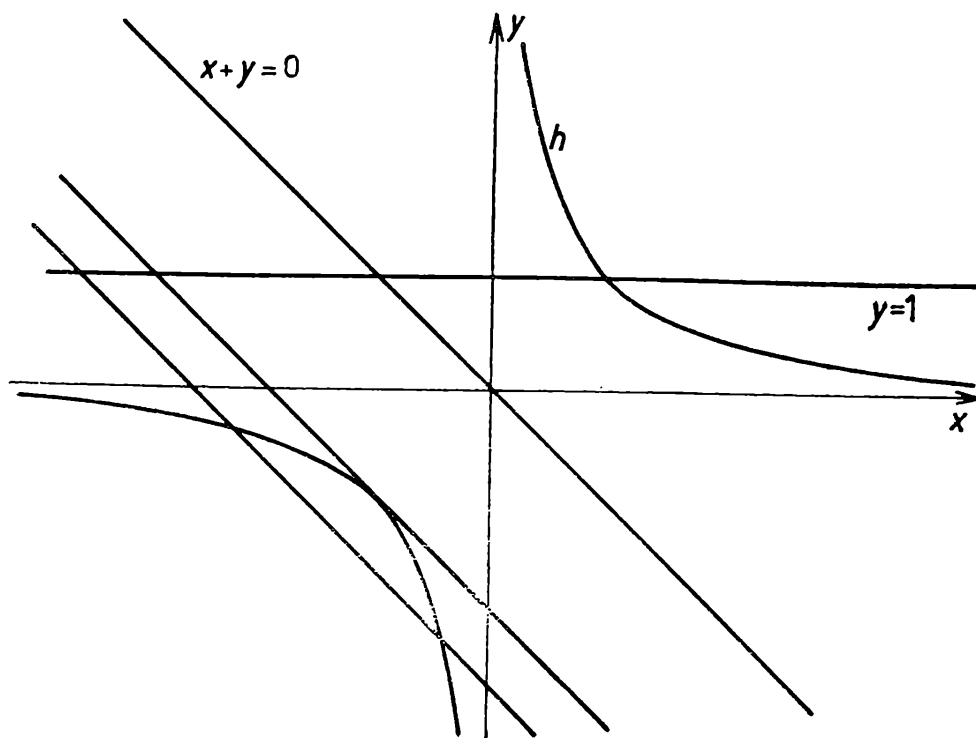
pre $t = -2$ a $t = 2$ je $D = 0$ a p_t má kvalitu „dotyčnica“.

Prvé dve kvality sú stabilné, tretia, dotyčnica, je katastrofická. Nech je teraz $p_t: y = t$, $t \in \mathbb{R}$. Rovnica, ktorá teraz určí x -ovú súradnicu prieseku $p_t \cap h$ je lineárna. Je to $xt = 1$. Podľa nej vidíme, že nastávajú iba dva prípady: buď je $t = 0$ a vtedy p_t hyperbolu h nepretína, alebo je

$t \neq 0$ a vtedy p_t hyperbolu pretína v jedinom bode $\left[\frac{1}{t}, t\right]$. V druhom

prípade nastáva stabilná kvalita „sečnica“ a v prvom katastrofická kvalita „asymptota“.

Skúsenosti, ktoré sme získali pri analýze príkladu 2, nám umožňujú dať novú definíciu pojmu asymptota hyperboly.



Obr. 3

Definícia. Priamka u sa nazýva *asymptotou* hyperboly h práve, keď sú splnené tieto dve podmienky: a) $u \cap h = \emptyset$, b) každá iná rovnobežka s priamkou u pretína hyperbolu h v jedinom bode.

Ukážeme, ako definícia pracuje.

Úloha. Napíšte rovnice asymptot hyperboly $h: 6x^2 + 7xy - 3y^2 - 11x = 0$.

Riešenie. Predpokladáme najprv, že asymptota u nie je rovnobežná s osou y . Potom jej rovnicu možno písať v smernicovom tvare $u: y = kx + q$. Nájsť asymptotu u znamená nájsť čísla k, q tak, aby platili podmienky a), b) definície. Z podmienky a) vyplýva, že rovnica

$$(-3k^2 + 7k + 6)x^2 - (6kq - 7q + 11)x - 3q^2 = 0, \quad (1)$$

ktorú dostaneme, keď do rovnice hyperboly dosadíme za y z rovnice priamky u , nemá žiadne riešenie. To nastáva v dvoch prípadoch:

1. diskriminant rovnice (1) je záporný,
2. koeficienty pri x^2 aj x v rovnici (1) sú nulové a absolútny člen tejto rovnice je nenulový.

Keby bol diskriminant kvadratickej rovnice (1) záporný, potom by malička zmena koeficientu q „zápornosť“ nezmenila. To značí, že v prípade 1. by podmienka b) definície nebola splnená. Teda ostáva prípad 2. Ten skutočne pekne vyhovuje. V koeficiente pri x^2 sa totiž parameter q vôbec nevyskytuje. Teda podmienka

$$-3k^2 + 7k + 6 = 0 \quad (2)$$

sa vzťahuje iba na smernicu priamky u . Riešením rovnice (2) získame smernice dvoch asymptotických smerov $k_1 = 3, k_2 = -\frac{2}{3}$. Po ich

dosadení do (1) nadobudne táto pôvodne kvadratická rovnica lineárnu podobu

$$11(q+1)x = -3q^2 \quad \text{alebo} \quad 11(1-q)x = -3q^2 \quad (3)$$

Katastrofický okamžik pre prvú z rovníc (3) nastáva pre $q = -1$. V tom a iba v tom prípade nemá táto parametrická rovnica riešenie. Rovnako druhá z rovníc (3) má katastrofu v prípade $q = +1$.

Rovnice asymptot teda sú: $y = 3x - 1$, $y = -\frac{2}{3}x + 1$.

Dodajme, že prípad asymptoty rovnobežnej s osou y už vyšetřovať netreba, pretože hyperbola má iba dve asymptoty, a tie sme našli.

Pre čitateľa, ktorý chce samostatnými úvahami preniknúť do teórie katastrof hlbšie, ponúkame pár cvičení ako témy práce.

Cvičenia

1. Najdite asymptoty hyperboly a) $4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$,
b) $5x^2 - 4xy - y^2 + 9x + 3y - 3 = 0$, c) $x^2 + xy - 2x - 2y = 2$.
2. Vyšetřite, aké kvality nadobúda priamka $p_t : x - y = t$ vzhľadom na hyperbolu z príkladu 2.
3. Daná je kružnica k a bod M . Priamka p_t prechádza cez bod M a otáča sa okolo neho. Vyšetřite, aké kvality môže nadobúdať vzhľadom na kružnicu k . Tú istú úlohu riešte, keď namiesto kružnice k uvažujete o inom útvere: a) úsečke, b) elipse, c) trojuholníku, d) parabole, e) hyperbole.
4. Doteraz sme vyšetřovali iba jednoparametrické množiny priamok p . Pekné výsledky vychádzajú, keď skúsime uvažovať o množine všetkých priamok roviny. Napríklad pre hyperbolu vznikajú 4 oblasti stability, 6 kritických „čiar“ a dve „veľmi kritické“ situácie. Vedeli by ste nájsť tieto náročné prípady?

Dva paradoxy z počtu pravdopodobnosti

Prof. RNDr. JIŘÍ ANDĚL, DrSc., MFF UK Praha

Víte, co je to paradox? Pokud ne, můžeme se společně informovat v Ilustrovaném encyklopedickém slovníku. Ne, ještě ho neotvírejte. Co myslíte, která z následujících dvou možností je ta pravá?

a) Heslo „paradox“ tam vůbec není.

b) U hesla „paradox“ najdeme jeho definici nebo aspoň vysvětlení.

Už jste se pro jednu z těchto možností rozhodli? Výborně, otevíráme slovník a — kdo vsadil na první možnost, je zklamán, ale kdo vsadil na druhou, také neuspěl. Není to paradoxní? Ve slovníku je totiž odkaz: *paradox* [řec.] viz antinomie. Tak tedy listujme znovu:

antinomie [-ty-, řec.], paradox, aporie — dvojice výroků, jež se navzájem vylučují, třebaže samy o sobě se jeví jako dostatečně zdůvodněné; obvykle dvojice protikladných výroků, z nichž jeden vyplývá z druhého. Podle dial. mat. jsou a. přibližným odrazem rozporů obj. reality.

První paradox, který budu prezentovat, se dá uvést buď ve tvaru paradoxu hracích kostek nebo ve tvaru paradoxu sourozenců. Vybral jsem první variantu, protože vede ke třem různým výsledkům, z nichž každý se „sám o sobě jeví jako dostatečně zdůvodněný“. U paradoxu sourozenců bohužel dva z těchto tří výsledků náhodou vyjdou stejné. Smím to však ještě nazvat paradox, když podle slovníku má jít o dvojici a ne o trojici? V matematice však je zvykem tomu tak říkat a já sám se musím přiznat, že se mi paradoxy líbí tím víc, čím víc protikladných navzájem se vylučujících výroků soustřeďuji.

V matematice paradoxy zpravidla připadají na vrub nějaké chybě v argumentaci, která není snadno postřehnutelná. Dosti typické bývá to, že nějaké slovo použijeme v různých významech, které jsou si sice blízké, ale přece jen ne identické. Vhodným matematickým postupem tento rozdíl zvětšíme a poukážeme na něj.

Paradox hracích kostek

Žáci 4. třídy jednoho gymnázia dostali tuto domácí úlohu:

Jaká je pravděpodobnost, že při hoďu dvěma kostkami padne součet větší než šest, ale za předpokladu, že na jedné kostce padne číslo dva?

Šlo o úlohu ze známé sbírky příkladů, kde jako výsledek bylo uvedeno $1/9$.

Jeden z žáků po marném úsilí dostat ze známých vzorců pro podmíněnou pravděpodobnost číslo $1/9$ se nakonec obrátil na svého otce, aby mu s domácím úkolem pomohl. Dostal tuto odpověď.

„Podle zadání se musíme omezit jen na situaci, kdy na jedné kostce padne dvojka. Předem víme, že výsledky na jednotlivých kostkách jsou na sobě nezávislé. Aby součet byl větší než šest, musí tedy na druhé kostce padnout pětka nebo šestka. Tento jev má pravděpodobnost $1/3$ a vzhledem ke zmíněné nezávislosti je to i řešení úlohy.“

Syn však po chvíli uvažování namítl: „Ve škole jsme se učili, že pravděpodobnost jevu A za podmínky, že nastal jev B, je dána vzorcem

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},$$

pokud $P(B) > 0$. Všechny možné výsledky při hoďu dvěma kostkami uvádí tabulka na str. 7.

První číslo udává počet ok na první kostce a druhé číslo počet ok na druhé kostce. Každý z uvedených elementárních jevů má stejnou pravděpodobnost $1/36$. Já nerozumím přesně tomu, co se myslí tím, že na jedné kostce padne dvojka. Mám pro to dvě vysvětlení. Může se tím myslet, že dvojka padne alespoň na jedné kostce. Takových případů je 11 a v tom

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

schématu jsem je vyznačil. Součet přitom bude větší než šest jen u dvojic (2,5), (2,6), (5,2) a (6,2). Proto

$$P(A|B) = \frac{4/36}{11/36} = \frac{4}{11} .''$$

Pak syn pokračoval: „Je však také možné, že výrok »na jedné kostce padne dvojka« znamená, že ta dvojka padne právě na jedné kostce. Pak je řešení obdobné s tím rozdílem, že do jevu v podmínce nelze zahrnout dvojici (2,2) a bude se skládat jen z deseti elementárních jevů. Podmíněná pravděpodobnost pak bude

$$P(A|B) = \frac{4/36}{10/36} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} .$$

Ani v jednom případě však nedostanu tvůj výsledek 1/3 a navíc ani jednou jsme nedostali výsledek 1/9, který je uveden ve sbírce.“

Jak je to možné? A který výsledek je vlastně správný? Přijďte na to sami?

Jádrem paradoxu je skutečně to, na co již syn poukázal. Není dostatečně jasné, co se míní slovy „za předpokladu, že na jedné kostce padne číslo dva“. To může totiž znamenat:

a) Je známo, že na kostce číslo 1 padne dvojka. Pak podmiňujeme jevem B, který se skládá z elementárních jevů (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6). Jev $A \cap B$ se skládá z elementárních jevů (2,5) (2,6). Dostane se

$$P(A|B) = \frac{2/36}{6/36} = \frac{1}{3} .$$

b) Je známo, že dvojka padne na kostce číslo 2. Řešení je zcela analogické, opět vyjde podmíněná pravděpodobnost 1/3.

Protože výsledek nezáleží na tom, zda dvojka bude pozorována na kostce č. 1 nebo na kostce č. 2, může to svádět ke stručné formulaci „za předpokladu, že na jedné kostce padne číslo dva“ Tuto interpretaci měl také na mysli otec, když úlohu řešil.

c) Předpokládá se, že alespoň na jedné kostce padne dvojka. Pak je řešením $P(A|B) = 4/11$, jak je uvedeno výše.

d) Předpokládá se, že právě na jedné kostce padne dvojka. Tato interpretace je samozřejmě dosti násilná, ale pokud ji přijmeme, platí výše uvedené řešení $P(A|B) = 2/5$.

e) Výsledek ve sbírce je odpovědí na otázku: Jaká je pravděpodobnost

toho, že při hodu dvěma kostkami bude součet větší než šest a současně přitom na jedné kostce padne dvojka? Vskutku, máme čtyři příznivé elementární jevy (2,5), (2,6), (5,2) a (6,2), takže hledaná pravděpodobnost je $4/36 = 1/9$.

Zkušební autoři pravděpodobnostních úloh se záměrně nejasnému zadání vyhýbají a úlohy formulují např. takto: Házíme dvěma kostkami, červenou a modrou. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet větší než šest, ale za podmínky, že na červené kostce padlo číslo dva?

Uvedený paradox je však v literatuře nejčastěji popisován jakožto paradox sourozenců. V jistém městě žijí rodiny, které mají právě dvě děti. Budeme předpokládat, že pravděpodobnost narození chlapce je rovna $1/2$ stejně tak jako pravděpodobnost narození dívky. Dále budeme předpokládat, že to, zda jedno dítě je chlapec (resp. dívka) nezávisí na tom, zda to druhé je chlapec či dívka. O jedné rodině z tohoto města je známo, že jedno dítě je chlapec. Jaká je pravděpodobnost toho, že druhé dítě je také chlapec?

Také zde můžeme dostat různé výsledky podle toho, jak interpretujeme informaci „jedno dítě je chlapec“.

Paradox vězně

Ve vězení jsou v různých celách umístěni vězňové A, B a C. Od dozorce se dozvěděli, že dva z nich budou propuštěni. O tom, kteří dva to budou, se rozhodlo vylosováním.

Vězeň A tedy ví, že pravděpodobnost jeho propuštění je rovna $2/3$. Rád by se dozvěděl něco víc. Dozorce má úplnou informaci a je pravdomluvný, ale odmítl by odpovědět na přímý dotaz, zda mezi propuštěnými bude právě A. Což tedy zformulovat dotaz takto:

„Budte tak laskav a řekněte mi jméno jednoho z mých dvou kamarádů, který bude propuštěn.“

Je jasné, že alespoň jeden z B a C propuštěn bude. Bude-li to právě jeden z nich, dozorce sdělí vězni A jeho jméno. Budou-li propuštěni oba, dozorce si vybere zcela náhodně (tj. s pravděpodobností $1/2$) jméno některého z nich a sdělí ho vězni A.

Ale A přemýšlí dál. Dozorce mu například může odpovědět, že bude propuštěn B. Co z této informace vyplývá? Podle vzorce pro podmíněnou pravděpodobnost se dostane

$P(\text{bude propuštěn A} \mid \text{bude propuštěn B}) =$

$$= \frac{P(\text{budou propuštěni současně A i B})}{P(\text{bude propuštěn B})} = \frac{1/3}{2/3} = \frac{1}{2}$$

„To je ale divné,“ říká si A. „Já přece předem vím, že jeden z kamarádů B a C určitě propuštěn bude. Jak je možné, že pouhé sdělení jeho jména mi snižuje pravděpodobnost mého vlastního propuštění z $2/3$ na $1/2$? Vždyť tahle informace je zcela irelevantní a vůbec se nevztahuje k podstatě věci. To je přece paradox!“

Čtenář se nyní může pokusit sám rozhodnout, zda se pravděpodobnost změnila díky dodatečné informaci, nebo zda A udělal někde chybu ve své úvaze.

Musíme konstatovat, že A neuvažoval správně. Po odpovědi dozorce se ho přece netýká pravděpodobnost

P (bude propuštěn A | bude propuštěn B),
ale pravděpodobnost

P (bude propuštěn A | dozorce řekne, že bude propuštěn B).
A jak se tato poslední pravděpodobnost vypočte? Pravděpodobnosti všech možných situací můžeme shrnout v této tabulce:

		Propuštění budou		
		A a B	A a C	B a C
Dozorce řekne, že bude propuštěn	B	1/3	0	1/6
	C	0	1/3	1/6

Proto tedy

$$\begin{aligned}
 &P(\text{bude propuštěn A} \mid \text{dozorce řekne, že bude propuštěn B}) = \\
 &= \frac{P(\text{bude propuštěn A a současně dozorce řekne, že bude propuštěn B})}{P(\text{dozorce řekne, že bude propuštěn B})} = \\
 &= \frac{\frac{1}{3} + 0}{\frac{1}{3} + 0 + \frac{1}{6}} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

V čitateli zlomku je totiž součet pravděpodobností z prvních dvou míst prvního řádku tabulky, zatímco ve jmenovateli je součet všech pravděpodobností na prvním řádku. To vyplývá z věty, že pravděpodobnost sjednocení disjunktivních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

Druhý paradox tedy spočíval v tom, že se počítala podmíněná pravděpodobnost při jiné podmínce, než jaká odpovídala zadání úlohy.

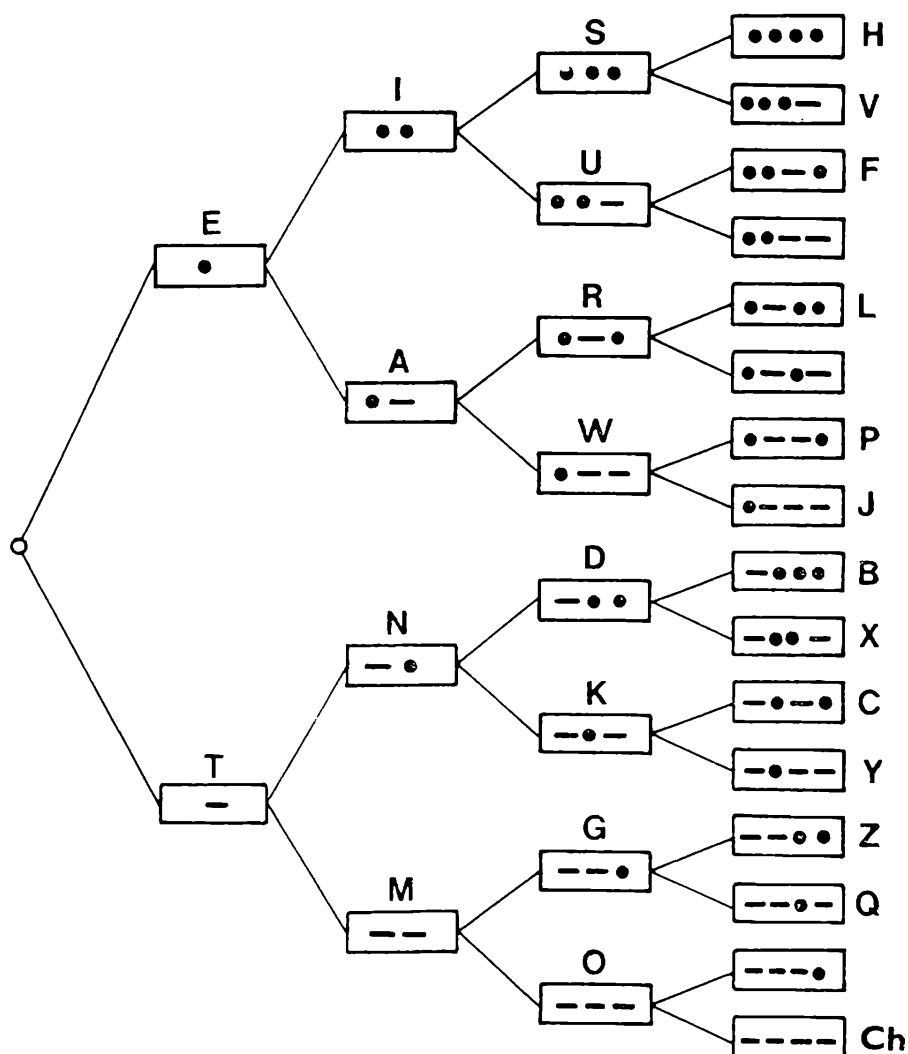
V této formulaci se zmíněný paradox objevil v časopise *The mathematics teacher* v roce 1973. Reprodukoval jsem tuto variantu proto, že se týká pouze tří objektů, což je nejmenší možný počet. Jiné znění se uvádí pomocí čtyř karet a podobně.

Není náhodou, že oba zde uvedené paradoxy pocházejí z oblasti podmíněných pravděpodobností. Prof. dr. ing. Jaroslav Hájek, DrSc. (4. 2. 1926—10. 6. 1974), jeden z nejlepších světových odborníků v teorii pravděpodobnosti a matematické statistice, často zdůrazňoval, že nejvíce chyb, omylů a nedopatření v těchto oborech vzniká právě při práci s podmíněnými pravděpodobnostmi.

Morseův kód v binárních tvarech

RNDr. JIŘÍ MÍDA, CSc., PeF UK v Praze

V minulých ročnících Rozhledů se několikrát psalo o *binárních kódech*. Přívlastek *binární* znamená, že konečné posloupnosti, na něž se zobrazují číslice, písmena apod., jsou vytvořeny ze dvou *binárních znaků*, které můžeme značit např. 0 a 1 (případně O a I). Tyto posloupnosti se nazývají *kódová slova*. Mají-li všechna kódová slova v příslušném kódu též celkový počet znaků, pak se příslušný kód nazývá *rovnoměrný*.



Obr. 1

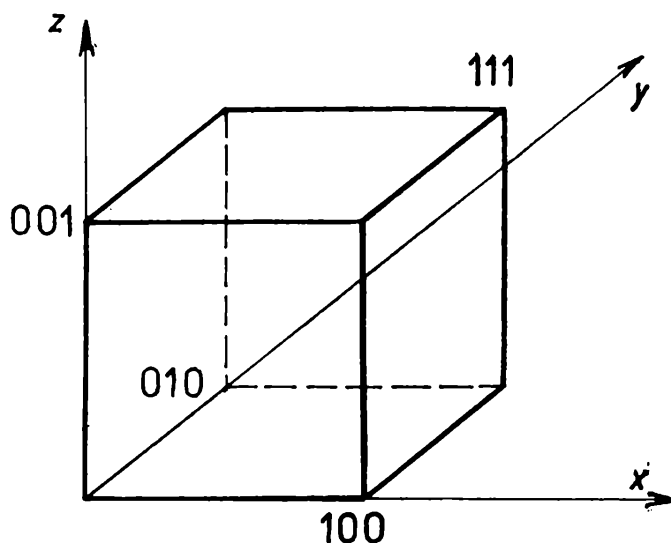
Binární kódy nevznikly až při konstrukci telegrafů a počítačů. Již v roce 1623 anglický filozof a matematik *Francis Bacon* (1561 až 1626) popsal princip binárního kódování. Dalším krokem byl objev dvojkové číselné soustavy. Zde mají zásluhu *Gottfried Wilhelm Leibniz* (1646 až 1716) a český matematik první poloviny 18. století *Joseph Wenceslaus Pelikán*.

Tabulka 1

	kódové slovo
tečka	01
čárka	11
krátká mezera	10
delší mezera	00

Tabulka 2

	kódové slovo
tečka	010
čárka	111
krátká mezera	100
delší mezera	001



Obr. 2

Před 150 lety 4. září 1837 poprvé veřejně předvedl *Samuel Finley Morse* (1791 až 1872) svůj telegrafní kód, který se neobyčejně rychle rozšířil a dosud se užívá.

Morseův kód je zdánlivě binární. Zdá se, že se v něm používá jen dvou znaků, tzv. tečky a čárky. Kódová slova nejsou stejně dlouhá; jde o nerovnoměrný kód. Z grafu na obr. 1 vidíme, že jednotlivá kódová slova se musí nějakým způsobem oddělovat. Půjdeme-li v grafu od jeho počátku např. k písmenu P, pak vidíme, že jeho kódové slovo „. — —.“ může být vysvětleno jako za sebou bezprostředně následující kódová slova písmen A a N, resp. E, M, E apod. Samuel Morse proto doplnil kódové znaky tečka, čárka ještě mezerou (pomlčkou). Tedy morseovka vypadá jako binární kód jen při povrchním pohledu, ve skutečnosti jde o kód aspoň ternární. Slovo „aspoň“ má své oprávnění, neboť potřebné mezery jsou vlastně dvou druhů. V původním textu, který je kódován, jsou totiž krátké mezery mezi písmeny, číslicemi apod. a delší mezery mezi slovy.

V předešlých článcích se psalo o binárním kódování desítkových číslic, popř. písmen abecedy. Binární kód lze však vytvořit i pro kódové znaky Morseova kódu. Jednu z možností vyjadřuje tab. 1. Tento kód je dvojbitový.

Tříbitový kód v tab. 2 vznikl z kódu v tab. 1 přidáním tzv. *paritního bitu* tak, aby každé kódové slovo obsahovalo lichý počet znaků 1. Zde je možno kontrolovat, zda nedošlo při přenosu k chybě, při níž se jeden znak 1 zkreslil na 0 (nebo jeden znak 0 na 1). Na obr. 2. jsou kódová slova tohoto kódu znázorněna v pravoúhlé soustavě souřadnic body

[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1], [1, 1, 1]. Čárky a závorky jsou na obrázku vynechány, takže jsou u bodů napsána kódová slova, kterých jsou obrazem. Uvedené čtyři body byly doplněny dalšími čtyřmi, s nimiž tvoří vrcholy jednotkové krychle. Všimněte si, že při změně jednoho znaku 1 ve znak 0 (nebo jednoho znaku 0 ve znak 1) dostáváme z vrcholu krychle, který znázorňuje kódové slovo, vrchol, jenž žádné kódové slovo nezobrazuje.

Tabulka 3

	kódové slovo
tečka	10
čárka	1110
(krátká) mezera	000

Delší mezera se kóduje jako dvě bezprostředně za sebou následující krátké mezery.

Kódy v tabulkách 1 a 2 jsou rovnoměrné. V tabulce 3 je příklad nerovnoměrného binárního kódu. Je však sestaven tak, že žádné kódové slovo není přední částí jiného kódového slova. V teorii kódů se říká, že není *prefixem* (česky „začátkem“) žádného dalšího kódového slova. Zápisy v tomto nerovnoměrném kódu lze jednoznačně dekódovat. Přesvědčte se o tom při dekódování nápisu:

1010100001011100001110111000010101110000100001011101010000000
111011100001110111011100001011101000010101000010

Jestliže vám vyšlo jméno související s tímto článkem, jste úspěšní. V tom případě zformulujte popis postupu (algoritmus), kterým lze jednoznačně dekódovat texty zapsané v kódu z tabulky 3.

Řízení procesů

1. Systémy a mikroprocesory

Doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PaF UK v Praze

V minulém ročníku Rozhledů jsme se věnovali základům programování s využitím jazyka BASIC. Nezmínili jsme se dosud o funkci INP a o příkazu OUT, které umožňují programům sestaveným v jazyku BASIC komunikaci s vnějším prostředím přes vstupní a výstupní porty (brány) počítače. Na vstupní port mohou být připojeny fotobuňky, kontakty, převodníky elektrického napětí na číselnou hodnotu atd., jejichž prostřednictvím získá počítač informace o probíhajícím procesu. Program

tyto informace zpracuje pomocí logických funkcí, výpočtů, příkazů IF...THEN a připraví výstupní hodnoty, které vyše na výstupní porty, kde jsou připojeny relé, výkonové tranzistory spínající proud pro motory, topení, osvětlení, nebo jsou připojeny převodníky čísla na napětí či na frekvenci, jež tak určují směr a rychlost otáčení motorků, natočení krokového motoru atd. Než se pustíme do ukázek takovýchto programů, musíme více vědět o celé struktuře mikropočítače, o adresách připojených portů, musíme si umět k počítači tyto porty připojit, zhotovit si čidla, akční členy či převodníky.

Programy napsané v jazyku BASIC pracují pro řízení reálných procesů příliš pomalu. Rychlejší programy napsané v jazyku PASCAL nemáme zatím zpravidla ještě možnost na našich mikropočítačích sestavit. BASIC však má možnost volat podprogramy napsané přímo ve strojovém kódu pro mikroprocesor a využít tak maximální možné rychlosti provádění algoritmů, jaké může daný mikropočítač dosáhnout. Programování ve strojovém kódu je pracné, komplikované a těžkopádné. Je však amatérsky zvládnutelné, prostředky k němu poskytuje každý mikropočítač československé výroby a máme tak příležitost přes krátké podprogramy ve strojovém kódu vyřešit problém s pomalostí programů v jazyku BASIC. Programování ve strojovém kódu usnadňuje jazyk ASSEMBLER, přesněji jazyky typu ASSEMBLER pro různé typy procesorů počítače. Zpracování programů v jazyku ASSEMBLER a jejich skutečné využití na mikropočítači vyžaduje kromě teoretických znalostí a technických zkušeností i příslušné překladače jazyka ASSEMBLER (pro téměř všechny uváděné mikropočítače jsou takovéto překladače k dispozici). Symboliku a některé obraty zčásti využijeme i při „ručním“ vytváření podprogramů ve strojovém kódu mikroprocesoru Tesla MHB 8080, kterému se v několika příštích číslech Rozhledů budeme věnovat.

Zatím se dnes seznámíme se strukturou zapojení, adresování a ovládání systému s mikroprocesory. Nejrozsáhlejší a nejdražší částí počítače je paměť. Hovoříme jednak o *vnější paměti* (disková, pásková, magnetofon), kam si počítače ukládají data i části programů, ke kterým se však dostávají s velkým zpožděním. Tato vnější paměť nás zatím zajímat nebude. Dále se hovoří o *operační paměti*, jejíž obsah je takřka bezprostředně (stovky nanosekund) k dispozici. Do operační paměti je vložen prováděný program, právě zpracovávaná data, sem se ukládají některé mezivýsledky atd. Z části paměti lze pouze číst — paměť ROM (Read Only Memory) a do části paměti lze zapisovat i z ní číst — paměť RWM (Read Write Memory). Paměť ROM má trvalý obsah, který se nemění ani vypnutím počítače, a je v ní uložen program, který počítač začne provádět ihned po zapnutí (umožní obsluhu klávesnice, zobrazení na displeji, vkládání a spuštění uživatelských programů). Data z paměti jsou v počítači vyslána na *datovou sběrnici* (Data Bus). U osmibitových

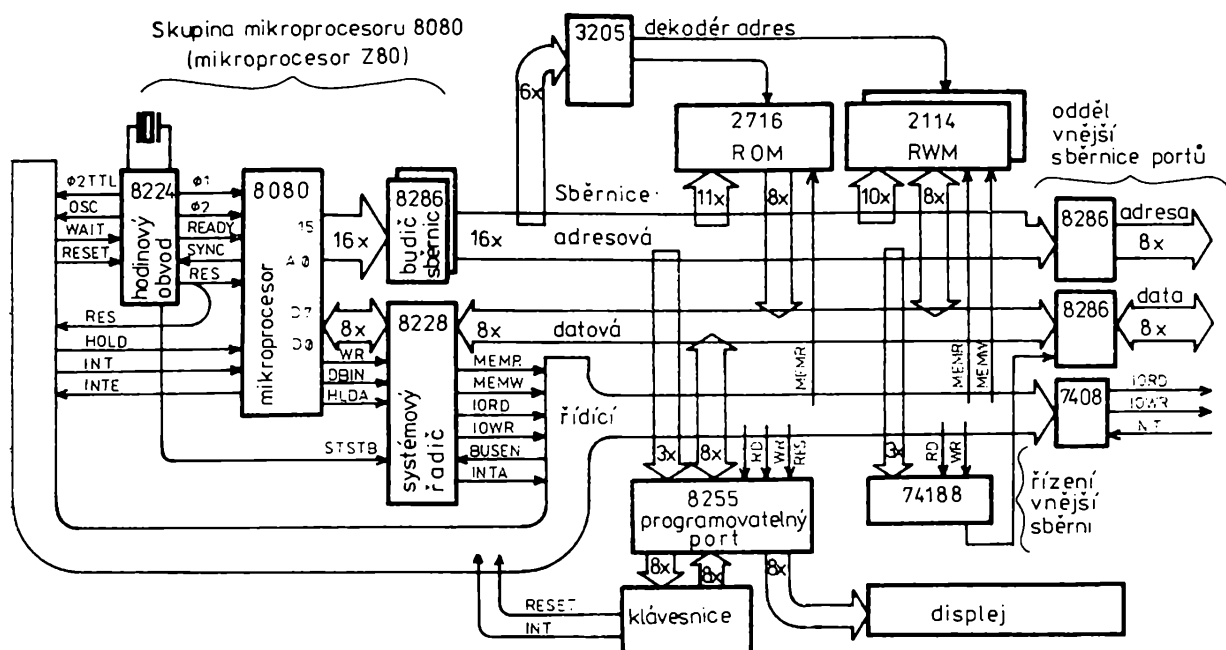
mikropočítačů to je osm vodičů D0 až D7 (drátů nebo cest na tištěném spoji). Údaj, se kterou buňkou paměti se manipuluje (čte, zapisuje), je určen na *adresové sběrnici* (Address Bus). U osmibitových mikropočítačů to bývá šestnáct vodičů A0 až A15, které umožňují ve dvojkové číselné soustavě adresovat až 65536 buněk operační paměti. Třetí sběrnici počítače je *řídící sběrnice* (Control Bus). Zde jsou signály, zda se paměť čte (MEMR, Memory Read), zda se mají data do paměti zapsat (MEMW, Memory Write), pomalejší paměti mohou signalizovat, že ještě nejsou připraveny vyslat či převzít data (signál Wait).

Místo některých paměťových buněk mohou být umístěny porty počítače. Obdobně jako číst z paměti pak lze číst data ze vstupního portu a zapisovat jako do paměti lze do výstupního portu. Potom v programu formálně nepoznáme, korespondujeme-li s pamětí nebo s portem. V jazyku BASIC bychom pro porty mohli použít funkci PEEK a příkaz POKE. Takto jsou některé porty zapojeny v počítačích SAPI I a ONDRA. Přináší to sice jisté programátorské i technické výhody, ale zmenšuje se tím rozsah přímo adresovatelné paměti.

Porty však mohou být adresovány samostatně přes část adresové sběrnice, pokud jsou na řídící sběrnici používány samostatné signály pro čtení z portů (IORD, Input/Output Read) a pro zápis do portů (IOWR, Input/Output Write). Osmibitové mikropočítače zpravidla adresují osmi vodiči z adresové sběrnice až 256 vstupních a 256 výstupních portů.

Rozsah adresovaných portů i operační paměti lze i podstatně rozšířit. Na jeden z výstupních portů se vyšle hodnota, která je pak z portu zdrojem hodnot dalších adresových vodičů. Tímto způsobem lze i přepínat přímo adresované „stránky“ paměti, přepínat paměť s porty. Takto pracuje počítač ONDRA a některé osmibitové mikropočítače, které mají rozsah paměti větší než oněch 65536 byte, třeba až milión byte operační paměti. Lze přepínat část paměti RWM s pamětí ROM; proto osobní mikropočítače IQ 151, PMD 85, ONDRA atd. mají RWM od adresy 0, a přesto po zapnutí počítače je na této adrese paměť ROM se začátkem programu. Tímto způsobem si můžeme do závratného počtu rozšířit i počet adresovatelných portů u mikropočítače. Takto složitá struktura mikropočítače nás však zajímat nemusí, protože patrně nezačneme stavbou celého mikropočítače (například MIKRO AR, popsaneho koncem roku 1985 v Amatérském rádiu), a pokud, tak toho nejjednoduššího. Zatím se omezíme na předpoklad, že fungující mikropočítač máme k dispozici, že je z něho vyvedeno osm drátů datové sběrnice, osm drátů adresové sběrnice, alespoň dva dráty (IORD a IOWR) řídící sběrnice, drát pro signál INT k vyžádání přerušování, ke kterým časem začneme připojovat podle zveřejňovaných návodů své vlastní porty.

Činnost celé sestavy paměti, portů a dalších obvodů počítače je řízena



z procesoru. V procesoru se kromě řízení celého počítače provádějí i aritmetické a logické operace a realizují se zde tak pokyny zadané programem. Všechny tyto obvody řízení počítače a provádění výpočtů, větvení programu atd. se podařilo umístit do jediného integrovaného obvodu, zvaného mikroprocesor. Strukturou a programováním mikroprocesoru se dnes ještě zabývat nebudeme.

Mikroprocesor MHB 8080 a celý mikropočítač provádějí svoji činnost postupně, v krocích, rychlostí danou „hodinovým kmitočtem“ kolem 2 MHz. Z krystalu s kmitočtem kolem 18 MHz vytváří příslušné hodinové impulsy $\Phi 1$ a $\Phi 2$ hodinový obvod MH 8224. Řídicí signály z mikroprocesoru získává (pomocí signálu STSTB) a datovou sběrnici výkonově posiluje systémový řadič MH 8228. Pokud místo mikroprocesoru MHB 8080 (počítače PMI 80, PMD 85, IQ 150, IQ 151, SAPI 1) máme modernější mikroprocesor Z80 (či jeho ekvivalent U880 z NDR) v počítačích ONDRA, MIKRO AR, ZX Spectrum, ZX 81, je již do mikroprocesoru integrován i hodinový obvod a systémový řadič. V řídicí sběrnici mikroprocesoru Z80 jsou k dispozici signály MERQ pro práci s pamětí (Memory Request), IORQ pro práci s porty, WR pro zápis a RD pro čtení z paměti či portu. Z nich logickými členy snadno získáme signály IORD a IOWR analogické signálům 8080.

Řídicí sběrnice má více signálů, než jsme si dosud řekli. Jsou zde signály určující, že má být provedeno přerušování — počítač přerušuje právě prováděný program, provede činnost vyžádanou daným přerušováním a vrátí se k dokončení původního programu (signály INT, INTE, INTA). Dvojice signálů (HOLD a BUSEN) způsobí odpojení se mikroprocesoru od sběrnic (potvrzeno signálem HLDA) a předání řízení vnějšmu zařízení, například při rychlém přístupu do paměti, při společném přístupu do paměti mikroprocesorem a videoprocesorem zobrazujícím část paměti

na televizní obrazovku, v systémech s více mikroprocesory atd. V řídicí sběrnici jsou signály k nastavení počítače do výchozí pozice a čtení programu od adresy 0 (požadavek RESET, vykonání RES synchronizováno hodinovým obvodem).

Paměť počítače, a obdobně porty, nemusí být osazena součástkami v plném rozsahu. Od adresy 0 však musí být první příkaz programu pro mikroprocesor. Pokud nevyužíváme celý rozsah paměti, mohou zůstat některé adresové vodiče nevyužity, a tak se stane, že jedna buňka paměti či jeden port má několik různých adres. Setkáme se s tím téměř u všech připomenutých mikropočítačů. Tak se nám při prohlížení paměti tentýž obsah objevuje na různých adresách a hovoříme o stínech části paměti či o stínech některých portů. Zvláště v jednoduchých pokusech s porty a s řízením procesů se k této možnosti neúplného adresování vrátíme. Matematicky bychom zatím jen konstatovali, že adresování nemusí být přímým zobrazením.

Mezi porty či v paměti mohou být zapojeny mnohé podpůrné obvody mikroprocesorových systémů. Bývají složitější a dražší než samotný mikroprocesor a jejich činnost se řídí rovněž programově. Jsou to programovatelné porty MHB 8255 (určí se až programem, zda jsou vstupní či výstupní tři porty tohoto obvodu, obvod sám zajistí například proces předávání a potvrzování platnosti dat mezi počítačem a tiskárnou atd.), obvody sériového styku MHB 8251 (samy vytvoří styk pro předání osmi bitů z byte postupně jeden po druhém po jediné dvojici drátů, například komunikaci s magnetofonem, s druhým vzdáleným mikropočítačem, konečně i umožní, aby si dva mikropočítače předávaly údaje po telefonu či rádiem). Jsou zde programovatelné čítače-časovače MHB 8253, čítající impulsy, převádějící číslo na kmitočet, odměřující časové intervaly atd., řadiče různých priorit přerušení MH 3214 a MHB 8259, řadiče přímého přístupu do paměti MHB 8257, řadiče pružných disků, televizního displeje, klávesnice s kalkulačkovým displejem atd. Připojit jako trojici portů lze i násobičku Tesla MH 102 či aritmetické koprocesory, které rychle provedou aritmetické výpočty, a zatím se mikroprocesor souběžně věnuje jiným činnostem. I když se — na rozdíl od tohoto dílu seriálu — budeme věnovat především algoritmům a jen pouhému minimu technických a fyzikálních aspektů, přesto by i otázky programování podpůrných obvodů značně překročily rozsah tohoto ročníku Rozhledů. Věnovat se budeme jen těm nejjednodušším obvodům portů a čidel, převodníků k nim připojených.

Pokud je v počítači zapojena rozsáhlá paměť, programovatelné obvody a porty, stávají se sběrnice dlouhé (kapacita vodičů) a mají i větší elektrický odběr z připojených vstupů součástek (proudová zátěž sběrnice). Proto se sběrnice posilují výkonovými logickými členy či speciálně k tomu vyvinutými budiči sběrnice (například MH 3216, MHB 8286). Ty chrání i jednotlivé celky počítače před poruchou v systému a nám

poslouží pro oddělení části sběrnic, které je nutné vyvést z počítače ven. Závady na vnější sběrnici, způsobené naší nepozorností, zkratou atd. nepoškodí pak ani počítač, ani zpravidla nenaruší jím prováděný program. Nanejvýš se zničí takovýto budič sběrnice.

Počítač lze sestavit z mikroprocesoru, jednoho obvodu paměti ROM (256 byte až 2 kilobyte), dvou obvodů paměti RWM (1 kilobyte) a několika portů k připojení klávesnice a displeje. Takovéto počítače (například PMI 80, MIKRO AR) se dříve nazývaly jednodeskové mikropočítače. Dnes však tento pojem zastaral, neboť i osobní mikropočítače se vejdou na jednu desku tištěných spojů. Proto se hovoří o takovéto minimální sestavě počítače jako o mikroprocesorovém systému či nověji o mikrořadiči (Mikrocontroller), na rozdíl od slova mikropočítač, které spojujeme s představou osobního počítače s klávesnicí, televizorem, malou tiskárnou, pružnými disky či jen s magnetofonem jako vnější pamětí.

Pro jednoduché řídicí aplikace počítačů se podařilo minimální sestavu mikroprocesorového systému vměstnat do jediného integrovaného obvodu se čtyřiceti nožičkami, například Tesla MHB 8048, kterému se budeme věnovat závěrem seriálu. Pak se někdy nadneseně hovoří o jednočipovém mikropočítači, či nověji o jednočipovém mikrořadiči.

Mikropočítač můžeme stavět postupným rozšiřováním původní sestavy jednodeskového mikropočítače o další desky a součástky (například SAPI 1, kde mikroprocesorová deska je již schopna samostatně pracovat a řídit jednoduché technické procesy, automaty; stavebnicově se rozšiřuje i mikropočítač IQ 151). Na obrázku k tomuto článku máme zjednodušeně zakreslené schéma miniaturní sestavy mikropočítače (mikrořadiče) s vyznačením nejdůležitějších obvodů, sběrnic a vodičů řídicí sběrnice. S takovouto představou struktury počítače pro řízení procesů v našem seriálu vystačíme.

FYZIKA

Nelineární prvky v elektrických obvodech

RNDr. OLDŘICH LEPIL, CSc., přírodovědecká fakulta UP Olomouc

Řekněme, že máte za úkol změřit odpor vlákna žárovky. S použitím ohmmetru zjistíte, že žárovka 100 W má vlákno o odporu 35Ω . Poněvadž známe elektrický příkon žárovky a napětí sítě (220 V), můžeme získaný výsledek snadno ověřit výpočtem pomocí vztahu

$$P = UI = \frac{U^2}{R}$$

a odtud

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(200)^2}{100} \Omega = 484 \Omega.$$

Vidíme, že výsledek se značně liší od hodnoty zjištěné přímým měřením odporu vlákna. Čím vysvětlíme tento rozpor?

Vysvětlení je velmi prosté a jistě vás už napadlo. Při měření ohmmetrem bylo vlákno studené a jeho nízké teplotě odpovídá i malý odpor kovu, z něhož je vlákno vyrobeno. Naopak údaje na baňce žárovky odpovídají jmenovitým hodnotám za podmínek, při nichž žárovka svítí. Vláknem je rozžhaveno na teplotu několika stovek °C a to je spojeno se se značným zvětšením odporu žárovky.

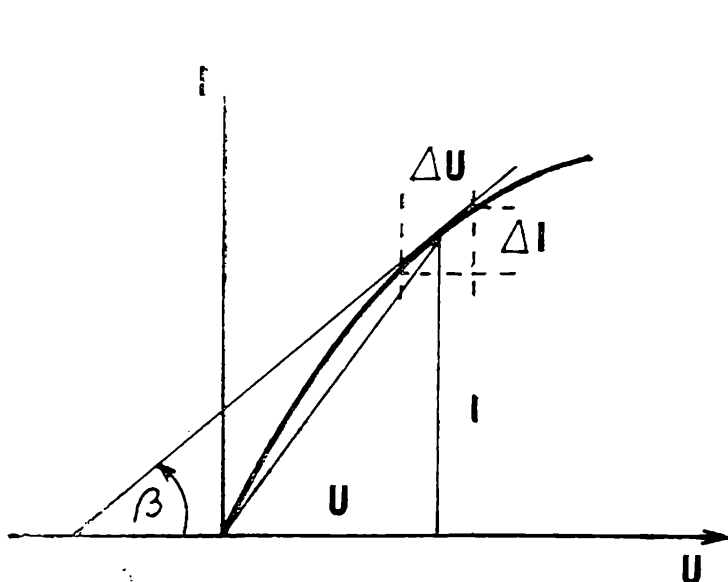
Žárovka je typickým příkladem prvku v elektrickém obvodu, jehož odpor není konstantní, ale mění se v závislosti na napětí, příp. proudu, který prvkem prochází. Zpravidla ani není snadné popsat změny odporu takového prvku matematicky pomocí vzorce, a proto se k vyjádření jeho základních vlastností používá graf — *voltampérová charakteristika*.

S voltampérovou charakteristikou jste se již ve fyzice setkali, takže víte, že je to graficky vyjádřená závislost proudu na napětí, čili graf funkce $I = f(U)$. Takovou voltampérovou charakteristiku můžeme vytvořit např. i pro pevný rezistor, jehož vlastnosti se v závislosti na velikosti napětí a proudu nemění. Voltampérová charakteristika je pak jednoduše grafickým vyjádřením Ohmova zákona a má tvar přímky. Proto také označujeme takový rezistor jako *lineární obvodový prvek*.

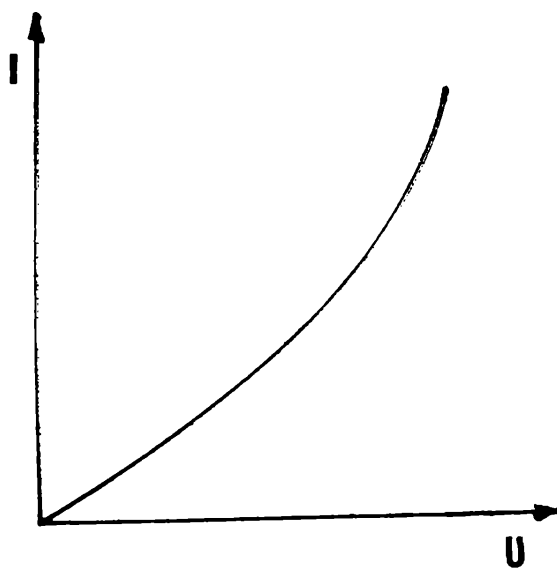
O průběhu voltampérové charakteristiky žárovky se snadno můžeme přesvědčit měřením, při němž měříme napětí na žárovce a zjišťujeme hodnotu proudu, který žárovkou prochází. Výsledek takového měření je vyjádřen voltampérovou charakteristikou na obr. 1. Vidíme, že tato závislost nemá lineární průběh, je vyjádřena křivkou a svědčí o tom, že žárovka je nelineární obvodový prvek. Tento závěr můžeme zobecnit a každý obvodový prvek, jehož voltampérová charakteristika nemá tvar přímky, považujeme za *prvek nelineární*.

U žárovky vidíme, že při malém napětí odpovídá určité změně napětí větší změna proudu než při vyšším napětí. Je tedy zřejmé, že při malém napětí má vlákno menší odpor než při napětí vyšším. Při určování odporu nelineárního prvku tedy musíme respektovat průběh jeho voltampérové charakteristiky. Proto rozlišujeme jednak statický odpor R prvku, jednak dynamický (diferenciální) odpor r . Význam těchto veličin je patrný z obr. 1. *Statický odpor* $R = \frac{U}{I}$ a je určen z Ohmova zákona

stejným způsobem jako u rezistoru. *Dynamický odpor* r je určen podílem



Obr. 1



Obr. 2

malých změn napětí a proudu v okolí uvažovaného bodu voltampérové charakteristiky

$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

Z obr. 1 je patrné, že dynamický odpor je určen úhlem, který svírá tečna voltampérové charakteristiky v uvažovaném bodě s osou napětí:

$$r = \cotg \beta.$$

Nelinearita odporu žárovky je způsobena teplotní závislostí odporu kovu vlákna. S rostoucím proudem se zvětšuje teplota vlákna a současně se zvětšuje jeho dynamický odpor. To svědčí o tom, že teplotní součinitel odporu kovů α je kladný [$R = R_0(1 + \alpha t)$].

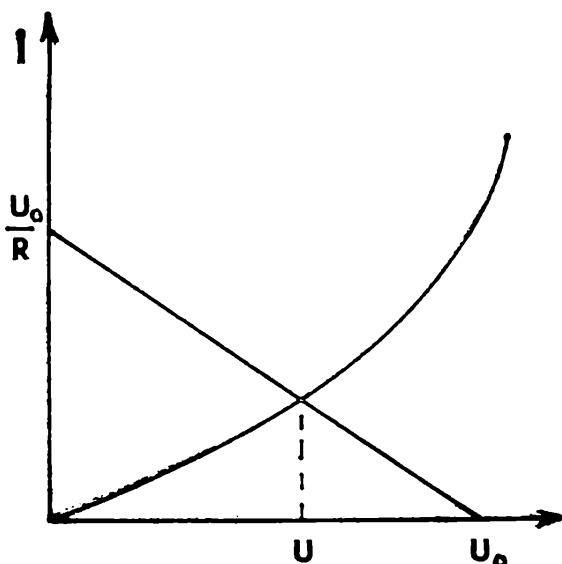
Jiným, v technické praxi značně rozšířeným nelineárním prvkem je *termistor* a jeho voltampérová charakteristika má odlišný průběh (obr. 2). Je z ní zřejmé, že s rostoucím napětím se termistor procházejícím proudem zahřívá, ale jeho dynamický odpor se zmenšuje. Teplotní součinitel odporu α termistoru je záporný [$R = R_0(1 - \alpha t)$].

Vlastnosti nelineárních obvodových prvků se významně projevují v obvodech, v nichž jsou spojeny s lineárními prvky. Uvažujeme nejjednodušší obvod, který je tvořen sériovým spojením lineárního rezistoru o odporu R a nelineárního prvku, jehož statický odpor je R_n . Kdyby šlo o sériové spojení dvou lineárních rezistorů, byla by úloha velmi jednoduchá a napětí U_0 zdroje by se na oba prvky rozložilo v poměru velikostí jejich odporů.

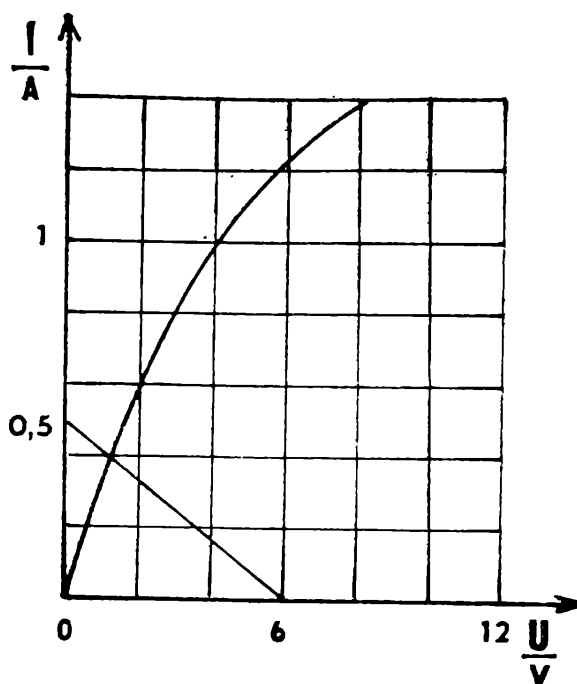
V případě nelineárního prvku však takto postupovat nemůžeme a napětí na obou prvcích určíme pomocí voltampérové charakteristiky.

Poněvadž jsou prvky o odporech R a R_n spojeny sériově, prochází jimi stejný proud a platí rovnice

$$U_0 = IR + IR_n = IR + U,$$



Obr. 3



Obr. 4

kde U je napětí na nelineárním prvku a U_0 je napětí zdroje. Po úpravě dostaneme pro napětí U rovnici

$$U = U_0 - IR, \quad (1)$$

což je lineární rovnice, která musí být splněna pro všechny hodnoty proudu v obvodu. Současně však víme, že napětí na nelineárním prvku a proud, který jím prochází, může nabývat jen hodnot, které odpovídají bodům na voltampérové charakteristice. Proto znázorníme do grafu voltampérové charakteristiky přímku definovanou rovnicí (1). Její průsečík s voltampérovou charakteristikou nám určí ustálený (stacionární) stav obvodu s nelineárním prvkem, tzn. napětí U na tomto prvku a proud I , který jím v ustáleném stavu prochází (obr. 3).

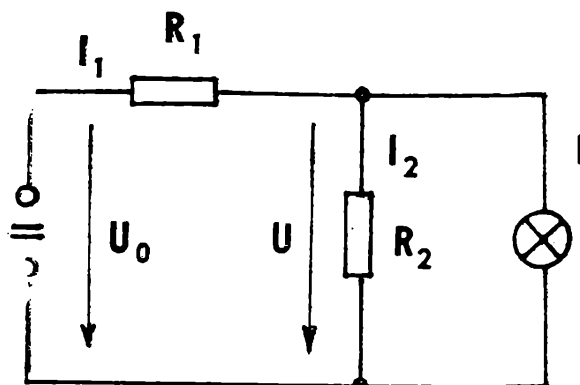
Pro graf rovnice (1) se používá název *zatěžovací charakteristika obvodu* a její konstrukci provedeme velmi snadno: určíme krajní body zatěžovací charakteristiky, jimiž jsou průsečíky s osami U a I . Průsečík s osou U odpovídá případu, kdy $I = 0$, takže z rovnice (1) vyplývá, že $U = U_0$. Druhý krajní bod je určen podmínkou, že $U = 0$. Z rovnice (1) pak najdeme $I = \frac{U_0}{R}$. Oba nalezené body spojíme přímkou a její průsečík

s voltampérovou charakteristikou určuje ustálený stav obvodu.

Grafické řešení obvodů s nelineárními prvky je v technické praxi velmi časté a pro lepší pochopení podstaty tohoto postupu si uvedeme tři, poněkud složitější příklady:

Příklad 1: Na obr. 4 je voltampérová charakteristika automobilové žárovky, která je zapojena do obvodu na obr. 5. Určete výkon proudu procházejícího žárovkou.

Řešení: Výkon $P = UI$, takže musíme najít odpovídající hodnoty napětí a proudu, který žárovkou prochází. Na žárovce a rezistoru R_2



Obr. 5

je stejné napětí U a na rezistoru R_1 je napětí $(U_0 - U)$. Proto platí

$$I_1 = \frac{U_0 - U}{R_1}$$

Rezistorem R_2 prochází proud $I_2 = \frac{U}{R_2}$, takže žárovkou prochází proud

$$I = I_1 - I_2 = \frac{U_0}{R_1} - U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Tuto rovnici upravíme do tvaru

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I, \quad (2)$$

což je rovnice zatěžovací charakteristiky obvodu. Jestliže dosadíme hodnoty: $U_0 = 15 \text{ V}$, $R_1 = 30 \Omega$ a $R_2 = 20 \Omega$, dostaneme pro číselné hodnoty U a I rovnici

$$U = 6 \text{ V} - (12 \Omega) I$$

Krajní body zatěžovací charakteristiky budou:

$$U = 6 \text{ V pro } I = 0 \text{ a } I = 0,5 \text{ A pro } U = 0$$

Průsečíku voltampérové charakteristiky odpovídají body $U = 1,2 \text{ V}$ a $I = 0,4 \text{ A}$, takže výkon proudu procházejícího vláknem žárovky

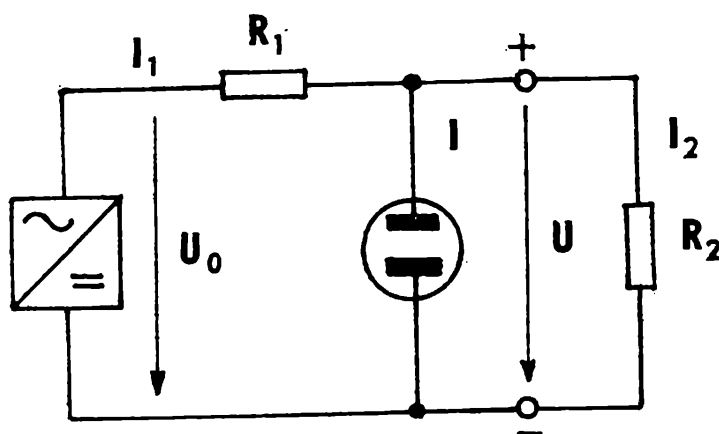
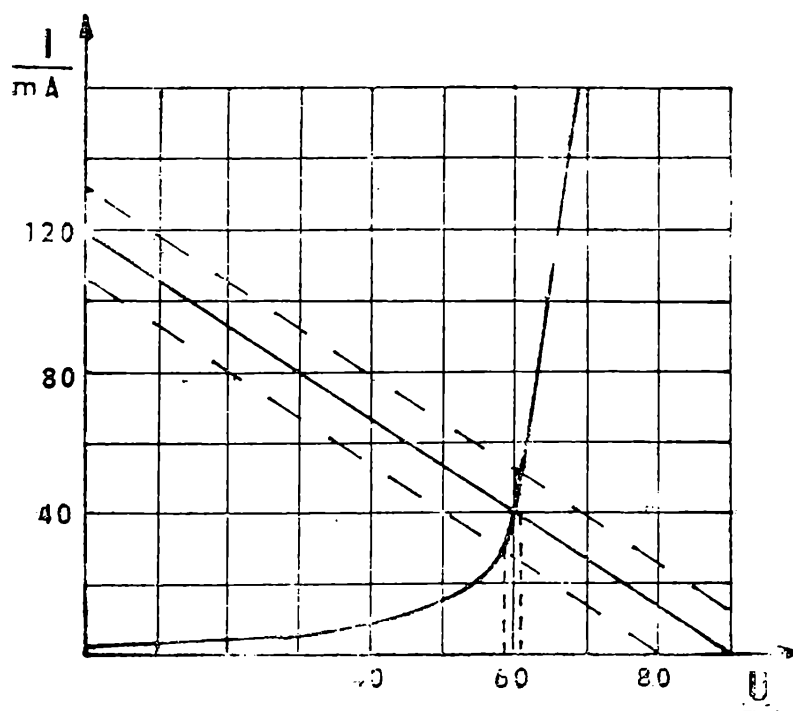
$$P = UI = 0,48 \text{ W}$$

Příklad 2: Zdroj stejnoměrného napětí $U_0 = 120 \text{ V}$ je doplněn stabilizátorem, jehož voltampérová charakteristika je na obr. 6. Stabilizátor je sériově spojen s ochranným rezistorem $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ a k výstupu stabilizátoru je připojen pracovní rezistor $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$ (obr. 7). V jakém intervalu hodnot se může měnit napětí zdroje, aby napětí U na pracovním rezistoru bylo udržováno v intervalu $U \pm 1 \text{ V}$.

Řešení: Jako stabilizátor je použit nelineární obvodový prvek (např. doutnavka), jehož dynamický odpor je zpočátku značný, ale po překročení určitého, tzv. zápalného napětí prudce klesá a proud obvodem se značně zvětší. Změny napětí na stabilizačním prvku však jsou nepatrné.

Zatěžovací charakteristika obvodu na obr. 7 je popsána stejnou rovnicí (2) jako v příkladu 1. Po dosazení hodnot jednotlivých veličin dosta-

Obr. 6



Obr. 7

neme pro číselnou hodnotu výstupního napětí stabilizačního obvodu vztah

$$U = 0,75 U_0 - 0,75 \cdot (10^3 \Omega) I$$

Sestroj graf zatěžovací charakteristiky, jehož krajní body jsou $U = 90 \text{ V}$ pro $I = 0$ a $I = 120 \text{ mA}$ pro $U = 0$. Ustálenému stavu odpovídá výstupní napětí stabilizátoru 60 V . Aby byl splněn požadavek stabilizace, tj. aby výstupní napětí kolísalo maximálně mezi hodnotami 59 V a 61 V , musíme určit interval hodnot napětí U_0 zdroje. Pro $U' = 59 \text{ V}$ určíme z voltampérové charakteristiky proud procházející stabi-

lizátorem ($I' = 30 \text{ mA}$) a $I'_2 = \frac{U'}{R_2} = 19,7 \text{ mA}$. Napětí U'_1 na rezistoru R_1 vypočítáme ze vztahu

$$U'_1 = R_1 (I' + I'_2) = 49,7 \text{ V}$$

RELACE (lat. *re-* = zpět, 'znova') — „přinesení nazpátek, opětné přinášení“; zpráva („znovu, dále nesená informace“); vztah, poměr; v. relace

TRANSLACE (lat. *trans-* = přes) — „přenášení“, přenos; v. translace
LAKTOMETR (slož. z řec. *lac, lactos* = mléko; srov.

LAKTACE — vyměšování mléka + řec. *metron* = měřidlo, míra; v. -metr¹) — „měřič mléka“; hustoměr měřící tučnost mléka

LAMELA (přes franc. *lame*, zdrob. *lamelle* od lat. *lamina* = tenký kousek dřeva, kovu, kamene apod.; plát, plíšek, destička; v. laminát) — destička, plátek jako součást technického zařízení; **LAMELÁRNÍ** — páskovitý

LAMINÁRNÍ v. **LAMINÁT**

LAMINÁT (od lat. *lamina* = tenký kousek dřeva, kovu, kamene apod.; plát; plátek, plíšek, destička) — vrstvená plastická hmota, kde několiké vrstvy jsou zpevňovány vlákny; **LAMINÁRNÍ** — „z tenkých plíšků, pásků“; vrstevnatý, vrstvovitý; ve fyzice **LAMINÁRNÍ** proudění — vláknové; v. t. lamela, lamelární

LASER (zkratkové slovo utvořené z angl. *l(ight) a(mplification by) s(timulated) e(mission of) r(adiation)* = světelné zesílení stimulovanou emisí záření) — zařízení, které mnohonásobně zesiluje a usměrňuje světelné záření; **LASEROVÝ** paprsek

LATENTNÍ (od lat. *lateo, -ere*, ptc. přez. *latens-entis* = skryt, skrývat se) — „skrývající se“; skrytý, utajený; ve fyzice **LATENTNÍ** energie — 1. energie, která je podle teorie relativity obsažena („ukryta“) v každé hmotě; 2. energie projevující se teprve tehdy, je-li uvolněna; např. energie „ukrytá“ ve vodě nadržené v nádrži se výtokem vody uvolní, změně na „viditelnou“ energii pohybovou; **LATENTNÍ** teplo — teplo látkou přijaté, ale neprojevující se zvýšenou teplotou této látky (dle dřívější představy bylo teplo v nově vzniklé fázi předmětu „utajeno, skryto“)

LEGÁLNÍ (z lat. *legalis*, od *lex, legis* = zákon) — zákonný, zákonitý, zákonem vyhlášený. Pozn.: S tím nesouvisí **LEGOVANÁ** ocel; to je od it. *legare* = spojovat, směšovat (srov. v hudbě **LEGATO** — vázaně, „spojovaně“). Lat. vázat = *ligare* (srov. **LIGATURA** — v hudbě oblouček spojující přes taktovou čáru dvě noty stejné výše). **LEGOVAT** tedy znamená přidávat příměs do tavených kovů. Zlepšená jakost **LEGOVANÉ** oceli se získala přidáním niklu nebo kobaltu; mince z **LEGOVANÉHO** stříbra jsou trvalejší, protože stříbro „bylo smíšeno, spojeno“ s mědí.

LEPTONY (slož. z řec. *leptos* = tenký, řídký, slabý, drobný + *-on* — umělá přípona použitá analogicky podle „elektron“ pro označení částic; v. -on) — souborný název pro skupinu nejlehčích elementárních částic. Pozn.: Složením řec. *leptos* = tenký, slabý + *sóma* = tělo vznikl termín

LEPTOZÓM — člověk hubené, štíhlé postavy, s drobnou kostrou a měkkým svalstvem.

LIBELA (z lat. *libella* = jednotka, celek, nepatrná mince; zdrob. od *libra* = jednotka váhy, váha, přístroj na zjišťování vodorovnosti; srov. EKVILIBRISTIKA — umění udržovat rovnováhu; lat. *aequus* = rovný, stejný) — přístroj k určování vodorovné polohy plochy; vodováha; v. t. librace

LIBRACE (z lat. *libratio*; od *libro*, -are, ptc. pf. *libratus* = vážit, vyvažovat, držet v rovnováze; od *libra*, v. libela — „vážení, vyvažování, pokyvování“; ve fyzice: LIBRACE Měsíce — zdánlivý nebo skutečný kývavý pohyb Měsíce

LIKVIDUS (z lat. *liquidus* = tekutý, plynňý; srov. LIKVIDOVAT — zničit, odstranit, „učinit tekutým“) — čára diagramu, která spojuje teploty počátků krystalizace jednotlivých poměrů slitin, tj. znázorňuje, kdy slitina začne téci, začne se tavit; opakem: solidus. Pozn.: S lat. *liquidus* souvisí lat. *liquor* = tekutina, z čehož přes francouzštinu vzniklo LIKÉR.

LIMITA (od lat. *limes*, -itis = příčná cesta, mez, hranice; nejmenší nebo největší množství, krajní mez; srov. LIMIT) — krajní mez (jakožto matematická hodnota; LIMITNÍ — týkající se limity (např. limitní hodnota); LIMITATIVNÍ — omezující, omezovací (např. limitativní klauzule smlouvy)

LINEÁRNÍ (z lat. *linearis*; od *linea* = lněná nit, šňůra, čára; srov. LINIE, LINKA) — týkající se čar, linií; protože časté české zakončení -ární dává slovu význam nějaké vlastnosti odvozené od příslušného podst. jména, LINEÁRNÍ funkce je ta, jejímž grafem je přímka; LINEÁRNÍ interpolace je nahrazení příslušné hodnoty funkce hodnotou funkce přímky; LINEÁRNÍ rovnice je ta, jejímž grafem pravdivosti je přímka; LINEÁRNĚ polarizované světlo je světlo polarizované přímkově, do jedné roviny; LINEÁRNÍ urychlovač je ten, kde zrychlení částic probíhá na přímé čáře; v. t. kolimace, kolineace

LITR (přes franštinu z řec. *litra*, což však byla pořečtěná lat. *libra*, ve významu 1. stříbrný peníz; 2. váha 12 uncí) — objemová jednotka 1 dm³: Pozn.: Termín byl utvořen z řecké jednotky hmotnosti, protože původně byl litr definován jako objem jednoho kilogramu čisté, vzduchoprázdné vody.

LM psáno lm (od lat. *lumen* = světlo, záře; v. lumen) — zkratka pro jednotku světelného toku — lumen

-LOGIE (od řec. *logos* = slovo, řeč) — koncová část složených slov, která mají dvojí význam:

1. „slovo, výrok, řeč, mluva“, přičemž počáteční část složeného slova „výrok, řeč“ blíže upřesňuje; např. TRILOGIE — soubor tří skladeb spojených jednou společnou základní myšlenkou (řec. *treis* = tři); v. t. analogie, tautologie; 2. „nauka, věda“ zabývající se tím, co je

vyjádřeno v předcházející části složeného slova; např. BIOLOGIE (řec. *bios* = život) — „věda o životě“; v. t. aerologie, astrologie, fyziologie, geologie, homologie, hygrolgie, kosmologie, meteorologie, metrologie, terminologie. Pozn.: Zpravidla existuje souvztažná koncová složka -LOG pro osobu, vědce, který se příslušným vědním oborem zabývá; např. biologie-biolog, geologie-geolog apod. (srov. dvojici -nom — -nomie).

LOKÁLNÍ (z lat. *localis*, od *locus* = místo; srov. LOKALITA — místo vyznačující se výskytem něčeho) — místní, omezený na určité místo, týkající se stanoveného místa, případně bodu; v. t. dislokace, lokomotiva

LOKOMOTIVA (slož. z lat. *locus* = místo; v. lokální + *moveo*, -ere, ptc. pf. *motus* = hýbat, pohybovat, dojímat, v. motor) — stroj „pohybující se z místa“

LONGITUDINÁLNÍ (od lat. *longitudo*, -inis = délka; od *longus* = dlouhý; v. elongace) = podélný, týkající se zeměpisné délky; ve fyzice: LONGITUDINÁLNÍ vlnění — podélné vlnění (na rozdíl od transverzálního, v. t.)

LOXODROMA (slož. z řec. *loxos* = příčný, kosý + *dromos* = běh, běhání, běžecká dráha; srov. AUTODROM — zkušební nebo závodní dráha pro automobily; KOSMODROM — startovací plocha raket vysílaných do vesmíru) — kosoběžka

LUMEN (z lat. *lumen* = světlo, zář; srov. ILUMINACE — osvětlení) — ve fyzice: jednotka světelného toku; v. t. dekalumen, lm, luminofor
LUMINISCENCE — světélkování; světelné záření vyvolané různými fyzikálními příčinami kromě vysoké teploty

-LUMINISCENCE — koncová složka složených slov, přičemž první složka upřesňuje druh světélkování, tj. buď říká, co vlastně světélkuje, např. BIOLUMINISCENCE (řec. *bios* = život) — světélkování živých organismů, nebo říká, co je příčinou světélkování, např. ELEKTROLUMINISCENCE — světélkování podmíněné elektrickou energií; v. t. foto-, katodo-, radio-, rentgeno-, termoluminiscence

LUMINOZITA — svítivost

LUMINOFOR (slož. z lat. *lumen*, -inis = světlo, záře; v. *lumen* + řec. *foros*, od *feró* = nést; v. -for) — „nesoucí světlo, nosič světla“; pevný zdroj luminiscenčního záření; prvková skupina, která dodává chemickým sloučeninám schopnost světélkovat

LUMINOZITA v. **LUMEN**

LUNÁRNÍ (z lat. *lunaris*, od *luna* = měsíc — kosmické těleso) — měsíční, měsíčný, týkající se měsíce, měsícový, měsícovitý; LUNÁRNÍ kalendář — sestavený podle fází Měsíce; LUNÁRNÍ den — doba mezi dvěma kulminacemi Měsíce; v. t. semilunární

LUX (z lat. *lux*, *lucis* = světlo; srov. LUCERNA) — ve fyzice: jednotka osvětlení

76 **LYOTROPNÍ** (slož. z řec. *lyó* = rozpojovat, uvolňovat; v. analýza + *tropos*, od *trepó* = obracet; v. tropy) — ve fyzice: **LYOTROPNÍ** kapalně krystalické jsou ty, které se do tekutého stavu dostaly (změnily, „obrátily“) rozpouštěním některých organických látek; v. t. termotropní; **LYOTROPNÍ** vlivy — vlivy rozpouštěných látek na rozpustnost pevné hmoty, na její stlačitelnost, povrchové napětí apod. (tj. rozpouštěné látky mění, „obracejí“ dosavadní stav pevné látky)

M (od lat. *massa* = těsto, tvárná hmota) — ve fyzice: značka pro hmotu

MAGNET (z lat. *lapis Magnes*, -etis = kámen z Magnésie, maloasijského města, kde bylo naleziště magnetitu) — přirozené nebo umělé těleso, které přitahuje železo; **MAGNETICKÝ**; vt. elektromagnetický, paramagnetický; **MAGNETIKUM** (v. -ikum) — látka ovlivňující magnetické pole; **MAGNETISMUS** — schopnost látky projevovat se jako magnet; souhrnný název pro magnetické jevy; **MAGNETIZACE** (v. -izace) — míra zmagnetování látky; pochod v látkách při působení magnetického pole; vt. demagnetizace; **MAGNETIZAČNÍ** proud — elektrický proud vytvářející magnetické pole; **MAGNETKA** — „malý magnet“; lehounký tyčový magnet; střelka kompasu

MAGNETO- (v. magnet) — počáteční část složených slov mající význam „nějakého vztahu k magnetu“

MAGNETOFON (řec. *fóné* = hlas, zvuk; v. -fon) — „zvuk zachycený magnetem“; elektroakustický přístroj k magnetickému nahrávání a vysílání zvuku

MAGNETOGRAF (řec. *grafó* — rýt, psát; v. -graf) — přístroj zaznamenávající změny zemského magnetismu

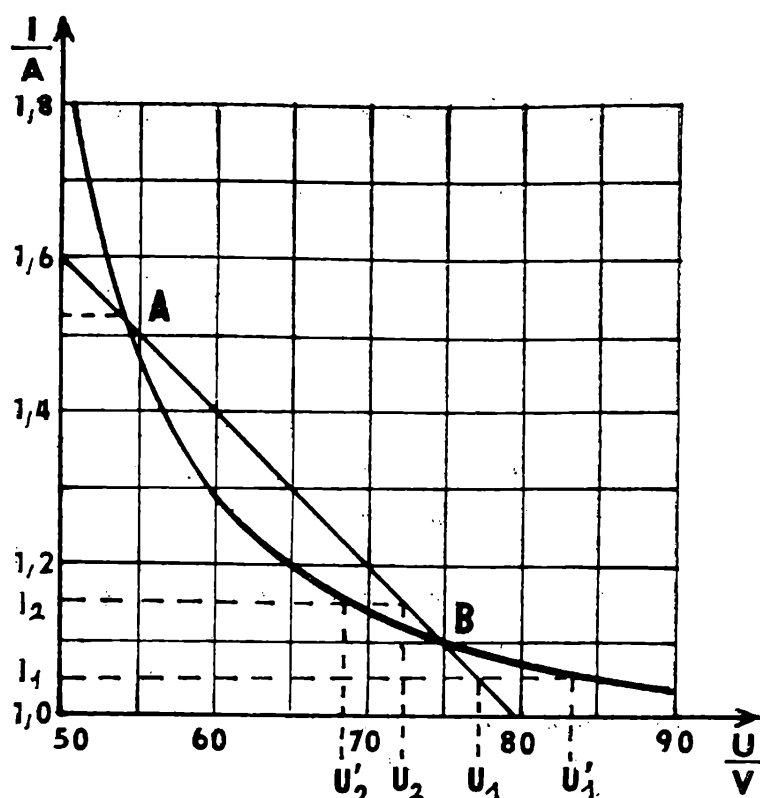
MAGNETOMETR (řec. *metron* — měřidlo, míra; v. -metr¹) — přístroj k měření magnetizace feromagnetických látek

MAGNETON (slož. z lat. *lapis Magnes*; v. magnet + -on, umělá přípona používaná analogicky podle „elektron“ pro označení částic; v. -on) — jednotka magnetického momentu elektronu; nejmenší magnetický moment (původně „magneton“ měl být nejmenší částicí magnetickou, jako je „elektron“ nejmenší částicí elektrickou)

MAGNITUDA (z lat. *magnitudo*, od *magnus* = velký) — „velikost“; v astronomii: hvězdná velikost, jasnost; veličina udávající jasnost hvězd nebo jiných předmětů na obloze; v geofyzice: jednotka velikosti zemětřesení

MAJORITNÍ (z lat. *maior* = větší; 2. stupeň od *magnus* = velký; srov. **MAJORITA** — většina) — většinový; opak: minoritní; vt. majuskule

MAJUSKULE (z lat. *maiusculus* = něco většího; zdobně od *maior* = větší; v. majoritní) — „trochu větší písmeno“; velké písmeno, písmeno velké abecedy; **MAJUSKULÁRNÍ** písmo — složené z písmen velké abecedy; srov. minuskule



a pro nejnižší hodnotu napětí zdroje U'_0 najdeme

$$U'_0 = U' + U'_1 = 109 \text{ V}$$

Podobným způsobem určíme nejvyšší hodnotu napětí zdroje $U''_0 = 131 \text{ V}$. To znamená, že požadavek na stabilizaci napětí je splněn při kolísání napětí zdroje $\pm 11 \text{ V}$.

Příklad 3: Na obr. 8. je voltampérová charakteristika elektrického oblouku. Jaký proud bude obloukem procházet, jestliže je oblouková lampa připojena přes ochranný rezistor $R = 500 \Omega$ ke zdroji stejnosměrného napětí $U_0 = 80 \text{ V}$?

Řešení: Napětí na elektrickém oblouku $U = U_0 - IR$, kde I je proud v obvodu. Podobně jako v předcházejících úlohách určuje tato rovnice průběh zatěžovací charakteristiky a její průsečíky s voltampérovou charakteristikou odpovídají stacionárnímu stavu. Z obr. 8 je patrné, že v tomto případě protíná zatěžovací charakteristika voltampérovou charakteristiku ve dvou bodech. Existují tedy dva stacionární stavy elektrického oblouku jednak při nižším napětí (bod A), jednak při vyšším napětí (bod B). Posoudíme význam obou případů.

Bod A odpovídá stabilnímu stavu a bod B přísluší stavu nestabilnímu. Přesvědčíme se o tom následující úvahou: Při náhodném zmenšení proudu na hodnotu I_1 bude na oblouku napětí U_1 , které je menší než napětí U'_1 , podmiňující správné hoření oblouku, a oblouk uhasíná. Jestliže se proud oblouku náhodně zvýší na hodnotu I_2 , bude napětí U_2 naopak větší, než je potřebné napětí U'_2 . To znamená, že nastane další zvětšení proudu a oblouk postupně přejde do stabilního stavu určeného bodem A. Z obr. 8 najdeme, že tento stav nastane při proudu $I \doteq 1,5 \text{ A}$.

Interferencia a ohyb svetla I.

Doc. RNDr. ing. DANIEL KLUVANEC, CSc., Nitra

(Študijná téma pre kategóriu A XXIX. ročníka FO)

Interferencia svetla a ohyb svetla patria medzi javy rovnakej fyzikálnej podstaty. V konkrétnych javoch, kde interferenciu alebo ohyb svetla možno pozorovať, dochádzame v rôznych prípadoch k rôznym matematickým vzťahom vyjadrujúcim podmienky interferencie alebo ohybu. Vysvetlenie týchto javov a odvodenie potrebných vzťahov sa zjednoduší, ak berieme do úvahy spoločné fyzikálne princípy všeobecnej interferencie.

Pod pojmom *interferencia svetla* rozumieme skladanie svetelných vln, ktoré nastáva pri ich šírení v súlade so zákonmi geometrickej optiky (priamočiare šírenie svetla, odraz svetla, lom).

Ohybom —difrakciou— svetla rozumieme skladanie svetelných vln v tých miestach priestoru, kde sa svetelné lúče odrazom alebo lomom priamo nedostanú. Vysvetlenie ohybových javov je dané interferenciou a použitím Huygensovho princípu (pozri [1]).

Niektoré učebnice nerozlišujú interferenciu a ohyb svetla (napr. [2]). Všetky optické javy, ktoré sú výsledkom skladania (superpozície) svetelných vln v priestore, označujú spoločným názvom všeobecné interferenčné javy.

Najvhodnejšie je urobiť delenie na 1. interferenčné javy a 2. ohybové interferenčné javy.

Aby interferenčné javy boli pozorovateľné, skladané svetelné vlny musia byť koherentné, t.j. musia si zachovať časove nepremenný fázový rozdiel. Najjednoduchšie túto podmienku je možné splniť tak, že zabezpečíme interferenciu dvoch častí tej istej vlny (napr. odrazená časť a dopadajúca časť vlny).

Experimenty potvrdzujú, že i pri zachovaní uvedenej podmienky rozdelenia svetelnej vlny na dve časti nezískame vždy očakávaný interferenčný jav. Svetlo z atómov sa emituje v dávkach približne za dobu $\tau = 1 \cdot 10^{-8}$ s, počas ktorej vyžiari atóm „vlnový balík“ ako monochromatickú vlnu. Dĺžka L vlnového balíka $L = c \tau \doteq 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 3 \text{ m}$ ohraničuje dráhový rozdiel medzi dvoma časťami svetelnej vlny, ktoré možno považovať za koherentné. Pri prekročení dráhového rozdielu L medzi časťami interferejúcej vlny sa interferenčný obraz trvale mení (pozri [3]).

Princípy uplatňujúce sa pri interferencii svetla a ohybe svetla:

a) Predpokladajme, že máme dva koherentné zdroje svetla. Pod-

mienkou pre vznik svetelného maxima pri skladaní vln v určitom smere je, aby rozdiel δ optických dráh oboch vln bol rovný celočíselnému násobku vlnovej dĺžky

$$\delta = k \lambda ,$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

V tomto prípade sa vlny stretávajú s rovnakou fázou a zosilňujú sa.

b) Svetelné minimum vzniká v smeroch, v ktorých rozdiel optických dráh oboch vln je rovný nepárnemu násobku polovice vlnovej dĺžky

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} ,$$

$$k = 1, 2, 3,$$

Skladajúce vlny sa stretávajú s opačnou fázou, zoslabujú sa.

c) Ak sa svetlo odráža na rozhraní od opticky hustejšieho prostredia, zmení sa jeho fáza o π , čo je ekvivalentné zväčšeniu optickej dráhy

o $\frac{\lambda}{2}$. Pri odraze svetla na opticky redšom prostredí sa jeho fáza nemení.

d) Optická dráha δ svetla je n násobkom geometrickej dráhy s svetla, t.j. $\delta = ns$, kde n je index lomu prostredia.

1. Základné interferenčné javy

a) Určte plochy maximálnej a minimálnej intenzity svetla v izotropnom optickom prostredí, ak dva bodové zdroje svetla Z_1, Z_2 (obr. 1) vyžarujú koherentné svetlo s vlnovou dĺžkou λ s rovnakou amplitúdou a (myslí sa tým amplitúda elektrickej alebo magnetickej zložky svetla). Ich začiatkové fázy v bodoch Z_1, Z_2 sú nulové.

Výsledná vlna v určitom mieste prostredia je daná vzťahom

$$\begin{aligned} E(t) &= a \cos(\omega t + \varphi_1) + a \cos(\omega t + \varphi_2) = \\ &= 2a \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cos \left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \end{aligned}$$

jej amplitúda

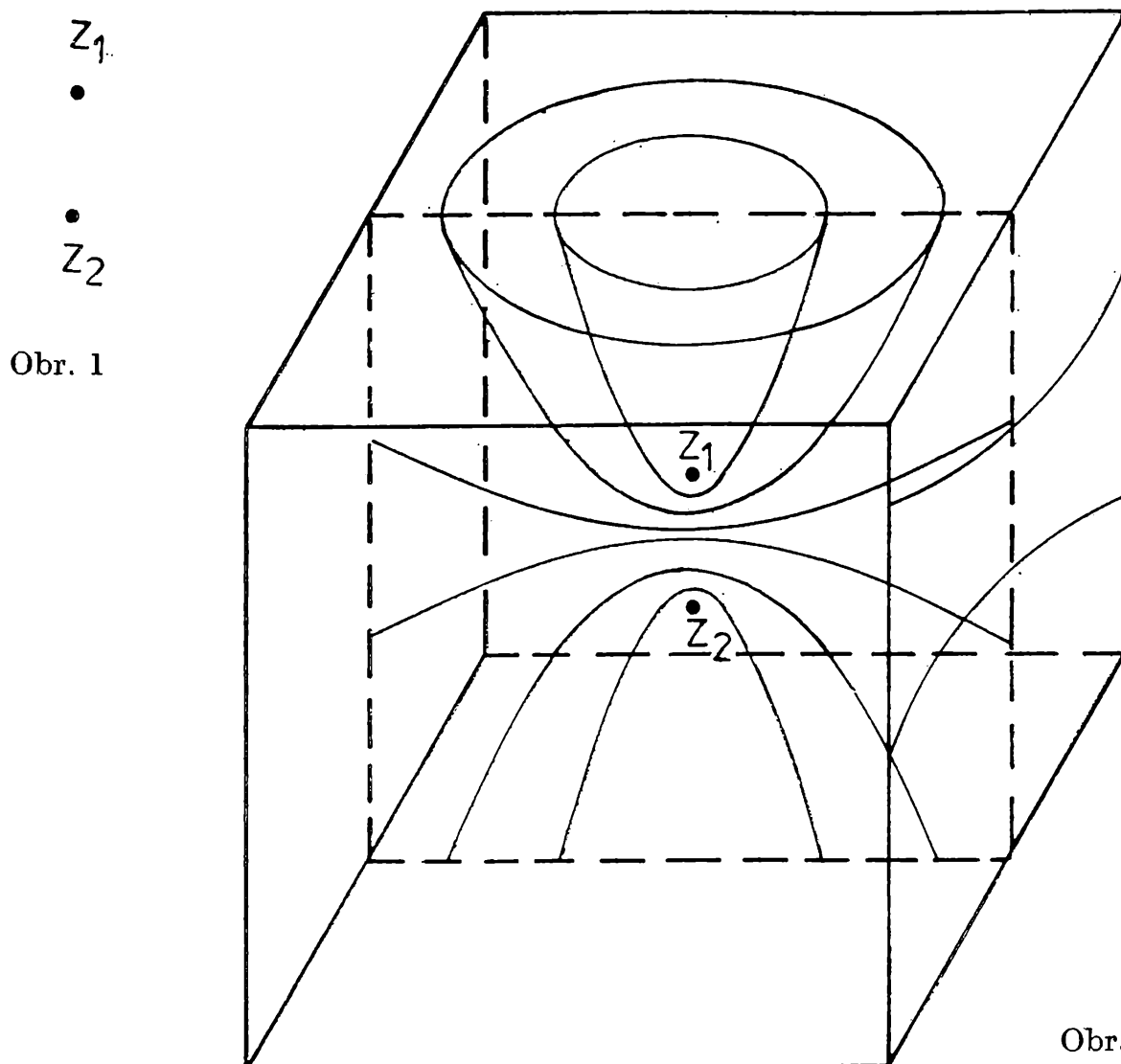
$$A = 2a \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \quad (1)$$

je závislá od rozdielu $\varphi_1 - \varphi_2$ začiatkových fáz oboch vln. V bodoch, v ktorých $\varphi_1 - \varphi_2 = k 2\pi = k_1$, kde $k = 0, 1, 2, \dots$ (t.j. $\delta = k \cdot \lambda$), je amplitúda A maximálna, $A = 2a$. Intenzita I svetla je priamo úmerná druhej mocnine amplitúdy, $A^2 = 4a^2$, t.j. $I \sim 4a^2$.

V bodoch, v ktorých $\varphi_1 - \varphi_2 = (2k + 1) \pi = k_2$, kde $k = 0, 1, 2, \dots$

$\left(\text{t.j. } \delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \right)$, je amplitúda $A = 0$, t.j. aj intenzita I svetla je nulová.

Z (1) vyplýva, že svetelné maximá vznikajú v bodoch izotropného prostredia, ktorých vzdialenosti s_1, s_2 od zdrojov Z_1, Z_2 splňujú podmienku



Obr. 1

Obr.

$$|s_1 - s_2| = k \lambda = k_1. \quad (2)$$

Svetelné minimá zas v bodoch splňujúcich podmienku

$$|s_1 - s_2| = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = k_2. \quad (3)$$

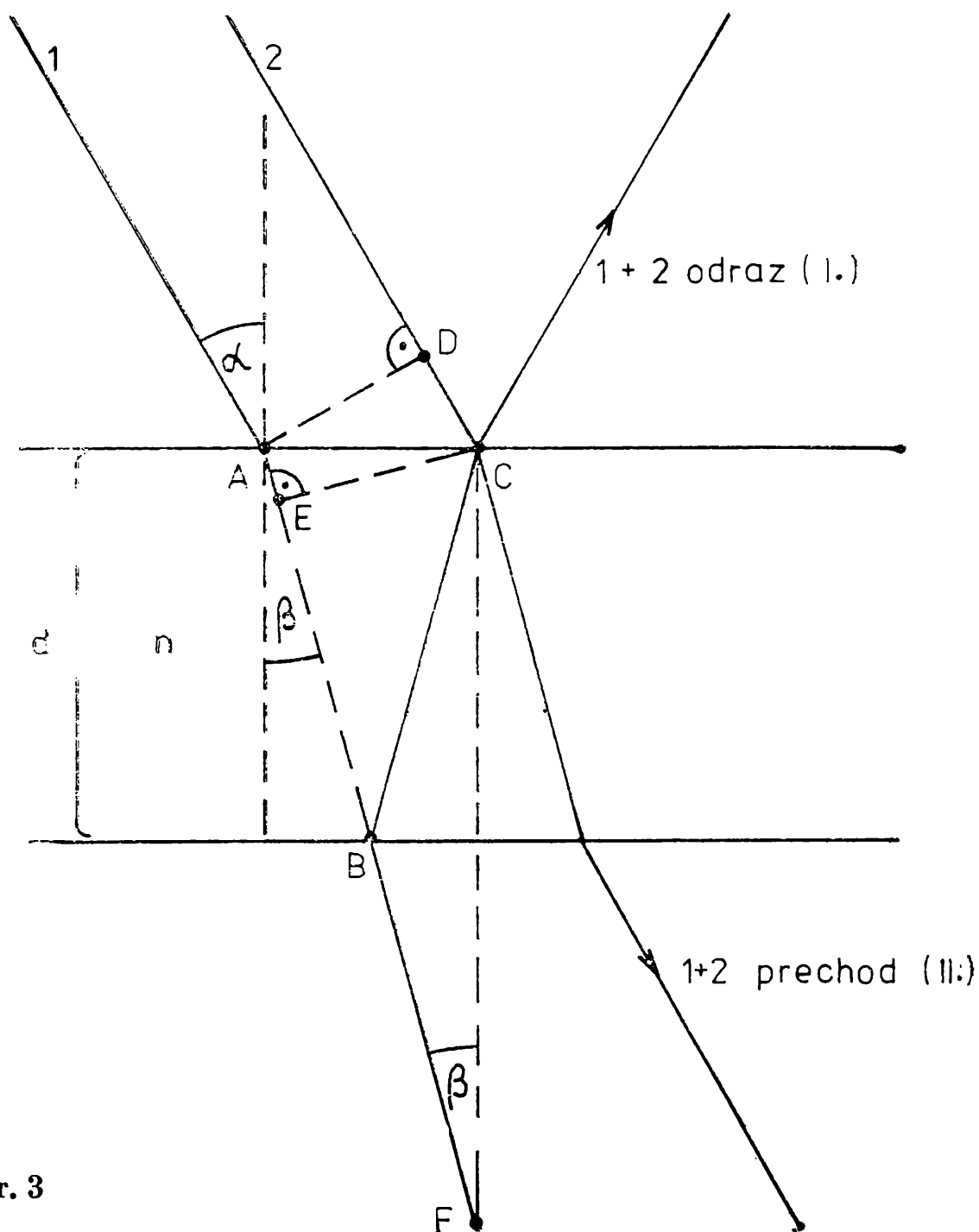
V oboch prípadoch množiny bodov splňujúce podmienky (2) i (3) vytvárajú v priestore rotačné hyperboloidy (obr. 2) s ohniskami v bodoch Z_1, Z_2 .

b) Určte uhly dopadu monochromatického svetla z vákua na planparalelnú izotropnú tenkú vrstvu s indexom lomu n , pri ktorých vzniká po odraze alebo prechode svetla svetelné maximum.

Dve vlny z toho istého vlnového balíka interferujú po odraze i prechode vrstvou s dráhovým rozdielom (obr. 3)

$$EB + BC = EF = 2d \cos \beta,$$

kde d je hrúbka vrstvy. Rozdiel optických dráh svetelných vln je $2nd \cos \beta$.



Obr. 3

Pri odraze vlny 2 v bode C rozhrania nastáva zmena jeho fázy o π , čo zodpovedá optickej dráhe $\frac{\lambda}{2}$.

Pri prechode svetla nenastáva odraz na opticky hustejšom prostredí, vlna 1 sa dvakrát odráža (v bodoch B a C) na opticky redšom prostredí.

(Presvedčte sa, že uvedená úvaha platí aj v tom prípade, ak vrstva je opticky redšie prostredie ako jej okolie.)

Podmienka svetelného maxima odrazeného svetla potom je

$$2nd \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = k\lambda = 2k \frac{\lambda}{2},$$

$$2nd \cos \beta = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (4)$$

Podmienka svetelného maxima prechádzajúceho svetla

$$2nd \cos \beta = k\lambda. \quad (5)$$

Do interferenčných podmienok (4) a (5) možno namiesto uhla lomu β zo zákona lomu dosadiť uhol dopadu α , lebo platí

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}.$$

Potom máme

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (4a)$$

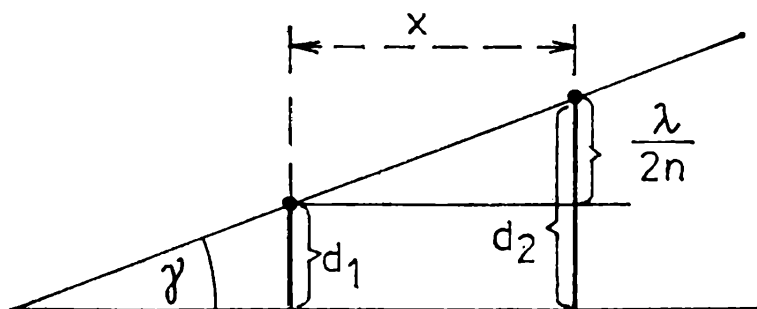
$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = k\lambda. \quad (5a)$$

Pre monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou λ a dostatočne malú hrúbku d vrstvy nájdeme uhly α_i , ktoré vyhovujú podmienke (4a), podobne i (5a), pre hodnoty $k_i = 1, 2, 3, \dots$. Hovoríme o maximách 1., 2., 3., ... rádu. Jednu z veličín d, n, α, k, λ možno vypočítať, ak sú známe alebo meraním určené ostatné štyri veličiny.

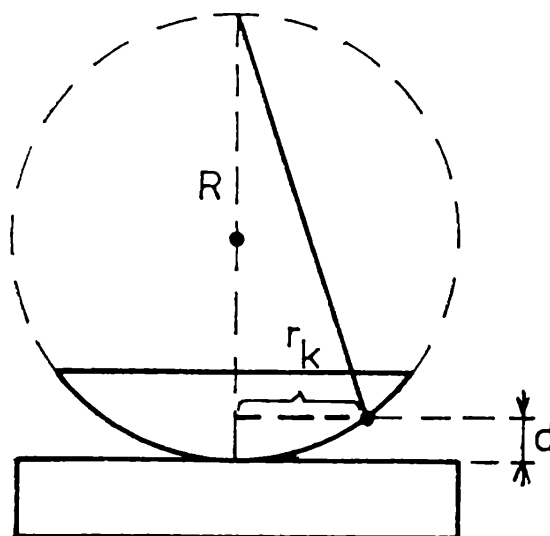
c) Na klinovej vrstve s indexom lomu n vznikajú v odrazenom i prechádzajúcom monochromatickom svetle z vákua priame svetlé a medzi nimi tmavé pružky. Určte vzdialenosť x dvoch susedných pružkov, ak uhol γ klinovej vrstvy je malý ([4]).

K odvodeniu požadovaného vzťahu možno použiť podmienku pre tenkú planoparalelnú vrstvu pre odrazené svetlo (4a) alebo prechádzajúce svetlo (5a). Predpokladajme kolmý dopad svetla ($\alpha = 0$ rad). Nech susedné svetlé pružky vznikajú v miestach klinu s hrúbkami d_1, d_2 (obr. 4). Platí

Obr. 4



Obr. 5



$$2d_1n = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

$$2d_2n = [2(k + 1) + 1] \frac{\lambda}{2}$$

Z toho

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2n}.$$

Vzdialenosť x susedných prúžkov určíme zo vzťahu (obr. 4)

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\frac{\lambda}{2n}}{x},$$

$$x = \frac{\lambda}{2n\gamma}.$$

d) Sklená rovinná dosťička a plankonvexná šošovka priložená konvexnou stranou na dosťičku vytvárajú tzv. *Newtonové sklá* (obr. 5). Mimo sklených častí je vákuum. Predpokladajte, že monochromatické svetlo dopadá kolmo na rovnú časť šošovky. Aký tvar majú svetlé interferenčné prúžky odrazeného svetla? Určte bližšie ich geometrický rozmer.

Hrúbka vrstvy vákuua d sa mení so vzdialenosťou od stredu šošovky. Svetlý prúžok vzniká pri hrúbke d vrstvy, ktorá splňuje podmienku (4a)

$$2dn = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

$$d = \frac{2k - 1}{4} \lambda, \quad (7)$$

lebo $n = 1$.

Pre rád interferencie s $k = 1, 2, 3, \dots$ sú to kružnice s polomerom

$$r_k^2 = (2R - d) d \doteq 2Rd, \quad (8)$$

kde R je polomer krivosti šošovky (vzťah (8) je daný použitím Euklidovej vety). Dosadením (8) do (7) a úpravou napr. máme

$$r_k^2 = R \frac{2k - 1}{2} \lambda.$$

Meraním polomeru r_k Newtonového krúžku k -teho rádu a zo známej hodnoty R možno výpočtom určiť vlnovú dĺžku λ monochromatického svetla.

Poznámka: V prípade, že v experimente b) použijeme biele svetlo, odrazené svetlo zosilňuje farbu, ktorá podľa hrúbky d vrstvy a vlnovej dĺžky λ vyhovuje podmienke (4a). Preto vrstva oleja na vodnej hladine podľa svojej hrúbky d sa javí v odrazenom svetle v rôznych farbách. Antireflexná vrstva ďalekohľadu sa javí v odrazenom svetle modro-

fialová. Veľmi dobre splňuje podmienky pre prechádzajúce zložky svetla (5a) zo stredu svetelného spektra. V experimentoch c), d) sa biele svetlo rozkladá v interferenčných prúžkoch do farebného spektra.

Literatúra

- [1] Krempaský, J.: Fyzika. Alfa, Bratislava 1982.
- [2] Metzler Physik für den kursorientierten Unterricht in der gymnasialen Oberstufe. Gesamtband. J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1981.
- [3] Butikov, Je., I.: Interferenciya sveta. In.: Kvant, 12, 1985. Naučno-populjarnyj fiziko-matematičeskij žurnal Adakemii nauk SSSR i Akademii pedagogičeskich nauk SSSR.
- [4] Horák, Zd. a kol.: Technická fyzika. SNTL, Praha 1961.
- [6] Kabardin, O. F. a kol.: Fakul'tativnyj kurs fiziki, 10. klass. Prosveščenie, Moskva 1979.
- [6] Kabardin, O. F.: Fizika. Prosveščenie, Moskva 1985.

Pokračovanie článku bude uverejnené v ďalšom čísle RMF.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Norbert Wiener

— otec kybernetiky



DUŠAN JEDINÁK, Gymnázium Topoľčany

„Od útleho veku som mal záujem o to, čo sa okolo mňa deje, čo je toho príčinou. Otec ma uviedol do štúdia klasických a moderných jazykov aj do matematiky. Prírodné vedy som študoval, pretože som chcel.“ To sú slová jedného z najvýznamnejších vedcov 20. storočia *Norberta Wienera*. Položil teoretické základy kybernetiky a vynaložil veľké úsilie o jej oficiálne uznanie. Abstraktnú matematickú vedu vedel účinne používať pre riešenie reálnych problémov vedeckého a technického sveta.

N. Wiener sa narodil v USA v meste Colombia v štáte Missouri 26. novembra 1894.. Deväťročný začal po domácom vzdelávaní chodiť do

školy. Štrnásťročný sa stal bakalárom a osemnásťročný získal doktorát filozofie z matematickej logiky. Študoval na Harvardovej a Cornellovej univerzite, neskôr v Cambridgi a Göttingen. Stal sa úspešným matematikom, profesorom v Massachussettskom technologickom ústave. Rozpracoval otázky harmonickej analýzy, teóriu potenciálu a použitie Fourierových radov. Študoval pravidelné i náhodné poruchy v rádiovom spojení, teóriu strelby na pohyblivé ciele, konštrukciu riadených reaktívnych striel, procesy riadenia v elektronických počítačoch. Vytvoril matematický model pre náhodný pohyb častíc, úspešne využíval a rozvíjal poznatky z teórie pravdepodobnosti a matematickej štatistiky. Ovládal desať jazykov a často cestoval. Prednášal v Číne, Japonsku, Mexiku, Indii, Francúzsku. Bol v Moskve i Prahe. Wiener napísal viac ako 200 odborných príspevkov do matematických a prírodovedeckých časopisov a publikoval 14 kníh. Zomrel náhle 18. marca 1964 v Štokholme.

V roku 1948 vyšla slávna knižka s názvom „*Kybernetika alebo riadenie a prenos informácií v živom organizme a v stroji*“. V nej Wiener odhalil a formuloval zákonitosti pri prenose a spracúvaní informácií. Objasnil podobnosť v činnosti počítačích strojov a nervovej sústavy. Ukázal význam princípu spätnej väzby pre systémy automatickej regulácie, spoznal dôležitú úlohu plnohodnotných informácií v organizovaných systémoch. Kybernetika, v ktorej sa uplatňuje matematická logika, elektronika, neurológia, lingvistika i ďalšie disciplíny, umožnila úspešný prienik matematických metód do ďalších vedeckých odborov. Za bohaté výsledky svojej práce sa Wiener stal členom Národnej akadémie vied USA, získal tri čestné doktoráty a päť vedeckých cien a medailí.

Norbert Wiener sa zaoberal nielen matematikou a kybernetikou a ich teoretickými a aplikačnými problémami, ale aj otázkami filozofickými. Vedel, že poznanie súvisí s komunikáciou, moc s riadením a hodnotenie s etikou. Spoznal, že človek nie je otrokom, ale tvorcom. Hlavnú úlohu vedcov videl v hľadaní skrytého poriadku v zdanlivom chaose prírody. Vždy vyhlasoval morálnu zodpovednosť vedeckých pracovníkov za výsledky ich činnosti. Vývoj vedy je a bude v rukách a ume mladých, túžiacich po poznaní, ktorí spoznajú svoje neľahké úlohy a budú klásť na seba prísnejšie požiadavky, odborné i ľudské.

Pre našu „počítačovú éru“ sú zaujímavé Wienerove myšlienky:

„Samočinný počítač má práve takú hodnotu, akú kvalitu má človek, ktorý ho používa.“

„Keď používame *rozumné stroje*, musíme my sami prejať ešte viac rozumu a viac schopností, ako sme prejavili predtým, kým sme ich nepoužívali. Ak požadujeme *um* od stroja, musíme od seba samých žiadať ešte viac rozumu.“

„Dajte človeku, čo je ľudské, a počítaču to, čo je strojové.“

Zamyslite sa nad nimi.

Ak vás zaujímajú životné osudy N. Wienera, pozrite sa do jeho knižky „Můj život“, ktorá vyšla roku 1970 v Prahe v nakladateľstve Mladá fronta v edícii Archiv. Dozviete sa o jeho práci, intelektuálnom vývoji, cestách i osobných zážitkoch. Čítanie bude zážitkom pre vás. Skúste to.

K objemu Ohmova zákona

Uplynulo 200 let od narození George Simona Ohma (1787 — 1854)

RUDOLF KOLOMÝ, Moravská Třebová

Málo je známo, že základní zákon nauky o elektrině, pojmenovaný podle objevitele, má jako mnoho jiných objevů vykonaných v minulosti bohatou historií. Dnes se již i žáci základních škol seznamují s poznatkem, že elektrický proud procházející vodičem je přímo úměrný napětí mezi konci vodiče a nepřímo úměrný odporu vodiče. Avšak jeho prosazení do technické praxe si vyžádalo úsilí mnoho generací vědeckých pracovníků.

Georg Simon Ohm se narodil 16. března 1787 v *Erlangenu* poblíž *Norimberku* v řemeslnické rodině. Otec, zámečnický mistr, se sám soukromě vzdělával, zajímal se o matematiku, fyziku a filozofii a nelitoval peněz na nákup knih z těchto oborů. O tyto disciplíny také vzbudil zájem u svých synů: *Georga Simona* a jeho mladšího bratra *Martina*, od r. 1821 docenta a později profesora matematiky v *Berlíně*.

V r. 1805 začal *Georg Simon* studovat matematiku, fyziku a filozofii na *erlangenské univerzitě*. Pro nedostatek finančních prostředků po roce studium přerušil a přijal místo učitele matematiky ve švýcarském *Nidau* a potom v *Neuchatelu*. V r. 1811 se vrátil zpět a v r. 1813 ukončil studia. Po tři semestry působil na *erlangenské univerzitě* jako soukromý docent matematiky, avšak pro nedostatek finančních prostředků se místa vzdal a působil jako profesor matematiky a fyziky na reálce v *Bambergu* a od r. 1817 na gymnáziu v *Kolíně nad Rýnem*, kde také vykonal své důležité objevy. Ohm platil za výtečného učitele a byl svými žáky velmi oblíbený. Na gymnáziu našel na tehdejší poměry poměrně dobře vybavený fyzikální kabinet. To způsobilo, že se Ohmův zájem, odpovídající jeho sklonu, nyní více obrátil k fyzice. Velmi podnětně na něho působil *Oerstedův* objev magnetických účinků elektrického proudu a objevy dalších badatelů. Ovšem nezajímal se jen o jevy vyvolané elektrickým proudem, které byly předmětem zájmu většiny fyziků té doby, ale snažil se poznat zákonitosti elektrického obvodu. Všechny výsledky svých experimentů zveřejnil v r. 1826 v *Journal für Chemie*

und Physik. Potom zamýšlel podepřít své závěry matematickou teorií, i když u německých vědců nebylo v té době nijak rozšířeno zkoumání fyzikálních problémů matematickými prostředky. V r. 1827 vydal obsáhlejší monografii, v níž podal teoretické zdůvodnění jím objevených zákonitostí.

A jaké bylo přijetí této práce, od níž si Ohm hodně sliboval? Zatímco *J. Ch. Poggendorff* v Berlíně a *G. Fechner* v Lipsku okamžitě poznali hodnotu díla, ostatní fyzikové ji nepřijali. Kritizovali, že Ohm nevnesl světlo do řešení otázky o příčinách vzniku elektrického proudu v galvanickém článku, tehdy velmi diskutované. Nepochopili, že to nebylo záměrem pojednání a nedocenili význam matematického popisu zkoumaných jevů. Domnívali se, že Ohm dospěl ke svým závěrům spekulativní cestou, poněvadž v pojednání nebyl uveden pokusný materiál, který zveřejnil o rok dříve v *Journal für Chemie und Physik*.

Poněvadž se Ohm nedočkal uznání od německých přírodovědců, ztroskotaly také jeho naděje na akademické místo, které by mu poskytlo lepší možnosti k bádání. Nejprve přijal místo na vojenské škole v Berlíně a v letech 1833—1849 působil jako profesor fyziky na polytechnice v Norimberku, kde v letech 1839—1849 vykonával funkci rektora polytechniky.

Nehledě na přesvědčivé experimenty a dostatečně jasné teoretické zdůvodnění zůstával Ohmův zákon v průběhu téměř deseti let málo známý. Opět se ukázalo, že uvést zákon do fyziky je těžší než jej objevit. K rychlejšímu rozšíření Ohmova zákona bezesporu překážela neexistence absolutních jednotek elektrických veličin. Je třeba říci, že ani *M. Faraday* zpočátku nevěřil v platnost Ohmova zákona. V r. 1837 Francouz *C. S. Pouillet* uveřejnil dvě práce, ve kterých, snad bez znalosti Ohmových pojednání, odvodil zákony elektrického proudu. Nyní byl vědecký svět upozorněn na Ohmovu prioritu a pomalu začalo uznávání jeho práce. Poggendorffovým a Ermanovým přičiněním byl Ohm v r. 1839 zvolen dopisujícím členem berlínské akademie věd a v r. 1841 mu *Royal Society* v Londýně připsala své nejvýznamnější vědecké uznání — Copleyovu medaili. Ohmovy práce byly postupně stále více uznávány (*Jacobi, Lenz, Gauss, Henry, Wheatstone* aj.) a staly se východiskem pro další bádání v elektrodynamice, zejména v pracích *G. R. Kirchhoffa* a *H. Helmholtze*. I přesto se i nadále v literatuře bojevaly jednotlivé námitky proti Ohmovu zákonu, takže *British Association* byla ještě v r. 1876 nucena zřídit zvláštní komisi, která měla potvrdit správnost příslušného vztahu. U nás např. proti platnosti Ohmova zákona vystupoval v r. 1847 *F. A. Petřina* (1799—1855), profesor fyziky na pražské univerzitě, který obsáhle vyvracel „omyly Němce Ohma“.

Uznání z domova a ze zahraničí podnítila Ohma k dalším vědeckým výzkumům. Tentokrát obrátil pozornost k akustice a k optice.

Konečně se v r. 1849 jako dvašedesátiletý dočkal pozvání na mnichovskou univerzitu, nejprve jako mimořádný profesor a dva roky před svou smrtí se stal řádným profesorem. Zemřel 7. července 1854 v Mnichově.

V r. 1881 na mezinárodním kongresu fyziků v Paříži nazvali na Ohmovu počest jednotku elektrického odporu jeho jménem.

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Logická úloha

Následující úloha je určena těm, kteří si chtějí vyzkoušet svoje logické myšlení. Je to úloha založená výhradně na přesném logickém uvažování. Věřím, že se vám podaří zodpovědět obě otázky v závěru úlohy.

V jednom přístavu stojí vedle sebe 5 lodí.

1. Řecká loď vyplouvá v 6 hodin a veze kávu.
2. Prostřední loď má černý komín.
3. Anglická loď vyplouvá v 9 hodin.
4. Francouzská loď je nalevo od lodi vezoucí kávu a má modrý komín.
5. Napravo od lodi vezoucí kakao je loď plující do Marseille.
6. Brazilská loď pluje do Manily.
7. Vedle lodi vezoucí rýži je loď se zeleným komínem.
8. Loď do Janova vyplouvá v 5 hodin.
9. Španělská loď vyplouvá v 7 hodin a je napravo od lodi plující do Marseille.
10. Do Hamburku pluje loď s červeným komínem.
11. Vedle lodi vyplouvající v 7 hodin je loď s bílým komínem.
12. Loď kotvící na kraji veze obilí.
13. Loď s černým komínem vyplouvá v 8 hodin.
14. Loď vezoucí obilí kotví vedle lodi vezoucí rýži.
15. Do Hamburku vyplouvá loď v 6 hodin.

Která loď pluje do Port Saidu a která veze čaj?

Jarmila Pěnčíková

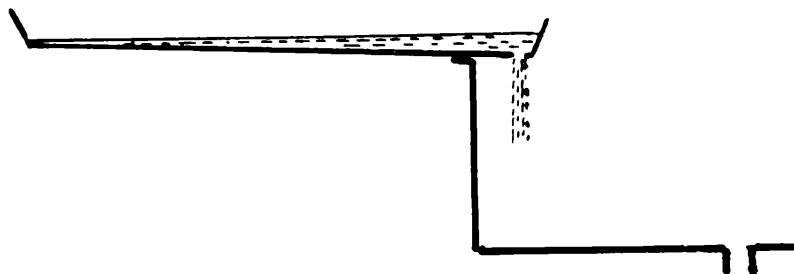
Dvě fyzikální úlohy

1. úloha. Rychlost a dráha rovnoměrného pohybu

Proč není správné slovní vyjádření vztahu pro rychlost rovnoměrného pohybu $v = s/t$ ve znění: „Rychlost v rovnoměrného pohybu je přímo úměrná dráze s při konstantním čase t a nepřímo úměrná času t při konstantní dráze s “, a proč je správná věta: „Jenda uběhl za stejný čas delší dráhu než Petr, a protože v obou případech jde o rovnoměrné pohyby, jsou jejich rychlosti přímo úměrné dráhám“?

2. úloha. Vzlínavost

„Muž v domácnosti“ odkládal umyté nádobí na velmi plochou odkládací mísu z umělé hmoty, která přesahovala okraj výlevky. Protože se



Obr. 1

v míse hromadila voda, která stékala z umytého nádobí, vyvrtal v rohu dna mísy otvor, kterým voda odtékala do výlevky (obr. 1).

Navrhněte, jak by mohl dosáhnout odtékání vody bez poškození, popř. bez většího naklonění mísy, kdyby byl využil znalostí molekulové fyziky!

Emil Kašpar

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. Řešte číselný rébus:

$$A + BB + A = CCC$$

Úloha 2. Kolja a Víta šli na procházku do parku a tam přišli k velké pláni, okolo které rostly lípy. Kolja se vydal okolo pláně a začal lípy počítat. Víta učinil totéž, avšak začal u jiného stromu, i když se vydal týmž směrem jako Víta. Strom, který Víta napočítal jako sedmý, napočítal Kolja jako dvacátý a strom, který Kolja napočítal jako sedmý, byl pro Vítu devadesátým čtvrtým. Kolik stromů rostlo okolo pláně?

Úloha 3. V pravidelném pětiúhelníku spojíme úsečkou každý jeho vrchol s jemu příslušejícími dvěma sousedními vrcholy. Tím se pravidelný pětiúhelník rozpadne na 11 trojúhelníků. Vrcholem typu P nazvěme takový vrchol trojúhelníka, který je současně vrcholem daného

pětíúhelníka. Do trojúhelníků rozmístěte čísla 1, 2, ..., 11 tak, aby v každém z trojúhelníků, jehož všechny tři vrcholy jsou typu P , byl součet čísel v něm ležících stejný.

Úloha 4 (obtížnější). Dokažte, že číslo 11 (1986 jedniček) má alespoň

- a) 8 dělitelů,
- b) 28 dělitelů.

Úloha 5 (obtížnější). V tenisovém turnaji hraje každý s každým jedenkrát. Počet účastníků je 16.

a) Nalezněte takový příklad výsledků, abychom mohli libovolných 10 účastníků rozestavit do kruhu tak, aby každý vyhrál nad svým levým sousedem.

b) Dokažte: Je-li splněn předpoklad bodu a), můžeme takto rozestavit do kruhu i libovolných 11 účastníků.

Tomáš Schütz

Řešení úloh ze str. 34 a 35

1. úloha. V prvním případě platí vztah

$$v = s/t.$$

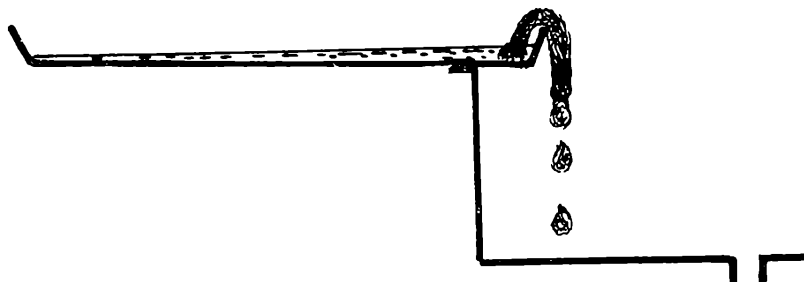
Kdyby rychlost byla konstantní, tj. měla určitou neproměnnou hodnotu, pak by dráha měla při určitém konstantním čase také neproměnnou hodnotu. Nemůže proto existovat vztah přímé, resp. nepřímé úměrnosti mezi rychlostí a dráhou, resp. časem, protože ten předpokládá, že se veličiny na sobě závisle *mění*.

Ve druhé větě jde o pohyb dvou různých objektů, které se pohybují různými rychlostmi v_1 a v_2 . Proto jsou i dráhy ve stejném čase různé. Nyní platí

$$v_1 = s_1/t \quad \text{a} \quad v_2 = s_2/t$$

a odtud

$$v_1 : v_2 = s_1 : s_2.$$



Obr. 2

2. úloha. Proužek tkaniny se umístí přes okraj mísy tak, aby byl jedním koncem ponořen do vody v míse v druhém visel přes okraj nálevky, ovšem tak, že jeho konec je níže než hladina vody v míse (obr. 2). Voda pak vztlíná stoupá a odkapává do výlevky.

Do Port Saidu pluje španělská loď a čaj veze francouzská loď.

Komentář k zadáním úloh MO kategorie P

RNDr. PAVEL TÖPFER, MFF UK Praha

V letošním 37. ročníku matematické olympiády jsou již potřetí studentům středních škol předkládány také úlohy kategorie P. Za tři roky se již celkem ustálily typy úloh zadávaných v této kategorii MO. Zároveň se ustálily i některé formulace, které se v zadáních úloh častěji objevují. Při opravování odevzdávaných řešení úloh i při diskusích s řešiteli na celostátním kole matematické olympiády kategorie P letos v květnu v Praze se ukázalo, že ne všichni studenti těmto formulacím beze zbytku rozumějí. Tento článek proto podává stručné vysvětlení alespoň několika nejvíce diskutovaných otázek.

Chceme se zde zamyslet nad zadáním úlohy typu „*navrhněte a dokažte co nejlepší algoritmus*“ Navržený algoritmus je třeba především nějak vhodně zapsat. K tomu může řešitel použít libovolný způsob, který si zvolí a který ovšem musí být dostatečně srozumitelný. Vhodný je zápis algoritmu v některém běžném programovacím jazyce, pomocí vývojových diagramů apod. Algoritmus lze zapsat i slovně, ale v takovém případě to nesmí být na úkor přesnosti. Jako řešení stačí uvést zápis algoritmu v jedné formě, není tedy nutno popisovat algoritmus například nejprve slovně a potom ještě jako program v programovacím jazyce. Naproti tomu, je-li algoritmus zapsán ve tvaru programu, tento program musí být komentován a vysvětlen. Není přípustné používat při zápisu algoritmu v programovacím jazyce prvky závislé na některé konkrétní implementaci programovacího jazyka nebo dokonce na operačním systému nějakého počítače.

Řada řešitelů nerozumí požadavku dokázat navržený algoritmus. V řešeních úloh se pak objevují tvrzení typu „algoritmus nelze dokázat“ nebo „je možno pouze ověřit správnost algoritmu pro zvolená vstupní data“ Po takovémto prohlášení obvykle následují dvojce až troje různá data, pro která dává navržený algoritmus správný výsledek. To řešitel zcela chybně považuje za dostatečný důkaz správnosti algoritmu. Přitom v mnoha podobných případech není těžké najít řadu jiných vstupních dat, pro která algoritmus nepracuje tak, jak by měl. Sledování průběhu výpočtu podle algoritmu pro zvolená vstupní data může být vhodným pomocným prostředkem při návrhu algoritmu i při ověřování jeho správnosti, ale rozhodně nemůže sloužit jako důkaz algoritmu.

Důkazem algoritmu budeme při hodnocení úloh matematické olym-

piády rozumět podrobné zdůvodnění toho, že popsany algoritmus skutečně řeší zadanou úlohu. Je třeba ukázat, že pro libovolná vstupní data výpočet podle algoritmu skončí po konečně mnoha krocích a že algoritmus vydá správný výsledek. Prostředky vhodné k tomuto zdůvodnění jsou u konkrétních úloh různé. Někdy stačí slovní vysvětlení podstaty algoritmu, někdy dobře poslouží některé matematické postupy, zejména matematická indukce. Je-li algoritmus vyjádřen ve formě programu zapsaného v programovacím jazyce, je možno důkaz založit na vyjádření vhodných vztahů, které mezi proměnnými platí během výpočtu (tzv. invariantů).

Dalším pojmem, který je třeba vysvětlit, je požadavek navrhnout „co nejlepší“ algoritmus. *Kvalitu algoritmu* je možno posuzovat z různých hledisek. Nejčastěji užívaným kritériem, kterého se budeme držet i při hodnocení úloh matematické olympiády, je tzv. *časová a paměťová složitost algoritmu*. V literatuře se s ní setkáte také pod označením *efektivita algoritmu*. Jde o to, jakým způsobem závisí časové a paměťové nároky algoritmu na velikosti konkrétní řešené úlohy, tzn. na množství vstupních dat nebo někdy i na hodnotách zadaných dat. Za lepší považujeme ty algoritmy, které při výpočtu zejména pro rozsáhlá vstupní data pracují rychleji (provedou méně operací) a stačí jim menší paměťový prostor. U většiny úloh, se kterými se řešitelé MO kategorie P setkají, je důležitější časová složitost algoritmu, tedy vyjádření závislosti, jak rychle roste čas potřebný k výpočtu podle algoritmu, jestliže roste velikost konkrétního zadání dat. Při vyjadřování paměťové složitosti algoritmu není podstatný pevný počet proměnných majících konstantní paměťové nároky. Rozhodující je, jak závisí velikost algoritmem požadovaného paměťového prostoru na velikosti vstupních dat, tzn. kolik proměnných má velikost úměrnou množství nebo velikosti dat.

Pojmy časová a prostorová složitost algoritmu není možno takto v krátkosti dostatečně vysvětlit. Chtěli jsme jenom ukázat, na jaké problémy by se měli řešitelé úloh matematické olympiády kategorie P (ale nejen oni) zaměřit při návrhu „co nejlepších“ algoritmů. Podrobnější vysvětlení uvedených pojmů na konkrétních příkladech algoritmů naleznou čtenáři Rozhledů v některém z dalších čísel.

Při diskusi o posuzování algoritmů se musíme zamyslet ještě nad jednou otázkou. Řada řešitelů MO zaměňuje kvalitu algoritmu s pojmem „srozumitelnost algoritmu“. Zde dochází k velmi častému a zásadnímu omylu. Musíme rozlišovat srozumitelnost jako vlastnost popisu a zápisu algoritmu a srozumitelnost algoritmu samotného. Požadavek navrhnout co nejlepší algoritmus proto nelze zaměňovat se srozumitelností, názorností a přehledností jeho zápisu. Stejně tak není možno neefektivitu algoritmu zdůvodňovat snahou o jeho srozumitelnost. Zapsat a popsat algoritmus dostatečně srozumitelně by mělo být pro každého naprostou samozřejmostí.

Při opravování odevzdaných řešení úloh matematické olympiády kategorie P typu „navrhněte a dokažte co nejlepší algoritmus.“ klademe největší důraz na správnost a úplnost navrženého algoritmu. Do celkového hodnocení úlohy se dále zahrnuje efektivita algoritmu, srozumitelnost jeho zápisu a popisu a důkaz správnosti algoritmu. Jsou-li v algoritmu závažné věcné chyby, nebo není-li algoritmus zapsán a vysvětlen dostatečně srozumitelně, je úloha hodnocena jako nevyhovující. Je-li algoritmus správný, ale není z hlediska efektivity nejlepší možný, nebo chybí-li řádný důkaz algoritmu, projeví se tento nedostatek v hodnocení úlohy bodovou ztrátou.

Celostátní kolo 28. ročníku fyzikální olympiády

RNDr. IVO VOLF, ÚVFO

Uspořádáním třetího (celostátního) kola 28. ročníku fyzikální olympiády byl pověřen *KVFO Východoslovenského kraje*, který k uskutečnění tohoto úkolu zvolil prostředí nanejvýš pěkné — *Tatranský národní park*. Pracovní část celostátního kola byla uspořádána na *gymnázium v Popradě*, účastníci byli ubytováni v nedalekém *Svitě*.

Celostátního kola se letos zúčastnilo jen 70 účastníků — byli to vlastně všichni úspěšní z krajského kola fyzikální olympiády. Soutěžící a členové ÚVFO se sešli na slavnostním zahájení v Domě kultury večer 25. března 1987. Ve čtvrtek 26. 3. proběhla teoretická část soutěže — na řešení 4 náročných úloh bylo vymezeno 5 h času. V 1. úloze byl řešen elektrostatický problém nabitě tenkostěnné duté koule, ve 2. úloze se řešila otázka pohybu tenisového míčku. Ve 3. úloze se měly stanovit parametry soustavy tří čoček, 4. úloha navazovala na studijní text o Dopplerově principu. V pátek 27. 3. řešili soutěžící experimentální úlohu na určení momentu setrvačnosti kladky s využitím pohybu padajícího závaží. Na řešení této úlohy bylo vymezeno více než 4 h času.

V průběhu celostátního kola zasedal ÚVFO, který jednal o problémech probíhajícího ročníku a o přípravách 29. a 30. ročníku fyzikální olympiády. Současně komise korektorů opravily řešení úloh a vyhodnotily výsledky celostátního kola, které byly zveřejněny na závěrečném slavnostním zasedání soutěžících a ÚVFO. Sympatické na celostátním kole bylo, že se na průběhu účastnilo mnoho žáků gymnázia. Také na přípravě společenské části celostátního kola měl ředitel gymnázia *dr. Kuchár*, učitelský sbor i žáci značný podíl. Za všechnu práci proto patří dík členům Východoslovenského KVFO a především gymnázium Leninovo nábr. v Popradě.

Ze 70 účastníků celostátního kola bylo 44 účastníků úspěšných a dvacet z nich bylo prohlášeno vítězi 28. ročníku FO:

- | | |
|---|---------|
| 1. <i>Pavol Kolník</i> , g. Nové Mesto n. Váh., 4. roč. | 44,0 b. |
| 2. <i>Josef Škvarček</i> , g. Ružomberok, 4. roč. | 38,0 b. |
| 3. <i>David Swigoň</i> , g. Liberec, 3. roč. | 34,0 b. |
| 4. <i>Richard Krajčoviech</i> , g. Povážska Bystrica, 4. roč. | 33,5 b. |
| 5. <i>David Maxera</i> , g. Praha, Hellichova ul., 3. roč. | 33,0 b. |
| 6.—7. <i>Petr Habala</i> , g. Bílovec, 4. roč. | 32,5 b. |
| <i>Martin Novotný</i> , g. Praha, Litoměřická, 4. roč. | 32,5 b. |
| 8. <i>Jaroslav Hora</i> , g. Brno, kpt. Jaroše, 4. roč. | 32,0 b. |
| 9. <i>Alexander Kováč</i> , g. Bratislava, Novohradská, 4. roč. | 31,0 b. |
| 10. <i>Katarína Kis Petiková</i> , g. maď. Komárno, 3. roč. | 30,0 b. |
| 11. <i>Tomáš Novotný</i> , g. Frýdek-Místek, 4. roč. | 28,5 b. |
| 12. <i>Dalibor Kniš</i> , g. Košice, Šmeralova, 4. roč. | 28,0 b. |
| 13. <i>Zdeněk Brýdl</i> , g. Bílovec, 4. roč. | 26,5 b. |
| 14. <i>Jiří Veselý</i> , g. Strakonice, 4. roč. | 26,0 b. |
| 15.—16. <i>Jozef Radler</i> , g. Zvolen, 3. roč. | 24,0 b. |
| <i>Josef Žák</i> , g. Bílovec, 4. roč. | 24,0 b. |
| 17.—18. <i>Pavel Nýč</i> , g. Tachov, 4. roč. | 23,5 b. |
| <i>Petr Jelínek</i> , g. Pardubice, 4. roč. | 23,5 b. |
| 19.—20. <i>Luděk Frýbort</i> , g. Olomouc, Hejčín, 4. roč. | 23,0 b. |
| <i>Fridrich Štrba</i> , g. Žilina, Wolkerova, 4. roč. | 23,0 b. |

Všem vítězům a úspěšným řešitelům blahopřejeme a do další práce jim přejeme hodně úspěchů. Jejich učitelům fyziky děkujeme za péči, kterou jim věnovali po dobu přípravy na soutěž.

Kalendár M-F: september 1987

1. IX. 1877 sa v Harbone narodil *Francis Wiliam Aston*, anglický fyzik. Rozvinul hmotnostnú spektroskopiu, objavil veľký počet izotópov rôznych chemických prvkov. V roku 1922 dostal Nobelovu cenu za chémiu.
2. IX. 1877 sa v Eastbourne narodil *Frederick Soddy*, anglický fyzik a chemik. S Rutherfordom objavili zákon rádioaktívneho rozpadu. Soddy objavil roku 1910 izotopiu prvkov. Získal Nobelovu cenu za chémiu pre rok 1921.
5. IX. 1667 sa v San Reme narodil *Girolamo Saccheri*, taliansky matematik. Skúmal Euklidov postulát o rovnobežkách, chcel dokázať nesprávnosť hypotéz ostrého a tupého uhla v štvoruholníku sporom.
6. IX. 1892 sa v Bradforde narodil *Edward Victor Appleton*, anglický fyzik. Skúmal ionosféru, odraz elmg. vln, vyvíjal radar. Získal Nobelovu cenu za fyziku pre rok 1947.

8. IX. 1882 v Paríži zomrel *Joseph Liouville*, francúzsky matematik. Dokázal existenciu transcendentných čísel, rozvinul diferenciálnu geometriu kriviek a plôch.
9. IX. 1737 sa v Bologni narodil *Luigi Galvani*, taliansky prírodovedec. Patrí k zakladateľom náuky o elektrine.
9. IX. 1852 sa narodil *John Henry Poynting*, anglický fyzik. Zaviedol pojem pre mieru hustoty prúdenia elmg. energie, presne zmeral gravitačnú konštantu.
14. IX. 1892 sa vo Woosteri narodil *Artur Holly Compton*, americký fyzik. Skúmal röntgenové žiarenie, zistil, že pri prechode grafitovým práškom sa rozptylom mení vlnová dĺžka tohoto žiarenia. Získal Nobelovu cenu v roku 1927.
11. IX. 1877 sa v Londýne narodil *James Hopwood Jeans*, anglický fyzik a astronóm. Študoval nebeskú mechaniku, teóriu žiarenia, kozmogóniu. Vytvoril slapovú teóriu vzniku slnečnej sústavy. Bol vynikajúci popularizátor.
12. IX. 1897 sa v Paríži narodila *Irène Joliot-Curieová*, francúzska chemička a fyzička. Študovala jadrové reakcie. Za spoločné práce s F. Joliot-Curiem na syntéze nových rádioaktívnych prvkov získali roku 1935 Nobelovu cenu.
14. IX. 1712 zomrel *Giovanni Domenico Cassini*, francúzsky astronóm talianskeho pôvodu. Objavil rotáciu planét, sploštenie Jupitera, pásy v prstenci Saturna.
15. IX. 1917 zomrel *Marian Smoluchowski*, poľský fyzik. Zaoberal sa teóriou fluktuácií, vysvetlil kvantitatívne zákonitosti Brownovho pohybu.
17. IX. 1867 sa v Iževskom narodil *Konstantin Eduardovič Ciolkovskij*, sovietsky vynálezca a teoretik kozmonautiky. Prispel k rozvoju aerodynamiky a raketovej techniky.
18. IX. 1752 sa v Toulouse narodil *Adrien Maria Legendre*, francúzsky matematik. Prispel k rozvoju teórie čísel, matematickej analýzy, nebeskej mechaniky a teórie geodetických meraní. Formuloval metódu najmenších štvorcov, vyslovil kvadratický zákon reciprocity.
18. IX. 1907 sa v Redondo Beach narodil *Edwin Mattison McMillan*, americký fyzik a rádiochemik. Vypracoval návrh na synchrociklotrón, prispel k objavu plutónia, neptúnia. Spolu so Seaborgom získal Nobelovu cenu za chémiu pre rok 1951.
18. IX. 1967 v Manchestri zomrel *John Douglas Cockcroft*, anglický fyzik, úspešný v jadrovej fyzike, skonštruoval kaskádny akcelerátor na urýchlenie základných častíc. Za priekopnícke práce v transmutácii atómových jadier získal s Waltonom Nobelovu cenu za fyziku pre rok 1951.
22. IX. 1922 sa v provincii Hopei narodil *Chen Ning Yang*, americký fyzik čínskeho pôvodu. Pozornosť sústredil na teoretickú fyziku,

štatistickú mechaniku a princípy symetrie. V roku 1957 získal s T. D. Leem Nobelovu cenu za fyziku.

25. IX. 1777 v Berlíne zomrel *Johann Heinrich Lambert*, nemecký fyzik a matematik. Objavil základné zákony absorpcie svetla, založil vedeckú kartografiu. Dokázal, že π je iracionálne číslo, prispel k rozvoju teórie perspektívy.
26. IX. 1877 zomrel *Hermann Günther Grassmann*, nemecký matematik, fyzik a filológ. Patrí k zakladateľom vektorového a tenzorového počtu.
30. IX. 1882 sa v Neustadte narodil *Hans Wilhelm Geiger*, nemecký fyzik. Zaoberal sa rádioaktivitou a jadrovou fyzikou. Skúmal kozmické žiarenie, skonštruoval s W. Müllerom počítač ionizovaných častíc.
- dj

Korespondenční seminář MFF UK Praha

Po celý rok můžete udržovat svou matematickou kondici řešením úloh korespondenčního semináře. Soutěž je určena pro studenty středních škol ČSR (na území SSR jsou paralelně organizovány obdobné semináře). Seminář pořádá fakultní výbor SSM při matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy. Zájemci, kteří zašlou přihlášku na níže uvedenou adresu, od nás obdrží během školního roku 5–7 sérií soutěžních úloh. Přihláška by měla obsahovat jméno a příjmení, rodné číslo, číslo občanského průkazu, adresu trvalého bydliště, třídu a adresu školy a adresu pro korespondenci. V případě velkého počtu zájemců z jedné školy bude korespondence zasílána na adresu školy.

Čtyřicet nejlepších řešitelů bude pozváno na pětidenní soustředění, které se koná na podzim dalšího školního roku. Program soustředění zahrnuje přednášky o atraktivních partiích matematiky, besedy, sportovní činnost, soutěže a hry.

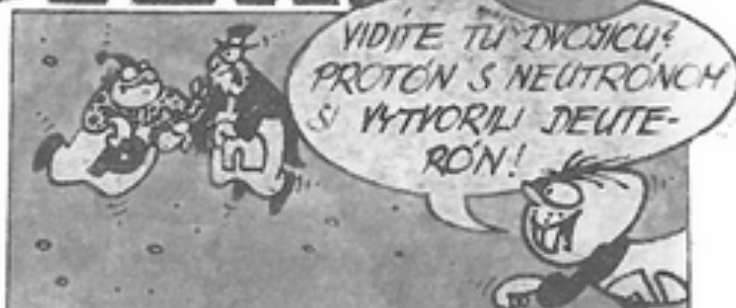
Přihlášky zasílejte kdykoliv, ale pro zařazení do první série je nutné přihlášku odeslat do 20. září.

Korespondenční seminář
KMA MFF UK
Sokolovská 83
186 00 Praha 8

Den otevřených dveří na MFF UK v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy zve zájemce o studium na fakultě k účasti na *Dni otevřených dveří ve čtvrtek 15. 10. 1987*. Společenský program začne v 9.00 hodin ve Společenském sále Paláce kultury, odborný program s přednáškami a exkursemi do laboratoří bude probíhat od 13.00 v jednotlivých budovách fakulty. Podrobný program obdrží ředitelství středních škol na konci září 1987.

REPORTÁŽE Z MIKROSVETA





PÍŠE: J. CHRAPAN KRESLI: V. HUSTRIK

Fizeauova metoda měření rychlosti světla

Velikost rychlosti šíření světla ve vakuu patří k důležitým univerzálním konstantám celé fyziky. Dnes existují obsáhlé studie o teoretických problémech souvisejících s rychlostí světla (optika a elektrodynamika pohybujících se prostředí, teorie relativity) a o metodách jejího měření i o jejich historii.

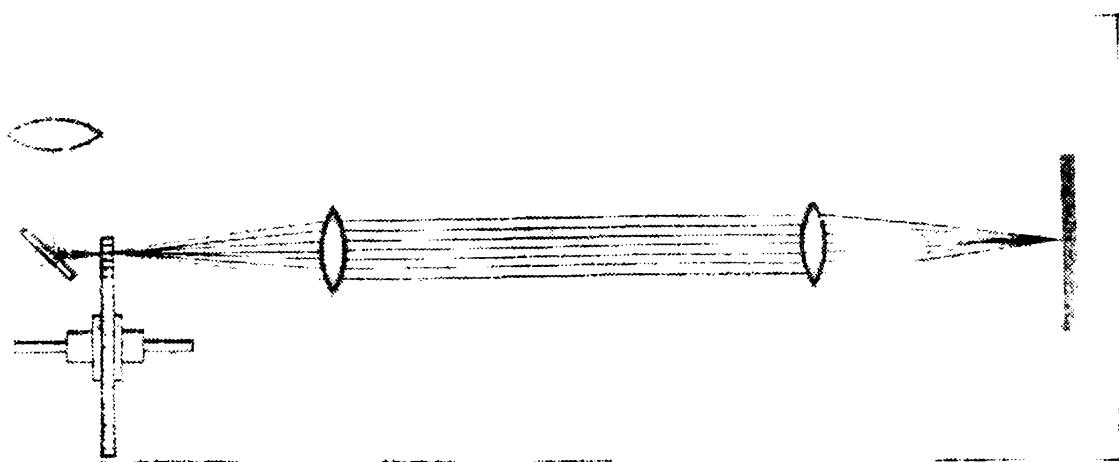
Fundamentální význam si provždy zachová *Römerova metoda* z r. 1675, již byla poprvé přibližně změřena hodnota veličiny pomocí signálů v kosmu (na základě okamžiků vstupu Jupiterova měsíce Io do stínu planety) a *Fizeauova metoda* uplatněná v pozemských podmínkách (1849).

Fizeauova idea byla velmi prostá: Světlo vyslané zdrojem (na obrázku situovaným vlevo nahoře v místě hvězdičky) se odrazí polopropustným zrcadlem, projde me-

zerou mezi zuby kola, odrazí se na vzdáleném zrcadle, vrátí se opět mezerou mezi zuby kola a projde polopropustným zrcadlem do oka pozorovatele. Při určité rychlosti otáčení kola a několikakilometrové vzdálenosti k zrcadlu a zpět nastane situace, kdy světlo „to již nestihne“ a při návratu narazí na nejbližší zub kola; zorné pole tedy při určité rychlosti otáčení kola ztmavne. Jednoduchým výpočtem lze pak určit hledanou konstantu; Fizeau pracoval se zrcadlem ve vzdálenosti 8622 metrů.

Francouzský fyzik *Armand Fizeau* (1819–1896) samozřejmě také zkoumal závislost velikosti rychlosti světla na jeho frekvenci; zjistil například, že v proudící vodě je rychlost světla poněkud odlišná od hodnoty týkající se vody v klidu, což ho vedlo k dalekosáhlým závěrům.

Vladimír Malíšek



Řekli, napsali...

**Chtěl jsem jen dokázat, že my Češi dokážeme totéž co jiní,
a někdy snad i lépe.**

František Křižík (1847 — 1941)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kafkova 19, 160 00 Praha 6, jazyková úprava doc. dr. Marie Valešová. CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1987.

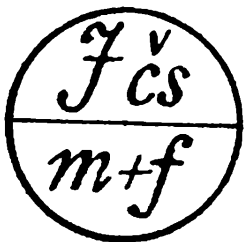
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

ROČNÍK 66, 1987/88
ŘÍJEN

(2)

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY matematicko- fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUcí REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jar-
oslav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha, dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Jiří Mída: Per aspera ad astra	45
Jozef Fecenko: O nerovnostiach, ktoré súvisia s aritmetickým a geometrickým priemerom	46
Tatiana Medeková: Poznámka o hyper- bole	49
Ivan Fischer: Řízení procesů 2	51
Věnceslav Patrovský: Mýlné cesty k psy- chické energii	58
Daniel Kluvanec: Interferencia a ohyb světla II.	63
René Hudec: Nové poznatky o Uranu	73
Dušan Jedinák: John von Neumann – otec počítačů	76
Jarmila Pěničková: Slovní algebrogramy	78
Emil Kašpar: Fyzikální problémy .	79
Tomáš Schütz: Úlohy ze zahraničních časopisů	79
Naše soutěž	81
dj: Kalendář M–F	85
Z nových knih	86
Pokyny pro autory článků do Rozhledů .	88
Vladimír Malíšek: Crookesův pokus 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních termínů (77–80) příloha	

Per aspera ad astra

Latinský nadpis, který v češtině zní „obtížnou cestou ke kvězdám“, vyjadřuje touhu, starou snad jako lidstvo, opustit Zemi a vydat se na pouť vesmírem. Mezníkem mezi snem a skutečností je 4. říjen 1957. Tehdy začala kroužit kolem Země první umělá družice a do mnoha jazyků se dostalo ruské slovo „sputnik“.

Vraťme se však do vzdálenější minulosti. V roce 1638 ve svém spise „Muž na Měsíci“ užívá *Francis Godwin* k dopravě svého hrdiny na Měsíc cvičených amerických kachen. V 17. století však v románu „Cesta na Měsíc“ *H. S. Cyrano z Bergeracu* cestuje strojem poháněným raketami. *Jules Verne* v díle z roku 1865 nazvaném „Do Měsíce“ popisuje cestu v projektilu vystřeleném ohromným dělem. Počátkem tohoto století v roce 1901 vydává *Herbert George Wells* román „První lidé na Měsíci“, v němž se užívá zvláštní látky cavoritu, která zbavuje předměty působení přitažlivosti.

Vedle snů a fantastů se cestami do vesmíru zabývali i vědci. Mechanika *Isaaca Newtona* (1642—1727) umožnila určit hodnotu rychlosti, která musí být udělena tělesu, aby se odpoutalo z vlivu zemské gravitace. Za zakladatele teoretické kosmonautiky se považuje ruský vědec *Konstantin Eduardovič Ciolkovskij* (1857—1935), který v roce 1903 uveřejnil práci „Výzkum vesmírných prostorů reaktivními přístroji“. První česká knížka o kosmonautice vyšla v roce 1928. Vydal ji prof. dr. *Vilém Santholzer* pod názvem „Raketové lety do vesmíru“.

Na teoretické Ciolkovského práce navázali konstruktéři kosmických raket, vesmírných lodí, orbitálních stanic a družic. Nejvýznamnějším z nich byl *Sergej Pavlovič Koroljov* (1907—1966). Řídil přípravu vypuštění první družice Země i lodi s prvním kosmonautem *Jurijem Alexejevičem Gagarinem* (1934—1968). Připomeňme ještě největší americký úspěch, jímž bylo přistání lodi s lidskou posádkou na Měsíci v roce 1969.

4. října 1957 zahájil sovětský sputnik kosmický věk. Nyní stojíme na konci jeho třetího desetiletí. Lidstvo se může hrdě dívat na dosažené úspěchy, zároveň si však musí uvědomovat, že jedinou cestou vpřed je mírové využívání kosmu.

RNDr. Jiří Mida, CSc.

O nerovnostiach, ktoré súvisia s aritmetickým a geometrickým priemerom

RNDr. JOZEF FECENKO, Katedra matematiky VŠE v Bratislavě

S nerovnosťou

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \quad (1)$$

medzi aritmetickým a geometrickým priemerom nezáporných reálnych čísel $x_1, x_2, \dots, x_n$ sme sa v Rozhladoch matematicko-fyzikálnych mohli stretnúť už častejšie. Jej dôkaz nájdeme napríklad v práci [1].

V práci [2] bol ukázaný netriviálny prípad toho, že aj keď nerovnosť medzi aritmetickým a geometrickým priemerom nezáporných reálnych čísel $x_1, x_2, \dots, x_n$ je neostrá, môžeme medzi oba priemery vložiť iné výrazy s premennými $x_1, x_2, \dots, x_n$.

V tomto článku bude táto vlastnosť ukázaná pre ďalšie výrazy.

Definujme najskôr pre nezáporné reálne čísla $x_1, x_2, \dots, x_n$ výraz

$$S_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{\binom{n}{k}} \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_k \\ i_1, i_2, \dots, i_k = 1}}^n \sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}}, \quad (2)$$

$k = 1, 2, \dots, n$.

Všimnime si, že $S_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ je aritmetickým priemerom a $S_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ geometrickým priemerom nezáporných reálnych čísel $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Veta 1. Nech $x_1, x_2, \dots, x_n$ sú ľubovoľné nezáporné reálne čísla, potom

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} = S_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq S_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq \dots \leq S_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq S_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (3)$$

Poznámka. Odporúčame čitateľovi, aby si vzťah (3) dokázal najskôr pre $n = 3$ a 4.

Dôkaz vety 1. Nerovnosť medzi prvým a posledným výrazom vzťahu (3) je nerovnosť (1), preto ju nebudeme dokazovať. Ako sme už spomínali, jej dôkaz môžeme nájsť v práci [1]. Stačí dokázať, že

pre $k = 1, 2, \dots, n-1$.

Počítajme

$$S_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{\binom{n}{k}} \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_k \\ i_1, i_2, \dots, i_k = 1}}^n \sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}} =$$

$$= \frac{1}{(n-k) \binom{n}{k}} \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_k \\ i_1, i_2, \dots, i_k = 1}}^n (n-k) \sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}} \quad (4)$$

Rozšírili sme zlomok číslom $n-k$. Po rozpísaní sumy v poslednom výraze vzťahu (4) a úpravách dostaneme

$$S_k(x_1, x_2, \dots, x_n) =$$

$$= \frac{1}{(n-k) \binom{n}{k}} \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_k < i_{k+1} \\ i_1, i_2, \dots, i_{k+1} = 1}}^n \left(\sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{k-1}} x_{i_{k+1}}} + \dots + \sqrt[k]{x_{i_2} x_{i_3} \dots x_{i_{k+1}}} \right) \quad (5)$$

Všimnime si, že v každej zátvorke v poslednej sume vzťahu (5) je $k+1$ sčítancov, pričom takých zátvoriek po rozpísaní sumy by bolo $\binom{n}{k+1}$, lebo vytvárame kombinácie $k+1$ triedy z n prvkov. Teda spolu by sme mali $(k+1) \binom{n}{k+1}$ sčítancov, čo zodpovedá počtu sčítancov v poslednej sume vzťahu (4), po rozpísaní, pretože $(k+1) \cdot \binom{n}{k+1} = (n-k) \binom{n}{k}$ pre $n > 0$, $0 < k \leq n$. Pričom každý sčítanec

$\sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}} \quad i_1 < i_2 < \dots < i_k,$
 $i_j = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, k$ sa v obidvoch sumách vyskytuje práve $n-k$ krát.

Podľa vzťahu (1) platí

$$\sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}} + \sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{k-1}} x_{i_{k+1}}} + \dots +$$

$$+ \sqrt[k]{x_{i_2} x_{i_3} \dots x_{i_{k+1}}} \geq$$

$$\begin{aligned}
&\geq (k+1) \sqrt[k+1]{\sqrt[k]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}} \sqrt[k]{x_{i_2} x_{i_3} \dots x_{i_{k+1}}}} = \\
&= (k+1) \sqrt[k+1]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{k+1}}} \quad (6)
\end{aligned}$$

Zo vzťahu (5) a (6) potom dostaneme

$$\begin{aligned}
S_k(x_1, x_2, \dots, x_n) &\geq \frac{k+1}{(n-k) \binom{n}{k}} \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_{k+1} \\ i_1, i_2, \dots, i_{k+1} = 1}}^n \sqrt[k+1]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{k+1}}} = \\
&= \frac{1}{\binom{n}{k+1}} \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_{k+1} \\ i_1, i_2, \dots, i_{k+1} = 1}}^n \sqrt[k+1]{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{k+1}}} = S_{k+1}(x_1, x_2, \dots, x_n)
\end{aligned}$$

Tým sme vzťah (3) dokázali.

Poznámka. Výraz $S_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$ môžeme považovať za akýsi aritmetický priemer „čiasťochných“ geometrických priemerov nezáporných reálnych čísel $x_1, x_2, \dots, x_n$. Analogicky môžeme zaviesť ďalší výraz, ako geometrický priemer „čiasťochných“ aritmetických priemerov nezáporných reálnych čísel $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Definujeme

$$\begin{aligned}
R_k(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \sqrt[k]{\frac{\binom{n}{k}}{\prod_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_k \\ i_1, i_2, \dots, i_k = 1}}^n \frac{x_{i_1} + x_{i_2} + \dots + x_{i_k}}{k}}} = \\
&= \frac{1}{k} \sqrt[k]{\frac{\binom{n}{k}}{\prod_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_k \\ i_1, i_2, \dots, i_k = 1}}^n (x_{i_1} + x_{i_2} + \dots + x_{i_k})}}
\end{aligned}$$

pre $k = 1, 2, \dots, n$ a ľubovoľné nezáporné reálne čísla $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Presvedčte sa, že $R_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ je geometrickým priemerom a $R_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ aritmetickým priemerom nezáporných reálnych čísel $x_1, x_2, \dots, x_n$.

A na záver úloha pre čitateľa.

Dokážte, že pre ľubovoľné nezáporné reálne čísla $x_1, x_2, \dots, x_n$ platí

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} = R_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq R_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq \dots \leq \\ \leq R_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq R_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Literatúra :

- [1) Kraemer E.: Aritmetický a geometrický průměr II, Rozhledy matematicko-fyzikální č. 6, roč 56, 1977/78, str. 251–257.
- [2) Mída J.: O nerovnosti mezi aritmetickým a geometrickým průměrem, Rozhledy matematicko-fyzikální č. 1, roč. 63, 1984/85, str. 13–14.

Poznámka o hyperbole

TATIANA MEDEKOVÁ, Bratislava

S pojmom hyperboly ste sa stretli pri výučbe analytickej geometrie, resp. pri výučbe deskriptívnej geometrie. V analytickej geometrii sa zavádza hyperbola ako rovinná čiara s rovnicou $b^2x^2 - a^2y^2 - a^2b^2 = 0$, $a > 0$, $b > 0$. (1)

V deskriptívnej geometrii dostávame hyperbolu ako jednu z možných čiar rovinného rezu na kružnicovej kužeľovej ploche.

Ak chceme vytvoriť obraz hyperboly pomocou počítača na jeho displeji alebo na plotri, nie je vhodné vychádzať z rovnice (1). Výhodnejšie je vychádzať z parametrických rovníc hyperboly, ktoré majú tvar

$$x = \frac{a}{\cos t}, \quad y = b \operatorname{tg} t, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right). \quad (2)$$

Ukážeme si, že obidve analytické vyjadrenia hyperboly (1) a (2) sú ekvivalentné.

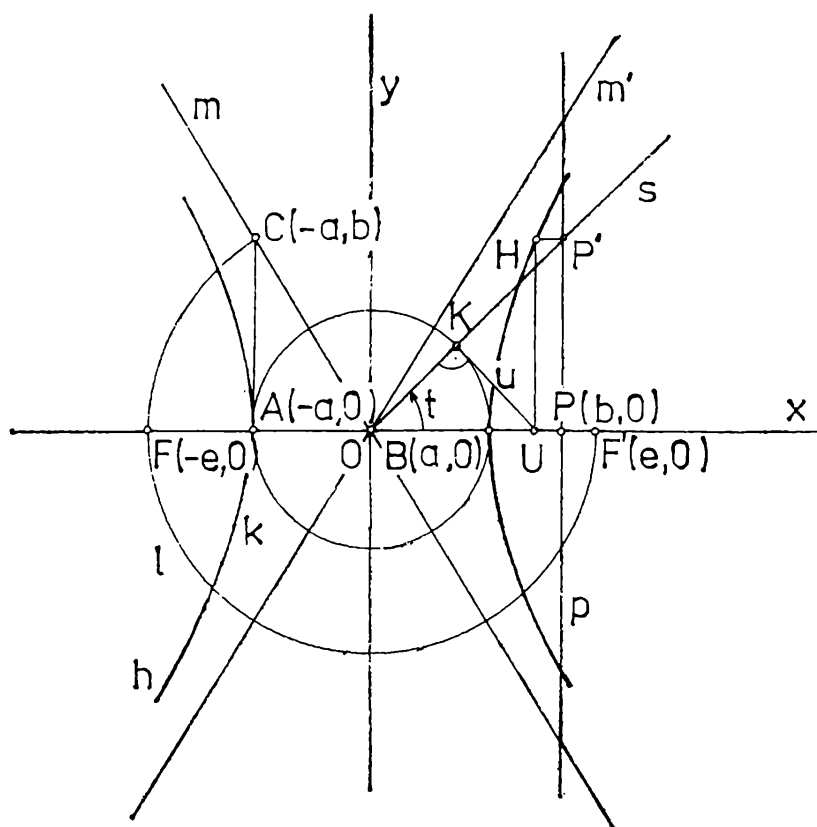
Z rovnice (1) vyplýva, že premenná x môže nadobúdať iba hodnoty mimo intervalu $(-a, a)$. Pre všetky reálne čísla mimo intervalu $(-a, a)$ má rovnica (1) vždy dve riešenia pre premennú y , a teda dostávame dva (pre $x = \pm a$ jeden) body hyperboly. Uvedomte si, že každé reálne číslo x nepatriace do intervalu $(-a, a)$ môžeme vyjadriť vo tvare

$$x = \frac{a}{\cos t}, \quad \text{pričom } t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right). \quad \text{Skutočne, pre všetky}$$

$|x| \geq a$ je $-1 \leq ax \leq 1$ a čísla $\frac{a}{x}$ vyplnia celý interval $<-1, 1>$.

Výraz $y = b \operatorname{tg} t$ dostaneme potom ako riešenie rovnice (1).

Naopak, každý bod vyjadrený rovnicami (2) vyhovuje rovnici (1), o čom sa presvedčíte priamym dosadením.



Obr. 1

Geometrický význam čísel a , b v rovniciach hyperboly je takýto (obr. 1): Zostrojme kružnicu k so stredom v začiatku O súradnicovej sústavy Oxy a s polomerom a . Kružnica k (vrcholová) pretína os x vo vrcholoch $A(-a, 0)$ a $B(a, 0)$ hyperboly h . Bodom $C(-a, b)$ prechádza jedna asymptota m hyperboly h . Druhá asymptota m' je súmerná s asymptotou m podľa osi y . Kružnica l so stredom O a prechádzajúca bodom C pretína os x v ohniskách $F(-e, 0)$ a $F'(e, 0)$ hyperboly, kde $e = \sqrt{a^2 + b^2}$ (z vlastností pravouhlého trojuholníka OAC).

Rovnice (2) vedú aj k jednoduchej konštrukcii bodov hyperboly. Na osi x nájdime bod $P(b, 0)$ ($|OP| = |AC|$) a zostrojme ním rovnobežku p s osou y . Zvoľme ľubovoľnú polpriamku s (neležiacu na osi y) so začiatkom v bode O . Označme K priesečník polpriamky s s kružnicou k a označme P' jej priesečník s priamkou p . Nech dotyčnica u kružnice k v bode K (čo je tiež kolmica na polpriamku s) pretína os x v bode U . Ak t je oblúčková miera orientovaného uhla kladnej poloosi x s polpriamkou s ,

tak z vlastností pravouhlého trojuholníka OKU vyplýva $|OU| = \frac{a}{\cos t}$

a z vlastností pravouhlého trojuholníka OPP' vyplýva $|PP'| = b|\operatorname{tg} t|$. Z toho vyplýva, že štvrtý vrchol H obdĺžnika $UPP'H$ je bodom hyperboly h .

Opísanou konštrukciou dostaneme body „pravej“ vetvy hyperboly h . Celkom analogicky (alebo pomocou osovej súmernosti podľa osi y) môžeme dostať aj body „ľavej“ vetvy.

Řízení procesů

2. strojový kód mikroprocesoru 8080

doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PeF UK v Praze

Mikroprocesor Tesla MHB 8080 je velmi složitý mikroelektronický obvod, skládající se z několika tisíc tranzistorů. Jádrem mikroprocesoru je aritmeticko-logická jednotka, která umí ve dvojkové číselné soustavě sčítat, odčítat a porovnávat podle velikosti dvě osmimístná čísla a provádět logické operace a, nebo, výběrové nebo s dvěma osmicemi logických hodnot. Podle výsledků těchto operací se nastavují bity příznaků: CY (Carry) při přenosu či výpůjčce z devátého bitu dvojkového čísla; Z (Zero) při nulovém výsledku (čísla či všech osmi logických hodnot); příznaky záporného výsledku a parity (sudého či lichého počtu jedniček výsledku). Podle těchto příznaků pak lze větvit postup programu či vytvářet cykly. Ve všech operacích je jedním operandem obsah osmibitového registru A, zvaného střadač (Accumulator), a výsledek operace je pak uložen jako nový obsah střadače A. Dalším operandem mohou být obsahy osmibitových registrů B, C, D, E, H, L a obsah paměťové buňky, jejíž adresa (šestnáctibitové číslo) je ve dvojici registrů H, L. Hovoříme o fiktivním registru (neboť v mikroprocesoru vlastně obsažen není), který značíme M (Memory, paměť), nebo výstižněji M(HL). Především pro účely adresování paměti lze pracovat i s dvojicemi registrů B a C jako s šestnáctibitovým registrem BC, s D a E jako s DE a se zmíněnými H a L jako s HL. Třetím operandem v aritmetických operacích může být i bit přenosu (výpůjčky) CY, a to při počítání s vícemístnými čísly, než jaká se vejdu do byte. Konečně druhým operandem může být i hodnota uvedená bezprostředně v programu za kódem dané instrukce pro aritmetickou či logickou operaci.

Vedle aritmetických a logických operací jsou velmi často používanou instrukcí přesuny obsahů registrů A, B, C, D, E, H, L, M. Po přesunu například $B := D$ bude v registru B obsah registru D, ovšem obsah registru D se tím nijak nezmění. Do registrů je možné přesouvat i hodnoty (data), které jsou v programu uvedeny bezprostředně za příslušnou instrukcí přesunu.

Specifický význam v programech ve strojovém kódu procesoru má zvětšení obsahu registru o jednu (inkrementace) a zmenšení o jednu (dekrementace). Při inkrementaci a dekrementaci se nastavují všechny příznaky mimo CY, který zůstává nezměněn. Aritmetické a logické operace nastavují všechny příznaky, přesuny nemění žádné příznaky.

Kromě osmibitových registrů máme v mikroprocesoru 8080 ještě dva

Tabulka 1

Střadač (accumulator) A (8)	Registr příznaků F (8)
Registr B (8)	Registr C (8)
Registr D (8)	Registr E (8)
Registr H (8)	Registr L (8)
Ukazatel zásobníku (Stack Pointer) SP	(16)
Čítač adres programu (Program Counter) PC	(16)

Tabulka 2

	A	B	C	D	E	H	L	M(HL)	Data
A: = A +	87	80	81	82	83	84	85	86	C6*
A: = A + + CY +	8F	88	89	8A	8B	8C	8D	8E	CE*
A: = A −	97	90	91	92	93	94	95	96	D6*
A: = A − − CY −	9F	98	99	9A	9B	9C	9D	9E	DE*
A: = A ∧	A7	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	E6*
A: = A ⊕	AF	A8	A9	AA	AB	AC	AD	AE	EE*
A: = A ∨	B7	B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	F6*
A −	BF	B8	B9	BA	BB	BC	BD	BE	FE*

šestnáctibitové registry. Je to jednak čítač adres programu (Program Counter) PC, který po přečtení instrukce zvětší svůj obsah o jednu. Druhým je ukazatel zásobníku (Stack Pointer) SP, který ukazuje adresu paměti, kam si mikroprocesor ukládá adresy či obsahy některých registrů. O činnosti zásobníku se zmíníme později. Souboru všech programově přístupných registrů, jak je máme znázorněny v tabulce 1, se říká, zápisník mikroprocesoru. Mikroprocesor obsahuje větší počet dalších registrů, které však programátor nemá možnost využívat a měnit jejich obsah. Výjimkou je ještě jednobitový registr povolení přerušování programu, který budeme využívat až o několik dílů seriálu později.

Abychom si mohli předvést ukázkové programy ve strojovém kódu mikroprocesoru 8080, musíme si uvést tabulky těchto kódů. V tabulce 2 jsou kódy aritmetických a logických operací. Chceme-li si například najít kód instrukce k provedení operace $A := A - E$, nalezneme nejprve řádek $A := A -$ a ve sloupci pod E čteme kód 93. I když jsou kódy a operace mikroprocesoru ve dvojkové soustavě, používáme raději přehlednější zápis v šestnáctkové číselné soustavě s ciframi 0, 1, 2, 3, 4,

Tabulka 3

	A	B	C	D	E	H	L	M(HL)
A: =	7F	78	79	7A	7B	7C	7D	7E
B: =	47	40	41	42	43	44	45	46
C: =	4F	48	49	4A	4B	4C	4D	4E
D: =	57	50	51	52	53	54	55	56
E: =	5F	58	59	5A	5B	5C	5D	5E
H: =	67	60	61	62	63	64	65	66
L: =	6F	68	69	6A	6B	6C	6D	6E
M(HL): =	77	70	71	72	73	74	75	—

Tabulka 4

R: =	R + 1	R - 1	Data
A	3C	3D	3E*
B	04	05	06*
C	0C	0D	0E*
D	14	15	16*
E	1C	1D	1E*
H	24	25	26*
L	2C	2D	2E*
M(HL)	34	35	36*

5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F pro jejich snadný vzájemný převod se soustavou dvojkovou, $(93)_{16} = (1001\ 0011)_2$.

V šestnáctkové soustavě se zapisují strojové programy i v dostupných mikropočítačích (PMI-80, PMD 85, IQ 151, ONDRA, ZX Spectrum). Kódy, které jsme v pravém sloupci tabulky 2 označili hvězdičkou, nás takto upozorňují, že za tímto kódem v programu bezprostředně následuje byte dat, opět ve dvojkové soustavě, zapsaný v šestnáctkové soustavě.

Poslední řádek tabulky 2 tvoří kódy instrukce porovnání. Porovnání například obsahu registrů A a D (kód BA) znamená spočtení rozdílu $A - D$. Tento rozdíl se však nikde neukládá, pouze se nastavují všechny příznaky podle výsledku $A - D$. Je-li A menší než D, je CY = 1. Je-li $A = D$, je Z = 1. Je-li A větší než D, je CY = 0 a Z = 0.

Kódy pro přesuny mezi registry mikroprocesoru jsou obdobně uspořádány v tabulce 3. Například přesun $D: = L$ má kód 55. Konečně tabulka 4 shrnuje kódy inkrementace, dekrementace a plnění registrů daty z programu. $D: = D - 1$, neboli dekrementace D, má kód 15.

Nyní můžeme přistoupit k první ukázkce programu. Zapišeme ho jako podprogram, ze kterého se vrátíme do hlavního programu základní

Tabulka 5

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1C80	26	H: = 1D	; Nastavení adresy
1C81	1D		
1C82	2E	L: = 24	
1C83	24		; Adresa 1 D24
1C84	7E	A: = M(HL)	; Prvý sčítanec
1C85	2C	L: = L + 1	; Adresa 1 D25
1C86	86	A: = A + M(HL)	; Součet
1C87	2C	L: = L + 1	; Adresa 1 D26
1C88	77	M(HL): = A	; Uložení výsledku
1C89	C9	; Návrat do hlavního programu	

obsluhy počítače (MONITOR, operační systém), pomocí kterého lze z klávesnice zadat program, spustit od první uvedené adresy takovýto program a prohlédnout si obsah paměti, kam program uložil výsledky. První ukázka programu je v tabulce 5. K hodnotě byte paměti s adresou 1D24 přičteme obsah byte s adresou 1D25 a výsledek uložíme do byte s adresou 1D26. Vlastní program zapíšeme do paměti od adresy 1C80. Program v tabulce je uspořádán do sloupců. V levém sloupci je adresa, kde je v paměti uložen kód instrukce. Tento kód je v dalším sloupci. Pokud to není kód, ale data, píšeme je více vpravo (je to přehlednější, protože častěji než kódy měníváme parametry — data). Další sloupec si od příště vyhradíme pro návěští a mnemotechnický kód jazyka ASSEMBLER. V následujícím pravém sloupci budeme psát matematický význam instrukce a za středníkem případně ještě komentář k programu.

Je logické, že při tvoření programu začneme sloupcem „význam“, neopomeneme si psát komentáře, a až potom začneme v tabulkách hledat a do tabulky programu zapisovat kód. Při tomto „ručním“ kódování programu se musíme velice soustředit a kontrolovat, neboť vzniklé chyby se velice špatně zjišťují.

Pomocí zatím uvedených instrukcí bychom mohli sestavovat pouze lineární programy bez větvení a cyklů. Pro vytváření struktur v programu slouží instrukce skoků (Jump, obdoba GOTO z jazyka BASIC) a podmíněných skoků (obdoba IF THEN číslo řádku); volání podprogramů (Call, obdoba GOSUB) a podmíněného volání podprogramů (obdoba IF THEN GOSUB); návratů z podprogramů (obdoba RETURN) a podmíněných návratů z podprogramů (obdoba IF THEN RETURN). Jako podmínky slouží příznaky C, Carry při přenosu či výpůjčce, případně NC (Not Carry); Z, Zero při nulovém výsledku či NZ při nenulovém; M, Minus a P, Plus podle znaménka výsledku

Tabulka 6

	Vždy	C	NC	Z	NZ	M	P	PE	PO
Jump J. .	C3**	DA**	D2**	CA**	C2**	FA**	F2**	EA**	E2**
Call C. .	CD**	DC**	D4**	CC**	C4**	FC**	F4**	EC**	E4**
Return R.	C9	D8	D0	C8	C0	F8	F0	E8	E0

Tabulka 7

RP:	BC	DE	HL	SP	AF	Adresa
M(RP): = A	02	12	77	—	—	32**
A: = M(RP)	0A	1A	7E	—	—	3A**
Ulož RP	C5	D5	E5	—	F5	—
Vyber RP	C1	D1	E1	—	F1	—
RP: = Data	01**	11**	21**	31**	—	—
RP: =						
= RP + 1	03	13	23	33	—	—
RP: =						
= RP - 1	0B	1B	2B	3B	—	—
HL: =						
= HL + RP	09	19	29	39	—	—

(respektive osmého bitu výsledku — viz později o vyjádření záporných čísel ve druhém doplňku); PE, Parity Even, je-li ve výsledku sudý počet jedniček a PO, Parity Odd, je-li lichý. Pro zápis instrukcí skoků, volání a návratů použijeme již symboliky jazyka ASSEMBLER, tedy zkratk a zkomolenin z anglického popisu instrukcí. Skok J při nenulovém výsledku budeme psát JNZ. Návrat z podprogramu při liché paritě výsledku PO budeme psát RPO atd.

Za volání podprogramů či instrukcemi skoků musí následovat adresa, od které má program dále pokračovat. Do zápisu programu budeme často kreslit i názorné šipky. Adresu, složenou ze dvou byte, budeme psát podle zásady, že byte s vyšší částí adresy skoku bude sám mít v programu vyšší adresu než byte s nižší částí adresy. Tím však zápis vypadá poněkud ne-logicky, kdy skok na adresu 041D píšeme v programu postupně C3 1D 04. Nezbyvá však, než to vzít na vědomí a přizpůsobit se mikroprocesoru. Příslušné kódy souhrnně uvádí tabulka 6.

Další tabulka 7 shrnuje kódy instrukcí pro práci s registrovými páry. Těm odpovídají sloupce v tabulce. Prvý řádek patří instrukci pro přesun střadače A do paměti, kde adresu určuje registrový pár, či v programu je bezprostředně uvedena. Další řádek patří opačné operaci přesunu obsahu paměti do střadače A. Dva následující řádky slouží pro uložení

Tabulka 8

Restart	0	1	2	3	4	5	6	7
Kód	C7	CF	D7	DF	E7	EF	F7	FF
Adresa	0000	0008	0010	0018	0020	0028	0030	0038

Tabulka 9

Přerušeni povoleno	FB	Prázdná operace	00
Přerušeni zakázáno	F3	Stop procesoru	76
CY: = 1	37	$CY \leftarrow A \dots A$	07
CY: = not CY	3F	$CY \leftrightarrow A \dots A$	0F
A: = not A	2F	$\neg CY \leftarrow A \dots A$	17
A: = 00, CY: = 0	AF	$\neg CY \rightarrow A \dots A$	1F
A: = A, CY: = 0	B7	PC: = HL	E9
Port(*): = A	D3*	SP: = HL	F9
A: = Port(*)	DB*	HL: = DE, DE: = HL	EB
Dekadická korekce po sčítání v kódu BCD			27
H: = M(SP + 1), L: = M(SP), M(SP + 1): = H, M(SP) = L			E3
M(**): = L, M(** + 1): = H			22**
L: = M(**), H: = M(** + 1)			2A**

obsahu registrů do zásobníku, vytvořeného v paměti, kde vrchol zásobníku (tedy adresu, se kterou se právě pracuje) určuje ukazatel zásobníku SP. Na zásobník si počítač ukládá i návratové adresy při volání podprogramu a vyzvedává si je při návratu z podprogramu. Při uložení se vždy SP zvětší o dvě, při vyzvednutí sníží o dvě. Uložení obsahu registrů na zásobník užíváme v souvislosti s podprogramy, pokud si chceme vytvořit lokální proměnné, které nezmění původní obsahy registrů v hlavním programu. Práce se zásobníkem však bývá označována za rizikovou činnost, při které vznikají nebezpečné a těžko odhalitelné chyby (prohození obsahu registru s návratovou adresou, prohození obsahu dvou registrů atd.). Další řádek tabulky 7 slouží instrukci plnění obsahu registrových párů daty z programu, jejichž užití by v začátku programu z tabulky 5 ušetřilo jeden programový řádek. Následující dva řádky tabulky uvádějí kódy inkrementace a dekrementace šestnáctibitových čísel v registrových párech (neovlivní žádný příznak) a poslední řádek umožňuje sčítat šestnáctibitová čísla, kde střadačem je tentokrát registrový pár HL a výsledek ovlivňuje pouze příznak CY.

Tabulka 10

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1C8A	3E	A: = 05	; Sčítanec
1C8B	05	—	
1C8C	C1	HL: = 1D34	; Prvá adresa
1C8D	34	—	
1C8E	1D	—	
1C8F	B7	A: = A $\vee$ A	; Tím CY: = 0
1C90	0E	C: = 05	; Počet cyklů
1C91	05	—	
1C92	8E	A: = A + CY +	
		+ M(HL)	; Dílčí součet
1C93	77	M(HL) = A	; Výsledek uložen
1C94	23	HL: = HL + 1	; Nová adresa
1C95	3E	A: = 00	; Nulování A
1C96	00	—	
1C97	0D	C: = C - 1	; Čítač cyklů
1C98	C2	JNZ (1C92)	; Uzavření cyklu
1C99	92	—	
1C9A	1C	—	; Nastaveno A: = 00
1C9B	D2	JNC (1C9F)	Větvení programu
1C9C	9F	—	
1C9D	1C	—	
1C9F	3C	A: = A + 1	; Změna A = 01
1C9F	32	→ M(1D33): = A	; Uložení A
1CA0	33	—	
1CA1	1D	—	
1CA2	C9		; Návrat do hlavního programu

Volání často používaných podprogramů, respektive podprogramů odpovídajících na žádost o přerušení programu, usnadňuje osmice kódů restartů. Příslušný podprogram začíná na adrese uvedené v tabulce 8. Instrukce tak vystačí s jedním programovým řádkem proti instrukci Call, kde bychom potřebovali tři řádky (kód a dva byte adresy).

Devátá tabulka shrnuje zbývající kódy instrukcí. V levém sloupku to jsou povolení a zákaz přerušení. Následují instrukce nastavení a negací bitu CY a byte střadače A, výstupů na výstupní porty a čtení ze vstupních portů prostřednictvím střadače A. V pravém sloupku je prázdná operace (často se užívá pro zrušení některých programových řádků, aniž bychom museli měnit zbytek programu). Instrukce stop procesoru se příliš nepoužívá — pokračovat lze jen impulsem RESET či žádostí

o přerušení. Následují instrukce rotací, posouvání bitů ve střadači A, které ovlivňují bit CY. Tak lze větvit program pomocí CY podle jednotlivých bitů střadače. Rotacemi A se příznaky kromě CY nemění. Dále následují instrukce pro plnění čítače adres programu PC obsahem HL (a tím skok na vypočtenou adresu), plnění ukazatele zásobníku SP obsahem HL (a tím možnost práce s více zásobníky), prohození obsahů HL s DE (pro velký význam HL v řadě instrukcí). Čtyři dolní řádky tabulky 9 uvádějí korekci po sčítání čísel v desítkové soustavě (pomocí kódu BCD), výměnu HL s daty na vrcholu zásobníku (a tím možnost využití a úprav návratových adres) a instrukce pro uložení a vybrání HL na přímo uvedené adresy v paměti.

Některé z těchto instrukcí si předvedeme v programu podle tabulky 10. Číslo o délce 40 bitů je uloženo v pěti byte paměti, počínaje adresou 1D34. Toto číslo daný podprogram zvětší o pět. Pokud dojde k „přetečení“ součtu přes 40. bit, uloží se na adrese 1D33 hodnota 01, jinak 00. Komentář programu doplníme upozorněním, že $HL := HL + 1$, $C := C - 1$ a $A := 00$ nemění příznak CY, který tak může být využíván dalšími instrukcemi součtů či větvení programu.

FYZIKA

Mylné cesty k psychické energii

Ing. V. PATROVSKÝ, CSc., Praha

Kdosi kdysi dávno rozdělil svět na psychický, který je reprezentován naším myšlením, pocity, představami, sny apod., a na svět kolem nás, svět který lze dobře vnímat smysly a který lze ohmatat a který je znám jako svět fyzikální. Nicméně již *Platon* měl prý říci, že ti lidé, kteří si myslí, že existuje jen to, co mohou ohmatávat, jsou velmi neosvícení. Rozdělení světa bylo později v různých odstínech dovedeno většinou k názoru, že co je psychické, je subjektivní, nefyzikální, neskutečné. a od toho je jen krůček k označení, že je to nevědecké a nesmyslné. Uvážíme-li např. existenci různých záření, víme, že *Platon* měl zcela pravdu. Otázka živé hmoty, duše, myšlení apod. zajímala ovšem filozofy, theology, lékaře i vědce odedávna, ale dodnes o tom nevíme skoro nic. Různí badatelé za posledních 250 let dospěli k názoru, že především člověk má cosi jako životní a psychickou energii, a to zejména proto, že

určití lidé vykazovali zvláštní vlastnosti, ať již to byla jasnovidnost, proutkařství, vidění na dálku — telepatie, schopnost bezdotykově hýbat předměty — telekineze, léčit atd. To byly silné argumenty pro existenci zvláštní psychické síly, a tak mnoho badatelů se pustilo do jejího hledání, zkoumání a měření, mezi nimi i známý fyzik a chemik *W. Crookes*. Nebudeme tyto jevy zde popisovat, ani diskutovat. Jejich realita byla nescíslněkráté prokázána (i když bereme v úvahu některé podvody a omyly) a nám jde nyní jen o to, co vlastně ta řada badatelů skutečně prokázala či neprokázala. Předem prozradíme čtenáři, že většinou vše bylo trochu jinak, než se myslelo, a v řadě jevů to byla elektřina a teplo, které se uplatnily, nikoliv však psychická energie. Začneme s *F. A. Mesmerem* (1733—1815), vídeňským lékařem, který zprvu léčil magnety a později tahy rukou. S dnešního hlediska to byla směs hypnózy, psychotherapie a bioterapie. Léčivé účinky byly dosaženy vznikem elektrických nábojů a tzv. energomyotransférem, což prokázal počátkem našeho století *Heydweiler*, *Sečenov*, *Altruz* a u nás ve čtyřicátých letech *Bradna*. Uvážíme-li, že existují elektrické ryby, a vezmeme-li v úvahu i *Galvaniho* pokusy koncem 18. století, nejde tedy o žádnou magii, psychično či nadpřirozeno. V dnešní době k biologické elektrizaci těla přistupuje i elektrizace otěrem o prádlo ze syntetických látek, zejména nylónu. Změna elektrického odporu kůže vlivem emocí a stresu byla objevena také na přelomu století (*Veraguth*, *Müller*, *Féré*) a ve třicátých letech využita v tzv. detektorech lži. Bohužel řada svérázných badatelů, kteří zejména v západních zemích zpropagovali tzv. *Kirlianovu* elektrografii, nevěděla, že i tato metoda je založena na tomto jevu, a i u nás se objevily články na toto téma s nadpisy jako „Fotografie duše“, „Psychická energie dokázána“ atd. Ve skutečnosti jde však o koronový výboj z končetin, který je ovlivněn změnou elektrické vodivosti, a ta závisí na biofyzikálním stavu organismu. Zařízení vyžaduje zdroj vysokého napětí, temnou komoru, má nepříjemnou manipulaci, přičemž poskytuje sotva pět rozlišitelných druhů korony. Příslušné stavy lze pak poznat i bez přístroje, např. únavu, opilost, relaxaci aj. Naproti tomu lze změny elektrického odporu kůže sledovat velmi jednoduchým přístrojem (je popsán např. v *Amatér. rádiu* č. 7/78 str. 271) a napojit i na zapisovač. Další omyl s elektřinou se povedl ve čtyřicátých letech rakouskému lékaři *W. Reichovi*. Ten předpokládal, že se uvolňuje jakási organická energie při orgasmu, ale později zjistil, že tuto energii vysílá i neživá příroda, Slunce, Měsíc atd. Nazval tuto energii *orgon*. Byl si vědom její podobnosti se statickou elektřinou, ale existenci této elektřiny popřel, prohlásil ji za *orgon* a elektroskop *orgonoskopem*. Reich uprchl před nacisty do Norska a pak do USA. Tam se však dostal pro nedovolenou lékařskou činnost do vězení, kde r. 1957 umřel. Reich „vynalezl“ rozhaněč mraků a přivolávač deště a hlavně tzv. *orgonový akumulátor*. Byla to kovová skříň obalená izolantem a pak následovala další kovová

fólie a izolant, což se mohlo několikrát opakovat, ale izolant musel být vždy vnější vrstvou. Uvnitř takové skříně se vlivem nahromaděného orgonu měly dít podivuhodné věci — záblesky, uzdravování pacientů, urychlení klíčení semen a dokonce prý i jaderná reakce. Toto zařízení však bylo jen jakýmsi neúplným kondenzátorem. Zvýšení teploty uvnitř až o 2 °C připisoval Reich mylně orgonu — ve skutečnosti vyšší teplota byla způsobena tím, že vnitřek nebyl ochlazován prouděním vzduchu. Reich byl šarlatánem v nejhlubším slova smyslu, ale přesto dodnes je občas na Západě uváděn jako mučedník vědy. Poměrně nej-solidnější badatelem byl v polovině minulého století chemik *K. Reichenbach*, který zjistil, že velmi mnoho anorganických, organických i živých látek vysílá ve tmě slabé záření, které podle severského boha Odina nazval *Od*. Nejvýznačnější záření jeví lidské tělo, a to zpravidla pravá ruka a strana modře, levá oranžově, podobně póly magnetů. Také znějící zvon zářil, čerstvá zelenina, horský křišťál, květy atd. Záře byla pozorována i nad čerstvými hroby vídeňského hřbitova. K Reichenbachově cti budiž připomenuto, že věděl, že jde o záření hnilobných produktů a nikoliv o duše zemřelých. S dnešního hlediska jsou Reichenbachovy fenomény různé druhy slabé liminiscence a zasloužily by nového prozkoumání (viz Rozhl. m. f. č. 8 82/83 str. 341). Reichenbachův *Od* byl později zaměněn za tzv. *auru*, která má obklopovat lidské tělo. Ve dvacátých letech našeho století *dr. Kilner* v londýnské nemocnici sv. Tomáše zhotovil brýle, jimiž bylo možno údajně tuto auru vidět za denního světla proti tmavému pozadí. Brýle obsahovaly jako světelný filtr roztok dicyaninu v triethanolaminu. Teprve v šedesátých letech anglický elektronik *Elinson* a německý fyzik *Hartmann* poukázali na to, že tyto brýle propouštějí jen malou část červeného a fialového světla, které mají značně odlišnou disperzi, a předměty jimi pozorované mají dvojí obrys. To ovšem není žádná aura, neboť jev lze pozorovat i na bustě a na neživých předmětech. Čtenáři si mohou udělat podobný pokus, když se podívají tmavě modrým kobaltovým sklem na žárovku — její vlákno bude mít červený a modrý obrys. Tytéž dvojité obrysy se objeví, když mezi žárovku a oko s filtrem dáme prst, hřebík či tužku. U tohoto jevu lze vyvolat i tzv. *aftereffect* — v podstatě vidění doplňkové barvy — opět tedy badatelský omyl z neznalosti optiky. Pěkným důkazem tzv. elektrokinéze je pokus popsáný *Adamenkem*: Desku z PVC nebo polystyrénu zelektrizujeme třením suchou rukou a vhodíme na ni ping-pongový míček, který byl natřen stříbrenkou nebo učiněn polovodivým tuhou. Po přiblížení prstu míček utíká a v suchém vzduchu lze tyto pohyby provádět hodně dlouho.

Přicházíme nyní k omylům, kdy za psychickou energii bylo považováno teplo, nebo tepelné proudění. Doc. *Julius Krmešský* (viz Rozhl. m. f. 86/87 str. 28) dokazoval „neznámé psychické pole“ vlivem osob na lehce pohyblivé soustavy, např. na malém plavidlu, katamaránku s kulatým

terčíkem. Při pohledu na terčík se katamaran začal pohybovat po vodě k sedící osobě. Bohužel důkladné pokusy, které již r. 1973 provedl autor tohoto článku, však ukázaly, že zde jde o mikroproudění, způsobené teplem lidského těla (viz Mladý svět č. 37/73). Teplý vzduch stoupá nahoru a tím vzniká „mikrovítr“ k osobě. O tom se můžeme přesvědčit zapálenou svíčkou nebo tím, že nádobku s katamaránkem vložíme do větší sklenice. V posledním případě pohyb téměř ustane. Podobného omylu se dopustil dotyčný docent, když posuzoval (s *ing. Drbalem*) v jednom krátkém filmu podobné pokusy *R. Pavlity*. Na důkaz, že se systém neotáčí teplem z lidského těla, dali k zařízení skleničku vody a teploměrem ukázali, že má 37 °C. Nic se nedělo, a tedy prý teplo zde nepůsobí. Bohužel dotyční zaměnili teplo a teplotu. K simulaci tepelného toku lidského těla by byl třeba totiž válec obsahující asi 80 litrů vody 37 °C teplé a ne pouhá sklenička. Omyl ovšem byl podpořen nesprávným názvem teploměr — ten totiž neměří teplo (tepelný tok), ale teplotu, a měl by se nazývat teplotoměr. Je ovšem třeba říci, že doc. Július Krmešský dovedl působit i na proužek papíru zavěšený v uzavřené baňce. V tom případě také nejde o psychickou energii, ale o vznik elektrického náboje, což u starších lidí nebo lidí konzumujících hodně zeleniny není vzácností. Starší lidé totiž mají v těle méně vody a zelenina dodá draslík, který zvýší potenciál na membránách buněk. (Viz Vesmír 50, č. 11, 329, 1971). Zcela podobně se uplatní tepelné záření a vznik elektrického náboje u pokusů se zastavováním tzv. Crookesova radiometru (viz Rozhl. m. f. č. 5 77/78 str. 213). Ani zde nelze mluvit o nějakých psychických částicích (psychony, psiony, psitrony, biony, mentiony). Ostatně brněnští přírodovědci ukázali správně, že jedním z atributů živé hmoty je její složitost. Čím je organismus složitější, tím je dokonalejší. Proto nelze předpokládat, že existují nějaké živé nejjednodušší částice analogické elektronům nebo fotonům.

Pěkným příkladem jevu způsobeného elektřinou je rozsvícení žárovky držené za závit v jedné ruce, když druhá ruka tře baňku. Podle *B. Kafky* (sochař, který od dvacátých let se zabýval u nás parapsychologií, ač tento termín nikdy neužíval) se takto projevuje onen Mesmerův životní magnetismus. Autor tohoto článku opět tuto záhadu vyluštil. Baňka svítila bělomodrým světlem v celém objemu, ale jen s žárovkou určitého typu, které tehdy byly v prodeji. Ty žárovky totiž obsahovaly vzácný plyn krypton, který lze elektrickým nábojem vznikajícím třením skla přivést velmi snadno ke svícení. Podobný pokus můžeme opakovat s větší neonkou, ne však s dnešní žárovkou.

Není možno v krátkém článku uvádět další podrobnosti a omyly. Závěr je však jasný — to, co někteří badatelé považovali za tzv. psychickou energii, byla elektřina nebo teplo, v některé své někdy nezvyklé formě. Paradoxem je, že dosavadní kritici o těchto skutečných omylech nevěděli, nedovedli je postřehnout, a tedy právě tak jako původní

badatelé neměli potřebnou erudici. Skepse a kritika prověřuje nová i starší fakta, jde jen o to, aby kritika byla na místě. Došlo-li tedy k omylům, vůbec to neznamená, že příslušný jev neexistuje, ale znamená to jen to, že je nutno použít jiných a adekvátnějších metod. Věda ještě nezná mnoho věcí, vztahů a zákonitostí a je zcela nemístné si myslet opak. Jsou zřejmě jevy a věci, které navždy zůstanou nepochopeny, například v kosmu nebo v mikrosvětě. Nedovedeme si představit konečnost ani nekonečnost vesmíru. Nedovedeme si však představit ani věci jednodušší; proč se magnetické póly přitahují či odpuzují nebo jaký barevný vjem by teoreticky mohlo vyvolat infračervené nebo ultrafialové záření, kdyby ovšem oko bylo jinak uzpůsobeno. Není možno cokoliv odmítat jenom proto, že to odporuje naší (běžné) zkušenosti, že jsme se s tím nesetkali, že to odporuje „zdravému“ rozumu atd. Mnohé tyto jevy lze řadit do tzv. distanční biofyziky (Sl. obz. č. 9/85 str. 452). Monitorování elektrických vlastností lidského těla je též popsáno (Čas. lék. čes. 115, 1280, 1976). Fyzika ovšem může tyto problémy řešit pouze ve spolupráci s biologií, biochemií, biofyzikou aj. a biofyziku samu nelze v žádném případě pokládat za fyziku aplikovanou na biologii, neboť biofyzika musí respektovat zvláštní vlastnosti živé hmoty a upravit vhodnou metodiku i použít vhodných přístrojů a speciálních přístupů. Zde je nutno si uvědomit, že živá hmota se při pokusech ničí, zaniká, nebo se alespoň mění. Člověk se unavuje a vyžaduje odpočinek. Chcete-li si udělat pokus se svou „bioenergií“, dejte do tří misek nebo malých květináčů písek, zavlhčete stejnoměrně vodou a do povrchu zatlačte deset hnědých fazolí nebo hrachu. Jedna miska slouží jako kontrola, druhou misku ovlivňujte ráno a večer asi třiceti tahy pravou rukou, když misku položíte na dlaň ruky levé. Třetí misku ovlivňujte ráno a večer po dobu asi pěti minut pohledem, který postupně soustřeďujete na jednotlivá zrna. Každý den pak misky zalévejte stejným množstvím vody. Za několik dní bude ve většině případů zřejmé, že semena ovlivněná rukou a pohledem rostou mnohem rychleji než semena neovlivněná. Je vhodné současně provádět i čtvrtý pokus, kdy dvakrát denně třením rukou zelektrizujeme proužek polystyrénu (polyethylénu, PVC), který pak položíme přes misku. I v tomto případě se růst značně urychlí a současně dokumentuje, že naše „bioenergie“ má zřejmě elektrickou podstatu. Po 12 až 15ti dnech můžeme provést vyhodnocení, změřit délky stonků a porovnat s kontrolním pokusem.

Řešení algebrogramů ze str. 78

- a) $629 + 359 + 5309 + 3129 + 2179 + 16904 = 28509$
- b) $9142 + 4531 + 92 + 6231 + 81020 + 1 = 101017$
- c) $8558 + 6858 + 3858 + 8 + 18718 + 69834 + 58 = 107892$

Interferencia a ohyb svetla II.

Doc. RNDr. Ing. D. KLUVANEC, CSc., Nitra

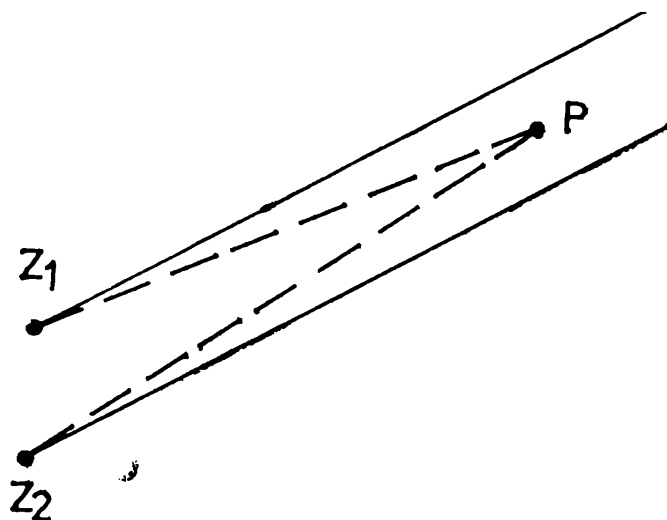
(pokračovanie článku z ostatného čísla, študijná téma pre kategóriu A
XXIX. ročníka FO)

2. Základné ohybové javy svetla

Ako sme už uviedli, ohybové svetelné javy majú svoj pôvod v interferencii a použití Huygensovho princípu pre svetelné vlny šíriace sa z vhodne uvažovaných, tzv. druhotných zdrojov svetla.

A. J. *Fresnel* študoval ohybové javy, ktoré vznikajú pri prechode svetla z bodového zdroja na prekážkach v jeho blízkosti. J. *Fraunhofer* sa zaujímal o ohybové javy na prekážkach, kde svetelné vlny majú presne rovinné vlnoplochy.

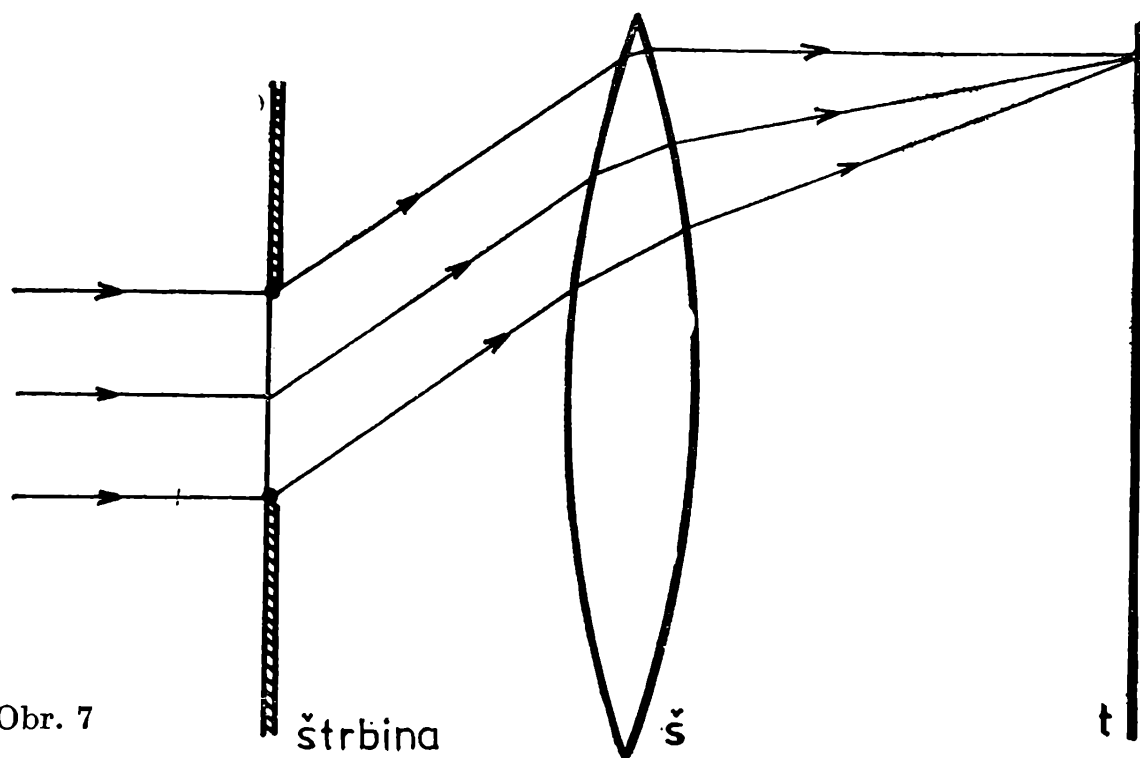
Každý prípad, v ktorom je prekážka vo veľkej vzdialenosti od zdroja svetla, možno považovať za *Fraunhoferov ohyb*.



Obr. 6

A. *Fraunhoferove ohybové javy svetla* (difrakcia rovnobežných vln).

Pri riešení interferencie svetelných vln od zdrojov svetla v určitom bode priestoru sa veľmi často používa model rovnobežných vln. Vychádza sa z predpokladu, že vzájomná vzdialenosť zdrojov svetla je malá v porovnaní s ich vzdialenosťou od bodu priestoru, v ktorom sa svetelné vlny skladajú. V skutočnosti vždy ide o skladanie rôznobežných vln, ktoré však za uvedeného predpokladu sa nahrádzujú modelom rovnobežných vln, čo predstavuje určité geometrické priblíženie (obr. 6). Ku skutočnému skladaniu rovnobežných vln dochádza napr. na tienidle umiestnenom v ohniskovej rovine bikonvexnej šošovky (obr. 7). Zo



Obr. 7

zákonov optiky vyplýva, že rozdiel optických dráh ohnutých vln vzniká len po ich ohybe, samotná šošovka už túto veličinu neovplyvňuje. K takejto interferencii dochádza napr. v oku človeka alebo v optických prístrojoch.

a) Monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou λ dopadá ako rovinná vlna na kruhový otvor s malým polomerom R (obr. 8). Vysvetlite a zdôvodnite, aký interferenčný obraz vznikne na tienidle rovnobežnom s kruhovým otvorom. Presnejšie geometricky určte interferenčný obraz.

Všetky body kruhového otvoru sú druhotnými zdrojmi svetla, od ktorých sa svetlo šíri podľa Huygensovho princípu všetkými smermi.

Vlny prechádzajúce otvorom v smere dopadu vytvárajú na tienidle svetlú kruhovú škvrnu (nastáva ich interferencia s dráhovým rozdielom 0).

Vlny, ktoré sú postupne odklonené od smeru dopadu, majú pri interferencii narastajúci dráhový rozdiel, interferenciou vzniká menej svetlé okolie kruhovej škvrny ohraničené tmavým krúžkom. Pre uhol α prvého tmavého krúžku, tzv. uhlový polomer svetlej škvrny platí

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{2R} = \frac{\lambda}{D}, \quad (9)$$

kde D je priemer kruhového otvoru. Centrálna škvrna je na tienidle obkolesená sústavou sústredných svetlých a tmavých krúžkov.

Experimentálne merania ukazujú, že uhol α je o niečo väčší, ako hodnota určená vzťahom (9). Približne platí

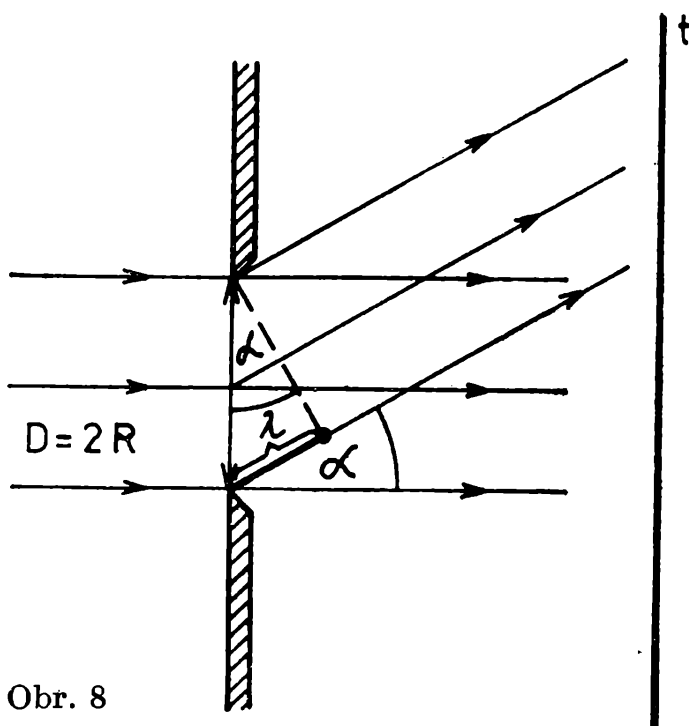
$$\sin \alpha = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 0,61 \frac{\lambda}{R}.$$

(Príčina tohto javu je v nepravidelnosti kruhového otvoru.)

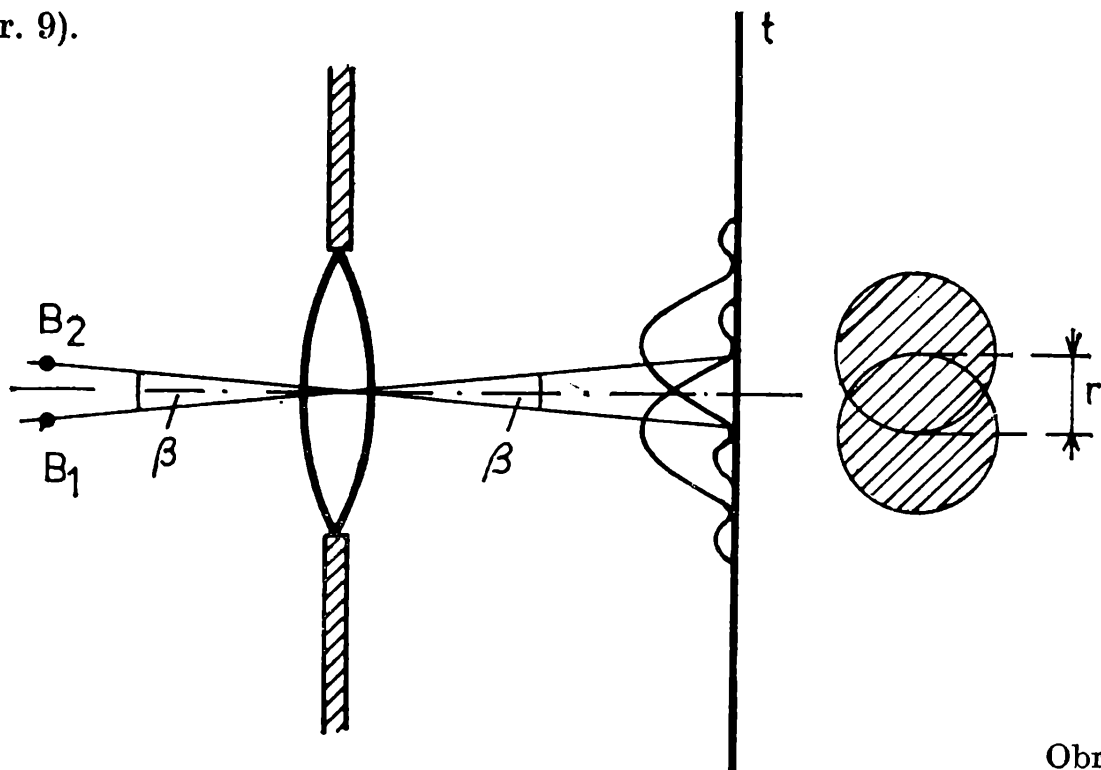
Poznámka: Ohybový jav svetla na kruhovom otvore obmedzuje rozlišovaciu schopnosť optických prístrojov (ďalekohľad, mikroskop, lupa) i oka. Ohybový jav zapríčiňuje, že každý bod sa zobrazí pomocou optického prístroja ako kruhová škvrna.

Rozlišovacia schopnosť A optického prístroja je prevrátená hodnota najmenšieho uhla β pozorovania dvoch bodov optickým prístrojom, ktoré ešte optický prístroj odlišuje ako dva samostatné body, $A = \frac{1}{\beta}$.

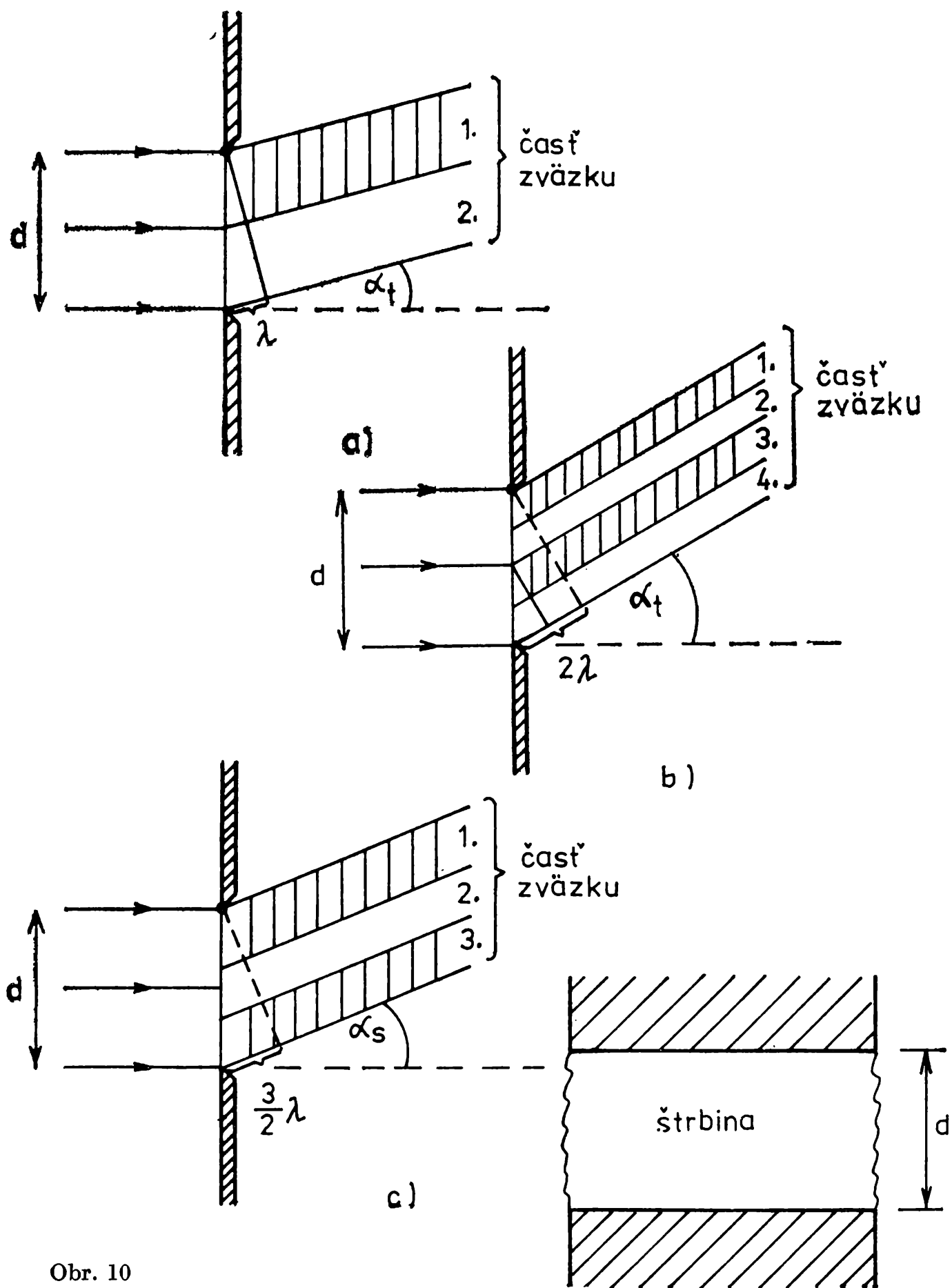
Každý z bodov B_1, B_2 je na tienidle umiestnenom v ohniskovej rovine napr. šošovky zobrazený ako svetlá kruhová škvrna s uhlom $2\alpha \doteq \frac{\lambda}{R}$ (obr. 9).



Obr. 8



Obr. 9



Obr. 10

MAKRO- (z řec. *makros* = dlouhý, vysoký, daleký, velký) — počáteční část složených slov mající význam „velikost, velký rozměr“; následující část složeného slova označuje to, co je veliké (v. makrokosmos, makromolekula), nebo to, co s velikými rozměry pracuje (v. makroskopický); počáteční část je proto k části následující buď v postavení přívlastku nebo předmětu.

Pozn.: Řecké „*makros*“ značí „velký“ především mírou nebo rozměrem; naproti tomu řec. „*megas*“ (v. *mega-*) značí „velký silou“, mocí, měrou, působením. V odborné terminologii se však zpravidla tento jemný rozdíl setřel, dokonce se používá i obou výrazů v témže významu, např. **MEGALOGRAFIE** = **MAKROGRAFIE** — nemocí způsobené psaní mimořádně velkým písmem. Ve fyzice však složka *mega-* má význam zveličovací, tj. „velmi velikých rozměrů“, dále pak význam násobné jednotky 10^6 , takže **MAKROKOSMOS** je „svět velikých rozměrů“, tj. tak velikých, že je lze vidět pouhým okem; naproti tomu **MIKROKOSMOS** je „svět malých rozměrů“, tj. tak malých, že lze věci pozorovat jen mikroskopem; **MEGALOKOSMOS** je pak „svět velmi velikých rozměrů astronomických“, takže je pozorovatelný jen mohutnými dalekohledy.

MAKROMOLEKULA (v. molekula) — „velká molekula“, složená z mnohonásobně se opakujících strukturních jednotek

MAKROSKOPICKÝ (řec. *skopeó* = hledět, pozorovat; v. *-skop*) — tak velký, že je pozorovatelný pouhým okem; pozorovaný pouhým okem bez pomoci lupy nebo drobnohledu (naproti tomu **MIKROSKOPICKÝ** je tak malý, že je pozorovatelný jen drobnohledem)

MANOMETR (slož z řec. *manos* = řídký + *metron* = měřidlo, míra; v. *-metr*¹) — „měřič řídkosti“; přístroj k měření tlaku plynu nebo kapaliny v uzavřených prostorách; tlakoměr. Pozn.: Nespojovat s lat. *manus* = ruka a nevykládat jako „ruční měření“.

MASER [mejzr] (zkratkové slovo z angl. *m(ikrowave) a(mplification by) s(timulated) e(mission of) r(adiation)* = mikrovlnné zesílení stimulovanou emisí záření; srov. **LASER**) — zařízení, které mnohonásobně zesiluje a usměrňuje elektromagnetické vlnění

MATERIALIZACE (slož. z lat. *materialis*; od *materia* = látka, z které se něco dělá; hmota; srov. **MATERIÁL** + přípona *-isatio*; v. *-izace*) — „činnost, která činí něco hmotným“; zhmotňování; ve fyzice: **MATERIALIZACE** záření — zhmotnění záření; **MATERIÁLNÍ** — týkající se hmotné stránky; hmotný; ve fyzice: **MATERIÁLNÍ** vlny — hmotové vlny

MEGA-, **MEGALO** — (z řec. *megas*, *megalé*, *mega* — velký, mohutný, četný) — počáteční část složených slov mající význam „síla, mohutnost, abnormální velikost“; následující část složeného slova označuje to, co je „mohutné“ (v. megafon, megakosmos, megaskop), nebo to, co se „velkými věcmi“ zabývá (např. **MEGALOMÁNIE** — chorobná

mánie, vášně k velikým věcem; velikášství). Počáteční část je proto k části následující buď v postavení přívlastku nebo předmětu. Ve fyzice má kromě toho *mega-* ještě často význam násobné jednotky 10^6 , tj. „milionkrát více“ než veličina uvedená v následující části složeného slova (v. megadyn, megaelektronvolt, megaerg, megapond). V též poznámku u makro-.

MEGADYN (v. dyn) — dříve používaná násobná jednotka síly; milion dynů

MEGAELEKTRONVOLT — násobek jednotky pro hodnotu energie elementárních částic; milion elektronvoltů

MEGAERG (v. erg) — dříve používaná násobná jednotka práce; milion ergů

MEGAFON (řec. *fóné* = hlas, zvuk; v. *-fon*) — „veliký hlas“; elektroakustický přístroj, který „ze slabého zvuku udělá zvuk silný“; zesilovač zvuku; reproduktor.

Pozn.: MEGAFON je též termín pro přístroj navržený Edisonem k mluvení do větších dálek.

MEGAKOSMOS (v. kosmos) — „svět velmi velikých rozměrů“, tj. astronomických; v. Pozn. u makro-.

MEGAPOND (v. *pond*) — dříve používaná násobná jednotka tíhy (síly); milion pondů

MEGASKOP (řec. *skoπέο* = hledět, pozorovat; v. *-skop*) — mimořádně velký „pozorovací“ tj. promítací přístroj

MECHANIKA (z řec. *méchanikos*, od *méchané* — stroj; srov. MAŠINA — prostřednictvím francouzštiny a němčiny) — 1. pohybující se technické zařízení, soustrojí, strojnictví; 2. část fyziky pojednávající o rovnováze a mechanickém pohybu těles; nauka o pohybu těles a o silách, které považujeme za příčinu pohybu

-MECHANIKA — koncová část složeného slova, přičemž předcházející část upřesňuje druh mechaniky; v. *aero-*, *geo-*, *hydro-*, *stereo-*, *telemekanika*

MECHANICKÝ — strojový, vybavený mechanismem, prováděný pomocí mechanismu; konaný bez zvláštního promýšlení, bezmyšlenkovitý („pracující jako stroj“), bezděčný, mimovolný; ve fyzice: MECHANICKÝ pohyb — změna polohy tělesa vzhledem k jiným tělesům v prostoru a čase, přičemž jsou základní vlastnosti tělesa zachovány

MECHANIZACE (v. *-izace*) — „zavádění mechaniky“; nahrazování ruční práce prací vykonávanou strojem

MEMBRÁNA (z lat. *membrana* — kůžička, blána; kůže potahující údy; od *membrum* = úd) — blána; ve fyzice: tenká, pružná, na okraji upevněná blána nebo destička, která se rozechvívá dopadem zvukových vln

MENISKUS (z řec. *méniskos*; zdrobnělina od *méné* = měsíc) — měsíček;

- spojná nebo rozptylná čočka (je zahnutá jako srpek měsíce); zakřivený tvar povrchu kapaliny v kapilární trubici; v lékařství: chrupavčitá poloměsíčitá ploténka kloubu, spojená na obvodu s kloubním pouzdem
- MERIDIÁN** (z lat. *meridianus* = polední; od *meridies* = poledne; „uprostřed dne“ slož. z *medius* = střední, prostřední, uprostřed ležící + *dies* = den) — zeměpisný poledník (spojuje místa, která mají ve stejnou dobu poledne); **MERIDIÁLNÍ**, **MERIDIÁNOVÝ**, **MERIDIONÁLNÍ** — poledníkový
- MET-**, **META-** (z řec. *meta* = mezi, s, do, při, za, po) — předpona s významem „přes, pře-; mezi, s, spolu; za, vzadu, vedle, po, vně; změna“
- METACENTRUM** (slož. z *meta* — zde ve významu „za, vedle, vně“ + *kentron*, v. *centrum*) — ve fyzice: zástředí; z polohy svislé poněkud vychýlený průsečík vztahové síly vody a plavební osy plavidla
- METAGALAXIE** (slož. z *meta* — zde ve významu „za, po, potom“ + *galaxias*, v. *galaxie*) — galaxie, které jsou pozorovány za hranicemi naší galaxie
- METALICKÝ** (z lat. *metallum* = doly, vykopaný nerost, kov; srov. **METÁL** — kovový odznak jakožto symbol vyznamenání) — kovový; v. t. bimetalický, monometalický; **METALIZACE** (v. -izace) — „dodávání vlastností kovových předmětů“; pokovování; **METALIZOVAT**; v. t. metalurgie
- METALURGIE** (slož. z lat. *metallum* = doly, vykopaný nerost, kov; v. *metalický* + řec. *ergon* = dílo, práce, čin; v. -urgie) — „výroba kovů“; hutnictví; v. t. elektrometalurgie
- METEOR** (z řec. *meteóros* = ve výšce, do výšky se vznášející; slož. z *meta* — zde ve významu „do, přes, za, jinam“; v. *met-* + *airó* = zdvíhat, zdvíhat se, vznášet se; souvisí s *aér* = vzduch; v. *aero-*) — „vznášející se do výše, ve výši“; povětroň. Pozn.: Z představy něčeho, co se vznáší ve výši, nabylo už v řečtině zpodstatnělé podst. jméno *meteóros* významu „nebeské těleso“, „úkaz v povětří“. V. t. hydro-meteor, meteorit, meteorologie.
- METEORIT** (slož. z řec. *meteóros* = do výše, ve výši se vznášející; v. *meteor* + *-it* — přípona analogicky používaná pro jména hornin a nerostů; v. -it) — vlastní těleso meteoru (nebo jeho část), dopadlo-li na Zem; zbytky meteorických těles dopadlých a nalezených na Zemi
- METEOROLOGIE** (slož. z řec. *meteóros* = do výše, ve výši se vznášející; v. *meteor* + *logos* = slovo, řeč; v. -logie) — „nauka o meteorech, o povětroních“; nauka o fyzikálních dějích v zemské atmosféře a o jejich příčinách; nauka o fyzikálních vlastnostech ovzduší, převážně o počasí
- METODA** (slož. z řec. *meta* — zde ve významu „po, přes“; v. *met-* + *hodos* = chod, chůze, cesta; v. anoda) — „po cestě“; postup; plánovitý, tj. „po předem stanovené cestě“; postup k dosažení cíle
- METR** (z řec. *metron* = měřidlo, míra) — základní jednotka délkové

míry; v. t. metrologie, metronom; METRICKÝ — vztahující se k metru, základní jednotce délkové míry. Pozn: Termín METRO — podzemní dráha nemá s měřením nic společného; je to zkrácené slovo z „metropolitní“, „metropole“ — hlavní město (slož. z řec. *méter* = matka + *polis* = město); „metro“ tedy je dopravní prostředek velkoměsta, hlavního města. (Termín „metropole“ vznikl u starých Řeků, když obyvatelé mateřského města odcházeli zakládat města nová, která pak se starým městem byla v úzkém hospodářském, politickém a kulturním styku.)

-METR¹ (v. *metr*) — ve fyzice jedna z nejčastějších koncových složek fyzikálních termínů vyjadřující, že člověk nebo přístroj

1. provádí měření toho, co uvádí první část složeného slova; např. BAROMETR (řec. *baros* = tíže) — „přístroj měřící tíži-tlak“, tlakoměr. V. t. akcelero-, aktino-, alkoholo-, anemo-, areo-, dazy-, denzi-, dynamo-, elektro-, expozi-, foto-, frekvento-, galakto-, galvano-, gonio-, gravi-, hygro-, hypso-, hypsotermo-, chrono-, lakto-, pykno-, pyrhelio-, pyro-, radio-, refrakto-, rentgeno-, sacharo-, spektro-, tacho-, tele-, vakuo-, variometr

2. (v řídkých případech) provádí měření něčeho na podkladě, na základě toho, co uvádí první část složeného slova; např. INTERFEROMETR — měřící přístroj, který je založen na interferenci (neměří interferenci, ale pomocí interference měří délku vlny); v. t. psychometr, tachymetr

Pozn.: Ke koncové složce -*metr*¹ zpravidla existují souvztažné koncové složky -METRICKÝ a -METRIE (v. t.), např. geometr-geometrický-geometrie.

-METR² (v. *metr*) — koncová část složených slov vyjadřující, že jde o základní jednotku délkové míry v počtu, jak uvádí předcházející část složeného slova; např. KILOMETR (řec. *chilioi* = tisíc) — tisíc metrů; v. t. centimetr, decimetr, dekametr, milimetr, myriametr, parametr. Pozn.: Zatímco ke koncové složce -*metr*¹ zpravidla existují souvztažné koncové složky -metrický a -metrie, totéž se o složce -*metr*² říci nedá.

-METRIE (od řec. *metron* — měřidlo, míra; v. *metr*) — koncová část složených slov mající význam „nauka o měření, o vyměřování; způsob měření“; předcházející část složeného slova upřesňuje, „co“ nebo „jak se vyměřuje“; např. SYMETRIE (řec. *syn* = s, spolu, společně, sou-) — souměrnost; AUDIOMETRIE (lat. *audio*, -*ire* = slyšet) — měření stavu sluchu. V. t. -*metr*¹, aktinometrie, elasticimetrie, fotometrie, geometrie, goniometrie, gravimetrie, kolorimetrie, stereometrie. Pozn.: Zpravidla existuje souvztažná koncová složka -metrický a -*metr*¹, nikoli však -*metr*².

METROLOGIE (slož. z řec. *metron* = měřidlo, míra; v. *metr* + *logos* = slovo, řeč; v. -logie) — nauka o přesném měření všech veličin

Body B_1, B_2 sú ďaleko od šošovky, zobrazujú sa približne rovnobežnými vlnami a podmienkou ich rozlíšenia na tienidle t je, aby uhol β' medzi vlnami prechádzajúcimi stredmi škvŕn bol najmenej rovný uhlovému polomeru α jednej škvŕny, tj.

$$\beta' \geq \alpha = \frac{\lambda}{D}.$$

Pre rozlišovaciu schopnosť optického prístroja potom máme ($\beta'_{\min} = \beta = \alpha$)

$$A = \frac{1}{\alpha} = \frac{D}{\lambda}, \left(A = \frac{D}{1,22 \lambda} \right). \quad (10)$$

Rozlišovacia schopnosť optického prístroja je priamoúmerná priemeru D kruhového otvoru a nepriamoúmerná vlnovej dĺžke λ svetla.

Úloha: Určte fyzikálnu rozlišovaciu schopnosť oka, ak priemer očnej šošovky je 2,0 mm, pre svetlo s vlnovou dĺžkou 0,56 μm . ($\alpha = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$, $A = 4,4 \cdot 10^3 \text{ rad}^{-1}$)

Úloha: Určte rozlišovaciu schopnosť hvezdárskeho teleskopu s priemerom 6,0 m pre svetlo s vlnovou dĺžkou 0,56 μm . ($\alpha = 7,7 \cdot 10^{-8} \text{ rad}$, $A = 1,3 \cdot 10^7 \text{ rad}^{-1}$)

b) Monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou λ dopadá ako rovinná vlna na štrbinu so šírkou d (obr. 10). Na štrbine nastáva ohyb svetla. Rovnobežne so štrbinou umiestnime tienidlo. Vysvetlite a zdôvodnite, aký interferenčný obraz na tienidle vzniká. Interferenčný obraz presnejšie určte geometricky.

Všetky body štrbiny sú zdrojmi svetla s rovnakou fázou.

Svetlý prúžok vzniká v smere dopadajúcich vln. Ohnuté vlny rozdelíme na dve časti, zväzky. Prvý tmavý prúžok vzniká v smere určenom uhlom α_t , ak ku každej vlne v 1. časti zväzku (pozri obr.) jestvuje v 2. časti zväzku vlna s opačnou fázou. To nastane vtedy, keď dráhový rozdiel Δs krajných vln zo štrbiny je rovný λ , $\Delta s = d \sin \alpha_t = \lambda$ (ďalším tmavým prúžkom zodpovedajú hodnoty $\Delta s = 2\lambda, 3\lambda, \dots, k\lambda$; $k = 1, 2, 3, \dots$), pozri obr. 10 a, b,

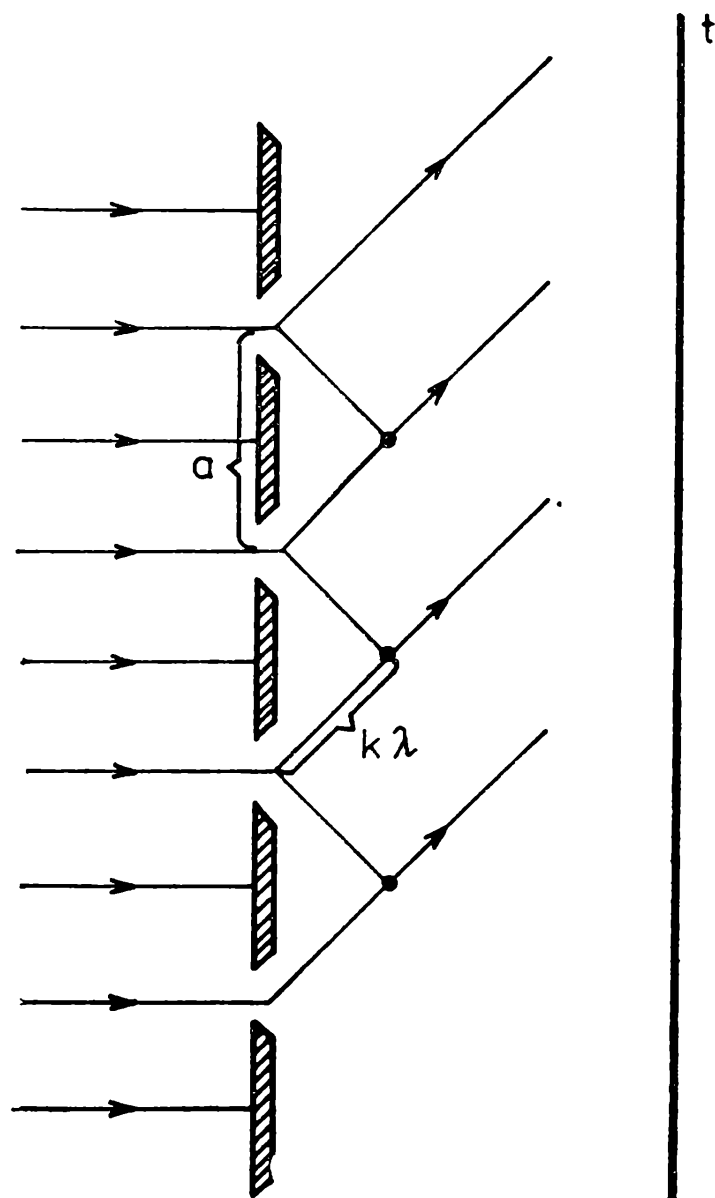
$$d \sin \alpha_t = k \lambda.$$

Svetlé prúžky vznikajú medzi tmavými, sú určené uhlami α_s , pre ktoré platí

$$\Delta s = d \sin \alpha_s = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (11)$$

(Vysvetlite ich vznik podľa obr. 10 c.)

c) Monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou λ dopadá ako rovinná vlna na sústavu štrbín (mriežku), obr. 11. Susedné štrbiny majú vzdialenosť a . Rovnobežne s mriežkou je umiestnené tienidlo. Vysvetlite a zdôvodnite, aký interferenčný obraz na tienidle vzniká. Interferenčný obraz presnejšie určte.



Obr. 11

(Poznámka: Optickú mriežku možno získať vyrytím sústavy rovnobežných rýh (vrypov) na skle alebo kovovom zrkadle. Štrbiny vznikajú medzi rýhami optickej mriežky na prechod svetla (v skle) alebo odraz svetla (kovové zrkadlo). Optické mriežky majú obvykle veľkú hustotu štrbín, až niekoľko 1000 na 1 mm podložky.)

Vlny vystupujúce zo stredov jednotlivých štrbín majú medzi sebou dráhové rozdiely

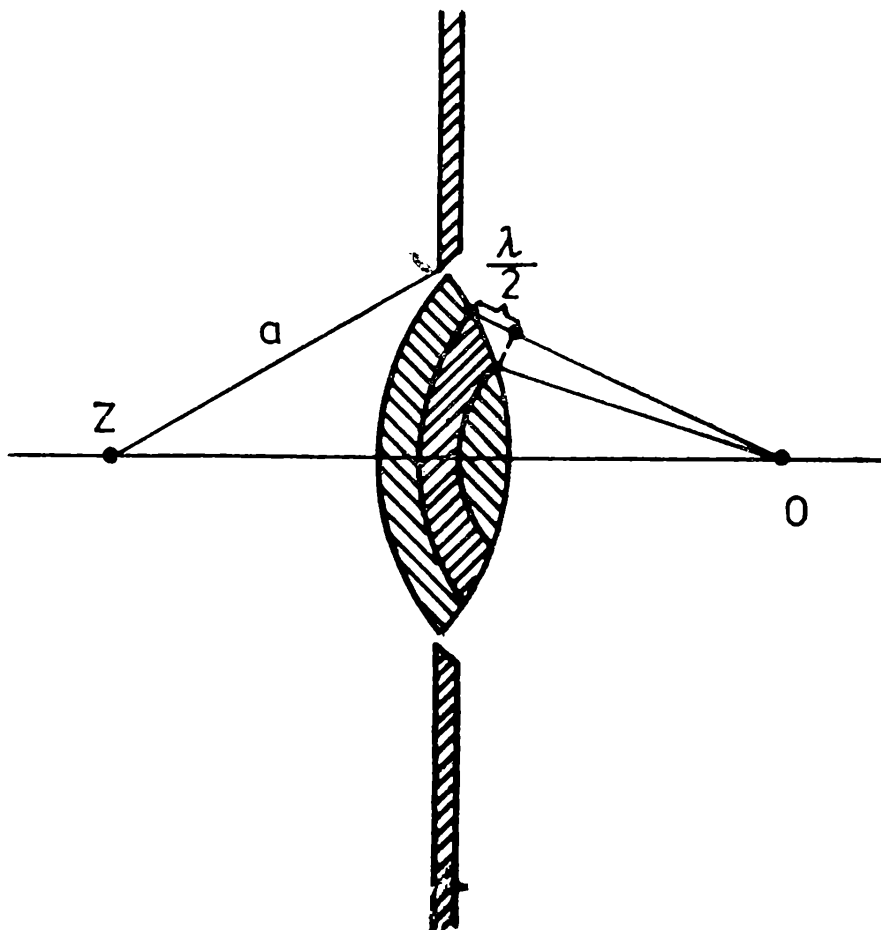
$$\Delta s = a \sin \alpha ,$$

kde α je úhol odklonu ohnutých vln od smeru dopadu vln. Všetky rovnako ležiace vlny v susedných štrbínach majú ten istý dráhový rozdiel $a \sin \alpha$.

Uhol svetlého prúžku k -teho rádu je preto určený podmienkou

$$a \sin \alpha = k \lambda , \quad (12)$$

kde $k = 0, 1, 2,$



Obr. 12

Svetlé pružky sú tým ostrejšie, čím je väčší počet štrbín mriežky, lebo sa tým dokonalejšie ruší svetlo v smeroch nesplňujúcich podmienku (12).

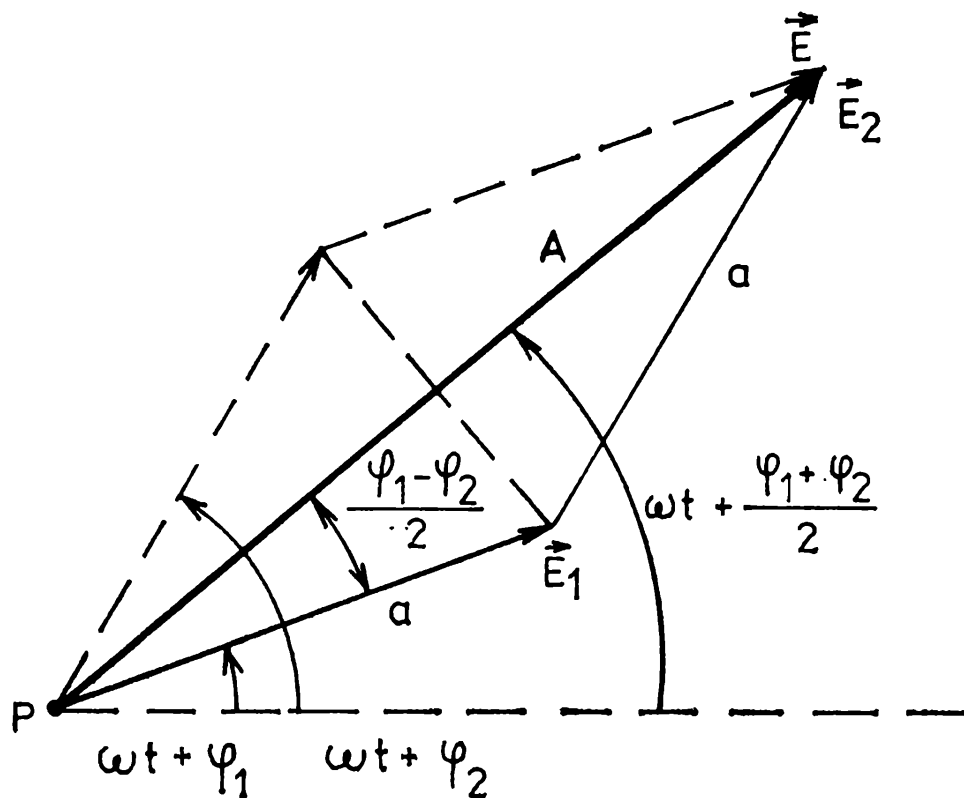
Ak dopadá na mriežku biele svetlo, tvoria sa ostré maximá pre rôzne vlnové dĺžky v rôznych smeroch, tj. v rôznych vzdialenostiach od maxima 0. rádu, ktoré má rovnakú polohu pre všetky vlnové dĺžky. Po oboch stranách tohto bieleho maxima vznikajú farebné čiary 1., 2. a vyšších rádov. Poloha čiar farebného spektra umožňuje pomerne presne určiť zastúpenie zložiek v zloženom svetle a ich vlnové dĺžky. Z experimentálnych výsledkov vyplýva, že relatívna rozlišovacia schopnosť mriežky $\lambda/\Delta\lambda$ je rovná súčinu rádu k spektra a počtu N vrypov mriežky

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = k \cdot N,$$

$\Delta\lambda$ je rozdiel vlnových dĺžok dvoch blízkych čiar spektra.

B. *Fresnelove ohybové javy svetla* sú oveľa zložitejšie v porovnaní s Fraunhoferovými ohybovými javmi. Ide o situácie, v ktorých sa prekážky nachádzajú v blízkosti zdrojov svetla v opticky izotropnom prostredí a svetlo dopadajúce na prekážky nemožno považovať za rovinné vlny.

Majme bodový zdroj Z svetla, ktorý je na osi otvoru (obr. 12). Predstavme si guľovú vlnoplochu s polomerom a , kde a je vzdialenosť okrajov



otvoru od zdroja Z svetla. Zo všetkých bodov guľovej vlnoplochy vychádza svetlo s rovnakou fázou. Osvetlenie bodu O na osi otvoru je určené interferenciou svetelných vln od druhotných zdrojov svetla na povrchu guľového vrchlíka ohraňovaného otvorom. Fresnel dômyselne rozdelil povrch vrchlíka na kruhové pásma, od ktorých je dráhový

rozdiel svetla do bodu O rovný $\frac{\lambda}{2}$, tzv. polvlnové pásma. Svetelný

účinnok susedných pásiem sa v bode O ruší. Z tohoto vyplýva, že v bode O bude najväčšie osvetlenie, ak je počet pásiem v otvore nepárny. Pri párnom počte Fresnelových pásiem získame v bode O najmenšie osvetlenie.

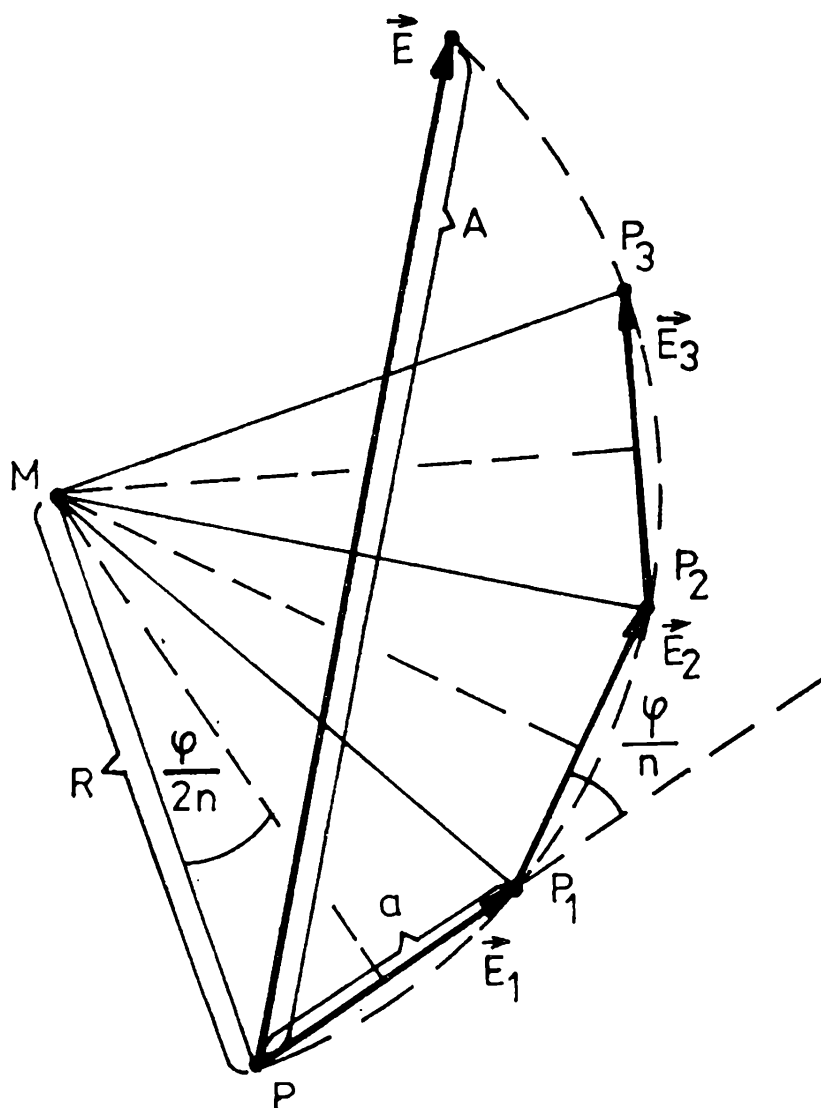
Na základe tohto možno vypočítať vlnovú dĺžku svetla z algebraických rovníc zostavených z geometrických údajov obr. 12, ak v bode O vzniklo minimálne (alebo maximálne) osvetlenie.

3. Vektorové riešenie interferencie a ohybu

a) V príklade 1a) sme riešili interferenciu svetelných vln od dvoch bodových zdrojov svetla, ktorých vzdialenosť $\overline{Z_1 Z_2}$ je malá. Ak uvažujeme určitý bod P priestoru, v ktorom v čase t sú interferujúce vlny dané vzťahmi

$$\begin{aligned} E_1(t) &= a \cos(\omega t + \varphi_1), \\ E_2(t) &= a \cos(\omega t + \varphi_2), \end{aligned} \quad (13)$$

možno symbolicky svetelné vlny v bode P nahradiť časovými vektormi $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$ (obr. 13). Ich zložením určíme časový vektor $\mathbf{E}$ výslednej vlny.



Obr. 14

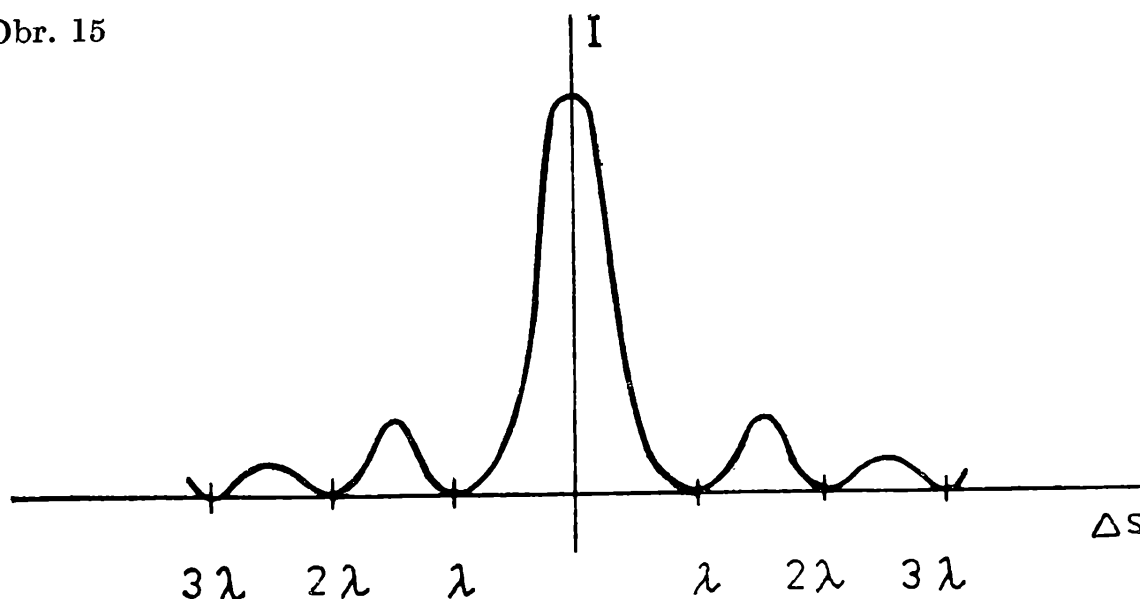
Jeho reálna časť určuje funkciu $E(t)$ výslednej vlny v bode P . Z obr. 13 priamo vyplýva

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \\ E(t) &= A \cos(\omega t + \varphi), \\ A &= 2a \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}, \\ \varphi &= \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \end{aligned}$$

Dochádzame k zhodnému výsledku, ako pri algebraickom súčte funkcií (12) v časti 1a) článku.

b) Interferenciu po ohybe svetla na štrbine možno výhodne matematicky modelovať pomocou symbolických vektorov. Nech dráhový rozdiel krajných lúčov zo štrbiny je Δs , amplitúda vlny od jedného z n zväzkov, na ktoré sme rozdelili ohnuté lúče, nech je a , Fázový rozdiel medzi každými dvoma susednými vlnami je φ/n , kde φ je fázový rozdiel medzi

Obr. 15



krajnými lúčmi

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s. \quad (14)$$

V bode P priestoru interferuje n svetelných vln. Amplitúda výslednej vlny je A . Vektorové zobrazenie je na obr. 14. Začiatky a konce vektorov $\mathbf{E}_i$ ležia na kružnici s polomerom R . Z obr. 14 máme

$$R \sin \frac{\varphi}{2n} = \frac{a}{2},$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{\varphi}{2n}} \doteq \frac{a}{\varphi} n = \frac{A_0}{\varphi}, \quad (15)$$

označili sme $n a = A_0$.

Pre amplitúdu A výslednej vlny platí

$$\frac{A}{2} = R \sin \frac{\varphi}{2},$$

$$A = 2 R \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Po úprave posledného vzťahu pomocou (14) a (15) dostaneme

$$A = A_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi}{\lambda} \Delta s \right)}{\frac{\pi}{\lambda} \Delta s}.$$

Intenzita svetla v jednotlivých bodoch priestoru je závislá od dráhového rozdielu Δs (obr. 15), najväčšia je v strede centrálnej škvvrny ($\Delta s = 0$). Všeobecne platí

$$I \sim A_0^2 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \Delta s\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \Delta s\right)^2}.$$

Uhly, ktorými sú určené maximá svetlých prúžkov, možno určiť zo vzťahu (11).

Analogický postup možno zvoliť pri matematickom modelovaní interferencie po ohybe na mriežke. Použitím symbolických vektorov možno určiť predovšetkým amplitúdy výslednej vlny a intenzitu osvetlenia v určitom bode, ako funkcie konštanty a optickej mriežky, dráhového rozdielu svetelných vln zo susedných štrbín a počtu N štrbín.

Literatúra

- [1] Krempaský, J.: Fyzika. Alfa, Bratislava 1982.
- [2] Metzler Physik für den kursorientierten Unterricht in der gymnasialen Oberstufe. Gesamtband. J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1981.
- [3] Butikov, Je., I.: Interferenciya sveta. In.: Kvant, 12, 1985. Naučno-populjarnyj fiziko-matematičeskij žurnal Akademii nauk SSSR i Akademii pedagogičeskich nauk SSSR.
- [4] Horák, Zd. a kol.: Technická fyzika. SNTL, Praha 1961.
- [5] Kabardin, O. F. a kol.: Fakultativnyj kurs fiziki, 10. klass. Prosveščenie, Moskva 1979.
- [6] Kabardin, O. F.: Fizika. Prosveščenie, Moskva 1985.

Nové poznatky o Uranu

RNDr. RENÉ HUDEC, CSc., AÚ ČSAV Ondřejov

Jako prvni planetu sluneční soustavy, která nebyla známa již ve starověku, objevil *W Herschel* v roce 1781 Uran, obíhající jako sedmá planeta od Slunce ve střední vzdálenosti 19,2 astronomických jednotek (tj. střední vzdálenosti Země od Slunce) s periodou 84 roků. Postupně byly objevovány jeho velké měsíce — první byl objeven v roce 1787, pátý v roce 1948. Pro velkou vzdálenost od Země — která kolísá mezi 2,6 až 3,1 miliardami km — jsme však až donedávna měli informace o Uranu a jeho soustavě měsíců velice skromné. Ani největší pozemské

dalekohledy nám toho na povrchu Uranu moc nepřiblížily — vždyť planeta dosahuje za opozice středního úhlového průměru pouhých 3,6'' a její měsíce jsou ještě mnohem menší.

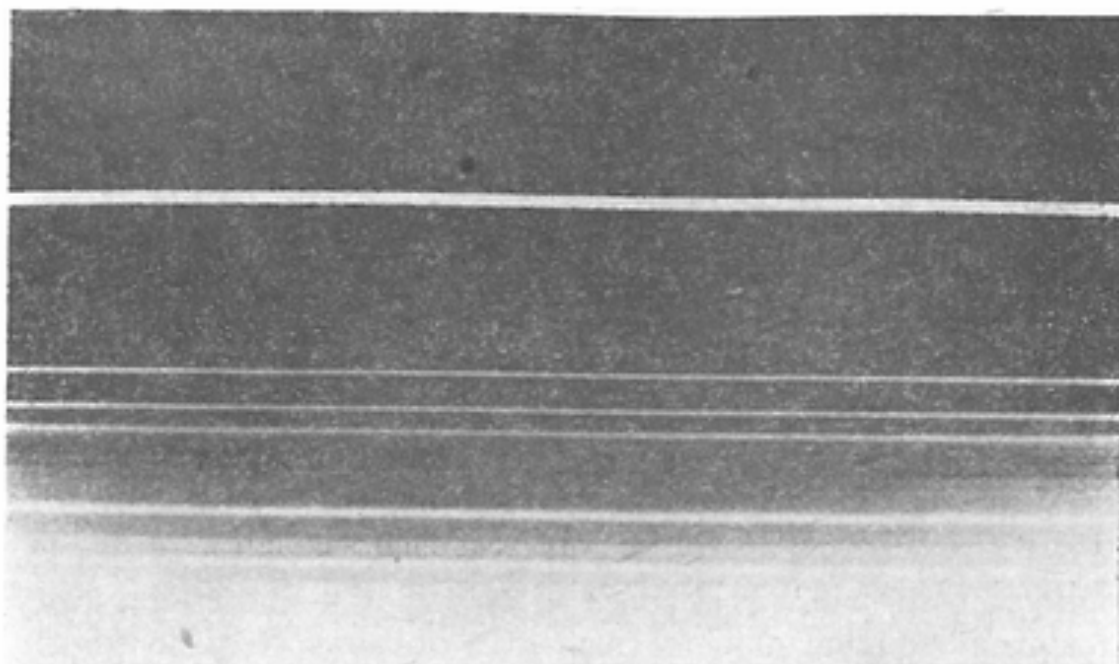
24. ledna 1986 prolétla v těsné blízkosti Uranu (81 500 km nad jeho oblačnou pokrývkou) meziplanetární stanice *Voyager 2* a získala velké množství unikátních dat. Již jejich předběžná analýza nám přinesla celou řadu nových a zásadních poznatků o planetě.

Planeta Uran je těleso se středním průměrem 51 200 km. Dominantní plyny v jeho ovzduší představují vodík a helium v poměru 85 : 15. Je to určité překvapení, protože na základě dat ze Země jsme očekávali vyšší zastoupení hélia (až asi 40 %). V malých množstvích byly nalezeny i metan, acetylen a další plyny. Vítr vane na Uranu v téměř směru jako rotuje planeta, a to rychlostí mezi 40 až 160 m . s⁻¹, tj. vyšší než na naší Zemi. Střední teplota ovzduší Uranu je jen 60 K (asi — 213 °C). Pozoruhodné přitom je, že od Slunce odvrácený pól je o něco teplejší než pól přivrácený. V okolí pólu přivráceného ke Slunci byla nalezena vysoká vrstva fotochemického smogu. Osvětlená polokoule navíc intenzívně září v ultrafialovém světle.

Uran má silné magnetické pole, jehož osa je o 60° odkloněna od jeho rotační osy. Intenzita magnetického pole je zhruba stejná jako na zemském povrchu. Odpovídá to našim představám, podle nichž je magnetické pole Uranu generováno elektrickými proudy tekoucími v rozsáhlém iontovém „oceánu“, rozprostírajícím se mezi atmosférou a vlastním pevným jádrem planety. Stejně jako naše Země a některé další planety má i Uran magnetosféru. Extrémní sklon magnetické osy Uranu způsobuje, že jeho válcový magnetický ohon rotuje kolem své osy.

Kolem Uranu existují radiální pásy o intenzitě blízké Saturnu, ale odlišného složení. Zdá se, že obsahují především vodíkové ionty bez citelnější příměsi těžších iontů, které by byly podobně jako u Saturnu uvolňovány z povrchu měsíců. Zaznamenána byla i rádiová emise Uranu, která společně se snímky umožnila upřesnit dobu rotace planety kolem její osy na $(17 \pm 0,3)$ hodiny. Ostatně právě rádiová měření to byla, která již několik dní do nejtěsnějšího přiblížení prozradila, že Uran opravdu má magnetosféru.

To, že i Uran je podobně jako obě bližší planety, Jupiter a Saturn, obklopen systémem prstenců, jsme věděli na základě pozemních pozorování již před průletem sondy. K devíti dosud známým prstencům však teď přibýly další — jejich přesnější počet však bude znám až po podrobném vyhodnocení všech získaných dat. Navíc se ukázalo, že struktura systému Uranových prstenců je odlišná od Saturnu i Jupiteru. Rádiová měření prozradila, že nejvnějšnější prstenec epsilon je tvořen převážně ledovými balvany o rozměru okolo 1 metru, na druhé straně je však v soustavě přítomen i jemný prach. Předběžná analýza prozatím pozitivně prokázala další dva dosud neznámé diskrétní prsten-



*K dosud známým devíti prstencům planety Uran přibýly nyní další.
Foto archiv autora.*

ce. První z nich, označený jako 1986 U1R, byl nalezen mezi dosud známými prsteny epsilon a delta ve vzdálenosti asi 54 000 km od středu planety. Druhý, 1986 U2R, zahrnuje široký pás materiálu obíhajícího kolem Uranu ve vzdálenosti od 3000 do 39 000 km od jeho středu. Jak jsme však již uvedli, podrobné vyhodnocení dat jistě přinese důkaz ještě dalších prstenců. Nevylučujeme, že by v systému mohl existovat i velký počet velice úzkých prstenců, širokých jen asi 50 metrů. Zajímavé je, že poblíž prstenu epsilon byly objeveny dva malé měsíčky, 1986U7 a U8. Posiluje to teorie, podle nichž mohou být malé měsíčky zodpovědné za udržení volného drobného materiálu ve formě prstenců i daleko od planety.

Ale snad největší překvapení přinesly výsledky průzkumu Uranových měsíců. Kromě objevu 10 nových, dosud neznámých přirozených oběžnic planety byly pořízeny i snímky všech 5 již dříve známých měsíců, *Mirandy*, *Arielu*, *Umbrielu*, *Titanie* a *Oberonu*. Dva největší, *Titanie* a *Oberon*, mají průměr asi 1600 km, nejmenší z dosud známých — *Miranda* — měří napříč jen 500 km. Nově nalezené měsíce jsou ještě menší — největší z nich, prozatímně označený jako 1985U1, má průměr pouhých 170 km. Předběžná analýza získaných údajů ukázala, že všech pět velkých Uranových měsíců jsou konglomeráty pevného materiálu a vodního ledu v poměru zhruba 1 : 1. Jejich povrchy, téměř homogenně šedivé barvy, však překvapivě vykazují rozdílnou geologickou historii.

Zatímco některé z nich jsou hustě pokryty krátery, a musí být tedy velmi staré, jiné naopak nesou známky silné vnitřní geologické aktivity. Ke geologicky starým měsícům patří Umbriel a Oberon, jejichž povrchy jsou tmavé a poseté velkými krátery. K mladým naopak patří Titanie a Ariel, zbrázděné obřími systémy zlomů a proláklín; zřejmě je to důsledek tektonických pohybů v jejich kůře.

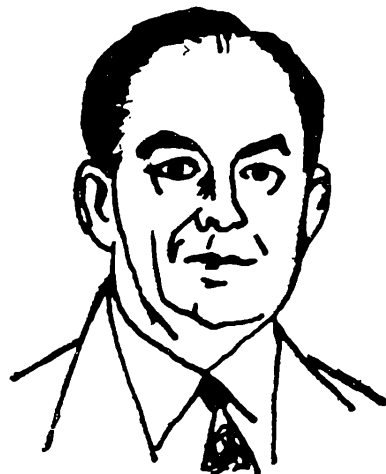
Pátý velký Uranův měsíc, Miranda, dnes vyvolává oprávněně největší pozornost. Vědci se dokonce shodují v tom, že to je jeden z nejpodivnějších zatím pozorovaných objektů ve sluneční soustavě vůbec. Záběry pořízené sondou totiž přiblížily tvář Mirandy jako bizarní kombinace povrchů jak starých, tak i mladých. Přechody jsou přitom velice ostré — to nebylo dosud pozorováno u žádného tělesa v naší sluneční soustavě. Možná — jak tvrdí jedna z předložených hypotéz — studujeme v tomto případě podivný slepenec — reagregát — materiálu, který se po rozbití původního objektu (například dopadem velkého tělesa) na kusy opět gravitační silou zformoval do kulového tvaru.

Vzdálený mrazivý svět Uranu je nám tedy nyní díky získaným vědeckým poznatkům bližší. Další objasnění Uranových záhad lze ještě očekávat tak, jak budou postupně vyhodnocena veškerá data ze sondy. Těšit se můžeme i na první podrobnější údaje o ještě vzdálenější planetě naší sluneční soustavy, Neptunu, kterou sonda navštíví v roce 1989.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

John von Neumann — otec počítačů

DUŠAN JEDINÁK, Gymnázium Topolčany



Moderný samočinný elektronický počítač je programovatelný automat na spracovanie údajov. Skladá sa z piatich základných častí: z riadiacej jednotky, ktorá analyzuje príkazy programu a riadi podľa nich výpočet; z operačnej jednotky, v ktorej sa vykonávajú všetky operácie požadované programom; z vnútornej pamäti, v ktorej sú údaje i program uložené počas výpočtu, aby boli k dispozícii na spracovanie; a zo vstupného a výstupného zariadenia, ktoré slúži na komunikáciu s človekom. Počí-

tače vo svojom vnútri rozlišujú iba dva stavy, 0 alebo 1, pracujú v dvoj-
kovej sústave. Logické a algoritmické princípy výstavby moderných
počítačov navrhol americký matematik John von Neumann.

Narodil sa 28. decembra 1903 v Budapešti. Pochádzal zo zámožnej
bankárskej rodiny. Už v mladosti udivoval mimoriadnou pamäťou
a nadaním pre znalosť jazykov. Aj neskôr robil veľmi rýchlo zložité nu-
merické výpočty iba v hlave, bez použitia ceruzky a papiera. Od detských
rokov mal záľubu v mechanických a automatických hračkách. Študoval
matematiku a chémiu na univerzite v *Berlíne* (1921—23) a Polytechnic-
kej škole v *Zürichu* (1923—25). Vysokoškolské štúdiá dokončil doktorá-
tom z matematiky v *Budapešti* roku 1926. V roku 1927 sa stal súkrom-
ným docentom na univerzite v *Berlíne* a súčasne začal prednášať aj na
univerzite v *Hamburgu*. V roku 1930 emigroval do USA. Začal pôsobiť
v *Princetone*, najprv na univerzite a od roku 1933 v Ústave perspektív-
nych výskumov, kde sa stal vedúcim oddelenia matematiky.

John von Neumann mal široké vedecké záujmy. Stal sa zakladateľom
modernej funkcionálnej analýzy, teórie hier a kybernetiky. Rozpracoval
axiomatickú teóriu množín, riešil problémy matematickej logiky a nu-
merickej analýzy. Použitím operátorov rozvinul abstraktnú teóriu
Hilbertovho priestoru. Pracoval aj v oblasti teórie grúp a teórie zväzov.
Cez vojnu sa zúčastnil prác vo výskume v Los Alamos, robil napríklad
hydrodynamické výpočty pri prepočte zápalnej zmesi atomovej bomby.
Rozvinul zaujímavé výskumy z hydrodynamiky a kvantovej fyziky.
Vynikal v použití matematiky vo fyzike, biológii, psychológii, ekono-
mike a technike.

Veľmi úspešnou vedeckou oblasťou činnosti J. Neumanna bola v ro-
koch 1928 až 1937 teória hier. V nej odhalil spôsoby, ako pri poznaní
faktov a prostriedkov možno nájsť najlepšie možné riešenie problému
s danými pravidlami. Vyjadroval stratégiu hry matematicky, ukazoval
umenie nevybrať si zo zlej situácie tú najhoršiu. Neumann hovorieval,
že teória hier umožňuje zmenšiť maximum strát na minimum. Knižku,
ktorú vydali Neumann a Morgenstern až roku 1946, mala názov *Teória
hier a ekonomické správanie*. Vzbudila záujem a naznačila mnohostranné
uplatnenie v obchode, doprave, vojenskej stratégii i politike.

Účinné výpočtové metódy Neumann nielen ovládal, ale aj jasne for-
muloval ideu samočinného počítača s programom uloženým v jeho pa-
mäti, aby sa mohli upravovať programy v závislosti na postupných
výsledkoch výpočtu. S jeho pričinením v Princetone zostrojili experi-
mentálny prototyp sekvenčného počítača s prezývkou JOHNIAC. Od
roku 1945 bol riaditeľom ústavu pre projektovanie číslicových počíta-
čov Spojených štátov amerických. Neumann rozvinul niektoré partie
teórie automatov. Snažil sa pochopiť činnosť mozgu, napísal prácu „Po-
čítač a ľudský mozog“. Zamýšľal sa nad využitím paralelných počítačov.

V osobnom živote bol Neumann dobrým spoločníkom a nenúteným rozprávačom. Dokázal citovať celé pasáže z kníh, ktoré pred rokmi čítal. Oceňoval hodnoty ľudských i odborných skúseností. Aj matematiku chápal ako odraz riešenia reálnych problémov a vysoko hodnotil jej význam pre aplikácie. „Väčšia časť matematickej inšpirácie vychádza zo skúsenosti. Je sotva možné uveriť v existenciu absolútne nezvratnej idey matematickej prístnosti, ktorá nemá vzťah k ľudskej skúsenosti.“ John von Neumann bol ako vedec i človek trievym realitom.

Vedomie širokého významu vedy pre spoločnosť priviedlo Neumanna do významných funkcií vo vládnych orgánoch. Bol konzultantom rôznych vojenských a námorných inštitúcií. Od roku 1954 bol členom Komisie pre atómovú energiu USA. Členom *Národnej akadémie vied* bol od roku 1937, stal sa aj prezidentom *Americkej matematickej spoločnosti*. Získal cenu Alberta Einsteina (1956) a cenu Enrica Fermiho (1957). Jeden z najvýznamnejších matematikov 20. storočia zomrel po nevyliciteľnej chorobe 8. februára 1957 vo Washingtone.

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Slovní algebrogramy

U slovních algebrogramů je třeba nahradit jednotlivá písmena číslicemi 0 až 9 tak, aby platil součet. Pokuste se nalézt alespoň jedno řešení každého algebrogramu.

$$\begin{array}{r} \text{a) } \quad \text{P S I} \\ \quad \text{L V I} \\ \quad \text{V L C I} \\ \quad \text{L O S I} \\ \quad \text{S O B I} \\ \text{O P I C E} \\ \hline \text{S A V C I} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } \quad \text{M A L Á} \\ \quad \text{L Í D A} \\ \quad \quad \text{M Á} \\ \quad \text{R Á D A} \\ \quad \text{B A N Á N} \\ \quad \quad \text{A} \\ \hline \text{A N A N A S} \end{array}$$

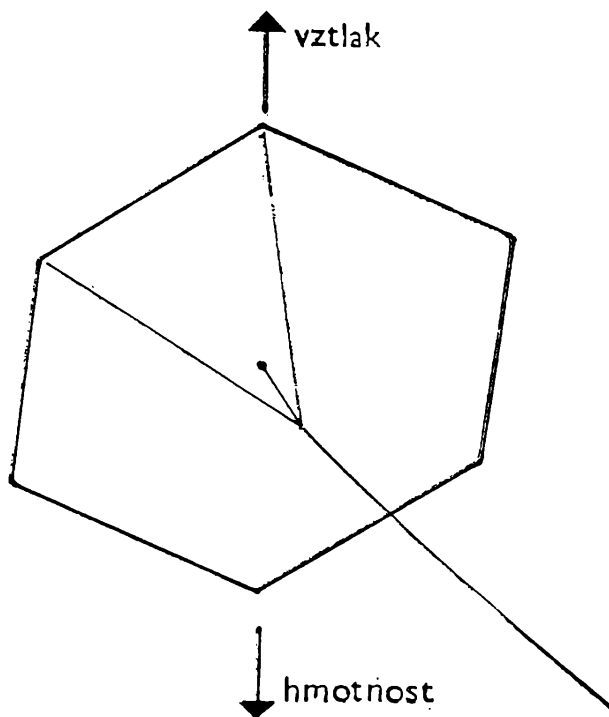
$$\begin{array}{r} \text{c) } \quad \text{A N N A} \\ \quad \text{H A N A} \\ \quad \text{J A N A} \\ \quad \quad \text{A} \\ \quad \text{K A T K A} \\ \quad \text{H R A J Í} \\ \quad \quad \text{N A} \\ \hline \text{K Y T A R U} \end{array}$$

Jarmila Pěnčíková

Fyzikální problémy

1. úloha. Hmotnost

V zábavné příloze novin byl otištěn návod, jak sestrojít draka. V textu byla též věta: „*Vztlak překonává hmotnost draka a nese ho ve vzduchu.*“ K textu byl připojen obrázek (obr. 1).



Obr. I

Opravte text i obrázek.

2. úloha. Kapilární tlak

Proč kapka oleje, kterou vpustíme do vody, kde se pak volně vznáší zaujme po ustálení tvar koule?

Emil Kašpar

(Řešení naleznete na str. 80.)

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. K muži, stojícímu na okraji chodníku, přistoupil policista a pravil: „Nevšiml jste si náhodou čísla šedého automobilu, který právě jel okolo?“ „Samozřejmě, všiml. Druhé dvojčíslí se získá z prvního záměnou cifer a jestliže od prvního dvojčíslí odečteme druhé, získáme součet cifer jednoho z nich.“ „Děkuji,“ řekl policista a zapsal si číslo do bloku. Jaké číslo si poznamenal?

Úloha 2. Ve výrazu $19-83$ na místo pomlčky doplňte cifru tak, aby vzniklé číslo bylo třetí mocninou nějakého přirozeného čísla.

Úloha 3. Konce jedné strany čtyřúhelníka spojíme se středem jeho protější strany. Dokažte, že v případě, že obsah takto získaného trojúhelníka je roven polovině obsahu čtyřúhelníka, čtyřúhelník je rovnoběžník nebo lichoběžník.

Úloha 4 (obtížnější). Všechny strany konvexního šestiúhelníka mají délku 1. Dokažte, že poloměr opsané kružnice jednoho z trojúhelníků ACE a BDF je větší nebo roven 1.

Úloha 5 (obtížnější). Označme $\{x\}$ zlomkovou část x ; tedy $\{x\} = x - [x]$,

kde $[x]$ je největší celé číslo, které není větší než x .

a) Nalezněte takové číslo a , aby

$$\{a\} + \{1/a\} = 1$$

b) Dokažte, že takové číslo a nemůže být racionální.

Úloha 6 (obtížnější). V rovině je dáno 6 bodů, přičemž žádné 3 z nich neleží v jedné přímce, 15 přímek spojuje každý s každým z těchto bodů. Jaký může být nejvyšší počet bodů různých od daných, takových, že se v nich protínají 3 z daných 15 přímek?

Tomáš Schütz

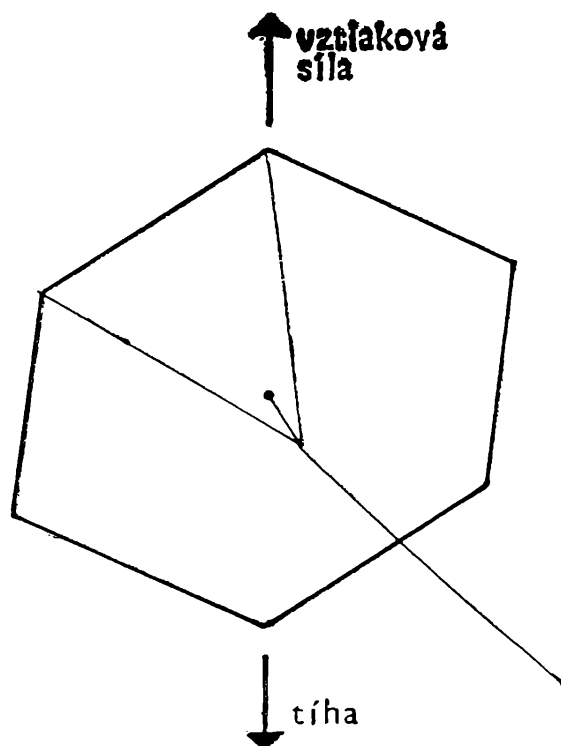
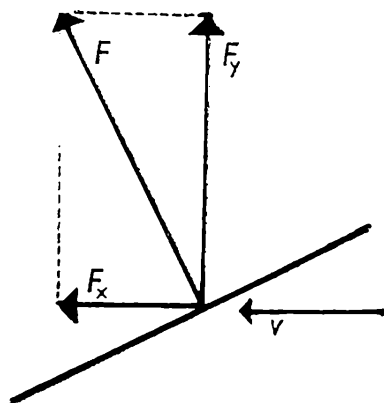
Řešení úloh ze str. 79

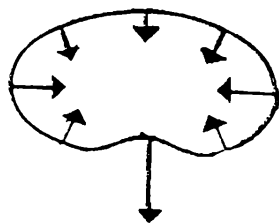
1. *úloha.* Věta má znít: „*Odporová vztlaková síla překonává tíhu draka a nese ho ve vzduchu.*“

Odůvodnění. Název vztlak nemá ve fyzice určitý význam. Je-li do vodorovně proudícího vzduchu vložena šikmo rovinná překážka (obr. 2),

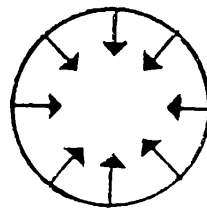
Obr. 3

Obr. 2





Obr. 4 a



Obr. 4 b

pak kolmo na ni působí aerodynamická síla $\mathbf{F}$, její složka $\mathbf{F}_x$ ve směru rychlosti $\mathbf{v}$ se nazývá *odporová aerodynamická síla* a složka $\mathbf{F}_y$, působící svisle nahoru, se nazývá *aerodynamická vztlaková síla*. Obr. 3 je v soulase s tím opraven (až na ocas).

2. *úloha*. Na povrch kapky působí síly kapilárního tlaku, které jsou větší v místech většího zakřivení (menšího poloměru křivosti). (Viz obr. 4a) Tvar povrchu se ustálí jako kulová plocha, protože v tom případě jsou kapilární síly působící na povrchu všude stejné (obr. 4 b).

NAŠE SOUTĚŽ

Výsledky loňské soutěže Rozhledů

Ve školním roce 1986/87 se účastnilo soutěže Rozhledů matematicko-fyzikálních celkem 47 jednotlivců a 18 kolektivů, většinou trojčlenných. Všech řešitelů bylo 104. Úlohy z matematiky řešilo celkem 71 žáků, úlohy z fyziky 31 a úlohy z konstrukční geometrie 10. Čtyři studující řešili úlohy z matematiky, fyziky i z konstrukční geometrie a tři z matematiky i fyziky.

Nejúspěšnějším řešitelem byl *Mario Drosc*, 4 C gymnázia P. Horova v Michalovicích, který řešil správně všechny úlohy z matematiky, všechny úlohy z fyziky a dvě úlohy z konstrukční geometrie. Nejúspěšnější řešitelé úloh z jednotlivých předmětů byli tito studující:

Matematika :

1. Mario Drosc, 4 C gymnázia P. Horova, Michalovce
2. Radomír Měch, 3 D gymnázia M. Koperníka, Bílovec
3. Liřor Němeček, 2 C gymnázia M. Koperníka, Bílovec

Fyzika :

1. Mario Drosc, 4 C G P. Horova, Michalovce
2. Pavel Kryštof, A 3, SPŠE, Leninova, Brno

Konstrukční geometrie :

Hana Peňázová, 4 B gymnázia, třída kapitána Jaroše, Brno.

Nakonec připojujeme abecední seznam všech řešitelů. Za jménem každého řešitele uvádíme školu, kde studoval; nejprve otiskujeme jména jednotlivců a potom řešitelské kolektivy. Otiskujeme jen příjmení; jen u řešitelů téhož příjmení uvádíme celé jméno:!

Řešitelé úloh z matematiky :

Anýžová, G Bílovec; Blaha, G Bílovec; Blahovics, SPŠ maď. Komárno; Calábek, G Bílovec; Csalová, G maď. Košice; Drosc, G Michalovce; Duczynski, G Nová Paka; Hliněný, G Bílovec; Janek, G Havířov; Koldinská, G Plasy; Krkoška, G Bílovec; Kučera, G Bílovec; Lozsi, G maď. Galanta; Měch, G. Bílovec; Oláh, G. maď. Komárno; Pagurková, G Sabina; Peňázová, G tř. kpt. Jaroše, Brno; Poloková, G Bílovec; Rakučák, G Žilina; Slíva, G Bílovec; Slovák, G Uničov; Stiller, G Bílovec; Szábová, G maď. Galanta; Tok, G maď. Galanta; Uhlár, G Topolčany; Vondrák, G Bohumín, Němeček, G Bílovec.

Abel, Kučerová, Pribišová, SOU Nové Zámky; Beke, Tóth Gábor, Tóth Peter, SPŠ maď. Komárno; Brežíková Zlatica, Brežíková Barbora, Nagyová Eva, SOU Nové Zámky; Farkas József, Leboz, Ledeczky, SPŠ maď. Komárno; Farkas Juraj, Reichel, SPŠ maď. Komárno; Klандeová, Dojesánová, Mihalíková SOU Nové Zámky; Kováčsová, Csudaiová, Šebóková, SOU Nové Zámky; Molnár, Andics, Takács, SPŠ maď. Komárno; Némethová, Ďurinová, Kruppová, SOU Nové Zámky; Oršulík, Gerhátová, Koppanová, SOU Nové Zámky; Szabó, Járik, Lukács, SPŠ maď. Komárno; Szeif, Darnay, Kósa, SPŠ maď. Komárno; Szökeová, Brejková, Pálinkášová, SOU Nové Zámky; Suchová, Kolodičová, Lörincová, SOU Nové Zámky; Žigová, Kürtiová, Vargová, SOU Nové Zámky.

Řešitelé úloh z fyziky :

Anýžová, G Bílovec; Barák, G Šumperk; Burgr, G Prostějov; Čáp, G Dvůr Králové; Diř, G Giraltovce; Dobai, G maď. Komárno; Drosc, G Michalovce; Duczynski, G Nová Paka; Haleš, G Přerov; Hliněný, G Bílovec; Hubálovský, G Trutnov; Janek, G Havířov; Kolník, G Nové Mesto n.Váhom; Košeliová, G Vrchlabí; Kryštof, SPŠE, Leninova, Brno; Kuča, G Bílovec; Kuchár, G Dvůr Králové; Lozsi, G maď. Galanta; Měch, G Bílovec; Mikulík, G tř. kpt. Jaroše, Brno; Mouryc, G Karviná; Peňázová, G tř. kpt. Jaroše, Brno; Slovák, G Uničov; Stiller, G Bílovec; Šimko, G Prievizda; Šinták, G Praha 8; Škvarček, G Ružomberok; Vázsonyiová, G maď. Komárno; Vondrák, G Bohumín; Mazánek, Čermáková, G Bílovec.

Řešitelé úloh z konstrukční geometrie :

Anýžová, G Bílovec; Drosc, G Michalovce; Lozsi, G maď. Galanta; Měch, G Bílovec; Peňázová, G tř. kpt. Jaroše, Brno; Szöcsová, G maď. Galanta.

Bugr, Kalabis, G Prostějov; Csaba, Csemer, G maď. Galanta.

Redakce Rozhledů děkuje všem řešitelům za řešení úloh, vítězům blahopřeje a zašle jim z prostředků Státního pedagogického nakladatelství věcné odměny.

NAŠE SOUTĚŽ; ročník 1987-88

Redakce Rozhledů matematicko-fyzikálních a Státní pedagogické nakladatelství v Praze opět vypisují soutěž o ceny v řešení úloh z matematiky, fyziky a konstrukční geometrie. Nyní otiskujeme první část úloh z matematiky a první část úloh z fyziky. Další úlohy otiskneme v příštím čísle Rozhledů. Soutěže se mohou účastnit i kolektivy z téže třídy, avšak maximálně trojčlenné. Při případném umístění má však kolektiv nárok na jedinou cenu.

Obecné pokyny řešitelům :

Řešení každé úlohy **pište** česky nebo slovensky (výjimečně rusky nebo německy) na zvláštní list formátu A4, a to vždy po jedné straně. Na každém listu vlevo nahoře uveďte *čitelně* celé své jméno, třídu i školu, kde studujete a připojte také svou bytovou adresu se směrovacím číslem. Každý kolektiv uveďte tyto údaje za každého svého člena. Příjmení *pište opravdu čitelně*, nejlépe hůlkovým písmem. Nejdříve napište číslo a text úlohy, potom její řešení. Píšte srozumitelně a čitelně. Obrázky připojené k řešení narýsujte pečlivě a řádně je popište.

Řešení všech nyní otištěných úloh zašlete nejpozději do konce ledna 1988 na adresu redakce Rozhledů, která je uvedena na druhé straně obálky každého čísla Rozhledů. Na obálku své zásilky připište slova **Naše soutěž**.

Úlohy k řešení

Matematika

1. Nejmenší společný násobek 37 různých přirozených čísel je $28^{10} \cdot 19^{18}$. Dokažte, že z těchto 37 přirozených čísel je možno vybrat prá vě tři tak, že jejich součin je třetí mocninou přirozeného čísla.

Jiří Herman

2. Každý pravoúhlý trojúhelník, který má tu vlastnost, že délka

kterékoli jeho strany je číslo přirozené, se nazývá *pythagorejský trojúhelník*. Dokažte, že existuje šest různých tříd nekonečně mnoha pythagorejských trojúhelníků, jejichž obsah je vyjádřen k -krát větším číslem než je číslo udávající jeho obvod.

Stanislav Horák

3. Nechť L je libovolný vnitřní bod daného pravého úhlu XOY . Uvnitř polopřímky OX zvolte bod P a uvnitř polopřímky OY zvolte bod Q . Body P, Q vedte kolmice k polopřímce OL a jejich paty označte po řadě P', Q' . Jak musíme zvolit bod L , aby součet $s = |OP'| + |OQ'|$ byl maximální. Řešte bez užití diferenciálního počtu.

Stanislav Horák

4. Jsou dány rovnice

$$\sin x + \sin y = a$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = b$$

$$x + y = \frac{\pi}{2}$$

Dokažte, že mezi čísly a, b existuje rovnice, která neobsahuje žádné z čísel $x, y, \frac{\pi}{2}$. Napište tuto rovnici a po rozřešení úlohy proveďte zkoušku.

Stanislav Horák

5. Dokažte, že pro každé přirozené číslo $n > 4, n \neq 5$ je možno rozdělit každý čtverec na n menších čtverců nejvýše dvou různých velikostí.

Milan Koman

Fyzika

1. Vypočítejte podle rovnice van der Waalsovy tlak kysličníku uhličitého o hmotnosti $m = 1,1$ kg uzavřeného v bombě o objemu 20 l při teplotě $t = 13^\circ\text{C}$. Výsledek srovnejte s tlakem ideálního plynu za stejných podmínkách.

Poznámka: Univerzální plynová konstanta $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, van der Waalsovy konstanty pro kysličník uhličitý $a = 0,365 \text{ J} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-2}$, $b = 42,81 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$. Hodnoty konstant jsou převzaty z knihy J. Brož. V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL Praha 1980.

Eva Havráňková

2. Tenká skleněná čočka je ve vzduchu spojkou s optickou mohutností 6 dioptrií. Ponoříme-li ji do kapaliny, stane se rozptylkou s optickou mohutností -1 dioptrie. Vypočítejte index lomu této kapaliny. Index lomu skla uvažujte rovný 1,5.

Eva Havráňková

Kalendár M-F: október 1987

2. X. 1852 sa v Glasgowe narodil *William Ramsay*, anglický chemik a fyzik. Podstatne prispel k objavu vzácnych plynov, argónu, kryptónu, xenónu a neónu. Zistil, že pri rozpade rádioových zlúčenín vzniká hélium. Nobelovu cenu za chémiu dostal v roku 1904.
2. X. 1927 v Stockholme zomrel *Svante August Arrhenius*, švédsky chemik a fyzik. Zaoberal sa astronómiou a astrofyzikou. Aplikoval fyzikálno-chemické metódy v biologických procesoch. Nobelovu cenu za chémiu získal v roku 1903.
4. X. 1947 v Göttingen zomrel *Max Karl Ernst Ludwig Planck*, nemecký fyzik. Položil základy kvantovej fyziky, odvodil zákon žiarenia, vyslovil hypotézu o nespojitosti vyžarovania a pohlcovania energie. V roku 1918 získal Nobelovu cenu za fyziku.
5. X. 1777 v Halle zomrel *Johann Andreas Segner*, nemecký lekár, fyzik a matematik, pôvodom z Bratislavy. Zaoberal sa hydraulikou, astronómiou, optikou. Vydal učebnice aritmetiky a geometrie, fyziky a prírodných vied. Využil účinok reaktívnej sily vodného prúdu v tzv. Segnerovom kolese.
7. X. 1917 zomrel *Friedrich Hasenöhr*, rakúsky teoretický fyzik. Zaoberal sa termodynamikou, elektrodynamikou, teóriou relativity a kvantovou teóriou.
8. X. 1922 sa v Ernakulame narodil *Gopalasamudram Ramachandran*, indický fyzik a biofyzik. Úspechy dosiahol v oblasti optiky, molekulárnej biofyziky, fyziky kryštálov.
9. X. 1907 sa v Moskve narodil *Valentin Aleksandrovič Fabrikant*, sovietsky fyzik. Vedecké práce zasvätil fyzikálnej elektronike a optike plazmy.
17. X. 1757 zomrel *René Antoine Ferchault de Réaumur*, francúzsky fyzik a prírodovedec. Vytvoril teplotnú stupnicu, prispel k zlepšeniu výroby ocele, rozpracoval postup výroby matného skla.
17. X. 1887 v Berlíne zomrel *Robert Gustav Kirchhoff*, nemecký fyzik. Položil základy pre výpočet prúdov v rozvetvenej elektrickej sieti, vypracoval základné metódy spektrálnej analýzy. Ovplyvnil výskumy v elektrodynamike, termodynamike a mechanike pružných telies.
19. X. 1937 v Cambridge zomrel *Ernest Rutherford*, lord of Nelson, anglický fyzik. V roku 1919 uskutočnil prvú umelú premenu chemického prvku na iný — rozštiepil atóm dusíka. Za výskumné práce

v oblasti transmutácie prvkov a chémie rádioaktívnych prvkov získal Nobelovu cenu za chémiu pre rok 1908.

25. X. 1647 vo Florencii zomrel *Evangelista Torricelli*, taliansky matematik a fyzik. Objavil atmosférický tlak, zostrojil ortuťový barometer, odhalil zákon pre vytekanie kvapaliny z nádoby. Matematickými metódami prispel k zavedeniu infinitezimálneho počtu.

dj

Z NOVÝCH KNIH

Tibor Neubrunn — Beloslav Riečan
— *Zdena Riečanová*:

O NEKONEČNE MALÝCH VELIČINÁCH

Alfa, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatury n. p. Bratislava, 1987, 1. vydání
200 stran, 53 obr. brož. 10,50 Kčs

Kniha prináša niektoré netradičné pohľady na základné pojmy matematickej analýzy. Cieľom autorů knihy je doviesť čtenára k otázkám, ktoré súvisia se základy a niektorými aplikaciami jedného z moderných odvetví matematiky — nestandardní analýzy, jejíž první výsledky byly publikovány v roce 1960. Autoři však hned v úvodu knihy zdůrazňují, že nechápou nestandardní analýzu jako protipól metod matematické analýzy, ale jako pohledy a techniku, která je paralelní s metodami matematické analýzy, nepopírá je, ale naopak patří k nim, prohlubuje vědomosti o nich a zdůrazňuje jejich krásu.

Kniha je rozčleněna do sedmi kapitol. Její těžiště tvoří první

čtyři kapitoly (Reálná a hyperreálná čísla — Posloupnosti a řady reálných čísel — Spojitá a diferencovatelná zobrazení — Integrály), v nichž autoři elementárním způsobem zavádějí pojem nekonečně malé veličiny a vysvětlují takové pojmy jako jsou hyperreálná čísla, hyperreálné rozšíření funkce, nekonečně blízký apod. V dalších dvou kapitolách pak aplikují některé nestandardní pohledy v teorii metrických prostorů a v teorii pravděpodobnosti. Poslední kapitola obsahuje několik drobných dodatků.

Je třeba ocenit, že při zachování obvyklé matematické přesnosti je výklad přístupný i studentům vyšších ročníků středních škol, kteří se alespoň trochu zajímají o matematiku a chtějí ji poznat i z jiného pohledu, než který je dán současnými osnovami matematiky pro střední školy. K dobrému pochopení nově zaváděných pojmů přispívá rovněž záměrné opakování některých základních úvah v různých souvislostech a řada příkladů a úloh pro čtenáře.

V době, kdy aplikace nestandardní analýzy se už uplatňují nejen v matematice samotné, ale také např. v hydrodynamice a v teorii pružnosti, všichni zájemci o moderní matematiku jistě přivítají knihu, která je elementárními úvahami přivádí k netradičním pohledům na některé základní matematické pojmy.

Marie Kubínová

Peter Kaprálik, Jozef Tvarožek :

ZBIEKA RIEŠENÝCH PRÍKLADOV A ÚLOH Z LINEÁRNEJ ALGEBRY A ANALYTICKEJ GEOMETRIE

Vydalo vydavateľství Alfa v Bratislave v roce 1987, 1. vydání, 432 str., 40 obr., 12 tabulek, 3000 výtisků, cena 29, – Kčs.

Přemýšlíte nebo jste se už rozhodli, kam půjdete studovat po maturitě? V době překotného rozvoje elektrotechniky a elektroniky jsou velmi přitažlivé elektrotechnické fakulty vysokých škol technických.

Tato sbírka úloh umožňuje nahlédnout do předmětu *Lineární algebra* v 1. ročníku elektrotechnických fakult. Je zde vidět nejen probíraná látka, ale také, jaká práce čeká každého studenta. Zároveň se lze přesvědčit, že podceňování středoškolské matematiky se nemusí vyplatit.

Publikace není pouhou sbírkou úloh, neboť každá kapitola vždy začíná teoretickým úvodem, jenž obsahuje pojmy a věty potřebné k řešení následujících úloh a cvičení.

První kapitola navazuje na středoškolskou látku; zabývá se výrovkovým počtem a intuitivní teorií množin. Objevuje se zde i důležitý pojem grupy. V kapitolách dvě a tři se řeší úlohy o maticích a determinantech. Kapitola čtvrtá je věnována lineárním neboli vektorovým prostorům. V následující páté kapitole se čtenář prakticky seznámí s lineárními zobrazeními. Klasické algebraické téma „systémy lineárních rovnic“ obsahuje šestá kapitola. V dalších kapitolách se setkáváme s eukleidovskými lineárními prostory, bilineárními a kvadratickými formami, analytickou geometrií v rovině a v prostoru, a to i kvadratických útvarů. Závěrečné dvě kapitoly, v pořadí desátá a jedenáctá, jsou doplňkové a čtenář se v nich blíže seznámí s polynomy a racionálními funkcemi.

Řešení úloh není vždy zpracováno do všech podrobností, čtenář má tak možnost je dopočítat a domyslet. Některé úlohy jsou řešeny i několika způsoby.

V závěru knížky jsou uvedeny výsledky všech cvičení. Velmi praktickou součástí sbírky je velmi podrobný rejstřík.

Jiří Mida

Pokyny pro autory článků do Rozhledů

Rozhledy matematicko-fyzikální mohou otisknout jenom ty články, které byly zaslány redakci ve dvou exemplářích s úplným autorovým jménem, jeho akademickými a vědeckými tituly, s udáním pracoviště, bytové adresy a rodného čísla autora.

O otištění rozhoduje redakční rada nebo vedoucí redaktor po vyjádření recenzenta. *Nevyžádané rukopisy se nevracejí.*

Rozhledy matematicko-fyzikální jsou určeny především studentům středních škol a středních odborných učilišť s maturitou. Proto všechny uveřejňované články musí být psány srozumitelně a nemají být příliš dlouhé. Autoři se samozřejmě řídí pravidly českého nebo slovenského pravopisu, respektují přijaté názvy a značky a (ve fyzice) zákonem stanovené jednotky a označení.

V rukopise článku je třeba uvést nejprve titul příspěvku, potom jméno a působiště autora. Text se píše na stroji (nikoliv však perličkou) černou páskou ob řádek, a to po jedné straně bílého papíru formátu A4. *Na každé stránce má být nejvýše 30 řádek, z nichž každý obsahuje 60 úhozů.* Nadpisy nebo zdůrazněná slova textu podtrhujte jenom obyčejnou (ne propisovací) tužkou. Poznámky pod čarou — pokud možno v minimálním počtu — je třeba v textu vyznačit postupně číslicemi v exponentu a psát je hned za řádek rukopisu, k němuž patří; od ostatního textu se oddělí vodorovnými čarami. *Obrázky se nekreslí do textu článků!*

Matematické výrazy a vzorce se píší vždy na zvláštní řádek a doplňují se ručně (čitelně!) inkoustem, tuší nebo propisovací tužkou; zvláštní pozornost je třeba věnovat připisování indexů a exponentů. Vzorce se číslují v oblých závorkách na pravé straně, a to jenom tehdy, jestliže se na ně odvoláváme v dalším textu. V odkazech na literaturu uvádíme jenom publikace dostupné čtenářům Rozhledů, tj. především literaturu psanou v českém nebo slovenském jazyce; ze zahraniční literatury se uvádí nanejvýš publikace knižní.

Obrázky se rýsují tuší na pauzovací papír nebo na bílou čtvrtku a popisují se normalizovaným písmem šablonou 5 mm; čáry musí být ostré a nerozpité. Očíslované texty k obrázkům se přikládají na konec rukopisu. Je třeba pamatovat na to, že se obrázky pro tisk zmenšují v poměru 1 : 2. Fotografie musí být ostré, kvalitní a zhotovené na lesklém bílém papíru. Autor může také zaslat redakci jenom obrázky narýsované tužkou; redakce dá takové obrázky pro tisk narýsovat. I v tomto případě je třeba dodat obrázky jasně narýsované a čitelně popsané.

Adresa redakce Rozhledů matematicko-fyzikálních:

M. D. Rettigové 4

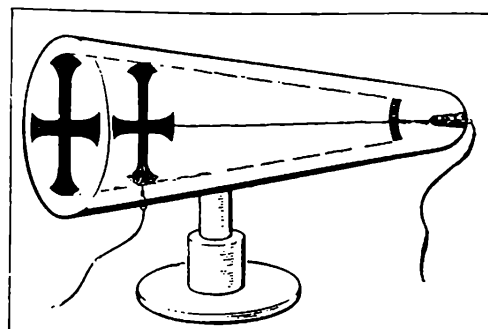
116 39 Praha 1 — Nové Město

POHLEDY DO DĚJIN

Crookesův pokus

Od r. 1859, kdy *Plücker* objevil a od r. 1869, kdy *Hittorf* částečně popsal vlastnosti katodového záření, těšily se tyto „nové paprsky“ velké pozornosti fyziků. Skutečnost, že jde o korpuskulární (a nikoli elektromagnetické) záření tvořené částicemi s negativním elektrickým nábojem, dokázal prezident anglické Královské společnosti *William Crookes* (16. 6. 1832 až 4. 4. 1919) pomocí Crookesových výbojových trubice (1873). Za kovovým křížem vloženým do vakuumové trubice vzniká stín katodových paprsků (svazku elektronů); stín kříže je geometricky podobný kovovému stínítku a zviditelní se pomocí světélkující luminiscenční vrstvy. Nabije-li se kříž např. záporným potenciálem, jsou elektrony odpuzovány, obraz kříže se zvětší. Ve vnějším elektrickém a magnetickém poli se katodové paprsky odchylují a obraz kříže se různě deformuje. Tak Crookes naznačil nejen princip televizní obrazovky, ale pomocí svého „mlýnku“, tj. jemného otočného kolečka, na jehož lopatku dopadá

svazek elektronů a roztočí se, dokázal, že katodovým zářením se přenáší hybnost, tedy i hmotnost (a ovšem i elektrický náboj). Katodové paprsky považoval za novou formu hmoty a zavedl pro ně ter-



mín čtvrtý stav hmoty. Vynalezl rovněž *spintariskop* (1903) k detekci částic alfa, což byl první přístroj jaderné fyziky. Vzdor pesimismu předních fyziků (*Maxwella*, *R. Hertze*) vyslovil názor, že bude možno uskutečnit rádiové spojení; (o realizaci této ideje se zasloužili *Popov*, *Marconi* a *Edison*). Crookes vyslovil rovněž ideu o evoluci chemických prvků (z vodíku).

Vladimír Malíšek

Řekli, napsali...

Fyzikální zákon by měl být i matematicky krásný.

Paul A. M. Dirac (1902 — 1984)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kačkova 19, 160 00 Praha 6, Jazyková úprava doc. dr. Marie Valešová. CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1987.

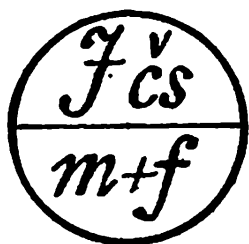
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

(3)

ROČNÍK 66, 1987/88
LISTOPAD

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO - FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY

matematicko - fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUCÍ REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, dr. Jaroslav
Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr. Vác-
lav Šindelář, CSc., Praha, doc. dr.
Martin Šolc, CSc., UK Praha dr. Ivo
Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Věra Rjadová: K 70. výročí VŘSR .	89
Lubomír Železný: Nové aritmetické po- sloupnosti prvočísel	91
Ivan Fischer: Řízení procesů 3 .	94
Vladimír Ilkovič: Kinematika rovinného pohybu tuhého tělesa .	101
Jiří Mída: Spolupracoval s Edisonem i Teslou	109
Tomáš Schütz: Úlohy ze zahraničních časopisů	111
Emil Kašpar: Přesnost zjištění doby kyvu kyvadla stopkami	111
Jarmila Pěnčíková: Skládání geometric- kých obrazců	112
Naše soutěž	113
Pavel Töpfer: Celostátní kolo 36. roč. MO kat. P	125
Jiří Herman, Radan Kučera: Matema- tické naděje opět v Ivančicích .	127
dj: Kalendár M-F	129
Z nových knih .	131
Vladimír Malíšek: Papinův parní stroj . 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních terminů (81-84)	příloha

K 70. výročí VŘSR

Dr. VĚRA RJADOVÁ, CSc., ÚML UK Praha

Celý svět si každoročně připomíná v listopadových dnech výročí vítězství Velké říjnové socialistické revoluce. Před sedmdesáti lety ukázalo vítězství ruské dělnické třídy a jejích spojenců v první úspěšné socialistické revoluci, uskutečněné pod vedením komunistické strany v čele s V. I. Leninem, hlavní směr a globální tendenci celosvětového vývoje lidstva.

Právě toto vítězství ruských pracujících zahájilo novou epochu současných dějin, epochu, v níž probíhá celosvětový postupný přechod od kapitalismu k socialismu a komunismu. Dnes již sedmdesátiletá historie socialismu, poprvé realizovaného právě v sovětském Rusku, je přesvědčivým důkazem pokrokovosti a životnosti socialismu, je výrazem pravdivosti myšlenek marxismu-leninismu, politiky komunistické strany a rovněž i obětavé a rozsáhlé práce všeho sovětského lidu.

V dnešních podmínkách urychlení sociálního a ekonomického rozvoje socialistických zemí, v podmínkách probíhající přestavby, je nezbytné se vracet k idejím Října, je zapotřebí je v praxi důsledně uplatňovat a řídit se jimi. Znamená to tedy, že při zákonitém vracení se k Říjnu se neuspokojujeme pouze hodnocením již dosaženého, ale při příležitosti tohoto světodějného výročí se zabýváme i otázkami budoucnosti.

Jednou z hlavních otázek, k jejichž řešení otevřela cestu právě Velká říjnová socialistická revoluce, je především problematika klíčového globálního problému dneška — otázka zachování mírového soužití. Vždyť prvním dokumentem, který přijalo nové sovětské Rusko, byl Dekret o míru. V této mírumilovné politice, tvořící podstatu samotného socialismu, Sovětský svaz pokračoval vždy. Zejména poslední mírové návrhy a iniciativy, přednesené M. Gorbačovem, vytvářejí zcela reálné předpoklady pro zachování světového míru, a jsou proto zcela oprávněně vítány celou světovou pokrokovou veřejností.

Sedmdesáté výročí VŘSR vzpomínáme v období, kdy obzvlášť vyniká hodnota jejích historických vymožeností a tvůrčí síla idejí, které ji orientovaly — idejí leninismu. Existence světové socialistické soustavy, jejíž počátek leží právě v roce 1917, umožňuje na-

plnit odvěké tužby a přání všech lidí — tužby a přání svobodného rozvoje jednotlivých národů, přání žít bez válek v míru.

Analýza současné epochy, podrobně rozpracovaná v nové redakci Programu KSSS na XXVII. sjezdu KSSS, ukazuje, že důsledkem koexistence dvou světových soustav je jejich historické soutěžení. Hlavním polem tohoto soutěžení přitom zůstává sféra ekonomického rozvoje, kde klíčovou roli hraje oblast vědeckotechnického pokroku. Proto je základním předpokladem socialismu spojení jeho předností s vědou a technikou. Již před sedmdesáti lety na tuto naléhavou a nezbytnou skutečnost poukazoval V. I. Lenin.

Vítězství Říjnové revoluce, která poprvé nastolila vztahy spolupráce a rovnosti mezi lidmi, začínají svým způsobem, řečeno Marxovými slovy, teprve skutečné dějiny lidstva, kdy je možné rozvíjet všechny schopnosti, talenty a nadání každého jednotlivého člověka.

Nelze zapomenout ani na to, že vítězství socialistické revoluce velmi podstatně ovlivnilo revoluční proces na celé naší planetě. Vznikly dva světové tábory — kapitalismus a socialismus, otevřela se cesta národně osvobozeneckému hnutí v koloniálních zemích, které za uplynulé období fakticky přestaly existovat.

Zkušenosti Velkého Října v té či oné podobě obsahují podstatné rysy a zákonitosti, jež se koneckonců budou opakovat v různých podobách a formách v každé další socialistické revoluci, i když samozřejmě s přihlédnutím ke konkrétní situaci v zemi.

Sedmdesát let sovětské moci je obdobím neustálého boje za mír, za společenský pokrok, za definitivní skoncování s vykořisťovatelským a zotročujícím zřízením. Vítězná Říjnová revoluce otevřela stávidla obrovské tvůrčí energie lidu. Vedoucí silou v celém těžkém a složitém procesu socialistického budování byla a je Komunistická strana Sovětského svazu, strana, která svými poznatky a zkušenostmi stále obohacuje dělnické a komunistické hnutí.

Tvůrčí zkušenosti KSSS jsou cenným vodítkem pro ostatní komunistické strany, výsledky a zkušenosti z přestavby, probíhající v SSSR, jistě přispějí k rozvíjení a zdokonalování socialismu i v naší zemi. Právě proto je nezbytné se neustále vracet ke zkušenostem Velké říjnové socialistické revoluce a obohacovat jimi současnou výstavbu rozvinutého socialismu.

Nové aritmetické posloupnosti prvočísel

LUBOMÍR ŽELEZNÝ, Praha

Cílem článku je informovat čtenáře o nových aritmetických posloupnostech prvočísel, které byly nalezeny po roce 1976. Aritmetická posloupnost prvočísel se zapisuje pomocí tří čísel. První z nich, například 23 100 je difference. Toto číslo přičítáme k prvnímu členu celkem $(k - 1)$ krát a jako výsledek obdržíme vždy prvočíslo. Druhé číslo, například 74 201 je první člen aritmetické posloupnosti prvočísel. Třetí číslo k značí délku aritmetické posloupnosti prvočísel — čili počet jejích členů. Jestliže se aritmetická posloupnost prvočísel zapisuje jako lineární dvojčlen s proměnnou n (nebo x), pak za n dosadíme všechna přirozená čísla $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, k - 1$. Číslo, které předchází po odečtení difference od prvního členu, a číslo, které následuje po přičtení difference k poslednímu členu, je číslo složené. Pro názornost uvádím dva příklady:

Příklad 1. Rozepište všechny členy aritmetické posloupnosti prvočísel, která má zápis:

$$90\ 090n + 4\ 116\ 353; k = 11$$

Řešení :

$$\begin{aligned} a_1 &= 4\ 116\ 353 \\ a_2 &= 4\ 206\ 443 \\ a_3 &= 4\ 296\ 533 \\ a_4 &= 4\ 386\ 623 \\ a_5 &= 4\ 476\ 713 \\ a_6 &= 4\ 566\ 803 \\ a_7 &= 4\ 656\ 893 \\ a_8 &= 4\ 746\ 983 \\ a_9 &= 4\ 837\ 073 \\ a_{10} &= 4\ 927\ 163 \\ a_{11} &= 5\ 017\ 253 \end{aligned}$$

Příklad 2. Rozepište všechny členy aritmetické posloupnosti prvočísel, která má zápis

$$780\ 780n - 3\ 369\ 371; k = 10.$$

Řešení :

$$\begin{array}{ll} a_1 = -3\ 369\ 371 & a_6 = 534\ 529 \\ a_2 = -2\ 588\ 591 & a_7 = 1\ 315\ 309 \\ a_3 = -1\ 807\ 811 & a_8 = 2\ 096\ 089 \\ a_4 = -1\ 027\ 031 & a_9 = 2\ 876\ 869 \\ a_5 = -246\ 251 & a_{10} = 3\ 657\ 649 \end{array}$$

V Rozhledech matematicko-fyzikálních, v čísle 6 ročníku 1976—1977, jsem uvedl v článku „*O prvočíselných aritmetických posloupnostech*“ tři aritmetické posloupnosti prvočísel s deseti členy. Dvě z těchto posloupností

$$23\,100n + 74\,201; k = 10,$$

$$42\,000n - 150\,533; k = 10,$$

jsem našel s pomocí tabulek prvočísel *D. N. Lehmera*. Aritmetickou posloupnost prvočísel

$$2\,310n + 2\,564\,251; k = 10,$$

se mně podařilo nalézt v roce 1975 za pomoci počítače IBM 360/135. A jaký byl vývoj v této oblasti po roce 1976? V roce 1977 uveřejnil *Sol Weintraub* dva články o aritmetických posloupnostech prvočísel v časopisech *BIT* a *Mathematics of Computation*. *Sol Weintraub* našel celkem 58 aritmetických posloupností prvočísel s délkou $k \geq 13$. Nejdelší z nich z roku 1977

$$87\,297\,210n + 3\,430\,751\,869; k = 17,$$

byla rekordní. V první polovině osmdesátých let získal nejlepší výsledky *Paul A. Pritchard*. Tento matematik uvádí v časopise *Mathematics of Computation*, že věnoval hledání nových aritmetických posloupností prvočísel 14 000 hodin strojového času počítače VAX-11/780. *Paul A. Pritchard* překonal dvakrát rekord, když našel tyto aritmetické posloupnosti prvočísel:

$$1982: 9\,922\,782\,870n + 107\,928\,278\,317; k = 18$$

$$1984: 4\,180\,566\,390n + 8\,297\,644\,387; k = 19$$

Autor tohoto článku našel v srpnu až říjnu 1983 za pomoci počítače EC 476 nových aritmetických posloupností prvočísel s délkou $k \geq 10$. V následující tabulce jsou uvedeny jednotlivé počty aritmetických posloupností prvočísel, které autor našel v letech 1974—1983:

L. Železný:	délka	14	13	12	11	10	9	8
	počet	1	4	16	94	363	1207	3910

Pro doplnění těchto údajů uvádím, že 15 aritmetických posloupností prvočísel s délkou $k = 9$ a 33 aritmetické posloupnosti prvočísel s délkou $k = 8$ jsem našel bez pomoci počítače.

Nové aritmetické posloupnosti prvočísel, které jsem našel v srpnu až říjnu 1983 s délkou $k \geq 12$, jsou:

$$930\,930n - 834\,469; k = 14$$

$$570\,570n + 3\,974\,053; k = 13$$

$$870\,870n + 2\,280\,917; k = 13$$

$$\begin{aligned}
&1\ 111\ 110n - 2\ 299\ 763; k = 13 \\
&1\ 141\ 140n - 6\ 354\ 077; k = 13 \\
&420\ 420n - 1\ 893\ 607; k = 12 \\
&420\ 420n - 1\ 833\ 947; k = 12 \\
&570\ 570n - 820\ 067; k = 12 \\
&600\ 600n - 1\ 860\ 163; k = 12 \\
&600\ 600n + 2\ 621\ 611; k = 12 \\
&660\ 660n - 2\ 506\ 501; k = 12 \\
&690\ 690n - 2\ 704\ 817; k = 12 \\
&840\ 840n - 3\ 915\ 887; k = 12 \\
&870\ 870n - 3\ 557\ 987; k = 12 \\
&870\ 870n + 1\ 016\ 339; k = 12 \\
&930\ 930n - 1\ 260\ 163; k = 12 \\
&1\ 081\ 080n - 4\ 559\ 167; k = 12 \\
&1\ 081\ 080n - 4\ 219\ 183; k = 12 \\
&1\ 171\ 170n - 4\ 768\ 987; k = 12 \\
&1\ 171\ 170n - 4\ 082\ 719; k = 12 \\
&1\ 171\ 170n - 3\ 044\ 891; k = 12
\end{aligned}$$

V závěru tohoto článku bych se chtěl ještě zmínit o tzv. maximálních aritmetických posloupnostech prvočísel. Maximální aritmetická posloupnost prvočísel má s danou diferencí maximální počet členů, který určíme podle vztahu

$$p' - 1,$$

kde p' je nejmenší prvočíslo, které se nevyskytuje v rozkladu difference na součin prvočísel. K dnešnímu dni je známo těchto šest maximálních aritmetických posloupností prvočísel s délkou $k \geq 10$:

$$\begin{aligned}
&E. B. Escott, 1910: \quad 210n + 199; k = 10 \\
&E. Karst, 1967: \quad 13\ 860n + 110\ 437; k = 12 \\
&\quad \quad \quad 13\ 860n + 152\ 947; k = 12 \\
&\quad \quad \quad 11\ 550n + 166\ 601; k = 12 \\
&\quad \quad \quad 420n + 52\ 879; k = 10 \\
&\quad \quad \quad 2\ 100n + 34\ 913; k = 10
\end{aligned}$$

Literatura

- [1] Scripta Mathematica, v. 28, no. 4, 1970, p. p. 313–317
- [2] Mathematics of Computation, Vol 31, Number 140, October 1977, Page 1030; Vol. 41, Number 164, October 1983, Page 697; Vol. 45, Number 171, July 1985, Pages 263–267
- [3] BIT, Oct. 1977, str. 239
- [4] Mladý svět, č. 11, 1984
- [5] L. Železný „Nové aritmetické posloupnosti prvočísel“, 1985 (rukopis knihy v dispozici knihovny MÚ ČSAV)

Řízení procesů

3. Programy ve strojovém kódu

doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PeF UK v Praze

V minulém čísle Rozhledů jsme se seznámili s tabulkami instrukcí strojového kódu mikroprocesoru typu 8080. Uvedli jsme si i ukázky dvou programů ve strojovém kódu, které prováděly numerické výpočty. Při řízení procesů však nepotřebujeme jen numerické výpočty. Používají se i výpočty pomocí logických operací, ovšem v poněkud jiném stylu, než bychom podle dosavadních znalostí z výrokové logiky či booleovské algebry předpokládali. Logické operace se u mikroprocesoru nejvíce používají pro „maskování“ některých bitů a pro nastavování a nulování logických hodnot některých bitů, jak si dnes ukážeme. Protože mikroprocesor pracuje v konečných číselných množinách, používají se pro výpočty relací, zobrazení, funkcí různé typy tabulek umístěných v programu a i třídění pokynů a větvení programů, jak si ukážeme, se provádí pomocí různých tabulek.

Při řízení procesů získává mikroprocesor informace z vnějšího prostředí přes vstupní porty (brány) sestavy mikroprocesorového systému. Předpokládejme, že například na adrese 11 máme umístěn nějaký vstupní port. K němu jsou přivedeny vodiče, na kterých jsou pomocí napětí 0 nebo 5 voltů vytvářeny signály odpovídající logickým hodnotám 0 nebo 1. Takovýchto vodičů je na vstupním portu maximálně osm. Vytváření těchto logických hodnot lze zajistit různými kontakty, tlačítky, fotobuňkami, indikátory překročení předem nastavené teploty, indikátory výšky hladiny vody atd.

Přečtení logických hodnot ze vstupního portu 11 provedeme instrukcí $A: = \text{Port}(11)$ vytvořenou v programu dvojicí kódů DB 11 (viz tabulky strojového kódu v minulém čísle). Tím do registru A přečteme všech osm logických hodnot jednotlivých osmi bitů. Pokud nás však zajímá logická hodnota pouze jediného bitu, musíme ji nějak oddělit od logických hodnot zbývajících sedmi bitů v registru A. Řekněme, že například 6. bit (bit A5, číslujeme-li bity od nuly, tedy A7, A6, A5, A4, A3, A2, A1, A0) odpovídá logické hodnotě na fotobuňce v cíli závodu. Bude-li tato fotobuňka zastíněna, potom máme volat podprogram například od adresy 1D45, který by ukončil měření času a nechal zobrazit výsledný čas na displeji. Pokud by fotobuňka zastíněna nebyla, následoval by návrat z podprogramu bez zastavení času a zobrazení výsledku. Při zastínění fotobuňky by byl bit na vstupním portu a potom i bit A6

Tabulka 1

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1C40	DB	A: = Port (11)	; čte vstupní port
1C41	11	—	
1C42	07	Rotace A vlevo	; posouvá bit do CY
1C43	07	Rotace A vlevo	
1C44	07	Rotace A vlevo	
1C45	DA	JC 1D45	; skok při CY = 1
1C46	45	—	
1C47	1D	—	
1C48	C9	Return	

nastaven na logickou hodnotu 1, při osvětlené fotobuňce by měl bit A5 logickou hodnotu 0.

První možností, jak izolovat logickou hodnotu bitu A6 od ostatních hodnot bitů v A, je nechat rotovat A vlevo, kdy se nejvyšší bit přesouvá do logické hodnoty příznaku CY. K tomu slouží kód 07. Po prvním provedení této instrukce bude $CY := A7$, po druhém $CY := A6$ a po třetím již $CY := A5$. Nyní můžeme větvit program podle CY. Bude-li $CY = 1$, pak instrukcí JC voláme podprogram od adresy 1D45, který je zakončen instrukcí Return s kódem C9. Pokud není fotobuňka zastíněna, bude $CY = 0$ a instrukce JC nezpůsobí skok na adresu 1D45, ale bude následovat vykonání dalšího řádku programu s instrukcí Return přímo. Ukázku takového podprogramu ukazuje tabulka 1.

V souboru instrukcí mikroprocesoru jsou logické operace AND a OR, které se provádějí s osmi dvojicemi logických hodnot bitů. Je-li $A = 00011101$ a $B = 10110111$, potom bude výpočet následovný:

$$\begin{array}{ll} A = 00011101 & A = 00011101 \\ B = 10110111 & B = 10110111 \\ A \text{ AND } B = \underline{00010101} & A \text{ OR } B = \underline{10111111} \end{array}$$

Tyto instrukce můžeme použít pro maskování ostatních bitů tak, že ve výsledku zůstane pouze logická hodnota jednoho bitu a ostatní bity se vynulují. Bude-li X značit libovolnou logickou hodnotu 0 či 1 a F bude značit logickou hodnotu dané fotobuňky, můžeme použít masku 00100000. Potom bude

$$\begin{array}{l} A = \text{XFXXXXXX} \\ \text{maska} = \underline{00100000} \\ A \text{ AND maska} = \underline{00F00000} \end{array}$$

Bude-li $F = 1$, je $1 \text{ AND } 1 = 1$; bude-li $F = 0$, bude $0 \text{ AND } 1 = 0$. Nyní můžeme větvit program podle příznaku Z. Bude-li $F = 1$, potom výsledek operace $A \text{ AND maska}$ bude nenulový a instrukce JNZ provede skok na řádek 1D45. Pokud bude $F = 0$, potom ve výsledku ope-

Tabulka 2

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1C49	DB	A: = Port (11)	; čte vstupní port
1C4A	11	—	
1C4B	E6	A: = A AND 00100000	
1C4C	20	—	; maska
1C4D	C2	JNZ 1D45	; skok, když $A \neq 0$
1C4E	45	—	
1C4F	1D	—	
1C50	C9	Return	

race AND budou samé nuly a JNZ žádný skok neprovede. Ukázku programu přináší tabulka 2.

Úlohu si můžeme doplnit dalšími požadavky. Pro odstranění vlivu poruch na jedné fotobuňce (kupříkladu zastínění mouchou nebo vliv elektrické indukce na dlouhém vodiči atd.) můžeme požadovat, aby cíl indikovalo zastínění dvou fotobuněk A4 a A5 zároveň. Na zastínění jedné fotobuňky by program neměl reagovat. Dále si na vstupní port můžeme připojit tlačítko pro ruční ukončení měření času (při snížené viditelnosti nebo tehdy, když závodník dráhu opustí) na bit A0, při $A0 = 1$ se rovněž má volat podprogram od adresy 1D45. Dále na bit A1 připojíme tlačítko, které po stisknutí (kdy je $A1 = 1$) vyvolá podprogram od adresy 1D60 nulující počítadlo času a připravující zařízení pro měření času dalšího závodníka. Pokud bude při A1 stisknuto i A0 či zastíněna některá z fotobuněk, potom program na takovýto stav nijak nereaguje. Pokud tedy přečteme vstupní port do A, mohou nás zajímat stavy, kdy jsou zastíněny obě fotobuňky a žádný kontakt tlačítek není stlačen ... 00110000 = 30 v hexadecimální soustavě, nebo kdy je stisknuto A0, tedy 00000001 = 01, nebo kombinace zastínění některé z fotobuněk a stisknutí A0 00010001 = 11, 00100001 = 21, 00110001 = 31. Stisknutí A1 by nám činnost blokovalo, pouze při 00000010 = 02 by došlo k volání podprogramu od adresy 1D60. Nyní nám masky a posuny přes CY situaci neusnadní, neboť by vzniklo příliš mnoho větví programu. Výhodnější je užít relace porovnání obsahu A s daným číslem. Pokud se rovnají, jsou nastaveny příznaky a konkrétně i příznak Z nulového výsledku. Při rovnosti A a čísla je nastaven příznak Z a instrukcí JZ je proveden skok do daného podprogramu. Postup ukazuje program v tabulce 3.

Tato tabulka je však již velmi dlouhá a zbytečně opakuje instrukce porovnání a instrukce JZ. V daném případě ještě netřídíme tolik možností. U rozsáhlejšího třídění by tato nectnost byla ještě výraznější. Proto se vytváří pouze redukovaná tabulka po třech řádcích pro každou

Tabulka 3

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1C51	DB	A: = Port (11)	; čte vstupní port
1C52	11	—	
1C53	FE	A—00110000	; porovnává
1C54	30	—	
1C55	CA	JZ 1D45	; skok, když našel
1C56	45	—	
1C57	1D	—	
1C58	FE	A—00000001	; porovnává
1C59	01	—	
1C5A	CA	JZ 1D45	; skok, když našel
1C5B	45	—	
1C5C	1D	—	
1C5D	FE	A—00010001	; porovnává
1C5E	11	—	
1C5F	CA	JZ 1D45	; skok, když našel
1C60	45	—	
1C61	1D	—	
1C62	FE	A—00100001	; porovnává
1C63	21	—	
1C64	CA	JZ 1D45	; skok, když našel
1C65	45	—	
1C66	1D	—	
1C67	FE	A—00110001	; porovnává
1C68	31	—	
1C69	CA	JZ 1D45	; skok, když našel
1C6A	45	—	
1C6B	1D	—	
1C6C	FE	A—00000010	; porovnává
1C6D	02	—	
1C6E	CA	JZ 1D60	; skok, když našel
1C6F	60	—	
1C70	1D	—	
1C71	C9	Return	

z variant v uspořádání číslo, nižší a vyšší část adresy začátku podprogramu. Prohledávání a třídění takovéto tabulky provádí v cyklu příslušný podprogram třídění, který při nalezení daného čísla způsobí volání daného podprogramu. Výhoda je, že takovýto podprogram třídění může být v programu jediný, využitelný pro více potřeb třídění. Je však potřebné do registrů HL vložit údaj začátku takovéto tabulky a do

Tabulka 4

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1C71	DB	A: = Port (11)	; čte vstupní port
1C72	11	—	
1C73	21	HL: = 1C7C	; začátek tabulky
1C74	7C	—	
1C75	1C	—	
1C76	OE	C: = 06	; počet položek tabulky
1C77	06	—	
1C78	CD	Call 1E00	; podprogram třídění
1C79	00	—	
1C7A	1E	—	
1C7B	C9	Return	
1C7C	30	00110000	; tabulka
1C7D	45	1D45	
1C7E	1D		
1C7F	01	00000001	
1C80	45	1D45	
1C81	1D		
1C82	11	00010001	
1C83	45	1D45	
1C84	1D		
1C85	21	00100001	
1C86	45	1D45	
1C87	1D		
1C88	31	00110001	
1C89	45	1D45	
1C8A	1D		
1C8B	02	00000010	
1C8C	60	1D60	
1C8D	1D		; konec tabulky
1E00	BE	A — M (HL)	; porovnává
1E01	CA	JZ 1E0C	; skok, když našel
1E02	0C	—	
1E03	1E	—	
1E04	23	HL: = HL + 1	
1E05	23	HL: = HL + 1	
1E06	23	HL: = HL + 1	; další položka
1E07	OD	C: = C F — 1	; počítá položek
1E08	C2	JNZ 1E00	; není-li konec, znovu
1E09	00	—	
1E0A	1E	—	

1E0B	C9	Return	; když nic nenalezl
1E0C	23	HL: = HL + 1	; položka nižší adresy
1E0D	4E	C: = M(HL)	; prozatímně uloženo
1E0E	23	HL: = HL + 1	; položka vyšší adresy
1E0F	66	H: = M(HL)	
1E10	69	L: = C	; vyzvednutí, v HL adresa
1E11	E9	PC: = HL	; skok na adresu v HL

Tabulka 5

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1C8E	DB	A: = Port _A (11)	; čte vstupní port
1C8F	11	—	
1C90	21	HL: = 1E30	; začátek tabulky
1C91	30	—	
1C92	1E	—	
1C93	0E	C: = 0C	; počet položek tabulky
1C94	0C	—	
1C95	BE	A — M (HL)	; porovnává
1C96	CA	JZ 1CA0	; skok, když nalezl
1C97	A0	—	
1C98	1C	—	
1C99	23	HL: = HL + 1	
1C9A	23	HL: = HL + 1	; další položka
1C9B	0D	C: = C — 1	; počítá položek
1C9C	C2	JNZ 1C95	; není-li konec, znovu
1C9D	95	—	
1C9E	1C	—	
1C9F	C9	Return	; když nic nenalezl
1CA0	23	HL: = HL + 1	
1CA1	7E	A: = M(HL)	; závisle proměnná
1CA2	D3	Port (2D): = A	; odeslána na výstup
1CA3	2D	—	
1CA4	C9	Return	

registru C údaj o počtu položek v takovéto tabulce. Podprogram třídění začíná na adrese 1E00 a ukázka celého takového postupu třídění je uvedena v tabulce 4. V ukázce je napřed přečten vstupní port, pak jsou nastaveny údaje do registrů H, L, C a je volán podprogram pro třídění, který by provedl skoky do příslušných podprogramů, nebo při nenalezení daného čísla by vykonal prostý návrat (return). Program je zakončen rovněž instrukcí C9 return, kam se vrací program buď ze zvoleného

Tabulka 6

Adresa	Kód	Význam	Komentář
1CA5	DB	A: = Port (11)	; čte vstupní port
1CA6	11	—	
1CA7	21	HL: = 1E78	; začátek tabulky
1CA8	78	—	
1CA9	1E	—	
1CAA	85	A: = A + L	; výpočet umístění
1CAB	6F	L: = A	; položky v tabulce
1CAC	7E	A: = M(HL)	; závisle proměnná
1CAD	D3	Port (2D): = A	; odeslána na výstup
1CAE	2D	—	
1CAF	C9	Return	

podprogramu, nebo z podprogramu třídění při nenalezení daného čísla, a odkud se pak vracíme do hlavního programu, který by činnost měření času řídil. Za touto instrukcí return pak následuje vlastní tabulka v uspořádání číslo, adresy, číslo, adresy atd.

Svým způsobem obdobnou činnost k podprogramu třídění provádějí programy, které podle tabulky vytvářejí funkce. Příslušné hodnotě nezávisle proměnné, přečtené ze vstupního portu, je přiřazena závisle proměnná (ať již chápaná jako číslo či opět jako uspořádaná osmice logických hodnot), která je vyslána na výstupní port (kde způsobí zapnutí topení, rozsvícení světel, vypnutí motoru a podobně. Ukázka takového programu je v tabulce 5.

Velkou úsporu času při prohledávání tabulek, ať již tabulek adres při třídění volaných podprogramů či tabulek funkcí přináší možnost spočítat si umístění položky v tabulce místo nutnosti prohlížet postupně celou tabulku. Pokud například nezávisle proměnné nabývají jen hodnot 00,01,02, ...,0C, potom vystačíme s tabulkou o třinácti položkách. Do registrů H, L vložíme začátek tabulky, k L přičteme nezávisle proměnnou a z tabulky již čteme hodnotu závisle proměnné. Podmínkou je, aby celá tabulka se vešla do oblasti paměti, kde je stejná adresa v H (jinak by se výpočet adresy trochu zkomplikoval). Ukázka takovéto funkce dané tabulkou je v programu podle tabulky 6. Nezávisle proměnnou opět čteme ze vstupního portu a závisle proměnnou posíláme na výstupní port.

Dnes jsme si uváděli pouze fragmenty programů, které samy o sobě nemůžeme ještě vyzkoušet na žádném počítači. Příště se zaměříme na otázky, jak „něco“ skutečně připojit ke vstupním a výstupním portům a zaměříme se na takové ukázky, které by se již mohly skutečně realizovat na některých školních počítačích.

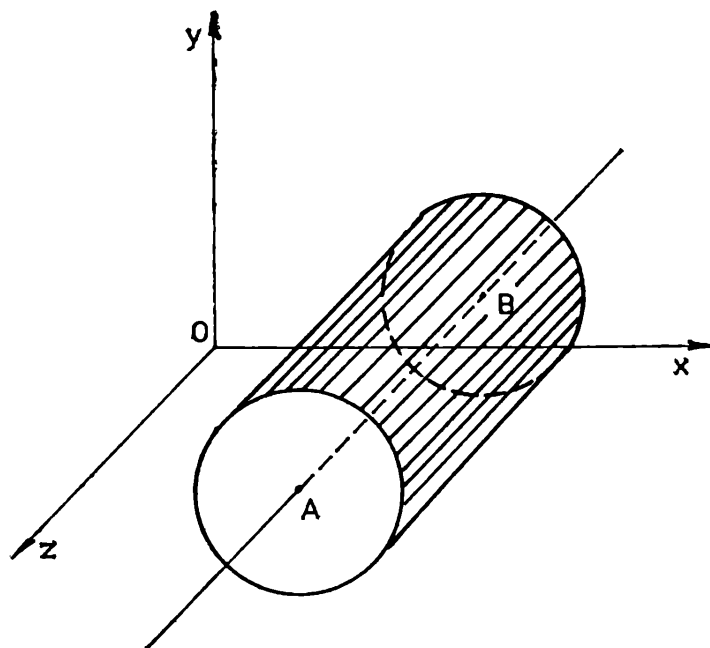
Kinematika rovinného pohybu tuhého telesa

Doc. RNDr. VLADIMÍR ILKOVIČ, CSc., Prírodovedecká fakulta UPJŠ Košice

(Študijné téma pre kategóriu B XXIX. roč. FO)

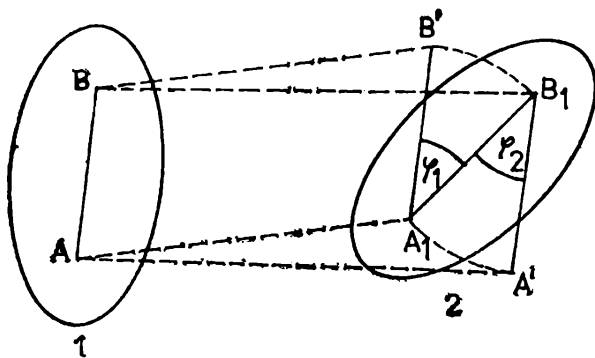
1. Zadanie pohybu

Pohyb tuhého telesa voláme rovinným pohybom, keď všetky body tohto telesa sa pohybujú v rovinách, ktoré sú rovnobežné s nejakou nepohyblivou rovinou. Ako príklad môžeme uviesť pohyb valca v rovine (xz) , pri ktorom jeho základňa ostáva pri pohybe rovnobežne s rovinou (xy) (pozri obr. 1). Z definície rovinného pohybu a z vlastností tuhého telesa (vzdialenosť ľubovoľných dvoch bodov sa nemení) vyplýva, že ľubovoľná priamka AB , ktorá prechádza telesom kolmo na rovinu xy bude vykonávať posuvný pohyb, t.j. dráha, rýchlosť a zrýchlenie všetkých bodov tejto priamky budú rovnaké. Na určenie rovinného pohybu telesa teda stačí poznať len pohyb jedného bodu každej priamky, ktorá prechádza telesom a je kolmá na rovinu (xy) . Keď zoberieme len body

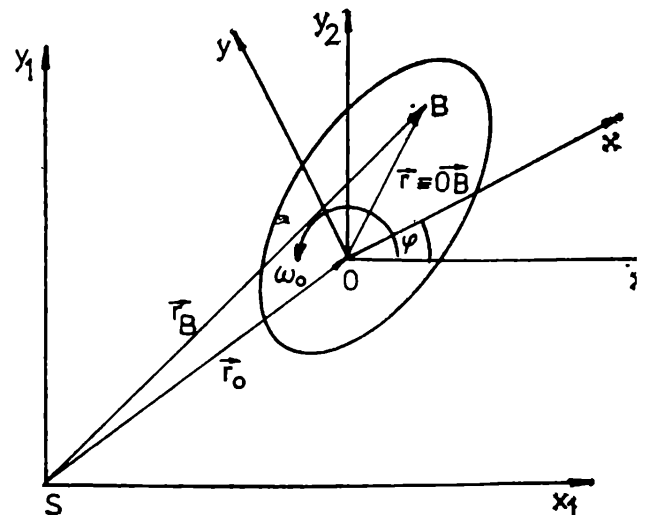


Obr. 1

z jednej roviny, ktorá je rovnobežná s rovinou (xy) , potom môžeme tvrdiť, že rovinný pohyb tuhého telesa je úplne určený pohybom rovinného útvaru, ktorý je prienikom ľubovoľnej roviny rovnobežnej s rovinou (xy) a daným telesom. V našom prípade na obr. 1 je to pohyb kruhu.



Obr. 2



Obr. 3

Predpokladajme, že rovinný útvar $\mathcal{T}$ (ďalej len útvar) sa premiestnil z polohy 1 do polohy 2 (pozri obr. 2), t.j. bod A sa premiestní do novej polohy A_1 a bod B do B_1 . Toto premiestnenie sa môže uskutočniť dvojakým spôsobom.

1. Premiestnenie útvaru posuvným pohybom z polohy AB do polohy A_1B' a potom pootočením okolo bodu A_1 o uhol φ_1 .
2. Premiestnime útvar posuvným pohybom do polohy $A'B_1$ a pootočením okolo bodu B_1 o uhol φ_2 tak, aby bod A' bol totožný s bodom A_1 . Posuvný pohyb v oboch prípadoch je rozličný, ale uhly otočenia φ_1 a φ_2 sú rovnaké. ($\varphi_1 = \varphi_2 \equiv \varphi$).

Pohyb rovinného útvaru môžeme vyšetrovať ako pohyb zložený z dvoch častí: z posuvného pohybu jeho ľubovoľného bodu a z otočenia okolo tohto bodu (tento vybraný bod voláme pólom). Pritom posuvný pohyb závisí od polohy vybraného pólu, ale uhol otočenia od neho nezávisí. Takže môžeme zhrnúť, že pohyb rovinného útvaru, a teda aj rovinný pohyb tuhého telesa, môžeme určiť tromi pohybovými rovnicami:

$$x_0 = f_1(t), \quad y_0 = f_2(t), \quad \varphi = f_3(t), \quad (1)$$

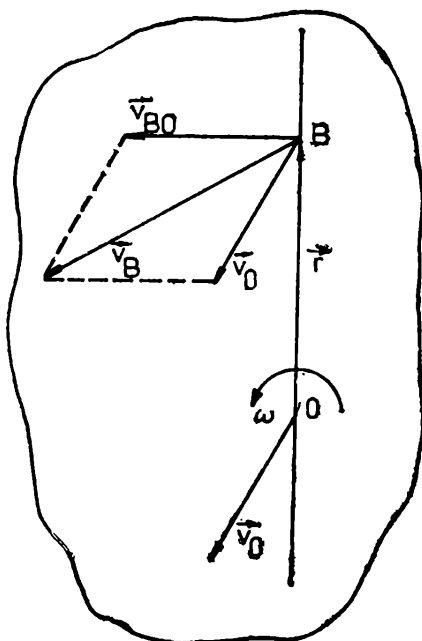
x_0, y_0 sú súradnice pólu O , φ je uhol otočenia útvaru okolo tohto pólu. Funkcia $f_3(t)$ nezávisí od výberu pólu.

2. Rýchlosti bodov telesa pri rovinnom pohybe

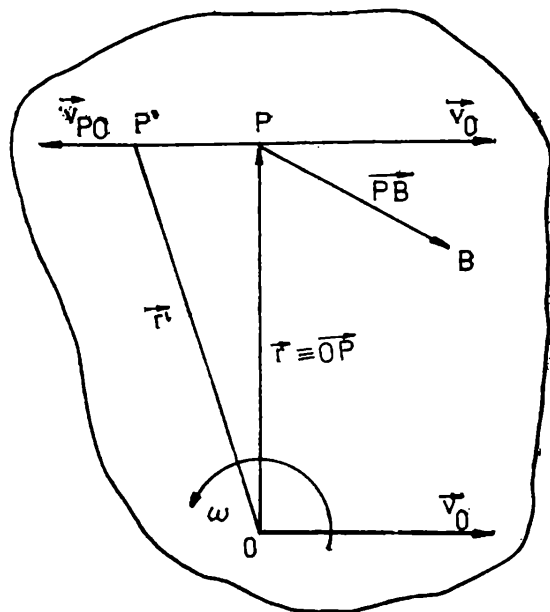
Nech súradnicový systém Sx_1y_1 je nepohyblivý a súradnicový systém Ox_2y_2 , ktorý má začiatok v ľubovoľnom vybratom bode O (pól) rovinného útvaru, vykonáva posuvný pohyb (pozri obr. 3). Súradnicový systém Oxy je pevne spojený s vyšetreným rovinným útvarom. Polohový vektor bodu B možno vyjadriť v tvare:

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_O + \mathbf{r} \quad (2)$$

Rýchlosť bodu B , $\mathbf{v}_B$ v súradnicovom systéme Sx_1y_1 , je vektorovým súčtom dvoch vektorov: vektora $\mathbf{v}_O$ (postupná rýchlosť bodu O v súradnicovej sústave Sx_1y_1) a vektora $\mathbf{v}_{BO}$ (rýchlosť bodu B v sústave Ox_2y_2):



Obr. 4



Obr. 5

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_{BO}$. Pohyb telesa v sústave Ox_2y_2 je jeho otáčanie okolo osi Oz_2 , ktorá je kolmá k rovine nákresu v bode O . Teda rýchlosť $\mathbf{v}_{BO}$ je rýchlosť bodu B pri otáčaní telesa okolo osi Oz_2 . Rýchlosť $\mathbf{v}_{BO}$ ľubovoľného bodu telesa, ktoré sa otáča okolo nepohyblivej osi uhlovou rýchlosťou ω_0 , je rovná vektorovému súčinu vektora uhlovej rýchlosti $\vec{\omega}_0$ a polohového vektora tohoto bodu $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{v}_{BO} = \vec{\omega}_0 \times \mathbf{r}. \quad (3)$$

Vektor uhlovej rýchlosti $\vec{\omega}_0$ má smer pozdĺž osi otáčania a smeruje na tú stranu, odkiaľ otáčanie telesa vidíme proti smeru pohybu hodinovej ručičky. Platí

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_O + \vec{\omega}_0 \times \mathbf{r} \quad (4)$$

Uhlová rýchlosť otáčania telesa ω_0 nezávisí od výberu pólu. Teda $\omega_0 \equiv \omega$ (ω je uhlová rýchlosť otáčania telesa) a platí

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_O + \vec{\omega} \times \mathbf{r}. \quad (5)$$

Pretože $\vec{\omega} \perp \mathbf{r}$, potom absolútna hodnota vektora $\mathbf{v}_{BO} = \vec{\omega} \times \mathbf{r}$ je

$$|\mathbf{v}_{BO}| = \omega \cdot |\mathbf{r}| = \omega \cdot OB. \quad (6)$$

Teoréma o priemetoch rýchlostí

Pri rovinnom pohybe priemety rýchlostí dvoch bodov telesa na priamku, ktorá prechádza týmito bodmi, sa rovnajú. Túto teorému dokážeme takto. Zvolíme dva body O, B telesa (pozri obr. 4). Na základe vzťahu (5) platí

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_O + \vec{\omega} \times \mathbf{r}$$

Vektor $\vec{\omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{v}_{BO}$ je kolmý na priamku OB . Priemety vektorov $\mathbf{v}_B$ a $\mathbf{v}_O$ na priamku OB sú potom rovnaké.

3. Okamžitý stred rýchlosti

Využitím vzťahu pre rýchlosť ľubovoľného bodu rovinného útvaru ukážeme, že v každom časovom okamihu existuje bod tohoto útvaru, ktorého rýchlosť je v tomto okamihu rovná nule. Tento bod voláme okamžitý stred rýchlosti. Okamžitý stred rýchlosti existuje len v tom prípade, keď uhlová rýchlosť rovinného útvaru je nenulová!

Nech rýchlosť $\mathbf{v}_O$ ľubovoľného bodu O rovinného útvaru je nenulová (ináč by bol stredom okamžitej rýchlosti). Nech bod O je pól. Potom rýchlosť ľubovoľného bodu P' útvaru sa bude rovnať vektorovému súčtu rýchlosti pólu $\mathbf{v}_O$ a otáčavej rýchlosti tohoto bodu okolo pólu: $\vec{\omega} \times \mathbf{r}'$. Vedeime v bode O kolmicu na smer vektora $\mathbf{v}_O$ (pozri obr. 5). Táto kolmica pretína priamku, vedenú bodom P' v smere vektora $\mathbf{v}_O$, v bode P . Rýchlosť tohoto bodu P je

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_{PO}. \quad (7)$$

Smer rýchlosti $\mathbf{v}_{PO} = \vec{\omega} \times \mathbf{r}$ je opačný ako smer vektora $\mathbf{v}_O$, (vyplýva to z významu vektorového súčinu). Keď bod P má byť okamžitým stredom rýchlosti, potom musí platiť

$$\mathbf{v}_{PO} = -\mathbf{v}_O. \quad (8)$$

Určíme polohu bodu P . Otáčavá rýchlosť bodu P okolo pólu O je $|\mathbf{v}_{PO}| = \omega \cdot \overline{OP}$ (pozri vzťah (6) a má sa rovnať v_O , teda musí platiť

$$\overline{OP} = \frac{v_O}{\omega}. \quad (9)$$

Okamžitý stred rýchlosti rovinného útvaru je na kolmici k smeru rýchlosti pólu vo vzdialenosti v_O/ω od pólu.

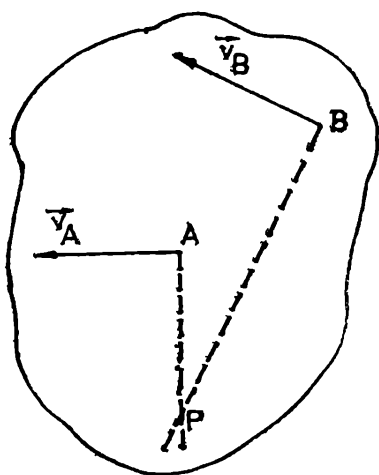
Keď zvolíme za pól bod P , potom pre rýchlosť ľubovoľného bodu B rovinného útvaru dostaneme vzťah

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_P + \vec{\omega} \times \mathbf{PB} = \vec{\omega} \times \mathbf{PB}, \text{ pretože } \mathbf{v}_P = 0, \text{ pričom } |\mathbf{v}_B| = \omega \cdot |\mathbf{PB}|. \quad (10)$$

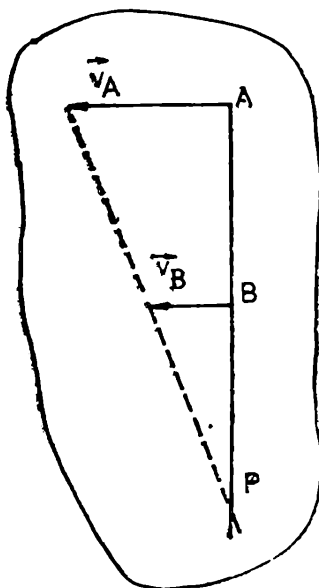
Z tohto vzťahu vidíme, že rýchlosti bodov telesa pri rovinnom pohybe sú určené rovnakým spôsobom ako pri otáčavom pohybe okolo nepohyblivej osi. Úlohu nepohyblivej osi tu hrá okamžitá os, ktorá prechádza cez okamžitý stred rýchlosti kolmo na rovinu pohybu. Zo znalosti polohy okamžitého stredu rýchlosti, možno určiť rýchlosti všetkých bodov rovinného útvaru (teda telesa), keď bude známa rýchlosť ľubovoľného bodu.

Veľkosť vektora rýchlosti ľubovoľného bodu rovinného útvaru v každom časovom okamihu je rovná súčinu uhlovej rýchlosti útvaru a dĺžky úsečky, ktorá spája tento bod s okamžitým stredom rýchlosti. Smer rýchlosti je kolmý na úsečku, ktorá spája daný bod s okamžitým stredom rýchlosti a smeruje na stranu otáčania sa útvaru.

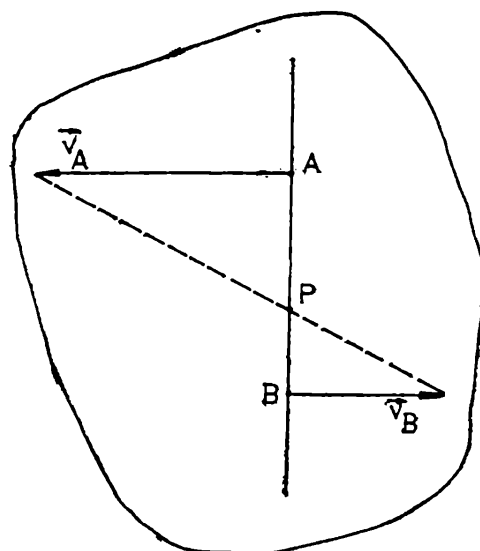
Určíme vzťah medzi rýchlosťami rozličných bodov rovinného útvaru v danom časovom okamihu (použijeme vzťah (10)):



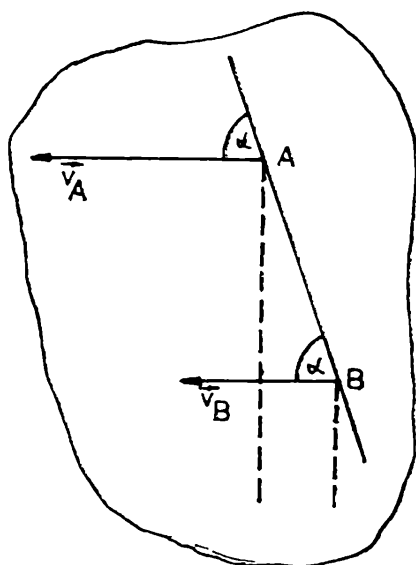
Obr. 6a



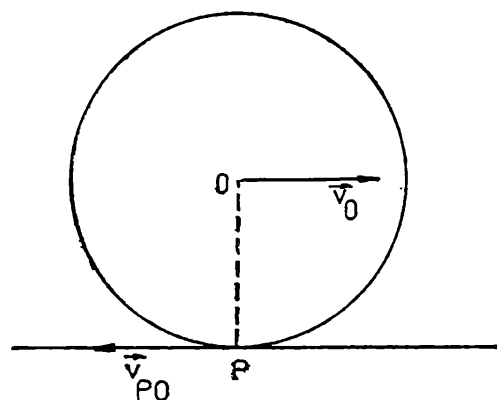
Obr. 6b



Obr. 6c



Obr. 6d



Obr. 6e

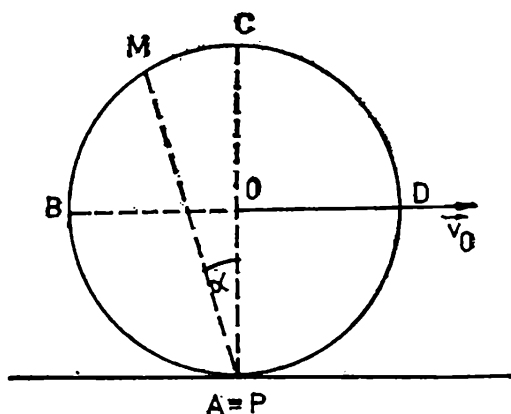
$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{PB}{PA} \quad (11)$$

Nech je známa rýchlosť bodu A , t.j. v_A ; potom zo vzťahu $v_A = \omega \cdot AP$ určíme $\omega = v_A/AP$ a rýchlosť ľubovoľného bodu B bude

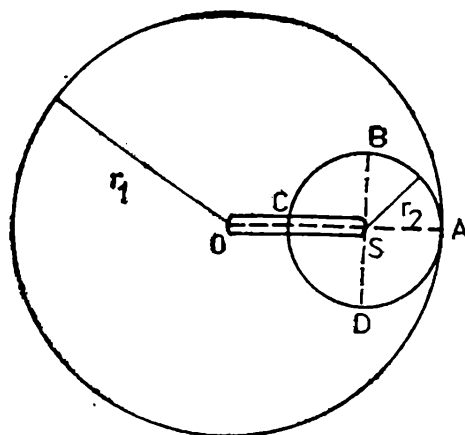
$$v_B = v_A \cdot PB/PA. \quad (12)$$

Určenie polohy okamžitého stredu rýchlosti

Na obr. 6a je znázornený spôsob, ako určíme polohu okamžitého stredu rýchlosti (bod P), keď poznáme smery rýchlosti dvoch bodov rovinného útvaru. Z bodov A, B vedieme kolmice na vektory $\mathbf{v}_A$ a $\mathbf{v}_B$. Okamžitý stred rýchlosti (bod P) je určený ich priesečníkom. Keď rýchlosti bodov A a B sú rovnobežné a $\mathbf{AB} \perp \mathbf{v}_A$, potom okamžitý stred rýchlosti (bod P) sa určí tak, ako je to znázornené na obr. 6b a 6c. V prípade, že vektory $\mathbf{v}_A$ a $\mathbf{v}_B$ sú rovnobežné, ale $\mathbf{v}_A$ nie je kolmé na $\mathbf{AB}$, potom kolmice na vektory $\mathbf{v}_A$ a $\mathbf{v}_B$ sa pretínajú v nekonečnu a okamžitý



Obr. 7



Obr. 8

stred rýchlosti neexistuje (obr. 6d). Pri kotúľaní telesa bez klzania po inom telese, je okamžitý stred rýchlosti bod dotyku oboch telies. (obr. 6e) ($\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_{PO} = 0$, pretože $\mathbf{v}_{PO} = -\mathbf{v}_O$).

PRÍKLADY

Príklad 1. Valec o polomere R sa kotúľa (koná rovinný pohyb) bez klzania na vodorovnej rovine. Rýchlosť bodov na priamke, ktorá prechádza stredom rovnobežne so stenami valca, v určitom okamihu je $\mathbf{v}_O$. Určte rýchlosti bodov A , B , C a D , ktoré ležia na priemeroch a na obode kola (prierezu valca) (pozri obr. 7). Aká bude rýchlosť bodu M ? Aká je uhlová rýchlosť valca?

Riešenie. Za pól volíme okamžitý stred rýchlosti (bod $A \equiv P$). Rýchlosti bodov A , B , C , D sú úmerné ich vzdialenostiam od bodu P :

$$v_A = 0, \quad v_B = v_O \frac{AB}{AO} = \sqrt{2} v_O,$$

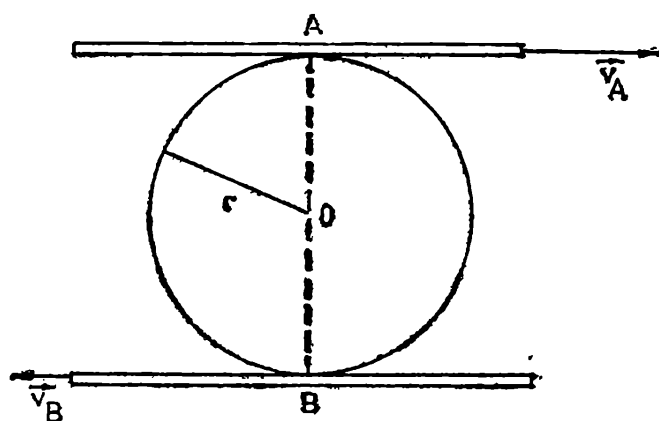
$$v_C = v_O \frac{AC}{AO} = 2v_O, \quad v_D = v_O \frac{AD}{AO} = \sqrt{2} v_O.$$

Platí: $MA = CA \cdot \cos \alpha = 2R \cos \alpha$ a pre rýchlosť bodu M dostaneme: $v_M = v_O MA/OA = v_O 2R \cos \alpha / R = 2v_O \cos \alpha$. Uhlová rýchlosť valca je $\omega = v_O / R$.

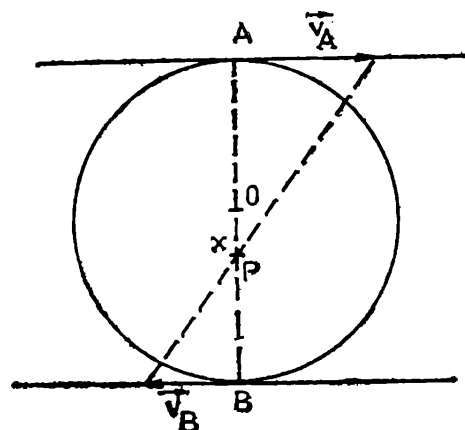
Príklad 2. Kľuka OS sa otáča okolo osi O uhlovou rýchlosťou ω_1 . Na konci tejto kľuky je voľne nasadené koleso (valec) o polomere r_2 , ktoré sa dotýka z vnútornej strany nepohyblivého kola (valca) o polomere r_1 . Určte rýchlosti bodov A , B , C , D pohyblivého kola (prierezu valca) a uhlovú rýchlosť vnútorného kola (valca) (pozri obr. 8).

Riešenie. Okamžitý stred rýchlosti je bod A , preto $v_A = 0$. Zo znalosti uhlovej rýchlosti kľuky určíme rýchlosť v_S stredu S vnútorného kola ($\mathbf{v}_S \perp \mathbf{OS}$):

$$v_S = \omega_1 \cdot OS = \omega_1 (r_1 - r_2).$$



Obr. 9



Obr. 10

Rýchlosti bodov B a D sú:

$$v_B = v_S \frac{AB}{AS} = \sqrt{2} v_S, v_C = v_S \frac{AC}{AS} = 2 v_S, v_D = v_S \frac{AD}{AS} = \sqrt{2} v_S.$$

Rýchlosť stredu vnútorného kolesa je

$$v_S = \omega_2 \cdot AS = \omega_2 r_2.$$

Z tohoto vzťahu pre uhlovú rýchlosť ω_2 vnútorného kolesa dostaneme

$$\omega_2 = \frac{v_S}{r_2} = \frac{\omega_1 (r_1 - r_2)}{r_2}.$$

Príklad 3. Dve vodorovné žrde sa pohybujú rýchlosťami $\mathbf{v}_A$ a $\mathbf{v}_B$ na opačné strany. Medzi žrdami je koleso (valec) o polomere R , ktoré sa kotúľa po žrdiach bez klzania. Určte uhlovú rýchlosť kolesa (valca) a rýchlosť jeho stredu (pozri obr. 9).

Riešenie. Pretože koleso (valec) sa kotúľa bez klzania, potom rýchlosť bodu A je $\mathbf{v}_A$ a rýchlosť bodu B je $\mathbf{v}_B$. Spojením koncov vektorov $\mathbf{v}_A$ a $\mathbf{v}_B$ určíme okamžitý stred rýchlosti P . Označíme $x = SP$ (obr. 10). Platí

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{PA}{PB} = \frac{R + x}{R - x}.$$

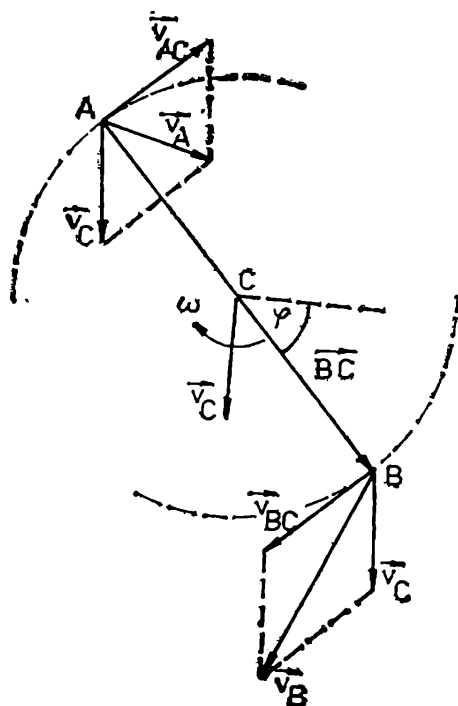
Z tejto rovnice určíme x :

$$x = \frac{v_A - v_B}{v_A + v_B} \cdot R.$$

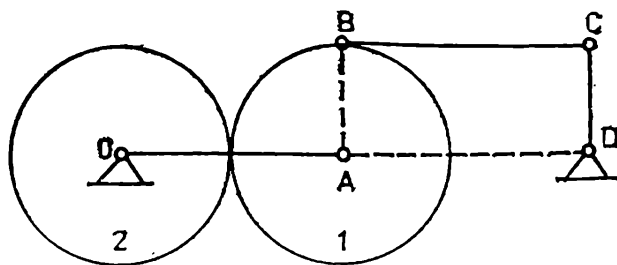
Vypočítame uhlovú rýchlosť kolesa:

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_A}{R + x}.$$

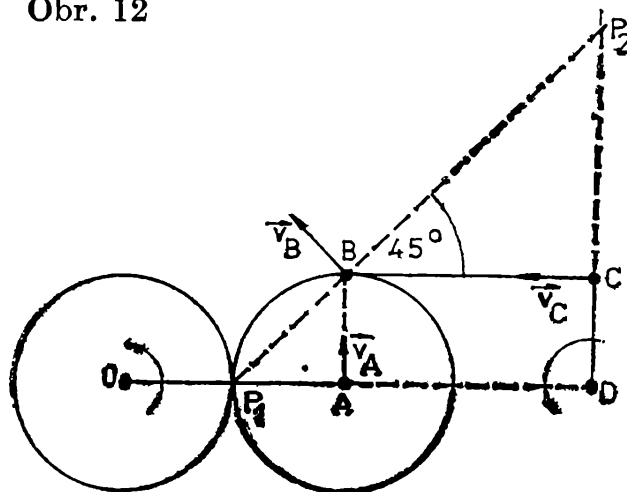
$$\text{Pretože } R + x = R \left(1 + \frac{v_A - v_B}{v_A + v_B} \right) = 2R \frac{v_A}{v_A + v_B},$$



Obr. 11



Obr. 12



Obr. 13

potom pre ω dostaneme

$$\omega = \frac{v_A}{R+x} = \frac{v_A + v_B}{2R}.$$

Rýchlosť stredu kolesa je

$$v_O = \omega OP = \omega x = \frac{v_A + v_B}{2R} \cdot \frac{v_A - v_B}{v_A + v_B} \cdot R = \frac{v_A - v_B}{2}.$$

Pre $v_A = v_B$ je $v_O = 0$ (koleso je nepohyblivé) a koleso sa otáča okolo svojho stredu uhlovou rýchlosťou $\omega = \frac{v_A}{R}$.

Príklad 4. Stred C tyče AB dĺžky $2d$ padá vertikálne dole konštantným zrýchlením g a samotná tyč sa otáča okolo bodu C konštantnou uhlovou rýchlosťou ω vo vertikálnej rovine. V začiatočnom okamihu je tyč vodorovná. Určite rýchlosti koncov tyče v ľubovoľnom čase t .

Riešenie. Za pól volíme bod C . Príslušné rýchlosti sú znázornené na obr. 11. Rýchlosť bodu B je

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_C + \mathbf{v}_{BC},$$

kde $v_C = gt$ a $v_{BC} = \omega d$, pričom $\mathbf{v}_{BC} \perp \mathbf{BC}$.

Uhol medzi vektormi $\mathbf{v}_C$ a $\mathbf{v}_{BC}$ je rovný uhlu otáčania: $\varphi = \omega t$, takže platí

$$v_B = \sqrt{v_C^2 + v_{BC}^2 - 2v_C v_{BC} \cos \varphi} = \sqrt{g^2 t^2 + \omega^2 d^2 - 2gt \omega d \cos(\omega t)}$$

Podobne sa určí rýchlosť bodu A .

Príklad 5. Uvažujme mechanizmus, ktorý sa skladá z troch tyčí dĺžky $OA = 2r$, $BC = d$, $DC = r$ a dvoch ozubených kolies o polomere r (pozri obr. 12). Ozubené koleso 1, ktorého os je v bode A , sa dotýka ozubeného kolesa 2, ktoré je nepohyblivé. Tyč BC je pripojená k ozubenému kolesu kĺbom B . Spoje C a D sú tiež kĺbové spoje. Osi otáčania tyčí OA a CD sú nepohyblivé. Určte uhlovú rýchlosť ω_1 kolesa 1 a uhlovú rýchlosť ω_{BC} tyče BC v okamihu, keď tyče OA a BC sú vodorovné a tyč CD je kolmá. Uhlová rýchlosť ω_{AO} ozubeného kolesa 2 (teda aj tyče OA) je známa.

Riešenie. Rýchlosť bodu A je $v_A = \omega_{AO} \cdot 2r$. Okamžitý stred rýchlosti ozubeného kolesa 1 je bod dotyku P_1 . Platí teda $\mathbf{v}_B \perp \mathbf{P}_1\mathbf{B}$. Ďalej platí: $\mathbf{v}_B \perp \mathbf{P}_1\mathbf{B}$ a $\mathbf{v}_C \perp \mathbf{DC}$. (obr. 13). Podľa teóremy o rovnosti priemetov rýchlosti platí:

$$v_B \cos 45^\circ = v_A,$$

$$v_B \cos 45^\circ = v_C.$$

Teda musí platiť $v_C = v_A = \omega_{AO} \cdot 2r$.

Zo znalosti vektorov $\mathbf{v}_B$ a $\mathbf{v}_C$ nájdeme okamžitý stred rýchlosti P_2 tyče BC , pričom $P_2C = d$. Pre hľadané uhlové rýchlosti máme

$$\omega_{CB} = \frac{v_C}{P_2C} = \frac{2r}{d} \omega_{AO}, \quad \omega_1 = \frac{v_A}{P_1A} = \frac{2r}{r} \omega_{AO} = 2\omega_{AO}.$$

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Spolupracoval s Edisonem i Teslou

RNDr. JIŘÍ MÍDA, CSc., PeF UK v Praze

Bývalo u nás zvykom odcházet na zkušenu do světa. Musíme si vážit především těch, kteří přitom nezapomněli na vlast, vrátili se a pracovali pro její prospěch a rozvoj.

Ing. Emil Kolben se narodil před 125 lety 1. listopadu 1862 ve Stránčicích u Prahy. Po studiích na malostranské reálce a pražské technice se po kratší praxi vydal v pětadvaceti letech do světa.

V americké továrně *Edison Machine Company* pracoval jako asistent a později šéfinženýr. U *Thomase Alvy Edisona* (1847–1931) se důkladně seznámil se stavbou elektrických strojů na stejnosměrný proud. Tento směr elektrotechniky se mu však nestal osudem. V New Yorku totiž poznal chorvatského vynálezce *Nikolu Teslu* (1856–1943), který mu byl

blízký i tím, že studoval na technice v Praze. Pod Teslovým vlivem se Emil Kolben „obrátil na jinou víru“. Začal věřit v budoucnost střídavého proudu. K tomu poznamenejme, že nejdůležitější objev pro využití vícefázových střídavých proudů, kterým je točivé magnetické pole, učinil Nikola Tesla v roce 1886.

Po odchodu od Edisona opustil ing. Kolben Spojené státy a nastoupil jako šéfkonstruktor u švýcarské firmy *Oerlikon*, která jako první v Evropě vyráběla zařízení pro třífázový proud.

V roce 1896 se ing. Kolben vrátil do Prahy a stal se u nás průkopníkem vícefázových střídavých proudů. V říjnu roku 1896 založil elektrotechnický závod ve *Vysočanech*, které tehdy ještě nebyly součástí Prahy. Začínal v prozatímní dřevěné budově s 25 dělníky. Před devadesáti lety koncem roku 1897 zde stála již nová dílna a pracovalo v ní asi 100 dělníků; dále firma zaměstnávala 15 techniků a úředníků. Roku 1898 odkoupila závod od Kolbena Živnostenská banka a přeměnila jej v akciovou společnost.

Ing. Kolben našel po návratu z ciziny v Čechách zdatné a schopné dělníky a techniky. Brzo začala jím založená firma na výrobu strojů a transformátorů pro třífázový proud dodávat své výrobky i do Anglie, Francie, Ruska, Holandska, Španělska a Německa. V roce 1899 dodala pro pražskou ústřední elektrárnu v Holešovicích pět generátorů na třífázový střídavý proud po 824 kW. Roku 1905 zařídila generátory 1500 kW na napětí 11 500 V elektrárnu v Londýně. Byly to tehdy největší generátory na světě. U nás v téže době stavěla Kolbenka elektrárny např. v Náchodě, Soběslavi a v Berouně. Plněny byly i objednávky do zamoří.

V roce 1921 splynula Kolbenka s „První Českomoravskou továrnou na stroje“ (zal. 1871) a vznikl podnik „Českomoravská—Kolben.“ V roce 1872 došlo k další fúzi, a to se strojírnami, jejichž část založil v roce 1854 v Praze-Karlíně *Vincenc Daněk* (1826—1894), jenž se zabýval výrobou zařízení pro cukrovary. Nový koncern dostal jméno *Českomoravská—Kolben—Daněk* a světoznámá značka ČKD byla na světě.

Ing. Emil Kolben se dožil vysokého věku. Mohl být spokojen, neboť před půl stoletím spolu s Nikolou Teslou správně viděl, že budoucnost patří střídavému proudu. Přesto však závěr jeho života byl tragický. V době nacistické okupace českých zemí byl odvečen do Terezína, kde zemřel 3. července 1943. I jeho jméno fašisté odstranili z názvu podniku; označení ČKD se opět začalo užívat po osvobození v roce 1945.

METRONOM (slož. z řec. *metron* = měřidlo, míra; v. *metr* + *nomos* = zvláštnost, mrav, zvyk, způsob, řád, zákon; v. -nom) — přístroj k odměřování správné časové míry, stejných časových úseků. Pozn.: Zatímco **METRONOM** je „řád míry, měrný zákon“, tj. přístroj, který „určuje“ délku časového intervalu, **CHRONOMETR** (řec. *chronos* = čas) je „měřič času“, tj. přístroj, který „měří“ délku časového intervalu.

MEZON (slož. z řec. *mesos* — střední, prostřední — místně i časově + -on — umělá přípona používaná analogicky pro označení částic; v. -on) — středně těžká elementární částice s hmotností mezi elektronem a protonem. Pozn.: Z řec. *mesos* je složen např. název **MEZOPOTAMIE** (řec. *potamos* = řeka) — „krajina uprostřed řek, Meziříčí“.

MIKRO- (z řec. *mikros* = malý) — počáteční část složených slov mající význam „malý, malý rozměr“, přičemž:

1. následující část složeného slova označuje to, co je malé; např. mikročástice — malá částice; mikročlánek — malý článek. V. t. mikroelement, mikrofon, mikrokosmos, mikroorganismus, mikrovlna.
2. následující část složeného slova označuje to, co s malými rozměry pracuje; např. **MIKROANALÝZA** — analýza malého množství látky, nikoliv „malá, drobná analýza“. V. t. mikrofotometrie, mikrochemie, mikromanometr, mikrometr, mikroskop, mikrotron.
3. následující část složeného slova je vyhrazena pro názvy dílčích jednotek, které zde tedy nutno chápat jako veličiny miliónkrát menší; zde totiž počáteční složka mikro- má význam dílčí jednotky 10^{-6} ; např. **MIKROMILIMETR** je milióntina milimetru; právě tak **MIKROFOND** apod.

MIKROELEMENT (v. element) — „velmi malá částice“

MIKROFON (řec. *fóné* = hlas, zvuk; v. -fon) — „malý zvuk“; „zvuk uzavřený v malém elektroakustickém zařízení“; „malý přístroj přijímající zvuk“

MIKROFOTOMETR (v. *fotometr*) — přístroj na měření svítivosti velmi malých ploch

MIKROCHEMIE — chemie pracující s velmi nepatrným množstvím látky, s látkou téměř nevažitelnou

MIKROKOSMOS (v. *kosmos*) — „malý svět“; svět tak malých rozměrů, že lze věci pozorovat jen mikroskopem; srov. **MAKROKOSMOS**

MIKROMANOMETR (v. *manometr* — tlakoměr pro měření velmi malých tlaků

MIKROMETR (v. -metr¹) — měřicí přístroj, schopný měřit s přesností 0,01 mm; srov. **ULTRAMIKROMETR**

MIKRON (-on — umělá přípona, zpravidla používaná analogicky podle „elektron“ pro značení částic; v. -on) — délková jednotka o velikosti jedné miliontiny milimetru. Pozn.: Od roku 1963 se v ČSSR jmenuje **MIKROMETR** (v. mikro- ad 3.)

MIKROORGANISMUS — organismus tak malých rozměrů, že je viditelný jen pomocí mikroskopu

MIKROSKOP (řec. *skopeó* = hledět, pozorovat; v. *-skop*) — přístroj, kterým se pozorují velmi malé předměty; drobnohled; v. t. ultra-mikroskop; **MIKROSKOPICKÝ** objekt — tak malý, tak drobný, že je pozorovatelný jen pomocí lupy a optického mikroskopu; naproti tomu **MAKROSKOPICKÝ** je tak veliký, že je vidět pouhým okem; v. t. submikroskopický

MIKROTRON (*-tron* — umělá přípona, utvořená analogicky podle „elektron“, v tomto případě pro termíny urychlovačů iontů; v. *-tron*) — urychlovač nejmenších částic

MÍLE (z lat. *mille* = tisíc; v. *mili-*) — stará délková jednotka pro delší vzdálenosti, v různých zemích a dobách různé délky. Pozn.: Lat. „*mille passuum*“ = tisíc dvojkroků byl název pro obdobnou jednotku, odpovídající asi našemu 1,5 km.

MILÍ- (z lat. *mille* = tisíc) — počáteční část složených slov pro názvy dílčích jednotek mající význam „tisícina měrné jednotky“ vyjádřené v následující části složeného slova; např. **MILIMETR** — tisícina metru. Podobně: miliampér, milibar, miligram, mililitr, milimikron, milivolt, miliwatt. V. t. miliarda, milión, míle, promile.

MILIARDA (od lat. *mille* = tisíc, prostřednictvím fr. milliard; v. *mili-*) — „tisíc miliónů“

MILIMETR (slož. z lat. *mille* = tisíc; v. *mili-* + řec. *metron* = měřidlo, míra; v. *-metr*¹) — tisícina metru

MILIÓN (od lat. *mille* = tisíc; v. *mili-* + it. přípona *-one*, která zesiluje význam podst. jména) — „velký tisíc, mnoho tisíců“, „tisíc tisíců“; srov. trilión

MINIATURIZACE (od lat. *minio*, *-are* = malovat suříkem; od *minium* = suřík + *-izace*, v. t.) — zavádění menších rozměrů a vah (např. nějaké součástky) při zachování funkčních vlastností; **MINIATURNÍ** — velmi malých rozměrů. Pozn.: Lat. *minio*, *-are* se později zkřížilo s lat. *minimus* = nejmenší, velmi malý; miniové kresby bývaly totiž ve středověkých rukopisech jako iniciálky, miniatury.

MINIMÁLNÍ v. **MINIMUM**

MINIMAX (slož. z lat. *minimus* = nejmenší; v. minimální + *maximus* = největší) — 1. **PRINCIP MINIMAXU** — minimální možný užitek je maximální; 2. hasicí přístroj, který „velmi malým množstvím náplně uhasí „velký oheň“

MINIMUM (z lat. *minimus* = nejmenší, velmi malý) — nejmenší možné množství, hodnota, míra, částka nebo číslo; opak: maximum; ve fyzice: hodnota funkce menší než všechny sousední; v meteorologii: nízký tlak

MINIMÁLNÍ — nejmenší, nejnižší; **MINIMÁLNĚ** — nejméně, přinejmenším, alespoň

MINIMALIZACE (v. *-izace*) — zmenšení, snížení na nejmenší možnou míru; stanovení, určení nejmenší míry nebo nejmenšího množství; v. t. miniaturizace, minimax

MINORITNÍ (z lat. *minor* = menší; souvisí s lat. *minus* = méně; v. *minuta*) — menšinový; opak: majoritní

MINUS (z lat. *minus* = méně; v. *minuta*) = termín, který naznačuje, že buď nějakou veličinu máme zmenšit, tj. že půjde o odčítání, nebo že jde o veličinu zápornou: opak: plus; v. t. minuskule

MINUSKULE (z latiniz. *minisculus*; utvořeno od *minor* = menší analogicky podle *maiusculus*) — „maličké písmeno“ písmo malé abecedy; srov. majuskule

MINUTA (z lat. *minuta hora* = zmenšená hodina; od *minuo*, *-ere*, ptc. pf. *minutus* = dělat z něčeho menší kousky, zmenšovat; souvisí s lat. *minor* = menší a s lat. *minus* = méně) — „zmenšená hodina“; termín jednotky časové i jednotky goniometrické. V. poznámku u hesla „sekunda“.

MION (slož. z fonetického přepisu výslovnosti řecké hlásky „*mí*“ + *-on* — umělá přípona používaná analogicky podle „elektron“ pro označení částic; v. *-on*; zde však je nutno ji chápat jako zkrácené slovo „mezon“) — zkratkové slovo pro „mezon *M*“; v. t. kaon, pion

MOBILNÍ (z lat. *mobilis*; souvisí s *moveo*, *-ere* = hýbat; v. motor) — pohyblivý; schopný pohybu, přemístění; v. t. automobil, perpetuum mobile

MODERÁTOR (slož. z lat. *moderor*, *-ari*, ptc. pf. *moderatus* = mírnit, krotit + *-or*, v. t.) — ve fyzice: látka, která zpomaluje („která mírní“) rychlost štěpných neutronů při jaderné reakci. Pozn.: S lat. *moderor*, *-ari* = mírnit, krotit srov. v hudbě MODERATO — umírněně; souvisí s lat. *modus* = míra; v. modifikace. Z významu „mírnit“ se pak vyvinul též význam „usměrňovat, vést, řídit“, takže prostřednictvím angličtiny se dnes termínu „moderátor“ užívá i pro osobu, která předsedá, řídí diskusi, pro vedoucího odborné besedy.

MODIFIKACE (slož. z lat. *modus* = míra, způsob + *-ficatio*; od *facio*, *-ere* = dělat; v. *-fikace*) — „utvoření příslušné míry, vhodných rozměrů, správného způsobu“; přizpůsobení, pozměnění, úprava provedená pod nějakým vlivem nebo k nějakému účelu; MODIFIKOVAT — dát podobu, přizpůsobovat. Pozn.: S lat. *modus* = míra, způsob srov. MODUS VIVENDI (*vivo*, *-ere* = žít) — „způsob života“, dostatečná míra k životu; možnost žít. V. t. akomodace, moderátor, modul, modulovat.

MODUL (z lat. *modulus* — zdrobnělina od *modus* = míra, způsob; v. modifikace) — výraz používaný pro určitou hodnotu, míru, konstantu. Ve fyzice: míra určité fyzikální vlastnosti; např. MODUL pružnosti — míra relativního prodloužení v závislosti na napětí. V technice: spíše název pro samostatnou jednotku složitého zařízení; např.

pro elektronickou součástku pevně stanovených rozměrů; nebo pro zvláštní součást zařízení, která v souladu s účelem hlavního zařízení plní samostatné vlastní úkoly; např. MĚSÍČNÍ MODUL — oddíl kosmické lodi určený k přistání na Měsíci.

MODULACE (z lat. *modulatio*; od *modulo*, -are, ptc. pf. *modulatus* — podle taktu, tj. „podle míry“ odměřovat; a to přes *modulus* od *modus* = míra, způsob; v. modifikace) — „pravidelné odměřování“; přizpůsobování, úprava, obměňování, změna, tvarování; v radiofonii: změna charakteristiky veličin nosného kmitočtu v závislostech na modulujícím kmitočtu; v. t. demodulace

MODULÁTOR (v. -or) — zařízení, kterým se provádí modulace

MODULOVAT — obměňovat; v radiotechnice: upravovat vysokofrekvenční kmity pro přenos zvuku a obrazu; v hudbě: 1. odstínovat sílu a barvu tónu; 2. provádět správný přechod z jedné tóniny do druhé; apod.

MOL (z lat. *moles* = hmota, masa, spousta, velký shluk hmoty; v. molekula) — základní jednotka látkového množství; v. t. kilomol

MOLARITA — koncentrace roztoku vyjádřená počtem molů; „molovost“

Pozn.: Rozlišuj od MOLL v hudební teorii, což je od lat. *mollis* = měkký; MOLLOVÁ stupnice — měkká stupnice.

MOLEKULA (z umělé zdrobněliny *moleculus* k lat. *moles* = hmota, masa, spousta, velký shluk hmoty; srov. DEMOLICE — „zbourání velké spousty hmoty“, velkého množství materiálu) — ze dvou možných výkladů „malá hmota, hmotička“ nebo „malá spousta, malý shluk hmoty“ nutno zvolit ten druhý; podle Johna Daltona totiž každá sloučenina tvoří zvláštní seskupení atomů. Tomuto „seskupení atomů“ dal Amadeo Avogadro název molekula, což znamená „malé množství“. V. t. mol, monomolekulární

MOMENT (z lat. *momentum*; a to z předpokládaného *movimentum* od *moveo*, -ere = hýbat, pohybovat; v. motor) — hybná síla, okamžitý popud, okamžik, krátký časový interval, okolnost, hledisko, činitel; ve fyzice: spojení dvou veličin, důležitých pro určitý účinek, v jeden pojem; např. MOMENT síly — součin velikosti dané síly a jejího ramene; MOMENTOVÝ — týkající se momentu jako fyzikálního pojmu; např. MOMENTOVÁ čára, osa, momentový střed.

MONITOR (od lat. *moneo*, -ere, ptc. pf. *monitus* = upozorňovat, napomínat, varovat + -or; v. t.) — „zařízení, které upozorňuje, varuje“; za 2. světové války zařízení, kterým Angličané odposlouchávali německý rozhlas (vznikl angl. termín to monitor); dnes klíčový indikátor, který soustavně sleduje a vypovídá o okamžitém ohrožení, o stavu situace; např. o aktivitě sopek, o pohybu tornád, o počasí na letišti, o prostředí, o znečištění vody, o dění před televizní kamerou

MONO-, **MON-** (z řec. *monos* = jediný, samotný) — počáteční část

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. Péťa má tři bratry. První je starší o tři roky než Péťa, druhý je mladší o tři roky než Péťa, třetí je třikrát mladší než Péťa. Avšak otec je třikrát starší než Péťa. Všem je dohromady 95 let. Jak staří jsou jednotliví bratři a jejich otec?

Úloha 2. Určete úhel, který hodinové ručičky svírají v 9 hodin 20 minut.

Úloha 3. Nalezněte nejmenší přirozené číslo s tou vlastností, že součet jeho cifer je dělitelný 17 a že součet cifer čísla, které po něm následuje, je rovněž dělitelný 17.

Úloha 4. Řešte číselný rébus:

$$\begin{array}{r} K \ T \ O \\ + \ K \ O \ T \\ \hline T \ O \ K \end{array}$$

Úloha 5. V oboru všech celých čísel řešte rovnici:

$$xy + 3x - 5y = -3$$

Úloha 6 (obtížnější). Dokažte, že libovolná kladná čísla a , b splňují nerovnost

$$2\sqrt[3]{a} + 3\sqrt[3]{b} \geq 5\sqrt[5]{ab}$$

Úloha 7 (obtížnější). Nalezněte všechna přirozená čísla a , pro které je číslo $a - 1$ rovno součtu

- a) dvou;
- b) tří dělitelů čísla a (ne nutně různých); číslo 1 se počítá mezi dělitele.
- c) Dokažte, že pro libovolné přirozené číslo n existuje pouze konečný počet přirozených čísel a takových, že $a - 1$ je rovno součtu n přirozených dělitelů čísla a (ne nutně různých).

Tomáš Schütz

Přesnost zjištění doby kyvu kyvadla stopkami

V praktických cvičeních z fyziky se zjišťuje doba kyvu kyvadla pomocí stopek z rozdílu dob průchodu kyvadla rovnovážnou polohou. Při prvním průchodu se uvedou stopky v chod a pak se odpočítá určitý počet kyvů (např. 50). Při posledním průchodu se stopky zastaví. První průchod se počítá jako nulový.

Žáci často volí za místo průchodu krajní výchylku namísto rovnovážné polohy. Proč se pro větší přesnost doporučuje, aby se za počátek a konec měření času vzal okamžik, ve kterém kyvadlo prochází rovnovážnou polohou?

(Své vysvětlení si můžete zkontrolovat na str. 124.)

Emil Kašpar

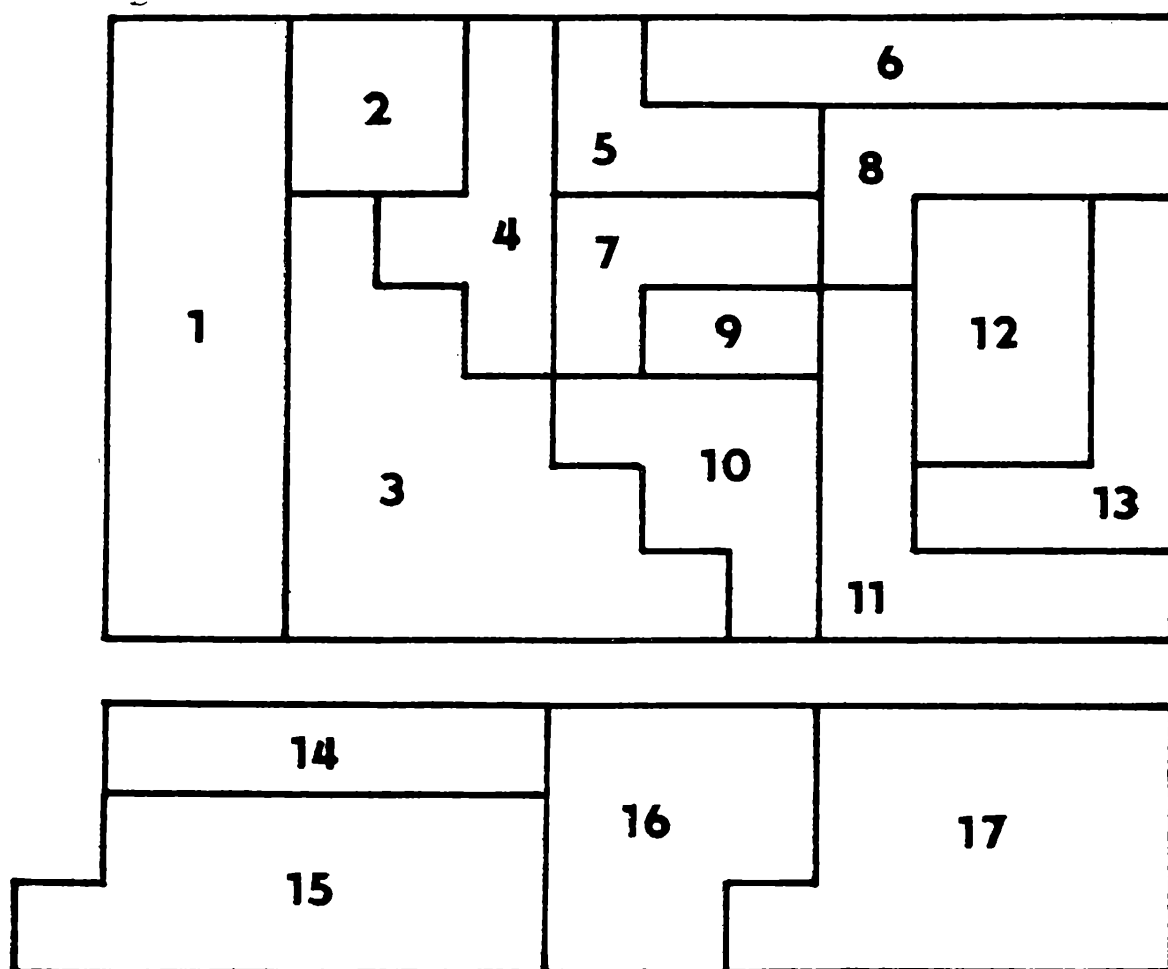
Skládání geometrických obrazců

Složte čtverec z následujících sedmnácti dílů.

Možná, že se někomu tato úloha zdá jednoduchá, ale až začnete jednotlivé vystřižené části skládat, uvidíte, jak je úloha obtížná.

Jarmila Pěňčíková

(Řešení naleznete na str. 123.)



Řešení úloh minulého ročníku Rozhledů

Matematika

1. Nechť v ostroúhlém trojúhelníku ABC je $a = |BC|$, $b = |CA|$, $c = |AB|$, $\alpha = |\sphericalangle BAC|$, $\beta = |\sphericalangle CBA|$, $\gamma = |\sphericalangle ACB|$, $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$. Ve vrcholu A (resp. B , C) je ke straně AB (resp. BC , CA) sestrojena kolmice, která protíná kružnici k opsanou trojúhelníku ABC ještě v bodu A' (resp. B' , C'). Zároveň nechť je $a' = |AA'|$, $b' = |BB'|$, $c' = |CC'|$. Dokažte, že platí:

a) $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma = \frac{abc}{a'b'c'}$;

b) $a'b'c' = 4rs^2$.

(Došlo 23 řešení)

Stanislav Horák

Poznámka: V textu úlohy otištěném ve druhém čísle loňského ročníku Rozhledů nebylo uvedeno, že kružnice k je opsána $\triangle ABC$ a že má poloměr r , avšak dalo se to z textu poznat. Zároveň však v textu chybělo, že trojúhelník ABC je ostroúhlý. Všichni řešitelé oba uvedené nedostatky postřehli a úlohu správně řešili. Zároveň správně dokázali, že rovnost b) neplatí. Autor úlohy i redakce Rozhledů se čtenářům za uvedené nedostatky původního textu úlohy omlouvají.

Řešení Romany Anýžové, 3 D G Bílovec a Maria Drosce, 4 C G v Michalovicích:

a) Úhel $\sphericalangle BAA'$ je pravý a body A , B , A' leží na kružnici k . Z toho a z Thaletovy věty plyne, že úsečka BA' je průměrem kružnice k (obr. 1). Úhly $\sphericalangle AA'B$, $\sphericalangle ACB$ jsou v této kružnici obvodové a patří k témuž oblouku AB ; proto jsou shodné. Z pravoúhlého trojúhelníku ABA' plyne, že je

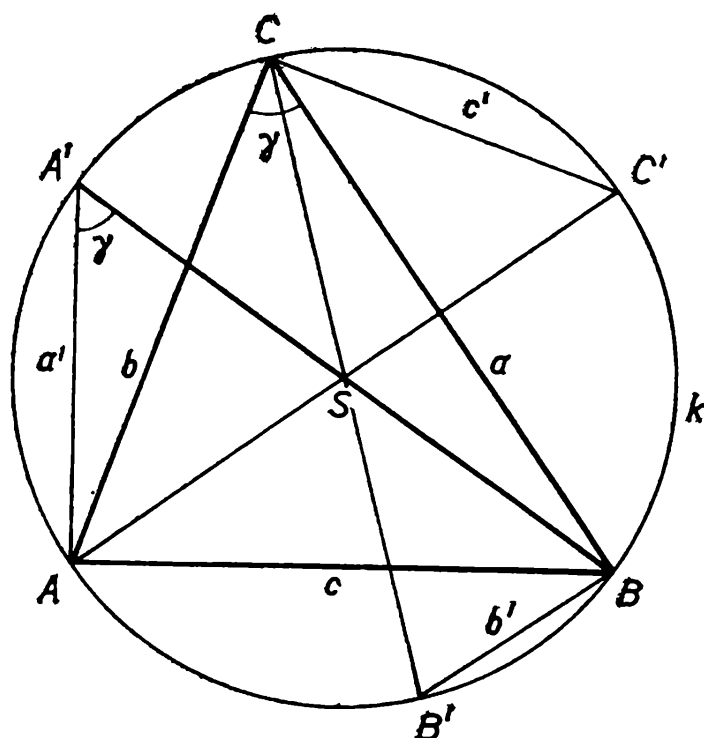
$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{|AB|}{|AA'|} = \frac{c}{a'}. \quad (1)$$

Obdobně zjistíme, že je

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b'}, \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{c'}.$$

Z uvedených tří rovností plyne rovnost a) uvedená v textu úlohy.

b) Ostroúhlým trojúhelníkem je také trojúhelník rovnostranný,



Obr. 1

v němž je $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$, takže $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \gamma = \sqrt{3}$. Z rovnosti (1) potom plyne, že je

$$a' = \frac{c}{\sqrt{3}} = \frac{c\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

Zároveň je $b' = c' = a'$, Z toho plyne, že je

$$a'b'c' = \frac{3c^3\sqrt{3}}{27} = \frac{c^3\sqrt{3}}{9}. \quad (3)$$

Z Pythagorovy věty užitě na pravoúhlý trojúhelník ABA' plyne, že platí:

$$4r^2 = c^2 + a'^2,$$

takže podle rovnosti (2) je $4r^2 = \frac{4}{3}c^2$,

$$r = \frac{c\sqrt{3}}{3}.$$

Zároveň je $s = \frac{3c}{2}$. Proto je

$$4rs^2 = \frac{4c\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{9c^2}{4} = 3c^3\sqrt{3} \quad (4)$$

Z rovností (3) a (4) plyne, že rovnost b) uvedená v textu věty neplatí.

2. V libovolném ostroúhlém trojúhelníku ABC platí při obvyklém označení jeho prvků tato nerovnost:

$$\frac{v_a}{a} + \frac{v_b}{b} + \frac{v_c}{c} \leq \frac{1}{2} \left(\cotg \frac{\alpha}{2} + \cotg \frac{\beta}{2} + \cotg \frac{\gamma}{2} \right).$$

Rovnost nastane, právě když je trojúhelník ABC rovnostranný. Dokažte.
(Došlo 22 řešení)

Stanislav Horák

V podstatě se v zaslaných řešeních vyskytla dvě různá řešení, která otiskujeme.

První řešení podle Martina Slívy, 2 C G Bílovec:

Protože je trojúhelník ABC ostroúhlý, leží pata D výšky ke straně BC mezi body B, C (obr. 2). Proto je

$$|BC| = a = |BD| + |DC| = v_a(\cotg \beta + \cotg \gamma).$$

Z toho

$$\begin{aligned} \frac{v_a}{a} &= \frac{1}{\cotg \beta + \cotg \gamma} = \frac{1}{\frac{\cos \beta}{\sin \beta} + \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma}} = \\ &= \frac{\sin \beta \sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)} = \frac{\sin \beta \sin \gamma}{\sin \alpha}. \end{aligned}$$

Ale

$$\begin{aligned} \cos(\beta - \gamma) &= \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma, \\ \cos(\beta + \gamma) &= \cos \beta \cos \gamma - \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Odečtením

$$\cos(\beta - \gamma) - \cos(\beta + \gamma) = 2 \sin \beta \sin \gamma.$$

Po dosazení za součin $\sin \beta \sin \gamma$:

$$\begin{aligned} \frac{v_a}{a} &= \frac{\cos(\beta - \gamma) - \cos(\beta + \gamma)}{2 \sin \alpha} = \frac{\cos(\beta - \gamma) + \cos \alpha}{2 \sin \alpha} \leq \\ &\leq \frac{1 + \cos \alpha}{2 \sin \alpha}, \end{aligned}$$

kde rovnost platí právě tehdy, když $\beta = \gamma$, tj. pro rovnoramenný trojúhelník. Výraz se dá ještě zjednodušit užitím vzorců

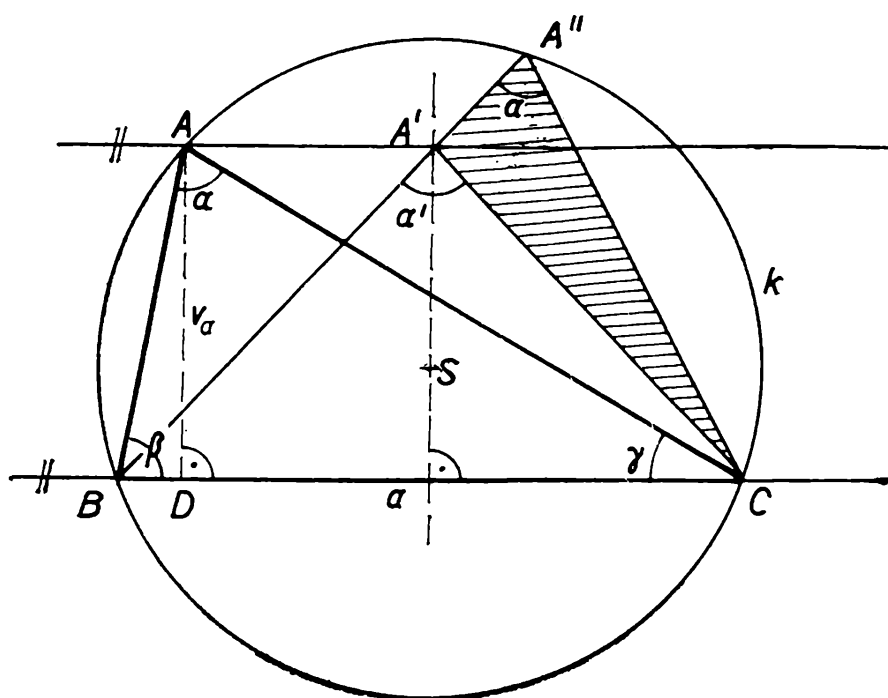
$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}, \quad \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Po dosazení a kratší úpravě

$$\frac{v_a}{a} \leq \frac{1}{2} \cotg \frac{\alpha}{2}.$$

Cyklickou záměnou dostaneme obdobné vztahy:

$$\frac{v_b}{b} \leq \frac{1}{2} \cotg \frac{\beta}{2},$$



Obr. 2

kde rovnost platí právě tehdy, když $\alpha = \gamma$, tj. pro rovnoramenný trojúhelník;

$$\frac{v_c}{c} \leq \frac{1}{2} \cotg \frac{\gamma}{2},$$

kde rovnost platí, právě když $\beta = \alpha$, tj. pro rovnoramenný trojúhelník. Sečtením všech tří vztahů je proveden důkaz úlohy z textu. Nutno dodat, že rovnost platí, právě když daný trojúhelník je rovnostranný.

Druhé řešení uvedlo málo řešitelů; je však vtipné. Uvádíme řešení Štefana Rakučáka, 4. B G Žilina.

K našemu trojúhelníku ABC připojme rovnoramenný trojúhelník $A'BC$, v němž $|BA'| = |CA'|$ a $v_{a'} = v_a$. Potom jistě platí (obr. 2)

$$|\sphericalangle BAC| \leq |\sphericalangle BA'C|,$$

přičemž rovnost platí právě tehdy, když $A = A'$, tj. když daný trojúhelník je rovnoramenný. Označíme-li $|\sphericalangle BA'C| = \alpha'$, můžeme psát (neboť je $0 < \alpha < 90^\circ$, $0 < \alpha' < 180^\circ$)

$$\cotg \alpha' \leq \cotg \alpha$$

ale také

$$\cotg \frac{\alpha'}{2} \leq \cotg \frac{\alpha}{2}.$$

Z obr. 2 je pak patrné

$$v_a = \frac{a}{2} \cotg \frac{\alpha'}{2} \leq \frac{a}{2} \cotg \frac{\alpha}{2},$$

jinak psáno

$$\frac{v_a}{a} \leq \frac{1}{2} \cotg \frac{\alpha}{2},$$

kde rovnost platí právě tehdy, když $\alpha' = \alpha$, tj. když jde o rovnoramenný trojúhelník. Cyklickou záměnou dostaneme další dva vztahy a další je už známé z prvního řešení.

3. Zjistěte, pro která přirozená čísla n je každé n -ciferné číslo zapsané (v desítkové soustavě) pouze pomocí číslic 1 a 8 dělitelné číslem 7. Najděte všechna taková n .

(Došlo 22 řešení)

Milan Koman

První řešení — kolektivu Oršulík, Koppanová, Gerhátová, 1. roč. SOU, Nové Zámky:

Jestliže v libovolném čísle nahradíme všechny osmičky jedničkami, dělitelnost číslem 7 se nezmění. (Obě čísla dávají při dělení číslem 7 stejný zbytek.) Stačí tedy vyšetřit čísla zapsaná samými jedničkami. Tato čísla rozdělíme zleva na skupiny po šesti číslicích.

$$\begin{array}{ccccccc} \underbrace{111111}_6 & \underbrace{111111}_6 & \underbrace{111111}_6 & & \underbrace{111111}_6 & \underbrace{11}_{1 \text{ až } 6} & \underbrace{1}_6 \end{array}$$

Poslední skupina je složena z 1 až 6 jedniček. Čísla zapsaná šesticemi jedniček jsou dělitelná číslem 7. ($111111 = 7 \cdot 15873$). Čísla zapsaná 1 až 5 jedničkami nejsou dělitelná číslem 7:

$$\begin{array}{ll} 11 = 7 \cdot 1 + 4 & 1111 = 7 \cdot 158 + 5 \\ 111 = 7 \cdot 15 + 6 & 11111 = 7 \cdot 1587 + 2 \end{array}$$

Výsledek: Číslo zapsané samými jedničkami a osmičkami je dělitelné číslem 7, právě když je počet jeho číslic roven násobku čísla 6.

Ostatní řešení byla velmi podobná. Lišila se více formou než obsahem. Někteří řešitelé používali zápisu čísel v desítkové soustavě (v rozvinutém tvaru), jiní například kongruence; viz např. 21. svazek Školy mladých matematiků, A. Apfelbeck: Kongruence, MF 1968. Jedno z těchto řešení ještě uvedeme.

Druhé řešení — M. Slivý, 2. roč. G, Bílovec:

Jako v prvním řešení stačí vyšetřit čísla zapsaná jen jedničkami. Taková čísla označíme x :

$$x = 10^{p-1} + 10^{p-2} + \dots + 10^2 + 10 + 1.$$

Potom je

$$9x = 9 \cdot 10^{p-1} + 9 \cdot 10^{p-2} + \dots + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 9,$$

$$9x + 1 = 10^p$$

Odtud plyne

$$x = \frac{10^p - 1}{9}.$$

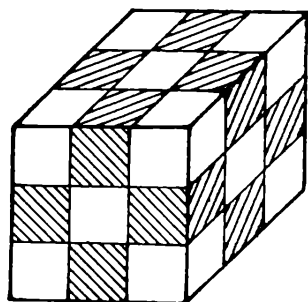
Toto číslo je dělitelné číslem 7, právě když

$$x \equiv 0 \pmod{7}$$

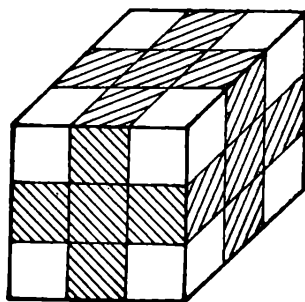
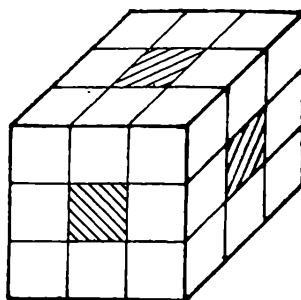
neboli

$$\frac{10^p - 1}{9} \equiv 0 \pmod{7}$$

Obr. 3



Obr. 4



Obr. 5

$$(1) \quad 10^p \equiv 1 \pmod{7}.$$

Nyní se snadno ověří, že

$$10^6 \equiv 1 \pmod{7}$$

Z této kongruence snadno dostaneme

$$10^{6k} \equiv 1 \pmod{7}$$

$$10^{6k+3} \equiv 6 \pmod{7}$$

$$10^{6k+1} \equiv 3 \pmod{7}$$

$$10^{6k+4} \equiv 4 \pmod{7}$$

$$10^{6k+2} \equiv 2 \pmod{7}$$

$$10^{6k+5} \equiv 5 \pmod{7}.$$

Kongruence (1) platí tedy jedině v případě, že p je násobek čísla 6. Dostáváme tedy stejný výsledek jako v prvním řešení.

4. Ze shodných černých a bílých jednotkových krychlí byly sestaveny tři větší krychle, z nichž každá má hranu o délce $a = 3$. Jsou to tyto krychle:

a) „Šachovnicová“, složená ze 14 bílých a 13 černých malých krychlí (obr. 3).

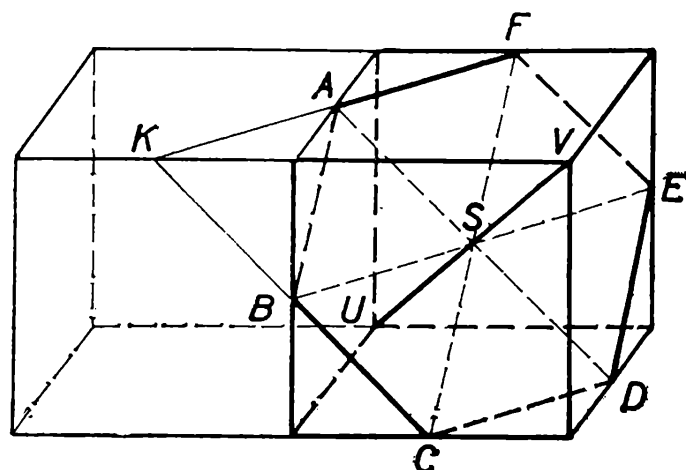
b) „Komínová“, složená ze 7 černých a 20 bílých malých krychlí; černé krychle tvoří tři hranolovité „komíny“ s podstavami ve středních polích sestavené krychle (obr. 4).

c) „Vrstevnicová“, složená z 19 černých a 8 bílých malých krychlí; černé krychle tvoří tři střední vrstvy sestavené krychle (obr. 5).

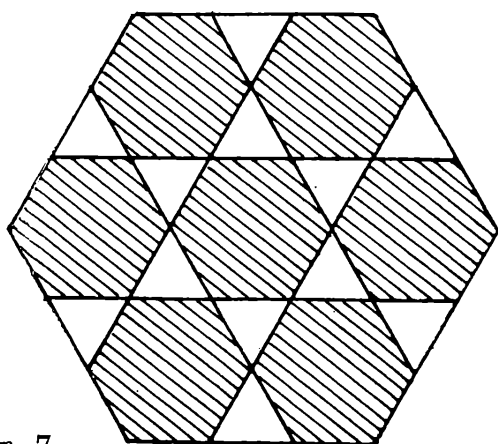
Sestrojte řez každé ze tří sestavených krychlí rovinou, která prochází středem této krychle kolmo k některé její tělesové úhlopříčce. Řezy provedené černými malými krychličkami vyšrafujte; řezy bílými krychličkami budou bílé.

(Došlo 12 řešení)

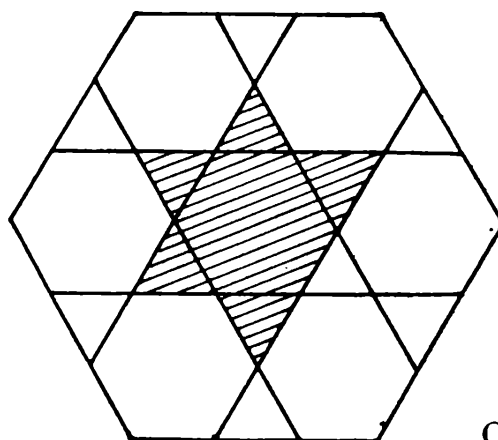
Milan Koman



Obr. 6

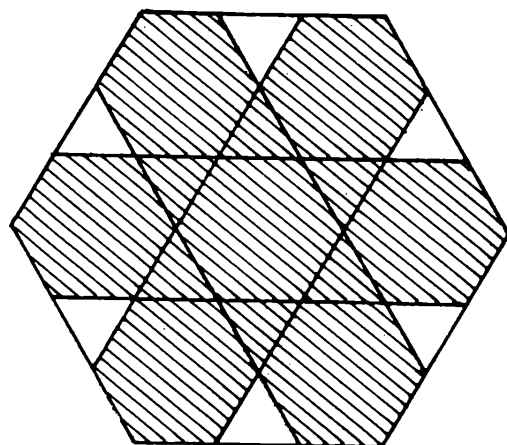


Obr. 7



Obr. 8

Řešení. Rovina, která prochází středem krychle a je kolmá k tělesové úhlopříčce, protíná krychli v pravidelném šestiúhelníku (obr. 6). Tento výsledek je všeobecně známý, ale dá se velmi snadno dokázat. Vrcholy šestiúhelníku jsou středy šesti hran dané krychle. Ihned je zřejmé, že všechny mají stejné vzdálenosti od krajních bodů tělesové úhlopříčky UV . Proto leží v rovině souměrnosti úsečky UV , tedy v rovině procházející středem krychle kolmo k úhlopříčce UV .



Obr. 9

Rovina ρ souměrnosti úsečky UV protne všechny sousední krychle v rovnostranných trojúhelnících. Na obr. 6 je znázorněn řez jen jedné z těchto krychlí. Z toho snadno usoudíme, že rovina ρ protíná daný soubor 27 krychlí v mozaice složené z pravidelných šestiúhelníků a rovnostranných trojúhelníků. Výsledné řezy se šachovnicovou, komínovou a vrstevnicovou krychlí jsou zobrazeny postupně na obr. 7, 8, 9.

Úlohy k řešení

V tomto čísle otiskujeme zbývající úlohy z matematiky a z fyziky, jakož i úlohy z konstrukční geometrie. Řešení každé úlohy pište čitelně česky nebo slovensky (výjimečně rusky nebo německy) na zvláštní list formátu A4, a to vždy po jedné straně. Na každém listu uveďte nahoře vlevo opravdu čitelně celé své jméno, třídu i školu, kde studujete. Zároveň připojte svou bytovou adresu se směrovacím číslem. Je-li řešitelem kolektiv (nejvýše trojčlenný), uvedou se uvedené údaje pro každého jeho člena. *Řešení úloh zašlete do 20. dubna 1988 na adresu redakce Rozhledů, která je uvedena na druhé straně obálky každého čísla Rozhledů.*

Matematika

6. V jednom malém království chtěl král jmenovat nového velitele královské gardy. Velitelem se měl stát ten muž, který nejdříve vypočítá, kolik členů má královská garda. Král všem uchazečům sdělil, že gardu tvoří 7 praporů. Celá garda nastupuje denně ráno na nádvoří královského hradu do obdélníkového útvaru. Jeho strany tvoří každý den jiný prapor. Během týdne se tak na stranách útvaru vystřídá každý člen gardy právě jednou. Nejchytřejší z uchazečů však prohlásil, že mu tyto údaje nestačí. Král proto ještě uvedl, že počet členů gardy je násobkem pouze dvou různých prvočísel. To už tomuto nejchytřejšímu uchazeči stačilo, aby se stal novým velitelem královské gardy. Kolik příslušníků má královská garda?

Milan Koman

7. Je dán obrazec O , jehož hranicí je uzavřená křivka o délce l . Dokažte, že obvod každého rovnostranného trojúhelníku ABC , který je opsán obrazci O , není větší než $2l$.

Poznámka: Trojúhelníkem opsaným obrazci O se rozumí každý trojúhelník, který má tu vlastnost, že obrazec O leží uvnitř tohoto trojúhelníku a že každá strana tohoto trojúhelníku má s obrazcem O společný aspoň jeden bod.

Dmitrij P. Mavlo, Moskva

8. Je dán trojúhelník O_1O_2T . Řešte tyto úlohy:

- Sestrojte takový trojúhelník ABC , v němž bod T je jeho těžištěm a úsečka O_1O_2 je jeho střední příčkou rovnoběžnou se stranou AB .
- Vypočtete poměr obsahů trojúhelníků ABC , O_1O_2T .

Jiří Mída

9. Zkoumejte rozmanité trojúhelníky ABC , které mají délky stran a, b, c a délky těžnic t_a, t_b, t_c . Každému přiřadte tato čísla p, q :

$$p = \frac{t_a + t_b + t_c}{a + b + c}, \quad q = \frac{t_a^2 + t_b^2 + t_c^2}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

a) Dokažte, že je $p \in (0,75; 1)$. b) Najděte minimální interval obsahující všechna čísla q . c) Najděte minimální interval obsahující všechna čísla p . Poznamenejme ještě, že úloha c) je obtížnější než úlohy a), b).

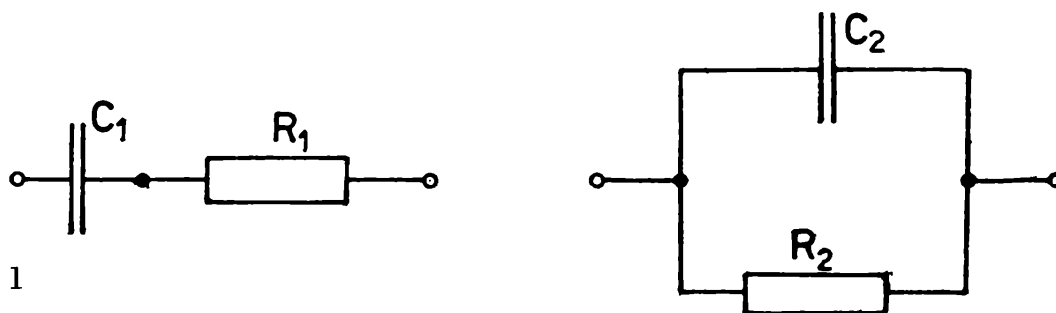
Jaroslav Šedivý

10. Je dán trojúhelník ABC , jehož strany mají délky a, b, c . V rovině trojúhelníku ABC sestrojte bod D tak, aby čtyřúhelník o vrcholech A, B, C, D měl co nejmenší obvod a zároveň měl dvakrát větší obsah než trojúhelník ABC .

Jaroslav Švrček

Fyzika

3. Kondenzátor C_1 a odpor R_1 jsou spojeny sériově, kondenzátor C_2 a odpor R_2 jsou spojeny paralelně (obr. 1). Jaké vztahy musí platit mezi



Obr. 1

kapacitou C_1 , odporem R_1 a kapacitou C_2 a odporem R_2 , mají-li být obě soustavy ekvivalentní?

Poznámka. Ekvivalentními nazýváme takové dvě soustavy, které můžeme v nějakém obvodu vzájemně zaměnit, aniž by se ve zbylé části obvodu změnila amplituda proudu a fázové posunutí mezi proudem na napětím.

Eva Havránková

4. Při jaké kinetické energii protonu bude neutron vznikající v reakci $p + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^7\text{Be} + n$ v klidu? Předpokládejte, že terčíkové částice (tj. jádra ${}^7\text{Li}$) jsou před srážkou s protonem v klidu. K číselnému výpočtu použijte relativní atomové hmotnosti $A_r(n) = 1,008665$, $A_r({}^1\text{H}) = 1,007825$, $A_r({}^7\text{Li}) = 7,016004$, $A_r({}^7\text{Be}) = 7,016923$. Kinetickou energii protonu vyjádřete v energetických jednotkách MeV.

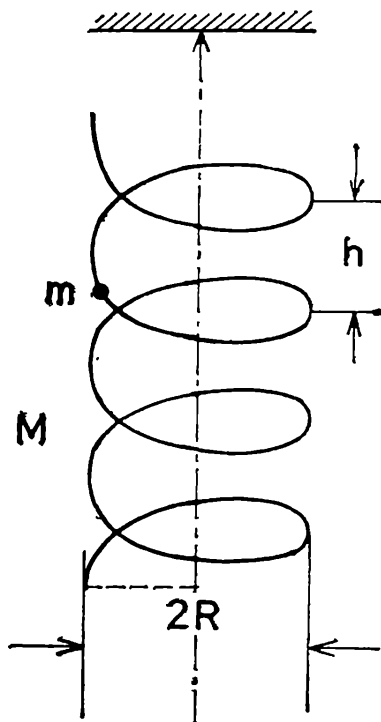
Zdeněk Janout

5. Na vodorovný dopravní pás, který se pohybuje rychlostí v_0 , byl postaven roztočený plný kruhový kotouč o poloměru r tak, že jeho ro-

tační osa byla vodorovná a kolmá na směr rychlosti v_0 . Kotouč se otáčí kolem své osy úhlovou rychlostí o velikosti ω_0 . Koeficient smykového tření mezi kotoučem a pásem je f . — Vypočtete, za jak dlouho od postavení kotouče na pás se kotouč začal valit po pásu bez prokluzování a jaká přitom byla rychlost osy kotouče.

Miroslava Trchová

6. Tuhá spirála o hmotnosti M a poloměru R má výšku závitů h (obr. 2). Je zavěšena na niti tak, že se může volně otáčet kolem své svislé osy. Na spirále je navléknuta malá kulička o hmotnosti m . Do



Obr. 2

okamžiku $t = 0$ udržujeme spirálu i kuličku v klidu; v tomto okamžiku začne kulička klouzat bez tření po spirále. Určete úhlovou rychlost otáčení spirály v okamžiku, kdy kulička proběhne n závitů spirály.

Miroslava Trchová

Konstrukční geometrie

1. Jsou dány dvě poloroviny α, β , které nejsou vzájemně kolmé a mají společnou hraniční přímku h . Uvnitř poloroviny α je dána kružnice $a = (S, r_1)$; zároveň je dáno kladné číslo r_2 . Sestrojte kulovou plochu, která obsahuje kružnici a a zároveň protíná polorovinu β v kružnici b mající poloměr r_2 .

Stanislav Horák

2. Dvě dané poloroviny α, β se společnou hraniční přímku h mají odchylku ω , pro kterou platí: $0 < \omega < 90^\circ$. Zároveň je dána přímka p , která protíná každou z polorovin α, β v jejím vnitřním bodu. Krychle $ABCDEFGH$ má tyto vlastnosti: a) Stěna $ABCD$ leží v polorovině α ;

b) vrchol G leží v polorovině β ; c) střed O stěny $EFGH$ leží na přímce p . Určete množinu bodů O všech krychlí vyhovujících podmínkám a) až c).

Stanislav Horák

3. V prostoru jsou dány přímky x, y, z , které procházejí tímž bodem O tak, že každé dvě jsou vzájemně kolmé. Na přímkách x, y, z jsou dány po řadě body $A \neq O, B \neq O, C \neq O$ tak, že je $|OA| = a, |OB| = b, |OC| = c$. Nechť α, β, γ jsou po řadě velikosti úhlů BAC, CBA, ACB . Řešte tyto úlohy:

a) Dokažte že pravoúhlé průměty přímek x, y, z do roviny $\rho = ABC$ jsou výškami trojúhelníku ABC .

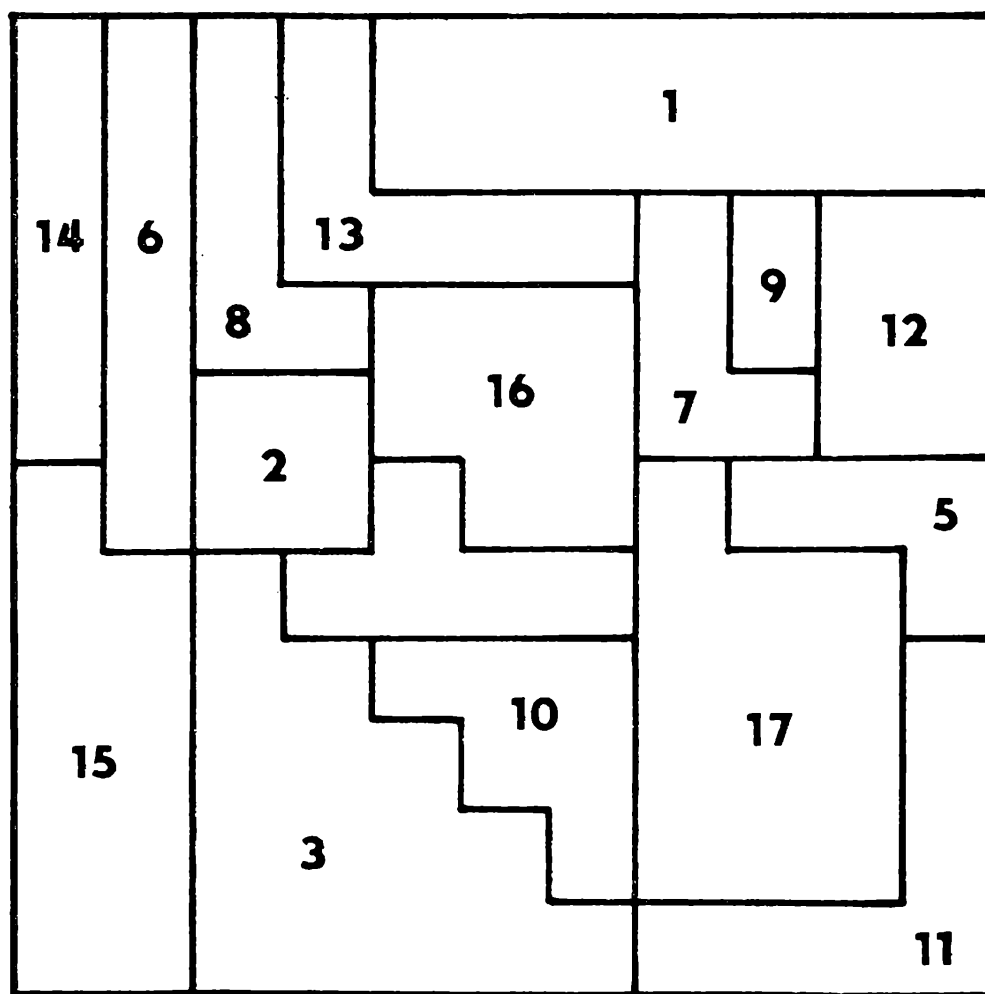
b) Zobrazte přímky x, y, z , trojúhelník ABC a pravoúhlé průměty přímek x, y, z do roviny $\rho = ABC$ ve volném rovnoběžném promítání.

c) Dokažte, že trojúhelník ABC je ostroúhlý.

d) Dokažte, že platí: $\cotg \alpha : \cotg \beta : \cotg \gamma = a^2 : b^2 : c^2$.

Emil Kraemer

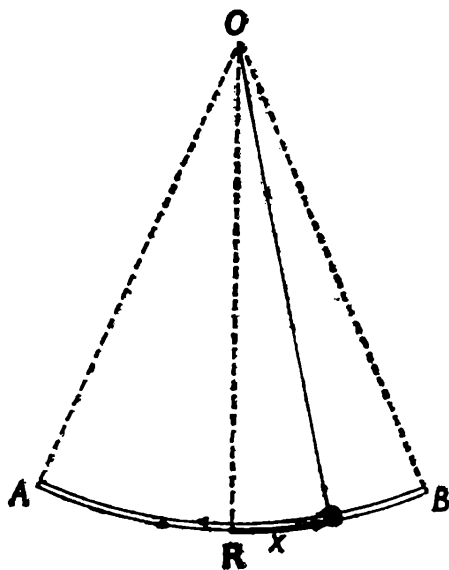
Řešení úlohy ze str. 112



Vysvětlení problému ze str. 111

Zdání, že dobu kyvu lze přesněji měřit mezi místy obratu (A, B v obr.) je klamné. Doba průchodu tělesa určitým místem se při malých rychlostech určí tím přesněji, čím rychleji těleso místem prochází. Počítejme rychlosti kyvadla, kterými kyvadlo prochází rovnovážnou polohou (v_R), popř. krajními výchylkami ($v_A = v_B$).

Je-li doba dvojkyvu kyvadla T , potom při malých rozkyvech je výchylka kyvadla v době t (l – délka kyvadla)



$$x = l \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t.$$

Rychlost kyvadla je

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot l \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t.$$

Kyvadlo prochází rovnovážnou polohou v časech $0, \frac{T}{2}, \frac{3T}{2}, \dots$, takže

$$v_R = \frac{2\pi}{T} \cdot l.$$

Je to největší rychlost kyvadla.

Místa obratu prochází kyvadlo v časech $\frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4}, \dots$, takže

$$v_A = v_B = 0.$$

Kyvadlo má největší postupnou rychlost v rovnovážné poloze a nulovou v místech obratu. Proto je rovnovážná poloha místem nejpresnějšího stanovení doby průchodu kyvadla pomocí stopek.

OLYMPIÁDY A SOČ

Celostátní kolo 36. ročníku matematické olympiády — kategorie P

RNDr. PAVEL TÖPFER, MFF UK Praha

V právě ukončeném 36. ročníku měla matematická olympiáda již podruhé dvě celostátní kola. Vedle tradičního celostátního kola kategorie A se uskutečnilo také celostátní kolo v kategorii P (programování).

Přípravou a organizováním celostátního kola MO kategorie P byl pověřen krajský výbor MO Praha. Soutěž se konala v Praze ve dnech 14.—17. 5. 1987, bylo na ni pozváno 50 nejlepších řešitelů krajských kol MO kategorie P. Ubytovaní, stravování i prostory pro soutěž organizátoři zajistili v areálu Vltava v Domově mládeže SOU Vodních staveb v Praze-Hostivaři. Zde proběhlo ve čtvrtek 14. 5. 1987 ve večerních hodinách také slavnostní zahájení soutěže za přítomnosti zástupců ministerstva školství ČSR, odboru školství národního výboru hlavního města Prahy, Jednoty československých matematiků a fyziků, ÚV MO, KV MO Praha i SOU Vodních staveb. Po slavnostním zahájení následoval krátký kulturní program, ve kterém vystoupil soubor Špalíček z LŠU. Vlastní soutěž probíhala v pátek a v sobotu dopoledne. Zatímco odpoledne a večery věnovali někteří organizátoři opravování odevzdaných řešení, pro soutěžící byl připraven bohatý program. V pátek odpoledne společně zavítali do Planetária, v sobotu odpoledne je opravující seznámili se správným řešením soutěžních úloh a odpověděli na řadu dotazů. Poté mohli všichni podle svého zájmu využít možností sportování v areálu. Večer studenti navštívili Národní divadlo, kde si prohlédli prostory historické budovy a shlédli divadelní představení.

Soutěž byla ukončena v neděli 17. 5. 1987 dopoledne slavnostním vyhlášením výsledků. Všichni soutěžící obdrželi účastnické listy a upomínkové předměty, úspěšní řešitelé převzali diplomy a nejlepší z nich také hodnotné věcné ceny, které pro soutěž věnovali ředitelé některých pražských podniků a odborných učilišť. Za hladký a úspěšný průběh celého celostátního kola patří poděkování všem členům KV MO Praha i dalším pracovníkům, kteří se na zajišťování soutěže podíleli.

Odborným garantem kategorie P ve 36. ročníku matematické olympiády bylo centrum MO-P při MFF UK Praha. Pracovníci tohoto centra připravili úlohy pro všechna tři kola soutěže a měli na starosti také zabezpečení jejich opravování. Pro celostátní kolo byly připraveny čtyři úlohy — dvě na každý soutěžní den. Zadané úlohy tematicky navazovaly na příklady domácího a krajského kola. Dvě úlohy byly zaměřené na

návrh a zdůvodnění co nejlepšího algoritmu řešení daného problému. Z nich v jedné šlo o vyhledávání v zadané posloupnosti čísel a ve druhé o práci s číselnými intervaly. Další úloha požadovala od řešitelů provést analýzu hotového algoritmu na výpočet celé části logaritmu daného čísla. Tento algoritmus byl v zadání úlohy zapsán ve formě úseku programu v jazycích Pascal a Basic. Konečně v poslední z úloh bylo úkolem vytvořit tři funkce požadovaných vlastností ve zjednodušené verzi programovacího jazyka Lisp. S tímto jazykem byli soutěžící seznámeni již v domácím kole, ve všech třech kolech soutěže obdrželi stejný krátký studijní text.

Obtížnost všech úloh se ukázala jako přiměřená. Z celkového hodnocení vyplývá, že obě úlohy na návrh algoritmu byly pro řešitele zhruba stejně těžké, úloha na analýzu algoritmu se ukázala o něco snadnější a nejlépe dopadlo hodnocení čtvrté úlohy, zjednodušenou verzi programovacího jazyka Lisp většina řešitelů bezpečně zvládla. Každá úloha byla hodnocena maximálně deseti body, celkem tedy bylo možno získat 40 bodů. Průměrný výsledek všech padesáti soutěžících byl 24 bodů. Dvacet devět řešitelů, kteří dosáhli v hodnocení alespoň 24 bodů, bylo v soutěži úspěšných. Z nich prvních dvanáct bylo vyhlášeno vítězi 36. ročníku matematické olympiády v kategorii P.

Výsledky celostátního kola 36. ročníku MO kategorie P

Vítězové:

1.	Pavel Kozlovský	3. r. G Jindřichův Hradec	38 b.
2.	Vladan Majerech	4. r. G Pardubice	35
3.	Branislav Stríženec	3. r. G Bratislava, Novohradská	34
4.	Vladimír Veselý	4. r. G Bratislava, Novohradská	33
5.	Peter Klein	4. r. G Bratislava, Č. armády	32
6.	Pavol Kolník	4. r. G Nové Mesto n. V.	31
7.—8.	Rudolf Burel	4. r. G Trnava	30
	Rastislav Senderák	4. r. G Prešov	30
9.—12.	Iľja Martišoviš	2. r. G Bratislava, Novohradská	29
	Marcel Polakovič	4. r. G Bratislava, Č. armády	29
	Vladimír Solnický	3. r. G Opava	29
	Petr Steinmetz	4. r. G Brno	29

Další úspěšní řešitelé:

13.—14.	Petr Brož	2. r. G Praha, W. Piecka	28
	Robert Hetka	4. r. G Benešov	28
15.—18.	Tibor Bartoš	3. r. G Bratislava, Č. armády	27
	Petr Čížek	2. r. G Praha, W. Piecka	27
	Lucie Kárná	4. r. G Praha, W. Piecka	27
	Petr Mandík	4. r. G Děčín	27

19.	Radek Porazil	3. r. G Bílovec	26
20. — 22.	Václav Bohdanecký	2. r. G Praha, W. Piecka	25
	Arnošt Kobylka	2. r. G Praha, W. Piecka	25
	Jan Sochor	4. r. G Praha, W. Piecka	25
23. — 29.	Michal Dostál	4. r. G Praha, W. Piecka	24
	Petr Fencel	4. r. G Pardubice	24
	Jiří Jaruška	4. r. G Pardubice	24
	Pavel Kafka	4. r. G Třebíč	24
	Richard Krajčoviech	4. r. G Považská Bystrica	24
	Rado Mróz	3. r. G Spišská Nová Ves	24
	Marek Velešík	2. r. G Brno	24

Matematické naděje opět v Ivančicích

RNDr. JIŘÍ HERMAN, G tř. kpt. Jaroše, Brno; RNDr. RADAN KUČERA,
PřF UJEP Brno

V říjnu 1986 se staly Ivančice, město s bohatou historií nedaleko od Brna, již podruhé hostitelem třicítiky talentovaných mladých matematiků — žáků druhých ročníků tříd gymnázií se zaměřením na matematiku z celého Československa, kteří zde strávili dva týdny na soustředění. Na tuto akci vybralo ředitelství každého matematického gymnázia trojici nejlepších žáků své školy.

Účastníci soustředění byli opět ubytováni v domově mládeže SZeŠ, zaměstnání (celkem 44 hodin výuky) probíhalo v nedaleké budově gymnázia Jana Blahoslava. Pod vedením učitelů převážně brněnských vysokých škol byla probírána tato témata: Matematická indukce, Historie matematiky, Teorie množin, Elementární geometrie, Teorie čísel, Programování, Reakční doba, Relativita, Problém slov a identit, Kombinatorická geometrie, Nerovnosti a Lineární algebra. Pro všechny účastníky byl připraven sborník, který obsahoval základní poučení o probírané tematicke spolu se sbírkou úloh a přehledem vhodné literatury. Žáci s ním pracovali jednak během soustředění, zejména je však určen pro jejich další samostatné vzdělávání.

Z večerních besed účastníky soustředění nejvíce zaujalo posezení s hlavolamy — plný kufřík jich jim přivezl z Třebíče *prof. Svoboda* — ostatně dobře známý ovšem pravidelným čtenářům *Rozhledů*. Jeden den v programu soustředění byl vyhrazen i pro exkurzi do brněnských vědeckovýzkumných a školských pracovišť, nejzajímavější byla návštěva *Ústavu přístrojové techniky*.

Bohatý byl i společensko-kulturní program soustředění — mocným dojmem zapůsobilo na účastníky především představení brněnského Divadla na provázku „Labyrint světa a lusthaus srdce“.

V odpoledních hodinách využívala většina účastníků možnost samostatné práce na mikropočítačích IQ 151 v terminálové učebně ivančického gymnázia, nebo se věnovala řešení úloh soutěže, která pod názvem *Matematický maratón* probíhala po celou dobu soustředění. Všech šest zadaných úloh vyřešil nejlépe *Andrej Doboš* z gymnázia A. Markuša v Bratislavě. Uvedme nyní jejich zadání:

1. Dokažte, že součet čísel v každém řádku tabulky

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & & & & & & & & & & \\ 2 & 3 & 4 & & & & & & & & \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & & & & & & \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & & & & \\ & & & & & & & & & & \end{array}$$

.....
je roven druhé mocnině jistého přirozeného čísla.

2. Je-li v délka nejmenší výšky v trojúhelníku ABC a P je jeho obsah, pak platí $v \leq \sqrt[3]{P\sqrt{3}}$. Dokažte a zjistěte, kdy platí rovnost!

3. Řešte soustavu rovnic ($n \geq 2$):

$$x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n = 1$$

$$x_1 + x_3 + x_4 + \dots + x_n = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_4 + \dots + x_n = 3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} = n$$

4. Určete součet $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3$, kde n je libovolné přirozené číslo, víte-li, že $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \frac{1}{4}k^2 \cdot (k+1)^2$.

5. Definujme zobrazení P množiny celých čísel do sebe takto:

a) pro přirozené číslo n , které je zapsáno dekadicky ciframi $c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0$, položme $P(n) = c_0 - c_1 + \dots + (-1)^k \cdot c_k$,

b) $P(0) = 0$,

c) pro záporné celé n položme $P(n) = -(P(-n))$.

Určete $P(P(8^{24} - 7^{24}))!$

6. Reálná čísla $x_1, x_2, \dots, x_n$ ($n \geq 2$) splňují nerovnosti $x_i \geq 1$ pro $i = 1, 2, \dots, n$. Dokažte, že platí

$$(x_1^2 - 1) \cdot (x_2^2 - 1) \cdot \dots \cdot (x_n^2 - 1) \leq (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n - 1)^2,$$

a zjistěte, kdy v dané nerovnosti nastane rovnost!

Na závěr soustředění změřili jeho účastníci své síly v *matematické miniolympiádě*. Vítězi této soutěže se bez ztráty bodu stali *Tomáš Brodský* z gymnázia Brno, tř. kpt. Jaroše, a opět *Andrej Doboš*.

Pro čtenáře *Rozhledů*, kteří si chtějí vyzkoušet své schopnosti, uvádíme nyní znění čtyř soutěžních úloh, na jejichž řešení měli soutěžící 240 minut čistého času.

1. Rozhodněte, které z čísel a , b je větší:

$$a = \frac{2^{1986} + 2^{1987} + \dots + 2^{1999} + 1986}{2^{1987} + 2^{1986} + \dots + 2^{2000} + 1986}$$

$$b = \frac{2^{1985} + 2^{1986} + \dots + 2^{1998} + 1986}{2^{1986} + 2^{1987} + \dots + 2^{1999} + 1986}$$

2. Řešte soustavu rovnic v závislosti na reálných parametrech

$$a_1, a_2, \dots, a_n \ (n \geq 2):$$

$$x_1 + x_2 = a_1$$

$$x_2 + x_3 = a_2$$

$$x_{n-1} + x_n = a_{n-1}$$

$$x_n + x_1 = a_n$$

3. V trojúhelníku ABC je dán vnitřní bod D strany AC . Dokažte, že součet poloměrů kružnic vepsaných trojúhelníkům ABD , BCD je větší než poloměr kružnice vepsané trojúhelníku ABC .

4. Rozhodněte, zda existuje přirozené číslo n tak, že posledních šest cifer čísla $7^n + 7$ je 000 008.

Před odjezdem z Ivančic domů zhodnotili účastníci průběh soustředění v malé anketě. Z jejich odpovědí vyplynulo, že atmosféra celé akce byla velmi dobrá, všichni účastníci v Ivančicích získali kromě nových poznatků z matematiky i fyziky také řadu nových přátel, s nimiž hodlají být v budoucnu aspoň v písemném kontaktu. Odvážejí si ze soustředění i obnovenou chuť nadále zkoušet své síly a schopnosti při řešení matematických problémů . . .

Kalendár M-F: november 1987

7. XI. 1867 sa vo Varšave narodila *Marie Skłodovská-Curie*, poľská fyzička a chemička. Objavila radioaktivitu uránových solí, rádium a polónium. Stala sa zakladateľkou rádiochémie. Získala Nobelovu cenu za fyziku (1903) a za chémiu (1911). Bola prvou ženou-profesorkou na Sorbone.
12. XI. 1842 sa v Langford Grove narodil *John William Strutt Rayleigh*, anglický fyzik. Položil základy teórie molekulového rozptylu svetla. Odvodil jeden zo zákonov žiarenia absolútne čierneho telesa. Za

objav argónu a výskum hustoty vzácnych plynov získal v roku 1904 Nobelovu cenu za fyziku.

16. XI. 1717 sa v Paríži narodil *Jean Baptiste le Rond d'Alembert*, francúzsky matematik, fyzik, filozof. Zaslúžil sa o rozvoj mechaniky, teórie gravitácie a aplikáciu diferenciálneho počtu na pohyb nebeských telies. Pokúsil sa o klasifikáciu vied, bol spoluautorom slávnej Encyklopédie. Úspešne pracoval v teórii diferenciálnych rovníc, teórii radov i algebre.
18. XI. 1897 sa v Londýne narodil *Patrick Maynard Stuart Blackett*, anglický fyzik. Zaoberal sa fyzikou atómového jadra, kozmickým žiarením. Skúmal dráhy častíc vo Wilsonovej komore. V roku 1948 získal Nobelovu cenu za fyziku.
18. XI. 1962 zomrel v Kodani *Niels Henrik David Bohr*, dánsky fyzik. Patril k najväčším fyzikom 20. storočia. Vytvoril model atómu a jeho kvantovú teóriu. Formuloval princíp komplementarity — závislosti klasickej a kvantovej fyziky. Bol členom viac než 20 akademií vied. Nobelovu cenu za fyziku dostal roku 1922.
20. XI. 1602 sa v Magdeburgu narodil *Otto von Guericke*, nemecký fyzik, experimentátor. V roku 1650 skonštruoval prvú mechanickú výevu, pomocou dvoch dutých pologulí demonštroval existenciu barometrického tlaku. Skúmal vlastnosti elektriny, skonštruoval vodný barometer.
23. XI. 1837 sa v Leydene narodil *Johannes Diderik van der Waals*, holandský fyzik. Dokázal vzájomnú príťažlivosť molekúl, objasnil prechod zo skupenstva plynného do kvapalného, zavrášil termodynamickú teóriu kapilarity. Nobelovu cenu za fyziku dostal roku 1910 za práce v oblasti stavovej rovnice plynov a kvapalín.
23. XI. 1887 sa narodil *Henry Gwyn Jeffrey Moseley*, anglický fyzik. Patrí k zakladateľom röntgenovej spektroskopie. Odhalil vzťah medzi kmitočtom spektrálnych čiar a poradovým číslom prvku v periodickej sústave. Zaoberal sa problémami rádioaktivity.
23. XI. 1937 zomrel *Jagadis Chandra Bose*, indický fyzik a fyziológ. Konštruoval detektory elektromagnetických vln a študoval ich vlastnosti. Vytvoril prístroje na sledovanie rastu rastlín a prúdenia roztokov v nich. Prispel k rozvoju indickej vedy.
24. XI. 1892 sa v Petrohrade narodil *Dmitrij Vladimirovič Skobelcyn*, sovietsky fyzik. Skúmal kozmické žiarenie, vytvoril vedecké práce z jadrovej fyziky a fyziky vysokých energií. Získal Leninovu cenu za upevnenie mieru medzi národmi (1975).

dj

Z NOVÝCH KNIH

I. Radunská :

CESTY ZA POZNÁNÍM

Vydal Albatros, Praha 1987,
10 000 výtisků, 384 stran, 30,— Kčs.

Při své činnosti se student setkává nejčastěji s výsledky vědeckého poznání, které si má osvojit. Málokdy si však uvědomuje, jak rozporuplná je cesta utváření každého nového poznatku. Proto mu vřele doporučuji přečíst si publikaci o vědeckých omylech. Autorka nashromáždila mnoho historického faktografického materiálu a v zrcadle dneška ukazuje čtenáři vliv hypotéz, jak se později ukázalo, nesprávných, nejrozmanitějších pokusů, vědeckých polemik a při na postup vědy vpřed.

Tematicky je publikace zaměřena především fyzikálně. Čtenář se dočte o téměř všech významnějších osobnostech fyziky i některých jiných přírodních věd. Se zájmem si jistě přečte o Goethových názorech na světlo, tak protikladných Newtonově korpuskulární teorii. Dvě desetiletí se Goethe pokoušel pochopit podstatu barevného vidění a zobrazování. Přestože se ve svých názorech často a hluboce mýlil, nastolil řadu otázek, na které věda postupně narážela odpovědi.

V knize se dočteme i o éteru, který ve fyzice existoval po staletí

a přecházel s nejrozmanitějšími vlastnostmi z teorie do teorie. Nikdy nebyl objeven, a přesto s ním fyzikové zacházeli jednou jako s pevnou látkou, jindy jako s plynem apod., byl jediným prostředníkem mezi fyzikálními objekty.

Neméně zajímavá je část o vývoji formulace zákona zachování energie. Autorka zde ukazuje postupně zobecňující poznatky termodynamiky a jejich vliv na chápání pojmu energie v nauce o teple a na přeměnu energie.

Tři zmíněné náměty byly vybrány pouze jako ilustrační. V knize jich čtenář nalezne pěknou řádku a jistě si je se zájmem přečte.

Kniha je ilustrována portréty významných vědců, škoda jen, že obrázky jsou zařazeny většinou bez ohledu na text. Publikaci doporučuji studentům středních škol.

František Jáchim

Burger, I. — Návrat, P. :

MIKROPOČÍTAČE, PROGRAMY, EUDIA

Vydala Smena, Bratislava 1986,
edícia Sputnik, farebná i čiernobiela
fotografická príloha, 222 strán, viaz.
Kčs 25,—.

Cieľom knižky je ukázať mladým záujemcom o mikropočítače základné informácie o počítači,

jeho súčiastkách, čo ako pracuje, ako sa pre počítač tvorí program, čo možno od neho očakávať. Autori sledujú odbornú stránku veci, odhaľujú vnútorné princípy programového i technického vybavenia mikropočítačov. Nezabúdajú na úlohu človeka — pripravovať nové dáta k analýzám a vymýšľať nové teórie a overovať ich. Pomáhať pri tom má výkonná výpočtová technika, ktorú človek dobre pozná a vie účinne využívať.

Knižka je rozdelená do devätnástich kapitol. Každá je odpoveďou na niektorú z jednoduchých otázok okolo výpočtovej techniky. Napríklad: Čo je mikropočítač? Čo má vedieť používateľ, čo programátor? Ako vyzerá programovací jazyk? Aký by mal byť program? Ako pracuje číslicový počítač? Aká je štruktúra mikropočítača? Čitateľ môže nazrieť v prvom

priblížení do vnútra mikropočítača, môže si ozrejmiť niektoré princípy činnosti základných súčiastok. Spozná hodnotu algoritmizácie a náznak programovania, uvedomí si problematiku technického spracovania informácie. Uvedomí si podiel technickej konštrukcie, riadiacich povelov a organizovaného prenosu údajov. Môže získať odpoveď na otázku: Kde a ako s mikropočítačmi?

Knižka plní úlohu prvej odborno-technickej informácie, možno až s príliš veľa slovami, niekedy aj s opakujúcimi sa myšlienkami. Ukazuje informácie o princípoch činnosti počítačov a ich programovania, o procesoroch, pamätiach, integrovaných obvodoch a periférnych zariadeniach. V závere je obsiahly slovník mikropočítačovej techniky a ďalšia doporučená literatúra pre mladých čitateľov.

Dušan Jedinák

POŠTOVNÍ ZNÁMKY KE 125. VÝROČÍ JČSMF

Možná, že jste je již viděli. Tvoří sérii tří známek, každá má hodnotu 50 h. Na jedné z nich jsou portréty Jozefa Maxmiliána Petzvala, Čenka Strouhala a Vojtěcha Jarníka, na další motiv pražského orloje a na třetí část rytiny z roku 1627 z knihy A. M. Malleta. Na posledních dvou známkách jsou též ukázky počítačové grafiky.

jm

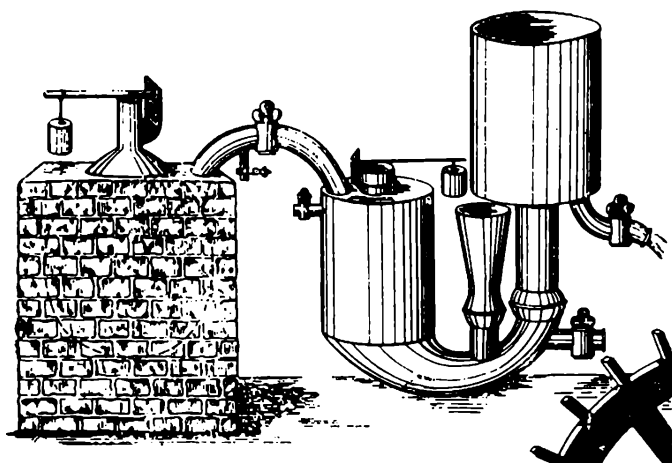
Papinův parní stroj

Francouzský fyzik a inženýr *Denis Papin* (1647–1712) byl Huyghensovým asistentem v Paříži a Boyleovým v Londýně. V r. 1680 navrhl konstrukci odděleného parního kotle, v r. 1681 ho opatřil pojistným ventilem a v r. 1707 navrhl celý parní stroj. Na připojeném obrázku vidíme kotel s pojistnými ventily a s rozvodem páry, jak je nakreslil ve svém návrhu. Papinova vynálezcká činnost zahájila sérii prací v technice parních strojů, která vyústila v konstrukci Wattova parního stroje a v další vynálezy 19. století založené na využívání parního pohonu strojů a vozidel.

D. Papin působil později v německém Marburgu a do fyziky se zapsal dalšími objevy. Ve svém dobře známém hrnci využil závislost teploty varu vody na tlaku, znal už, že jde o rostoucí funkci teploty, respektive tlaku, nevěděl však, že tzv. křivka nasycených par spojuje kritický bod a trojbod. Je zajímavé, že dodnes nedovedeme pro libovolnou danou kapalinu explicitně matematicky vyjádřit tuto závislost bodů varu na různě

ných tlacích ani rovnovážné stavy mezi kapalinou a její parou.

Vratme se však ještě k parním strojům. Ideu využít kinetické energie páry vycházející ze zahřáté nádoby vyslovil v r. 1629 francouzský učenec *Braney*. V prů-



běhu 17. století sestrojili některá zařízení na tomto principu angličtí inženýři, *Thomas Savery* v r. 1698 patentoval a v r. 1706 postavil parní stroj s kotlem. (Šlo však o stroj s nepřiměřeně velkou spotřebou paliva a se stálým nebezpečím výbuchu.) D. Papin dokončil svou práci na parním stroji takřka současně se Saverym.

Vladimír Malíšek

Řekli, napsali...

**Proč nedělá příroda nic zbytečně a odkud se bere všech
řád a krása, které vidíme ve světě?**

Isaac Newton (1643 — 1727)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1,
Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém
nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za od-
borné péče Jednoty čs. matematiků a fy-
зикů.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné
20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého
čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody,
nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12,
Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o před-
platném podá a objednávky přijímá každá
administrace PNS, pošta, doručovatel a
předplatitelská střediska. Objednávky do
zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice
a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace
vývozu tisku, Kačkova 19, 160 00 Praha 6.
Jazyková úprava doc. dr. Marie Valešová,
CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p.,
v Praze 1987.

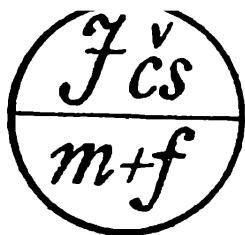
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

ROČNÍK 66, 1987/88
PROSINEC

(4)

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY

matematicko-fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUCÍ REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaro-
slav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha, dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Juraj Kubiš: Kvadratická rovnice a pa- rabola	133
Ivan Fischer: Řízení procesů 4 .	138
Miroslav Bartošek: Grafy ve středoškol- ské fyzice	147
Josef Kotyk: Od Faradaye k Einsteinovi	161
Emil Kašpar: Havárie motocyklisty o drá- těný plot	163
Jiří Mann: Matematickým kutilům pod stromeček	164
Tomáš Schütz: Úlohy ze zahraničních časopisů	165
Naše soutěž	167
Leo Boček: Celostátní kolo kategorie A 36. ročník MO	173
dj: Kalendár M-F	175
Vladimír Mališek: Röntgenova trubice . . 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních termínů (85-88)	příloha

Kvadratická rovnica a parabola

Ing. JURAJ KUBIŠ, CSc., Bratislava

Riešenie kvadratických rovníc je čitateľom známe. Bola im venovaná pozornosť i na stránkach tohto časopisu, viď. napr. [1].

Kvadratická rovnica:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \text{kde } a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0 \quad (1)$$

Obor pravdivosti kvadratickej rovnice je najviac dvojprvková množina:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a},$$

$D = b^2 - 4ac$ diskriminant rovnice,

ak $D > 0$, rovnica má dva rôzne korene, (2)

ak $D = 0$, rovnica má jeden koreň, (3)

ak $D < 0$, rovnica nemá riešenie v obore reálnych čísiel. (4)

Kvadratickú rovnicu (1) môžeme riešiť aj graficky a to tak, že zostrojíme graf paraboly s rovnicou $y = ax^2 + bx + c \dots (5)$ a hľadáme jeho priesečníky s osou x , t.j. s priamkou danou rovnicou $y = 0$. Môžu vzniknúť tri prípady:

- a) parabola (5) pretína os x v dvoch rôznych bodoch, potom má dve reálne riešenia a platí (2);
- b) parabola (5) sa dotýka osi x , potom má jediné riešenie a platí (3);
- c) parabola (5) nepretína os x ani sa jej nedotýka, potom nemá riešenie v obore reálnych čísiel a platí (4).

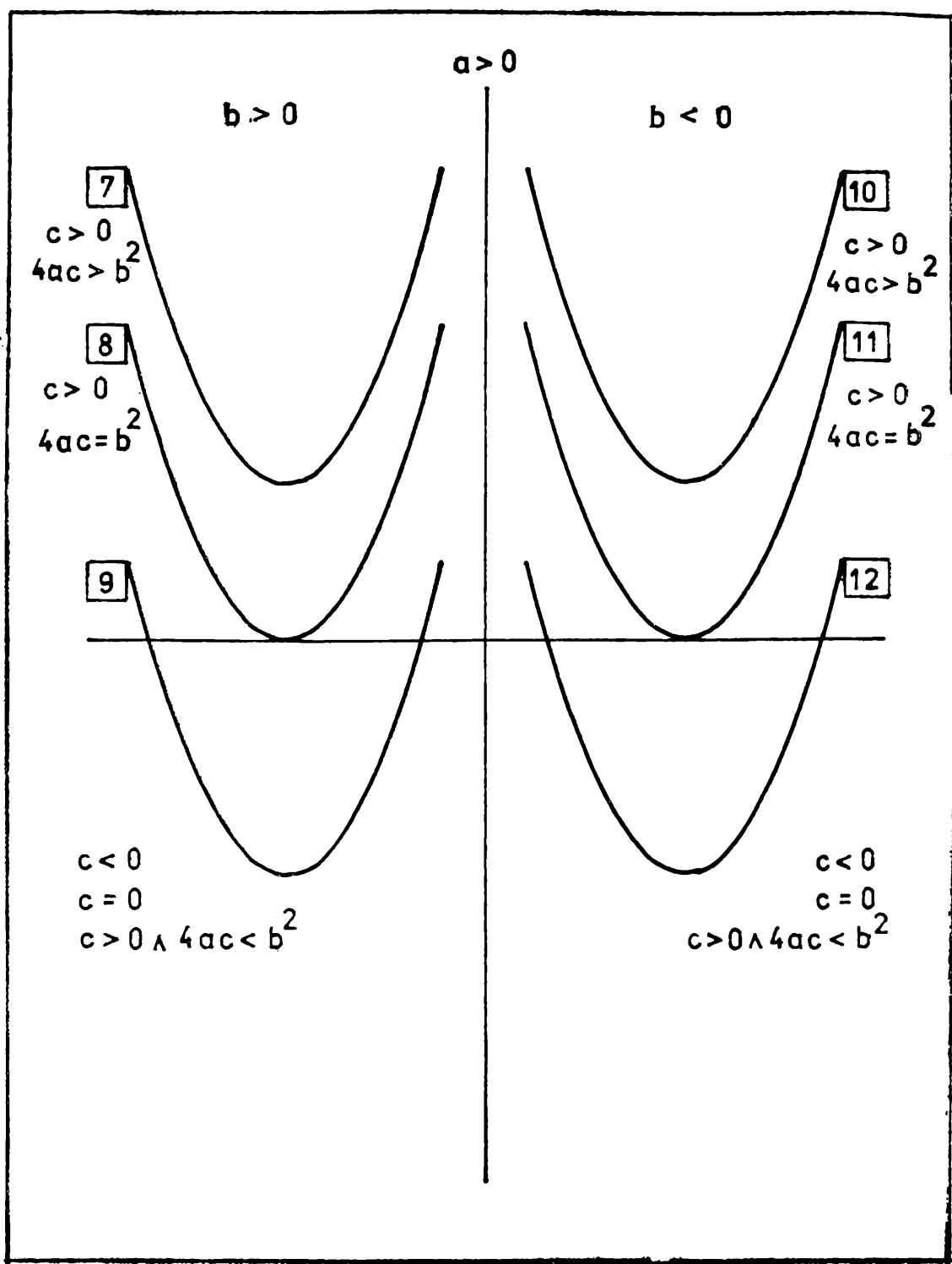
Tu si kladieme za cieľ určiť pri akých hodnotách parametrov a, b, c , ktorý prípad nastáva, a sekundárne zistiť, aká je poloha paraboly v oči súradným osiam. Výsledok je znázornený na obr. 1 až 4. Ukážeme si len postup riešenia na príklade, ostatné prípady si môže overiť čitateľ sám.

Súradnice vrcholu paraboly (5) $V[x_V, y_V]$ sa určujú podľa vzťahov:

$$x_V = -\frac{b}{2a}, \quad y_V = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

Analyzujeme prípad kvadratickej rovnice bez absolútneho člena:

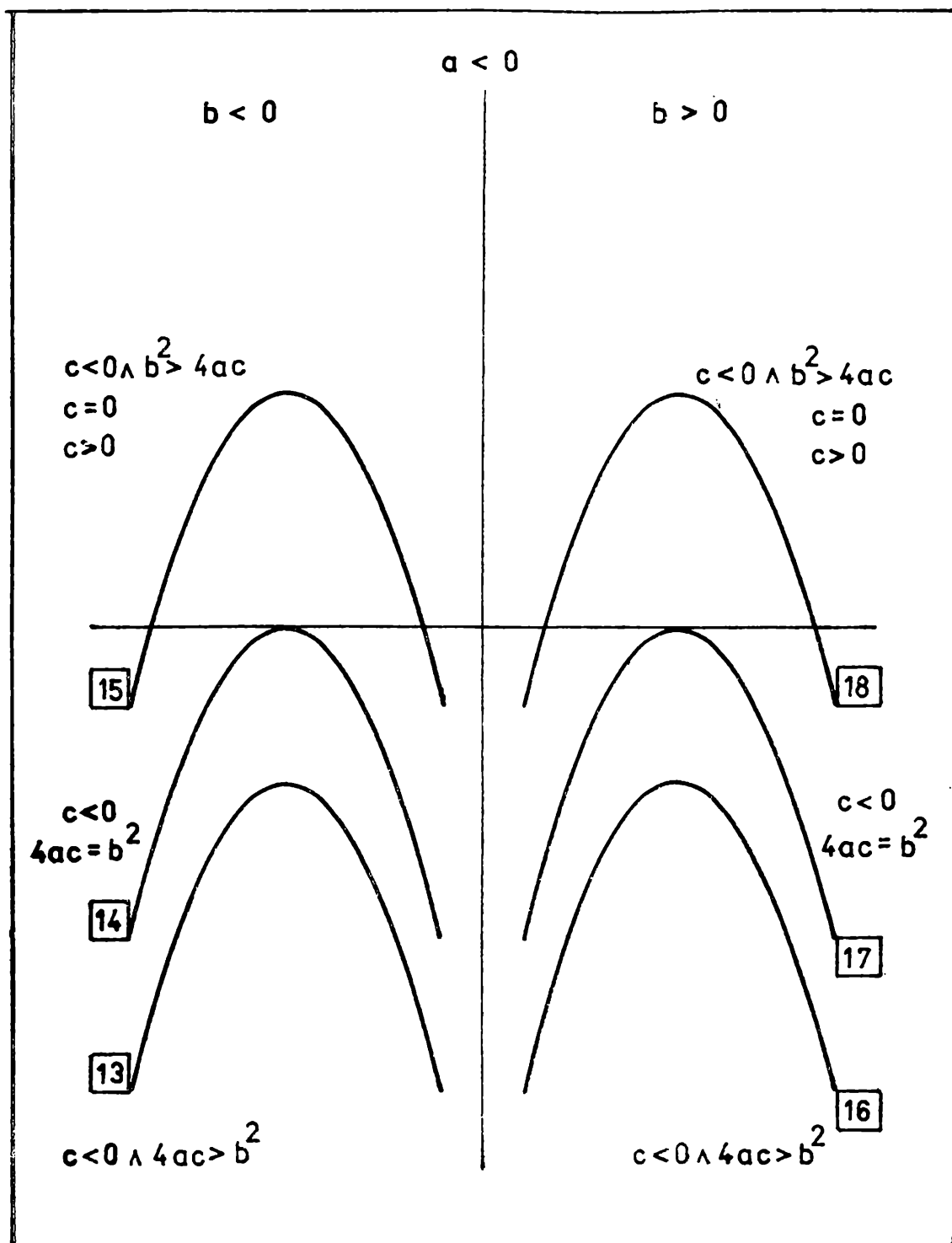
$$y = ax^2 + bx, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad c = 0, \quad x_V = -\frac{b}{2a}, \quad y_V = \frac{-b^2}{4a}$$



Obr. 1

$$\text{ak } x_V > 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} > 0, \quad \text{ak } (b > 0 \wedge a < 0) \vee (b < 0 \wedge a > 0);$$

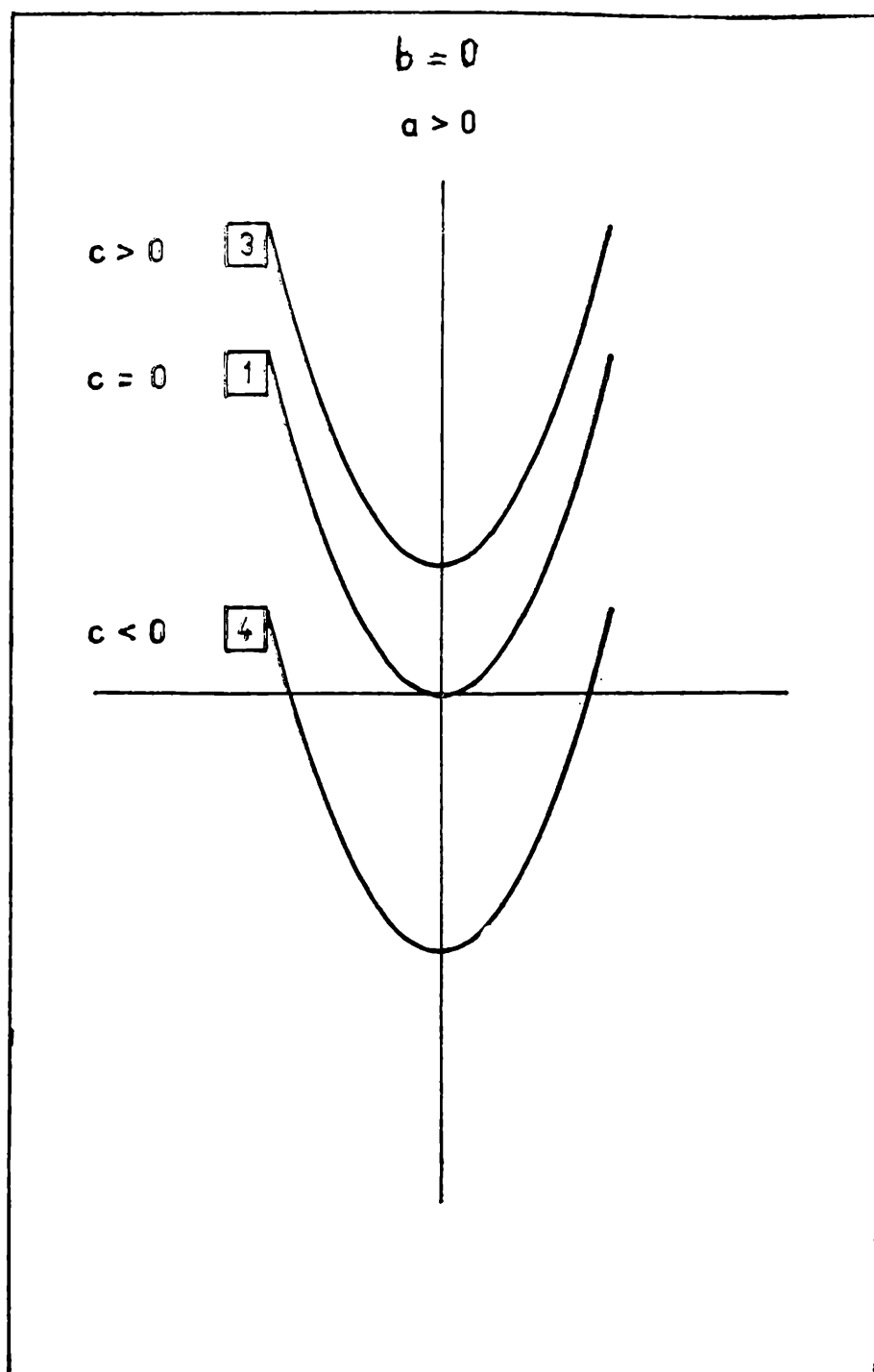
$$\text{ak } x_V < 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} < 0, \quad \text{ak } (b > 0 \wedge a > 0) \vee (b < 0 \wedge a < 0);$$



Obr. 2

$$\text{ak } y_V > 0 \Rightarrow -\frac{b^2}{4a} > 0 \quad \text{ak } a < 0;$$

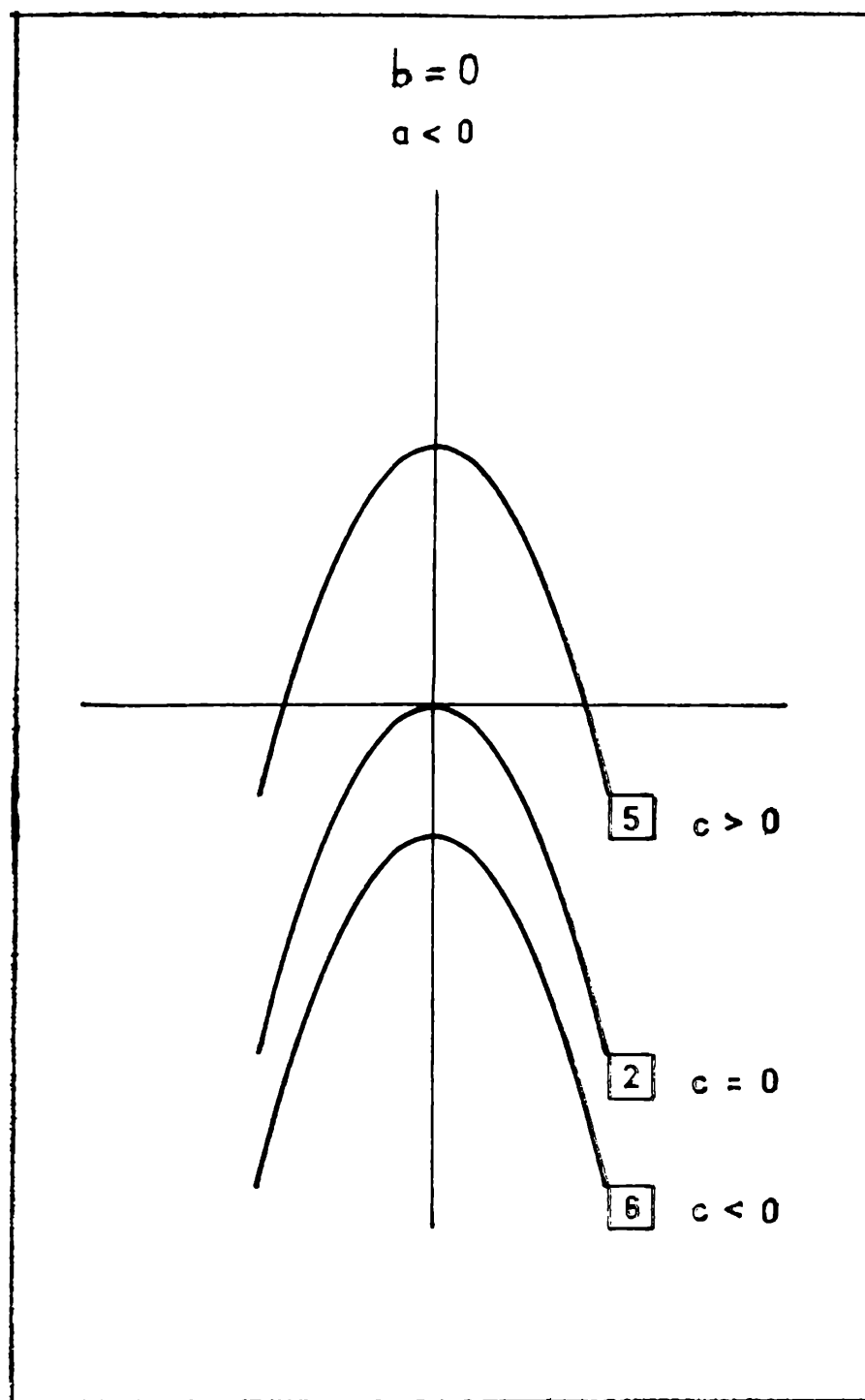
$$\text{ak } y_V < 0 \Rightarrow -\frac{b^2}{4a} < 0 \quad \text{ak } a > 0,$$



Obr. 3

čím sme určili štyri možné polohy paraboly, na obr. 1, 2 sú to varianty číslo 9, 12, 15, 18. Ak analýzu doplníme o vyhodnotenie diskriminantu, pre náš prípad $D = b^2$, má vždy rovnica dva rôzne korene, lebo pre $b \neq 0$ je $D > 0$, viď (2).

Varianty na obrázku zároveň ukazujú, pri akých reláciách medzi parametrami a , b , c , existujú vždy dva korene, jeden koreň, neexistuje žiadny



Obr. 4

reálný koreň, existuje aspoň jeden kladný, resp. aspoň jeden záporný koreň.

Literatúra :

- [1] Anděl, J.—Zvára, K.: O kvadratických rovnicích, *Rozhledy matematicko-fyzikální*, 59, 8/80—81, str. 339—344

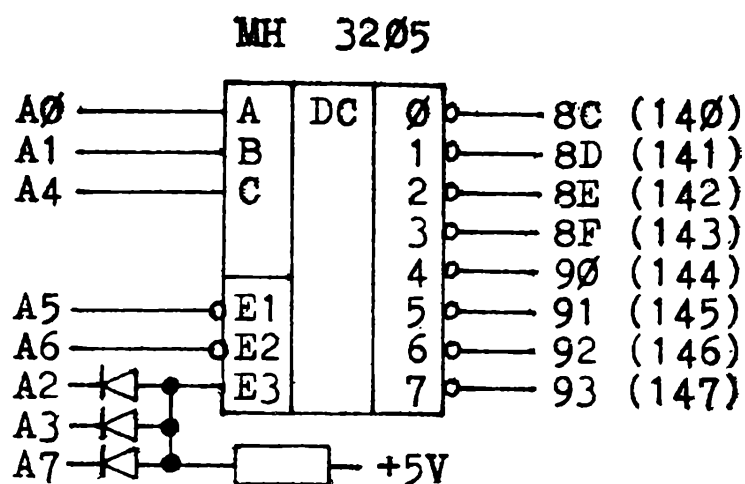
Řízení procesů

4. Jednoduché vstupní a výstupní porty

doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PeF UK v Praze

Dnešní díl seriálu zaměříme k popisu pokusů, kterými začneme s připojováním vnějších obvodů k mikropočítačům IQ 151 a PMD 85, které jsou na našich školách nejrozšířenější. Jednodušší situaci máme u mikropočítače PMD 85, který má připraven aplikační konektor — při pohledu zezadu nejvíc vpravo. Na aplikační konektor jsou vyvedeny adresové vodiče A0 až A7, datové vodiče D0 až D7, signály IORD a IORW (čtení či zápis znamená jejich logická hodnota jedna) a další vodiče, které zatím nevyužijeme (žádost o přerušování, vstupy, výstupy a hradla programovatelných čítačů). Vodiče na aplikační konektor jsou od vnitřních sběrnic počítače odděleny budiči sběrnic MHB 8286, signály IORD a IORW invertory MH 7404. Proto případné poruchy na zařízení připojeném na aplikační konektor nepoškodí počítač ani neporuší probíhající program (s jistým omezením dlouhotrvajících zkratů více výstupů, zkrat na 220 V a podobné nepravděpodobné závady). Největší potíže s prováděním pokusů nám proto vzniknou při shánění potřebného konektoru FRB. Protože je však aplikační konektor snadno přístupný, můžete si pomoci i konektorem vlastní výroby — kolíčky získané z odstípaných vývodů od odporů zapájené do vhodného plošného spoje.

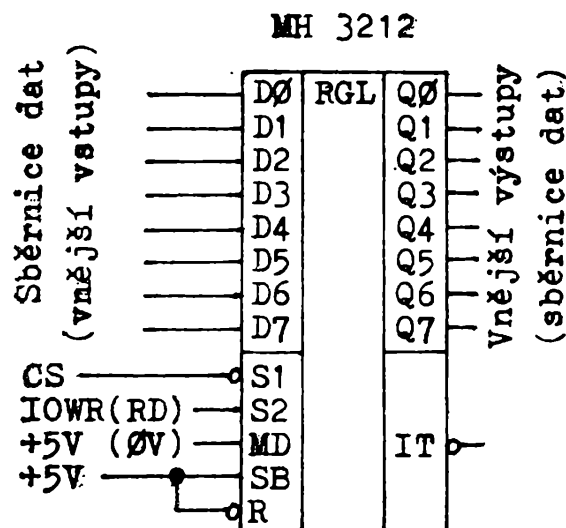
V mikropočítači PMD 85 je využito několik programovatelných paralelních a sériových portů, časovač atd. Proto jsou některé adresy portů již využity. Pomocí invertoru a tří diod však jsou budiče sběrnic dat odpojeny při všech adresách, kdy je $A_7 = 0$, $A_2 = 0$ nebo $A_3 = 0$. Adresy, kde jsou tyto hodnoty rovny logické hodnotě 1, jsou pro nás k dispozici. V takových případech jsou budiče datové sběrnic zapojeny ve směru výstupu ven z počítače, pouze při signálu $IORD = 1$ se přenášejí data z konektoru na vnitřní sběrnic mikropočítače PMD 85. Máme tak možnost připojit si až 32 vstupních a 32 výstupních portů (nebo menší počet programovatelných portů, čítačů, násobiček atd.), které rozlišíme dekodérem. Nejvhodnější je dekodér Tesla MH 3205, z nouze lze využít i MH 7442 či MH 74154, sestavu logických členů nebo programovatelnou paměť PROM MH 74188, MH 74266 atd. Obvod MH 3205 má tři adresové vstupy A, B, C, které dekoduje za předpokladu, že $E_1 = 0$, $E_2 = 0$ a $E_3 = 1$. V opačném případě jsou logické hodnoty všech výstupů 0 až 7 rovny 1. Mají-li vstupy E1, E2 i E3 požadované hodnoty, potom je výstup určený kombinací A, B, C (neboli dvojkové



obr. 1

číslo s ciframi CBA) nastaven na logickou hodnotu 0 a zbývající výstupy obvodu MH 3205 jsou stále ve stavu logické hodnoty 1. Zapojíme-li obvod MH 3205 podle obrázku 1, potom přes diody spojíme adresové vodiče A2, A3, A7 se vstupem E3 (je-li alespoň jeden z nich 0, je i E3 = 0 a všechny výstupy 0 až 7 jsou rovny logické hodnotě 1). Ostatní adresové vodiče připojíme podle obrázku 1 a obvod MH 3205 nám poskytuje informaci, je-li adresován port s adresami 8C až 93 v šestnáctkové soustavě pro strojový kód mikroprocesoru, respektive 140 až 147 v desítkové soustavě pro potřeby jazyka BASIC. Přitom ještě nerozlišujeme, zda je adresován vstupní či výstupní port (mohou mít stejnou adresu), nebo není-li to jen dekodovaná část adresy právě volané paměti v počítači. Potřebnou zbývající informaci nám poskytují vodiče (signály) IORD a IOWR.

Nyní se můžeme zajímat o připojení vstupního a výstupního portu. Nejvhodnější pro nás bude obvod MH 3212. Použít by však šlo obvody MHB 8282, MHB 8283, jako výstupní porty i MH 7475, MH 7474, MH 7472 atd. Pro vstupní porty by po složitějším zapojení šlo používat i obvody MH 7403 atd. Také by šlo použít programovatelné porty MHB 8255. Zůstaneme však u zapojení s porty MH 3212. Podle zapojení a logické hodnoty na vstupu MD lze obvod zapojit jako vstupní i jako výstupní port. Obvod má datové vstupy D0 až D7 (připojené buď k datové sběrnici nebo jako vstupy do počítače) a datové výstupy Q0 až Q7 (opět připojené buď jako výstupy nebo na datovou sběrnici). Obvod je vybrán (čten, nebo si naopak zapamatovává data ze sběrnice), je-li zároveň S1 = 0 a S2 = 1. Proto vstup S1 vždy připojíme na výstup dekodéru adres MH 3205. Na vstup S2 naopak přivedeme vodiče se signály IORD nebo IOWR. K dispozici má obvod i vstupy SB (při vstupním zapojení si může obvod zapamatovávat vstupní data), R_I (nulování vnitřní paměti obvodu 3212) a výstup $\overline{IT}$ (logickou hodnotou 0 by



obr.2

signalizoval, že byla zapsána data signálem SB tak dlouho, dokud by nebyl přečten při kombinaci S1, S2 — pak by IT bylo 1). Tyto vstupy a výstup zatím nevyužijeme.

Při vstupním zapojení musí být MD = 0, výstupy Q0 až Q7 připojeny na datovou sběrnici. Je-li SB = 1, jsou vstupy D0 až D7 z vnějšího prostředí trvale otevřeny a v okamžiku, kdy pomocí S1, S2 je obvod vybrán, přenesou tato vstupní data na datovou sběrnici.

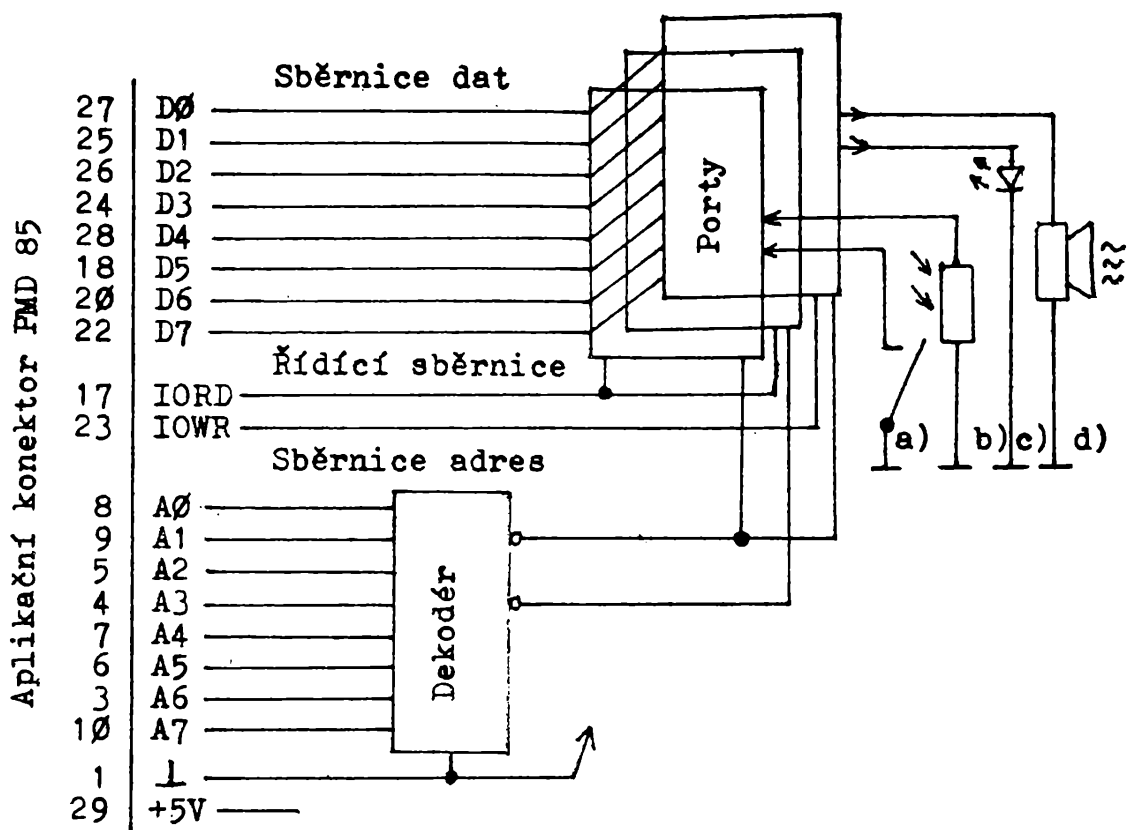
Při výstupním zapojení je MD = 1, vstupy D0 až D7 jsou připojeny na datovou sběrnici a výstupy Q0 až Q7 mají trvale ty logické hodnoty, které si obvod přečetl při kombinaci S1, S2 z datové sběrnice. Schéma obvodu MH 3212 je na obrázku 2.

Pokud si zapojíme dekodér adres MH 3205 doplněný diodami podle obrázku 1 a jeden až 16 obvodů MH 3212 (až 8 vstupních a 8 výstupních zapojení), potom schéma celého zapojení včetně připojení na aplikační konektor mikropočítače PMD 85 přináší obrázek 3. Zapojíme si vstupní port s adresou 8C (výstup 0 dekodéru) a výstupní port pro názornost s jinou adresou, kupříkladu 8D (výstup 1 z dekodéru 3205).

O správnosti zapojení vstupního portu se přesvědčíme programkem v jazyku BASIC

```
10 A = INP(140)
20 DISP A
30 GOTO 10
```

Po spuštění programu bude v dialogovém řádku zobrazeno číslo 255, neboť nezapojený vstup MH 3212 je pokládán za vstup s logickou hodnotou 1, 11111111 = FF = 255 ve dvojkové, šestnáctkové a desítkové soustavě. Spojíme-li nyní vstup D0 obvodu MH 3212 s logickou 0 (se zemí obvodu, s napětím 0V), bude na počítači zobrazeno číslo 254, které odpovídá logickým hodnotám, respektive cifrám 11111110 na vstupním portu MH 3212. Obdobně zkontrolujeme další vstupní bity, kdy se bude



obr.3

zobrazovat 253, 251 atd. Můžeme na vstup připojit i osm kontaktů podle schématu a) z obrázku 3 a nastavovat všechna čísla od 0 do 255. Místo kontaktu si podle schématu b) obrázku 3 můžeme připojit fotoodpor a získat tak jednoduchou a jen málo citlivou fotobuňku. Silně osvětlený fotoodpor odpovídá jakoby sepnutému kontaktu a ze vstupu se čte hodnota bitu 0. Je-li naopak fotoodpor silně zastíněn, je jeho odpor natolik velký, že ho můžeme pokládat za rozpojený kontakt a bit na vstupu má logickou hodnotu 1. K zastínění však někdy nestačí prst, ale musíme užít i dvě ruce, ruku a sešit atd., protože světlo procházející prstem ještě fotoodpor zaregistruje (záleží na typu použitého fotoodporu). Kontakty i fotoodpor jsou zapojeny jen nouzově a nespolehlivě pro potřeby prvního pokusu a příště si uvedeme spolehlivá čidla pro náročnější pokusy.

Pro kontrolu výstupního portu užijeme další prográmk v jazyce BASIC

```
100 FOR A = 0 TO 255
110 OUT 141, A
120 NEXT A
130 GOTO 100
```

Na výstupním portu s adresou 8D, neboli 141, se budou postupně měnit čísla ve dvojkové soustavě od 0 do 255 a připojené svítivé diody podle schématu c) obrázku 3 budou blikat (různou rychlostí). Na výstupu Q0

bude střídání logických hodnot 0 a 1 na hranicích akustického kmitočtu. Připojíme-li podle schématu d) sluchátko, reproduktor atd, uslyšíme slabé chrčení. Naopak na výstupu Q7 budeme sledovat blikání svítivé diody.* Pro svítivou diodu i reproduktor využíváme nouzově vnitřní odpor obvodu MH 3212, příště si opět popíšeme výkonnější výstupní obvody (akční členy).

Zapojení dosavadních pokusů jsme mohli napájet napětím 5 V z aplikačního konektoru počítače PMD 85. Takto lze zdroj počítače zatížit odběrem až 300 mA. Navíc zkratem napájecího napětí vypne automatická pojistka zdroje počítače a celý program v počítači je zapomenut. Z obou důvodů raději další pokusy budeme napájet z přídavného zdroje (plochá baterie, stabilizovaný zdroj 5 V například s užitím integrovaného stabilizátoru MA 7805 pro 5 V/1 A). Přitom země (0V) počítače i přídavných obvodů a zdrojů musí být dobře propojeny, aby nedošlo ke zkreslení logických hodnot, reprezentovaných napětím vodičů na sběrnicích proti společné zemi sběrnic.

V dalším pokusu si ke vstupnímu portu připojíme 8 kontaktů a k výstupnímu portu 8 svítivých diod a užijeme program

```
500 A = INP(140)
```

```
580 OUT 141, A
```

```
590 GOTO 500
```

Program nám zaručí přenos logických hodnot (čísel) ze vstupního portu 140 na výstupní port 141. Pokud bychom chtěli přenášet negované logické hodnoty (stisk kontaktu by způsobil rozsvícení odpovídající diody a ne zhasnutí), můžeme zkusit doplnit řádek

```
510 A = NOT A
```

Domníváme se, že příkaz způsobí výpočet negovaných hodnot. BASIC však počítá s čísly reprezentovanými ve čtyřech byte, a většina z 32 bitů těchto čtyř byte je v řádku 510 negována. Tím vzniknou čísla záporná, vyjádřená ve druhém doplňku, a nikoliv čísla celá mezi 0 a 255, která vyžaduje příkaz OUT. Proto se program zastaví s textem

```
*** Fnc. param. at line 580***
```

Doplníme ještě řádek 520

```
520 A = A AND 255
```

Protože číslo 255 ve dvojkové soustavě má po osmi jedničkách samé cifry nula ve vyjádření ve čtyřech byte jazyka BASIC, provede řádek 520 vynulování nepotřebných cifer a číslo A bude opět v rozsahu 0 až 255. Přidáme-li řádek 530 A = A AND 254, nebude nikdy svítit dioda spojená s Q0. Přidáme-li řádek 540 A = A OR 128, bude vždy svítit dioda spojená s Q7.

Může se stát, že dioda spojená s Q0 bude vlevo a spojená s Q7 vpravo, a tak čísla vyjádřená ve dvojkové soustavě nebude snadné číst. Máme dvojí možnost řešení. Předně technickou (hardware) přepojením vodičů

Q0 až Q7 navzájem či přepojení obdobně vodičů D0 až D7. Je to řešení pracné, vyžadující použití pájky a drátů, avšak program nezdrží ani na okamžik. Druhé řešení pomocí programu (software) je pohodlnější — stačí jen ťukat na klávesnici — ale program se tím zdrží. Zkusme program v jazyku BASIC

```

10 A = INP (140)
20 GOSUB 100
30 OUT 141, A
40 GOTO 10
90 REM SYMETRICKE PRETOCENI BYTE
100 B = 0
110 FOR C = 1 TO 8
120 D = A/2
130 E = INT(D)
140 IF D < > E THEN B = B + 2^(8-C)
150 A = E
160 NEXT C
170 A = B
180 RETURN

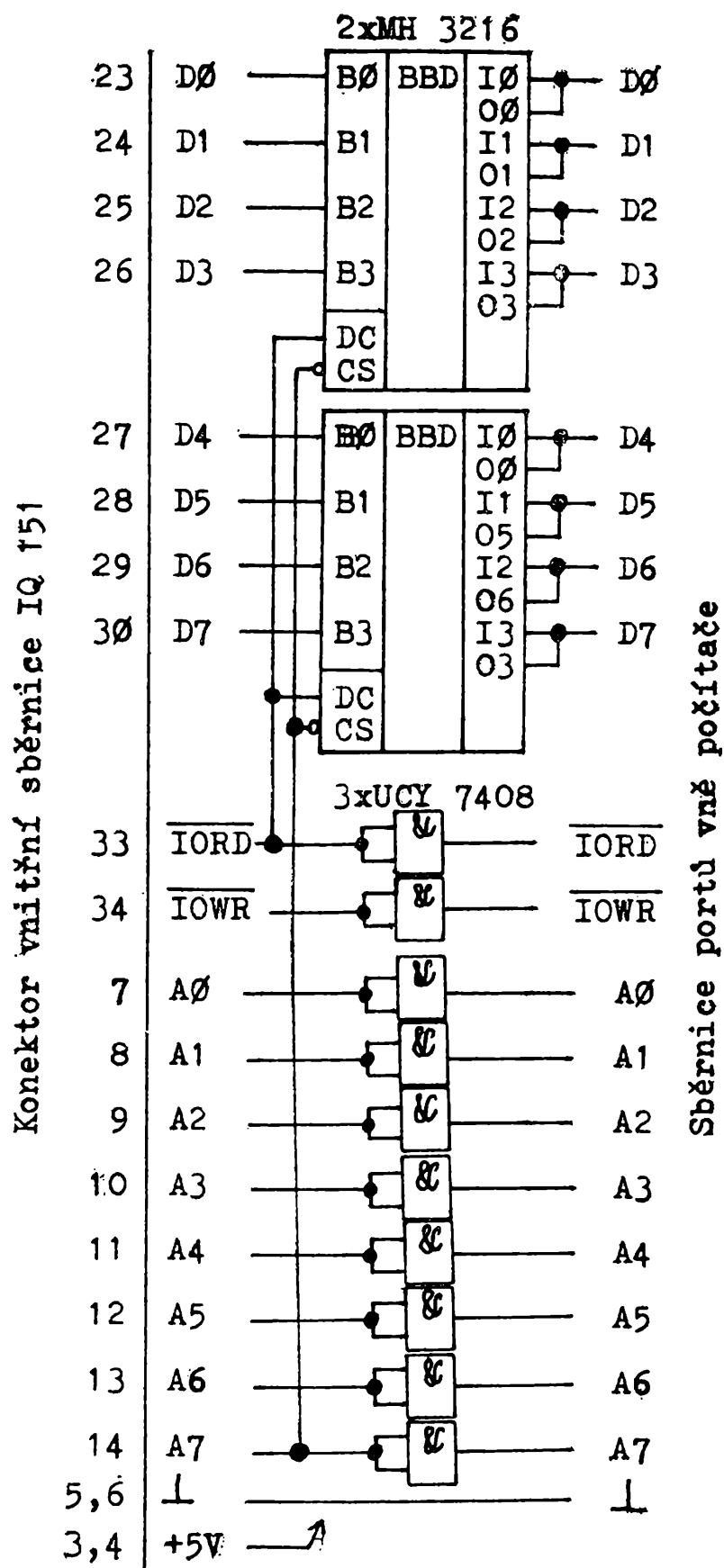
```

Překvapí nás doba zdržení mezi změnou vstupních hodnot a změnou výstupních hodnot — svícení diod. Rychlejší by byl program ve strojovém kódu podle tabulky 1, kdy zdržení svými smysly nevnímáme.

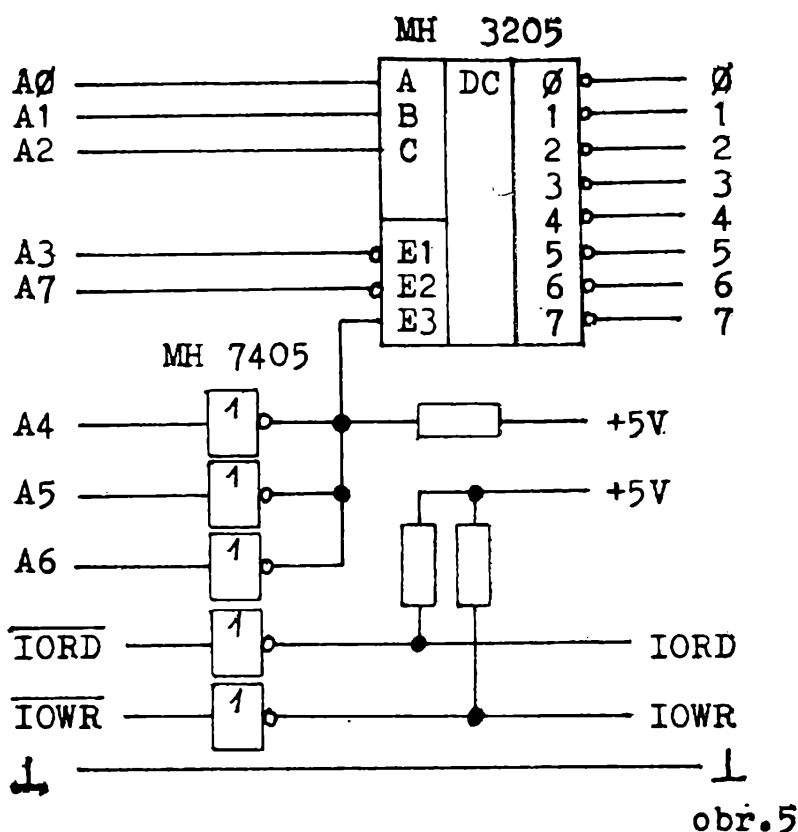
Máme-li místo PMD 85 počítač IQ 151, nezbývá, než si zhotovit modul odpovídající zapojení aplikačního konektoru PMD 85 k oddělení vnějších sběrnic portů pro naše pokusy. Zhotovíme ho z nejsnáze dostupných součástek MH 3216 (nebo MHB 8286 či invertujících MH 3226, MHB

Tabulka 1

Adresa	Kód	Význam	Komentář
70A0	DB 8C	→ A: = Port 8C BC: = 0008	; čte ze vstupu ; v B data pro výstup ; C čítač 8 bitů v byte
70A2	01 08 00		
70A5	0F	→ A → D: = A A: = B A ← CY B: = A A: = D C: = C - 1 — JNZ 70A5	; bit do CY ; uloží obsah A
70A6	57		
70A7	78		; posune B a připojí CY
70A8	17		
70A9	47		; původní obsah A ; čítač 8 bitů v byte
70AA	7A		
70AB	0D		; nebylo-li osmnkrát ; v B data pro výstup
70AC	C2 A5 70		
70AF	78		; odešle na výstup ; a zase znovu
70B0	D3 8D		
70B2	C3 A0 70	→ JMP 70A0	



obr.4



obr.5

8287 — kde budou data na sběrnici negována, což ošetříme programem podle předchozích popsanych pokusů) a UCY 7408. To jsou čtveřice logických členů AND, které po spojení obou vstupů dohromady vytvoří oddělovací logické členy (YES). Můžeme použít i členy NAND z MH 7400, invertory z MH 7404 atd. a zapojením dvou členů za sebou mít oddělovací členy YES, nebo při použití jedněch členů mít invertovanou adresovou sběrnici i signály IORD, IOWR. Tento modul zapojíme podle obrázku 4, kde je popsáno i zapojení konektoru vnitřních sběrnic IQ 151 pro připojení modulů počítače. Tento konektor je však hluboko uvnitř počítače a připojování nějakých amatérských náhražek konektoru FRB by způsobovalo komplikace. Modul napájíme napětím z počítače, vně však vyvedeme jen zem napájení a potřebné sběrnice. Pokusy budeme napájet z dalšího zdroje. Počítač IQ 151 používá porty, kde je $A7 = 1$. Adresy portů od 0 do 127, kdy $A7 = 0$, jsou nám tak k dispozici. Navíc máme vyvedeny signály $\overline{\text{IORD}}$ a $\overline{\text{IOWR}}$, které se pro programovatelné porty později budou hodit. Dekodér adres musíme zapojit podle obrázku 5, kde invertujeme řídicí signály na IORD a IOWR pro použití portů MH 3212 podle obrázků 2 a 3. Pro dekódování adres A4, A5, A6 pro situaci, kdy mají logickou hodnotu 0, je znázorněno sestavení „montážního členu OR“ užitím invertorů s otevřeným kolektorem MH 7405. Pokud obvod MH 7405 neužijeme (a IORD a IOWR negujeme jinými členy), spojíme E3 s napětím 5V a pokusy budou fungovat stejně, pouze vzniknou stíny adres portů, kdy týž port reaguje na více adres.

Tabulka 2

Adresa	Kód	Význam	Komentář
70CE	0E 40	C: = 40	; výška tónu
70D0	DB 8C	A: = Port 8C	; port s fotobuňkou
70D2	FE FF	A porovnej s FF	; zastíněná foto.
70D4	C2 D0 70	JNZ 70D0	; když není zastíněna
70D7	3E FF	A: = FF	; když je zastíněna
70D9	D3 8D	Port 8D: = A	; 1 k reproduktoru
70DB	69	L: = C	; výška tónu
70DC	2D	L: = L - 1	
70DD	C2 DC 70	JNZ 70DC	; zdržení cyklem
70E0	AF	A: = A $\oplus$ A	; tím A = 0
70E1	D3 8D	Port 8D: = A	; 0 k reproduktoru
70E3	69	L: = C	; výška tónu
70E4	2D	L: = L - 1	
70E5	C2 E4 70	JNZ 70E4	; zdržení cyklem
70E8	C3 D0 70	JMP 70D0	; a zase znovu

Použité odpory v obrázcích 5 i 1 jsou mezi 1000 a 4700 ohmů. Dříve popsané pokusy s PMD 85 můžeme použít i na IQ 151 po změně adres 140 na 0 a 141 na 1. Rovněž místo DISP musíme použít příkaz PRINT & 10, 10; A

Závěrem si vyzkoušíme program napsaný ve strojovém kódu podle tabulky 2 (adresy 8C a 8D odpovídají PMD 85, na IQ 151 uijeme adresy 00 a 01). Bude-li fotoodpor připojený mezi kterýkoliv vstupní bit portu 8C a zem napájení osvětlen, zůstane program v cyklu mezi řádky 70D0 a 70D6. Je-li však fotobuňka zastíněna, budou se na výstupním portu 8D a výstupním bitu Q0 střídát logické hodnoty s frekvencí pískavých akustických kmitočtů (kmitočet zpomalují cykly určené parametrem v registru C). Připojený reproduktor podle schématu d) obrázku 3 bude pískat, pokud zastíníme fotobuňku zapojenou podle schématu b) obrázku 3. Tak máme k dispozici jednoduchý výstražný automatický obvod, i když takovéto využití počítače lze nahradit obvodem s jediným integrovaným obvodem MH 7400. Příště se poohlédneme po složitějších a účelnějších aplikacích řídicího počítače.

Grafy ve středoškolské fyzice

RNDr. MIROSLAV BARTOŠEK, gymnázium Přerov

(Studijní text pro kategorii C XXIX. ročníku FO)

1. Funkční stupnice

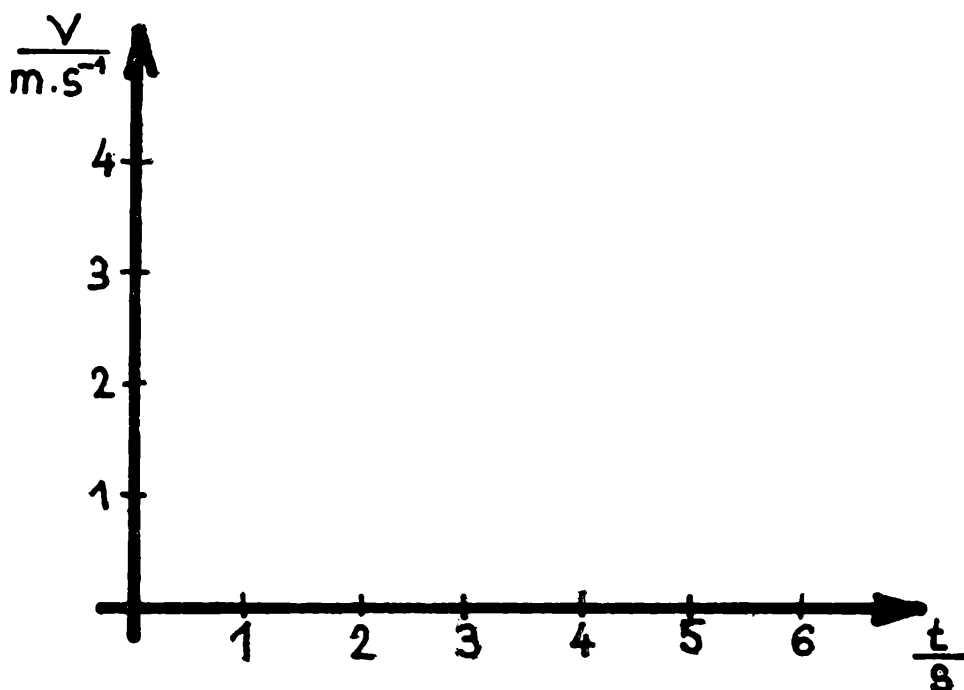
Chceme-li znázornit například závislost veličiny v na veličině t , $v = f(t)$, zvolíme v rovině dvě přímky; na jedné přímce znázorníme veličinu v a na druhé veličinu t . Přesněji řečeno znázorníme na přímkách velikosti těchto veličin. K zobrazení množiny hodnot zvolené veličiny do množiny bodů přímky p stanovíme na přímce p souřadnicovou soustavu a *zobrazovací funkci*, která každé hodnotě zobrazované fyzikální veličiny t přiřadí jednoznačně jediný bod X přímky p . Jeho souřadnici označíme x . Nejčastěji ve středoškolské fyzice používáme jako zobrazovací funkci lineární funkci, především přímou úměrnost. Pro náš příklad má podobu

$$x = \mu \cdot t \quad (1)$$

Konstanta úměrnosti μ se nazývá *modul*. Jak vyplývá ze vztahu (1), modul je číselně roven délce úsečky odpovídající jednotce veličiny t . Je-li ve vztahu (1) modul kladný, zobrazí se kladné hodnoty t napravo od počátku souřadnicové soustavy P a záporné nalevo od P . Číselné hodnotě $t = 0$ je přiřazen počátek P . Dále zvážíme, jaký interval hodnot fyzikální veličiny budeme zobrazovat. V našem příkladu nechť $t \in \langle 0, 6 \rangle$, tedy pro číselné hodnoty t platí $\{t\} \in \langle 0, 6 \rangle$, což v matematice zjednodušeně (pokud nemůže dojít k nedorozumění) zapisujeme $t \in \langle 0, 6 \rangle$. Obrazem intervalu hodnot veličiny t je tedy množina bodů přímky. Některé z těchto bodů přímky graficky zvýrazníme dělicí čárkou a označíme odpovídající hodnotou veličiny t kótou (viz obr. 1). Takto upravenou přímku (příp. její část) znázorňující zvolený interval hodnot veličiny t nazýváme *stupnice veličiny t* . Přírůstek zobrazované veličiny příslušný dvěma sousedním kótám nazýváme *krok stupnice*, označme jej h . Úsečka na stupnici vymezená dvěma sousedními kótami se nazývá *dílek stupnice*. Velikost dílku stupnice d je určena krokem stupnice a modulem stupnice; pro náš příklad platí:

$$d = |\mu \cdot h| \quad (2)$$

Pomocí pravítka snadno zjistíte, že modul stupnice veličiny t na obr. 1 je $1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. Krok téže stupnice je 1 s a velikost dílku 1 cm .



Obr. 1

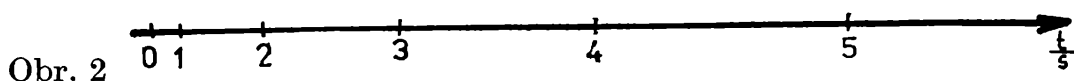
Při zobrazení intervalu veličiny $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$ zobrazovací rovnicí (1) délkou L stupnice rozumíme

$$L = |x_2 - x_1|, \quad (3)$$

kde x_1 je souřadnice bodu s kótou t_1 a x_2 souřadnice bodu s kótou t_2 . K sestrojení stupnice můžeme použít i jinou než lineární funkci, např. kvadratickou

$$x = \mu \cdot t^2$$

Taková stupnice je sestrojena na obr. 2. Její modul $\mu = 0,25 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$. Vidíme, že její dílky nemají stejnou velikost, je to *stupnice nerovnoměrná*.



Obr. 2

Protože souřadnice přiřazených bodů stupnice jsou kvadratickou funkcí veličiny t , nazýváme stupnici na obr. 2 *stupnicí kvadratickou*. Na pravé straně vztahu (1) může být libovolná funkce jedné proměnné t , proto stupnici veličiny t sestrojenou výše popsáním způsobem nazýváme někdy též *funkční stupnice*. Na příkladu kvadratické stupnice snadno ověříte, že vztah (3) je vhodné používat, jen když zobrazovací funkce stupnice je na intervalu zobrazovaných hodnot veličiny t rostoucí, nebo je na tomto intervalu klesající. Pak jsou si hodnoty t a body stupnice vzájemně jednoznačně přiřazeny. V dalším výkladu se omezíme jen na takovéto zobrazovací funkce. Máme-li sestrojit funkční stupnici zobrazující veličinu t , musíme znát rozsah stupnice (tj. zobrazovaný interval hodnot veličiny $t \in \langle t_1, t_2 \rangle$), modul μ , počátek stupnice P , krok stupnice h

Tabulka 1

$\frac{t}{s}$	10	15	20	25	30
$\frac{x}{cm}$	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50

a zobrazovací rovnici stupnice $x = \mu \cdot g(t)$. Potom pro délku stupnice L a velikost dílku d stupnice platí:

$$L = |\mu \cdot (g(t_2) - g(t_1))| \quad (4)$$

$$d = |\mu \cdot (g(t+h) - g(t))| \quad t \in \langle t_1, t_2 \rangle \quad (5)$$

Příklad 1. Určete délku lineární stupnice zobrazující veličinu t v intervalu $\langle 0, 20 \rangle$ při modulu $\mu = 1,0 \cdot 10^{-2}$ m. Určete velikost dílku stupnice, je-li krok stupnice $h = 5$ (výsledek: $L = 20$ cm, $d = 5$ cm).

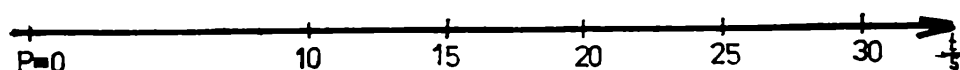
Příklad 2. Sestrojte lineární stupnici délky 5 cm zobrazující čas v intervalu od 10 s do 30 s, krok stupnice volte $h = 5$ s.

Řešení: Použijeme zobrazovací rovnice přímé úměrnosti (1). Modul stupnice určíme ze vztahu (4):

$$\frac{5 \text{ cm}}{20 \text{ s}} = 0,25 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Zobrazovací funkce stupnice je $x = 0,25 \cdot t$, $t \in \langle 10, 30 \rangle$. K sestrojení stupnice si připravíme tabulku I.

Stupnice je na obr. 3. Z obrázku je vidět, že počátek je možno volit i tak, aby byl totožný s krajním bodem stupnice, i když zobrazovaný interval



Obr. 3

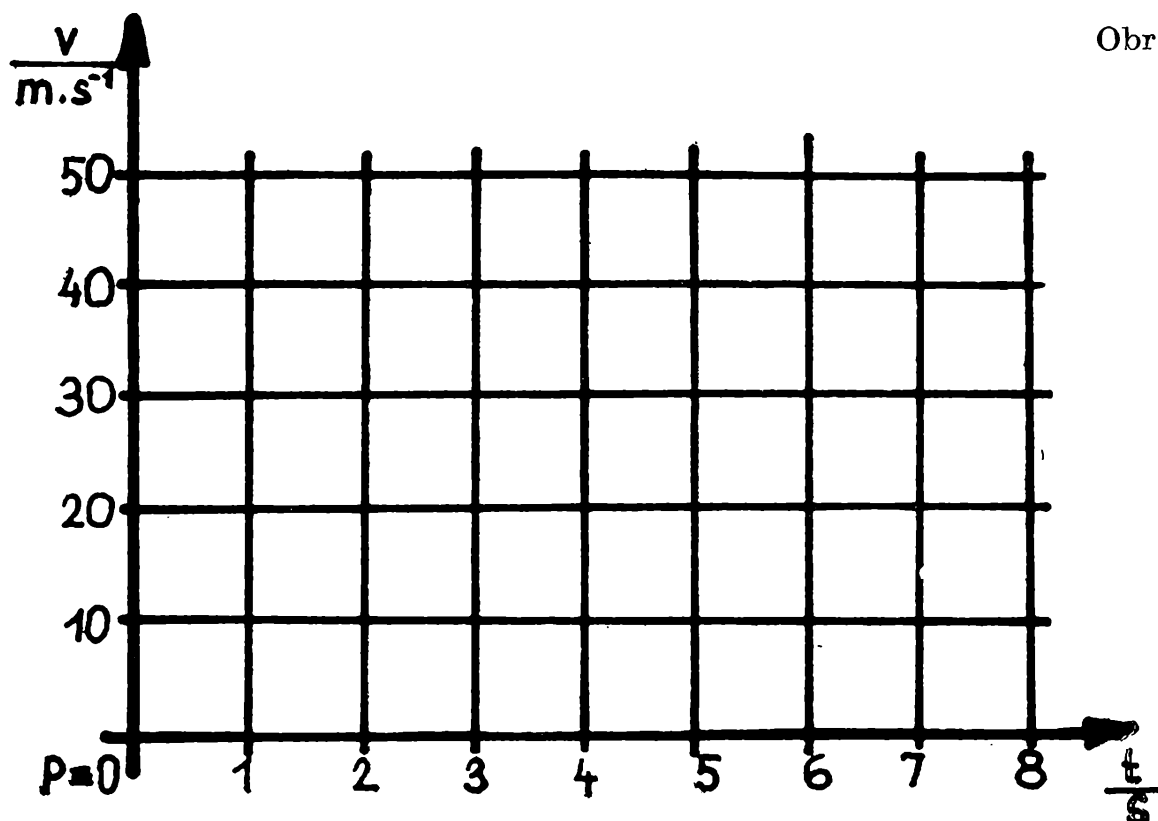
hodnot t nulovou hodnotu neobsahuje. Stačí použít zobrazovací rovnici

$$x = \mu \cdot (g(t) - g(t_1)), \text{ resp. } x = \mu \cdot (g(t) - g(t_2)). \quad (6)$$

2. Funkční síť

Pro grafické znázornění závislosti $v = f(t)$ použijeme dvě stupnice, jednu pro veličinu t druhou pro veličinu v . Nejčastěji volíme obě stupnice navzájem kolmé a se společným počátkem, tak jak to ukazuje obr. 1. Před znázorněním uspořádaných dvojic hodnot $[t, v]$ přiřazením bodů v rovině sestavíme si pomocí stupnic veličin t, v ve zvolené rovině systém rovnoběžek vedených kótovanými body stupnic tak, jak je to na obr. 4. Tím získáme *funkční síť*. Je zřejmé, že volba stupnic ovlivní vzhled „mřížování“ sítě. Síť, jejímiž zobrazovacími funkcemi jsou přímé úměrnosti

$$\begin{aligned} x &= \mu_x \cdot t, \\ y &= \mu_y \cdot v, \end{aligned}$$



nazýváme *lineární síť*. Některé sítě jsou vydávány tiskem jako grafické papíry. Takovým grafickým papírem s lineární sítí je známý „mili-metrový papír“.

Příklad 3. Sestrojte funkční síť

$$x = \mu_x \cdot t, \quad t \in \langle 0, 10 \rangle, \quad h = 2, \quad \mu_x = 1 \text{ cm},$$

$$y = \mu_y \cdot v, \quad v \in \langle 0, 10 \rangle, \quad h = 2, \quad \mu_y = 1 \text{ cm},$$

a v ní graf funkce

$$v = 2 \cdot t.$$

Jak se změní graf funkce, změníme-li modul μ_y na poloviční hodnotu?

Příklad 4. Sestrojte graf funkce $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$, $a = 2$,

a) v lineární síti

$$x = \mu_x \cdot t, \quad \mu_x = 1 \text{ cm}, \quad t \in \langle 0, 10 \rangle, \quad h = 2,$$

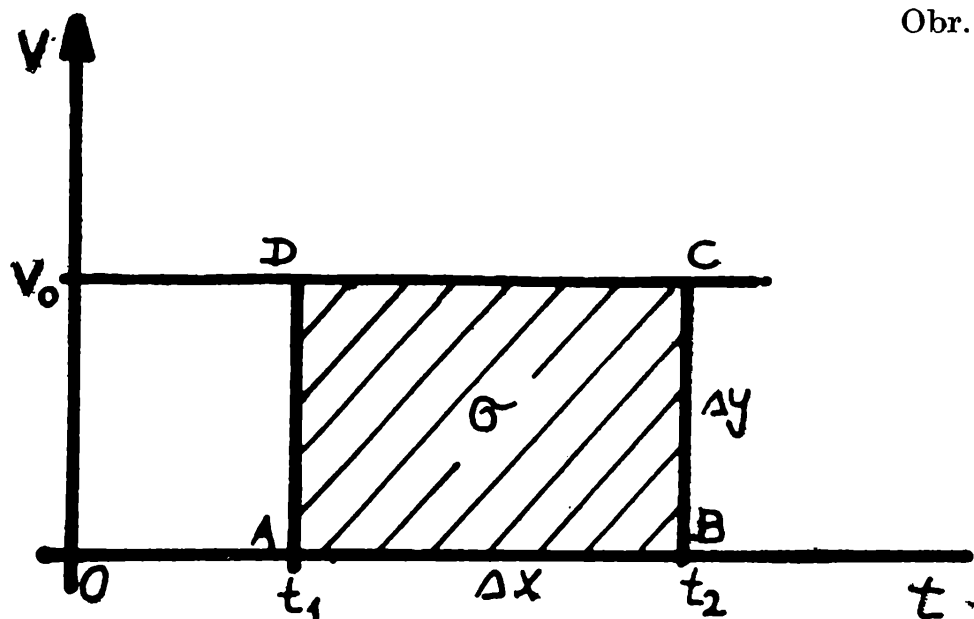
$$y = \mu_y \cdot s, \quad \mu_y = 0,1 \text{ cm}, \quad s \in \langle 0, 100 \rangle, \quad h = 10;$$

b) v síti

$$x = \mu_x \cdot t^2, \quad \mu_x = 0,1 \text{ cm}, \quad t \in \langle 0, 10 \rangle, \quad h = 2,$$

$$y = \mu_y \cdot s, \quad \mu_y = 0,1 \text{ cm}, \quad s \in \langle 0, 100 \rangle, \quad h = 10.$$

Jak vyplývá z předchozích příkladů, síť, ve které zobrazujeme funkci, výrazně ovlivňuje tvar grafu funkce. Proto je třeba při konstrukci grafu věnovat volbě stupnice patřičnou pozornost. Vycházíme přitom z účelu grafu: dát čtenáři správnou představu o znázorněné funkci a umožnit s vyhovující přesností určování hodnot veličin na funkčních stupnicích



použité sítě. Příliš velký modul stupnic zveličí vliv náhodných jevů na naměřené hodnoty fyzikálních veličin, příliš malý modul sníží přesnost čtení na stupnicích. Vlivem nevhodně velkého modulu stupnice proměnné veličiny a malého modulu stupnice funkčních hodnot se může rostoucí nebo klesající funkce jevit jako konstantní. Výrazný vliv na přesnost čtení grafu má tloušťka použitých čar. Proto moduly stupnic volíme ze vztahů pro velikost délky stupnice a velikost dílku s přihlédnutím k požadavkům správné funkce grafu.

3. Určování fyzikálních veličin z grafu

Sestrojme graf závislosti rychlosti na času pro pohyb konaný konstantní rychlostí v_0 . Použijme přitom funkční sítě

$$x = \mu_x \cdot t, \quad t \in \langle 0, t_n \rangle,$$

$$y = \mu_y \cdot v, \quad v = v_0.$$

Pro obsah obdélníka $ABCD$ (viz obr. 5) platí:

$$\sigma = y \cdot \Delta x = \mu_y \cdot v_0 \cdot \mu_x \cdot (t_2 - t_1) = \mu_x \cdot \mu_y \cdot v_0 \cdot \Delta t = \mu_x \cdot \mu_y \cdot \Delta s,$$

kde Δs je přírůstek dráhy pohybu za dobu Δt . Odtud

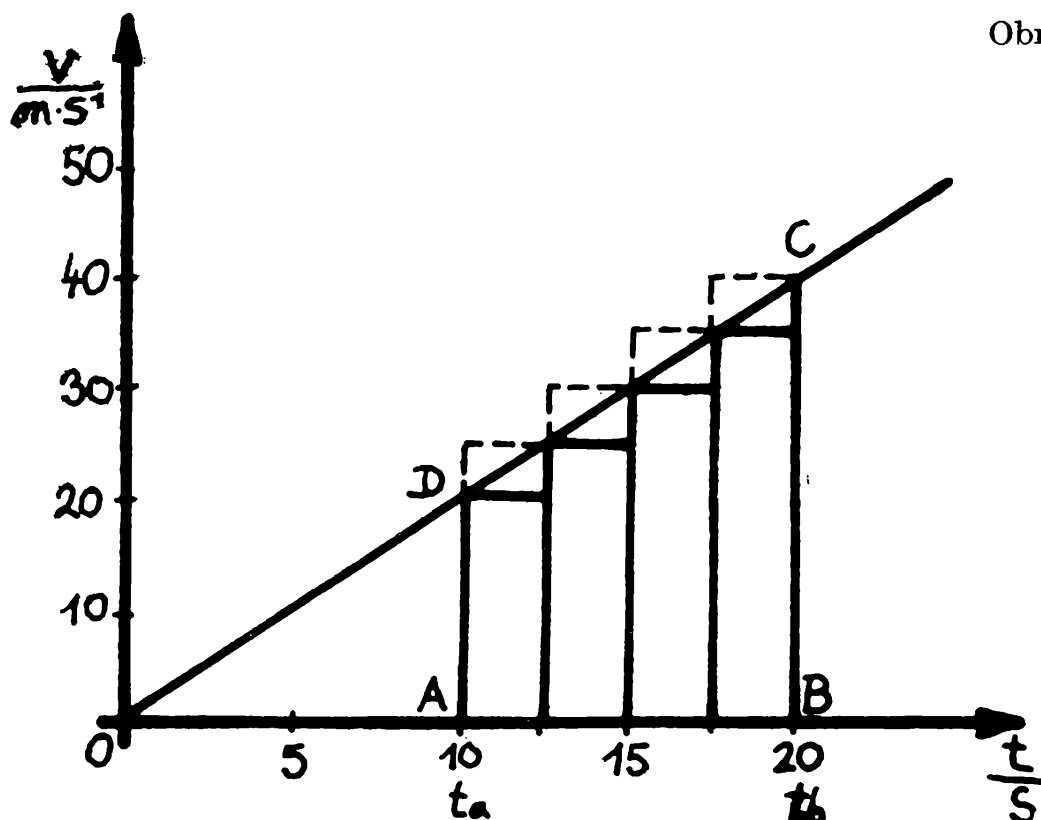
$$\Delta s = \frac{\sigma}{\mu_x \cdot \mu_y}.$$

Popsaný způsob určení Δs nazveme *grafická integrace*.

4. Grafické měření plošného obsahu

Grafickou integraci pro určení přírůstku dráhy Δs lze použít i v případě, kdy rychlost pohybu není konstantní. Pouze obsah příslušného obrazce určíme pomocí vztahů pro výpočet obsahu rovinných obrazců nebo jej určíme alespoň přibližně dále popsanou metodou. Uvažujme pohyb, pro jehož rychlost platí

$$v = a \cdot t, \quad t \in \langle 0, 20 \text{ s} \rangle, \quad a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$



a určíme přírůstek dráhy Δs za dobu od $t_a = 10$ s do $t_b = 20$ s. Předpokládejme, že vždy v krátkém časovém intervalu se těleso pohybuje konstantní rychlostí, která se na konci každého časového intervalu vždy skokem mění. Graficky to znamená, že rozdělíme interval $\langle t_a, t_b \rangle$ na n na sebe navazujících intervalů (na obr. 6 je $n = 4$). Tím jsme nahradili obrazec $ABCD$ soustavou n obdélníků — „proužků“. Obsah i -tého proužku (při postupu od t_a doprava) je

$$\sigma_i = v(t_i) \cdot \frac{t_b - t_a}{n}; \quad i = 1, 2, \dots, n, t_1 = t_a. \quad (7)$$

V našem příkladu na obr. 6:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 20 \cdot 2,5 \cdot \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2 = 50 \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2, \\ \sigma_2 &= 25 \cdot 2,5 \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2 = 62,5 \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2, \\ \sigma_3 &= 30 \cdot 2,5 \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2 = 75 \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2, \\ \sigma_4 &= 37,5 \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Sečtením obsahů σ_i získáme obsah σ_m obrazce zcela obsaženého v obrazci $ABCD$

$$\sigma_m = \sum_{i=1}^n \sigma_i.$$

V našem příkladu $\sigma_m = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 = \mu_x \cdot \mu_y \cdot 275 \text{ m}^2$

„Proužky“ však můžeme sestavit i počínaje hodnotou t_b , tj. zprava doleva:

$$\sigma_j' = v(t_j) \cdot \frac{t_b - t_a}{n} \mu_x \cdot \mu_y, j = 1, 2, \dots, n, t_1 = t_a. \quad (8)$$

Sečtením obsahů σ_j' získáme obsah σ_M obrazce zcela obsahujícího obrazec $ABCD$:

$$\sigma_M = \sum_{j=1}^n \sigma_j'$$

V našem příkladu je $\sigma_M = \mu_x \cdot \mu_y \cdot 325 \text{ m}^2$.

Pro obsah obrazce $ABCD$ (označíme jej σ) platí nerovnosti

$$\sigma_m \leq \sigma \leq \sigma_M,$$

tedy hledaná hodnota obsahu σ leží v intervalu $\langle \sigma_m, \sigma_M \rangle$. Obsah obrazce $ABCD$ můžeme proto popsat střední hodnotou σ_s

$$\sigma_s = \frac{\sigma_m + \sigma_M}{2}$$

a odchylkou

$$\delta = \frac{\sigma_M - \sigma_m}{2},$$

a tedy

$$\sigma = \sigma_s \pm \delta.$$

V našem příkladu

$$\sigma_s = \mu_x \cdot \mu_y \cdot \frac{325 + 275}{2} \text{ m}^2 = \mu_x \cdot \mu_y \cdot 300 \text{ m}^2,$$

$$\delta = \mu_x \cdot \mu_y \cdot \frac{325 - 275}{2} \text{ m}^2 = \mu_x \cdot \mu_y \cdot 25 \text{ m}^2,$$

$$\sigma = (300 \pm 25) \mu_x \cdot \mu_y \text{ m}^2$$

Přírůstek dráhy potom činí

$$\Delta s = \frac{\sigma}{\mu_x \cdot \mu_y} = (300 \pm 25) \text{ m}.$$

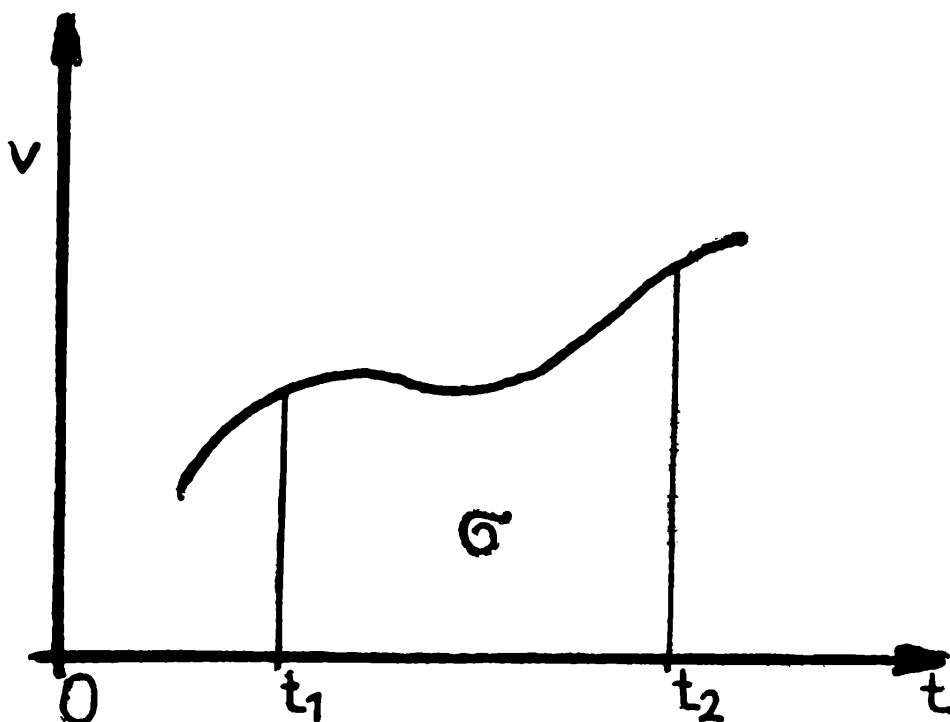
Pro srovnání vypočteme obsah lichoběžníku $ABCD$ přímo:

$$\sigma = \frac{\mu_y (20 + 40)}{2} \cdot \mu_x \cdot 10 \text{ m}^2 = 300 \cdot \mu_x \cdot \mu_y \cdot \text{m}^2,$$

a tedy $\Delta s = 300 \text{ m}$.

Hodnota získaná pomocí „proužků“ se od přímo vypočteného obsahu lichoběžníku $ABCD$ liší v tom, že je určena pouze s určitou nepřesností vyjádřenou odchylkou δ . Vyjádřeno poměrnou odchylkou p

$$p = \frac{\delta}{\sigma_s} \cdot 100$$



činí v našem příkladu $p = 8 \%$. Lze ji zřejmě zmenšit rozdělením intervalu $\langle t_a, t_b \rangle$ na větší počet „proužků“. Nezapomeňme přitom, že při obou způsobech určení obsahu obrazce $ABCD$ jsme neuvažovali chybu způsobenou tloušťkou čar, nepřesnostmi při rýsování grafu, které vzhledem k δ považujeme za zanedbatelně malé. Používat grafickou integraci v případě lineární funkce by jistě bylo zbytečné, stejně jako tam, kde lze obsah σ vypočítat přímo. Náš příklad nám posloužil k výkladu použité metody. Účelné však bude jeho užití k určení obsahu obrazců, jejichž obsah přímo vypočítat neumíme, jako je tomu např. na obr. 7, zejména u funkcí získaných empiricky, tj. měřením.

Položme si nyní otázku, kdy lze popsanou metodu určení obsahu použít.

1. V příkladu, který jsme řešili, byla zobrazená funkce $v = f(t)$ nezáporná, ohraničená a spojitá na intervalu $\langle t_a, t_b \rangle$, tj. na intervalu, ve kterém jsme obrazec $ABCD$ sestrojili. Z matematické teorie, na které je náš postup založen, vyplývá, že metodu je možno použít pro každou nezápornou ohraničenou funkci na intervalu. Její použitelnost je možno rozšířit i na spojitě funkce, které v daném intervalu nabývají jak kladných, tak i záporných funkčních hodnot.

2. Vytvoření obrazce obsahujícího sledovaný obrazec (jeho obsah jsme označili σ_M) a obrazce obsaženého ve sledovaném obrazci (jeho obsah jsme označili σ_m) není vázáno na vytvoření n stejných dílů intervalu $\langle t_a, t_b \rangle$. Důležité je si uvědomit, že budou-li se oba obrazce těsněji k sledovanému obrazci přimykát, bude i odchylka střední hodnoty σ_s menší, a tedy požadovaná hodnota obsahu obrazce bude určena přesněji.

složených slov mající význam: 1. „jedno-, jedino-, samo-“; v. mono-
chord, monochromatický, monokrystal, monomer, monometalický,
monomolekulární, monotonie, monovariantní 2. „týkající se jedné
části, jedné strany, jedné končetiny“; v. monaurální, monokulární.
Následující část složeného slova označuje to, „co je jediné“. V che-
mickém názvosloví počáteční částí mono- začínají názvy sloučenin
jednou substituovaných (např. MONOHYDRÁT) nebo vyskytujících
se v jednoduchém molekulárním stavu (např. MONOSACHARID).
Pozn.: Opakem k *mono-* je buď *POLY-* (= mnoho) nebo další početní
možnost *BI-* (= dvoj-), *TRI-* (- tři-, troj-), apod.

MONOAURÁLNÍ (lat. *auris* = ucho) — týkající se jednoho ucha;
MONOAURÁLNÍ slyšení — slyšení jen jedním uchem; srov.
binaurální

MONOCHORD (řec. *chordé* = struna) — hudební nástroj o jedné
struně; ve fyzice: jednostrunný přístroj k akustickému zkoumání
zákonitostí chvění strun. V. t. polychord, chordofon. Pozn.: Srov.
v matematice **CHORDÁLA** — přímka, která tvoří jakousi „páteř“,
„hřbetní strunu“ dvou nesoustředných kružnic.

MONOCHROMATICKÝ (řec. *chróma*, *-atos* = barva pleti, barva;
v. chromatický) — jednobarevný; **MONOCHROMATICKÉ** světlo —
skládající se z elektromagnetického vlnění stejné frekvence, tj.
světlo jedné barvy

MONOKRYSTAL (řec. *krystallos* = zmrzlá voda, led; v. krystal) —
„jednokrystal“; produkt krystalizace v podobě jediného krystalu
(zpravidla totiž vzniká krystalů mnoho)

MONOKULÁRNÍ (lat. *ocularis*, od *oculus* = oko; v. okulár) — „pro
jedno oko“; **MONOKULÁRNÍ** mikroskop — mikroskop s jedním
okulárem, takže lze v něm pozorovat pouze jedním okem; srov.
binokulární

MONOMER (řec. *meros* = částka, část, díl) — „jedna částice“; jedna
část makromolekuly; malá molekula, která je základní jednotkou
velké molekuly, makromolekuly; té se pak říká polymer (v. t.)

MONOMETALICKÝ (lat. *metallum* = doly, vykopaný nerost, kov;
v. metalický) — „jednokovový“; **MONOMETALICKÝ** teploměr —
v němž je použito jediného kovu; srov. bimetalický. Pozn.: V eko-
nomice je **MONOMETALISMUS** termín pro peněžní soustavu
založenou na jednom ze vzácných kovů, zpravidla na zlatě.

MONOMOLEKULÁRNÍ (řec. *moles* = hmota, masa, spousta, velký
shluk hmoty; v. molekula) — jednomolekulový; **MONOMOLEKU-
LÁRNÍ** vrstva oleje — vrstva, jejíž tloušťka se rovná průměru
jedné olejové molekuly; **MONOMOLEKULOVÝ** — jednomoleku-
lový; skládající se z jediné molekuly

MONOTONIE (řec. *tonos* = natažení, napětí; od *teinó* = napínat,
táhnout, natáhnout; v. *tón*) — jednozvučnost; mluvení ve stále

stejně hlasové výši pro ztrátu schopnosti hlas modulovat; **MONOTONNÍ** — mající stále stejnou hlasovou výši; stále stejný, neobměňovaný, jednotvárný, nudný; **MONOTONNOST** funkce = **MONOTONNÍ** funkce — funkce, která neklesá nebo neroste; ve fyzice a matematice: souborný název pro funkce nerostoucí a pro funkce neklesající

MONOARIANTNÍ (lat. *varius* = pestrý, rozmanitý, proměnlivý; v. *variance*) — jednovariantní; bez možnosti obměny. Pozn.: Stejný význam má termín **UNIVARIANTNÍ**, ve kterém je místo řec. *monos* užito lat. *unus* = jeden.

MORFNÍ (z řec. *morfé* = postava, podoba, podstata; srov. **METAMORFÓZA** „změna podoby“, proměna, přeměna) — koncová část složených slov mající význam „mající tvar, mající podobu“; předcházející část složeného slova onu podobu, onen tvar blíže určuje; srov. **ANTROPOMORFNÍ** představa bohů (řec. *anthrōpos* = člověk) — představa bohů v lidské podobě; bozi mají lidskou podobu. V. t. amorfní, homeomorfní, homomorfní, izomorfní

MOTIVACE (od lat. *moveo*, -ere, ptc. pf. *motus* = hýbat, pohybovat; v. *motor*) — „dodání pohnutky, podnětu“ odůvodnění

MOTOCYKL (slož. ze zkráceného „motorový“, od *motor*; a to od lat. *moveo*, -ere, ptc. pf. *motus* = hýbat, pohybovat, dojímat, v. *motor* + řec. *kyklos* = kolo, kruh, kružnice; v. *cyklus*) — „motorové kolo“ — kolo uváděné do pohybu motorem

MOTOR (z lat. *motor*, od *moveo*, -ere, ptc. pf. *motus* = hýbat, pohybovat, dojímat + -or, v. t.) — zařízení, které uvádí něco do pohybu; hnací stroj, v. t. elektromotor, automobil, lokomotiva, mobilní, moment, motivace, motocykl, perpetuum mobile.

Pozn.: Již v antice použil slova „motor“ *Martialis* pro osobu, která kolébá kolébkou. Na nápisu na Koperníkově pomníku v rodné Toruni čteme: **MOTOR TERRAE — STATOR SOLIS** = Hybatel Země — Zastavitel Slunce; volněji: Pohnul Zemí, zastavil Slunce.

MOTORICKÝ — pohybový, hybný; 1. týkající se pohybu; 2. vztahující se k motoru; motorový; způsobený nebo hnaný motorem; v. t. ponderomotorický

MULTI- (z lat. *multus* = mnohý) — počáteční část složených slov vyjadřující četnost

MULTIGRAF (v. -graf) — „mnoho grafů“; několikanásobný graf

MULTILATERÁLNÍ (lat. *latus*, -eris = bok, strana; v. bilaterální) — mnohostranný

MULTIPLĚT (přes angl. od lat. *plico*, -are = vinout; v. duplikát) — mnohonásobné, k sobě patřící čáry vinoucí se v čárovém spektru; srov. dublet, singlet, triplet

MULTIPLIKACE (lat. *plico*, -are, ptc. pf. *plicatus* = vinout; v. duplikát) — „mnohonásobné vinutí“; násobení; **MULTIPLIKÁTOR**

(v. -or) — zařízení, kterým se zvyšuje nějaký výkon; ve fyzice: zařízení, kde se počtem závitů zvětšuje účinek proudu a tím i citlivost přístroje; v matematice: násobitel; v tiskárenství: rozmnožovací přístroj pro tisk v malých nákladech

MULTIPÓL (v. pól) — soustava několika („mnoha“) pólů

MUTACE (z lat. *mutatio*; od *muto*, -are, ptc. pf. *mutatus* = měnit; srov.

MUTOVAT — měnit hlas v době dospívání) — změna, proměna, záměna; v. t. komutace, permutace, transmutace

MYRIA- (z řec. *myrioi* = deset tisíc; nesčíslní; srov. MYRIÁDY hvězd) — počáteční část názvů násobných jednotek mající význam „desetitisícinásobek“ měrné jednotky vyjádřené v následující části složeného slova; např. MYRIAMETR (v. -metr²) — deset tisíc metrů

NADIR (z arab. *nadir* = protilehlý, tj. k zenitu) — podnožník; myšlený bod v nebeské sféře svisle pod pozorovatelem

NANO- (z řec. *nannos* = trpaslík; srov. NANISMUS — trpasličí vzrůst u lidí nebo zvířat) — počáteční část názvů dílčích jednotek mající význam 10^{-9} („miliardtinu“) měrné jednotky vyjádřené v následující části složeného slova; např.: nanometr, nanolitr apod.; NANOGRA-MOVÉ množství — miliardtiny gramu

NAUTICKÝ (z řec. *nautikos*, od *nautés* = plavec; v. kosmonaut) — týkající se plavců, námořní plavby; plavební, plavecký; NAUTICKÁ astronomie — zabývající se metodami astronomického určování zeměpisných souřadnic na moři („je tedy důležitá pro plavce“); obdobně NAUTICKÝ trojúhelník — sférický trojúhelník o vrcholech nebeské těleso — Země—pól.

NAVIGACE (z lat. *navigatio*; od *navigo*, -are, ptc. pf. *navigatus* = plavit se, plout) — „plavba“; vedení, tj. usměrňování plavby lodi nebo letu letadla; určení polohy lodi nebo letadla; úprava hráze nebo břehu řeky; vt. radionavigace

NEBULA (z lat. *nebula* = mlha, pára) — mlhovina;

NEBULÁRNÍ — ve vztahu k mlhovině, mlhovinný; NEBULÁRNÍ stadium — spektrum novy připomínající spektrum mlhoviny; NEBULÁRNÍ teorie — podle ní sluneční soustava vznikla z mlhoviny

NEGACE (z lat. *negatio*; od *nego*, -are, ptc. pf. *negatus* = říkat, že ne; popírat) — zapírání, popírání; popření, zápor; odmítnutí tvrzení;

NEGAČNÍ — popírající; NEGATIV — fotografický černobílý obraz s hodnotami světla opačnými, než jsou ve skutečnosti (opak: pozitiv); NEGATIVNÍ — zamítavý, odporující, záporný; ve fotografování: NEGATIVNÍ snímek — s opačnými světelnými hodnotami; NEG-O-VAT — popírat, odmítat (např. návrhy); vt. negatron

NEGATRON (slož. z lat. *nego*, -are = říkat, že ne; popírat; v. *negace* + -tron — umělá přípona, analogicky utvořená podle „elektron“, v tomto případě pro názvy částic; v. -tron) — nejmenší částice zápor-

né elektriny; záporný elektron; opakem: pozitron — kladný elektron
NĚMATICKÝ (od řec. *néma*, *-atos* = nit, příze) — „nitěný, z příze“;
NĚMATICKÝ kapalný krystal — pojmenován takto pro strukturu svých molekul, která připomíná stehy nití v látce. Pozn.: Protože v řec. slově je *éta*, měli bychom vyslovovat „němatický“ a nikoliv „nematický“; kromě toho, krátká výslovnost „ne-“ svádí k chápání této slabiky jako záporové částice.

NEUTRALIZACE v. NEUTRÁLNÍ

NEUTRÁLNÍ (od lat. *neuter* = žádný z obou) — neklonící se k žádné ze sporných stran, nestranný; **NEUTRÁLNÍ** atom — atom, ve kterém nepřevládá ani kladný, ani záporný náboj; **NEUTRÁLNÍ** látka — nereagující žádnou z obou běžných reakcí, tj. ani zásaditě, ani kysele; **NEUTRÁLNÍ** magnetické pásmo — netečné pásmo (část trvalého magnetu, kde se neprojevují magnetické účinky ani jednoho, ani druhého pólu; **NEUTRÁLNÍ** poloha cívky v komutátoru — cívka nesměruje ani k jednomu, ani k druhému magnetickému pólu, ale je k oběma kolmá; atd.

NEUTRALIZACE (v. *-izace*) — zrušení účinnosti nějaké věci nebo děje; chemická reakce, při níž se do alkalického roztoku tak dlouho přidává kyselina (nebo do kyseliny zásada), až je v roztoku přítomna jen sůl a žádná volná kyselina nebo zásada

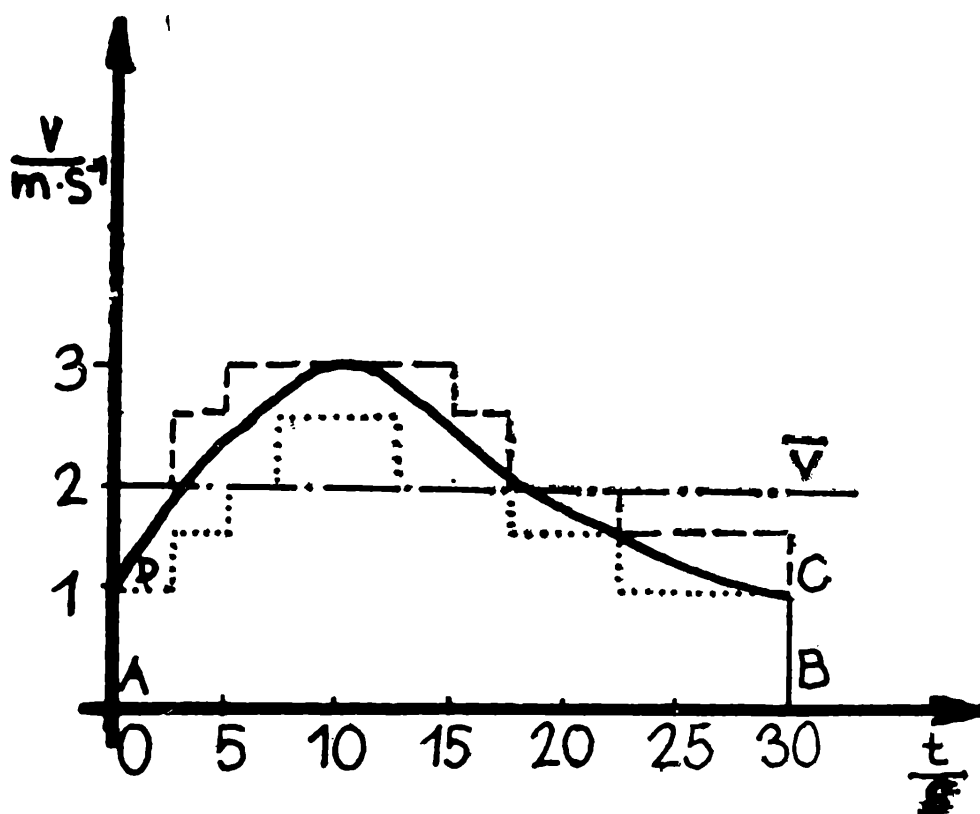
NEUTRALIZOVAT — způsobit, že něco, někdo není na žádné ze sporných stran; udělat neutrálním, nestranným; udělat neúčinným, zrušit účinnost; **NEUTRALIZOVANÝ** — ten, který se stal neutrálním, nestranným, neúčinným; srov. neutrální; vt. neutron, anti-neutrino

NEUTRINO (přes italštinu zdvojnásobina od výrazu neutron; vt.) — „malý neutron“; na rozdíl od těžké částice neutronu je neutrino částice lehká, s nulovou klidovou hmotností; v. t. antineutrino

NEUTRON (slož. z lat. *neuter* = ani jeden ani druhý, žádný z obou; v. neutrální + *-on* — umělá přípona používaná analogicky pro označení částic; v. *-on*) — jaderná částice, která nemá ani kladný elektrický náboj jako proton, ani záporný jako elektron.

NIMBUS (z lat. *nimbus* = mrak, déšť) — deštový mrak

-NOM (z řec. *nomos* = zvláštnost, mrav, zvyk, způsob, řád, zákon) — koncová část složených slov mající význam: 1. „osoba nebo věc, která někoho, něco řídí, určuje; která zkoumá nějaký řád, uspořádání“; předcházející část složeného slova zpravidla vyjadřuje předmět onoho řízení, zkoumání, druh zkoumaného řádu; např. **EKONOM** (řec. *oikos* = příbytek, dům, hospodářství) — ten, kdo řídí společenskou výrobu a hospodaření; **METRONOM** (řec. *metron* = měřidlo, míra) — přístroj k odměřování „správné časové míry“; **ASTRONOM** (lat. *astrum* = hvězda) — vědec zabývající se mezihvězdnými řády



5. Příklady použití

Příklad 5. Určete průměrnou rychlost pohybu popsaného v - t diagramem na obr. 8.

Řešení. Pro $\bar{v}$ platí

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

Δs určíme grafickou integrací

$$\Delta s = \frac{\sigma}{\mu_x \cdot \mu_y}$$

a odtud

$$\bar{v} = \frac{\sigma}{\mu_x \cdot \mu_y \cdot \Delta t} = \frac{\sigma_s \pm \delta}{\mu_x \cdot \mu_y \cdot \Delta t}.$$

Protože $\Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t$, je možno určení $\bar{v}$ z geometrického hlediska interpretovat jako přeměnu obrazce $ABCD$ na obdélník stejného obsahu a stejné základny AB .

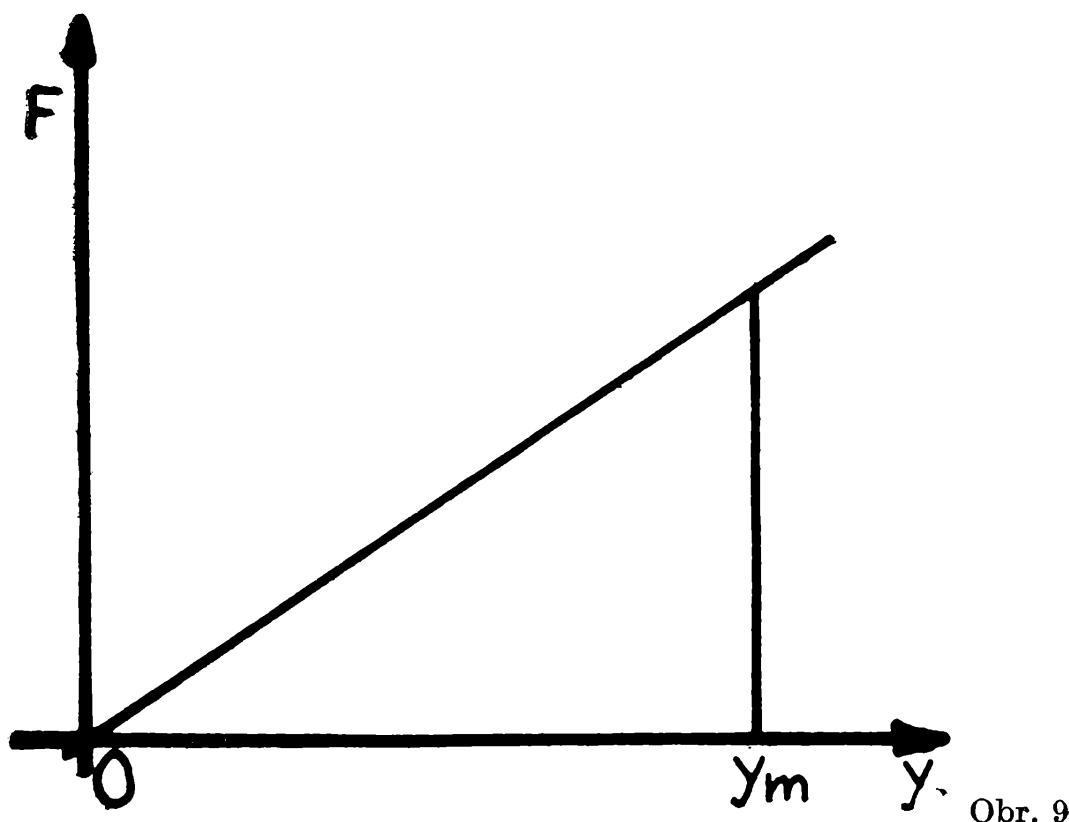
V našem příkladu $\mu_y = 1 \text{ cm} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^{-1}$

$$\mu_x = \frac{6 \text{ cm}}{30 \text{ s}} = 0,1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\sigma_m = 2,44 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_M = 3,42 \text{ cm}^2$$

$$\bar{v} = \frac{11,75 \pm 2,00}{0,2 \cdot 30} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,95 \pm 0,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



Příklad 6. Velikost síly F , kterou musíme působit na pružinu při rovnoměrném stlačování, je přímo úměrná zkrácení pružiny y . Vypočtete práci, kterou vykonáme při stlačení pružiny o délku y_m .

Řešení: Kdyby $F = \text{konst.}$, potom práce $W = F \cdot y_m$ a graficky je hledaná práce určena obsahem obdélníka $\sigma = \mu_x \cdot \mu_y \cdot y_m \cdot F$. Poněvadž $F = k \cdot y$, lze určit W metodou grafické integrace grafu funkce $F = k \cdot y$:

$$W = \frac{\sigma}{\mu_x \cdot \mu_y}.$$

V našem příkladu je určující obrazec trojúhelník ABC , a proto (obr. 9)

$$\sigma = \frac{k \cdot y_m \cdot y_m}{2} \cdot \mu_x \cdot \mu_y,$$

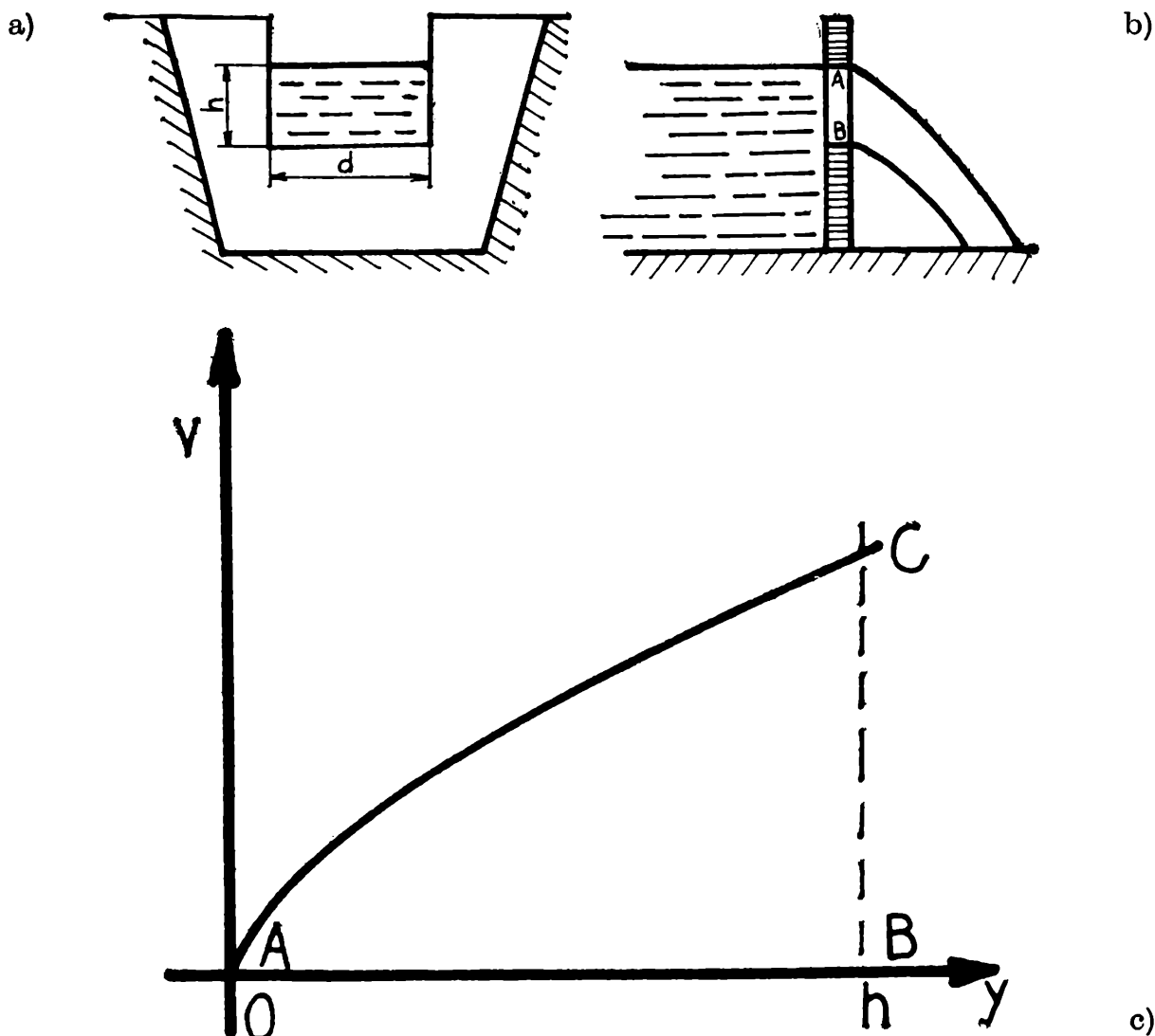
a odtud

$$W = \frac{1}{2} k \cdot y_m^2.$$

Příklad 7. Jez na vodním toku je možno zjednodušeně modelovat jako nádobu naplněnou ideální kapalinou do konstantní výšky ode dna, v jejíž boční stěně je obdélníkový otvor do úrovně hladiny kapaliny až do hloubky h . Vypočtete objemový tok Q_V kapaliny jezem. (obr. 10.)

Řešení. V hloubce y pod hladinou je výtoková rychlost kapaliny

$$v = \sqrt{2 \cdot y \cdot g}.$$



Obr. 10 a, b, c

Kdyby $v = \text{konst}$, potom Q_V je součin rychlosti v a průřezu otvoru jezu vyplněného kapalinou

$$Q_V = v \cdot h \cdot d.$$

Jelikož $v \neq \text{konst}$, je možno Q_V vyjádřit pomocí střední rychlosti v_s vzhledem k hloubce otvoru h

$$Q_V = v_s \cdot h \cdot d.$$

Součin $v_s \cdot h$ je obsah obdélníku stejného obsahu, jako je obsah obrazce ABC na obr. 10, který dovedeme určit grafickou integrací grafu funkce

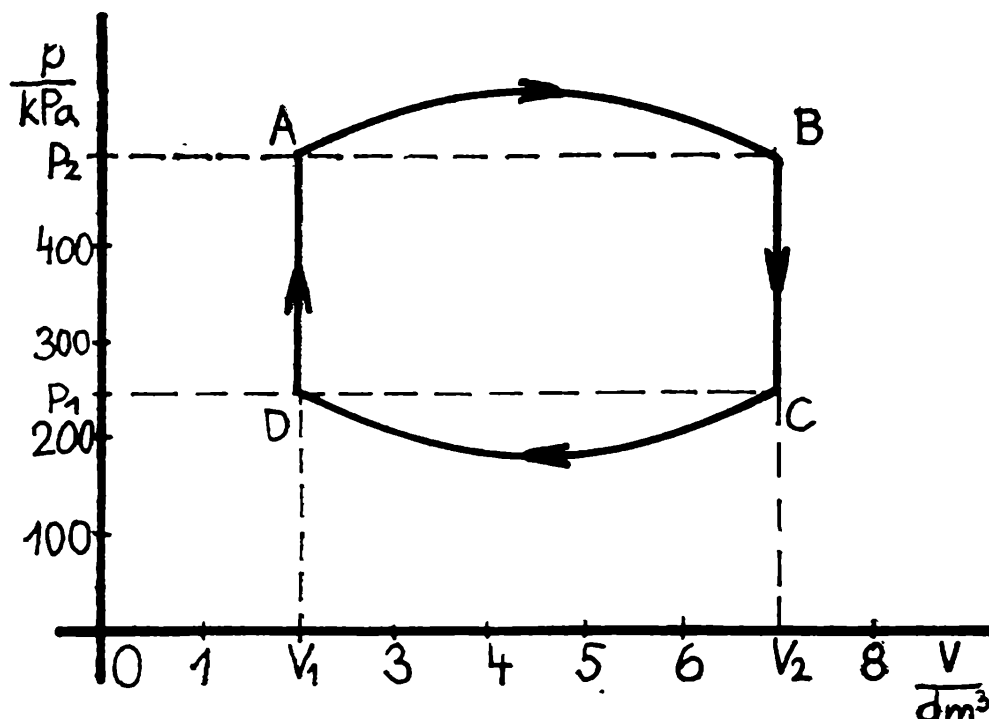
$$v = \sqrt{2 \cdot y \cdot g}.$$

Příklad 8. Určete práci, kterou vykonal plyn během cyklu $ABCD$ znázorněném na obr. 11. Určete chybu měření.

Řešení. Z učebnice fyziky pro 2. ročník gymnázia víme, že práce je dána vztahem

$$W = p \cdot \Delta V \text{ při } p = \text{konst.}$$

Obr. 11



Nejprve zjistíme práci W_1 , kterou vykonal plyn při ději AB . Rozdělíme interval $\langle V_1, V_2 \rangle$ na n dílů a nahradíme děj AB posloupností izobarických dějů. Postup je analogický k postupu, jaký jsme použili při vysvětlování grafické integrace. Odtud pro práci plynu při ději AB plyne

$$W_1 = \frac{\sigma_1}{\mu_x \cdot \mu_y},$$

přičemž σ_1 je obsah obrazce V_1V_2BA , μ_x, μ_y jsou moduly stupnic p, V . Práce, kterou plyn přijal při ději CD , je obdobně dána obsahem obrazce V_1V_2CD :

$$W_2 = \frac{\sigma_2}{\mu_x \cdot \mu_y}.$$

Lineární síť, např. z milimetrového papíru, překryjeme obrazec V_1V_2BA a zjistíme pro něj σ_{m1} a σ_{M1} . Totéž učiníme pro druhý obrazec V_1V_2CD : σ_{m2}, σ_{M2} .

Práce plynu při dějích BC, DA je nulová. Proto pro celkovou práci W platí

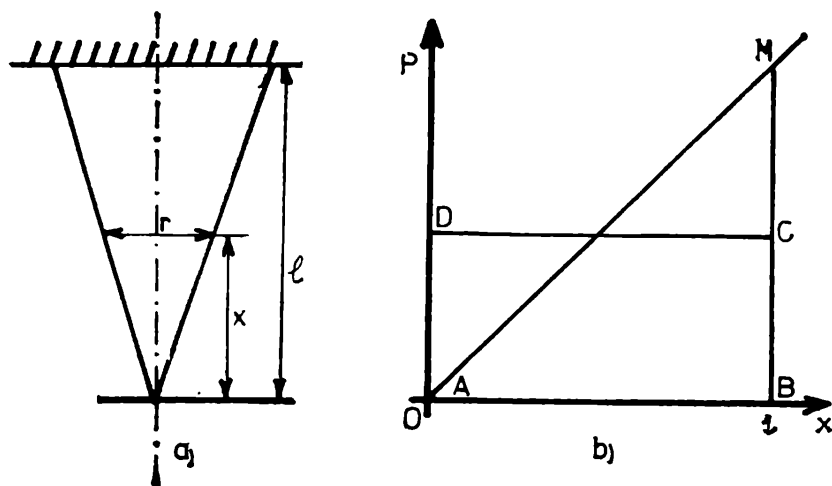
$$W = W_1 - W_2.$$

S použitím obsahů obrazců V_1V_2BA, V_1V_2CD

$$W = \frac{\sigma_{m2} - \sigma_{M1} + \sigma_{M2} - \sigma_{m1}}{2 \mu_x \cdot \mu_y} \pm \frac{\sigma_{M2} - \sigma_{m2} + \sigma_{M1} - \sigma_{m1}}{2 \mu_x \cdot \mu_y}.$$

Relativní chyba

$$p = \frac{\sigma_{M2} - \sigma_{m2} + \sigma_{M1} - \sigma_{m1}}{\sigma_{M2} + \sigma_{m2} - \sigma_{M1} - \sigma_{m1}}.$$



Obr. 12

Příklad 9. Určete celkové prodloužení kužele zavěšeného základnou na podložce způsobené tíhou působící na kužel.

Řešení: Na řez kuželem o poloměru r působí tíha zbývajících částí kuželu o výšce x :

$$G = \frac{1}{3} \rho \cdot x \cdot r^2 \cdot g$$

Normálové napětí v tomto řezu

$$p(x) = \frac{G}{r^2} = \frac{1}{3} \rho \cdot x \cdot g$$

Z Hookova zákona pro prodloužení kuželu plyne

$$\Delta l = l \cdot \frac{p}{E}.$$

Odtud pro náš kužel

$$\Delta l = \frac{1}{3E} \cdot l \cdot \rho \cdot g \cdot x.$$

Kdyby bylo $p(x) = \text{konst}$, potom Δl je určeno obsahem obrazce $ABCD$ na obr. 12. V našem příkladu je $p(x)$ přímo úměrné x a úlohu můžeme určit z obsahu trojúhelníka ABM na obr. 12:

$$\Delta l = \frac{1}{6E} l^2 g$$

5. Uplatnění grafického integrování

I když z matematického hlediska je možno použít pro grafické integrování graf každé funkce spojitě na uzavřeném intervalu, je třeba při řešení fyzikálních úloh používat této metody obezřetně. Vždy je třeba ověřovat, zda integrací funkce, jejíž graf použijeme, získáme veličinu požadovanou zadáním. Ošidlost zanedbání ověření fyzikálního smyslu výsledku integrace si ukážeme na následujícím příkladu.

Příklad 10. Vypočtete dobu, za kterou vyteče ideální kapalina o objemu

V_0 umístěná v nádobě o průřezu S_0 otvorem na dně nádoby, který má průřez S .

„Řešení“. Otvor ve dně nádoby je v hloubce h pod hladinou kapaliny, tj.

$$h = \frac{V_0}{S_0}.$$

Rychlost klesání hladiny v nádobě v a rychlost proudění kapaliny v otvoru v_2 splňují rovnici spojitosti toku, takže

$$S_0 \cdot v = S \cdot v_2,$$

odtud

$$v = \frac{S}{S_0} \cdot v_2.$$

Rychlost proudění kapaliny otvorem ve dně je dána vztahem

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot y},$$

kde y je výška hladiny kapaliny nad dnem nádoby. Pro v tedy platí

$$v = \frac{S}{S_0} \cdot \sqrt{2g \cdot y}.$$

Vidíme, že $v = f(y)$. Grafickou integrací této funkce získáme střední rychlost klesání hladiny při výtoku

$$v_s = \frac{2}{3} \sqrt{2 \cdot h \cdot g} \frac{S}{S_0}.$$

Při integraci jsme použili vztah pro výpočet obsahu parabolické úseče. Pro střední objemový tok průřezem nádoby platí

$$Q_{Vs} = S_0 \cdot v_s$$

a doba výtoku

$$t = \frac{V_0}{Q_{Vs}} = \frac{3 V_0}{2 \cdot S \sqrt{2h \cdot g}}$$

Správný výsledek však zní

$$t = \frac{2 V_0}{S \sqrt{2hg}}$$

Víte, kde vznikla chyba? Nesprávným použitím rychlosti v_s . Rychlost v_s jsme odvodili z grafu závislosti rychlosti v na poloze hladiny y . Průměrnou rychlost $\bar{v}$ však v našem příkladu potřebujeme znát vzhledem k době výtoku kapaliny, tedy ze závislosti rychlosti v na čase t , tedy z v - t diagramu.

6. Shrnutí

Naše metoda grafické integrace je upravenou verzí jedné z mnoha grafických metod integrace funkce. Má dva kroky:

1. Zjištění vztahu mezi hledanou veličinou (nebo její hodnotou) a grafem jisté funkce, kterou dovedeme vyjádřit.
2. Určení obsahu příslušného obrazce ve zvoleném grafu. Jestliže použijeme k určení obsahu některou z grafických metod, je výsledkem nepřesná hodnota fyz. veličiny.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Od Faradaye k Einsteinovi

JOSEF KOTYK, Pardubice

Roku 1687 — právě před 300 lety — uveřejnil *Isaac Newton* své nesmrtelné dílo *Philosophiae naturalis principia mathematica*, matematické základy teoretické fyziky. Od té doby bylo v nich a v našich představách o struktuře reality dosaženo největších změn hlavně zkoumáním magnetických a elektrických jevů, jež v minulém století konali *Michael Faraday* († 1867) a *James Clerk Maxwell* († 1879), a v našem století svou teorií relativity zobecnil geniální *Albert Einstein* (* 1879).

Základní pocit, jenž stojí u kolébky skutečné vědy, je podle Einsteina *tajemno*; to je zároveň nejkrásnější pocit, který můžeme prožívat. K nejsilnějším zážitkům z jeho dětství patřilo překvapení, jež si Einstein trvale zapamatoval. Přinesl mu je — kompas. Bylo mu pět let, když mu jej otec poprvé ukázal. Chlapec nevycházel z úžasu, když pozoroval, že magnetka kompasu se ustálí vždy ve stejném směru. „Tato příhoda měla na mne dlouhý a hluboký vliv“, doznává ve svých vzpomínkách 67letý Einstein¹⁾. „Člověk, který neumí žasnout, je prakticky mrtvý, je jako zhasnutá svíce. Hluboko pod vnějšími projevy musí být ještě něco skryto.“ Einstein, jeden z největších myslitelů všech dob, cítil proto po celý život povinnost odhalovat tajemství přírody.

Také *Faraday* prožíval již v dětství nejkrásnější pocity, jež vyplývají ze záhad přírodního dění. Záhadou bylo mu od mládí zejména magnetické pole. Směr jeho intenzity udávají silové čáry (siločáry). V bodech určité (vodorovné) roviny učiníme jejich průběh přístupným názoru známými pilinovými obrazci. Když mu otec, kovář, jednou slíbil předvést, co drobné pilinky z měkkého železa dovedou vykouzlit, nevycházel pětiletý chlapec z dychtivého očekávání. Na krátkou na pohled zcela obyčejnou

¹⁾ Z článků, jež k 90. výročí narození Alberta Einsteina, vědce a proroka, autor uveřejnil v ROZHLEDECH roč. 48, čísl. 3 a čísl. 7, cituji str. 143.

ocelovou tyčinku — ve skutečnosti však magnet — položil list silného bílého kartonu a posypal jej stejněměrně pilinkami; jestliže poklepl na karton, pilinky povyskočily a v kratičkém okamžiku, když byly ve vzduchu volně otáčivé, se postavily svými osami do určitého směru; tento směr zachovaly i při dopadu. Jednotlivé pilinky se potom družily k sobě tak, že vytvářely řetězce, jež názorně vyznačily magnetické pole a směr intenzity v kterémkoli jeho místě. Řadily se živě — jako na rozkaz — chlapcovo překvapení a úžas neznaly mezí. Otcův základní a neodolatelně přitažlivý experiment prováděl proto znovu a znovu sám; pečlivému pozorování pilinových obrazců věnoval se stále se zvláštní zálibou a zcela mimořádným zájmem. Sbíraje zkušenosti, rozšiřoval zároveň své poznání. Shledal např., že každým bodem prochází jen jedna siločára, že siločáry se nikde neprotínají, chovají se jako gumová vlákna projevující snahu podélně se zkrátit apod. Pro skromné prostředky chudé rodiny nemohl však dochodit ani základní školu a stal se knihařským učněm. Za noci pilně čítal knihy, které během dne vázal; fyzikou a chemií zabýval se dále rovněž soukromě.

Od roku 1813 působil Faraday již jako asistent *Davyho* v laboratoři *Royal Institution* v Londýně. Neuznávaje hypotézy o vzájemném působení dvou nehmotných magnetických fluid, kladného a záporného, *bezprostředně do dálky (action in distans)*, razil svými pokusy a bádáním cestu novému pojetí pojmu pole a své teorii, podle níž je celý prostor kolem magnetu trvale ve stavu napětí. Jakého rázu toto napětí je, ukazují pilinové obrazce: Prostředí, jímž siločáry procházejí, se chová jako pružné napjaté těleso, které se snaží ve směru k nim podélně zkrátit a v příčném směru rozšířit. Příčným tlakem vyložil Faraday také odpuzování sousedních siločar pole a souhlasných magnetických pólů, působením podélného tahu a příčného tlaku pak podstatu magnetického pole jako fyzikální substance. Magnetické pole je tedy sídlem statické magnetické energie. Rozšířením úvah v rovině do prostoru zanechal Faraday zároveň dosavadního předpokladu, že siločáry mají rozměr pouze délkový, že tedy určují toliko *směr* intenzity magnetického pole v kterémkoli jeho bodě. Podle Faradaye lze z nich vytvořiti útvary trojrozměrné, *silové trubice*, jimiž můžeme stanovit také *velikosti* intenzity pole.

Obdobná pozorování a úvahy konal Faraday také o *poli elektrickém* (elektrostatickém). Pokusy dokázal, že zeлектроvaná tělesa působí na sebe v různých prostředích nestejnou silou, že tedy při zjevech indukčních má prostředí důležitý význam. Každé izolující prostředí (dielektrikum) se skládá z nepatrných, od sebe izolovaně oddělených částic, které se indukcí stávají na obou koncích opačně elektrickými. Příčinou elektrostatického stavu je podle Faradayových názorů tato polarizace hmotných částic dielektrika (*dielektrická polarizace*). Polarizací vzniká napětí, které se v dielektriku šíří od částice k částici podél čar tzv. indukčních, jež ve vzduchu (přesněji ve vakuu) nazýváme opět silovými čarami

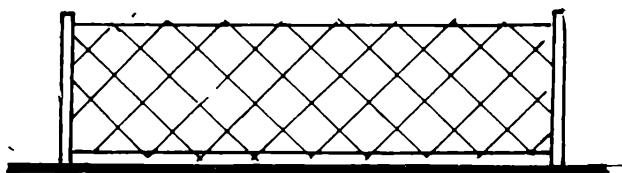
(siločarami). V nich se řadí v elektrickém poli osy jednotlivých částic tak, že se pól jedné připojuje k nesouhlasnému pólu druhé. Uvnitř izolátoru není proto elektrický účinek vůbec patrný, projevuje se pouze na hranici dielektrika, kde póly částic nejsou ničím neutralizovány a končí volně. Sídlem elektřiny je podle názorů Faradayových rozhraní dielektrik. Příčinu elektrického rozruchu v určitém místě musíme proto vždy hledat v tomto místě, a to ve změnách, jímž je dielektrikum podrobeno.

Roku 1831 provedl Faraday první úspěšný pokus s elektromagnetickou indukcí. Způsob, jímž užil své ideje siločar, aby vyložil jevy indukce, dokazuje, že byl badatelem „vysoké třídy“ — jedním z těch, „od něhož matematikové budoucnosti mohou načerpat cenné a plodné metody“, napsal *J. C. Maxwell*.²⁾ Také *Maxwell* a *Einstein* byli pro Faradayovu dobu takovými matematiky budoucnosti. Triumfem Faradayovy metody se stala Maxwellova předpověď existence elektromagnetických vln a jeho elektromagnetická teorie světla, v našem století pak Einsteinova teorie relativity. Avšak již ve Faradayově dynamické koncepci hmoty je atom spojen s jinými atomy prostřednictvím souboru siločar; právě v nich, v těchto čarách, spočívá jeho bytí. Byly tedy Faradayovy koncepce opravdu velkorysým programem adresovaným do budoucna.

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Havárie motocyklisty o drátěný plot

Motocyklista projel drátěným plotem, a to středem dílce mezi dvěma sloupky, k nimž byl horní vodící drát pletiva pevně připoután (obr. 1). Vodící drát se nárazem vychýlil a ocelové sloupky ohnul. Havárie se



Obr. 1

odehrála v noci, přesto byl motocyklista identifikován. Při řízení o náhradu škody na oplocení se motocyklista hájil tím, že sloupky musely být ohnuty již dříve, neboť on sám nemohl tak velkou sílu vyvinout, už proto, že jeho zranění bylo poměrně malé.

²⁾ Viz *B. G. Kuzněcov: EINSTEIN — život, smrt, nesmrtelnost* (vyd. Stát. pedagog. nakl. v Praze 1986). Cit. str. 302.

Zjistěte výpočtem, jak velikou tahovou silou působí síla prostřednictvím vodícího drátu na sloupek, je-li její velikost $A = 100 \text{ N}$ a úhel vychýlení vodícího drátu 5° , popř. 10° !

Emil Kašpar

Matematickým kutilům pod stromeček

JIRÍ MANN, Dvůr Králové n. L.

Několik úloh na rozloučenou s končícím rokem

$$3^2 + 3 \cdot 43 + 43^2 = \sqrt{1458^2 + 1242^2 + 529^2} = \\ = \sqrt{\frac{3^4 + 43^4 + 46^4}{2}} = \sqrt{\left(\frac{14\,303}{17} + \frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{30\,593}{17} + \frac{2}{5}\right)^2}$$

jejichž řešeními jsou převážně přirozená čísla.

1. $1987 = 1978 + 138 - 129$, $1987^2 = 1978^2 + 138^2 + 129^2$.

Najděte další letopočet z našeho čtvrtstoletí s takovými vlastnostmi.

2. Třetí mocnina přirozeného čísla končí skupinou cifer 1987; najděte ho.

3. Řešte algebrogram: $ABCD + KLM = 1987 \wedge ABCD - MKL = 365$.

4. Číslo 1987 rozdělte na takové dvě části, aby $1/3$ první části a $1/7$ druhé části měly součet 365.

5. Dělíme-li 1987 a 365 týmž číslem, jsou zbytky 9 a 21. Určete toho dělitele.

6. Součet 3., 7., 8., 13., 18., 20., a 21. členu neklesající aritmetické posloupnosti přirozených čísel je 1987. Určete posloupnost.

7. Napište co nejjednodušší algebraickou rovnici s celočíselnými koeficienty, jejíž jeden kořen je $\alpha) 19 - \sqrt{87}$, $\beta) \sqrt{19} + \sqrt{87}$

8. Při úpravě úměry se žák nechtělo počítat s „tak velkými“ čísly, proto od každého jejího členu totéž číslo odečetl a dostal zřejmě nesprávnou úměru $19 : 87 = 319 : 487$. Které číslo odečetl?

9. Určete nejmenší počty vypuklých mnohoúhelníků se součty počtů úhlopříček $\alpha) 19$, $\beta) 87$.

10. Řešte rovnici $\frac{1}{19} + \frac{1}{87} + \frac{1}{t} = \frac{1}{19 + 87 + t}$.

11. Řešte rovnici $19^e = 87^e$.

12. Nechť $10 \mid r^{19} - r^{87}$. Určete r .

13. Řešte soustavu rovnic $j^2 + k = 1987 \wedge j + k^2 = 19087$.

14. Řešte soustavu rovnic

$$\frac{b}{19} + \frac{d}{8} + \frac{f}{7} = 1987 \wedge \quad \frac{d}{19} + \frac{f}{8} + \frac{b}{7} = 2140 \wedge$$

$$\frac{f}{19} + \frac{b}{8} + \frac{d}{7} = 2352$$

Další tři soustavy rovnic jsou diofantovské.

$$15. h : i : s = 19 : 8 : 7 \wedge h + i - 2s + 19 \cdot 8 \cdot 7 = 1987$$

$$16. b : a : c : h = 1 : 9 : 8 : 7 \wedge b - 9a + 8c + 7h + 19 + 87 = 1987$$

$$17. (19c + 8e) : (7e + 19g) : (8g + 7c) = 19 : 8 : 7 \wedge 19c + 2e - 3g = 1987$$

18. Najděte nesoudělná čísla m, f vázaná vztahem

$$m : f = \left(1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots\right) : \left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots\right)$$

19. Kterým nejmenším číslem α) kladným, β) přirozeným je nutno vynásobit číslo 1987, aby součin končil skupinou cifer 1988?

20. Čísla 1987 a 1988 rozdělte vždy na dva sčítance. Prvá část čísla 1987 se má k první části čísla 1988 jako 7 : 8, zbylé části v poměru 3 : 2. Určete části.

A tak jsme se přiblížili k roku, jehož mírnou výjimečnost si přesvědčivě připomeneme rovnostmi:

$$14^\circ 142' = 6^\circ 61',$$

$$(14 \ 142)^\circ = (6 \cdot 61)^\circ$$

$$1988^\circ = 366^\circ$$

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. Máme kružnici a dvě různé barvy. Každý bod kružnice je obarven právě jednou z daných barev. Dokažte, že kružnici je možné vepsat rovnoramenný trojúhelník, jehož všechny tři vrcholy mají stejnou barvu.

Úloha 2. Mějme dvouciferné číslo A . K součtu jeho cifer přičtíme druhou mocninu tohoto součtu a dostaneme číslo A . Čemu je rovno A ?

Úloha 3. Alik, Borja, Víta a Gena šli sbírat hříby. Alik a Borja našli společně tolik hřibů, kolik našli společně Víta a Gena. Alik s Genou měli společně méně hřibů, než měli společně Borja s Víťou. Gena našel více hřibů než Víta. Sestavte pořadí jednotlivých chlapců podle počtu nalezených hřibů.

Úloha 4 (obtížnější). Turnaje se účastní $2m$ mužstev. V prvním kole se střetne m dvojic, ve druhém jiných m dvojic. Dokažte, že po těchto

dvou kolech je možno vybrat m mužstev tak, že žádná dvě z nich se spolu dosud nestřetla.

Úloha 5 (obtížnější). V rovině je dáno n vektorů jednotkové délky se společným počátkem O . Necht' pro nějaké přirozené číslo $k < n/2$ platí: pro libovolnou přímku procházející bodem O leží po každé její straně alespoň k vektorů. Potom délka součtu těchto n vektorů je menší nebo rovna než $n - 2k$. Dokažte!

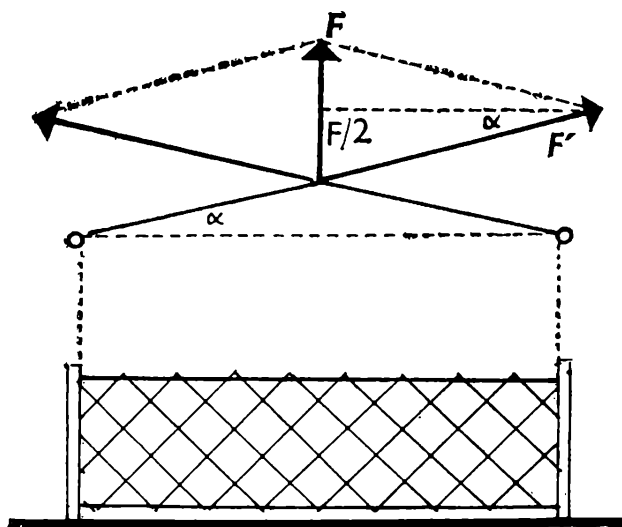
Úloha 6 (obtížnější). Máme 90 absolventů matematického gymnázia, z nichž každý má alespoň 10 přátel. Dokažte, že libovolný absolvent může pozvat na návštěvu tři jiné tak, že v této skupince absolventů má každý z nich alespoň dva přátele.

Tomáš Schütz

Řešení fyzikální úlohy ze str. 163

Z vektorového rovnoběžníku sil (obr. 2) plyne pro tahovou sílu F' vztah

$$F' = \frac{F}{2 \cdot \sin \alpha}.$$



Obr. 2

Odtud plyne, že síla velikosti $F = 100\text{ N}$, působící kolmo na střed vodičího drátu, vyvolá tahovou sílu 574 N při výchylce drátu 5° a 288 N při výchylce 10° . Síly působící kolmo ke směru sloupku na jeho horním konci způsobí snadno ohnutí při průměru sloupků cca 60 mm .

Řešení úloh minulého ročníku Rozhledů

Matematika

5. Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC , který není rovnoramenný; délky jeho odvěsen jsou $a = |BC|$, $b = |AC|$. Přímka p vedená vrcholem C protíná přeponu AB v jejím vnitřním bodu P . Sestrojte (eukleidovskou konstrukcí) přímku p tak, aby kružnice k_1 vepsaná trojúhelníku APC byla shodná s kružnicí k_2 vepsanou trojúhelníku BPC . (Došlo 7 řešení.)

Emil Kraemer

Upravené řešení Maria Drosce, 4 C GP. Horova, Michalovce:

Předpokládejme, že je úloha vyřešena. Průsečík O os úhlů BAC , ABC je středem kružnice vepsané trojúhelníku ABC . Protože kružnice k_1 je vepsána trojúhelníku APC , který je částí trojúhelníku ABC , leží střed S_1 kružnice k_1 mezi body A , O . Obdobně leží střed S_2 kružnice k_2 mezi body B , O (obr. 1). Shodné kružnice k_1 , k_2 se dotýkají přímky AB ; proto je $S_1S_2 \parallel AB$. Podle známé vlastnosti kružnice je polopřímka CS_1 osou úhlu ACP a polopřímka CS_2 je osou úhlu BCP ; zároveň je

$$|\sphericalangle ACS_1| + |\sphericalangle PCS_1| + |\sphericalangle PCS_2| + |\sphericalangle BCS_2| = 90^\circ \quad (1)$$

Je-li $|\sphericalangle ACS_1| = |\sphericalangle PCS_1| = \alpha$, $|\sphericalangle PCS_2| = |\sphericalangle BCS_2| = \beta$, je $2\alpha + 2\beta = 90^\circ$ čili $\alpha + \beta = 45^\circ$. Úhel S_1CS_2 je grafickým součtem úhlů PCS_1 , PCS_2 o velikostech α , β ; proto je

$$|\sphericalangle S_1CS_2| = 45^\circ$$

Z toho plyne, že bod C je bodem toho oblouku kružnice k , který je uvnitř poloroviny S_1S_2C množinou všech bodů, z nichž „je vidět“ úsečku S_1S_2 pod úhlem o velikosti 45° . Stejnolehlost se středem O , která převádí bod S_1 do bodu A , převádí bod S_2 do bodu B (neboť $AB \parallel S_1S_2$) a uvedený oblouk kružnice k převádí do oblouku kružnice k' , který je uvnitř poloroviny ABC množinou všech bodů, z nichž „je vidět“ úsečku AB pod úhlem o velikosti 45° . Bod C převádí tato stejnolehlost do průsečíku C' uvedeného oblouku kružnice k' s přímkou OC . Protože bod S_1 leží mezi body O , A , leží bod C mezi body O , C' .

Z provedeného rozboru plyne tato konstrukce hledané přímky p :

1. Sestrojíme oblouk kružnice k' , který je uvnitř poloroviny ABC množinou všech bodů, z nichž „je vidět“ úsečku AB pod úhlem o velikosti 45° .
2. Sestrojíme průsečík C' tohoto oblouku s přímkou OC .
3. Bodem C sestrojíme přímky $s_1 \parallel C'A$, $s_2 \parallel C'B$.
4. Sestrojíme po řadě

Proto také přímka CP je tečnou kružnice k_2 . Kružnice k_1, k_2 jsou po řadě vepsány trojúhelníkům ACP, BCP . Úloha má zřejmě právě jedno řešení.

Poznámka. Dva studující řešili úlohu výpočtem, jehož výsledek je

$$|CP| = \sqrt{\frac{ab}{2}} = \sqrt{a \frac{b}{2}}$$

Úsečku shodnou s úsečkou CP sestrojíme podle věty Eukleidovy. Kružnice, která má střed C a poloměr $r = |CP|$, protíná přímku AB ve dvou různých bodech, avšak jen jeden z nich je hledaný bod P .

6. Dokažte, že pro velikosti α, β, γ vnitřních úhlů libovolného trojúhelníku platí:

$$\begin{aligned} \cotg \frac{\alpha}{2} \cdot \cotg \frac{\beta}{2} + \cotg \frac{\beta}{2} \cotg \frac{\gamma}{2} + \cotg \frac{\gamma}{2} \cotg \frac{\alpha}{2} &\leq \\ &\leq \frac{8}{27} \left(\cotg \frac{\alpha}{2} \cdot \cotg \frac{\beta}{2} \cotg \frac{\gamma}{2} \right)^2 + 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Přitom rovnost nastává, právě když je trojúhelník rovnostranný. (Došlo 11 řešení.)

Dmitrij P. Mavlo, Moskva

Většina úspěšných řešitelů užila vzorců (2). Pro otištění jsme vybrali řešení, které bylo nejstručnější. Autorem je *Radomír Měch* ze třídy 3. *D G Mikuláše Koperníka v Bílovci*.

V trojúhelníku při obvyklém značení stran a úhlů platí:

$$\begin{aligned} \tg \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}, \quad \tg \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}} \\ \tg \frac{\gamma}{2} &= \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}, \end{aligned} \quad (2)$$

kde $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

Dokazovanou nerovnost (1) upravíme užitím těchto vzorců na tvar

$$\frac{s}{s-c} + \frac{s}{s-b} + \frac{s}{s-a} \leq \frac{8}{27} \frac{s^3}{(s-a)(s-b)(s-c)} + 1,$$

odkud po odstranění zlomků a po běžných úpravách dostaneme

$$abc \leq \frac{(a+b+c)^3}{27}. \quad (3)$$

Poslední vztah (3) platí, neboť je ekvivalentní s nerovností mezi aritmetickým a geometrickým průměrem nezáporných čísel a, b, c , jež zní

$$\sqrt[3]{abc} \leq \frac{a+b+c}{3}.$$

Při úpravě dokazované nerovnosti (1) jsme používali jen ekvivalentní úpravy, a proto z nerovnosti (3) plyne i nerovnost (1). V nerovnosti (3) rovnost nastane, právě když $a = b = c$.

Závěr: Dokazovaná nerovnost (1) platí a rovnost v ní nastává, právě když jde o rovnostranný trojúhelník.

Zcela jiného postupu ve svém řešení užil *A. Kuzmin* z Moskvy. Uvádíme jeho upravené řešení.

Nejprve dokážeme, že pro úhly α, β, γ každého trojúhelníku platí

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1. \quad (4)$$

K důkazu by bylo možno užít vzorců (2). Můžeme však postupovat i jinak.

Zřejmě platí
$$\cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} \right) = 0.$$

Odtud plyne

$$\begin{aligned} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} - \\ - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} = 0. \end{aligned}$$

Vydělením této rovnosti výrazem $\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$ dostaneme rovnost (4).

Položíme

$$T_1 = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}, \quad T_2 = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}, \quad T_3 = \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Rovnost (4) tak dostane tvar

$$T_1 + T_2 + T_3 = 1 \quad (5)$$

a dokazovaná nerovnost (1) tvar

$$T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1 \leq \frac{8}{27} + T_1 T_2 T_3. \quad (6)$$

Její důkaz je celkem snadný. Podle rovnosti (5) platí

$$T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1 - T_1 T_2 T_3 = (1 - T_1)(1 - T_2)(1 - T_3).$$

Pro každé $i = 1, 2, 3$ je $1 - T_i > 0$, takže podle nerovnosti mezi aritmetickým a geometrickým průměrem a z rovnosti (5) plyne

$$(1 - T_1)(1 - T_2)(1 - T_3) \leq \left(\frac{1 - T_1 + 1 - T_2 + 1 - T_3}{3} \right)^3 = \frac{8}{27}$$

Tím je nerovnost (6), a tedy také nerovnost (1) dokázána.

Fyzika

1. Rychlost střely se může změřit balistickým kyvadlem (kyvadlem s dlouhou dobou kyvu). Metoda spočívá v tom, že střelu, jejíž rychlost chceme změřit, vstřelíme do tělesa kyvadla (bedna s pískem, dřevěný blok). Těleso kyvadla volíme takové, aby v něm střela uvízla a délku závěsu takovou, aby doba kyvu kyvadla byla podstatně delší než doba pohybu střely v tělese kyvadla. — Vypočítejte rychlost v střely, pokládáte-li kyvadlo za matematické kyvadlo délky l a znáte-li hmotnost M kyvadla, hmotnost m střely a maximální úhel α_0 vychýlení kyvadla po vniknutí střely do tělesa kyvadla. Před vniknutím střely do tělesa kyvadla bylo toto kyvadlo v rovnovážné poloze a v klidu. (Došlo 21 řešení.)

Eva Havráňková

Řešení Ildikó Vázsonyiové, 4A G mad. Komárno:

Potom čo strela vnikne do kyvadla, bude sa pohybovať spolu s kyvadlom s rýchlosťou v' . Podľa zákona zachovania hybnosti môžeme napísať

$$mv = (m + M) v' \quad (1)$$

Kyvadlo získa kinetickú energiu od strely rovnajúcu sa

$$W_k = \frac{1}{2} (m + M) v'^2 \quad (2)$$

Kyvadlo sa vychýli do výšky h , teda získa potenciálnu energiu

$$W_p = (M + m) gh. \quad (3)$$

V momente maximálneho vychýlenia jeho kinetická energia bude nulová a výšku h môžeme určiť podľa obr. 1. takto:

$$h = l - d = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha), \quad (4)$$

Z rovníc (1), (2), (3) a (4) pre pôvodnú rýchlosť strely dostávame

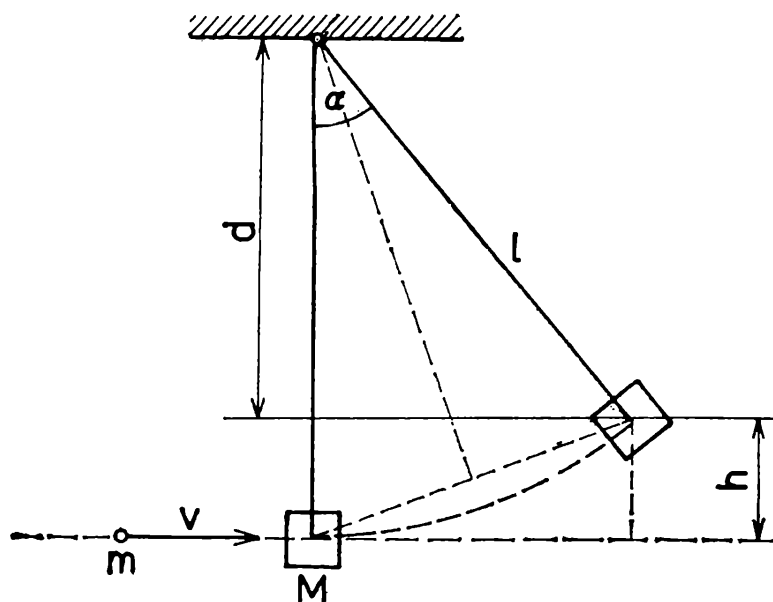
$$v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$$

2. Hmotný bod o hmotnosti $m = 2,4$ kg se může bez tření pohybovat podél osy x . V bodě $x = 0$ byl hmotný bod v klidu. Působením síly $F = (2 + 6x)$ N (x je v metrech) byl uveden do pohybu. Vypočtete rychlost v_6 a zrychlení a_6 hmotného bodu v místě $x = 6$ m. (Došlo 20 řešení.)

Eva Havráňková

Řešení Ildikó Vázsonyiové, 4 A G mad. Komárno:

Pôsobením sily F získa hmotný bod kinetickú energiu W_k . Táto kinetická energia sa rovná práci vykonanej silou F po dráhe $x = 6$ m. Veľkosť tejto práce udáva obsah obrazca pod krivkou $F = (2 + 6x)$ N v intervale od 0 do 6, t.j.



Obr. 1

$$W = \int_0^6 (2 + 6x) dx = \left[2x + 3x^2 \right]_0^6 = 120 \text{ J}.$$

Táto práca je zhodná s kinetickou energiou

$$W_k = \frac{1}{2} mv_6^2 = 120 \text{ J}$$

Rýchlosť v_6 hmotného bodu je

$$v_6 = \sqrt{\frac{2 \cdot 120 \text{ J}}{m}} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Podľa zákona sily je zrýchlenie hmotného bodu v mieste $x = 6 \text{ m}$

$$a_6 = \frac{F_6}{m},$$

pritom
Teda

$$F_6 = (2 + 6 \cdot 6) \text{ N} = 38 \text{ N}$$

$$a_6 = 15,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Poznámka autorky úlohy. Rychlost v_6 hmotného bodu v místě $x = 6 \text{ m}$ můžeme vypočítat ze zákona zachování energie takto: Součet potenciální a kinetické energie hmotného bodu v místě $x = 0$ se rovná součtu jeho potenciální a kinetické energie v místě $x = 6 \text{ m}$. Potenciální energii hmotného bodu o hmotnosti m v poli síly $F = 2 + 6x$ získáme úvahou, kterou nyní provedeme. Tuto sílu si můžeme představit vyjádřenou obecně $F = ma_0 + kx$, kde $a_0 = 2 \text{ N}$ a $k = 6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Hmotný bod o hmotnosti $m = 2,4 \text{ kg}$ se tedy pohybuje v silovém poli dvou sil:

- a) V konstantním silovém poli se zrychlením $a_0 = \frac{2}{2,4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;

b) v poli síly, jejíž velikost lineárně vzrůstá se vzdáleností od bodu $x = 0$ s konstantou úměrnosti $k = 6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ a má směr v kladném směru osy x (je obdobná síle pružiny, ale má opačný směr).

Část potenciální energie, která pochází od konstatního silového pole, je rovna $-ma_0x + \text{konst}$ (analogie s potenciální energií v homogenním gravitačním poli). Druhá část potenciální energie, která pochází od silového pole kx ($k > 0$), je rovna $-kx^2/2 + \text{konst}$ (analogie s potenciální energií hmotného bodu na pružině, ale pozor na znaménko).

Můžeme tedy napsat zákon zachování energie. V místě $x = 0$ je $W_{kin} = 0$ a $W_{pot} = 0$ (konstanty volíme rovné nule), v místě x je

$$W_{kin} = \frac{mv^2}{2}, \quad W_{pot} = -ma_0x - \frac{kx^2}{2}.$$

Platí tedy
$$\frac{mv^2}{2} - ma_0x - \frac{kx^2}{2} = 0$$

a pro rychlost dostaneme
$$v^2 = 2a_0x + \frac{kx^2}{m}.$$

Dosadíme-li $x = 6 \text{ m}$, $a_0 = \frac{2}{2,4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $k = 6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $m = 2,4 \text{ kg}$, dostaneme $v_6 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

OLYMPIÁDY A SOČ

Celostátní kolo kategorie A 36. ročníku matematické olympiády

Doc. dr. LEO BOČEK, CSc., UK Praha

Závěrečné kolo kategorie A matematické olympiády ve šk. roce 1986/87 se konalo začátkem května v Ústí n. L. Zúčastnilo se ho 82 žáků z 38 gymnázií, dva další z pozvaných žáků se nedostavili. Seznámíme vás nejdříve s texty úloh, které soutěžící ve dvou dnech řešili.

1. Daný lichoběžník rozdělte na dva tětiové čtyřúhelníky, jejichž opsané kružnice mají stejný poloměr. Udejte podmínky řešitelnosti.
2. Dokažte, že rovnice $xyz = p^n(x + y + z)$, kde $p > 3$ je prvočíslo a n liché přirozené číslo, má v oboru celých kladných čísel aspoň

3($n + 1$) různých řešení. (Řešení, která se liší jen pořadím, nepovažujeme za různá).

3. Zobrazení f množiny všech kladných reálných čísel do sebe splňuje pro každá dvě kladná čísla x, y rovnost

$$f(xf(y)) + f(yf(x)) = 2xy.$$

Dokažte, že $f(x) = x$ pro každé kladné x .

4. Je dáno přirozené číslo $n \geq 3$ a přirozená čísla $x_1, x_2, \dots, x_n$ taková, že $x_1 < x_2 < \dots < x_n < 2x_1$. Je-li p prvočíslo a r přirozené číslo takové, že p^r dělí součin $x_1 x_2 \dots x_n$, pak platí $x_1 x_2 \dots x_n / p^r > n!$. Dokažte.

5. V tabulce 3×11 je na začátku prvního řádku a na konci druhého řádku napsána nula. Určete nejmenší číslo a , pro které je možno tabulku vyplnit nezápornými reálnými čísly tak, aby současně platilo:

- a) součet čísel v každém sloupci je 1;
- b) součet každý dvou sousedních čísel v 1. a 2. řádku je nejvýše 1;
- c) součet každých dvou sousedních čísel ve 3. řádku je nejvýše a .

6. Jsou dány tři rovnoběžné přímky AA', BB', CC' , které neleží v jedné rovině. Je-li U průsečík rovin $A'BC, AB'C, ABC'$ a V průsečík rovin $AB'C', A'BC', A'B'C$, pak je přímka UV rovnoběžná s AA' . Dokažte.

Jistě si nejdříve zkusíte úlohy vyřešit sami. Soutěžící na to měli 8 hodin, vy máte času více. Za dva roky si budete moci porovnat svá řešení s řešeními, která budou uvedena v 36. ročence matematické olympiády. Zatím vám prozradíme výsledek 5. úlohy: $a = 1/6$. A také vás seznámíme s výsledky celostátního kola:

Vítězové:

1. Pavol Gvozďjak, 3. roč., Bratislava, G A. Markuša
2. Vladan Majerech, 4. roč., Pardubice
3. Roman Soták, 4. roč., Košice, Šmeralova
4. Petr Čížek, 2. roč., Praha, G. W. Piecka
5. Robert Babilon, 4. roč., Bílovec
- 6.—7. Stanislav Krajčí, 3. roč., Košice, Šmeralova
Marian Lukáč, 4. roč., Bánovce n. B.
- 8.—10. Peter Klein, 4. roč., Bratislava, G A. Markuša
Ilja Martišovitš, 2. roč., Bratislava, G J. Hronca
Tomáš Trégl, 4. roč., Praha, G W. Piecka
11. Marcel Polakovič, 4. roč., Bratislava, G A. Markuša
12. Anton Belan, 4. roč., Bratislava, G A. Markuša
13. Stanislav Januschke, 2. roč., Bratislava, G J. Hronca
- 14.—15. František Komora, 3. roč., Bratislava, G A. Markuša
Radomír Měch, 3. roč., Bílovec
- 16.—17. Petr Fencel, 4. roč., Pardubice
Pavol Kolník, 4. roč., Nové Mesto n. V.

Další úspěšní řešitelé budou uvedeni v čísle 5.

Kalendár M - F: december 1987

1. XII. 1792 sa v Nižnom Novgorode narodil *Nikolaj Ivanovič Lobačevskij*, ruský matematik. Pracoval v oblasti teórie trigonometrických radov, matematickej analýzy, algebry a približného riešenia algebraických rovníc. Položil základy neeuklidovskej geometrie.
1. XII. 1947 zomrel *Godfrey Harold Hardy*, anglický matematik. Zaoberal sa problémami matematickej analýzy a jej uplatnením v teórii čísel. Podnetné výsledky dosiahol v teórii Fourierových radov a pri riešení integrálnych rovníc. Spolupracoval s významnými matematikmi (Littlewood, Ramanujan).
3. XII. 1647 v Bologni zomrel *Francesco Bonaventura Cavalieri*, taliansky matematik. Rozvinul myšlienky, ktoré viedli ku vzniku diferenciálneho počtu. Vyslovil aj dnešný Cavalieriho princíp.
4. XII. 1852 sa v Petrohrade narodil *Orest Danilovič Chvolson*, sovietsky fyzik. Vedecké práce v elektrofyzike a teórii vyžarovania Slnka. Napísal známy „Kurz fyziky“ a veľa dobrých populárnovedeckých publikácií.
11. XII. 1882 sa vo Vratislavi narodil *Max Born*, nemecký fyzik. Základné vedecké práce sú z teórie štruktúry atómu, teórie relativity a kvantovej fyziky. Za štatistickú interpretáciu vlnovej funkcie a výskumy v kvantovej mechanike získal roku 1954 Nobelovu cenu, spolu s W. Bothem.
14. XII. 1557 v Benátkach zomrel *Niccolo Tartaglia*, taliansky matematik. Zaoberal sa matematikou, mechanikou, topografiou a balistikou. Samostatne našiel roku 1535 riešenie kubickej rovnice.
14. XII. 1922 sa vo Voroneži narodil *Nikolaj Gennadejevič Basov*, sovietsky fyzik. Patrí k zakladateľom kvantovej elektroniky. Za práce, ktoré viedli ku konštrukcii kvantových generátorov, masera a lasera, získal spolu s M. A. Prochorovom a Ch. H. Townesom Nobelovu cenu za fyziku v roku 1964.
15. XII. 1802 sa v Kluži narodil *Janos Bolyai*, maďarský matematik. Už pred rokom 1825 budoval geometriu bez axiómy o rovnobežkách, tzv. absolútnu geometriu. Prácu o neeuklidovskej geometrii publikoval až roku 1832.
15. XII. 1852 sa v Paríži narodil *Henri André Becquerel*, francúzsky fyzik. Zaoberal sa fyzikálnou optikou, fosforescenciou a luminiscenciou. Objavil prirodzenú rádioaktivitu. Nobelovu cenu získal spolu s P. Curiem a M. Curie-Sklodowskou v roku 1903.

17. XII. 1797 sa narodil *Joseph Henry*, americký fyzik. Skúmal elektromagnetické vlastnosti, objavil samoindukciu. Jeho menom je nazvaná jednotka indukčnosti — henry.
17. XII. 1907 v Netherhalle zomrel *William Thomson, lord Kelvin*, škótsky fyzik. Významne prispel do teórie termoelektrických javov, hydrodynamiky, mechaniky i geofyziky. Formuloval druhú termodynamickú vetu, zaviedol novú stupnicu teplôt a pojem absolútnej teplotnej nuly. Rozvinul výpočtové metódy elektrodynamiky, objavil tepelný efekt v elektrickom vodiči.
19. XII. 1852 sa v Strelne (Poľsko) narodil *Albert Abraham Michelson*, americký fyzik nemeckého pôvodu. Vynikol vo fyzikálnej optike. Zostrojil interferometer, skúmal štruktúru spektrálnych čiar. Zistil experimentálne, že svetlo sa šíri všetkými smermi stálou nemennou rýchlosťou, nezávisle na pohybu jeho zdroja.
22. XII. 1867 v Paríži zomrel *Jean Victor Poncelet*, francúzsky matematik a technik. Patrí k zakladateľom projektívnej geometrie a dynamiky strojov. Spolu s Coriolisom zaviedli do mechaniky pojem práce.
22. XII. 1887 sa v Irode narodil *Srinivasa Ramanujan*, indický matematik. Mal zvláštny spôsob matematického myslenia. Dosiahol hlboké výsledky v analytickej teórii čísel.
22. XII. 1897 sa v Prahe narodil *Vojtěch Jarník*, český matematik. Publikoval rad pôvodných výsledkov v teórii čísel a v oblasti reálnych funkcií. Autor vysokoškolských učebníc z diferenciálneho a integrálneho počtu.
24. XII. 1822 sa v Dieuze narodil *Charles Hermite*, francúzsky matematik. Významné výsledky dosiahol v teórii eliptických funkcií, teórii čísel, teórii invariantov. Prvý dokázal transcendentnosť čísla e .
25. XII. 1942 v Zürichu zomrel *Aurel Stodola*, slovenský fyzik a technik. Dosiahol významné výsledky v termodynamike, teórii a stavbe parných a plynových turbín.
26. XII. 1792 sa v Teignmouthe narodil *Charles Babbage*, anglický matematik a mechanik. Postavil stroj na tabelovanie hodnôt funkcií, navrhol projekt samočinného počítača.
28. XII. 1882 sa v Kendale narodil *Arthur Stanley Eddington*, anglický fyzik a astronóm. Základné práce o vnútornej stavbe hviezd, medihviezdnej hmote, teórii relativity.

dj

Pokyny pro autory článků v Rozhledech naleznete ve 2. čísle tohoto ročníku časopisu.

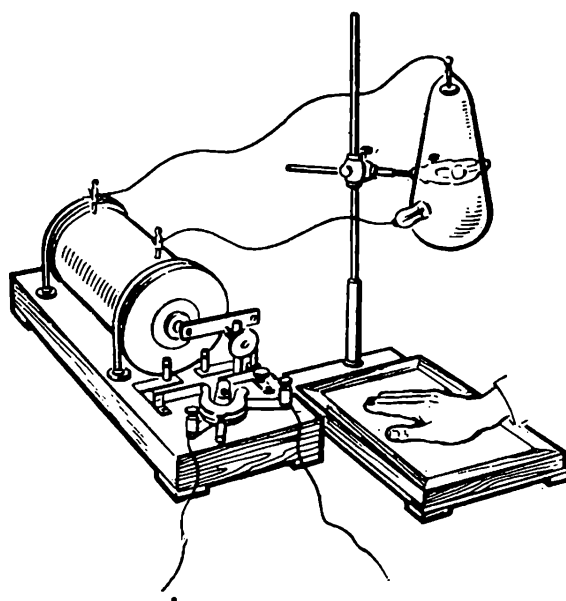
Röntgenova trubice

První Nobelovu cenu za fyziku dostal německý profesor *Wilhelm Conrad Röntgen* (27. 3. 1845 až 10. 2. 1923), a to za objev elektromagnetického záření, které má stokrát až tisíckrát kratší vlnovou délku než světlo. Jak je všeobecně známo, toto záření bylo nazváno jeho jménem, slovem rentgen dnes označujeme přístroj, který je využívá k lékařským účelům.

Profesor Röntgen učinil svůj objev večer dne 28. prosince 1895 na katedře fyziky ve Würzburgu. Pečlivě se uzamkl před svými asistenty a zkoumal, zda snad katodové paprsky (proud elektronů) nevyvolávají luminiscenci látek, na něž dopadnou. Přitom si mimoděk všiml, že z míst na stěně trubice, kam katodové paprsky dopadnou, vychází nové záření. Toto neznámé „záření X“ vyvolávalo fluorescenci (čili viditelné záření) na stínítku pokrytém kyanidem platnatobarnatým, navíc pronikalo látkami tím snadněji, z čím lehčích atomů byly složeny.

Náš obrázek ukazuje, jak Röntgen načrtl uspořádání svého prvního pokusu, k němuž použil katodovou trubici, Ruhmkorffův transformátor a přerušovač. Ve své

zprávě uvedl, že pomocí záření X lze pozorovat předměty ukryté v taškách i kosti a orgány v těle.



(Škodlivost dlouhodobějšího ozáření organismu paprsky X byla ovšem zjištěna až později.)

Dodejme ještě, že při tehdejší řevnivosti německých a francouzských vědců byl Röntgenův objev silným impulsem pro *H. Becquerela*, aby studoval záření solí uranu, jejichž krystaly měl ve staré rodinné sbírce. Toto úsilí přineslo pak francouzské vědě prvenství v objevu přirozené radioaktivity v témž desetiletí.

Vladimír Malíšek

Řekli, napsali...

Nejlepší knihy jsou ty, o nichž čtenář myslí, že by je byl mohl sám napsat.

Blaise Pascal (1623 — 1662)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kovpakova 26, 160 00 Praha 6, Jazyková úprava doc. dr. Marie Valešová. CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1987.

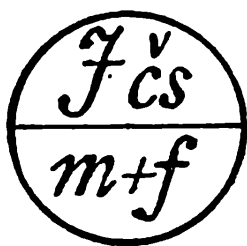
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

(5)

ROČNÍK 66, 1987/88
LEDEN

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO - FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY

matematicko - fyzikální

**Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu**

VEDOUCÍ REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaros-
lav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

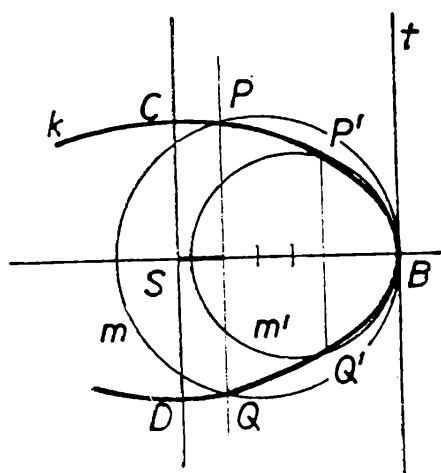
Emil Kraemer: Oskulační kružnice ve vrcholu kuželosečky	177
Marián Trankler: O jednej dôkazovej úlohe	183
Edita Kopincová: Algebraické konstrukce rovinných útvarů	184
Luděk Granát: Počítačová grafika – zobrazování úsečky	190
Zdeněk Ungermann: Druhá impulsová věta a zákon zachování momentu hybnosti	197
Jana Jedličková: Historie izoperimetrické úlohy	205
Jiří Mída: Zakladatel české elektrotech- niky	208
Emil Kašpar: Dvě fyzikální úlohy	209
Jarmila Pěnčíková: Magické obrazce	210
Jiří Mann: Matematickým kutilům pod stromeček – řešení	211
Naše soutěž	212
Leo Boček: Celostátní kolo kategorie A 36. roč. MO	215
dj: Kalendář M–F	217
Jaroslav Šedivý: Matematika znovu na obrazovce	218
Z nových knih	219
Jiří Mída: Zánik románového cirkusu Humberto	220
Vladmír Malíšek: Descartova Principia philosophiae 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních termínů (89–92) příloha	

Oskulační kružnice ve vrcholu kuželosečky

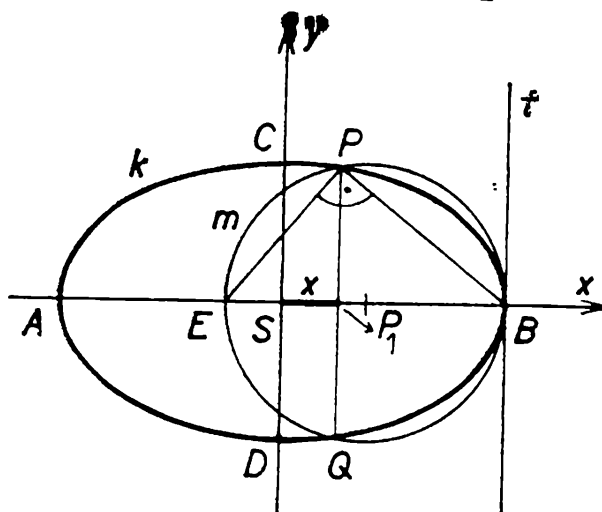
Prof. EMIL KRAEMER, UK Praha

Ve třetím čísle minulého ročníku Rozhledů (1986 – 1987) byla v článku *Ovál a elipsa* na str. 112 popsána bez odůvodnění konstrukce oskulační kružnice ve vrcholu elipsy. Ukážeme názorné odůvodnění této konstrukce a obdobně odvodíme konstrukci oskulační kružnice ve vrcholu hyperboly a ve vrcholu paraboly.

Na obr. 1 je narysována část elipsy k , která má střed S , hlavní osu AB a vedlejší osu CD . Zvolme uvnitř pravého úhlu BSC na elipse k bod



Obr. 1



Obr. 2

P a sestrojme kružnici m tak, aby procházela body B, P a měla v bodu B společnou tečnu t s elipsou k . Střed kružnice m je vnitřní bod polopřímky BS . Na obr. 1 je ještě narysována kružnice m' , která prochází také bodem B , má v něm tečnu t , ale prochází bodem P' , který leží uvnitř menšího oblouku PB elipsy k . Pohybuje-li se zvolený bod P po elipse k tak, že se stále více blíží k vrcholu B elipsy k , zmenšuje se kružnice m (viz kružnici m') a v blízkosti bodu B se tato kružnice stále méně liší od oblouku elipsy k , který prochází bodem B . Při sestrojování oskulační kružnice ve vrcholu B elipsy k jde tedy o nalezení limitní polohy kružnice m pro případ, kdy se bod P po elipse k neomezeně blíží k jejímu vrcholu B .

Poloosy elipsy k jsou $a = |SA|$, $b = |SC|$, $a > b$; poloměr kružnice m budiž r . Přímka AB je průměrem kružnice m , kterou protíná v bodech

B, E (obr. 2). Ze souměrnosti křivek k, m podle přímky AB plyne, že tyto křivky mají ještě společný bod Q , který je k bodu P souměrně sdružen podle přímky AB . Z volby bodu P uvnitř úhlu BSC plyne, že průsečík P_1 přímek $AB, PQ \perp AB$ leží mezi body S, B ; proto číslo $x = |SP_1|$ náleží intervalu $(0, a)$. Z toho plyne, že je

$$|BP_1| = a - x, |EP_1| = 2r - (a - x).$$

Podle Thaletovy věty je úhel BPE pravý. Podle Eukleidovy věty o výšce užitá na trojúhelník BPE je

$$|P_1P|^2 = |EP_1| \cdot |BP_1| = [2r - (a - x)] \cdot (a - x). \quad (1)$$

Zvolme kartézskou soustavu souřadnic tak, aby její první osa splývala s přímkou AB a její počátek byl ve středu S elipsy k . Bod P náležející elipse k má potom souřadnice $x = |SP_1|, y = |P_1P|$. Z analytické geometrie víme, že pro čísla x, y platí rovnice

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2,$$

z níž plyne, že je

$$|P_1P|^2 = y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2).$$

Z toho a z rovnosti (1) plyne tato rovnost:

$$[2r - (a - x)] \cdot (a - x) = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2)$$

Protože je $0 < x < a$, můžeme poslední rovnost dělit číslem $a - x$. Tak dostaneme rovnost

$$2r = \frac{b^2}{a^2} (a + x) + (a - x). \quad (2)$$

Z obr. 1, 2 je patrné, že body P, Q se budou po elipse k blížit k bodu B , právě když se jejich společná první souřadnice x bude blížit první souřadnici a bodu B . Pravá strana rovnosti (2) je v intervalu $(-\infty, +\infty)$ spojitou funkcí proměnné x . Proto limita této funkce pro $x \rightarrow a$ je rovna hodnotě této funkce v bodě $x = a$. Je tedy rovna číslu

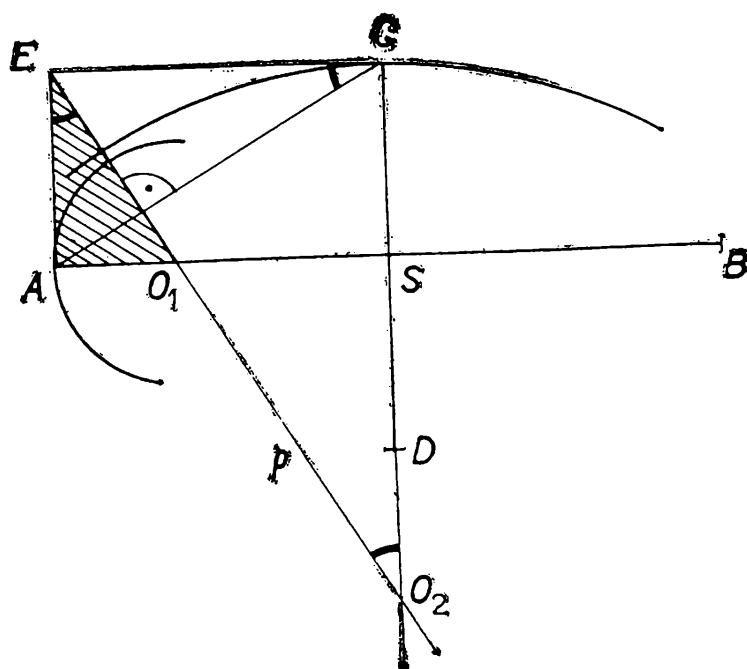
$$\frac{b^2}{a^2} \cdot 2a = 2 \frac{b^2}{a}.$$

Limitní kružnice m má tedy poloměr

$$\rho_1 = \frac{b^2}{a} < b. \quad (3)$$

Obdobně dospějeme k oskulační kružnici ve vrcholu C vedlejší osy elipsy k . Rozdíl je jen v tom, že uijeme rovnost

$$x^2 = \frac{a^2}{b^2} (b^2 - y^2)$$



Obr. 3

a počítáme limitu (pro $y \rightarrow b$) výrazu

$$\frac{a^2}{b^2} (b + y) + (b - y).$$

Tak zjistíme, že hledaná oskulační kružnice má poloměr

$$\rho_2 = \frac{a^2}{b} > a. \quad (4)$$

Pro elipsu k , která má hlavní osu AB a vedlejší osu CD , provedme nyní tuto *konstrukci* (obr. 3):

1. Sestrojíme vrchol E obdélníku $ASCE$. 2. Bodem E vedme kolmici p k přímce AC . 3. Sestrojíme po řadě průsečíky O_1, O_2 přímky p s přímkami AB, CD .

Potom bod O_1 je středem oskulační kružnice elipsy k v jejím vrcholu A a bod O_2 je středem oskulační kružnice téže elipsy ve vrcholu C .
Důkaz:

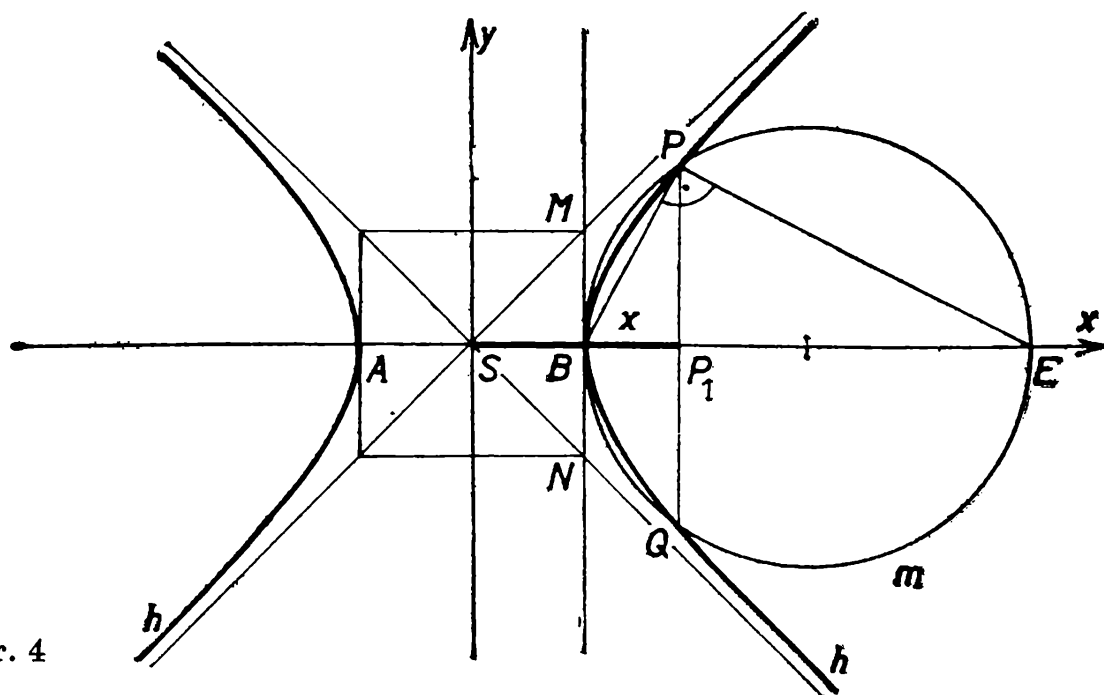
Z konstrukce plyne, že body O_1, O_2 existují a leží uvnitř poloroviny AES . Ostré úhly AEO_1, ECA mají ramena vzájemně kolmá; proto jsou shodné. Kromě toho jsou úhly EAO_1, CEA pravé. Proto je $\triangle AEO_1 \sim \triangle ECA$ (uu), takže je

$$\begin{aligned} |AO_1| : |EA| &= |EA| : |CE| \\ |EA|^2 &= |AO_1| \cdot |CE|. \end{aligned}$$

Protože $|CE| = a$, $|EA| = b$ jsou poloosy elipsy k , plyne z předešlé rovnosti, že je

$$|AO_1| = \frac{b^2}{a}.$$

Obr. 4



Z toho podle rovnosti (3) plyne, že je $|AO_1| = \rho_1$. Obdobně z podobnosti trojúhelníků CEO_2 , EAC a z rovnosti (4) plyne, že je

$$|CO_2| = \frac{a^2}{b} = \rho_2.$$

Nechť hyperbola h o středu S má hlavní osu AB . Potom tečna t hyperboly h sestrojená ve vrcholu B protíná asymptoty hyperboly h v bodech M , N (obr. 4). Na větvi hyperboly h procházející vrcholem B zvolme bod $P \neq B$ a sestrojme kružnici m , která prochází body B , P a má v bodě B tečnu $t = BM$. Pohybuje-li se bod P po hyperbole h tak, že se stále blíží k vrcholu B , zmenšuje se kružnice m a v blízkosti bodu B se tato kružnice stále méně liší od oblouku hyperboly h , který prochází vrcholem B . Při sestrojení oskulační kružnice ve vrcholu B hyperboly h jde tedy o nalezení limitní polohy kružnice m pro případ, kdy se bod P po hyperbole h neomezeně blíží k jejímu vrcholu B .

Čísla $a = |SA| = |SB|$, $b = |BM| = |BN|$ jsou poloosy hyperboly h . Nechť písmena Q , P_1 , E , r mají též význam jako na obr. 2. Potom je $x = |SP_1| > a$, takže je (obr. 4.)

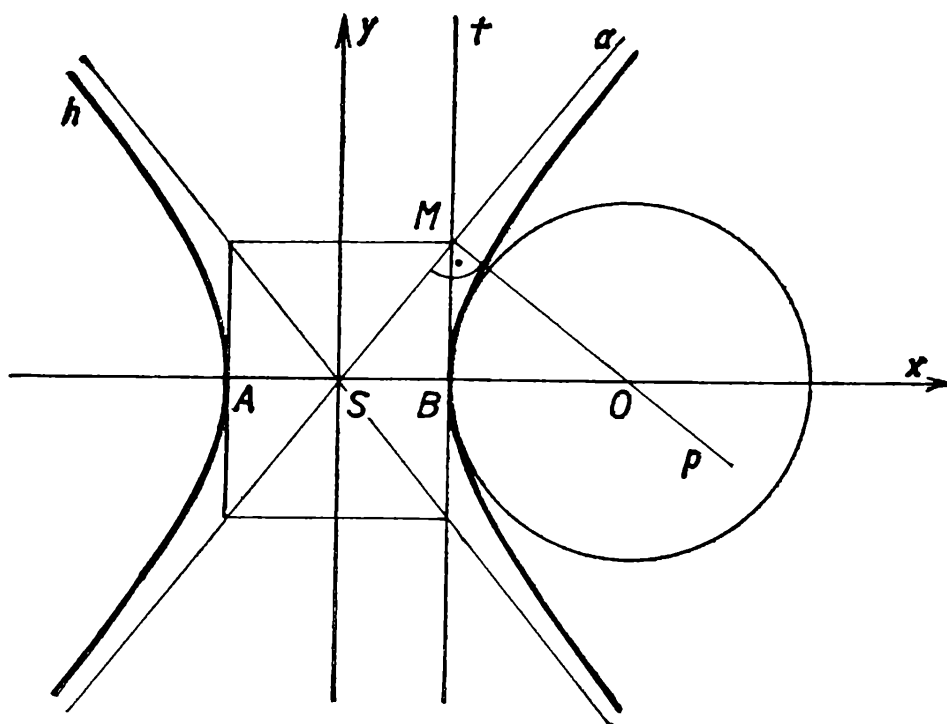
$$|BP_1| = x - a, |EP_1| = 2r - (x - a).$$

Podle Eukleidovy věty o výšce užitá na pravoúhlý trojúhelník BPE je

$$|P_1P|^2 = |EP_1| \cdot |BP_1| = [2r - (x - a)](x - a).$$

Zvolme kartézskou soustavu souřadnic tak, aby její první osa splynula s přímkou AB a její počátek byl v bodu S . Potom je $P = [x, y]$, kde $x = |SP_1|$, $y = |P_1P|$. Z analytické geometrie víme, že pro čísla x , y platí rovnice

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2.$$



Obr. 5

Zcela obdobně jako v předcházejícím případě (kdy šlo o elipsu) zjistíme, že je

$$2r = \frac{b^2}{a^2} (x + a) + (x - a).$$

Body P , Q se po hyperbole h blíží k jejímu vrcholu B , právě když se jejich společná první souřadnice x blíží k první souřadnici a bodu B . Snadno opět zjistíme, že limita pravé strany poslední rovnosti (pro $x \rightarrow a$) je rovna číslu

$$\frac{b^2}{a^2} \cdot 2a = 2 \frac{b^2}{a}.$$

Limitní kružnice m má tedy poloměr

$$\rho = \frac{b^2}{a}. \quad (5)$$

Pro danou hyperbolu s vrcholy A , B provedme nyní tuto *konstrukci* (obr. 5):

1. Sestrojme ve vrcholu B tečnu t hyperboly h . 2. Jejím průsečíkem M s asymptotou a hyperboly h vedme přímku $p \perp a$. 3. Sestrojme průsečík O přímek AB , p .

Potom bod O je středem oskulační kružnice hyperboly h v jejím vrcholu B . Důkaz:

Podle Eukleidovy věty o výšce užitě na pravoúhlý trojúhelník SMO je

$$|BM|^2 = |SB| \cdot |BO|.$$

Z toho a z rovnosti (6) plyne, že platí rovnost

$$(2r - x)x = 2px.$$

Protože je $x > 0$, můžeme tuto rovnost dělit číslem x . Tak dostaneme rovnost

$$2r = 2p + x.$$

Body P , Q se po parabole k blíží k jejímu vrcholu V , právě když se jejich společná první souřadnice x blíží k nule. Snadno zjistíme, že limita pravé strany poslední rovnosti (pro $x \rightarrow 0$) je rovna číslu $2p$. Limitní kružnice m , tj. oskulační kružnice ve vrcholu paraboly, má tedy poloměr ρ rovný parametru této paraboly.

O jednej dôkazovej úlohe

Doc. MARIÁN TRENKLER, PF UPJŠ Košice

Úloha: Dokážte, že ak sa dve paraboly, ktorých osi sú navzájom kolmé, pretínajú v štyroch bodoch, tak tieto body ležia na kružnici.

Keď dostaneme za úlohu dokázať nejaké tvrdenie, väčšina z nás sa do riešenia nepúšťa, ak to nemusí byť, pretože úlohy tohto typu sú považované za ťažké. Že tomu tak často nie je, ukážeme na tejto dôkazovej úlohe z geometrie.

Pri dôkaze použijeme metódy analytickej geometrie. Najskôr si zvolíme súradnicový systém. Nech P a Q sú dve paraboly s navzájom kolmými osami. Ich osi zvolíme za súradné osi, pričom os prvej paraboly bude totožná s x -ovou osou. V takto zvolenej súradnicovej sústave budú mať paraboly P a Q nasledujúce rovnice:

$$\begin{aligned} P: y^2 &= 2p(x - m), \\ Q: x^2 &= 2q(y - n). \end{aligned}$$

Keď obe rovnice sčítame, dostávame rovnicu

$$y^2 + x^2 = 2p(x - m) + 2q(y - n)$$

a úpravou rovnicu

$$\begin{aligned} x^2 - 2px + y^2 - 2qy &= -2pm - 2qn, \\ (x - p)^2 + (y - q)^2 &= p^2 + q^2 - 2pm - 2qn. \end{aligned} \quad (1)$$

Táto rovnica je rovnicou kružnice, bodu alebo žiaden bod tejto rovnici nevyhovuje podľa toho, či výraz na pravej strane je kladný, rovný nule alebo záporný.

Aj bez počítania však vieme, že keď existujú dva rôzne body, ktorých súradnice vyhovujú rovnici (1), potom táto je rovnicou kružnice. Pretože súradnice všetkých spoločných bodov parabol P a Q spĺňajú rovnicu (1), tieto ležia na jednej kružnici.

Algebraické konstrukce rovinných útvarů

RNDr. EDITA KOPINCOVÁ, strojní fakulta ČVUT, Praha

Výpočetní technika se pro mnohé své přednosti stává běžným pracovním nástrojem konstruktéra. Zvyšuje rychlost a přesnost konstrukčních prací a osvobozuje konstruktéra od nezajímavé, stále se opakující činnosti. Mnohé geometrické úlohy se pomocí počítače řeší jinými metodami, než při tradičním konstruování kružítkem a pravítkem. Geometrická problematika byla obohacena o úlohy, které konstruktér zvládl svou zkušeností. K těmto úlohám patří i schopnost rozpoznat vnitřek a vnějšek rovinného útvaru. V článku ukážeme jednu z metod pro stanovení vzájemné polohy libovolného bodu roviny a rovinného útvaru. Použijeme-li ke zkoumání naše oko, vyřešíme úlohu po pečlivém narysování daného útvaru a daného bodu. Chceme-li pro tuto úlohu použít počítač, musíme rovinný útvar sestavit z podmínek, které jsou srovnatelné počítači.

Mezi elementární rovinné útvary, jejichž mnohé vlastnosti jsou nám důvěrně známé, patří bezesporu trojúhelník. Zkoumejme pravoúhlý trojúhelník ABC na obr. 1, se stranami na přímkách a, b, c . Bod Q je bodem trojúhelníka ABC právě tehdy, patří-li současně polorovinám $P_a = aA$, $P_b = bB$, $P_c = cC$. Označme trojúhelník ABC jako množinu T . Konstrukci množiny T z polorovin P_a, P_b, P_c zapíšeme vztahem

$$T = P_a \wedge P_b \wedge P_c. \quad (1)$$

Přímky a, b, c jsou dány rovnicemi: $x = 0, y = 0, y = x + 5$. Podmínku pro incidenci bodu $Q = (x_Q, y_Q)$ s polorovinami P_a, P_b, P_c vyjádříme soustavou nerovností

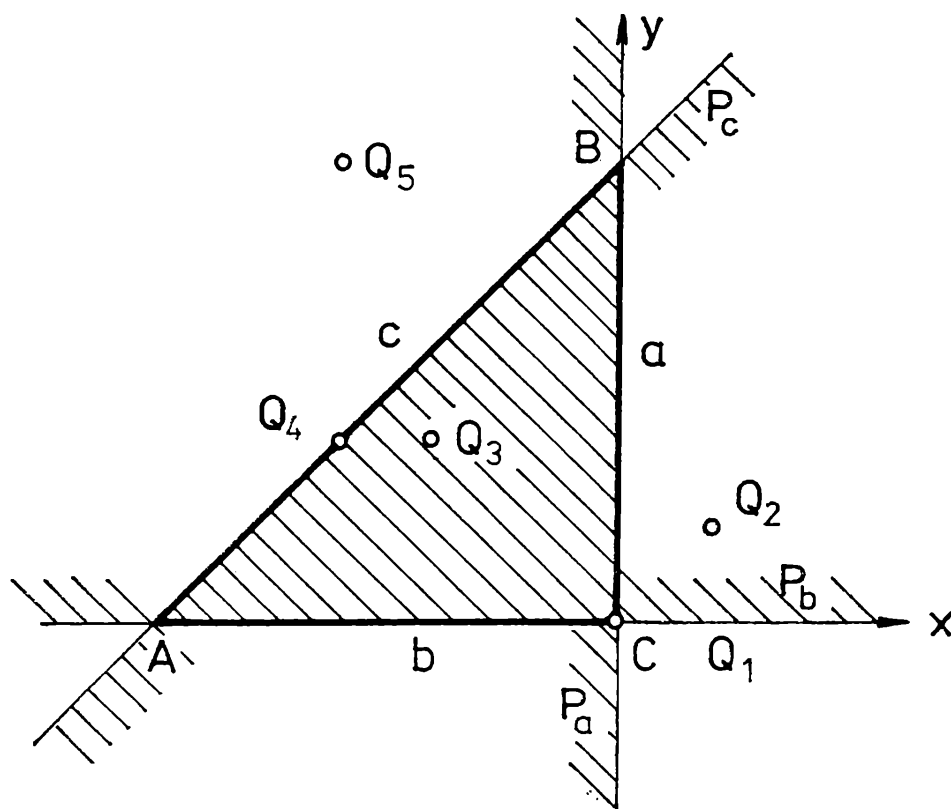
$$\begin{aligned} x_Q &\leq 0, \\ y_Q &\geq 0, \\ y_Q &\leq x_Q + 5. \end{aligned} \quad (2)$$

Nerovnosti (2) jsme odvodili z rovnic přímek a, b, c a z polohy dalšího bodu poloroviny P_a, P_b, P_c vzhledem k její hranici. Například přímkou $x = 0$ jsou určeny dvě poloroviny, a to $x \geq 0$ a $x \leq 0$. Za polorovinu P_a jsme zvolili tu z nich, ve které leží vrchol $A = (-5, 0)$ trojúhelníka.

Pro naše úvahy je nezbytné, aby poloha útvaru vzhledem k jeho hranici byla jednoznačně určena popisem hranice. Učiníme *úmluvu*:

Útvar U s hranicí $f(x, y) = 0$ je množina všech bodů roviny, pro jejichž souřadnice je hodnota funkce $f(x, y)$ nezáporná.

Dodržíme-li úmluvu, zapíšeme hraniční přímky a, b, c trojúhelníka na obr. 1 ve tvaru $-x = 0, y = 0, x - y + 5 = 0$. Z takového zadání přímek a, b, c již zcela mechanicky vytvoříme soustavu nerovností pouhým přidáním znaménka nerovnosti:



Obr. 1

$$\begin{aligned} f_a(x, y) &= -x \geq 0, \\ f_b(x, y) &= y \geq 0, \\ f_c(x, y) &= x - y + 5 \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Dosadíme-li do nerovností (3) souřadnice bodu $Q = (x_Q, y_Q)$ trojúhelníka, dostaneme soustavu ekvivalentní s (2).

V souladu s úmluvou definujeme dvě *základní oblasti* pro konstruování útvarů.

1. Kruh o středu $S = x_S, y_S$ a poloměru R .

Je to množina všech bodů $Q = (x_Q, y_Q)$, pro jejichž souřadnice platí nerovnost

$$R^2 - (x_Q - x_S)^2 - (y_Q - y_S)^2 \geq 0.$$

2. Polorovina s hraniční přímkou $ax + by + c = 0$ (čísla a, b nejsou současně rovna nule).

Je to množina všech bodů $Q = (x_Q, y_Q)$, pro jejichž souřadnice platí nerovnost

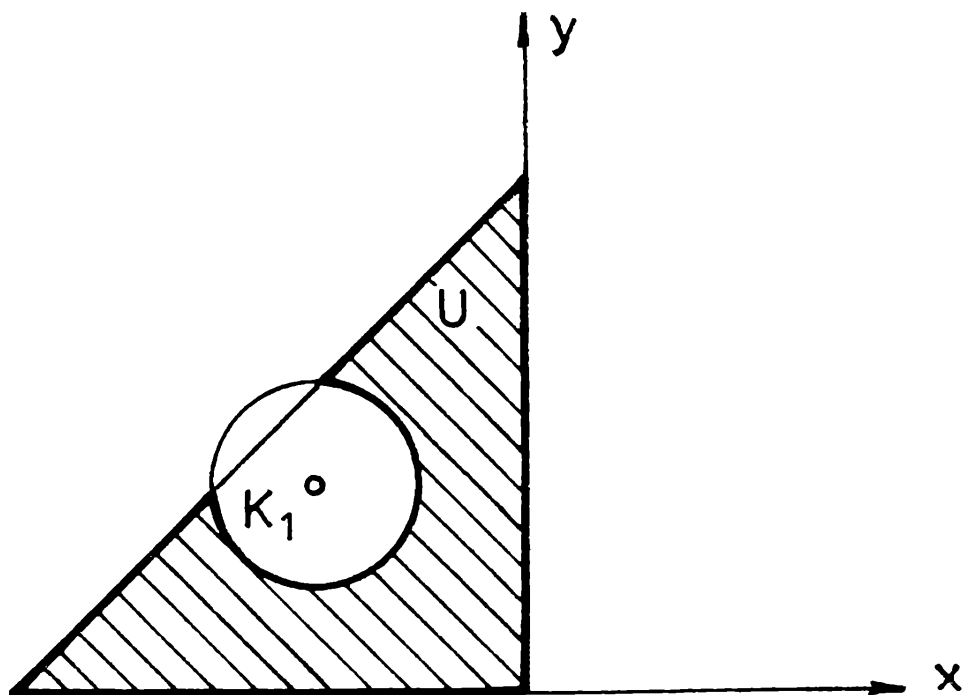
$$ax_Q + by_Q + c \geq 0.$$

Na příkladech ukážeme použití základních oblastí ke konstruování složitějších útvarů.

Příklad 1: Z trojúhelníka ABC sestojíme nový útvar U (obr. 2) tak, že odstraníme vnitřní body kruhu K_1 s hranicí $1 - (x + 2)^2 - (y - 2)^2 = 0$. Bod Q patří útvaru U právě tehdy, vyhovují-li jeho souřadnice soustavě (3) a současně nerovnosti

$$(x + 2)^2 + (y - 2)^2 - 1 \geq 0.$$

Obr. 2



Jiný útvar V (obr. 3) sestrojíme tak, že k trojúhelníku ABC přidáme body kruhu K_2 s hranicí $9 - x^2 - (y - 3)^2 = 0$. Bod Q patří útvaru V právě tehdy, vyhovují-li jeho souřadnice soustavě (3) nebo nerovnosti $9 - x^2 - (y - 3)^2 \geq 0$.

Útvary U a V jsme definovali nejen soustavou nerovností, ale také jejich konstrukcí z polorovin P_a, P_b, P_c a kruhů K_1, K_2 . Konstrukci útvarů vyjádříme posloupností množinových operací

$$U = (P_a \wedge P_b \wedge P_c) \wedge \bar{K}_1,$$

$$V = (P_a \wedge P_b \wedge P_c) \vee K_2.$$

V dalším textu budeme útvary označovat písmeny U, U_1, U_2 , jejich hranici písmeny U^*, U_1^*, U_2^* atd.

Ukážeme, že hranici útvaru sestrojeného množinovými operacemi ze základních oblastí lze popsat jedinou funkcí $f(x, y) = 0$. Následující věta je návodem pro nalezení takové funkce.

Věta: Nechť je dán útvar U_1 nerovností $f_1(x, y) \geq 0$ a útvar U_2 nerovností $f_2(x, y) \geq 0$. Pak množina všech bodů, pro jejichž souřadnice platí vztah

$$a) f(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y) + |f_1(x, y) - f_2(x, y)| \geq 0 \quad (4)$$

tvoří sjednocení útvarů U_1 a U_2 ;

$$b) f(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y) - |f_1(x, y) - f_2(x, y)| \geq 0 \quad (5)$$

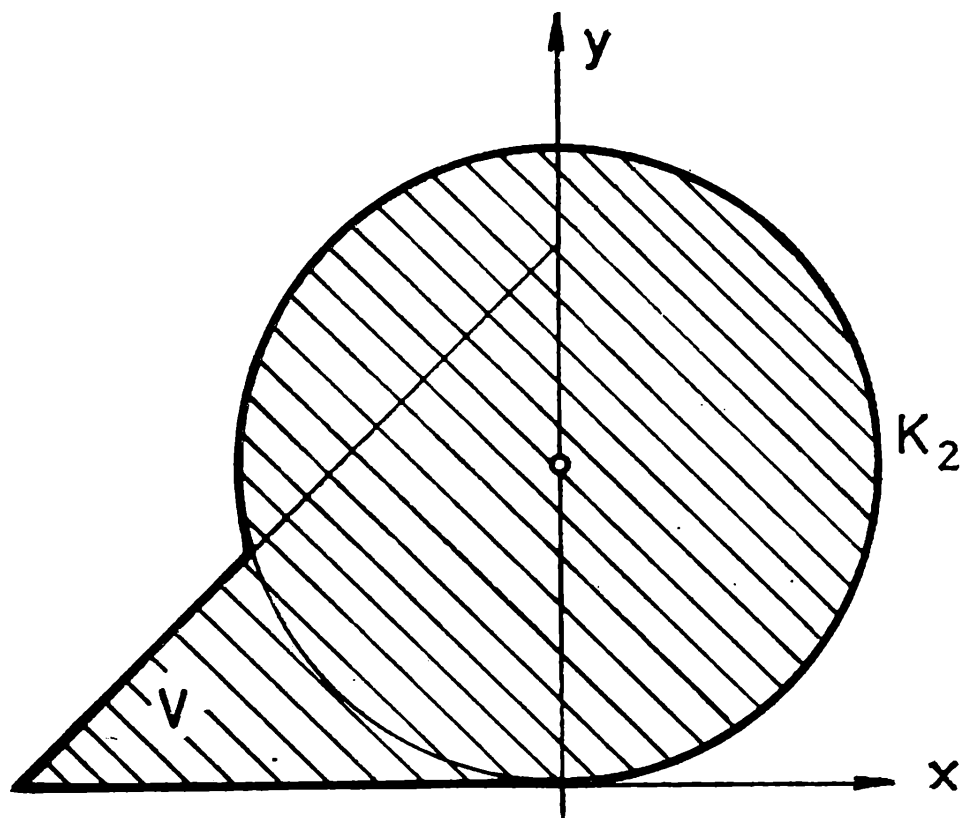
tvoří průnik útvarů U_1 a U_2 ;

$$c) f(x, y) = -f_1(x, y) \geq 0 \quad (6)$$

tvoří doplněk útvaru U_1 .

Formule (4), (5) a (6) symbolicky zapíšeme ve tvaru

$$f = f_1 \vee f_2, \quad f = f_1 \wedge f_2, \quad f = \bar{f}_1.$$



Obr. 3

Ověříme správnost tvrzení (5). Máme dokázat, že $f_1 \wedge f_2 \geq 0$ právě tehdy, je-li $f_1 \geq 0$ a současně $f_2 \geq 0$.

1. Předpokládejme, že pro souřadnice bodu Q platí vztah (5). Je-li $f_1 \geq f_2$, (7)

upravíme vztah (5) na tvar $f_1 + f_2 - f_1 + f_2 \geq 0$,
po úpravě je $f_2 \geq 0$ a podle (7) je $f_1 \geq f_2 \geq 0$.

Je-li $f_1 < f_2$, (8)

upravíme vztah (5) na tvar $f_1 + f_2 + f_1 - f_2 \geq 0$,
po úpravě je $f_1 \geq 0$ a podle (8) je $f_2 > f_1 \geq 0$.

2. Předpokládejme, že pro souřadnice bodu Q platí současně nerovnosti $f_1 \geq 0$ a $f_2 \geq 0$. (9)

Je-li výraz v absolutní hodnotě vztahu (5) nezáporný, tj. $f_1 - f_2 \geq 0$,
je $f_1 \geq f_2$ a hodnota funkce

$f = f_1 + f_2 - f_1 + f_2 = 2f_2$ je podle (9) nezáporná.

Je-li výraz v absolutní hodnotě vztahu (5) záporný,

tj. $f_1 - f_2 < 0$, je $f_1 < f_2$ a hodnota funkce

$f = f_1 + f_2 + f_1 - f_2 = 2f_1$ je podle (9) nezáporná.

Tím je pravdivost tvrzení (5) ověřena. Platnost tvrzení (4) lze dokázat obdobně.

Doplňek U útvaru U_1 , je útvar, který má s útvarem U_1 společnou hranici $f_1(x, y) = 0$. Dále je tvořen body, které útvaru U_1 nepatří. Pro jejich souřadnice platí nerovnost $f_1(x, y) < 0$. Vyjádříme-li útvar $U = \bar{U}_1$ nerovností, která vyhovuje naší úmluvě, dostaneme vztah (6).

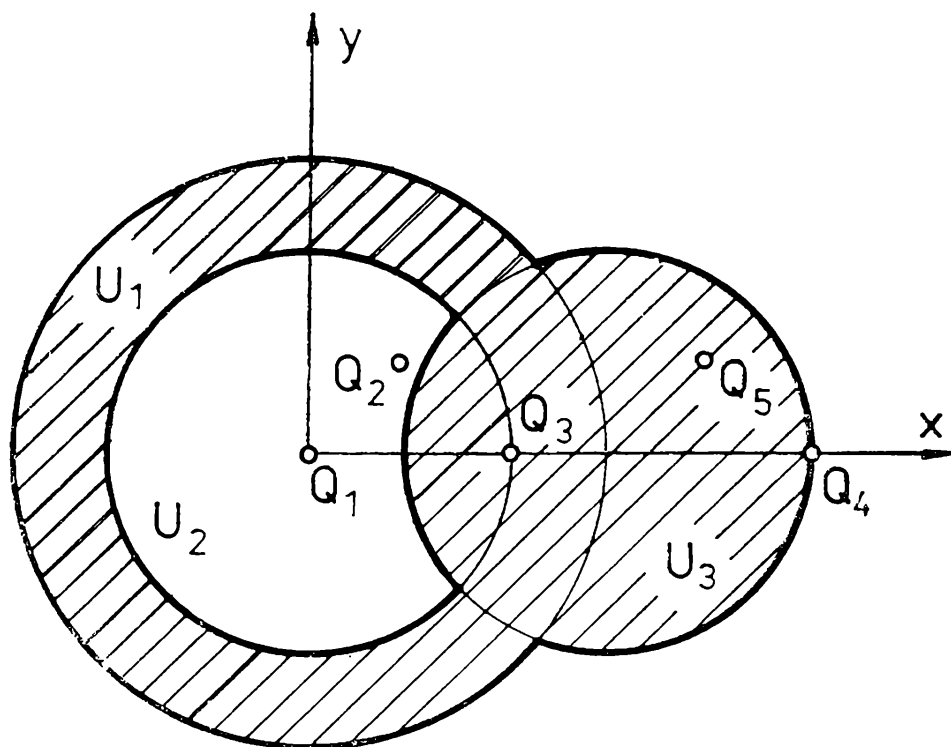
Příklad 2: Hledejme funkci $f(x, y)$, která popíše trojúhelník ABC na

Tabulka 1

x_Q, y_Q	$f(Q)$	poloha
0, 0	0	$Q_1 \in U^*$
1, 1	-4	$Q_2 \notin U$
-2, 2	2	$Q_3 \in U$
-3, 2	0	$Q_4 \in U^*$
-3, 5	-6	$Q_5 \notin U$

Tabulka 2

x_Q, y_Q	$f(Q)$	poloha
0, 0	-10	$Q_1 \notin U$
1, 1	-2	$Q_2 \notin U$
2, 0	6	$Q_3 \in U$
5, 0	0	$Q_4 \in U^*$
4, 1	4	$Q_5 \in U$



Obr. 4

obr. 1. jedinou nerovností. Konstrukci trojúhelníka zapíšeme formulí

$$f = (f_a \wedge_f f_b) \wedge_f f_c.$$

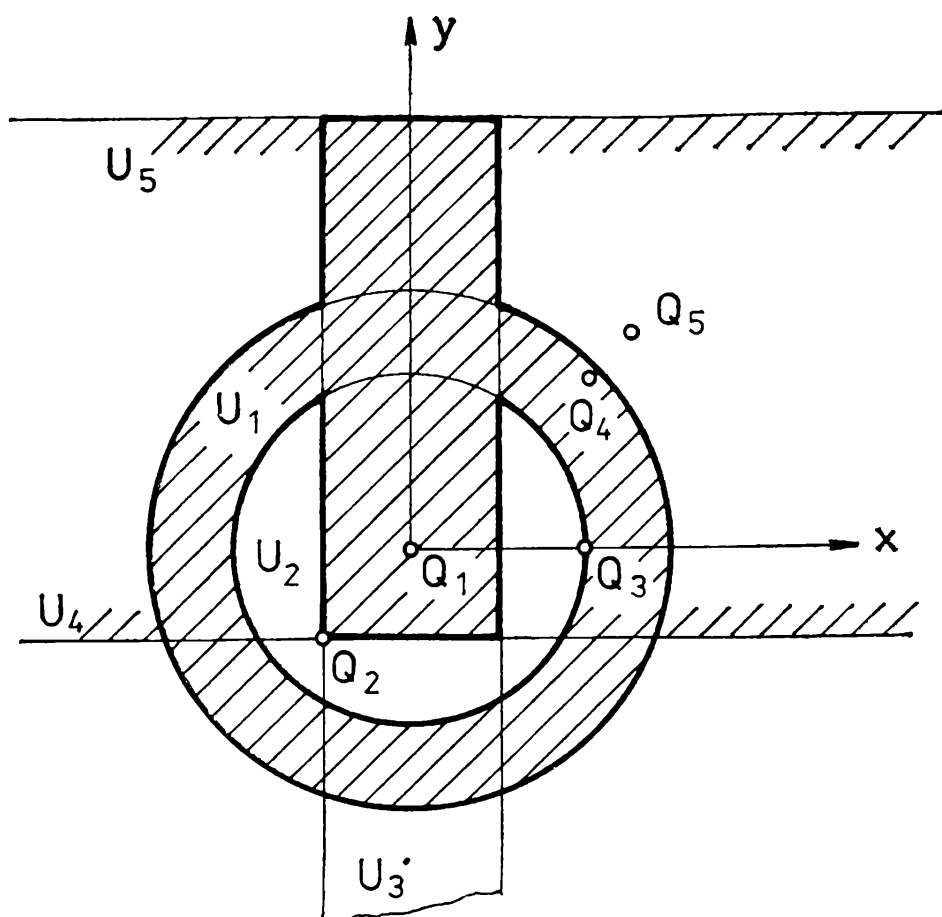
Použijeme vztah (5) pro výraz v závorce a po úpravě dostaneme

$$f_a \wedge_f f_b = -x + y - |-x - y|.$$

Opět použijeme vztah (5) a po úpravě je

$$f(x, y) = 5 - |-x - y| - |-2x + 2y - 5 - |-x - y||$$

Trojúhelník ABC je množina všech bodů, pro jejichž souřadnice platí nerovnost $f(x, y) \geq 0$. Vyšetříme vzájemnou polohu trojúhelníka ABC a některých bodů roviny. V tabulce 1 je uvedena hodnota funkce $f(x, y)$ a poloha bodů zvolených souřadnicemi v prvním sloupci tabulky.



Obr. 5

Příklad 3: Na obr. 4 jsou základní oblasti U_1, U_2, U_3 dány nerovnostmi

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= 9 - x^2 - y^2 \geq 0 \\ f_2(x, y) &= 4 - x^2 - y^2 \geq 0 \\ f_3(x, y) &= 4 - (x - 3)^2 - y^2 \geq 0 \end{aligned}$$

Útvar U , jehož hranice je vyznačena silnou čarou, je vytvořen následující posloupností množinových operací:

$$U = (U_1 \wedge \bar{U}_2) \vee U_3.$$

Užitím vztahů (4), (5) a (6) najdeme funkci $f(x, y)$, definující útvar U :

$$\begin{aligned} \bar{f}_2 &= -f_2 = x^2 + y^2 - 4 \\ f_1 \wedge f_2 &= 5 - |13 - 2x^2 - 2y^2| \\ f &= (f_1 \wedge f_2) \vee f_3 = \\ &= 6x - x^2 - y^2 - |13 - 2x^2 - 2y^2| + |10 - 6x + x^2 + y^2 - \\ &\quad - |13 - 2x^2 - 2y^2||. \end{aligned}$$

Tabulka 2 obsahuje stejné údaje jako tabulka 1.

Použijeme-li ke konstrukci nového útvaru větší počet základních oblastí, naroste i složitost funkce definující sestrojený útvar. Pro nás je při tom užitečná především její hodnota pro souřadnice vyšetřovaného bodu. Výpočet funkční hodnoty lze snadno algoritmizovat, jak uvidíme v příkladě 4.

Příklad 4: Na obr. 5 je silnou čarou nakreslen útvar, který je sestrojen z pěti oblastí $U_1, \dots, U_5$. Útvary jsou dané nerovnostmi:

Tabulka 3

x_Q, y_Q	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	poloha
0, 0	9	4	1	1	5	-4	-8	2	2	4	$Q_1 \in U$
-1, -1	7	2	0	0	6	-2	-4	0	0	0	$Q_2 \in U^*$
2, 0	5	0	-3	1	5	0	0	2	-6	0	$Q_3 \in U^*$
2, 2	1	-4	-3	3	3	4	2	6	-6	4	$Q_4 \in U$
2.5, 2.5	-3.5	-8.5	-5.25	3.5	2.5	8.5	-7	5	-10.5	-14	$Q_5 \notin U$

$$f_1(x, y) = 9 - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$f_2(x, y) = 4 - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$f_3(x, y) = 1 - x^2 \geq 0$$

$$f_4(x, y) = 1 + y \geq 0$$

$$f_5(x, y) = 5 - y \geq 0.$$

Výsledný útvar U je sestrojen množinovými operacemi takto:

$$U = (U_1 \wedge \bar{U}_2) \vee (U_3 \wedge (U_4 \wedge U_5)).$$

Pro výpočet hodnoty funkce $f(x, y)$, která definuje útvar U pomocí nerovností, sestavíme posloupnost funkcí:

$$f_6 = -f_2$$

$$f_7 = f_1 + f_6 - |f_1 - f_6|$$

$$f_8 = f_4 + f_5 - |f_4 - f_5|$$

$$f_9 = f_3 + f_8 - |f_3 - f_8|$$

$$f = f_{10} = f_7 + f_9 + |f_7 - f_9|.$$

Hodnotu funkce $f(x, y)$ v libovolném bodě Q roviny najdeme, vypočítáme-li postupně hodnoty funkcí $f_1(x, y)$ až $f_{10}(x, y)$ pro souřadnice bodu Q . V tabulce 3 jsou uvedeny hodnoty funkcí f_1 až f_{10} a poloha několika bodů zvolených souřadnicemi v prvním sloupci tabulky.

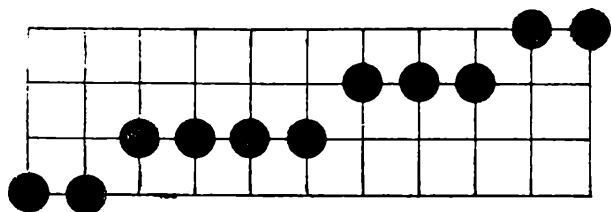
Literatura :

Rvačev, V. L.: Geometričeskije prilozhenija algebry logiky, Technik, Kijev 1967

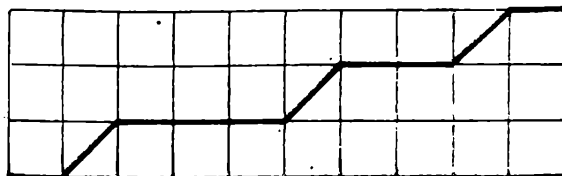
Počítačová grafika — zobrazování úsečky

Doc. RNDr. LUDĚK GRANÁT, CSc., VÚMS, Praha

Zařízení výpočetní techniky pronikají stále více nejen do nejrozličnějších průmyslových odvětví, ale i do škol a jako osobní počítače i do domácností. Jedním ze směrů vývoje výpočetních systémů je jejich vybavení grafickými prostředky.



Obr. 1



Obr. 2

Protože stále více čtenářů Rozhledů bude mít možnost pracovat s počítačem, bude vhodné věnovat zde trochu pozornosti některým základním algoritmům počítačové grafiky. Vzhledem k tomu, že většinou půjde o mikropočítač umožňující programování v jazyce Basic, zaměříme se na tento případ.

Základním prvkem, s nímž v počítačové grafice pracujeme, je úsečka. Většina grafických systémů má již v sobě zabudované programy pro zobrazení úsečky. Přesto i ti uživatelé počítačové grafiky, kteří mají takto vybavený počítač, by měli vědět, jak mohou vypadat algoritmy pro zobrazení úsečky.

Předpokládáme, že výpočetní systém je vybaven příkazem, který na obrazovce s rastrem $m \cdot n$ adresovatelných bodů umí zobrazit bod o souřadnicích x, y (x, y celá čísla, $0 \leq x < m$, $0 \leq y < n$). Příkaz označme $\text{PLOT } x, y$.

U rastrových zařízení, mezi něž patří např. televizory sloužící často jako grafický výstup levných mikropočítačů (domácích počítačů), se zobrazují po řádcích body příslušné matice — rastru a úsečka se reprezentuje vhodnou množinou bodů rastru, které leží na dané úsečce nebo jsou blízko ní (obr. 1). Tento případ budeme v dalším uvažovat.

Pokud bychom měli vektorové zařízení, které zobrazuje čáry obdobně jako při běžném rýsování (příkladem je kreslicí stůl), můžeme úsečku reprezentovat vhodnou lomenou čarou, která má vrcholy v bodech určených předchozím způsobem (obr. 2). Neumí-li zařízení generovat elementární úseky svírající s osami souřadnicové soustavy úhel 45° , je nutno tyto úseky nahradit dvojicemi úseků rovnoběžných se zmíněnými osami.

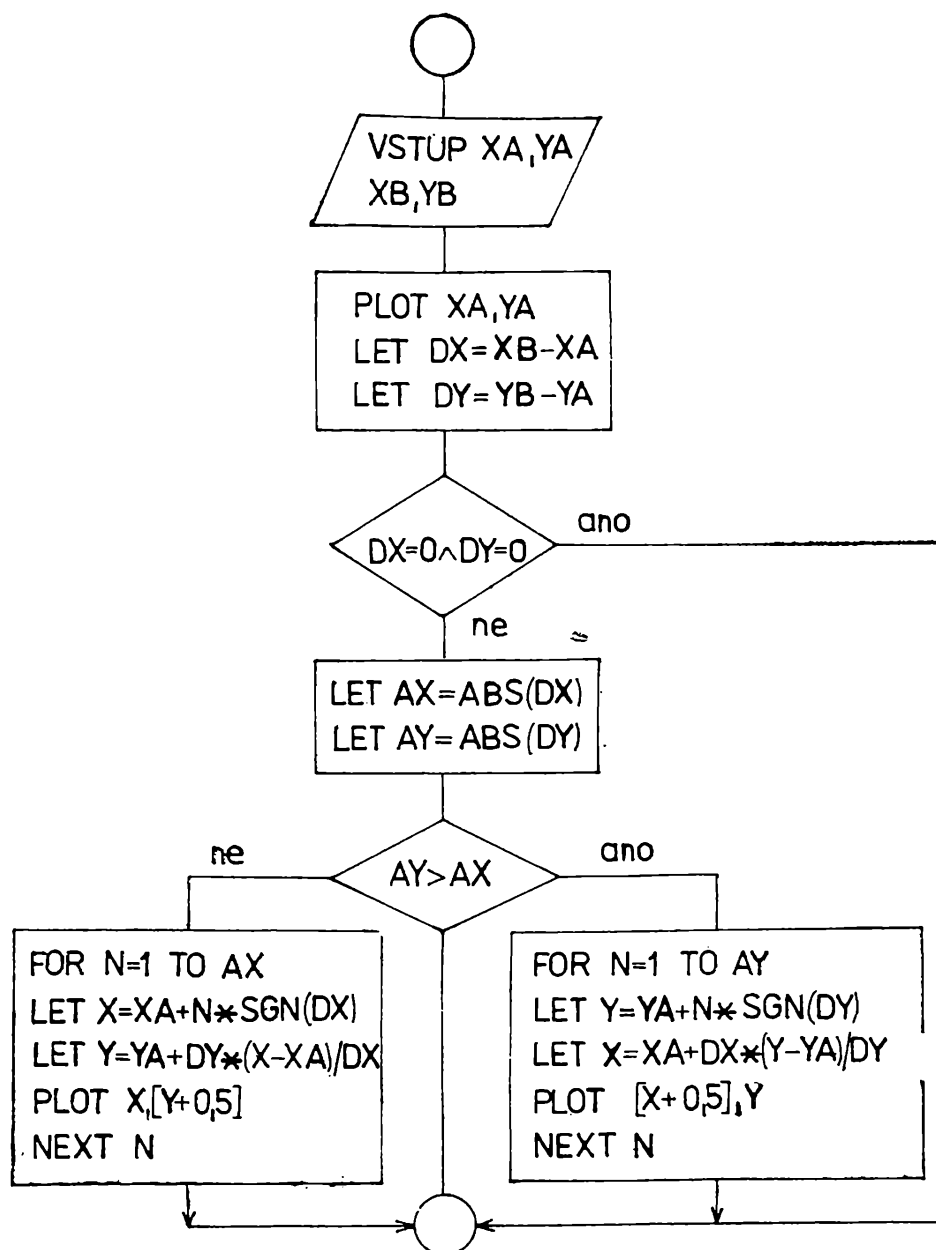
Úkolem je najít vhodný postup pro zobrazení úsečky s počátečním bodem (XA, YA) a koncovým bodem (XB, YB) . Předpokládejme, že krajní body úsečky jsou body uvažovaného rastru.

Rovnice přímky, na níž leží daná úsečka, je

$$(1) \quad y - YA = \frac{YB - YA}{XB - XA} (x - XA).$$

Tohoto vztahu můžeme využít při sestavování programů pro zobrazování úsečky. Budeme např. na ní zobrazovat body, jejichž x -ové souřadnice budou $XA, XA + 1, XA + 2, \dots, XB$ resp. $XA, XA - 1,$

Obr. 3



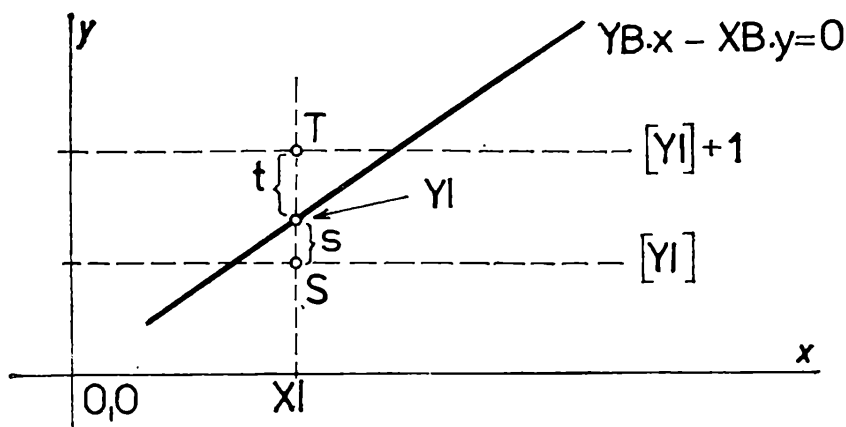
$XA - 2, \dots, XB$ podle orientace úsečky. Na základě vztahu (1) pak těmto souřadnicím x přiřadíme souřadnice y tak, aby to byla celá čísla a příslušné body ležely co nejblíže k dané úsečce, tj.

$$y = YA + \left[\frac{YB - YA}{XB - XA} (x - XA) + 0.5 \right]$$

kde $[q]$ značí největší celé číslo, které je menší nebo rovno q .

Vývojový diagram programu pro zobrazení úsečky může vypadat tak jak je uvedeno na obr. 3. Protože u mikropočítačů převládá dnes užívání jazyka Basic, je v diagramu částečně užito způsobu zápisu programu v tomto jazyce.

Základní myšlenku je podle potřeby nutno upravovat. Tak již ve vývojovém diagramu na obr. 3. jsou uvažovány dva případy, a to podle



Obr. 4

sklonu úsečky. Jinak bychom nedostali vhodné zobrazení úsečky rovnoběžné s osou y ani úseček, které s osou y svírají malý úhel.

Konkrétní sestavení programu závisí na prostředcích, které máme k dispozici. Technické prostředky, které se dříve užívaly k realizaci algoritmů pro zobrazování úsečky měly dosti omezené funkce; a přitom bylo často důležité, aby zobrazení úsečky bylo velmi rychlé. Tyto požadavky vedly k různým úpravám uvedeného algoritmu i k vývoji jiných algoritmů.

Např. některé procesory neznaly dělení nebo je prováděly velmi pomalu. Uměly však velmi rychle dělit mocninami čísla dvě. V tomto případě byl výhodný algoritmus vycházející z parametrického tvaru rovnice přímky:

$$\begin{aligned}x &= [XA + 0.5 + (XB - XA) \cdot i \cdot t] \\y &= [YA + 0.5 + (YB - YA) \cdot i \cdot t]\end{aligned}$$

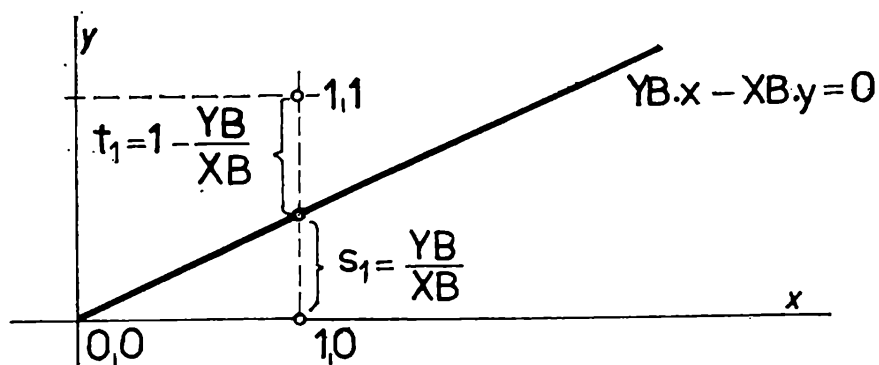
Pro úsečku s počátečním bodem (XA, YA) a koncovým bodem (XB, YB) se určovalo t tak, aby $0 \leq t \leq 1$, $t = \left(\frac{1}{2}\right)^k$ k nezáporné celé

nejmenší, pro které $2^k \geq \max(|XB - XA|, |YB - YA|)$; $i = 4, 1, 2, \dots, 2^k$.

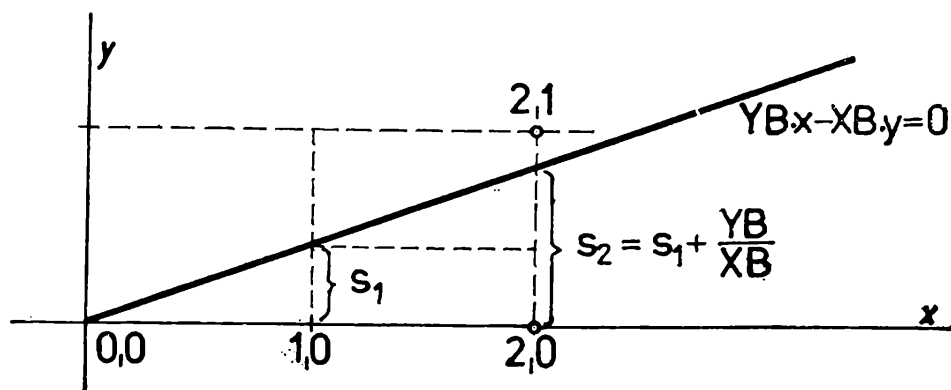
V případě, že máme k dispozici jen celočíselný Basic, můžeme se dostat do potíží při užití prvního uvedeného algoritmu s možnou velikostí čísla. Může se stát, že součin např. $DY \cdot (x - XA)$ při dané matici adresovatelných bodů překročí povolenou velikost čísla. V tomto případě jedním východiskem je užití algoritmu, který byl již v Rozhledech popsán, a to v [1].

Nejčastěji se však užívá *Bresenhamův algoritmus*, který je rychlý, jednoduchý a dává lepší výsledky. Pro vysvětlení principu tohoto algoritmu se omezme na úsečky, které mají počáteční bod v počátku souřadnicové soustavy a celé leží v prvním oktantu, tj. pro souřadnice jejich koncových bodů platí $XB \geq YB \geq 0$. Dále nechť souřadnice $XB \neq 0$, YB jsou vyjádřeny celými čísly.

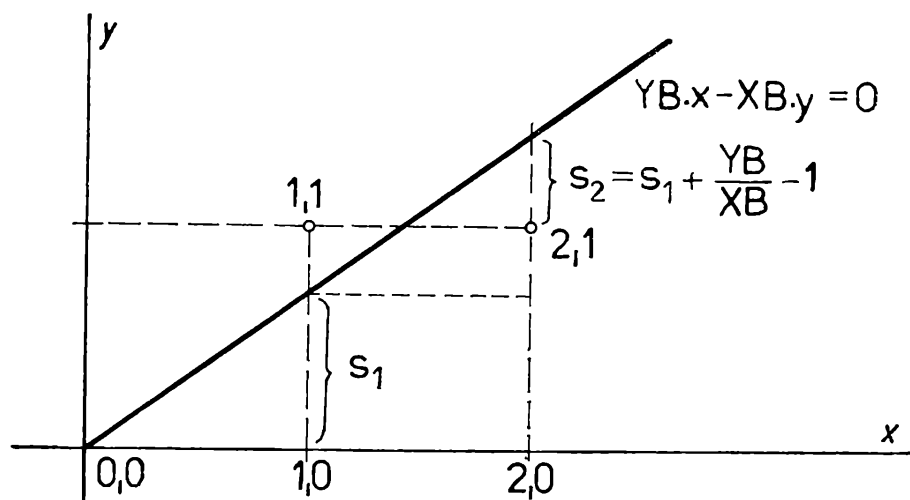
Obr. 5



Obr. 6

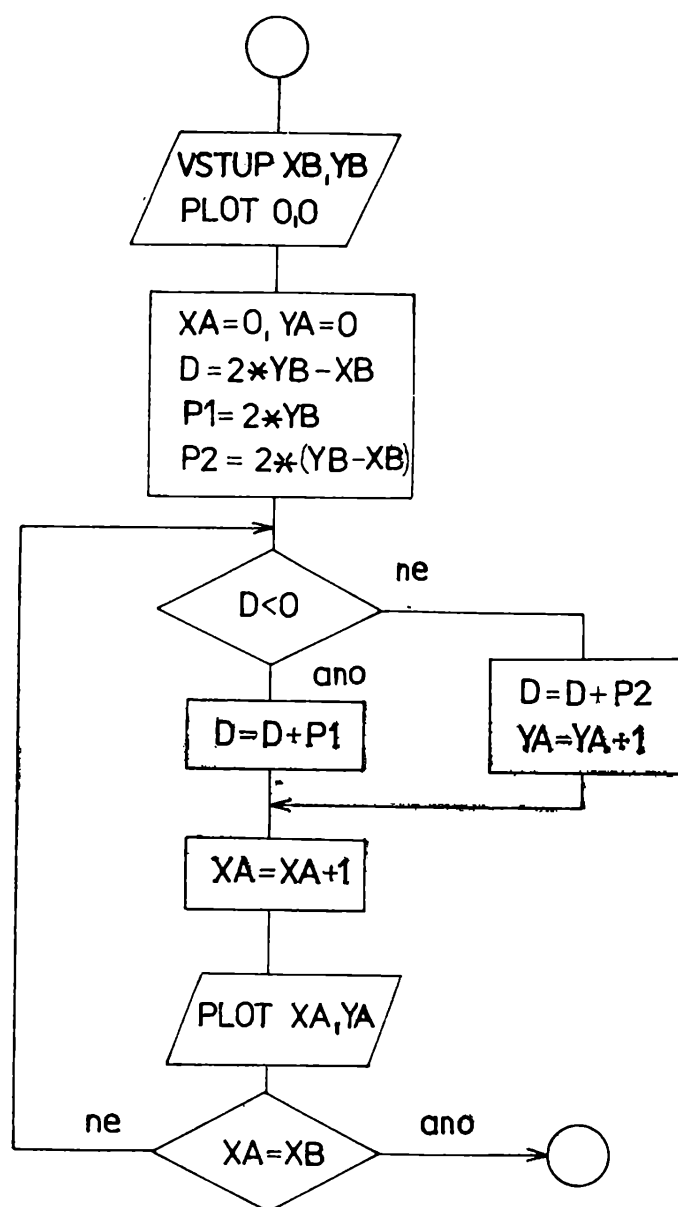


Obr. 7



Rovnice přímky – nositelky uvažované úsečky – bude
(2) $YB \cdot x - XB \cdot y = 0$.

Body reprezentující úsečku nechť mají x -ové souřadnice $0, 1, \dots, XI, \dots, XB$. Spojnice sousedních bodů jsou buď rovnoběžné s osou x nebo s ní mohou svírat úhel $\pi/4$. Pro dané XI můžeme vypočítat $YI = (YB/XB) \cdot XI$, aby bod (XI, YI) ležel na uvažované úsečce. Není-li YI celočíselné, chceme nahradit tento bod bodem s celočíselnými souřadnicemi tak, aby průsečíku YI byl co nejblíže (obr. 4). Označíme-li $YI - [YI]$ písmenem s a $[YI + 1] - YI$ písmenem t , bude pro $d = s - t < 0$ menší úsek s ; bod YI nahradíme bodem S se souřadnicí



Obr. 8

$y = [YI]$. Pro $d > 0$ nahradíme bod YI bodem T se souřadnicí $y = [YI] + 1$. V případě $d = 0$ je jedno, který z bodů S, T zvolíme.

Sestrojíme nejprve bod přímky dané rovnicí (2) o x -ové souřadnici rovné 1. Pro jeho y -ovou souřadnici bude platit $Y = YB/XB$ a dále (obr. 5).

$$d_1 = s_1 - t_1 = YB/XB - (1 - YB/XB).$$

Bude-li $d_1 = (2 \cdot YB - XB)/XB < 0$,
nebo (protože $XB > 0$) bude-li

$$(3) \quad D1 = XB \cdot d_1 = 2YB - XB < 0,$$

zvolíme za bod reprezentující přímku bod o souřadnicích $(1, 0)$, tj. bod, který má tutéž y -ovou souřadnici jako poslední bod úsečky, ale x -ovou souřadnici o 1 větší než počáteční bod. V opačném případě, tj. bude-li platit (3), zvolíme bod $(1, 1)$.

Další bod reprezentující úsečku bude mít x -ovou souřadnici 2. Jestliže jsme v předchozím kroku došli k bodu $(1, 0)$ — viz. obr. 6, pak $s_2 = s_1 + YB/XB$.

O co se s_2 vůči s_1 zvětšilo, o to se t_2 vůči t_1 zmenší:

$$t_2 = t_1 - YB/XB ;$$

odtud $d_2 = s_2 - t_2 = s_1 - t_1 + 2 \cdot YB/XB = d_1 + 2 \cdot YB/XB$.

Bude-li $D2 = d_2 \cdot XB = D1 + 2 \cdot YB < 0$, zvolíme pro reprezentaci úsečky jako další bod (2,0), jinak bod (2,1).

Jestliže jsme v předchozím kroku došli k bodu (1,1) (obr. 7), pak

$$s_2 = s_1 - 1 + YB/XB$$

$$t_2 = t_1 + 1 - YB/XB .$$

Odtud $d_2 = s_2 - t_2 = s_1 - t_1 + 2 \cdot YB/XB - 2 = d_1 + 2(YB/XB - 1)$

Bude-li $D2 = d_2 \cdot XB = D_1 + 2(YB - XB) < 0$,

zvolíme za další bod reprezentující úsečku bod (2,1), jinak bod (2,2).

Při dalších krocích můžeme postupovat obdobně. Necht poslední dva body reprezentující úsečku byly (L, I) , (M, I) , kde $M = L + 1$, pak $d_M = s_M - t_M = s_L + YB/XB - (t_L - YB/XB)$.

Je-li $DM = d_M \cdot XB = DL + 2 \cdot YB < 0$, zvolíme jako další bod $(M + 1, I)$, jinak bod $(M + 1, I + 1)$. Jestliže poslední dva body byly (L, I) , $(M, I + 1)$,

pak $d_M = (s_L + YB/XB - 1) - (t_L - (YB/XB - 1))$.

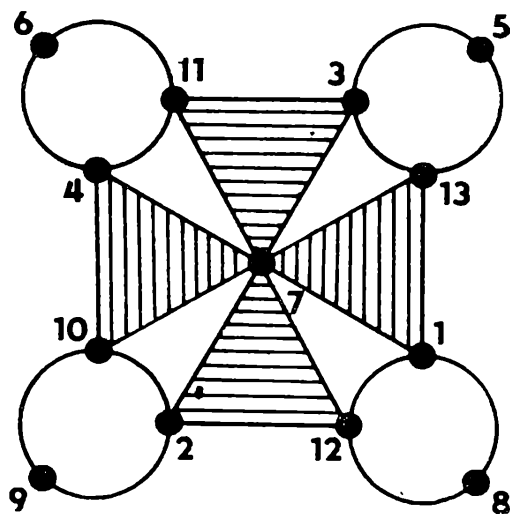
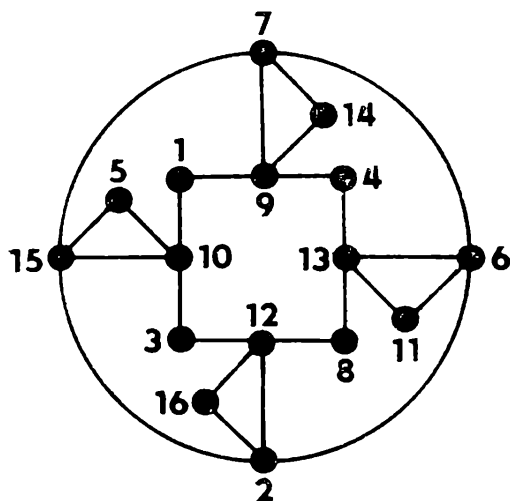
Je-li $DM = DL + 2(YB - XB) < 0$, volíme jako další bod $(M + 1, I + 1)$, jinak bod $(M + 1, I + 2)$. Vývojový diagram určování bodů reprezentujících úsečku může vypadat podle obr. 8.

Při vytváření algoritmu pro zobrazení úsečky dané dvojicí libovolných bodů je třeba doplnit předchozí postup o zobrazení úseček s počátečním bodem (XA, YA) , různým od počátku souřadnicové soustavy, a úseček svírajících s osou x libovolný úhel. Zde může pro souřadnice krajních bodů platit též $XB < XA$, $|XB - XA| < |YB - YA|$.

Literatura :

- [1] Granát, L.: Nahrazování křivek lomenými čarami. Rozhledy matematicko-fyzikální, 45, č. 8, 1966–67, s. 368–371.

Řešení magických obrazců ze str. 210:



Druhá impulsová věta a zákon zachování momentu hybnosti

(Studijní text pro kategorii D v XXIX. roč. FO)

RNDr. ZDENĚK UNGERMANN, Hradec Králové

V článku si zopakujeme a rozšíříme znalosti, které známe z vyučování fyzice o rotačním pohybu tuhého tělesa; o pohybu, který velice často můžeme pozorovat kolem sebe. Patří sem např. otáčení gramofonové desky, částí soustruhu, rotoru motoru nebo alternátoru, dále rotace Země kolem vlastní osy, pohyb součástek a některých částí většiny strojů a zařízení.

Uvažujme tedy tuhé těleso otáčivé kolem nehybné osy. Tuhé těleso můžeme nahradit v našich úvahách soustavou hmotných bodů s neproměnnými vzájemnými vzdálenostmi jednotlivých bodů. Kromě běžných těles (např. homogenní koule, rotační kužel, rotační válec, kvádr) budeme za tuhé těleso pokládat i soustavu hmotných bodů umístěných třeba ve vrcholech rovnoběžníka. Přitom rozměry rovnoběžníka se s časem — při pohybu — nemění.

V následujícím příkladě si zopakujeme některé poznatky z fyziky otáčivého pohybu.

Příklad 1.

a) Určete moment setrvačnosti soustavy čtyř hmotných bodů (kuliček), které jsou umístěny ve vrcholech čtverce $ABCD$, jehož strana má velikost $a = 0,25$ m. Osa rotace je kolmá na rovinu čtverce a prochází bodem A .

b) Určete kinetickou energii této soustavy, jestliže se začne otáčet rovnoměrně zrychleně a získá za dobu $t = 10$ s úhlovou rychlost $\omega = 4\pi \text{ s}^{-1}$. Počáteční úhlová rychlost $\omega_0 = 0 \text{ s}^{-1}$.

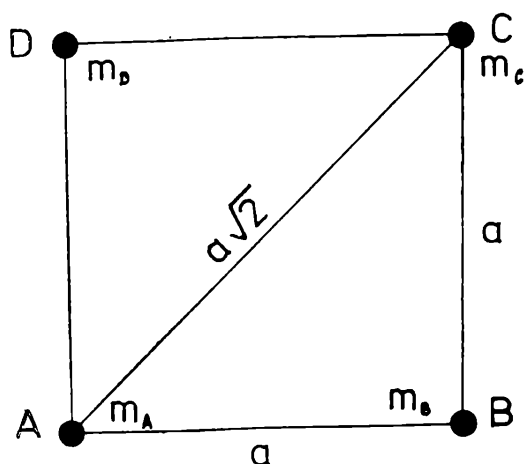
c) Určete dráhu s , kterou v případě b) urazí hmotný bod ve vrcholu B . Úlohu řešte obecně a pro uvedené hodnoty a pro hmotnosti bodů $m_A = 40 \text{ g}$, $m_B = 30 \text{ g}$, $m_C = 20 \text{ g}$, $m_D = 10 \text{ g}$.

Řešení (obr. 1):

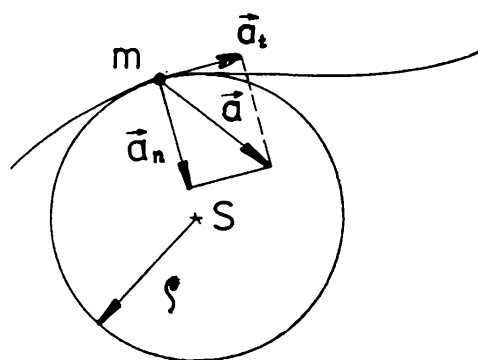
a) Moment setrvačnosti soustavy vzhledem k ose O je

$$J = \sum_{i=1}^4 m_i r_i^2 = m_A^2 r_A^2 + m_B r_B^2 + m_C r_C^2 + m_D r_D^2;$$

jelikož $r_A = 0 \text{ m}$, $r_B = a$, $r_C = a\sqrt{2}$, $r_D = a$, je



Obr. 1



Obr. 2

$J = m_B a^2 + 2m_C a^2 + m_D a^2 = a^2(m_B + 2m_C + m_D)$.
 Dosazením daných hodnot je $J = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

b) Kinetická energie soustavy je

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 (m_B + 2m_C + m_D).$$

Dosazením daných hodnot obdržíme $E_k \doteq 0,40 \text{ J}$.

c) Daný pohyb je rovnoměrně zrychlený. Průměrná úhlová rychlost pohybu je $\bar{\omega} = \frac{\omega_0 + \omega}{2} = \frac{\omega}{2}$. Úhlová dráha za dobu t je tedy

$$\varphi = \bar{\omega} t = \frac{\omega}{2} t$$

a dráha $s = \varphi r$. Pro bod B je $r = a$. Tedy

$$s = \varphi a = \frac{\omega}{2} a t = \frac{1}{2} a \omega t. \quad (1)$$

Pro dané hodnoty je $s = 15,70 \text{ m}$.

Jiné řešení c): Zavedeme-li průměrnou veličinu $\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$, které říkáme úhlové zrychlení a které odpovídá tangenciálnímu zrychlení a_t *)

*) U křivočarého pohybu má hmotný bod dvě zrychlení; jednak normálové (dostředivé) zrychlení, které je určeno poloměrem (křivostí) trajektorie $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ a jednak tangenciální (tečné) zrychlení, které je určeno změnou velikosti rychlosti. Obě zrychlení svírají spolu pravý úhel, a tedy výsledné zrychlení je $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$ (obr. 2).

2. „člen, členění, počet“; např. BINOM (lat. *bis* = dvakrát) — dvojčlen; POLYNOM (řec. *polys* = mnohý, četný) — mnohočlen.
- NOMOGRAM (slož. z řec. *nomos* = zvláštnost, mrav, zvyk, způsob, řád, zákon; v. -*nom* + *grafó* = rýti, psát; v. -*gram*¹) — „napsaná zákonitost“; grafické znázornění vztahu mezi třemi a více proměnnými
- NONIUS (podle portug. matematika *P. Nonia*) — posuvné pomocné měřítko. Pozn.: Nespojovat s lat. *nonus* = devátý.
- NONVARIANTNÍ (slož. z lat. *non* = ne + *varius* = rozmanitý, různý, proměnlivý; v. variantní) — neměnný, neproměnný, neměnicí svůj tvar. Pozn.: Častěji se používá v témže významu termínu INVARIANTNÍ (v. in-²).
- NORMA (z lat. *norma* = úhelnice, tj. pomůcka na měření pravého úhlu; měřítko, míra, pravidlo, předpis — závazné pravidlo, předpis
- NORMÁLA (od lat. *normalis k norma*) — kolmice, tj. přímka svírající pravý úhel s přímkou, křivkou, rovinou či plochou
- NORMALIZACE (v. -izace) — 1. zavádění normy, tj. závazného předpisu; ve fyzice: stanovení předpisů o jednotných rozměrech, tvarech apod. 2. zavádění normálního, tj. obvyklého stavu; uvedení v normální, obvyklý stav, ve stav odpovídající normě
- NORMÁLNÍ (z lat. *normalis*, od *norma*) — „úhelnicí vyměřený“; pravoúhlý, pravidelný, obvyklý
- NOV (z lat. *novus* = nový; srov. RENOVOVAT — obnovovat) — nový měsíc, novoluní; v.t. nova
- NOVA (vypuštěním z lat. *nova stella* = nová hvězda; v. nov) — hvězda, jejíž jasnost náhle mimořádně stoupla; protože se stává pozorovatelnou teprve tímto vzplanutím, vyvstává představa hvězdy nové, předtím neexistující; v.t. postnova, prae nova
- NOX (z lat. *nox, noctis* = noc; srov. NOKTURNO — „noční“, tj. večerní píseň) — jednotka světla, intenzity osvětlení pro měření za šera; v.t. ekvinokcium
- NUKLEÁRNÍ (od lat. *nucleus* = jádro; a to od *nux* = ořech) — jaderný; týkající se atomového jádra; v.t. termonukleární. Pozn.: Od termínu NUKLEÁRNÍ nutno odlišovat termín NUKLEÁLNÍ — jaderný; týkající se jádra buněčného V.t. nukleon, nuklid.
- NUKLEON (slož. z lat. *nucleus* = ořech, jádro; v. nukleární + -*on* — umělá přípona používaná analogicky podle „elektron“ pro označení částic; v. -*on*) — jádro atomu; základní složka atomového jádra; v.t. antinukleon
- NUKLID (slož. z lat. *nucleus* = ořech, jádro; v. nukleární + -*id* — umělá analogická přípona) — látka, která má jádra všech atomů stejná; v.t. radionuklid
- NULA (z lat. *nullus* = žádný) — „žádná cifra“ (podle původních zápisů čísel, kde se nechávalo volné místo, kam my píšeme nulu); dnes název čísllice i čísla udávajícího počet prvků prázdné množiny.

Pozn.: Zatímco termín NULA vznikl z lat. *nullus* = žádný, znak „0“ — symbol pro nulu — vznikl pravděpodobně z prvního písmene řec. slova *ouden* [úden] = nic.

NUMERACE (od lat. *numerus* = řád, člen, číslo, počet) — číslování, způsob počítání, způsob zápisů čísel číslicemi; NUMERICKÝ — číselný

NUTACE (z lat. *nutatio*; od *nuto*, -are, ptc. pf. *nutatus* = hlavou hýbat, pokyvovat, kývat se) — kývání, kolísání; ve fyzice: periodický vlnivý pohyb osy setrvačníku; v astronomii: kolísání zemské osy

OBJEKT (z lat. *objectum*; od *obicio*, -ere, ptc. pf. *obiectus*; slož. z *ob-* — zde: před, proti + *iacio*, -ere = házet, vrhat; v projekce) — „co je vhozeno, vmeteno před naše smysly“; předmět; vše, čeho se týká naše činnost (opak: subjekt)

OBJEKTIV — optická předmětnice; u mikroskopu a dalekohledu jedna ze dvou spojných soustav čoček, bližší k pozorovanému předmětu, tj. ta, která „je předhozena“ mezi pozorovaný předmět a okulár

OBJEKTIVNÍ — týkající se objektu; shodující se se skutečností; věcný, nezaujatý, nestranný (opak: subjektivní)

-OID, -OIDA, -OIDNÍ (z latiniz. -*oideus*, od řec. *eidos* = podoba) — k původní příponě příd. jmen -oidní mající význam „podobný něčemu, vypadající jako“, případně „příslušný, patřící k něčemu, týkající se něčeho“, přidružila se s obdobným významem jednak přípona -oid pro podst. jména všeobecně, jednak přípona -oida speciálně pro fyzikální a matematické křivky; např. ASTEROID (řec. *astér* = hvězda) — „vesmírné těleso podobající se hvězdě“, planetka; ASTEROIDA — „křivka podobající se hvězdě“; GEOID (řec. *gé* = země) — těleso podobající se tvaru Země; vt. aneroid, eutektoid, planetoid, solenoid, strofoida

OKLUDOVAT (z lat. *occludo*, -ere, ptc. pf. *occlusus*; slož. z *ob-* — zde: kolem + *claudo*, -ere = zavírat, zavřít, uzavírat, zahrazovat; srov.

KLAUZURA — uzavřené, volně nepřístupné místo — uzavírat;

OKLUZE — závěr, uzávěra, překážka; v meteorologii: případ, kdy studená fronta obklopí a uzavře frontu teplou. Pozn.: Srov. v matematice INKLUZE — „uzavření“; vztah mezi množinami, kdy množina A je podmnožinou B, protože „je v ní uzavřena“.

OKLUZNÍ — týkající se okluze

OKTADICKÝ (z řec. *oktas*, -ados = osmička, číslo osm; od *októ* = osm; souvisí s lat. *octo*; v. oktáva) — osmičkový; OKTADICKÁ soustava — založená na čísle 8. Pozn.: Kromě termínu „oktadický“ se používá též OKTALOVÝ (z latiniz. *octalis*, od *octo* = osm).

OKTAEDR (slož. z řec. *októ* = osm; v. oktáva + *hedra* = plocha, na které se sedí; sedadlo; v. -edr) — osmistěn

OKTALOVÝ (z latiniz. *octalis*, od *octo* = osm; v. oktáva) — osmičkový;

OKTALOVÁ soustava — založená na číslo 8. Pozn.: Kromě termínu „oktalový“ se používá též **OKTADICKÝ** (od řec. *octas*, *-ados* = osmička, číslo osm).

OKTANT (od lat. *octo* = osm; v. oktáva) — 1. osmina (jedna z osmi částí koule, kulovitého tělesa, prostoru rozděleného třemi navzájem kolmými rovinami; 2. na tomto principu sestrojený přístroj k měření výšky hvězd pracuje s úhlem 45° ($8 \cdot 45 = 360$); 3. poloha Měsíce vzhledem k Zemi a Slunci, kdy rozdíl délky Měsíce a délky Slunce je úhel 45° nebo jeho troj-, pěti- a sedminásobek. Srov. sextant.

OKTÁVA (z lat. *octavus* = osmý; od *octo* = osm; souvisí s řec. *októ*) — „osmá v pořadí“; osmá třída bývalých středních škol-gymnázií; osmý stupeň diatonické stupnice; výškový rozdíl dvou tónů, při němž vyšší tón tvoří osmý stupeň diatonické stupnice vzhledem k tónu nižšímu (v.t. kontraoktáva, subkontraoktáva); v.t. oktadický, oktaedr, oktalový, oktant, oktoda, oktapól

OKTODA (slož. z řec. *októ* = osm; v. oktáva + *hodos* = chod, chůze, cesta; v. anoda; zde však uměle zkráceno z výrazu „elektroda“, v.t.) — elektronka s osmi elektrodami

OKTUPÓL (slož. z lat. *octo* = osm; v. oktáva + *polus* = točna, pól, obloha; v. pól) — prostorová soustava osmi stejně velkých kladných a záporných nábojů

OKULÁR (z lat. *ocularis* — k oku patřící; od *oculus* = oko) — jedna ze dvou spojných soustav čoček v tubusu mikroskopu, a to ta, ke které přikládáme oči; **OKULÁRNÍ**, v. t. binokulární, monokulární

OMBROGRAF (slož. z řec. *ombros* = déšť; v. *ombrometr* + *grafó* = rýti, psát; v. -graf) — přístroj zapisující množství spadlých srážek

OMBROMETR (slož. z řec. *ombros* = déšť; srov. **OMBROFILNÍ** rostliny — deštomilné + *metron* = měridlo, míra; v. -metr¹) — deštoměr, srážkoměr; v. t. ombrograf. Pozn.: Kromě termínu „ombrometr“ se setkáváme s termíny **HYETOMETR** (řec. *hyetos* = déšť); **PLUVIOMETR** (lat. *pluvius* = deštivý, deštový, od *pluvia* = dešť); **UDOMETR** (lat. *udus* — vlhký) — vlhkoměr.

-ON — umělá přípona, používaná analogicky podle „elektron“ pro označení částic, případně pro označení jádra; v. baryon, foton, hadron, helion, hyperon, kaon, lepton, magneton, mezon, neutron, nukleon, pion, tachon, triton. Termín **MIKRON** — délková jednotka o velikosti jedné milióntiny milimetru — je zvláštní případ (v. pozn. u „mikron“).

OPALESCENCE (od lat. *oppalesco*, *-ere*, ptc. prez. *oppalescens* = blednout; srov. **OPÁL** — drahokam mléčné, tj. „bledé“ barvy) — „blednutí“; ve fyzice: rozptyl světla způsobený velmi malými částicemi obsaženými v průsvitné látce

OPOZICE (z lat. *oppositio*; slož. z *ob-* — zde: proti + *pono*, *-ere*, ptc. pf.

positus = klást, pokládat; v. expozice — „postavení proti“, odpor, nesouhlas, protilehlé postavení; v astronomii: postavení nebeského tělesa, kdy se mezi ně a Slunce postavila do jedné přímky Země (nebeské těleso je tedy na opačné straně od Země než je Slunce); opakem: konjunkce (v. t.)

OPTIKA (z řec. *optiké techné* = „dovednost vidět“; od kmene *-opt-* slovesa *horaó* = vidět; v. *-ika*¹) — nauka o světle; v původním významu: část fyziky pojednávající o světle, které vnímáme očima; část přístroje, která propouští a formuluje světlo; **OPTICKÝ** — 1. týkající se zraku, vidění; např. „optický klam“ — vyvolaný vadou zraku; 2. týkající se optiky; např. „optické sklo“ — čiré, pro optické přístroje; v. t. kvazioptický, synoptický

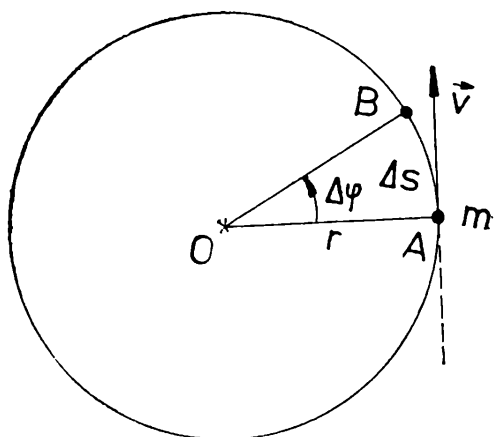
Pozn.: Řec. sloveso *horaó* = vidět má několik navzájem dosti odlišných slovesných kmenů, takže se v převzatých slovech setkáváme s kmenem (h)or- (zřídka), v. teorém, teorie; zato však často se seskupením hlásek *-op-*, *-ops-*, *-opt-*, *-oft-*; např. **PYRO**P (řec. *pyr*, *pyros* = oheň) — drahokam český granát, vlastně „ohnivé oko“; **KYKLO**P (řec. *kyklos* = kolo, kruh) — mýtický obr s jediným okem „jako kolo“ (v. t. *optron*, *presbyopický*); **AUTOPSIE** (řec. *autos* = sám, sám osobně, sám od sebe) — spatření na vlastní oči. Kromě hesla **OPTIKA** — nauka o světle — v. t. *dioptrie*, *fotoptický*, *kvazioptický*, *optický*, *optoelektronika*, atd. **OFTALMO-** počáteční část složených slov mající význam „týkající se očí“ (např. **OFTALMOLOGIE** — nauka o oku a jeho chorobách, oční lékařství. S tímto slovesem však naprosto nesouvisí výraz **OPIUM** — omamný prostředek; ten je z řec. *opion*, *zdrobnělina* od *opos*, *opis* = šťáva z rostlin, míza ze stromů.

OPTIMÁLNÍ (od lat. *optimus* = nejlepší; srov. **OPTIMISTA** — ten, kdo se dívá na vše „z té nejlepší stránky“) — nejlepší, nejvhodnější, nejlépe vyhovující, nejpriznivější; **OPTIMUM** — nejlepší, nejvýhodnější, nejvhodnější stav, podmínka, okolnost; ve fyzice: nejvyšší míra něčeho, nejlepší z dosažitelného

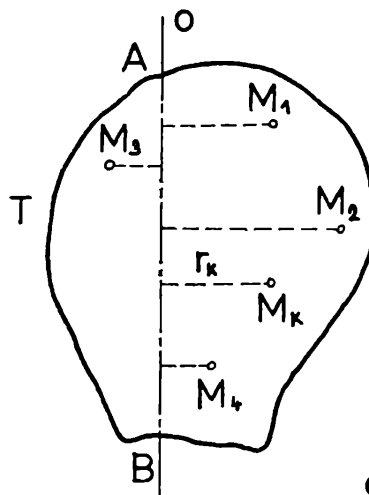
OPTOELEKTRONIKA (slož. z *opt-* — slovesného kmene řec. *horaó* = vidět; v. *optika* + *elektronika*, v. t.) — obor zabývající se přeměnou optických signálů v elektrické a obráceně

OPTRON (slož. z *op-* — slovesného kmene řec. *horaó* = vidět; v. *optika* + *-tron* — přípona analogicky utvořená podle „elektron“, zde pro termíny částic; v. *-tron*) — základní stavební součástka optoelektroniky

-OR — přípona, která přidána ke kmenu lat. *ptc.* pf. dodává vzniklému podst. jménu význam „původce nebo vykonavatel činnosti“, tj. výraz označuje osobu nebo věc, která způsobila nebo provádí činnost, jež vyplývá z významu výchozího slovesa. Proto jí bývá velmi často použito při tvoření názvů přístrojů a nástrojů. Např. **MOTOR** (lat. *moveo*, *-ere*, *ptc.* pf. *motus* = hýbat) — „zařízení, které uvádí něco do



Obr. 3



Obr. 4

u posuvného pohybu, pak u otáčivého pohybu rovnoměrně zrychleného ($\omega_0 = 0 \text{ s}^{-1}$) platí obecné vztahy jako u posuvného pohybu

$$\begin{aligned} (\varepsilon = \text{konst}) \\ \omega = \varepsilon t \quad (v = a_t \cdot t), \\ \varphi = \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \quad \left(s = \frac{1}{2} a_t \cdot t^2 \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Ze vztahů (2) určíme snadno $\varphi \left(\varepsilon = \frac{\omega}{t} \right)$:

$$\varphi = \frac{1}{2} \omega t \quad (3)$$

a jelikož dráha $s = \varphi \cdot a$, kde a je poloměr dráhy bodu B , úpravou vztahu (3) obdržíme výsledek (1), tj. $s = \frac{1}{2} a \omega t$.

Doplňte si tedy tabulku učebnice fyziky pro 1. ročník gymnázia na str. 171, kde jsou sobě odpovídající veličiny, které popisují posuvný pohyb a otáčivý pohyb tuhého tělesa, o řádek:

zrychlení a_t — — — úhlové zrychlení ε .

Budeme-li uvažovat jeden bod tělesa, jehož poloměr trajektorie při otáčení tělesa je r , pak platí (obr. 3):

Podle definice obloukové míry je

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta s}{r}, \quad \Delta s = r \Delta \varphi. \quad (4)$$

Dále

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \Delta \varphi}{\Delta t} = r \omega, \quad v = r \omega, \quad (5)$$

a jelikož úhlové zrychlení $\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$, je

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta \omega}{\Delta t} = r \cdot \varepsilon, \quad (6)$$

I když jsme vztahy (4), (5), (6) odvozovali pro pohyb rovnoměrný či rovnoměrně zrychlený, platí všechny vztahy obecně pro libovolný pohyb v libovolném okamžiku pohybu.

A nyní již můžeme věnovat pozornost našemu tématu. Nechť se těleso T (obr. 4) otáčí kolem pevné osy AB úhlovým zrychlením ε . Kterémukoliv bodu M_k ($k = 1, 2, \dots, n$) o hmotnosti m_k ve vzdálenosti r_k od osy otáčení přísluší postupné zrychlení ve směru tečny o velikosti $a_{tk} = \varepsilon r_k$ podle (6). Na toto postupné zrychlení je třeba tečné síly velikosti

$$F_k = m_k r_k \varepsilon.$$

Každá z těchto sil F_k působí na těleso momentem o velikosti

$$M_k = F_k \cdot r_k = m_k \cdot r_k^2 \varepsilon, \quad F_k \perp r_k.$$

Všechny tyto momenty jsou znázorněny v ose rotace a mají stejný směr. Součet všech momentů má velikost

$$\begin{aligned} M &= \sum_{k=1}^n M_k = \varepsilon \sum_{k=1}^n m_k r_k^2, \\ M &= J \cdot \varepsilon, \end{aligned} \quad (7)$$

kde $J = \sum_{k=1}^n m_k r_k^2$ je moment setrvačnosti tělesa T vzhledem k ose AB .

Užitím definice úhlového zrychlení dostaneme z (7)

$$M = J \frac{\Delta \omega}{\Delta t},$$

což lze upravit na tvar

$$M = \frac{\Delta (J\omega)}{\Delta t} \quad (8)$$

Veličinu $b = J\omega$ nazýváme velikostí momentu hybnosti, někdy používáme výstižnějšího názvu „točivost“. Jednotkou b je $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.

Víme, že úhlová rychlost $\vec{\omega}$ je však vektor, který je umístěn do osy otáčení a jeho směr je stanoven podobně jako u momentu síly, např. pravidlem pravé ruky. Proto i moment hybnosti (točivost) $\vec{b} = J\vec{\omega}$ je vektor, který umísťujeme do osy otáčení a který má stejný směr jako vektor úhlové rychlosti $\vec{\omega}$.

Rovnici (8) můžeme tedy psát vektorově ve tvaru

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{b}}{\Delta t},$$

což je základní rovnice dynamiky otáčivého pohybu dokonale tuhého tělesa. Na pravé straně rovnice je časová změna celkového momentu hybnosti tělesa, na levé straně je výsledný moment všech sil na těleso působících, stanovený vzhledem k dané ose otáčení. Rovnici (8) lze vyjádřit slovně: Časová změna momentu hybnosti tělesa vzhledem k ose otáčení je rovna výslednému momentu vnějších sil vzhledem k této ose otáčení. Tato rovnice se nazývá *druhá impulsová věta*.*)

Shrneme-li předcházející úvahy, pak základní rovnice dynamiky otáčivého pohybu může mít následující tvary:

$$\mathbf{M} = \frac{\Delta \mathbf{b}}{\Delta t} = J \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = J \cdot \vec{\varepsilon}, \quad (9)$$

kde vektor $\vec{\varepsilon}$ je vektor úhlového zrychlení. Má směr osy otáčení.

Závěrem si všimneme případu, kdy výsledný moment $\mathbf{M} = 0$ N. Pak

$$\frac{\Delta \mathbf{b}}{\Delta t} = 0$$

a odtud změna $\Delta \mathbf{b} = 0$ N . m . s. To znamená, že výsledný moment hybnosti $\mathbf{b}$ tělesa je konstantní. Slovy můžeme tento výsledek vyjádřit např. takto: Nepůsobí-li na těleso volně otáčivé kolem osy vnější síly nebo je-li jejich výsledný moment vzhledem k ose otáčení nulový, nemění se moment hybnosti. Matematicky to můžeme vyjádřit:

$$J\vec{\omega} = \text{konst.}$$

nebo

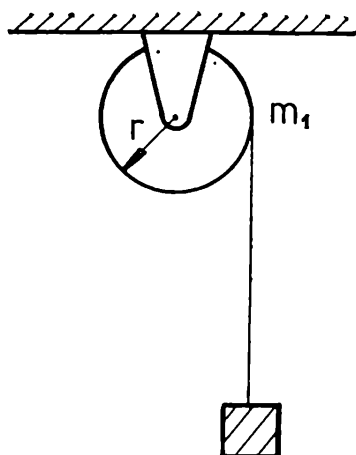
$$J_1\vec{\omega}_1 = J_2\vec{\omega}_2,$$

kde levá strana znamená např. moment hybnosti na začátku uvažovaného děje a pravá strana $J_2\vec{\omega}_2$ moment hybnosti na konci uvažovaného děje. Jistě zde všichni vidíme obdobu zákona zachování hybnosti pro postupný pohyb. Doplníme si o další řádek tabulku učebnice F1 pro gymnázia, str. 171:

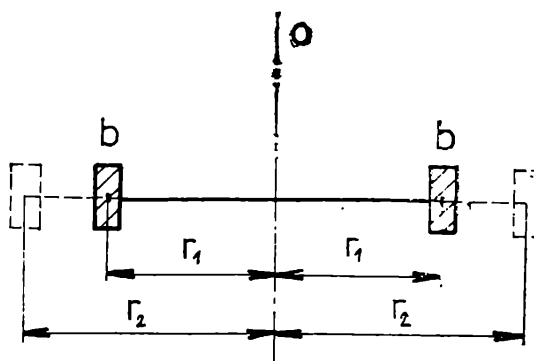
hybnost tělesa $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ — — — moment hybnosti tělesa $\mathbf{b} = J\vec{\omega}$

Změní-li se za těchto podmínek moment setrvačnosti tělesa, musí se změnit úhlové zrychlení tak, aby součin $J \cdot \vec{\omega}$ zůstal konstantní. Ověřte si tento závěr pokusem. Stačí se k tomu účelu posadit na otáčivou stoličku od klavíru, impulsem se dostat do rotace a měnit moment setrvač-

*) První věta impulsová je základní rovnicí posuvného pohybu soustavy hmotných bodů či tělesa. Má tvar $\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$, kde $\mathbf{p}$ je celková hybnost soustavy, $\mathbf{F}$ výslednice vnějších působících sil.



Obr. 5



Obr. 6

nosti zvednutím natažených nohou nebo přikrčením nohou ke stoličce. Při zvednutí nohou se váš moment setrvačnosti zvětší (proč?) a vaše úhlová rychlost se musí zmenšit, aby $J \cdot \vec{\omega}$ bylo stálé. Přikrčením nohou je tomu obráceně.

Principu zachování momentu hybnosti často využívají sportovci. Připomeňme si jen gymnastu při saltu, při cvičení na trampolíně, dále krasobruslařku při piruetě, sportovce při skocích do vody apod. Zákona zachování momentu hybnosti používáme též s výhodou při řešení úloh. Vyřešíme si tedy na konec na objasnění nových poznatků několik příkladů.

Příklad 2. Z homogenní pevné kladky o poloměru r a hmotnosti m_1 se odvíjí nit, která je zatížena závažím o hmotnosti m_2 (obr. 5). Určete zrychlení pohybu závaží a sílu napínající nit. Moment setrvačnosti kladky k dané ose otáčení je $J = \frac{1}{2} m_1 r^2$. Hmotnost nitě a síly proti pohybu neuvažujte.

Řešení: Necht' v čase t má závaží rychlost v a kladka úhlovou rychlost velikosti ω . Úhlové zrychlení kladky označíme ε . Platí:

$$M = J\varepsilon. \quad (10)$$

Protože na obvodě kladky působí reakční síla F k síle napínající nit, je

$$M = F \cdot r. \quad (11)$$

Další rovnici obdržíme, napíšeme-li pohybovou rovnici pro závaží:

$$m_2 a = m_2 g - F, \quad (12)$$

kde a je hledané zrychlení. Zrychlení a je tečným (tangenciálním) zrychlením bodů na obvodě kladky, a proto

$$\varepsilon = \frac{a}{r}. \quad (13)$$

Dosazením vztahů (11), (13) do vztahu (10) dostaneme

$$F \cdot r^2 = J \cdot a, \quad F = \frac{1}{2} m_1 a. \quad (14)$$

Poslední výraz pro F dosadíme do (12) a obdržíme zrychlení

$$a = \frac{2m_2 g}{2m_2 + m_1}.$$

Pro sílu napínající nit dostaneme z (14)

$$F = \frac{m_2 g}{1 + 2 \frac{m_2}{m_1}}.$$

Příklad lze řešit užitím zákona zachování mechanické energie (viz [3]).

Příklad 3. Dvě stejná závaží, každé má hmotnost m , jsou upevněna na tyči, jejíž hmotnost můžeme zanedbat (obr. 6) a rotují s ní kolem osy o stálou úhlovou rychlostí ω . Vzdálenost závaží od osy rotace se náhle změní z hodnoty r_1 na hodnotu r_2 ($r_2 > r_1$). Jakou úhlovou rychlostí se bude soustava otáčet po této změně? Šířku závaží b můžete proti délkám r_1, r_2 zanedbat.

Řešení: V průběhu celého děje nepůsobí na soustavu vnější síly. Proto moment hybnosti před zvětšením vzdálenosti závaží i po jejím zvětšení musí být stejný, tj.

$$\omega_1 J_1 = \omega_2 J_2,$$

a hledaná úhlová rychlost

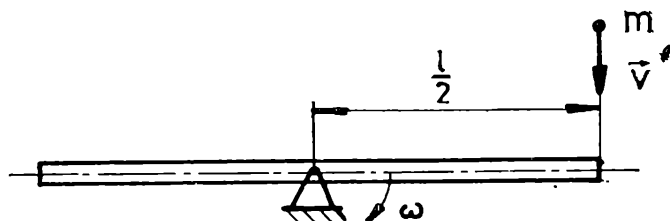
$$\omega_2 = \frac{J_1}{J_2} \omega_1. \quad (15)$$

Momenty setrvačnosti mají hodnoty $J_1 = 2mr_1^2$, $J_2 = 2mr_2^2$, zanedbáme-li šířku závaží.

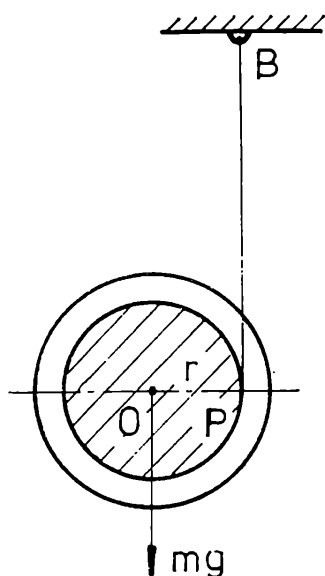
Dosadíme-li do (15), bude hledaná úhlová rychlost soustavy po změně vzdáleností

$$\omega_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \omega_1.$$

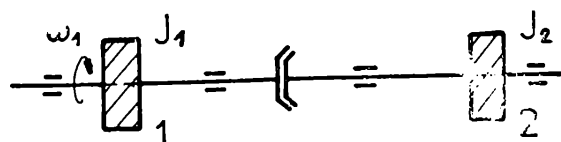
Příklad 4. Malá kulička hmotnosti m dopadne z výšky h na konec vodorovné homogenní tyče délky l a hmotnosti M (obr. 7), která je uprostřed podepřena a může se kolem tohoto místa otáčet ve svislé rovině. Určete úhlovou rychlost ω_2 tohoto pohybu po nárazu za předpokladu, že ráz je dokonale plastický. Odporové síly proti pohybu zanedbejte.



Obr. 7



Obr. 8



Obr. 9

Řešení: Použijeme zákona o zachování momentu hybnosti izolované soustavy, kterou tvoří tyč s kuličkou. Před dopadem kuličky je celkový moment hybnosti soustavy vzhledem na střed tyče (osu) daný momen-

tem hybnosti střely, tj. $b_1 = m \frac{l_2}{4} \cdot \omega_1$, $\omega_1 = \frac{2\sqrt{2gh}}{l}$. Po rázu, kdy

kulička se pohybuje spolu s tyčí, je výsledný moment hybnosti určen součtem momentů tyče a kuličky. Platí:

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2, \quad (16)$$

kde pro momenty setrvačnosti platí

$$J_1 = m \frac{l^2}{4}, \quad J_2 = \frac{1}{12} M l^2 + m \frac{l^2}{4}.$$

Dosadíme do (16) a použijeme vztah (5):

$$m \frac{l^2}{4} \frac{2v}{l} = \omega_2 \left(\frac{1}{12} M l^2 + \frac{1}{4} m l^2 \right), \quad v = \sqrt{2gh}$$

a odtud určíme hledanou úhlovou rychlost:

$$\omega_2 = \frac{6m \sqrt{2gh}}{l (M + 3m)}.$$

Úlohy k řešení:

1. Určete zrychlení kladky znázorněné na obr. 8. Kladka je ovinuta několikrát provazem, jehož druhý konec je upevněn v bodě B. Dále stanovte sílu, která napíná provaz. Hmotnost provazu a síly proti pohybu zanedbejte. Kladka (žlábek) má poloměr r a moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející bodem P je J .

Návod: Napište 2. impulsovou větu pro rotaci kladky, pohybovou rovnici pro postupný pohyb středu O a uvažte, že úhlové zrychlení je

$$\varepsilon = \frac{a}{r} ; \text{výsledek: } F = \frac{mg(J - mr^2)}{J}, a = g \frac{mr^2}{J}.$$

2. Na dvou souosých hřídelích jsou umístěny setrvačníky 1 a 2, mající momenty setrvačnosti J_1 a J_2 k jejich společné ose (obr. 9). Setrvačník 1 se otáčí konstantní úhlovou rychlostí ω_1 , setrvačník 2 je v klidu. Potom se hřídele spojí třecí spojkou. Vyhledejte společnou úhlovou rychlost obou setrvačníků a stanovte úbytek kinetické energie.

$$\text{Výsledek: } \omega_2 = \frac{J_1}{J_1 + J_2} \omega_1, E_k = \frac{1}{2} \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} \omega_1^2.$$

3. Horizontální deska o hmotnosti m_1 rotuje kolem vertikální osy, procházející těžištěm desky, s frekvencí f_1 . Člověk o hmotnosti m_2 stojí přitom na okraji desky. S jakou frekvencí se bude otáčet deska, jestliže člověk přejde od okraje do středu desky? Při řešení považujte desku za homogenní kruh a člověka za hmotný bod. Úlohu řešte nejprve

obecně, potom pro hodnoty $m_1 = 100 \text{ kg}$, $m_2 = 60 \text{ kg}$, $f_1 = \frac{1}{6} \text{ s}^{-1}$, $r = 1,5 \text{ m}$.

Návod: K řešení použijte zákona zachování momentu hybnosti. Moment setrvačnosti malého tělesa je $J = mr^2$.

$$\text{Výsledek: } f_2 = \frac{m_1 + 2m_2}{m_1} f_1, f_2 = 0,36 \text{ s}^{-1}.$$

Doporučená literatura

1. Vachek, J. a kol.: Fyzika pro 1. ročník gymnázií, Praha, SPN 1984.
2. Urgošík, B.: Fyzika. Praha, SNTL 1981.
3. Ungermann, Z., Volf, I.: Hmotný střed tělesa. Praha, SPN 1983.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Historie izoperimetrické úlohy

RNDr. JANA JEDLIČKOVÁ, Praha

Dříve než se v dalším čísle Rozhledů budeme zabývat vlastním izoperimetrickým problémem, bude užitečné připomenout si něco o historii izoperimetrické úlohy, o vývoji hledání jejího řešení. Seznámíme se se jmény matematiků z dob více i méně dávných, kteří se tímto problémem zabývali. Bude nás samozřejmě zajímat, jak uspěli.

Termín „izoperimetrický“ vznikl spojením dvou řeckých slov: isos = stejný a perimetreo = měřím dokola. Slovo izoperimetrický tedy znamená — „stejného obvodu“.

Izoperimetrickou úlohou nazýváme úkol nalézt mezi všemi rovinnými útvary s daným obvodem ten útvar, který má maximální obsah. Úloha je zajímavá a přitažlivá, jednoduše formulovaná, má i zřejmé aplikace v praxi. Existuje však výrazný rozpor mezi výjimečnou jednoduchostí a názorností textu izoperimetrické úlohy a jejím velmi náročným řešením. Tím si také lze vysvětlit dlouhou a neobvyklou historii této úlohy. Mnohá ohlášená i publikovaná řešení izoperimetrické úlohy se ukázala jako neúplná nebo nepřesná.

Nahlédněme nejprve do historie, abychom viděli, že o izoperimetrickou úlohu se lidé zajímali už dávno.

Pověst vypráví, že ji nápaditě řešila už mýtická fénická královská dcera *Dido* v 9. století před n. l. Její bratr *Pygmalión* toužil po pokladu, který zdědila, zabil jejího manžela a ohrožoval i Didonu. Ta šťastně unikla i s pokladem z města Tyru na Kypr a pak plavbou na západ po Středozemním moři. Po ztroskotání své lodi na pobřeží Afriky jednala s kmenem žijícím na tom místě. Koupila od numidského krále „tolik země, kolik je možno ohraničit staženou volskou kůží“. Král *Hiarbas*, netuše lest, svolil k prodeji tak nepatrného kousku půdy. Dido však postupovala velmi chytře. Dala rozřezat kůži na tenké proužky, které přikázala svázat v jeden dlouhý pásek. Zbývalo ještě ohraničit tímto páskem co největší pozemek. Dido výhodně využila přímého mořského pobřeží jako části hranice. Dále vedla nosiče koženého pásku terénem tak, aby pozemek takto ohraničený měl co největší výměru.

Pokud chceme *Didoninu úlohu* matematizovat, zjistíme, že její úkol by dnes zněl:

Najít útvar s největším obsahem mezi všemi rovinnými útvary ohraničenými úsečkou (tj. v našem případě pobřežím) a křivkou délky p (koženým páskem).

Dido došla k závěru, že pozemek přiléhající k moři bude mít větší obsah než pozemek ohraničený koženým páskem pouze ve vnitrozemí. Usoudila, že maximální obsah bude mít půlkruh; na získaném území založila město Kartágo.*) Tedy již tehdy praktici a učenci (féničtí po vzoru Babylóňanů) *odhadem řešili určité izoperimetrické úlohy.*

Z počátku byla metoda řešení izoperimetrické úlohy čistě empirická, avšak v Řecku s rozvojem teoretické geometrie vznikala potřeba prověřit získaná řešení přesnými úvahami v duchu Euklidových důkazů.

*) Dodejme, že pověst přesto přisuzuje Didoně tragický osud. Podle jedné verze si vzala život, aby se nemusela stát ženou krále Hiarby. Římská verze zpracovaná Vergiliem přisuzuje její smrt žalu, který jí způsobil svým odchodem Aeneas, jeden z obránců Troje, který na útěku pobýval jistou dobu v Kartágu.

Ve starém Řecku bylo například známo, že kruh má větší obsah než všechny ostatní útvary, které mají stejný obvod. A rovněž že koule má největší objem mezi všemi tělesy se stejným povrchem. Někteří lidé tyto poznatky spojují se známým názorem pythagorejců: „Nejhezčí ze všech těles je koule, nejhezčí ze všech rovinných útvarů je kruh“.

Z dalších matematiků si uveďme *Zenodora* (2. stol. př. n. l.), který napsal dílo *O útvarech se stejným obvodem*, *Pappa* (3. stol. n. l.) a *Teona* (4. stol.). Z jejich prací jsou např. vybrány tyto věty: „Při stejném počtu stran a stejných obvodech má pravidelný mnohoúhelník větší obsah než nepravidelný. Ze dvou pravidelných mnohoúhelníků se stejnými obvody má větší obsah ten, který má více stran“.

Ve středověku nikdo podstatně nerozvíjel práce započaté Zenodorem. V 17. století však prudce vzrostl zájem o úlohy na hledání maximálních a minimálních hodnot. Pokusy o řešení těchto úloh pomocí poznatků algebry a analytické geometrie — v té době budovaných — vedly k pojmu „derivace“ a k vytvoření diferenciálního počtu (*Leibnizem* a *Newtonem*), který zahrnoval způsoby (metody) řešení některých extrémálních úloh vedoucí k cíli velmi rychle. O něco později byly při řešení složitějších úloh, ve kterých byly hledány prvky křivky nebo plochy mající jisté extrémální vlastnosti, vynalezeny nové metody (používající integrály), které vedly v polovině 18. století k vytvoření tzv. variačního počtu (*Eulerem*, *Lagrangem* a dalšími). Díky tomu matematici v 18. století poněkud zanedbali starou Euklidovu neboli syntetickou metodu řešení extrémálních úloh.

Náklonnost k analytickým metodám můžeme zdůvodnit tím, že analýza podává často hotové způsoby řešení rozsáhlých skupin úloh a tím vlastně napomáhá mechanizovat proces řešení problémů. Naproti tomu syntetické metody většinou podávají pouze obecnou hlavní myšlenku a vyšetřování každého jednotlivého problému pomocí ní vyžaduje i jistý stupeň matematické vynalézavosti.

Čas od času se v historii matematiky objevují geometři se sklonem k syntetickému myšlení. Jedním z nich byl švýcarský matematik *Simon Antoine Jean Lhuillier* (1750—1840). Uběhlo však ještě půl století, než se narodil geniální pokračovatel Lhuilliera — *Jakob Steiner* (1796—1863). Jeho díla završila dvoutisíciletou historii rozvoje teorie izoperimetrů; J. Steiner poskytl pět různých řešení, která všechna měla vadu na kráse — byla neúplná. Přesto Steinerovy myšlenky, jednoduché a elegantní, zůstávají i v dnešní době velmi zajímavé.

Teorie izoperimetrů je jednou z nejzajímavějších kapitol euklidovské geometrie při hledání maximálních a minimálních vlastností jak rovinných, tak i prostorových útvarů. Otázka existence hledaných extrémálních objektů, jež je velice důležitá, spojuje teorii izoperimetrů s modernější matematickou problematikou.

O izoperimetrických úlohách se hovoří také v jiném kontextu než jen pro rovinné útvary. Např. v R^3 má smysl vyšetřovat úlohu o hledání takového tělesa z dané množiny těles, ohraničených plochami daného obsahu, které má největší objem; úlohu o největších sférických (ležících na povrchu koule) útvarech s obvodem dané délky. Někdy se izoperimetrické úlohy formulují tak, že se při daném obsahu či objemu hledá útvar nebo těleso s minimálním obvodem či povrchem.

O řešeních těchto úloh si povíme více v dalších článcích.

Zakladatel české elektrotechniky

RNDr. JIŘÍ MÍDA, CSc., PeF UK v Praze

V listopadovém čísle letošního ročníku uveřejnily Rozhledy článek o *Emilu Kolbenovi* (1862—1943), zakladateli elektrotechnické výroby v pražském ČKD. Za zakladatele české elektrotechniky se však Kolben nepovažuje. Je jím o patnáct let starší František Křižík, jenž se tomuto oboru věnoval v celé šíři bez jakékoli specializace.

František Křižík se narodil 8. července 1847 v pošumavském městečku *Plánice* poblíž Klatov. Zachoval se zde jeho rodný domek, na který se při návštěvě Plánice snadno doptáte. Stojí v Křižíkově ulici, podle Křižíka se nazývá i plánické náměstí a základní škola. Na domku i v rodné světnici jsou pamětní desky, v zahradě je Křižíkova busta. V pamětní síni domku si můžeme prohlédnout obloukovou lampu ve skutečné podobě, která Křižíka hlavně proslavila. Vystavuje se zde také mnoho fotografií a řada osobních památek. Nechybí mezi nimi ani česky psaný diplom, přiznávající Křižíkovi titul čestného doktora technických nauk s podpisem císaře Františka Josefa I.

Křižíkův život nám může být příkladem dodnes. K inženýrskému titulu došel velmi těžkou cestou, plnou odříkání svého i rodičů, vždyť byl synem venkovského obuvníka. Po úspěších nikdy nezpychl. Když se stal továrníkem, nejprve v Plzni a pak v Praze, znal všechny zaměstnance a v továrně vládly téměř „patriarchální“ poměry. Jako vybájená legenda se dnes zdá Křižíkův souhlas s účastí dělníků jeho podniku na oslavě 1. máje 1890. Velmi často podnikal bez zisku, dokonce se ztrátami, když šlo o rozvoj jeho milované elektrotechniky. Vzorem také dodnes může být těsné spojení vývoje a výroby v jeho továrně.

V našem národě je bohužel zvykem ve snaze o světovost hledat zahraniční vzory, a proto byl Křižík nazýván „českým Edisonem“. Bylo to zcela zbytečné, neboť v jeho době se stačilo rozhlédnout kolem sebe a každý musel vidět, že první kroky v užívání elektrického proudu v do-

mácnostech, v kancelářích, v řemeslnických dílnách, v dopravě, v průmyslu a v zemědělství vykonal u nás František Křižík. Vedle slavné obloukovky zkonstruoval zabezpečovací zařízení pro železnice, první tramvaje, první elektrické lokomotivy, první elektrárny a dokonce i první elektromobil.

Dr. h. c. František Křižík neměl jen technické zájmy. Aktivně se zúčastňoval toho, co vedlo nebo mohlo vést k vzestupu českého národa. Zvláštní místo zde má pražská *Jubilejní výstava* v roce 1891. Na jejím uskutečnění měl největší zásluhu právě Křižík. Tato výstava ukázala vysokou úroveň českého průmyslu, jenž nikterak nezaostával za nejrozvinutějšími zeměmi.

František Křižík umírá dne 22. ledna 1941 u svého syna v barokním záměčku ve Stádci v jižních Čechách. 27. ledna pak byl pohřben na vyšehradském Slavíně. Ve smutné a těžké době začátku nacistické okupace se stalo rozloučení s ním na Vyšehradě velkou národní manifestací.

Všem zájemcům o Františka Křižíka doporučujeme příručku „František Křižík“, kterou napsal *Jiří Kottas* a vydalo ji nakladatelství Horizont v Praze v roce 1987 (cena 6,— Kčs).

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Dvě fyzikální úlohy

1. úloha. *Přeměna mechanické energie na tepelnou*

Ocelová koule o poloměru $R = 5$ cm spadne volným pádem z místa, ve kterém byl střed koule ve vzdálenosti $d = 5$ m od vodorovné podložky dopadu, která je nepružná.

V jaké výši by nad stejnou podložkou musel být střed ocelové kuličky o poloměru $r = 1$ cm, aby se kulička při dopadu volným pádem na stejnou podložku ohřála o stejný teplotní rozdíl jako větší koule? (Předpokládejte, že se všechna pohybová energie při dopadu změnila na tepelnou.)

Vyvolaný žák odpověděl, že středy koulí musí být ve stejné výši nad podložkou.

Měl pravdu?

2. úloha. *Victoria regia a vodoměrka*

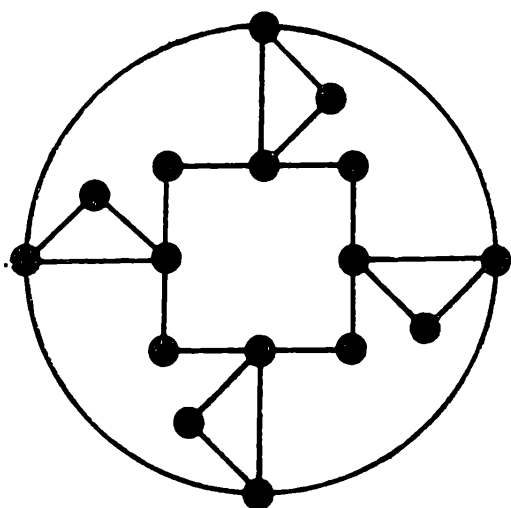
Je nějaký zásadní fyzikální rozdíl mezi příčinami splývání listu podivuhodné vodní rostliny *Victoria regia*, na který je možno posadit i malé dítě, aniž se potopí, a mezi nadnášením vodoměrky, která rejdí po hladině?

Emil Kašpar

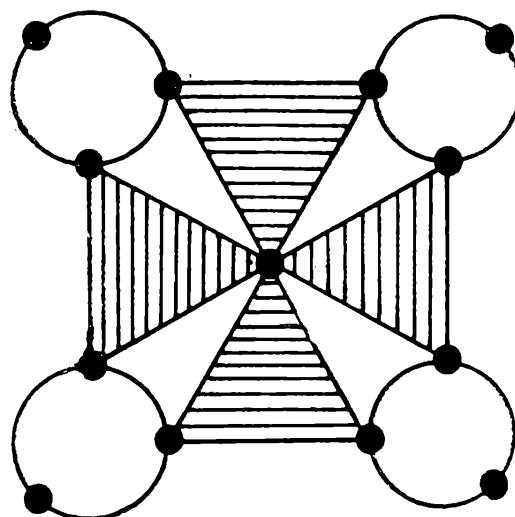
Magické obrazce

Magické obrazce přitahovaly k sobě spoustu vědců i laiků, kteří obdivovali jejich „magickou“ sílu. Tato síla tkví v tom, že při správném rozmístění čísel vznikne několik stejných, na sobě závislých součtů. Zkuste tedy i vy najít řešení následujících dvou obrazců:

- Doplňte čísla 1 až 16 tak, aby vzniklo pět stejných součtů (na kružnici a čtyřech trojúhelnících) a jeden součet dvojnásobný (na vnitřním čtverci).
- Doplňte čísla 1 až 13 tak, aby vzniklo 8 stejných součtů (na čtyřech kružnicích a čtyřech trojúhelnících.)



a)



b)

Jarmila Pěnčíková

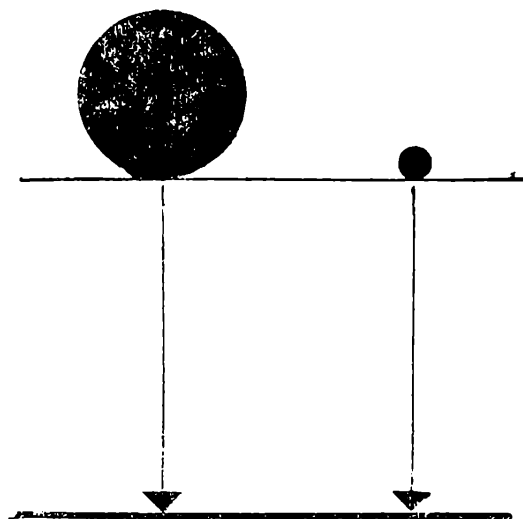
Řešení fyzikálních úloh ze str. 209

1. úloha. Tepelná energie $E_t = c \cdot m \cdot \Delta t$, kde c je měrné teplo oceli a Δt přírůstek teploty, je rovna kinetické energii, která vznikla přeměnou potenciální energie $E_p = m \cdot g \cdot d$.

Z rovnosti $E_t = c \cdot m \cdot \Delta t = E_p = m \cdot g \cdot d$ plyne

$$\Delta t = d \cdot g / c.$$

Aby v obou případech byla změna teploty stejná, musí být dráhy d volného pádu všech částic koulí stejné. Znamená to např., že nejnižší místa koulí musí padat ze stejné výše. Je-li výška středu větší koule 5 m, výška středu malé koule nad rovinou dopadu je 496 cm (obr.).



2. úloha. U listu *Victoria regia* jde o plování, její listy jsou na okrajích ohnuty nahoru, takže list tvoří jakési vodní plavidlo, které je nadnášeno podle Archimédova zákona. Naproti tomu u vodoměrky je podstatnou skutečností, že její nožky nesmáčejí vodní hladinu. Díváme-li se pozorně na vodoměrku zblízka, zjistíme, že je povrchová blána pod jejími nožkami mírně prohnutá. Síly, které udržují vodoměrku na hladině, jsou tedy převážně kapilární.

Matematickým kutilům pod stromeček - řešení

JIŘÍ MANN, Dvůr Králové n. L.

1. Datum 1981 lze takto zapsat dvakrát: $1981 = 1581 + 1020 - 620 = 1980 + 45 - 44$, ... Podkladem hříčky jsou identity $(a^2 + ab + b^2)^2 = (a^2 + ab)^2 + (ab + b^2)^2 + (ab)^2$, $a^2 + ab + b^2 = (a^2 + ab) + (ab + b^2) - ab$.

2. $683^3 = 318611987$. Skupinou 1987 končí také číslo $66037 \dots$

3. $A = 1$, $B = 2$, $C = 3$, $D = 9$, $K = 7$, $L = 4$, $M = 8$.

4. Části jsou 426 a 1561. Řešili jste pomocí 1 nebo 2 neznámých?

5. Pomocí prvočíselných rozkladů čísel 1978 a 344 najdeme dělitele $d \in \{43, 86\}$.

6. V obvyklém označení je $7a_1 + 83d = 1987$, $(a_1, d) \in \{(23, 22), (106, 15), (189, 8), (272, 1)\}$. Úloha má tedy čtyři řešení. Je číslo 1987 členem některé z těchto posloupností?

7. $\alpha) x^2 - 38x + 274 = 0$, $\beta) y^4 - 212y^2 + 4624 = 0$.

8. Z úměry $(19 + g) : (87 + g) = (319 + g) : (487 + g)$ odvodíme, že odečetl číslo 185.

9. α) dva pětiúhelníky a jeden šestiúhelník, β) dva pětiúhelníky a jeden čtrnáctiúhelník; tedy vždy tři mnohoúhelníky. Řešte obměněnou úlohu, v níž žádné dva mnohoúhelníky nemají týž počet stran.

10. Snadno najdeme $t \in \{-19, -87\}$.

11. $e = 0$.

12. Rovnocenný vztah je $10 \mid r^3 - r^3$. Tedy $r \in \mathbb{Z}$.

13. Zřejmě $k^2 < 19087$ a $j < 45$, proto $k^2 > 19042$. Tedy $k = 138$, $j = 43$.

14. $19 \cdot 8 \cdot 7 = 1064$, takže lze položit $b = 1064b_1$, $d = 1064d_1$, $f = 1064f_1$. Pak soustava $56b_1 + 133d_1 + 152f_1 = 1987 \wedge 152b_1 + 56d_1 + 133f_1 = 2140 \wedge 133b_1 + 152d_1 + 56f_1 = 2352$ má řešení $b_1 = 8$, $d_1 = 7$, $f_1 = 4$; $b = 8512$, $d = 7448$, $f = 4256$.

15. Položíme $h = 19c$, $i = 8c$, $s = 7c$, pak $13c + 1064 = 1987$, $c = 71$; $h = 1349$, $i = 568$, $s = 497$.

16. $b = 57$, $a = 513$, $c = 456$, $h = 399$.

17. $c = 101$, $e = 76$, $g = 28$.

18. Určíme $f - m$ a najdeme $8(f - m) = f \cdot m = 7$, $f = 8$.

19. α) 1988/1987, β) 8924.

20. Části jsou 1393, 594; 1592, 396.

Patrně je vhodné podat důkaz konvergence řad v 18. úloze. Není obtížný.

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots &< 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots < \\
 < 1 + 2 \cdot \frac{1}{2^3} + 4 \cdot \frac{1}{4^3} + 8 \cdot \frac{1}{8^3} + \dots < 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{8^2} + \dots < \\
 < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2.
 \end{aligned}$$

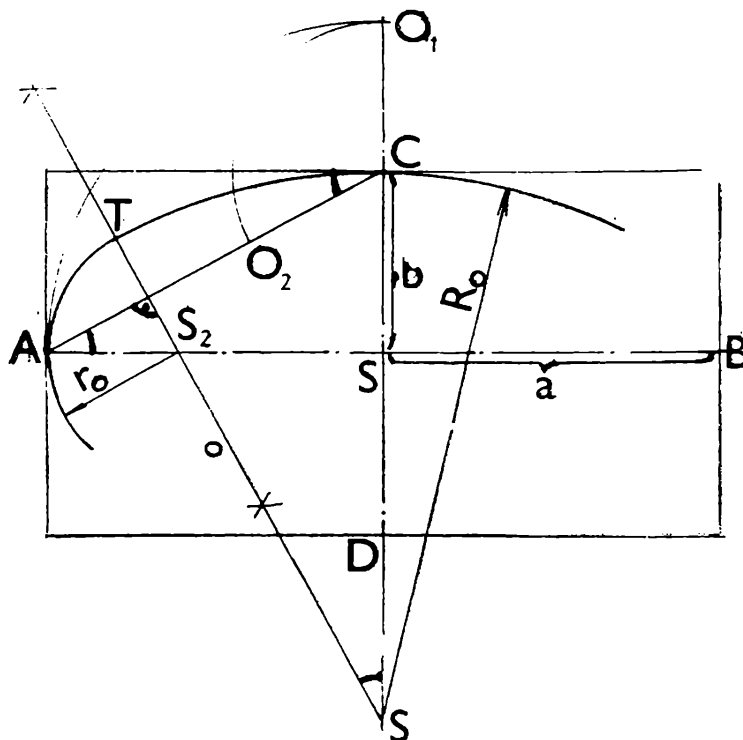
NAŠE SOUTĚŽ

Řešení úloh minulého ročníku Rozhledů

Matematika

7. V článku *Ovál a elipsa* (viz třetí číslo loňského ročníku Rozhledů), byla popsána konstrukce jednoho oválu a oskulačních kružnic ve vrcholech elipsy. Zároveň se měly řešit tyto úlohy:

a) Vypočítat pomocí daných čísel a , b ($a > b$) poloměry R , r kružnic, z jejichž oblouků je složen ovál narysovaný na obr. 1.



Obr. 1

- b) Vypočíst pomocí daných čísel a, b , ($a > b$) poloměry r, R oskulačních kružnic sestrojených ve vrcholech elipsy (obr. 2).
- c) Dokázat, že oskulační kružnice sestrojená v hlavním vrcholu elipsy náleží vnitřní oblasti oskulační kružnice, která je sestrojena ve vedlejším vrcholu elipsy (obr. 2).
- d) Vypočíst délku x úsečky FG (obr. 2), která leží na přímce $S_r S_R$.

Vlastimil Mráz

Upravené řešení Libora Němečka, 2C G M. Koperníka, Bílovec:

a) Označme písmenem P průsečík vzájemně kolmých přímek AC , $S_1 S_2$ (na obr. 1 písmeno P chybí). Potom je

$$|AC| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad |CO_2| = |CO_1| = a - b,$$

$$|AO_2| = |AC| - |CO_2| = \sqrt{a^2 + b^2} - (a - b),$$

$$|AP| = \frac{1}{2} |AO_2|,$$

$$|PC| = |AC| - |AP| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a - b}{2}.$$

Dále je $\triangle APS_2 \sim \triangle ASC$ (uu), takže je

$$\frac{|AS_2|}{|AP|} = \frac{|AC|}{|AS|} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}.$$

$$R - r = \frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = \frac{a^3 - b^3}{ab}. \quad (3)$$

Předpokládejme, že je $|S_r S_R| \geq R - r$, tj.

$$\frac{a^2 - b^2}{ab} \sqrt{a^2 + b^2} \geq \frac{a^3 - b^3}{ab},$$

$$(a + b) \sqrt{a^2 + b^2} \geq a^2 + ab + b^2,$$

$$(a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + b^2) \geq (a^2 + ab + b^2)^2.$$

Provedeme-li naznačené početní výkony, dostaneme výsledek $0 \geq a^2 b^2$, který však není správný (neboť je $a > 0$, $b > 0$). Předpoklad o číslu $|S_r S_R|$ byl tedy nesprávný; proto platí nerovnost (1). Kružnice k_r náleží tedy vnitřní oblasti kružnice k_R .

d) Z právě získaného výsledku plyne, že je $|S_R G| > |S_R F|$, takže platí:

$$x = |S_R G| - |S_R F| = R - (r + |S_r S_R|).$$

Podle vzorců (2) a (3) je tedy

$$x = \frac{a^3 - b^3}{ab} - \frac{a^2 - b^2}{ab} \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$x = \frac{a - b}{ab} [a^2 + ab + b^2 - (a + b) \sqrt{a^2 + b^2}].$$

OLYMPIÁDY A SOČ

Celostátní kolo kategorie A 36. ročníku matematické olympiády

(Dokončení z čísla 4.)

Další úspěšní řešitelé:

- 18.—21. Štěpán Holub, 2. roč., Trutnov
 Ondrej Šuch, 1. roč., Žilina, V. Okružná
 Vladimír Veselý, 4. roč., Bratislava, G J. Hronca
 Jiří Zatloukal, 3. roč., Bílovec
 22.—23. Tibor Bartoš, 3. roč., Bratislava, G A. Markuša
 Dalibor Procházka, 3. roč., Karlovy Vary
 24. Vladimír Šošovička, 3. roč., Žilina, V. Okružná

- 25.—26. Mário Drosc, 4. roč., Michalovce
Jana Ježková, 4. roč., Hradec Králové, Šimkova
- 27.—28. Peter Eliáš, 3. roč., Prešov, Konštantínova
Martin Kučera, 2. roč., Bílovec
- 29.—30. František Klein, 4. roč., Brno, Koněvova
Ildikó Vázsonyiová, 4. roč., Komárno, maď. G
- 31.—33. Ladislav Fekete, 2. roč., Bratislava, G A. Markuša
Pavel Nýč, 4. roč., Tachov
Zbyněk Šír, 2. roč., Hradec Králové, G J. K. Tyla
- 34.—35. Andrej Doboš, 2. roč., Bratislava, G A. Markuša
Miroslav Laššák, 4. roč., Žilina, V. Okružná
- 36.—38. Lenka Bočková, 4. roč., Praha, Sladkovského nám.
Róbert Krídl, 4. roč., Bratislava, G A. Markuša
Tomáš Kukosa, 3. roč., Brno, kpt. Jaroše

Žáci z tříd, které nejsou zaměřeny na matematiku, se umístili v pořadí :

1. Vladan Majerech, Pardubice
2. Marián Lukáč, Bánovce n. B.
3. Ilja Martišovitš, Bratislava, G J. Hronca
4. Stanislav Januschke, Bratislava, G J. Hronca
- 5.—6. Petr Fencel, Pardubice
Pavol Kolník, Nové Mesto n. V.
- 7.—8. Štěpán Holub, Trutnov
Vladimír Veselý, Bratislava, G J. Hronca
9. Dalibor Procházka, Karlovy Vary
- 10.—11. Mário Drosc, Michalovce
Jana Ježková, Hradec Králové, Šimkova
12. Peter Eliáš, Prešov, Konštantínova
- 13.—14. Ildikó Vázsonyiová, Komárno, maď. G
15. Pavel Nýč, Tachov
16. Lenka Bočková, Praha, Sladkovského nám.

Na závěr děkujeme těm, kdo se velmi zasloužili o dobrou organizaci soutěže i s ní spojeného kulturněspolečenského programu. Byli to především předseda krajského výboru matematické olympiády a děkan Pedagogické fakulty v Ústí n. L. *prof. dr. Jan Melichar, CSc.*, předseda organizačního výboru celostátního kola a vedoucí katedry matematiky *dr. Miroslav Červinka, CSc.*, pracovníci této katedry *dr. Y. Krčíková, dr. V. Čech* a *dr. V. Blažek*, pracovník krajského pedagogického ústavu a jednatel KV MO *Jan Slavík* a *doc. dr. M. Svoboda, CSc.*, z Ústavu marxismu-leninismu. Je třeba ocenit též podíl organizace SSM na Pedagogické fakultě v Ústí n. L.

Leo Boček

Kalendár M-F: január 1988

1. 1. 1748 zomrel v Bazileji *Johann Bernoulli*, švajčiarsky matematik a fyzik. Chcel byť kupcom, vyštudoval medicínu, vyučoval matematiku. Rozvinul teóriu exponenciálnych funkcií, ukázal metódy integrovania racionálnych zlomkov, systematicky vykladal diferenciálny a integrálny počet.
4. 1. 1643 so vo Woolsthorpe narodil *Isaac Newton*, anglický matematik, fyzik a astronóm. Študoval nekonečné rady, položil základy infinitezimálneho počtu, vytvoril gravitačnú teóriu a odviedol tri základné zákony dynamiky.
5. 1. 1838 sa v Lyone narodil *Marie Ennemond Camille Jordan*, francúzsky matematik. Vytvoril dôležité práce v algebre, teórii grúp a topológii. Zaviedol celý rad významných pojmov a účinných ideí. Členom parížskej Akadémie vied bol od roku 1881.
5. 1. 1913 zomrel *Louis Paul Gailletet*, francúzsky fyzik a metalurg. Skvapalnil kyslík, dusík i atmosférický vzduch.
6. 1. 1918 v Halle zomrel *Georg Cantor*, nemecký matematik. Vytvoril teóriu množín, študoval teóriu iracionálnych čísel. Snažil sa o systematické matematické zvládnutie aktuálneho nekonečna.
7. 1. 1983 zomrel *Joseph Stefan*, rakúsky fyzik. Objavil závislosť žiarivosti absolútne čierneho telesa od jeho absolútnej teploty.
7. 1. 1943 v New Yorku zomrel *Nikola Tesla*, chorvátsky fyzik, elektrotechnik a vynálezca. Urobil základné objavy v bezdrôtovej telegrafii, objavil rotačné magnetické pole, transformátor.
8. 1. 1888 sa v Lublinci narodil *Richard Courant*, nemecký matematik. Emigroval do USA. Zaoberal sa metódami matematickej fyziky, teóriou konformného zobrazenia.
10. 1. 1833 v Paríži zomrel *Adrien Marie Legendre*, francúzsky matematik. Úspešne rozvinul teóriu čísel, vydal aj významné geodetické a teoreticko-astronomické práce. Ovplyvnil algebraizáciu a aritmetizáciu geometrie.
11. 1. 1908 sa v Moskve narodil *Dmitrij Ivanovič Blochincev*, sovietsky teoretický fyzik. Vedecky pracoval v oblasti kvantovej mechaniky, jadrovej fyziky a teórie jadrových reaktorov. Získal Leninovu cenu i Štátnu cenu ZSSR.
12. 1. 1903 sa v dedinke Sim narodil *Igor Vasilievič Kurčatov*, sovietsky fyzik, organizátor sovietskej atómovej vedy a techniky. Zaoberal sa fyzikou atómového jadra.
14. 1. 1978 v Princetone zomrel *Kurt Gödel*, americký logik a matema-

- tik rakúskeho pôvodu. Zasiahol do teórie množín a matematickej logiky. Dokázal nemožnosť úplnej formalizácie matematiky.
15. 1. 1908 sa v Budapešti narodil *Edward Teller*, americký fyzik. Vedecky pracoval v oblasti kvantovej mechaniky, jadrovej fyziky, termojadrovej syntézy, fyziky elementárnych častíc. Spolupracoval na zostrojení prvej atómovej a vodíkovej bomby.
 19. 1. 1833 sa narodil *Alfred Clebsch*, nemecký matematik. Vytvoril teóriu invariantov a aplikoval ju v projektívnej geometrii. Založil významný matematický časopis *Mathematische Annalen*.
 19. 1. 1908 sa v Jarceve narodil *Alexander Genadijevič Kuroš*, sovietsky matematik. Ovplynul rozvoj súčasnej algebry.
 22. 1. 1908 sa v Baku narodil *Lev Davidovič Landau*, sovietsky teoretický fyzik. Zaoberal sa teóriou tuhých látok a fyzikou nízkych teplôt. V roku 1962 dostal Nobelovu cenu za fyziku.
 24. 1. 1798 sa v Rothenburgu narodil *Karl Georg Christian von Staudt*, nemecký matematik. Zaviedol do geometrie imaginárne prvky ako samodružné body eliptickej involúcie. Rozvinul projektívnu geometriu.
 27. 1. 1918 sa narodil *Antonín Mrkos*, český astronóm. Objavil nové kométy, zúčastnil sa sovietskej expedície do Antarktídy.

dj

INFORMACE

Matematika znovu na obrazovce

Československá televize natáčí v pražském studiu osmidílný seriál *Převážně vážně o vědě a praxi*, který bude vysílán v 1. čtvrtletí r. 1988. Slovy „převážně vážně“ připomíná čtyřletý cyklus středoškolské matematiky vysílaný před několika lety. Také tentokrát se natáčí v televizním klubu se studenty pražského gymnázia ve Štěpánské ulici, ale jeho vybavení je daleko modernější — zmizela tabule s křídou, studenti pracují a řešení úloh předvádějí na monitorech počítačů.

Pořadem diváky provází *dr. Jindřich Vocolka*, který kromě skupiny studentů udržuje kontakt i s rodinou Novákových, jež zastupuje obec diváků. Podstatnou část každého z osmi dílů tvoří vystoupení hostů — odborníků z vědeckých a výzkumných pracovišť, kteří na zajímavých příkladech ukazují uplatňování matematických metod v praxi. Oni také jsou autory úloh s praktickými náměty, které studenti řeší (jde tedy

o úlohy vyžadující jen znalosti středoškolské matematiky). Divákům se v tomto pořadu úlohy nezačínají.

V prvním dílu seriálu bude zmínka i o Rozhledech matematicko-fyzikálních, a to v souvislosti s Didoninou úlohou, ke které se vztahuje článek dr. Jedličkové otištěný v tomto čísle. Pracovní názvy jednotlivých lekcí ukazují šířku záběru pořadu: *Matematika jako věda a nástroj*, *Elektronika a teorie čísel*, *Šlechtění hospodářských zvířat a matematika*, *Fyzika a matematika*, *Hudba a matematika*, *Polní pokusnictví a matematika*, *Ekonomie a matematika*, *Medicina a matematika*.

Sledujte programy televize na počátku roku, dozvíte se přesné vysílací časy jednotlivých dílů seriálu *Převážně vážně o vědě a praxi*, který je určen také vám, zájemcům o matematiku a fyziku.

Jaroslav Šedivý

Z NOVÝCH KNIH

Balek, V

PREČO SVIETIA HVIEZDY ?

Vydala Alfa, Bratislava 1986, 208 strán, 50 obr., 20 ilustrácií, 4 tabuľky, brož. Kčs 13,—

Základy teórie vnútornej stavby a vývoja hviezd sú obsahom knižky, ktorá vyšla v edícii *Gama*, určenej pre čitateľov so zvýšeným záujmom o fyziku, tentoraz o astrofyziku — vedný odbor na hraniciach astronómie a fyziky, ktorý študuje fyzikálne vlastnosti hviezd.

Cieľom knižky je priblížiť bez náročného matematického aparátu princípy súčasnej teórie hviezd. Publikácia je rozdelená na štyri kapitoly — Údaje pozorovania; Jadrové reakcie, gravitácia, prenos energie; Vývoj hviezd; Konečný osud hviezd. V každej kapitole sú články dvoch druhov, bez hviezdčky a s hviezdčkou. Neoznačené vytvárajú kurz pre

začiatočníkov a „hviezdčkované“ sú kurzom pre pokročilých. Ku každej kapitole sú uvedené články a úlohy, ktoré si môžete vyriešiť a výsledky porovnať s riešeniami uvedenými v závere knižky. Všetkých ich je 132.

O čom sa môžete dozvedieť? O svetle hviezd v spektroskope, o vzťahoch medzi farbou, intenzitou svetla a teplotou, o gravitácii a tlaku v plyných guľach, o šírení tepla a žiarivom prenose energie, o živote hviezd zo stavu protohviezdy až po červeného obra, o veľkom výbuchu a konečnom osude hviezd, o neutrónových hviezdach a čiernych diaroch. Hviezdy sú z hľadiska fyziky veľmi zaujímavé objekty. Pri štúdiu tejto knižky sa zoznámite s úvahami teórie gravitácie, termodynamiky, optiky, atómovej a jadrovej fyziky, elektrodynami-

ky a teórie plazmy i všeobecnej teórie relativity.

Autor zvolil podnetný štýl výkladu, jasne ukazuje podstatu úvah, naznačuje zásadné vzťahy, kladie zaujímavé otázky a primerané úlohy. Knižka sa naozaj dobre číta, podnecuje k ďalšiemu štúdiu, motivuje fyzikálne záujmy.

Tých, ktorí to s hviezdami myslia

vážne, upozorňujem ešte na knižky:

Pittich, E.—Kalmančok, D.: *Obloha na dlani*. Bratislava, Obzor 1981.

Müller, B.: *Základy astronómie*. Bratislava, Alfa 1980.

Ginzburg, V. L.: *Astrofyzika*. Bratislava, Alfa 1979.

Dušan Jedinák

Zánik románového cirkusu Humberto

Autor románu „Cirkus Humberto“ *Eduard Bass* se narodil před sto lety 1. ledna 1888. Kniha vyšla v době nacistické okupace v roce 1941. U čtenářů získala tehdy velký ohlas, a to nejen proto, že zaváděla do atraktivního, téměř exotického prostředí, ale hlavně že oslavovala prostého českého člověka. Ukazovala, že úsloví o „zlatých českých rukách“ nemusí být pouhou nadsázkou.

Většina čtenářů Rozhledů jistě četla knížku Cirkus Humberto. Pamatujete si však, proč v románě v roce 1890 cirkus zanikl? Hlavní vinu nesla matematika.

Začneme však po pořádku. V jižních Čechách, v Pošumaví, v druhé polovině minulého století opouštěli mnozí muži přes léto své rodiny a odcházeli do světa, kde pracovali jako zedníci, muzikanti, cirkusáci. Šlo o tzv. „světáky“. Pocházeli např. ze Stach, ze Zdíkova, ze Strašína. Ve svých povídkách o nich psal známý šumavský spisovatel *Karel Klostermann*. K cirkusu Humberto se takto dostal také Antonín Karas, hrdina Bassova románu. Jeho syn Václav se stal později ředitelem a spolujeditelem tohoto cirkusu. Avšak dalšímu v řadě Petrovi Karasovi již prostředí ušlechtilých koní, dravé zvěře, artistů a rozzářené manéže neučarovalo. Vymanil se z vlivu rodiny, opustil svět romantiky, nebezpečí i slávy a vystudoval na pražské univerzitě matematiku. V knížce se uvádí i téma jeho habilitační docentské práce: Několik nových pohledů na Bolzano-Cauchyovo kritérium konvergentních a divergentních posloupností. Posléze se stal i univerzitním profesorem.

Nabízí se otázka, zda Eduard Bass vybral pro Petra povolání matematika náhodou nebo cítil, že matematické myšlení má styčné plochy s cirkusovým a varietním „kumštem“, kde často záleží na prostorové představivosti a vrozené schopnosti kombinatoricky myslet.

Jiří Mída

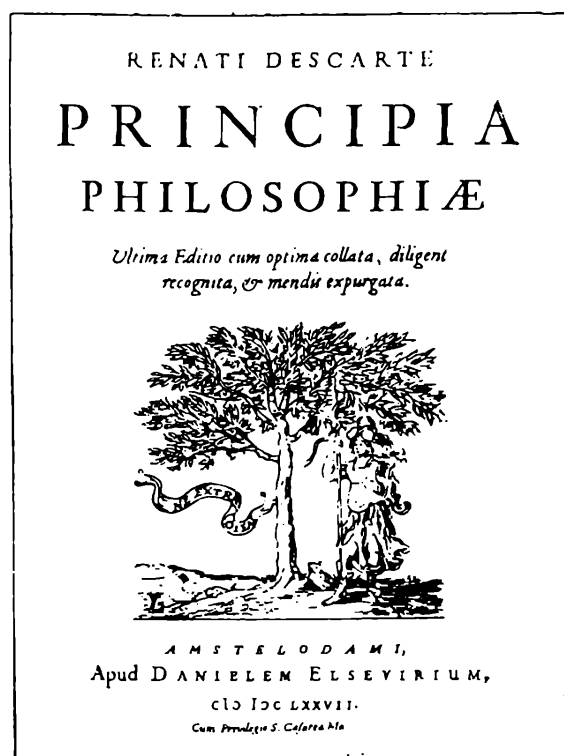
POHLEDY DO DĚJIN

Descartova Principia philosophiae

K nejvýznamnějším matematikům a teoretickým fyzikům a ovšem i filozofům před Newtonem patří francouzský šlechtic *René Descartes* (čti Dekárt), latinsky *Renatus Cartesius* (31. 3. 1596 Lahaye ve Francii — 11. 2. 1650 Stockholm). Jeho *Principia* (1. vydání 1644) jsou zakladatelským dílem novověké filozofie (racionalismu, ale i mechanického materialismu, v jehož rámci se vyvíjela fyzika a celá přírodověda do konce 19. století.

Descartes zformuloval základní zákony mechaniky (a to již nejen statiky, ale také dynamiky) ve formě axiomů, objevil zákon zachování hybnosti, jehož významu si byl vědom, když podobně jako kdysi Archimédés prohlásil: „Dejte mi hmotu a hybnost a sestrojím svět!“; on také jako první uveřejnil a dokázal zákon lomu světla hledaný 1500 let od dob Ptolemaiových.

Jeho *Principia* i axiomatické zpracování základních zákonů mechaniky se stalo vzorem pro *Principia* Newtonova; také v nejnovější době vědecké základy matematiky shrnul ve svém principiálním díle *B. Russel* a uveřejnil



pod názvem *Principia mathematica*.

Descartes byl aristokrat, pohyboval se v nejvyšších šlechtických kruzích. Je zajímavé, že své největší dílo věnoval učené princezně Elišce, nejstarší dceři českého zimního krále Friedricha Falckého, kterého jako důstojník bavorského vojska pomohl sehnat s trůnu v bitvě na Bílé hoře. Descartes zemřel ve Stockholmu, kde dlel na pozvání švédské královny Kristiny.

Vladimír Malíšek

Řekli, napsali...

Pokrok přináší ti, kdo se odvažují stále měnit vše, co není v pořádku.

Bernard Bolzano (1781 — 1848)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kovpakova 26, 160 00 Praha 6. Návštěvní dny: středa 7.00 — 15.00 hod., pátek 7.00 — 13.00 hod.

Jazyková úprava doc. dr. Marie Valešová, CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1988.

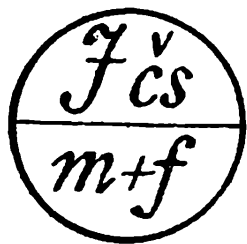
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

ROČNÍK 66, 1987/88
ÚNOR

(6)

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY

matematicko-fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUCÍ REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaro-
slav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha, dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Ladislava Faktorová: Výročí Vítězného února	221
Jaroslav Šedivý: Tři metody řešení jedné stereometrické úlohy	222
Ivan Fischer: Řízení procesů 5	227
Věnceslav Patrovský: Pokusy s desinte- grovanou vodou .	232
René Hudec: Supernova 1987 A .	235
Jana Zachová: Fyzikální ústav Univerzity Karlovy	237
Jiří Mída: Problém pro jeden zimní večer	249
Jarmila Pěnčíková: Exponenciální země- pisné algebrogramy	249
Emil Kašpar: Dva fyzikální problémy	250
Naše soutěž	251
28. mezinárodní MO	257
18. mezinárodní FO	259
dj: Kalendár M-F	261
Ján Chrapan, Vlastimil Mistrík: Reportá- že z mikrosveta .	263
Vladimír Mališek: Galileiho rodný dům . 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních termínů (93-96)	příloha

Výročí Vítězného února

Doc. dr. LADISLAVA FAKTOROVÁ, CSc., UK Praha

„Nynější generace — a nejen v naší zemi — jsou odpovědny za osud civilizace i samotného života na zemi. Jen na nich závisí, zda se začátek nového tisíciletí světových dějin stane jeho tragickým epilogem nebo inspirovujícím prologem budoucnosti.“

Michail Gorbačov

Únor 1948 je vedle osvobození Československa Sovětskou armádou v květnu 1945 nejvýznamnějším mezníkem našich novodobých dějin. Dlouholetý zápas dělnické třídy a pracujícího lidu vedených Komunistickou stranou Československa o politickou moc ve státě byl úspěšně dobojován. Vítězný únor zakončil proces přerůstání národní a demokratické revoluce v revoluci socialistickou a vytvořil předpoklady k budování socialismu v naší vlasti.

Historické vítězství československého pracujícího lidu znamenalo však i významný přínos světovému revolučnímu hnutí, které v roce 1917 zahájila Velká říjnová socialistická revoluce. Revoluční síly na celém světě oceňují tvořivé uplatňování leninské strategie a taktiky. Úspěšný rozvoj národně osvobozeneckého boje, vytvoření široké protifašistické fronty, ve které měla vedoucí postavení dělnická třída, únorové vítězství, to vše potvrdilo správnost leninské teorie o socialistické revoluci, o přechodu od kapitalismu k socialismu.

Učení marxismu-leninismu nás provázelo i na cestě budování socialismu v Československu. Letošní čtyřicáté výročí Února je příležitostí ke vzpomínání a zamyšlení nad tím, jaká to byla cesta. Dosáhli jsme významných úspěchů v oblasti ekonomické, politické i ideologické. Milióny pracujících budovatelským úsilím přispěli k našim společným socialistickým vymoženostem. Podařilo se nám překonat potíže, omyly i kontrarevoluční pokusy domácí i zahraniční reakce a začlenit naše země pevně do socialistické světové soustavy.

Čtyřicáté výročí vítězství pracujícího lidu nad reakcí si připomínáme v době, kdy se rozhoduje o budoucnosti lidstva. Přístup k nejdůležitějším problémům lidstva a hledání jejich řešení potvrzuje pevné sepětí světového pokroku se socialismem jako mezinárodní silou.

I naše budoucnost je závislá na dalším rozvoji socialismu, na plnějším využívání jeho předností, na urychlení sociálně ekonomického rozvoje. Přestavba hospodářství umožní další ekonomický, politický, společenský i ideologický pokrok a tím i významný vzestup životní úrovně. Klíčovým úkolem přestavby je urychlit vědecko-technický pokrok a důsledně zavádět jeho výsledky do praxe.

Rozvoj socialismu je podmíněn dále důsledným uplatňováním a všestranným využíváním socialistické demokracie, zvyšováním účasti pracujících na řízení a správě státu.

Úspěšně realizovat náročné úkoly bude možné jen za aktivity všech našich občanů, zejména však naší mládeže. Naše budoucnost závisí teď více než kdy jindy na dorůstající generaci, na jejích postojích k výstavbě socialismu, na uvědomělosti, cílevědomosti, obětavosti, svědomitosti a důslednosti. Generační poslání mládeže je možno spatřovat v její angažované účasti na urychlení ekonomického rozvoje naší společnosti. Dnešní generace při naplňování odkazu Vítězného února má před sebou velké úkoly při dalším rozvoji a zdokonalování socialismu, úkoly, které vedou k dalšímu rozkvětu naší vlasti a k zachování míru na celém světě.

MATEMATIKA

Tři metody řešení jedné stereometrické úlohy

Doc. RNDr. JAROSLAV ŠEDIVÝ, CSc., MFF UK Praha

Soutěž Rozhledů obsahovala v minulém ročníku úlohu z prostorové geometrie, kterou lze řešit různými metodami. Řešitelé uplatnili tři metody, které vycházejí z učiva středních škol. V tomto článku se s nimi seznámíme, protože je mohou mladí čtenáři Rozhledů používat i v jiných situacích (při řešení úloh Matematické olympiády, při maturitních zkouškách i v budoucím vysokoškolském studiu). Zopakujme si text úlohy:

8. V krychli $ABCDEFGH$ je vyznačen střed K hrany GH a libovolný bod přímky DB je označen X . Zkoumejte množinu všech trojúhelníků EKX :

- Sestrojte trojúhelník EKX , který má nejmenší obsah.
- Určete všechny pravoúhlé trojúhelníky EKX .

V obou případech popište polohu bodů X na přímce DB poměrem $|DX| : |BX|$ a údajem, zda leží či neleží na úsečce DB .

Úkol a) vyžaduje optimalizační úvahu, úkol b) skrývá tři podúkoly, protože požadovaný trojúhelník EKX může mít svůj pravý úhel jen u jednoho z vrcholů X , K , E . Celkem budeme řešit čtyři určovací úlohy, které pokaždé označíme a) α), β), γ). Poslední věta v textu úlohy opisně požaduje určení dělicího poměru (DBX) tří bodů ležících na téže přímce.

Středoškolská matematika předvádí a procvičuje řešení stereometrických úloh těmito třemi metodami:

I. Syntetickou metodou, tj. bez použití souřadnic, s využitím obrázků, které nejen znázorňují prostorovou situaci ve volném rovnoběžném zobrazení, ale ukazují i vhodné průměty prostorových útvarů do roviny. Hlavní zbraní syntetické metody jsou věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků, které umožňují práci s poměry velikostí úseček.

II. Metodou souřadnic bodů v prostoru, tj. vhodnou volbou os ortonormální soustavy souřadnic, přiřazením souřadnic bodům a rovnic přímek či rovinám. Protože se zabýváme obsahem trojúhelníků a existencí pravoúhlých trojúhelníků, postačí nám aplikace vzorců pro vzdálenost bodů a Pythagorova věta, pokaždé dostaneme algebraickou úlohu (rovnici), resp. úlohu o funkci reálné proměnné.

III. Metodou souřadnic vektorů v prostoru, tj. opět vhodnou volbou os ortonormální soustavy souřadnic, přiřazením souřadnic nejen bodům, ale především vektorům. K vyjádření obsahu trojúhelníku využijeme vektorový součin vektorů, k úvaze o pravém úhlu v trojúhelníku uplatníme skalární součin vektorů; v obou případech dojdeme opět k řešení rovnice nebo k hledání extrému funkce reálné proměnné.

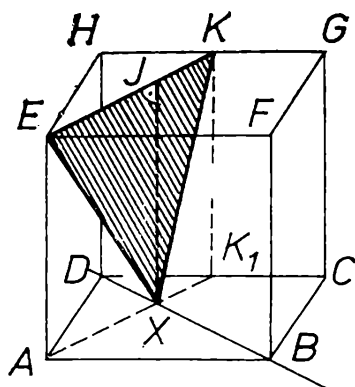
Ukažme si důslednou aplikaci každé ze tří metod při řešení všech čtyř úkolů; pokaždé připomeňme jména těch řešitelů soutěže Rozhledů, kteří popisovanou metodu použili nejúspěšněji, tj. správně a výstižně. Na obrázcích znázorníme drátěné modely krychlí (se všemi hranami viditelnými) s vloženými šrafovanými destičkami.

I. Bez použití souřadnic řešila úlohu *H. Peňázová, G, tř. kap. Jaroše 14, Brno, dále L. Němeček, GMK Bílovec, a M. Drosc, G, P, Horova, Michalovce.*

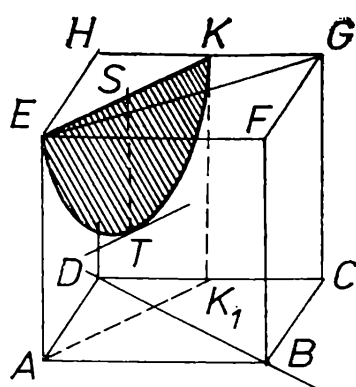
a) Obsah $S(\triangle EKX) = 0,5 \cdot |EK| \cdot v_x$, $|EK| = \text{konst.}$, proto $S(\triangle EKX)$ je minimální právě tehdy, když v_x je minimální. Bod X leží na přímce BD a v_x je úsečka na kolmici vedené z bodu X k přímce EK (obr. 1); nejkratší úsečka XJ je nejkratší příčkou mimoběžek BD , EK kolmou k oběma mimoběžkám i k oběma rovinám ABC , EFG . Při kolmém promítání do roviny ABC se XJ promítne do hledaného bodu X , $X \in BD$; úsečka EK se promítne na úsečku AK_1 , kde K_1 je střed úsečky CD .

Sestrojíme: 1. střed K_1 hrany CD , 2. úsečku AK_1 , 3. bod $X \in AK_1 \cap BD$; 4. $\triangle EKX$.

Výsledný trojúhelník je na obr. 1 vyšrafován, není ovšem zobrazen



Obr. 1



Obr. 2

ve svém skutečném tvaru; pata J jeho výšky v_x leží na nevyznačené úsečce HF . Z podobnosti trojúhelníků K_1DX , ABX , která má koeficient $k = 0,5$, snadno získáme $|DX| : |BX| = 1 : 2$.

α) Hledáme všechny body X_1 na přímce BD , pro které platí, že $|\sphericalangle EX_1K| = 90^\circ$. Na obr. 2 je znázorněn střed S úsečky EK a úsečka ST kolmá k rovině ABC , $|ST| = |SE| = |SK|$. Šrafováním je zdůrazněn průnik pravoúhelníku $KEAK_1$ s koulí κ (S ; $0,5 |EK|$), bod T je ze všech bodů koule nejbližší k rovině ABC . Povrch koule κ (bez bodů E , K) je množinou vrcholů pravoúhlých trojúhelníků EKX_1 s přeponou EK . (Jde o prostorovou analogii Thaletovy kružnice v rovině.) Názorný dojem, že $\kappa \cap BD = \emptyset$, můžeme podepřít důkazem, že $|ST| < |EA|$ a $\kappa \cap BCD = \emptyset$:

$|EK| < |EG| < |EF| + |FG| = 2 \cdot |EA|$, proto $|ST| = 0,5 \cdot |EK| < |EA|$. Neexistuje tedy trojúhelník EKX_1 s pravým úhlem u vrcholu X_1 , $X_1 \in BD$.

β) Hledáme všechny body X_2 přímky BD , pro něž $|\sphericalangle EKX_2| = 90^\circ$. Na obr. 3 je zakreslen takový trojúhelník EKX_2 , průmět jeho pravého úhlu je však zkreslený. Protože úhel EKX_2 má jedno rameno rovnoběžné s rovinou ABC , při kolmém promítání do roviny ABC se promítne jako pravý. Na obr. 4 vidíme situaci v rovině ABC , hledaný bod X_2 leží vně úsečky BD na přímce p vedené bodem K_1 kolmo k E_1K_1 . Doplníme body P , R a snadno zdůvodníme podobnost trojúhelníků:

$$\triangle ADK_1 \sim \triangle K_1DR \sim \triangle K_1CP$$

Protože je $|DA| = 2 \cdot |DK_1|$, je také $|DK_1| = 2 \cdot |DR| = 2 \cdot |CP|$ a $|DR| = 0,25 \cdot |AD|$, $|BP| = 0,75 \cdot |AD|$.

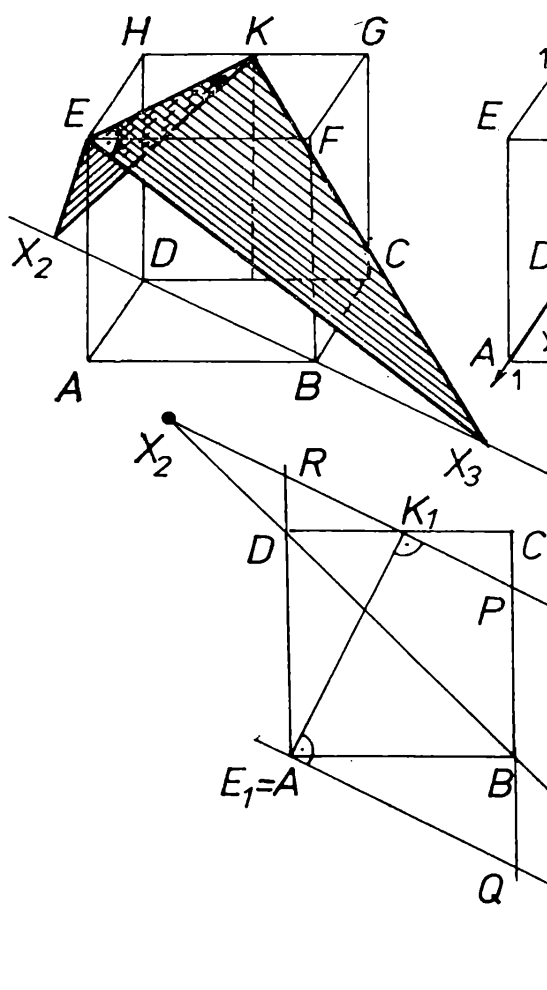
Trojúhelníky DRX_2 , BPX_2 jsou stejnohlé, proto

$$|DX_2| : |BX_2| = |DR| : |BP| = 1 : 3.$$

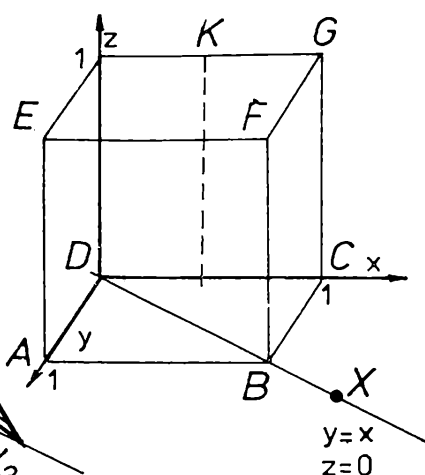
γ) Hledáme všechny body X_3 přímky BD , pro něž $|\sphericalangle KEX_3| = 90^\circ$. Obdobnou úvahou jako v úkolu β) najdeme konstrukci bodu X_3 pomocí přímky q vedené bodem E_1 kolmo k E_1K_1 . Na obr. 4 je doplněn bod Q ; ze shodnosti trojúhelníků ADK_1 , ABQ dostaneme $|BQ| = 0,5 \cdot |AD|$. Stejnolehlost trojúhelníků ADX_3 , QBX_3 umožňuje dokázat, že

$$|DX_3| : |BX_3| = |AD| : |QB| = 2 : 1.$$

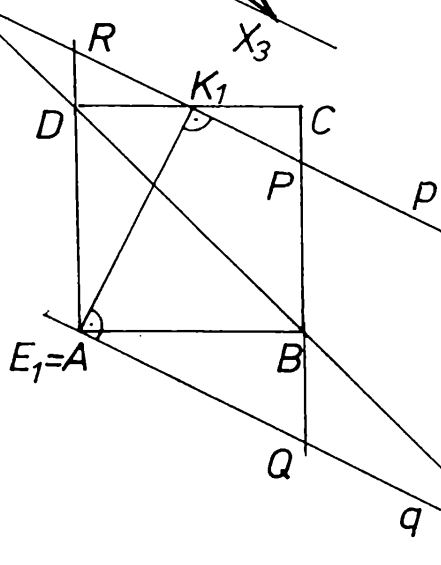
Obr. 3



Obr. 5



Obr. 4



V ukázkách, jak lze úlohu řešit metodami II a III, nebudeme už opakovat úkoly a), α), β), γ). Zápisy řešení tím zkrátíme; při plném výkladu řešení by však nebyla úspora místa tak výrazná, jak se bude nyní jevit.

II. Pomocí ortonormální soustavy souřadnic v prostoru a s využitím souřadnic bodů řešila úlohu R. Anýžová, GMK Bílovec.

Zvolme soustavu souřadnic tak, jak ukazuje obr. 5, tj. přiřadíme $D[0; 0; 0]$, $B[1; 1; 0]$, $E[0; 1; 1]$, $K[0,5; 0; 1]$. Libovolný bod X přímky BD má souřadnice $[x; x; 0]$, bod $A[0; 1; 0]$, $K_1[0,5; 0; 0]$.

a) Stejnou úvahou jako při metodě I dojdeme ke konstrukci bodu X na obr. 1 pomocí úseček BD , AK_1 . V soustavě souřadnic v rovině DAB vyjádříme přímku BD rovnicí $x - y = 0$, přímku AK_1 rovnicí

$2x + y - 1 = 0$; jejich průsečík X má souřadnice $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$. Podle

vzorce pro vzdálenost bodů vypočítáme $|DX| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $|BX| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$,

proto

$$|DX| : |BX| = 1 : 2$$

α) Využijeme Pythagorovu větu $|EX_1|^2 + |KX_1|^2 = |EK|^2$; dosadíme souřadnice bodů E , K a $X_1[x, x, 0]$ a dostaneme rovnici

$$x^2 + (x-1)^2 + 1^2 + (x-0,5)^2 + x^2 + 1^2 = 0,5^2 + 1^2 + 0^2$$

$$4x^2 - 3x + 2 = 0$$

Tato rovnice má diskriminant $D = 9 - 32 < 0$, proto nemá reálné kořeny. Žádný trojúhelník EKX_1 neexistuje.

β) Opět zapíšeme $|EK|^2 + |KX_2|^2 = |EX_2|^2$ a dosadíme souřadnice bodů

$$0,5^2 + 1^2 + 0^2 + (x-0,5)^2 + x^2 + 1^2 = x^2 + (x-1)^2 + 1^2$$

$$-x + 0,5 = 0$$

Získáváme bod $X_2[-0,5; -0,5; 0]$ ležící vně úsečky BD , přitom

$$|DX_2| = \frac{\sqrt{2}}{2}, |BX_2| = \frac{3\sqrt{2}}{2}, |DX_2| : |BX_2| = 1 : 3.$$

γ) Dosadíme do rovnice $|EK|^2 + |EX_3|^2 = |KX_3|^2$ a získáme rovnici

$$0,5^2 + 1^2 + 0^2 + x^2 + (x-1)^2 + 1^2 = (x-0,5)^2 + x^2 + 1^2$$

$$-x + 2 = 0$$

Bod $X_3[2; 2; 0]$ leží vně úsečky BD , přitom

$$|DX_3| = 2\sqrt{2}, |BX_3| = \sqrt{2}, \text{ proto } |DX_3| : |BX_3| = 2 : 1.$$

Konstrukce bodů X_2 , X_3 na základě vypočítaných souřadnic nejsou sice ryze geometrické, ale jsou snadné. Pomocí pojmu dělicí poměr tří bodů téže přímky můžeme zapsat

$$(DBX) = -0,5, (DBX_2) = \frac{1}{3}, (DBX_3) = 2$$

III. Důsledně pomocí vektorové algebry řešil úlohu *D. Janek, G Havířov.*

Využijeme soustavu souřadnic znázorněnou na obr. 5, vyjádříme souřadnice vektorů $X - E = (x, x-1, -1)$, $K - E = (0,5; -1; 0)$, $X - K = (x-0,5; x; -1)$ a uplatníme výpočty vektorového a skalárního součinu vektorů.

a) Obsah $S(\triangle EKX)$ je roven polovině velikosti vektoru $\mathbf{v} = (X - E) \times (K - E)$, jehož souřadnice určíme ze schématu

$$\begin{array}{ccccccc} x-1 & -1 & x & x-1 & & & \\ -1 & 0 & 0,5 & -1 & & & \end{array} \quad \mathbf{v} = (-1; -0,5; -1,5x+0,5)$$

$$S(\triangle EKX) = 0,5 |\mathbf{v}| = 0,5 \sqrt{2,25x^2 - 1,5x + 1,5} =$$

$$= 0,25 \sqrt{9x^2 - 6x + 6} \quad \text{Kvadratický trojčlen } 9x^2 - 6x + 6 =$$

$$(3x-1)^2 + 5 \text{ nabývá minimální hodnoty pro } x = \frac{1}{3}; \text{ právě}$$

tehdy je minimální i hodnota $S(\triangle EKX)$. Bod $X\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0\right]$

sestrojíme rozdělením úsečky DB na tři stejné díly, vztah $|DX|$

: $|BX| = 1 : 2$ snadno vypočítáme, platí $X - D = -0,5 (X - B)$.

α) Kolmost stran EX_1 , KX_1 hledaného trojúhelníku EKX_1 vyjádříme nulovou hodnotou skalárního součinu:

$(X_1 - E) \cdot (X_1 - K) = x^2 - 0,5x + x^2 - x + 1 = 2x^2 - 1,5x + 1 = 0$
Kvadratická rovnice má záporný diskriminant, nemá reálný kořen.
Žádný trojúhelník EKX_1 neexistuje.

β) Postup opakujeme pro strany EK , KX_2 hledaného trojúhelníku EKX_2 :

$(K - E) \cdot (X_2 - K) = 0,5x - 0,25 - x + 0 = -0,5x - 0,25 = 0$
Lineární rovnice má kořen $x = -0,5$; bod $X_2[-0,5; -0,5; 0]$ má vlastnosti popsané již v odst. II β, navíc můžeme zapsat $X_2 - D =$
 $= \frac{1}{3} (X_2 - B)$.

γ) Vyjádříme kolmost vektorů $K - E$, $X_3 - E$;

$(K - E) \cdot (X_3 - E) = 0,5x - x + 1 + 0 = -0,5x + 1 = 0$
Lineární rovnice má kořen $x = 2$; bod $X_3[2; 2; 0]$ má vlastnosti popsané v odst. II γ, platí též $X_3 - D = 2(X_3 - B)$.

Koeficienty lineární závislosti vektoru $X - D$ na vektoru $X - B$ jsou zřejmě hodnotami dělicích poměrů uvedených v závěru úseku II.

Řízení procesů

5. Čidla pro logické řízení

Doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PeF UK v Praze

V minulém čísle Rozhledů jsme si popsali připojení vstupních a výstupních portů k mikropočítačům IQ 151 a PMD 85. Popsali jsme si i nejjednodušší čidla z kontaktů a fotoodporů a akční členy ze svítivých diod a z reproduktoru. Nyní se zaměříme na citlivější čidla.

Zapojíme-li fotoodpor mezi vstupní bit portu a zem obvodu, máme k dispozici čidlo rozlišující osvětlený a zastíněný fotoodpor. Rozlišení je dáno intenzitou osvětlení. Při citlivém fotoodporu a silném světle v místnosti stěží fotoodpor zastíníme, světlo procházející prstem či rukou může stačit pro „sepnutí“ fotoodporem. Naopak v šeru ani nezastíněný fotoodpor „nesepe“ vstupní bit na hodnotu nula. Podle obrázku 1 si proto doplníme fotoodpor odporovým trimrem, odporem a tranzistorem NPN. Na typu křemíkového tranzistoru NPN příliš nezáleží (KC 238, KC 508, KS 500, KSY 21 atd.). Fotoodpor s odporovým trimrem vytvářejí napěťový dělič. Stoupne-li na vývodu z trimru napětí nad cca 0,7 V, křemíkový tranzistor NPN sepne vstupní bit na hodnotu 0, jinak je na hodnotě 1. Odpor cca 39 kiloohmů i odporový trimr vytvářejí

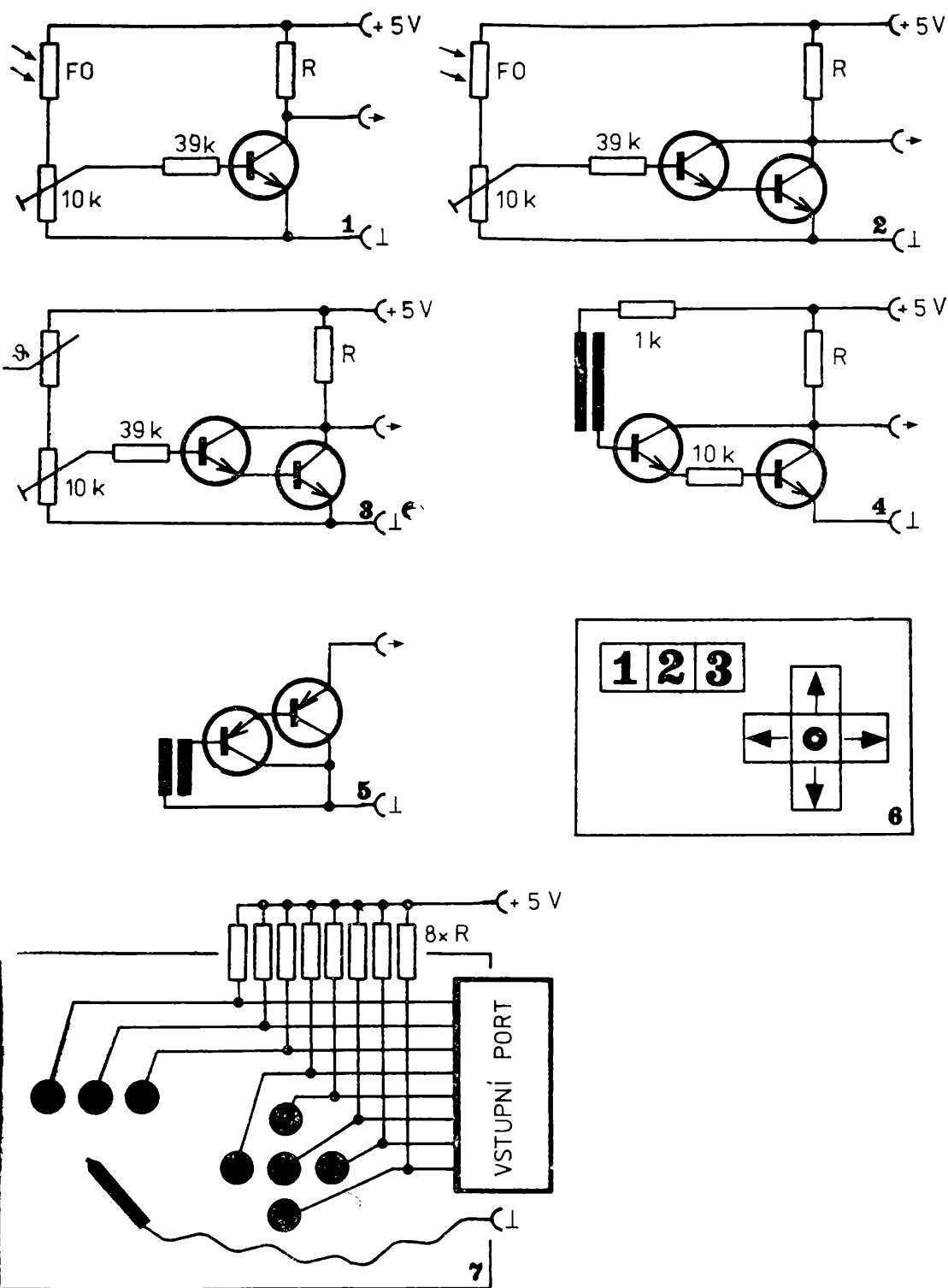
i ochranu před krajními nastaveními trimru a tím případnými přetíženími fotoodporu či tranzistoru. Pokud podle obrázku 2 nahradíme tranzistor NPN tranzistorem s velkým zesílením či raději dvojicí tranzistorů NPN zapojených (v Darlingtonově zapojení) tak, že se jejich zesílení znásobí, dostáváme velice citlivou fotobuňku rozlišující i jemné změny intenzity světla. V zapojeních podle obrázků 1 a 2 je ještě odpor R , který bude i v dalších zapojeních. Je-li vedení od čidla k vstupnímu portu delší, mohou se na vedení naindukovat rušivá napětí ovlivňující logické hodnoty. Odpor R velikosti cca $3k\Omega$ (1 až 10 kiloohmů) výskyt rušivých vlivů snižuje. Při jednoduchých pokusech však odpor R můžeme vynechat, neboť snižuje i citlivost obvodu z obrázku 2.

Zapojíme-li obdobný obvod podle obrázku 3, kde je fotoodpor nahrazen termistorem (zapojení pracovala při velmi různých hodnotách termistorů a typech fotoodporů) s hodnotou kolem 10 kiloohmů, získáme velmi citlivý indikátor nastavené teploty. Trimrem nastavíme takovou polohu, kdy se logická hodnota 1 na výstupu čidla mění na logickou nulu (nastaveno rozlišení pokojové teploty). Ohřátí termistoru mezi prsty a schladnutí termistoru oddálením prstů již čidlo rozlišuje logickými hodnotami na výstupu.

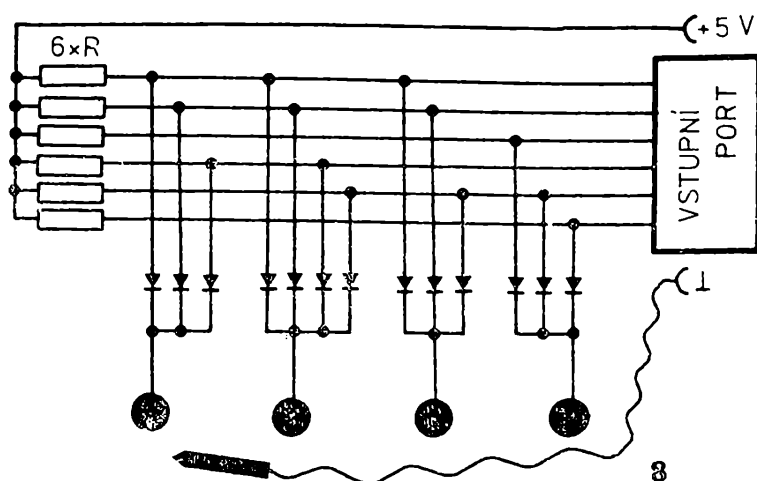
Místo tlačítek a kontaktů si můžeme podle obrázku 4 postavit senzory, které reagují na spojení obou plošek čidla vlhkým prstem (či kapalinou při sledování výšky hladiny, úhlu natočení atd.). Proud protékající přes dvě plošky sepne dvojici tranzistorů a na výstupu čidla (na vstupním portu počítače) je logická hodnota nula. Opět užijeme libovolné křemíkové tranzistory NPN. Obvod je doplněn dvěma odpory, aby na plošky nebylo vyvedeno napájecí napětí (nebezpečí zkratu s jiným obvodem) a nebyly přetíženy tranzistory NPN zkratem mezi ploškami senzoru. Obvod doplňuje opět odpor R . Obrázek 5 ukazuje analogické zapojení s užitím křemíkových tranzistorů PNP, kdy jsou vypuštěny všechny odpory. Obvod s tranzistory NPN má po doteku plošek senzoru na výstupu logickou hodnotu nula, obvod s tranzistory PNP hodnotu také nula.

Osmici takovýchto senzorů nebo tlačítek a kontaktů můžeme rozmístit na desce plošného spoje či na překližce atd. podle obrázku 6. Získáme tak pomocnou klávesnici, která při počítačových hrách, při zkoušecích programech i při ovládání zařízení připojených k počítači nahradí (a ušetří) klávesnici počítače. Můžeme přitom rozlišovat i stisknutí více tlačítek současně. Pokud předpokládáme stlačení vždy jen jednoho tlačítka, můžeme si sestavit klávesnici z osmi obvodů podle obrázku 7, kdy se místo stlačení tlačítka či dotyku prstem senzoru dotýkáme vodičem (například měřícím hrotem) spojeným se zemí obvodu kontaktních plošek.

Při zapojení pomocné klávesnice z kontaktních plošek, ze senzorů či tlačítek a vypínačů bude v klidovém stavu (nic nestisknuto) na vstup-



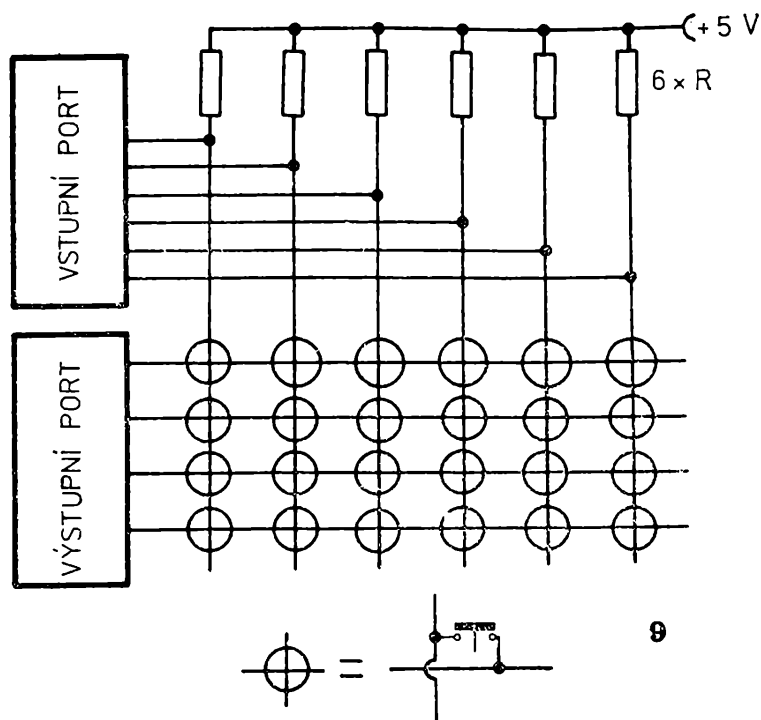
ním portu osmice logických hodnot 11111111. Přechzení vstupního portu ve strojovém kódu v tomto případě dá číselnou hodnotu FF v šestnáctkové soustavě, přechzení v jazyku BASIC funkcí INP (adr.) dá číselnou hodnotu 255 v desítkové soustavě. Stisknutí tlačítka (dotyk senzoru či kontaktní plošky) připojeného k bitu 6 vstupního portu způsobí, že na vstupním portu bude osmice logických hodnot 10111111, což ve strojovém kódu přečteme jako BF a v jazyku BASIC jako 255-64,



tedy 191. Hodnoty čtené ze vstupního portu při stisku jiných kontaktů či kombinaci kontaktů si jistě spočteme, nebo experimentálně vyzkoušíme po připojení klávesnice k počítači, kdy necháme na obrazovku vypisovat právě přečtené hodnoty ze vstupního portu.

Takovýchto klávesnic si můžeme k mikropočítači například při počítačových hrách připojit hned několik na různé vstupní porty. Rozlišujeme tak vždy po osmi povelích, nebo při kombinaci stisku více tlačítek najednou (až osmi prsty současně) všech 256 možných hodnot z jednoho vstupního portu (všechny kombinace uspořádané osmice logických hodnot). Pokud nechceme ovládat klávesnice až osmi prsty, můžeme jeden kontakt (kontaktní plošku, výstup senzoru) spojit přes diody (zcela libovolného typu) se vstupním portem. Ukázku několika takovýchto „kláves“ přináší obrázek 8. Tak získáme rovněž „klávesnici“ až s 256 rozlišitelnými hodnotami kláves na jediném vstupním portu. Sestavení diodové matice zabere trochu času. Vzhledem k ceně diod, například z vyřazených desek ze starých velkých počítačů, se takováto konstrukce klávesnic amatérům vyplatí. Použít lze i kodér klávesnice MH 1KK1, který rozliší 16 kláves a pamatuje si i poslední stisknutou klávesu. Vzhledem k ceně nad 100 Kčs se nám však asi hodit nebude.

Protože konstrukce klávesnice mikropočítače s diodovou maticí podle obrázku 8 by byla komplikovaná pro průmyslové použití, spínací tlačítka se zapojují podle obrázku 9 do kontaktní matice. Ta se kromě z tlačítek stavívá jako fóliová klávesnice, kdy kontakty jsou plošky na plošném spoji, nad nimi je distanční vrstva jedné fólie s výřezy nad kontakty, pak je vrstva vodivé fólie (vodivá guma, samolepicí tapeta polopená alobalem). Následuje krycí fólie s popisem kláves. Stisk způsobí dotek alobalu (vodivé gumy) na kontaktní plošky. Čtení kontaktů zapojených do matice podle obrázku 9 není možné jediným přečtením vstupního portu, ale postupně. Na výstupní port jsou připojeny jednotlivé řádky kontaktní matice. Vyšleme na něj sedmici logických hodnot 1 a jen na jeden řádek logickou hodnotu nula. Sloupce kontaktní matice



jsou spojeny se vstupním portem. Jeho přečtením zjistíme, která klávesa v daném řádku je stisknuta. Je-li stisknuta, má příslušný bit hodnotu nula, jinak mají všechny hodnotu jedna. Číst klávesnici v jazyku BASIC je již zdlouhavé, ale ve strojovém kódu takto čtou klávesnici všechny zmíněné mikropočítače, o kterých jsme v našem seriálu hovořili (mimo MIKRO AR, který klávesnici připojení nemá). Přečtení celé klávesnice přece jen i strojový program zdrží. Navrhnout jistě dovedete postup, jak jediným přečtením zjistit, zda je vůbec stisknuto nějaké tlačítko, a jestliže ano, pak by se teprve provedl algoritmus prohlédnutí celé matice, které tlačítko bylo stisknuto.

Kromě čidel reagujících na světlo, teplo a dotyk lze postavit i složitější čidla reagující na hluk, změnu kapacity či indukčnosti v okolí čidla, na tlak, přítomnost plynu v ovzduší, kdy jsou zapotřebí i speciální a drahé součástky nebo přístroje k nastavení čidel. Další čidla snímající logické hodnoty mohou sledovat dosažení určitého napětí a tím i proudu, velikosti odporu. Východiskem by byly odporové děliče jako u citlivé fotobuňky z obrázků 1 a 2. Většinou by nás však zajímala i číselná hodnota napětí, proudu, odporu atd. Proto si tato čidla sestavíme jako číslicová, kdy se nebudeme ptát, zda je či není dosaženo nastavené hodnoty, ale změříme si hodnotu na vstupu (A/D, analogově/digitální převodníky) o několik dílů později. V příštím čísle si postavíme logické akční členy z relé a tranzistorů a D/A převodníky, které nejen sepnou, ale nastaví řekněme i výstupní napětí určující směr a rychlost jízdy elektrické lokomotivky modelového kolejiště. Vznikne nám tak příležitost pro ukázky již zajímavých programů a algoritmů z oblasti řízení procesů.

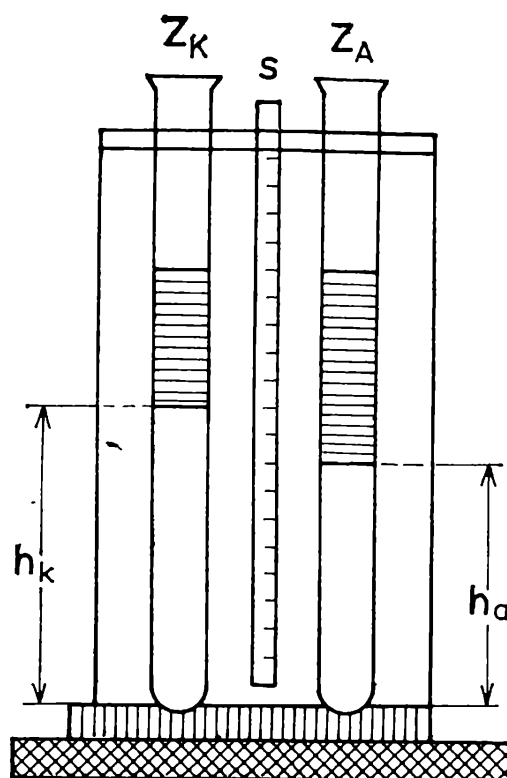
Pokusy s desintegrovanou vodou

Ing. V. PATROVSKÝ, CSc., Praha

Termín *desintegrovaná voda* se dnes zvolna ujímá pro vodu, která má porušené vodíkové můstky, jinak řečeno, jde o vodu, v níž byl energetickým zásahem změněn poměr asociátů. Zde je nutno zdůraznit, že voda má složení H_2O jen v plynném stavu. Jako kapalina je směsí asociovaných molekul $(\text{H}_2\text{O})_n$, kde za normální teploty převládá asociát s $n = 4$. Poměr asociátů zatím nedokážeme dobře určit, tím méně je izolovat, neboť fyzikální vlastnosti se mění např. s teplotou jen zvolna a jejich změny např. v povrchovém napětí, viskozitě či v absorpčním spektru v infračervené oblasti jsou nepatrné a překrývají se. Zvláštních vlastností vody si všiml již počátkem našeho století C. Röntgen. Ze zákonů Mendělejevovy periodické soustavy pak vyplývá, že kdyby voda za normální teploty měla skutečně složení H_2O , musela by vřít asi při -67°C .

Jestliže desintegrovaná voda (DV) dosud unikala pozornosti, potom proto, že se nijak zvlášť neprojevuje, dále proto, že nebyla metoda k jejímu zjišťování. Od konce padesátých let, je však známá tzv. *magneticky upravená voda*, uvedená do praxe belgickým inženýrem T. S. Vermairenem, a to pro napájení kotlů, neboť zamezuje usazování kotelního kamene. U nás podobné přístroje vyrábí ČKD Dukla. Tyto přístroje byly však konstruovány empiricky i pro obejití dosavadních patentů a nebyla známá podstata jevu, ani metoda kontroly účinnosti takové vody. Ta byla hodnocena až podle výsledného účinku. To však bylo příčinou, že tyto přístroje někdy v praxi selhaly, a to opět vedle k neseriózním kritikám a polemikám. Aniž bychom tyto záležitosti zde dále rozebírali, uveďme, že tzv. magneticky upravená voda patří do skupiny vod s porušenými vodíkovými můstky. To je také příčinou změněné hydratační schopnosti a tím i vlivu na krystalizaci solí. Abychom však mohli hodnotit a porovnávat, potřebujeme kontrolní metodu. Zde popíšeme jednoduchou metodu založenou na ovlivnění rychlosti sedimentace suspence kaolinu.

Opatříme si dvě stejné zkumavky a okalibrujeme v nich objem 15 ml a označíme ryskou. Zkumavky jsou upevněny blízko sebe ve stojánku (obr. 1) a mezi nimi je milimetrová stupnice, umožňující odečítání výšky sedimentu. Do kontrolní zkumavky odměříme 15 ml kontrolní neovlivně-

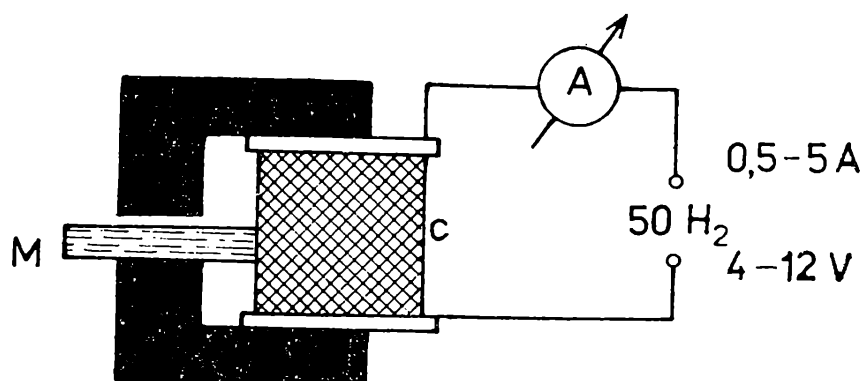


Obr. 1

né vody, do druhé zkumavky pak 15 ml vody ovlivněné (viz dále). Do obou zkumavek pak nasypeme 0,3 g jemného suchého kaolinu (váží se na lékárnických vahách) a obě zkumavky potřepeme současně v pravé ruce po dobu 10ti sekund. Potom je vložíme do stojánku a odečteme výšku sedimentů po 5 až 10ti minutách, optimální doba bývá 7–8 minut. Aktivitu vody A vyjádříme bezrozměrným číslem $A = h_k/h_a$, kde h_k je výška sedimentů v kontrolní zkumavce a h_a výška sedimentu ve zkumavce s ovlivněnou vodou.

Ne každý kaolin dá uspokojivé výsledky. Musí být vysušený za normální nebo mírně zvýšené teploty (35 °C). Pokud by nechtěl reagovat (viz dále zkoušku s ledovou vodou), lze jej aktivovat rozmísením ve vodě, mírným okyselením HCl, dekantací a filtrací. Pro pokusy je nutno použít normální vody střední tvrdosti. Destilovanou vodu nelze použít. Je však možno použít 0,05–0,1 % roztok NaCl v destilované vodě.

Jak tedy získat DV k pokusům? Vodíkové vazby ve vodě lze rozbít celou řadou způsobů, zejména ultrazvukem, střídavým magnetickým či elektrickým a vysokofrekvenčním polem, změnou tlaku, ochlazením z bodu varu, mechanickým třístěním nebo odtátím z ledu. Zejména voda, která během 15–30 minut odtaje z ledu, má vysoké $A = 1,7$ až $2,2$ a je pro pokusy velmi atraktivní, zatímco ostatní způsoby dávají A podstatně nižší 1,15–1,4. Vodu k pokusům připravíme velmi snadno, když roztlučeme kus ledu z lednice (v zimě můžeme vodu nechat zmrznout venku) a necháme tát. První podíly vody odlijeme. Tání lze urychlit na teplém místě — odtátá voda by měla nakonec nabýt pokojové teplo-



Obr. 2

ty — přesná teplota není nutná. Protože jev setrvává nejméně 10 hodin, není třeba pracovat rychle. S odtátou vodou provedeme výše popsanou kaolinovou zkoušku, která nám zároveň ukáže vhodnost našeho kaolinu. Další pokus můžeme provést s vodou, kterou rychle ochladíme z bodu varu, porovnat tlakovou vodu z potrubí s vodou, která stála 24 hodin apod. Pěkné pokusy můžeme provádět i s vodou ovlivněnou elektromagnetickým střídavým polem (obr. 2), které necháme působit asi 1 minutu. Hodnota A by zde měla být 1,2 až 1,4. Naznačené pokusy jsou velmi snadno proveditelné a vyvracejí mnohé dřívější spekulace a neseriózní kritiky. Pokusy jsou vhodné i pro SOČ, zejména lze vyšetřit:

1. Časovou stálost DV, případně rozklad za přítomnosti solí Fe, Mn, Cu anebo kovů, vliv zahřátí atd.

2. Vliv intenzity elektromagnetického pole podle obr. 2 vyjádřený v proudu (A). Cívku navineme silnějším CuL drátem 100 až 200 závitů na vhodné jádro z transformátoru a napájíme z vhodného transformátoru přes odbočky a regulační odpor, vyšetříme vliv proudu 0,5—5 A při napětí 4—12 V.

3. Můžeme se přesvědčit, že z DV krystalují soli v mnohem menších krystalech než z vody obyčejné — nejlépe se k pokusům osvědčují draselné soli jako K_2Cr_2O , kamenec nebo bromid draselný KBr. Mohli bychom vyšetřit i vliv na zvýšení pevnosti sádry či betonu, k tomu však nebudeme mít zařízení.

Úspěch v této pozoruhodné práci přeje autor.

Pokyny pro autory článků v Rozhledech naleznete ve 2. čísle tohoto ročníku časopisu.

Supernova 1987 A: Byli jsme svědky zrození černé díry?

RNDr. RENÉ HUDEC, CSc., AÚ ČSAV Ondřejov

Koncem února 1987 se rozzářila na hvězdné obloze — bohužel jižní, z našeho území nepozorovatelné — *supernova*, tedy hvězda, která v závěrečné fázi svého života vybuchla a prudce zvýšila svoji jasnost. Jev, který je velice vzácný a v naší galaxii Mléčné dráhy byl v celé dosavadní historii hlášen pouze čtyřikrát, naposledy v roce 1604.

Podle současných teorií by měl výbuch supernovy být jednou ze závěrečných fází v životě hmotných hvězd. Hvězda při tomto výbuchu odvrhne vnější vrstvu plynu a její jádro se gravitačně hroutí do malého objemu neutronové hvězdy, někdy možná ještě dále — do nulového objemu černé díry.

Při výbuchu supernovy je uvolněno obrovské množství energie. Hvězda zvýší na krátkou dobu svoji jasnost až stomilionkrát a vyzáří přitom tolik energie, kolik naše Slunce za několik desítek milionů let. Při typickém výbuchu supernovy se ve formě vyzářené energie uvolní asi 10^{43} až 10^{44} joulů a ve formě kinetické energie expandující obálky ještě dalších 10^{43} až 10^{45} jsoulů. V případě vzplanutí supernovy v galaxii naší nebo v některé ze sousedních, tedy za příznivých podmínek, spatříme na obloze nový, velice jasný objekt, patřící k nejjasnějším na obloze.

Výbuch supernovy je však ve vesmíru zjevem velice vzácným. V naší galaktické soustavě Mléčné dráhy, která obsahuje asi 100 miliard hvězd, byly prozatím přímo pozorovány pouze 4 supernovy — a všechny ještě před vynalezením dalekohledu. Bylo to v letech 1006, 1054, 1572 a 1604. Nejjasnější byla supernova z roku 1006, která v maximu dosáhla jasnosti — 10. hvězdné velikosti (tedy asi jako náš Měsíc) a pouhým okem byla pozorovatelná více než dva roky. Pozůstatek této supernovy dodnes pozorujeme jako rádiový a rentgenový zdroj. Poslední supernova v lokální skupině galaxií (kromě naší soustavy Mléčné dráhy k ní patří blízké galaxie M 31, M 33 a některé další) byla pozorována v roce 1885 — tedy před více než 100 lety. Častější výbuchy supernov známe ze vzdálených galaxií — dodnes je jich zaregistrováno asi 400. V naprosté většině však šlo o objekty velice slabé, dostupné jen velkým astronomickým přístrojům a nevhodné pro podrobnější analýzu. Souhrnná statistika pozorování ukazuje, že v typické galaxii lze očekávat supernovu asi jednou za 100 až 300 let, z nichž však některé můžeme „propást“ např. pro silné pohlcení jejich světla mezihvězdnou hmotou. To je zřejmě případ v optické oblasti nezaznamenané supernovy, kterou dnes sledujeme

jako rádiový zdroj Cas A. Tato supernova patrně v naší galaxii vzplanula na počátku 17. století, ale díky silné interstelární absorpci unikla pozornosti.

Vidíme tedy, že zatím žádná z dosud pozorovaných supernov nemohla být detailně studována moderními astronomickými přístroji. Buď proto, že vzplanula v dávné minulosti, nebo pro její enormní vzdálenost a slabost. Proto jsme s napětím očekávali vzplanutí supernovy buď v galaxii naší nebo alespoň v některé ze sousedních, abychom tak dostali „vzorek“ typické supernovy, vhodný pro podrobnou analýzu včetně detailní spektroskopie.

Koncem února 1987 jsme se konečně dočkali. Kanadský astronom *Ian Shelton* z univerzity v Torontě objevil dne 24. února při práci na jižní observatoři *Las Campanas* v Chile novou hvězdu, která dosáhla 4. hvězdné velikosti, a tedy viditelnosti pouhým okem. V další noci již supernovu pozorovala celá řada přístrojů na jižní polokouli a také družice, astronomické observatoře obíhající kolem Země. Pozorování z paluby mezinárodní ultrafialové družice *IUE*, provedená mezi 25. a 27. 2. 1987, prokázala prudký pokles toku ultrafialového záření v oblasti 115 až 320 nm — o faktor $300\times$ během pouhých dvou dní. Rentgenové přístroje sovětské družice *Astron* a japonské *Astro-C* nenalezly ze směru supernovy žádný rentgenový signál. Rentgenové záření je zjevně absorbováno silnou rozpínající se hvězdnou obálkou a uvidíme ho teprve po uplynutí řady měsíců, možná i let. Ještě v září 1987 byly pokusy zachytit rentgenové záření supernovy neúspěšné a odhadovalo se, že v oblasti tvrdého rentgenu o energiích řádu desítek až sta keV rentgen spatříme nejdříve rok po vzplanutí, měkký rentgen o energiích fotonů řádu keV a méně ještě později, možná až za několik let. Přesná prognóza je v tomto smyslu velice obtížná, protože opacita prostředí v rentgenovém oboru silně záleží na jeho složení.

S velkou pozorností byly očekávány výsledky z podzemních observatoří na pozorování neutrin kosmického a slunečního původu. Analýza jejich dat opravdu prokázala příchod signálu dne 23. února 1987. Společná sovětsko-italská neutrinová observatoř na úpatí hory *Mont Blanc*, pracující od roku 1984 v hloubce 5 km pod horským svahem, například zaznamenala 5 pulzů o energii nad 7 MeV, a to v rozpětí 7 sekund. Pravděpodobnost náhodné koincidence se supernovou byla odhadnuta pouze na setinu procenta, s největší pravděpodobností je tedy souvislost tohoto záznamu se vzplanutím SN 1987 A reálná. Neutrinový tok ze supernovy byl zaznamenán ještě ze dvou dalších neutrinových observatoří v USA a v Japonsku. Pozdější rozbor těchto dat naznačil, že klidová hmota neutrin je nenulová, což bude mít dalekosáhlý dopad na kosmologické modely vesmíru. Tento fakt by totiž svědčil ve prospěch uzavřeného modelu vesmíru.

Ale ještě jeden zajímavý aspekt přinesla detekce neutrin ze supernovy.

Jednotlivé „spršky“ neutrin byly totiž v podzemních laboratorích zaznamenány s přestávkou 7 hodin, což by mohlo svědčit o tom, že jsme byli svědky zrodu černé díry. Zatímco první záblesk neutrin patrně odpovídal vlastnímu gravitačnímu hroucení původní hvězdy do hvězdy neutronové, druhý docela dobře odpovídá jejímu dalšímu hroucení do nulového objemu — do černé díry.

O supernově ve Velkém Magellanově mračnu bylo nahromaděno obrovské množství dat získaných nejmodernějšími prostředky pozemní i kosmické astronomie. První výsledky byly již publikovány, řada dat se však teprve vyhodnocuje a navíc pokračuje získávání dalších — supernova je stále ještě jasným objektem. V září 1987 byla páté vizuální hvězdné velikosti, tedy viditelná i pouhým okem. Zdá se však, že co se týče svítivosti, průběhu světelné křivky a dalších parametrů, je SN 1987 A supernovou spíše atypickou než normální. Přesto však jsou získané údaje nesmírně cenným vědeckým materiálem, umožňujícím blíže pochopit fyzikální podstatu procesů odehrávajících se při závěrečné fázi života hmotné hvězdy.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Fyzikální ústav Univerzity Karlovy

RNDr. JANA ZACHOVÁ, CSc., UK Praha

I. Historie

Ve dvou článcích bychom vás rádi blíže seznámili nejdříve s historií a posléze se současností Fyzikálního ústavu Univerzity Karlovy, vědeckého a pedagogického pracoviště, které dnes navazuje na více než stoletou tradici.

Fyzikální ústav byl založen při rozdělení Karlo-Ferdinandovy univerzity v roce 1882 a toto datum bývá považováno za datum zrodu české moderní fyziky. Rozdělení univerzity bylo logickým důsledkem sílícího českého hnutí, které ve druhé polovině minulého století začalo pronikat i do světa vědy, a tím i do fyziky. Významnou roli zde hrála *Jednota českých matematiků a fyziků*, založená v roce 1862 jako Spolek pro volné přednášky z matematiky a fyziky. Díky obětavé práci předních českých fyziků (*Strouhal*, *Seydler*, později *Záviška*, *Posejpal*, *Valouch* aj.), kteří působili v předních funkcích Jednoty, rozšiřovala se moderní fyzika mezi četné zájemce celého českého národa. Od roku 1872 začala Jednota



Obr. 1. Čeněk Strouhal, zakladatel Fyzikálního ústavu a první profesor experimentální fyziky na české univerzitě v Praze.

vydávat pravidelně Časopis pro pěstování matematiky a fyziky a později řadu učebnic.

Avšak zatímco osamostatnění vysokoškolské vědy a výuky bylo bezesporným ziskem pro české humanitní a teoretické obory filosofické fakulty, pro českou experimentální fyziku, která v té době k filosofické fakultě patřila, bylo osamostatnění značně nevýhodné. Starý fyzikální ústav, vedený proslulým německým fyzikem *Ernstem Machem*, přešel i se základním vybavením na německou fakultu. Českému Fyzikálnímu ústavu byly přiděleny provizorní, prostorově i vybavením zcela nevyhovující místnosti v tzv. domečku na nádvoří Klementina. Zajistit české experimentální fyzice odpovídající podmínky, vybudovat nový ústav, byl jeden z hlavních úkolů prvních profesorů fyziky, zejména prvního ředitele Fyzikálního ústavu prof. *Čeněka Strouhala*.

Prof. *Strouhal* (1850—1922) byl jedním z nejoblíbenějších žáků Ernsta Macha. Po studiích se dále vzdělával na univerzitě ve Würzburgu, kde se také stal docentem experimentální fyziky svou prací z akustiky. Podle slov Z. Nejedlého „Získal si tu takové jméno, že nabídnuto mu r. 1880 místo místoředitele carského fyzikálního observatoria v Pavlovsku



Obr. 2. Titulní list z rozsáhlých (785 stran), litografovaných skript první české učebnice experimentální fyziky.

u Petrohradu a r. 1882 profesora fyziky na geologickém ústavu Spojených států severoamerických v New Yorku. Ale Strouhal první místo nepřijal a druhého se vzdal, jakmile téhož roku byl povolán za řádného profesora experimentální fyziky na novou českou universitu. Bylo mu tehdy 32 let a byl nejmladší ze všech řádných profesorů. (1) Později se prof. Strouhal zabýval galvanickými a magnetickými vlastnostmi oceli a práce, které uveřejnil se svým bývalým kolegou ze Würzburgu, Angličanem Baresem, byly považovány v tomto oboru za klasické.

Prof. Strouhal byl mimo jiné vynikajícím pedagogem. Působil již svým zjevem, jak svědčí vzpomínky současníků, např. akademika Bydžovského: „Velká výrazná hlava na mohutném těle, bezvadný oblek, sebevědomé držení těla, spojené s přímým a zároveň vlídným pohledem — to byl vnější dojem, jenž jistě na všechny posluchače silně zapůsobil. Když pak k tomu přistoupilo přednesové umění Strouhalovo, tento příznivý dojem zesílil a Strouhal byl pokládán právem za jednoho z nejlepších učitelů našeho oboru. To tím spíše, že byl nejen znamenitý řečník, nýbrž také dobrý pedagog. Jeho výklad byl dobře učen, velmi výrazný a podnětný. Pokusy ve Strouhalových před-

Hodina 2.
Thermometrie dle Rankina

Tavení ledu v horké tluči Regelce.

Demonstruje se přechodnutí balvanu ledového
o celkové výšce 12 mm. do tluče v horké tluči na
obou stranách 10 Reg. K tomu vlastní
apparat (viz výše) je umístěn
na malé dřevěné stole 10 cm vysoké.

Věšák do tluče = 120 cm, incl. horké na rovině,
jed. je tak uspořádán, aby se v horké tluči
přechodnutí ledu neprovedlo příliš rychle.

Přechodnutí potrubí do tluče, což je 10 cm,
a 1/2 hod. ani 10 cm vysoké tluči
může se patř uhořet nově, se
převrácením.

A 1/2 potrubí je třeba ledu i v horké
nemůže se patř, patř i v horké potrubí
a přechodnutí přechodnutí.

Obr. 3. List ze sešitu prof. Strouhala svědčí o péči, kterou věnoval přípravě přednášky a o tom, že demonstračním pokusům přikládal velký význam.

náškách byly vzorné a vábily na fyzikální přednášky i posluchače jiných oborů . . při přednášce činil dojem jakési nepřístupnosti, v seminárních cvičeních se ukázal laskavým a vlídným učitelem, dovedl podnítit a řídit diskuse, ze kterých zřejmě sám měl potěšení a ve kterých plně respektoval názory svých žáků.“ (2) K jeho žákům v té době patřili kromě farmaceutů a lékařů i četní zájemci všech fakult a oborů, jako Z. Nejedlý, aby se učili, „co znamená mluvit a přednášet“, neboť patřilo k nepsaným zákonům „alespoň jednou v semestru poslechnout si Strouhala“. (3)

Přednáškám, doprovázeným četnými pečlivě připravenými a vždy znovu přezkoušenými pokusy, věnoval prof. Strouhal značnou pozornost. Říkal „Máte-li při přednášce demonstrovat, že koule valící se po stole spadne na okraji dolů, zkuste si to. Mohlo by se vám třeba stát, že při nevyzkoušeném pokusu poletí k vašemu údivu nahoru“. (3) Ještě dnes se ve sbírkách setkáme s pomůckami a přístroji, které byly opatřeny jeho péčí, a můžeme obdivovat jeho kaligrafické, pečlivé poznámky k demonstračním pokusům.

Napsal také čtyři svazky učebnice „Experimentální fyzika“ (1901 až 1919). K jeho hlavním zásluhám však patří vybudování nové budovy Fyzikálního ústavu (1907) po více než dvacetiletém vytrvalém úsilí a zápasech s vládou ve Vídni.

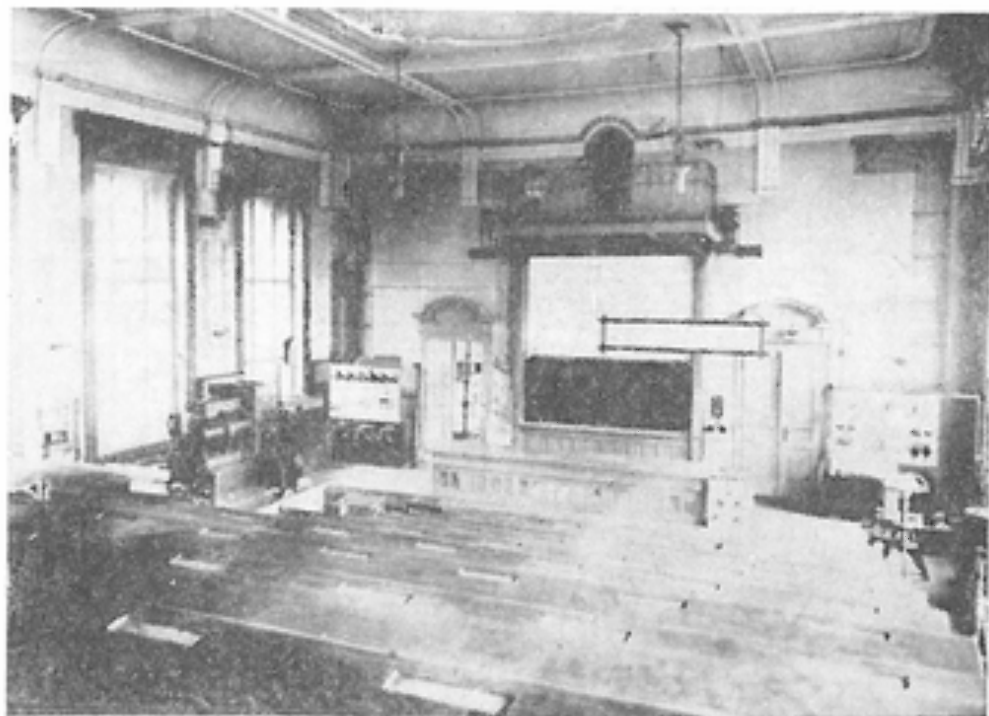


Obr. 4. Novostavba Fyzikálního ústavu v ulici Ke Karlovu byla postavena během dvou let (1905—1907). Snímek z r. 1910.

Přestože již tehdy nebylo dost finančních prostředků ani pochopení pro fyziku v naší veřejnosti, byla nová budova postavena během dvou let a projektována velkoryse, moderně, na základě dlouholetých zkušeností prof. Strouhala a jeho poznatků z laboratoří v cizině. Zařízení budilo zasloužený obdiv návštěvníků. Např. velká posluchárna byla dostatečně prostorná pro demonstrační pokusy a jejich promítání pomocí obloukové lampy a měla již tehdy důmyslnou klimatizaci. Slavnostní zahájení činnosti nového Fyzikálního ústavu experimentální přednáškou dne 13. 1. 1908 bylo významnou kulturní událostí české veřejnosti.

Strouhalovým nástupcem, bohužel pouze několik měsíců v letech 1920—21, byl jeho dlouholetý blízký spolupracovník, předčasně zemřelý, talentovaný prof. *Bohumil Kučera* (1874—1921). Jeho habilitační práce je vynikající ukázkou experimentální vynalézavosti a důkladnosti. Z této práce o vlivu elektrické polarizace na povrchové napětí v rozhraní mezi rtutí a elektrolytem vyplynula nová metoda pro stanovení povrchového napětí vážením kapek. Kučerův žák *J. Heyrovský* použil tuto metodu úspěšně k měření rozkladových napětí solí a vybudoval na tomto principu všeobecně známou analytickou metodu — polarografii, za niž byl v roce 1959 odměněn Nobelovou cenou za chemii. První polarograf podle Heyrovského náčrtu byl vyroben právě v mechanických dílnách Fyzikálního ústavu.

Avšak prof. Kučera byl znám i svými průkopnickými pracemi v tehdy novém oboru fyziky — v radioaktivitě. Spolu s *B. Maškem* vysvětlil



Obr. 5. Velká posluchárna, ve které dne 13. 1. 1908 přednáškou z experimentální fyziky zahájil prof. Strouhal činnost nového fyzikálního ústavu. Posluchárna byla vybavena velmi moderně, zejména pro demonstrační pokusy a svému účelu slouží dodnes. Snímek z r. 1919.

efekt M. Curieové a transformaci záření α při průchodu kovy rozptylem α částic.

V prvních letech mladé Československé republiky byla výchova nové generace jedním z hlavních úkolů rozvíjející se fyziky. Vznikala nová fyzikální pracoviště, např. univerzita v Brně, techniky a na Karlově univerzitě se zvýšil počet profesorů a docentů pro fyzikální obory. Významným rysem tehdejší fyziky bylo i spojení se zahraničím, kde se pokračovalo v bohaté předválečné tradici. Je právě velkou zásluhou dalšího ředitele již ne C. K. Fyzikálního ústavu, ale Fyzikálního ústavu Univerzity Karlovy prof. *Václava Posejpala* (1874–1935), že navázal živé zahraniční styky, zejména s Francií, kde studoval, a s USA. Fyzikální ústav navštívily takové osobnosti světové vědy jako profesorka *Curie-Sklodowská* a profesori *Langevin*, *Cotton*, *Cabrera* a *Weiss*.

Prof. Posejpal byl velmi zručný a důkladný experimentátor, vynikající pedagog a jeho četné práce, zejména o refrakci plynů a absorpci X paprsků vzbudily velký ohlas doma i v zahraničí. O tom svědčí i četné pocty, kterých se mu dostalo. Byl zvolen členem Mezinárodní komise pro míry a váhy v Paříži, čestným doktorem univerzity v Nancy, vicepresidentem Mezinárodního svazu pro čistou a užitou fyziku aj. Je určitou ironií osudu, že ke konci života, snad vlivem choroby, se snažil experimentálně velmi náročně, prokázat materializaci světového éteru.

pohybu“. Tato přípona se přidává nejenom ke klasickým tvarům latinským, ale i ke tvarům dodatečně nebo analogicky latinizovaným.

V. t. akcelérátor, akceptor, aktivátor, akumulátor, analyzátor, atd.

ORBITÁLNÍ (od lat. *orbita* = stopa zanechaná jedoucím kolem, koleje; a to od *orbis* = kruh, kružnice, kolo; kruhová dráha, kruhový oběh) — oběžný, pohybující se na oběžné dráze (i když ne zcela kruhové); jsoucí v světovém prostoru; **ORBITÁLNÍ elektron** — vázaný v atomu a tvořící s jinými elektrony obal atomu. Pozn.: V Komenského spise *Orbis pictus* — „namalovaný svět“, svět v obrazech — význam „svět“ vznikl elipsí (výpustkou) z „*orbis terrarum*“ — kruhová plocha zemí, okresek zemský.

ORGÁN (z řec. *organon* = nástroj, nářadí, dílo) — 1. část živočišného nebo rostlinného těla mající určitou funkci; ústrojí; 2. instituce nebo osoba pověřená výkonnou mocí

ORGANICKÝ — 1. souvisící s živočišným nebo rostlinným orgánem; ústrojný; opak: anorganický, neorganický; 2. účelně³ uspořádaný, vzájemně se doplňující. Pozn.: Název „organické látky“, které pro látky rostlinné a živočišné dal švédský chemik Bergman, není podle některých nejšťastnější. Biogenické prvky (= prvky, z nichž vzniká život) totiž neexistují, my však do množiny organických látek stále řadíme uhlík, vodík, kyslík, dusík, fosfor, síru atd.

ORGANISMUS — 1. soubor orgánů živočišného nebo rostlinného těla; ústrojí, ústrojenství; 2. celek uspořádaně a účelně složený z jednotlivých složek a uzpůsobený k jistým funkcím

ORIENT (z lat. *oriens*, *-entis* = vycházející, t. slunce; od *orior*, *-iri* = zdvihat se, vycházet, vznikat) — východ; světová strana, kde slunce vychází; krajiny na východě ležící

ORIENTACE — určování polohy vzhledem k světovým stranám, zvláště k východu; znalost polohy; umístění, nasměrování

ORIENTO VAT SE — řídit se podle světových úhlů, světových stran, zvláště východu; vpravit se do situace, obeznámit se s polohou, se situací; „udat si východ“

ORIENTO VANÝ — ten, „komu je udán východ“, směr; usměrněný, směřovaný, směřující

OSCILACE (z lat. *oscillatio*; od *oscillo*, *-are*, ptc. pf. *oscillatus* = houpat, kolébat) — houpání, kmitání; ve fyzice: libovolné kmitavé pohyby;

OSCILAČNÍ — kmitavý; **OSCILÁTOR** (v. *-or*) — zařízení, které umožňuje kmitání; kmitač; hmotný bod nebo těleso, které koná kmitavý — oscilační pohyb; v. t. oscilograf, oscilogram, osciloskop

OSCILOGRAF (slož. z lat. *oscillo*, *-are* = houpat, kolébat; v. *oscilace* + řec. *grafó* = rýti, psát; v. *-graf*) — přístroj, který zaznamenává kmitavý pohyb; **OSCILOGRAM** (v. *-gram*¹) — grafický záznam kmitavého pohybu

- 94** **OSCILOSKOP** (slož. z lat. *oscillo*, -are = houpat, kolébat; v. *oscilace* + *skopec* = hledět, pozorovat; v. -skop) — přístroj na pozorování akustických nebo elektromagnetických kmitů
- OSMÓZA** (od řec. *ósmos* = tlak) — „protlačování“, prolínání; samovolné míšení kapalin nebo plynů oddělených průlinčitou stěnou;
- OSMOTICKÝ tlak** — tlak, pod kterým vniká rozpouštědlo překážkou z roztoku s menší koncentrací do roztoku s větší koncentrací
- OXIDACE** (z latiniz. *oxydatio*; slož. z latiniz. *oxygenium* = kyslík; od řec. *oxys* = ostrý + lat. *do, dare*, ptc. pf. *datus* = dávat) — dodávání kyslíku, okysličování; **OXIDAČNÍ, OXIDOVAT**
- OZÓN** (od řec. *odzó* = vonět, zapáchat; srov. **OSMIUM** — vzácný kov, jehož kysličník vydává zvláštní vůni) — svěží „vonící“ vzduch
- PALEOMAGNETISMUS** (slož. z řec. *palaios* = dávný; srov. **PALEONTOLOGIE** — nauka o organismech v minulých geologických dobách + *magnetismus*, v. t.) — jev, kdy si horniny zachovávají své původní magnetické vlastnosti, jež nabyly před mnoha milióny let
- PANCHROMATICKÝ** (slož. z řec. *pas, pantos* = každý, všechn; srov. **PANSLAVISMUS** — všeslovanství + *chróma, -atos* = barva pleti, barva; v. *chromatický*) — „všebarevný“; citlivý na všechny barvy, tedy i na infračervenou a ultrafialovou; v. t. *pantograf*
- PANTOGRAF** (slož. z řec. *pas, pantos* = každý, všechn; v. *panchromatický* + *grafó* = rýti, psát; v. -graf) — 1. „všezapisující přístroj“, „přístroj schopný všechno narýsovat“; přístroj, kterým lze narýsovat zmenšený nebo zvětšený stejnohlý geometrický obrazec ke kterému-koliv danému útvaru (pomocí pohybu ramen v kloubech); 2. sklápěcí sběrač proudu u vozidel zásobovaných proudem z troleje (svou podobou rovnoběžníku připomíná *pantograf* — rýsovací přístroj)
- PAR-, PARA-** (z řec. mnohovýznamové předložky a předpony *para-*) — předpona, která může mít mimo jiné především význam:
1. vedle, nablízku, u, při, podle, spolu, sousedící; např. **PARAZIT** (řec. *sitos* = obilí, jídlo, pokrm) — „kdo při někom jí, kdo se přizívuje“; v. t. *paragraf, paralela, paramagnetický, parametr, paraxiální, planoparalelní*
 2. na obou stranách, oboustranný (zvláště v biologii); např. **PARAPLÉGIE** (řec. *plégé* = rána, úder) — oboustranná obrna, ochrnutí obou horních nebo obou dolních končetin
 3. proti, odchylně; v. *paradox*
 4. odchylnost, podobnost, tj. to, co je pouze podobné, vypadající jako, ale nikoliv totéž; např. **PARATYF** — choroba podobná tyfu; v. t. *paraelektrický, paralaxa*
 5. porucha, zhoršení (zvláště v biologii a v lékařství); v. *parakuzie*
 6. od, vy-; v. *paralýza*; zvláště v chemických termínech má význam „odvozený, lišící se“; např. **PARADERIVÁT** — odvozená sloučenina
- PARADOX** (*para-* zde: proti, odchylně + *doxa* = zdání, mínění;

srov. ORTODOXNÍ — pravověrný, „mající pevný, správný názor, víru“; řec. orthos — zde: pravý, pravdivý) — výrok, který je proti našemu mínění, který se vymyká běžné zkušenosti; skutečně nebo zdánlivě protismyslné tvrzení; protismyslnost; zdánlivý nebo skutečný nesmysl

PAR(A)ELEKTRICKÉ látky (*para-* — zde: podobnost + elektrický v. t.) — ferroelektrické látky, které se chovají obdobně jako paramagnetické látky v magnetickém poli

PARAGRAF (*para-* — zde: vedle) + *grafó* = rýt, psát; v. -graf) — „znaménko psané vedle začátku odstavce“

PARAKUZIE (*par-* — zde: porucha, zhoršení jakosti + *akuó* = slyšet; v. akustika) — zhoršené slyšení

PARALAXA (*par-* — zde: odchylnost, podobnost + *allassó* = měnit; od *allos* = jiný, druhý) — přejinačení, přeměna, odchylka; ve fyzice: zdánlivý rozdíl polohy předmětu vzhledem k pozadí při pozorování ze dvou různých míst; tento zdánlivý rozdíl polohy se stanoví tzv. PARALAKTICKÝM úhlem; PARALAKTICKÉ pravítko — byl to hvězdářský jednoduchý měřicí přístroj, kterým se měřila výška hvězd nad obzorem za pomoci pohyblivých („měnitelných“) ramen upevněných na kolmé tyči. PARALAKTICKÁ librace Měsíce spočívá v tom, že pozorovatelům na různých místech Země se promítne do středu měsíčního kotouče každému jiný (odchylný) bod měsíčního povrchu.

PARALELA (*par-* — zde: vedle + *allélón* = navzájem, vespolek) — „věci vedle sebe kladené, vzájemně přirovnávané“; obdoba, podobnost, přirovnání, průměr; PARALELNÍ — „jsoucí vedle sebe“; rovnoběžný, souběžný, současně probíhající; PARALELNÍ zapojení — vedle sebe; opak: sériové (lat. series = řada) — v řadě za sebou; v. t. planparalelní

PARALÝZA (*para-* — zde: *od* + *lyó* = rozpojovat; v. analýza) — „odnětí, odloučení, učinění slabým“; ochrnutí, ochromení; PARALYZOVAT — ochromovat, zeslabovat; činit neúčinným, neškodným; zneškodňovat

PARAMAGNETICKÁ látka (*para-* — zde: vedle, podle + magnetický, v. t.) — taková nemagnetická látka, u níž vzniká magnetický moment, rovnoběžný se směrem pole (srov. diamagnetická); PARAMAGNETICKÉ atomy — takové, které se mezi póly elektromagnetu staví svou osou ve směru siločar, podél osy (kolmo na osu se staví atomy diamagnetické)

PARAMETR (*para-* — zde: vedle + *metron* = měřidlo, míra; v. -metr²) — „míra použitá vedle jiných měř“; pomocná proměnná veličina; proměnná veličina charakterizující výkonnost nějakého technického zařízení, výrobního postupu apod.; výkonnost, výkon; charakteristická hodnota vůbec, technické údaje, technická data;

měřítka, kritérium, vodítka, směrnice pro posuzování; **PARAMETRICKÝ**

PARAXIÁLNÍ (*par-* — zde: při, nablízku, vedle + *lat. axis* = osa; v. *axiální*) — „podél osy“, osový; **PARAXIÁLNÍ** paprsek — svírá s hlavní osou optické soustavy úhel menší než 2° , takže jakoby probíhal téměř podél osy

PARCIÁLNÍ (od *lat. pars, partis* = díl, část, složka, podíl, účast; srov. **BEZPARTIJNÍ**) — dílčí, částečný; v. t. *partikulární*

PARITA (z *lat. paritas*, od *par, paris* = stejný jakostí, rovný množstvím) — rovnost, stejný počet; v. t. *disparita*; **PARITNÍ** — rovnoprávný, rovný, stejný, se stejným právem zastoupení nebo účasti

PARTIKULÁRNÍ (z *lat. particularis*, zdvojnásobeno od *pars, partis* = díl, část, složka, podíl, účast; v. *parciální*) — „týkající se malé částechy“, částečný, dílčí. Pozn.: V jazykovědě je **PARTIKULE** termín pro částici (např. pro „ať, kéž, že“ apod.).

PENETRACE (z *lat. penetratio*; od *penetro, -are*, *ptc. pf. penetratus* = vnikat, pronikat) — vnikání, pronikání; ve fyzice: vniknutí (např. plynů) do tělesa; **PENETRAČNÍ** — týkající se pronikání látek (např. penetrační nátěr, síla); **PENETRANCE** (od *ptc. prez. penetrans, -antis* téhož slovesa) — pronikavost, např. paprsků; **PENETRANTNÍ** — „pronikající“, pronikavý (např. záření)

PENTAEDR (slož. z řec. *pente* = pět + *hedra* = plocha, na které se dá sedět; sedadlo; v. *-pedr*) — pětistěn; těleso s pěti podstavami, základnami („na nichž může spočinout“); v. t. *pentagonální*, *pentatonika*, *pentoda*

PENTAGONÁLNÍ (slož. z řec. *pente* = pět; v. *pentaedr* + *gonia* = úhel, kout; v. *goniometr*) — pětiúhelníkový, pětiúhelný. Pozn.: Sídlo ministerstva obrany USA byl dán název **PENTAGON** podle pětiúhelníkového půdorysu jeho budovy.

PENTATONIKA (slož. z řec. *pente* = pět; v. *pentaedr* + *tonika*, v. t.) — pětistupňová stupnice.

PENTODA (slož. z řec. *pente* = pět; v. *pentaedr* + *hodos* = chod, chůze, cesta; v. *anoda*; zde však uměle zkráceno z „elektroda“, v. t.) — elektronka s pěti elektrodami

PENUMBRA (slož. z *lat. paene* = téměř, skoro + *umbra* = stín, tma; v. *umbra*) — „téměř stín“, polostín; v astronomii: polostín obklopující ještě tmavší jádro sluneční skvrny

PERFEKTNÍ (z *lat. perfectus*, *ptc. pf. od perficio, -ere* = zhotovit, do-
dělat; slož. z *per-* — zde: úplně, zcela + *facio, -ere* = dělat) — „zcela udělaný“, dodělaný, dokončený, úplný, dokonalý, bezvadný, výtečný; ve fyzice a matematice: **PERFEKTNÍ** číslo — takové přirozené číslo, jehož součet všech kladných dělitelů menších než je číslo samo je roven tomuto číslu

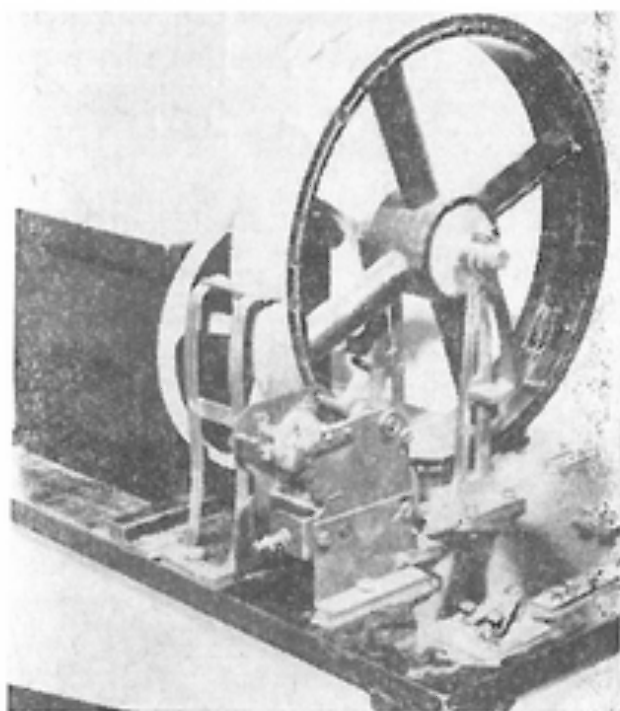
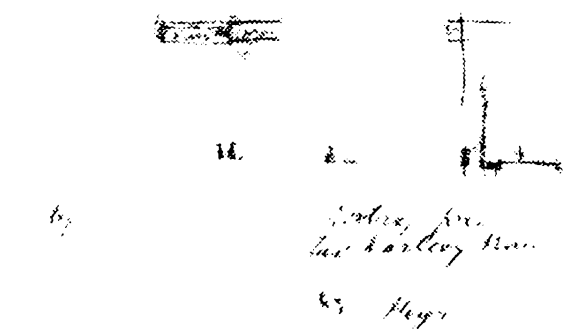
Pozn.: *Lat. facio* = dělat, *ptc. pf. factus*, má ve spojení s předponami

Obr. 6. Titulní list významné publikace prof. B. Kučery o rozptylu radioaktivního záření.

Po smrti prof. Posejpala v r. 1936 se ujal vedení ústavu vynikající fyzik prof. *Augustin Žáček* (1886—1961), který se zabýval radiotechnikou. Jeho studie o tlumených a netlumených elektromagnetických oscilacích vyvrcholily v r. 1924 v objevu metody k buzení ultrakrátkých elektromagnetických vln. Tento objev se stal základem radarového systému. Vzhledem k tomu, že práce publikoval česky v časopisu pro pěstování matematiky a fyziky, musel své světové prvenství obhajovat. Dnes je všeobecně citován jako tvůrce magnetronového generátoru.

V laboratořích Fyzikálního ústavu v r. 1935 byly prováděny i první pokusy s přenosem televizního obrazu v Československu. Televizní přijímač doc. *J. Šafránka* z r. 1937 byl základem pro vývoj prvních československých televizorů, které se začaly vyrábět po válce.

K významným pracovníkům Fyzikálního ústavu té doby patří i prof. *Václav Dolejšek* (1895—1945), který se proslavil svými výsledky v rentgenoskopii. Od r. 1936 vedl jedno ze čtyř oddělení ústavu, Spektroskopický

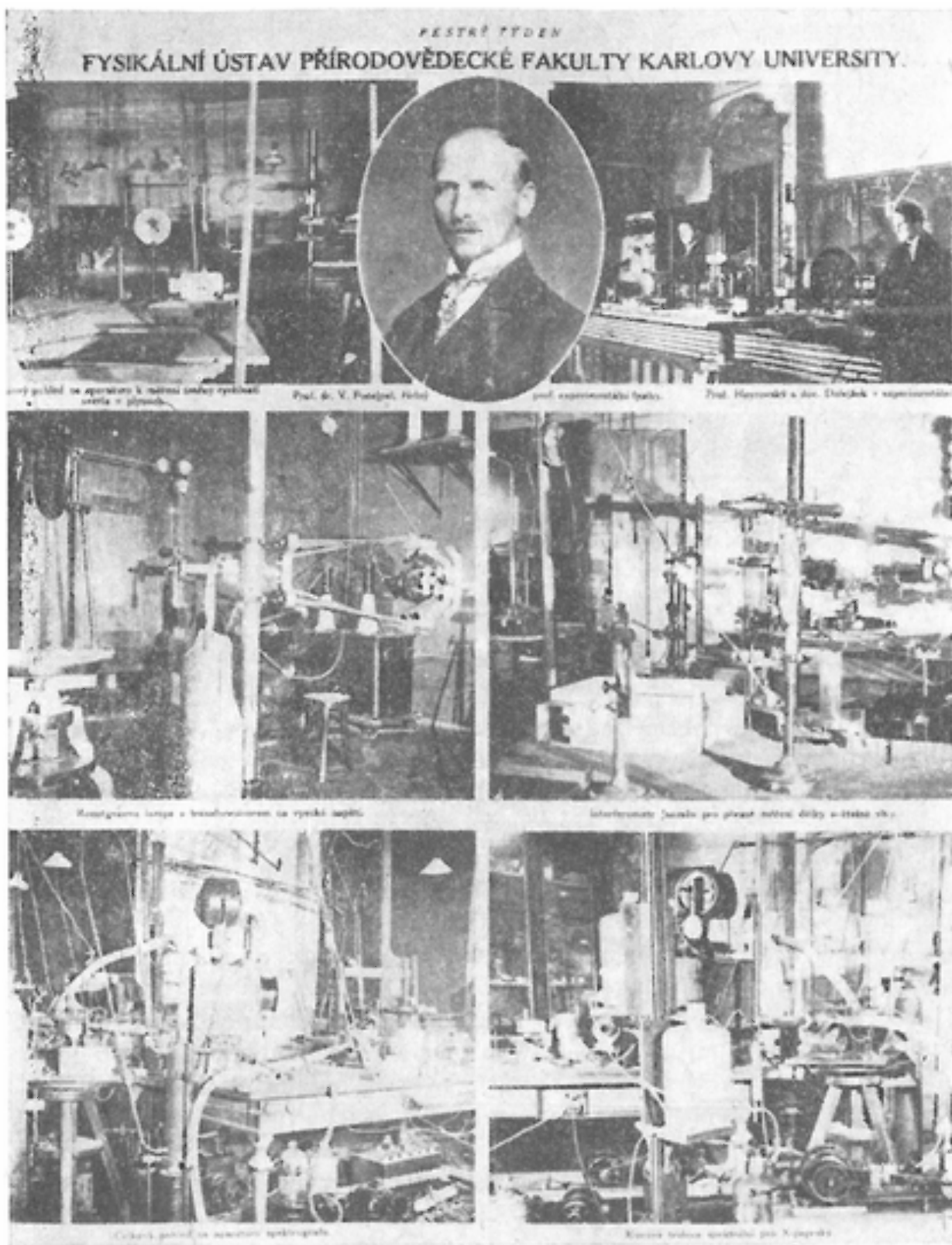


Obr. 7. Náčrtek prof. Heyrovského
a první polarograf vyrobený v r. 1924
v dílnách fyzikálního ústavu.

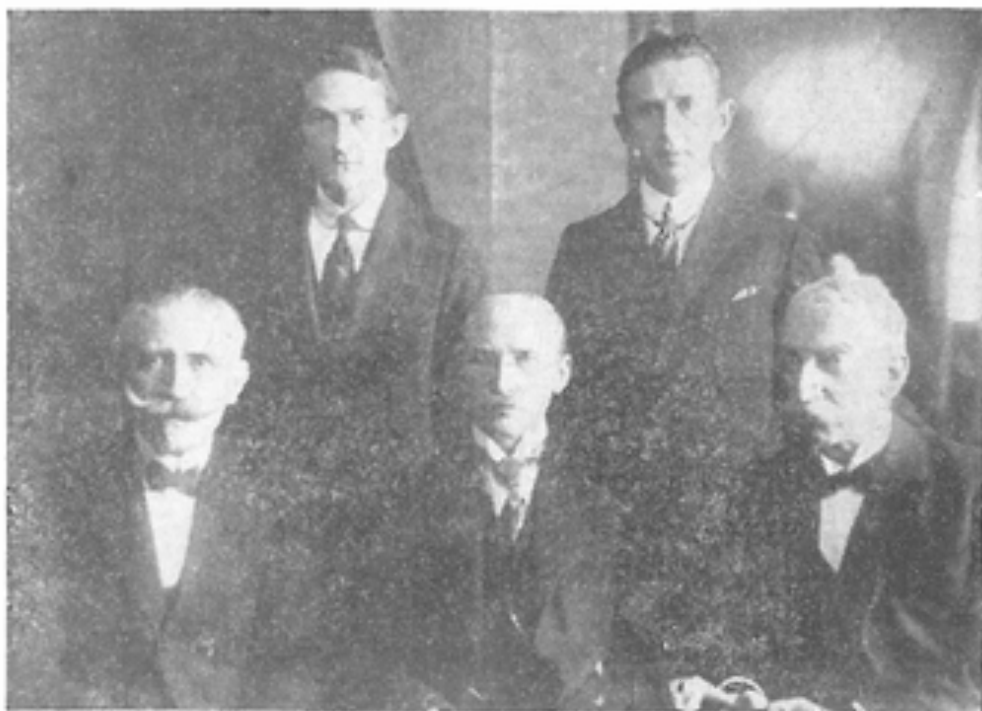
ústav. Zasloužil se především o navázání spolupráce vysokoškolské fyziky s praxí a toto úsilí vyvrcholilo v r. 1934 v založení Fyzikálního výzkumu Škodových závodů.

Úkolem této instituce, kterou vedl prof. Dolejšek a která měla laboratoře v budově Fyzikálního ústavu, bylo využít teoretických poznatků soudobé fyziky k řešení aktuálních problémů průmyslu a naopak inspirovat základní fyzikální výzkum a získat materiální podporu pro experimentální techniku. Díky této spolupráci bylo možno rozšířit problematiku např. o spektroskopii molekulární a ultrazvuku a byl umožněn rozvoj vakuové techniky. V dílnách výzkumu byla vyrobena Dolejškem navržená vysokovakuová difusní parafinová vývěva, manometr s flegmatickou kapalinou nebo intenzivní zdroj měkkého Rentgenova záření.

Slibný rozvoj československé fyziky byl násilně přerušen nacistickou okupací a druhou světovou válkou. 17. listopadu 1939 byly zavřeny vysoké školy, profesori pensionováni a většina fyziků přešla do průmyslových výzkumných laboratoří. V této době byl Fyzikální výzkum Škodových závodů jedním z mála pracovišť, kde bylo možno pokračovat ve vědecké práci. Významnou roli ve vzdělávání, vzájemných kontaktech a šíření



Obr. 8. Ukázky experimentálního vybavení laboratoří fyzikálního ústavu vedeného prof. Posejpašem.



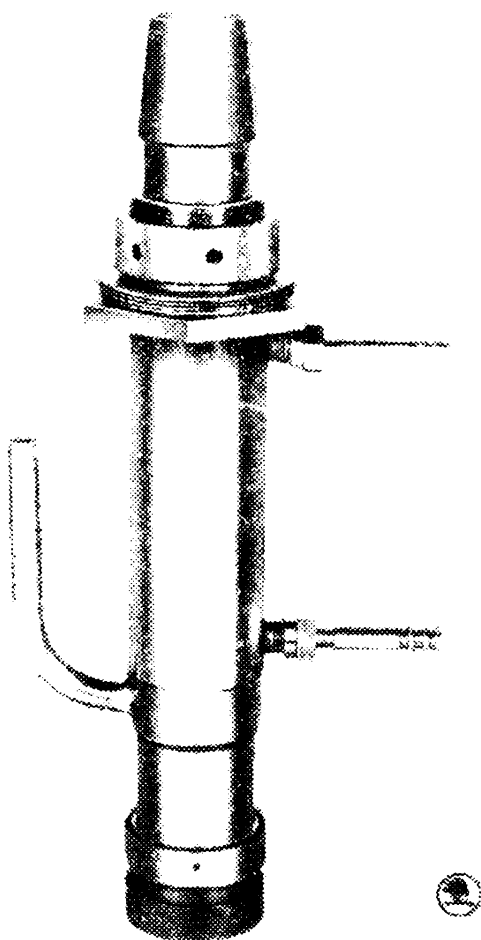
Obr. 9. Z návštěvy významných francouzských fyziků Paula Langevina (sedící vlevo) a Pierra Weissse (sedící vpravo). Uprostřed (od leva) prof. J. Heyrovský, prof. V. Posejpal a prof. V. Dolejšek.

nových poznatků hrála Jednota českých matematiků a fyziků. Pravidelné kurzy přednášek, určené široké veřejnosti, měly vysokou úroveň, kterou zajišťovala účast významných univerzitních profesorů a docentů, jako byl *Dolejšek*, *Záviška*, *Heyrovský*, *Žáček* či *Běhounek*.

Avšak nacistická persekuce nezpůsobila pouze přerušení vědecké práce, izolaci od hlavních směrů světové fyziky, ale i ztráty na životech mnoha fyziků. Mezi oběti protifašistického odboje patří i prof. *Dolejšek* a prof. *Záviška*, vůdčí osobnost československé předválečné teoretické fyziky a vynikající pedagog.

Po osvobození Fyzikální ústav pokračoval ve své činnosti pod vedením prof. *Žáčka*. Bylo nutno vyřešit řadu problémů — vychovat novou generaci, dohnat vývoj světové fyziky, který značně pokročil, zejména v některých oborech, kde nebylo možno navázat na předválečnou tradici, vybavit laboratoře zařízením, které bylo zničeno nebo zastaralo, a kromě toho bylo zapotřebí při řešení některých naléhavých úkolů průmyslu. Velkou pomocí v tomto úsilí bylo zařízení a zkušenosti kolektivu pracovníků FV Škodových závodů. Prof. *Žáček* si byl vědom důležitosti aplikovaného výzkumu a podařilo se mu prosadit v r. 1947 vedle hlavního studijního směru, výchovy středoškolských učitelů, i specializované studium užité fyziky.

K nejvýznamnějším žákům a dlouholetým spolupracovníkům *Žáčkovi* patřil bezesporu prof. *Václav Petržílka* (1905—1975), který vedl



Obr. 10. Kovová difúzní vývěva vyráběná ve Fyzikálním výzkumu Škodových závodů podle návrhu prof. V. Dolejška koncem 30. let byla velmi účinná.

III. cyklus popularizačních přednášek o současné fyzice

Poznáváme hmotu

uspořádá pro širší veřejnost ve velkém sále Lékařského domu v Praze II, Sokolská 31, JEDNOTA ČESKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ.

Přednášky se konají vždy v úterý o 19^h 30^m.

21. března 1944:

Univ. prof. Dr V. Dolejšek: **Jak poznáváme hmotu** (s diapositivy).

28. března:

Dr Ivan Šimon: **Fyzikální metody měření nejmenších deformací** (s diapositivy a pokusy).

4. dubna:

Prof. techn. Dr M. A. Valouch: **O tvárnosti hmoty** (s diapositivy).

18. dubna:

J. Forejt: **Elektronika slouží fyzice** (s diap. a pokusy).

25. dubna:

Univ. prof. Dr J. Heyrovský: **Elektronika slouží chemii** (oscilografická polarografie, s diapositivy a pokusy).

Režijní příspěvek 4 K.

Předprodej lístků v JČMF v Praze II, Žitná 25, denně 8—16, v sobotu 8—12.

Obr. 11. Během okupace, kdy nacisté zavřeli české vysoké školy, cykly přednášek o moderní fyzice pod hlavičkou osvětové činnosti JČMF nahrazovaly vysokoškolskou výuku. Přednášky měly vysokou úroveň a byly hojně navštěvovány.

od r. 1936 Spektroskopický ústav Fyzikálního ústavu. Již před válkou se zabýval piezoelektrinou a jejímu využití ve vysokofrekvenční technice a řada jeho prací v tomto oboru podnítila výzkum ve Fyzikálním ústavu, který trval až do r. 1953. Zkušenosti s piezoelektrinou shrnul prof. Petržílka v knize „Piezoelektrina a její užití v technické praxi“, kterou vydal podruhé v rozšířené formě v r. 1951. Významné jsou i jeho práce z nukleární fyziky, kterou se zabýval již v r. 1937 (nukleární reakce, výzkum kosmických paprsků pomocí fotografické emulze).

Prof. Petržílka byl i významný pedagog. Během svého působení na Fyzikálním ústavu napsal společně se S. Šafratou rozsáhlou učebnici „Elektřina a magnetismus“ (1953), která dodnes nebyla nahrazena, a v r. 1955 se stal prvním děkanem nově založené fakulty technické a jaderné fyziky.

V r. 1948 se stal ředitelem Fyzikálního ústavu Univerzity Karlovy pozdější akademik *Jindřich Bačkovský*. Patřil k předním pracovníkům FV Škodových závodů a velmi se zasloužil o organizování rozvoje fyziky v ČSSR.

V roce 1949 byly zřízeny katedry a ve vědeckém zaměření Fyzikálního ústavu pokračovala katedra fyziky. Ústav v novém pojetí byl zřízen opět v roce 1956 jako samostatné vědecké pracoviště a jeho ředitelem se stal prof. *Ladislav Zachoval*, který se zabýval fotofyzikou a fotochemií. K 1. 1. 1968 byl ústav reorganizován, jeho ředitelem byl jmenován externí pracovník prof. *Jan Tauc* a od r. 1971 vede ústav prof. *Václav Prosser*.

Hlavním úkolem současného fyzikálního ústavu je vědeckovýzkumná činnost, zaměřená na úkoly základního výzkumu ve fyzice pevných látek a biofyzice s možností orientace na perspektivní směry, jako je optoelektronika, infračervené detektory, molekulární elektronika, které mají značné uplatnění v praxi.

Dalším úkolem je výchova studentů biofyziky a zvyšování kvalifikace vědeckých pracovníků. Tomu napomáhá i rozsáhlá spolupráce se zahraničím.

Dnes je budova Fyzikálního ústavu velmi pěknou ukázkou české secesní architektury. Zvenku se mnoho nezměnila, pod okny jsou stále jména slavných fyziků, zmizela snad jen dvě skleněná písmena C a K před nápisem FYZIKÁLNÍ ÚSTAV nad vchodem do budovy. Vnitřní prostory byly mnohokrát upravovány, jak se měnily nároky rozvíjející se experimentální fyziky a rostl počet pracovníků. Škoda, že pod zubem času zmizel i čtyřlístek pro štěstí, který na přání prof. Strouhala vložili řemeslníci do barevné mozaikové podlahy hned za vchod do budovy. Je zajímavé, že koncepce budovy i stavební provedení jsou takové, že tato budova slouží stále jak z hlediska výuky, tak i z hlediska vysokých nároků současné experimentální fyziky lépe než mnohé novostavby.

Ohlédneme-li se zpět bohatou historií ústavu, která je nezanedbatelnou částí historie české fyziky vůbec, můžeme říci, že se uskutečnil i původní záměr zakladatelů Fyzikálního ústavu před 80 lety: „je dána možnost rozvíjet na Karlově univerzitě v plném rozsahu činnost nejen pedagogickou, ale i vědeckou v míře, která odpovídá významu fyziky pro kulturní život našeho národa, a to i jako základního vědeckého oboru, i vzhledem k jejímu praktickému významu pro techniku a průmysl“ (4)

Za zapůjčení negativů děkuji RNDr. Miloši Rotterovi, CSc.

Literatura :

- [1] Nejedlý Z.: 100 let české novodobé fyziky. UK 1982, str. 3.
- [2] Bydžovský B.: 100 let české novodobé fyziky. UK 1982, str. 5.
- [3] Šafránek J.: Pokroky matematiky a fyziky 2 (1957), str. 412.
- [4] Zachoval L.: Pokroky matematiky a fyziky 2 (1957), str. 394.

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Problém pro jeden zimní večer

Jitka se chlubila kamarádkám: „Mé mamince je čtyřicet jedna let a mně je čtrnáct.“ Přitom napsala vedle sebe obě čísla: 41 14. Žádná z dalších dívek takový pozoruhodný vztah mezi svým a matčíným věkem neměla.

Jitčina slova nás vedou k formulaci úloh:

1. Stane se ještě někdy Jitce, že bude její věk s matčíným v obdobném vztahu?
2. Matce je nyní 33 let a její dceři 15 let. Za kolik let budou jejich věky v podobném vztahu, jako tomu bylo u Jitky?
3. Je možné, aby nikdy nebyly věky dvojice matka — dcera ve výše popsaném vztahu?

Při řešení úloh za rozhodující pro věk uvažujte pouze letopočet narození. Např. dívku, narozenou 18. srpna 1981, považujeme po celý rok 1988 za sedmnáctiletou.

(Řešení úloh naleznete na str. 250.)

Jiří Mída

Exponenciální zeměpisné algebrogramy

Zadání těchto algebrogramů zní velmi jednoduše: místo písmen doplňte číslice. Ale vyřešení jednotlivých úloh už není tak jednoduché.

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) $I^N = DIE$ | f) $\check{S}UM = AVA$ |
| b) $IND = I^E$ | g) $KARP = ATY$ |
| c) $\check{R}E = CKO$ | h) $JES = EN\acute{I}K$ |
| d) $KAN = ADA$ | i) $JA^V = ORINA$ |
| e) $NO = RSKO$ | j) $HO\check{R} = OVICE$ |

Jarmila Pěňčíková

Dva fyzikální problémy

1. úloha. Tření a rovnovážná poloha stálá

Podepřené těleso je v rovnovážné poloze stálé, jestliže jeho svislá těžnice prochází podstavou tělesa. Jaké bylo překvapení zaměstnance, který si položil slohu archů papíru na hladkou vodorovnou desku stolu tak, že asi z 1/4 délky přečnívala přes hranu desky stolu, a sloha, ačkoliv její svislá těžnice procházela deskou stolu, sjela přes okraj stolu na zem.

Vysvětlete tento podivný jev fyzikálně!

2. úloha. Startování automobilu v zimě

V zimě, zejména za mrazu často vidíte řidiče, jak se někdy dlouho marně snaží nastartovat vychladlý motor automobilu. Většinou je to proto, že nepřeskakují jiskry na svíčkách, které mají zapálit výbušnou směs. Vysvětlete řidiči fyzikální příčinu jevu a poradte mu, jak si v tom případě může rychle pomoci.

Emil Kašpar

Řešení úloh ze str. 249

Předpokládejme, že současné věky matky a dcery jsou vyjádřeny po řadě přirozenými čísly m a d . Hledáme počet z let, po nichž bude věk matky $10x + y$ a dcery $10y + x$, kde čísla x, y jsou z množiny $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

Pro čísla m, d, x, y, z tedy platí rovnosti:

$$10x + y = m + z, \quad (1)$$

$$10y + x = d + z. \quad (2)$$

Po jejich odečtení dostáváme

$$9x - 9y = m - d. \quad (3)$$

Pokud čísla x a y splňují rovnost (3), pak skutečně věky matky a dcery po jistém počtu let budou $10x + y$ a $10y + x$. Z rovnosti (3) totiž plyne

$$10x + y = m + (-d + x + 10y).$$

Položíme-li

$$z = -d + x + 10y,$$

dostáváme rovnosti (1) a (2).

Rovnost (3) nám umožňuje odpovědět na otázky všech tří úloh.

1. Po dosazení do rovnosti (3) dostáváme

$$x - y = 3.$$

Podobná situace nastane např. za 11 let, kdy bude matce 52 a dceři 25 let.

2. Např. za 9 let bude matce 42 a dceři 24 let.

3. Odpověď nalezneme z rovnosti (3). Rozdíl $m - d$ nesmí být dělitelný číslem 9; např. $m = 42$ a $d = 13$.

Řešení algebrogramů:

a) $2^7 = 128$

f) $841 = 29^2$

b) $256 = 2^8$

g) $1369 = 37^2$

c) $3^6 = 729$

h) $87^2 = 7569$

d) $529 = 23^2$

i) $41^3 = 68921$

e) $3^7 = 2187$

j) $12^4 = 20736$

NAŠE SOUTĚŽ

Řešení úloh minulého ročníku Rozhledů

Matematika

8. Řešení úlohy č. 8 je věnován článek docenta dr. Šedivého, CSc., otištěný v tomto čísle Rozhledů.

9. Pravoúhlý čtyřstěn $ABCD$ má pravé úhly ADB , ADC , BDC . Na jeho hranách AD , BD , CD , jsou sestrojeny po řadě body X , Y , Z tak, že platí:

$$\frac{|AX|}{|XD|} + \frac{|BY|}{|YD|} + \frac{|CZ|}{|ZD|} = 1.$$

Dokažte, že těžiště T tohoto čtyřstěnu leží v rovině XYZ . (Došlo 17 řešení.)

Jaroslav Švrček

Řešení Hany Peňázové, 4 B G tř. kpt. Jaroše, Brno :

Zvolme kartézskou soustavu souřadnic, v níž pro vrcholy čtyřstěnu $ABCD$ platí:

$$D[0, 0, 0], \quad A[a, 0, 0], \quad B[0, b, 0], \quad C[0, 0, c],$$

kde a, b, c jsou kladná čísla. Potom je

$$X[p, 0, 0], \quad Y[0, q, 0], \quad Z[0, 0, r],$$

kde p, q, r jsou rovněž kladná čísla. Vztah uvedený v textu úlohy můžeme potom napsat takto:

$$\frac{a-p}{p} + \frac{b-q}{q} + \frac{c-r}{r} = 1.$$

Z toho plyne, že je

$$\begin{aligned} \frac{a}{p} + \frac{b}{q} + \frac{c}{r} &= 4, \\ \frac{\frac{a}{4}}{p} + \frac{\frac{b}{4}}{q} + \frac{\frac{c}{4}}{r} &= 1. \end{aligned} \tag{1}$$

Čísla $\frac{a}{4}, \frac{b}{4}, \frac{c}{4}$ jsou souřadnice těžiště T čtyřstěnu $ABCD$. Rovina procházející body X, Y, Z má rovnici

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{r} = 1.$$

Z toho a z rovnosti (1) plyne, že těžiště T leží v rovině $\rho = XYZ$.

Fyzika

3. Určete hmotnost jedné molekuly vody, jedné molekuly vodíku a jednoho atomu vodíku. Kolik molekul obsahuje 1 g vody? (Došlo 18 řešení)

Eva Havránková

Otiskujeme řešení autorky úlohy. Podobně řešili tuto úlohu Ildikó Vázsonyiová, 4 A G maď. v Komárně a Radomír Měch, 3 D G M. Koperníka v Bílovci.

a) 1 mol vody má hmotnost 18 g a obsahuje $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ molekul. Hmotnost jedné molekuly vody je tedy rovna $(18/(6,02 \cdot 10^{23})) \text{ g} = 2,99 \cdot 10^{-23} \text{ g}$.

b) 1 mol vodíku (H_2) má hmotnost 2 g a obsahuje $6,02 \cdot 10^{23}$ molekul. Hmotnost jedné molekuly vodíku je tedy $(2/(6,02 \cdot 10^{23})) \text{ g} = 0,33 \cdot 10^{-23} \text{ g}$.

c) 1 mol vodíku (H) má hmotnost 1 g a obsahuje $6,02 \cdot 10^{23}$ molekul. Hmotnost jednoho atomu vodíku je tedy $(1/(6,02 \cdot 10^{23})) \text{ g} = 0,17 \cdot 10^{-23} \text{ g}$.

d) 18 g vody obsahuje $6,02 \cdot 10^{23}$ molekul, 1 g vody obsahuje $n = (6,02 \cdot 10^{23}/18)$ molekul $= 3,34 \cdot 10^{22}$ molekul.

4. Vypočtěte měrné teplo při stálém tlaku a měrné teplo při stálém

objemu pro dusík a kyslík, víte-li, že Poissonova konstanta pro dvouatomové plyny je 1,4 a že rozdíl molárního tepla při stálém tlaku a molárního tepla při stálém objemu je roven univerzální plynové konstantě (Mayerův vztah).
(Došlo 17 řešení)

Eva Havránková

Upravené řešení J. Šintáka, 4 G Praha 8 a Petra Hliněného, 1 C G M. Koperníka Bílovec:

Vyjdeme ze dvou základních vztahů

$$\begin{aligned} C_p/C_v &= \kappa \\ C_p - C_v &= R. \end{aligned}$$

C_p a C_v jsou molární tepla při stálém tlaku a stálém objemu, κ je Poissonova konstanta, R je univerzální plynová konstanta.

Vyřešením těchto dvou rovnic dostaneme pro neznámé C_p a C_v vztahy

$$C_v = R/(\kappa - 1), \quad C_p = \kappa R/(\kappa - 1)$$

Dosadíme-li za $\kappa = 1,4$ a za $R = 8,314\,41 \text{ J mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, dostaneme $C_v = 20,786 \text{ J mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ a $C_p = 29,100 \text{ J mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, což platí pro všechny dvouatomové plyny.

Měrné teplo c dostaneme vydělením molárního tepla C molární hmotností M ;

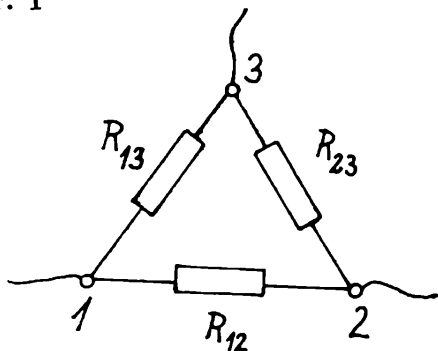
$$c_v = R/(M(\kappa - 1)), \quad c_p = \kappa R/(M(\kappa - 1)).$$

Dosadíme-li do těchto vzorců molární hmotnost kyslíku $M = 32 \text{ g mol}^{-1} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$ a molární hmotnost dusíku $M = 28 \text{ g mol}^{-1} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$, dostaneme:

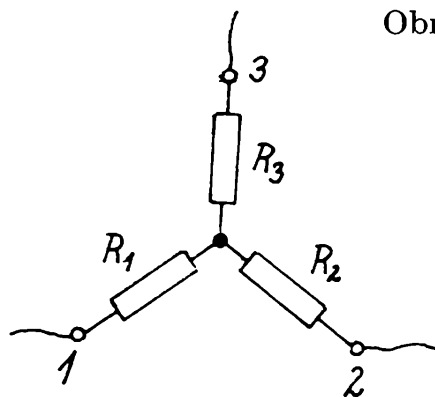
- a) pro kyslík $c_v = 650 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $c_p = 909 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
b) pro dusík $c_v = 742 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $c_p = 1039 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

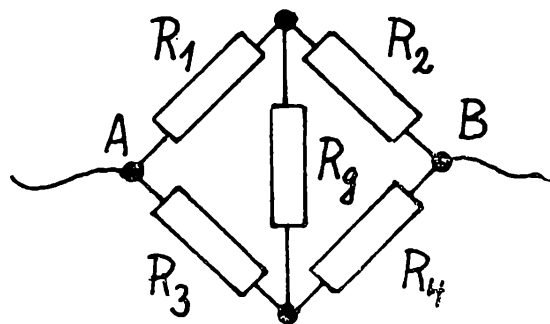
5. V elektrickém obvodu (obr. 1, zapojení do trojúhelníku) jsou dány odpory R_{12} , R_{13} , R_{23} mezi body 1, 2, 3. Určete odpory R_1 , R_2 , R_3 v obvodu nakresleném na obr. 2 (zapojení do hvězdy) tak, aby oba dva obvody byly ekvivalentní. (Ekvivalence znamená, že při záměně obou obvodů se v okolní síti nic nezmění.) *Poznámka:* Záměna trojúhelníku

Obr. 1



Obr. 2





Obr. 3

na hvězdu umožní vypočítat např. odpor mezi body A, B sítě znázorněné na obr. 3 (nevyvážený Wheastonův most).
(Došlo 8 řešení.)

Eva Havránková

Řešení Petra Mikulíka, 3 A G tř. kpt. Jaroše, Brno :

Aby se po záměně obvodů v okolní síti nic nezměnilo, musí být mezi body 1 a 2, resp. 1 a 3, 2 a 3 stejný odpor. V zapojení do trojúhelníku je mezi body 1 a 2 odpor

$$\frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23} + R_{13}}},$$

v zapojení do hvězdy je příslušný odpor $R_1 + R_2$. Musí tedy platit:

$$R_1 + R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23} + R_{13}}}.$$

Analogicky musí platit:

$$R_2 + R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{12} + R_{13}}}$$

$$R_1 + R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12} + R_{23}}}.$$

Vyřešením uvedených tří rovnic pro tři neznámé R_1, R_2, R_3 dostáváme pro hledané odpory tyto výsledky:

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}},$$

$$R_2 = \frac{R_{21} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}},$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{32}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}.$$

6. Jedním z radionuklidů používaných v nukleární biologii je radiofosfor ^{32}P , který má poločas rozpadu 14,3 dne. Vypočítejte, jaká část z počátečního počtu radioaktivních jader ^{32}P zůstane v preparátu po 10 a 100 dnech. Potom vypočítejte, kolik částic beta emituje za den jeden mikrogram radionuklidu ^{32}P .

(Došlo 10 řešení.)

Zdeněk Janout

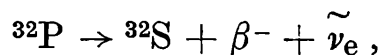
Řešení Petra Hliněného, I C G M. Koperníka, Bílovec.

$$T = 14,3 \text{ d} = 1,24 \cdot 10^6 \text{ s}, t_1 = 10 \text{ d} = 8,64 \cdot 10^5 \text{ s}, t_2 = 100 \text{ d} = 8,64 \cdot 10^6 \text{ s},$$

$$t_3 = 1 \text{ d} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}, m_3 = 1 \mu\text{g} = 10^{-9} \text{ kg}, A_r(^{32}\text{P}) = 32,$$

$$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; x_1 = ?, x_2 = ?, n_3 = ?$$

Radionuklid ^{32}P se rozpadá podle schématu:



kde vzniklý nuklid ^{32}S je stabilní a $\tilde{\nu}_e$ je elektronové antineutrino. Podle rozpadového zákona platí

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

kde N_0 je počet jader v čase $t_0 = 0 \text{ s}$, N je počet ještě nerozpadnutých jader v čase t a λ je rozpadová konstanta. Mezi rozpadovou konstantou a poločasem rozpadu T platí vztah

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Dosazením za λ do (1) dostaneme

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \quad (2)$$

Pro část jader zbylých z původního počtu za čas t platí:

$$x = \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}} \quad (3)$$

Dosadíme-li do (3) číselné hodnoty vypočteme, že za 10 dní zbyde z původního počtu 61,7 % jader a za 100 dní 0,8 % jader.

Každé rozpadlé jádro ^{32}P emituje jednu částici beta, proto je počet emitovaných částic beta roven počtu rozpadlých jader. Jeden mikrogram radionuklidu ^{32}P obsahuje jader

$$N_0 = \frac{m_3}{m(^{32}\text{P})}. \quad (4)$$

Relativní atomová hmotnost je definována vztahem

$$A_r(X) = \frac{m(X)}{m_u},$$

kde m_u je atomová hmotnostní jednotka. Odtud $m(^{32}\text{P}) = A_r(^{32}\text{P}) \cdot m_u$. Dosazením do (4) dostaneme

$$N_0 = \frac{m_3}{A_r(^{32}\text{P}) \cdot m_u}.$$

Nyní dosadíme za N_0 do (2)

$$N_3 = \frac{m_3}{A_r(^{32}\text{P}) \cdot m_u} \cdot 2^{-\frac{t_3}{T}},$$

kde N_3 je počet jader zbylých za čas t_3 .

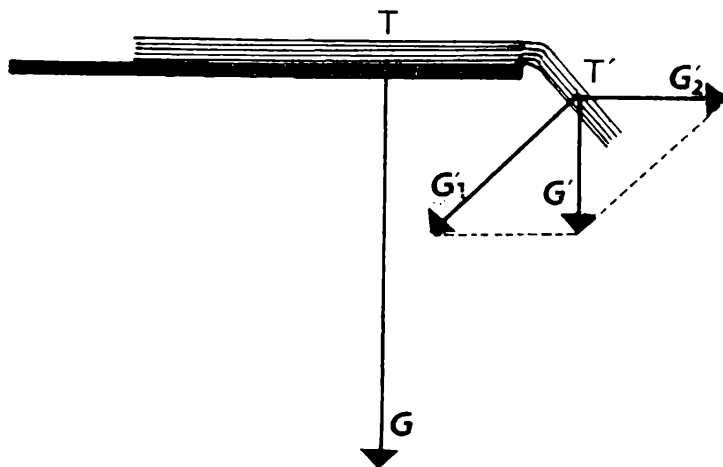
Pro počet jader rozpadlých za čas t_3 platí:

$$n_3 = N_0 - N_3 = \frac{m_3}{A_r(^{32}\text{P}) \cdot m_u} \left(1 - 2^{-\frac{t_3}{T}}\right) \approx 9 \cdot 10^{14}.$$

Závěr: Za deset dní zůstane v preparátu asi 61,7 % počátečního počtu jader, za 100 dní asi 0,87 % počátečního počtu jader. Jeden mikrogram radionuklidu ^{32}P emituje za den asi $9 \cdot 10^{14}$ částic beta.

Řešení fyzikálních úloh ze str. 250

1. úloha (obr.). Tíhu G' části slohy, která přečnává okraj stolu, můžeme rozložit ve dvě složky G_1' a G_2' . Složka G_1' ohýbá přečnávající část slohy směrem dolů. Je-li velikost vodorovné složky G_2' větší než třecí síla F_t mezi slohou a deskou stolu, uvede slohu do pohybu.



2. úloha. Zápalná směs je v podstatě směs benzinové páry nebo mlhy se vzduchem. Je-li jiskřiště svíčky příliš chladné, srazí se na něm

těž vodní páry obsažené ve vzduchu a způsobí mezi jeho póly zkrat, takže jiskra nemůže přeskočit.

Této příčině je možno odpomoci, nemáme-li jiný předehrívač, např. přiložením láhve s horkou vodou do blízkosti svíček.

OLYMPIÁDY A SOČ

28. mezinárodní matematická olympiáda

proběhla od 5. do 16. července letošního roku na Kubě. Když po schůzi předsednictva ÚV MO 25. června v Piešťanech, kde se konalo závěrečné soustředění, sdělil vedoucí naší delegace na MMO *dr. František Zítka*, CSc., vybraným reprezentantům podrobnosti přesunu do dějiště Mezinárodní matematické olympiády, nikdo ze zúčastněných jistě netušil, že odlet na Kubu bude probíhat po etapách. V plánovaný den 4. července nakonec odletěl pouze zástupce vedoucího *dr. Tomáš Hecht*, CSc., z MFF UK v Bratislavě. V pondělí se mezi šťastné cestovatele spolu s *dr. Zítkem* a českými studenty zařadil i *Pavol Gvozdjak* z Bratislavy, který na odlet netrpělivě čekal od soboty v Praze. Poslední dva naši soutěžící *R. Soták* a *M. Polakovič* se dostali do letadla až ve čtvrtek 9. července, takže do Havany přiletěli (i přes sedmihodinový náskok před sluncem) v 1 hodinu ráno před soutěží. Tento dvojí handicap patrně ovlivnil i jejich výsledky zejména během prvního soutěžního dne, jak vidíte z připojené tabulky.

	1	2	3	4	5	6	body celkem	cena
<i>Robert Babilon</i>	7	3	7	7	7	1	32	II.
4. roč. GMK Bílovec								
<i>Petr Čížek</i>	7	7	7	7	7	0	35	II.
2. roč. GWP Praha								
<i>Pavol Gvozdjak</i>	7	7	7	7	7	3	38	II.
3. roč. GAM Bratislava								
<i>Vladan Majerech</i>	7	7	7	7	7	2	37	II.
4. roč. G Pardubice								
<i>Marcel Polakovič</i>	7	0	0	7	7	0	21	III.
4. roč. GAM Bratislava								
<i>Roman Soták</i>	7	3	0	7	7	0	24	III.
4. roč. GŠ Košice								

Cenu pro nejlepšího československého reprezentanta tedy obdrží Pavol Gvozdjak z 3. ročníku gymnázia Andreja Markuša v Bratislavě, který tak potvrdil rostoucí formu z celostátního kola i ze závěrečného soustředění v Piešťanech. A tak celkově lze považovat vystoupení našeho družstva za úspěšné. V neoficiálním pořadí zúčastněných zemí udrželo 9. pozici z loňského roku a jednu III. cenu nahradilo II. Žádný z našich žáků tak nezůstal bez ceny, přesto bychom rádi zase jednou přivítali držitele I. ceny — jinak se mezi světovou špičku nedostaneme:

1. RSR	5	1	—	250
2. NSR	4	2	—	248
3. SSSR	3	3	—	235
4. NDR	2	3	1	231
5. USA	2	3	1	220
6. MLR	—	5	1	218
7. BLR	1	3	2	210
8. ČLR	2	2	2	200
9. ČSSR	—	4	2	192

Výsledek na prvních devíti místech je tedy permutací loňského výsledku s jediným pevným bodem v umístění našeho družstva. Bodové zisky uvedených zemí rovněž naznačují, že úlohy 28. MMO byly o něco lehčí než úlohy loňské. To si ostatně můžete ověřit sami na připojených textech.

1. Pro $n \geq 1$, $k \geq 0$ označme $p_n(k)$ počet permutací f množiny $S_n = \{1, 2, \dots, n\}$ takových, že rovnost $f(j) = i$ platí pro právě k hodnot $j \in S_n$. Dokažte, že

$$\sum_{k=0}^n k p_n(k) = n! . \quad (\text{NSR})$$

2. Osa úhlu BAC ostroúhlého trojúhelníka ABC protíná stranu BC v bodě L a kružnici opsanou trojúhelníku ABC v bodě N , $N \neq A$. Označme K , M paty kolmic spuštěných z bodu L na strany AB , AC . Dokažte, že čtyřúhelník $AKNM$ a trojúhelník ABC mají týž obsah. (SSSR)

3. Nechť $x_1, x_2, \dots, x_n$ jsou reálná čísla taková, že

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1 .$$

Dokažte, že pro každé celé číslo $k > 1$ lze nalézt celá čísla

$a_1, a_2, \dots, a_n$ taková, že

a) $a_j \neq 0$ pro alespoň jedno $j \in \{1, 2, \dots, n\}$,

b) $|a_j| \leq k - 1$ pro všechna $j \in \{1, 2, \dots, n\}$,

$$c) |a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n| \leq \frac{k-1}{k^n - 1} \sqrt{n} . \quad (\text{NSR})$$

4. Dokažte, že neexistuje funkce f zobrazující množinu N_0 všech ne-

záporných celých čísel do $\mathbf{N}_0$ taková, že

$$f(f(n)) = n + 1987$$

pro každé $n \in \mathbf{N}_0$. (VSR)

5. Dokažte, že pro každé přirozené číslo $n \geq 3$ lze v rovině nalézt n bodů tak, aby současně platilo:

- a) vzdálenost kterýchkoliv dvou z nich je iracionální číslo,
- b) kterékoliv tři z nich určují trojúhelník, jehož obsah je kladné racionální číslo. (NDR)

6. Nechť $n \geq 2$ je celé číslo. Jestliže $k^2 + k + n$ je prvočíslo pro každé k , $0 \leq k \leq \sqrt[n]{n/3}$, potom je $k^2 + k + n$ prvočíslo pro každé k , $0 \leq k \leq n - 2$. Dokažte. (SSSR)

Vlastní soutěž proběhla ve dnech 10. a 11. července a zúčastnilo se jí 237 středoškoláků ze 42 zemí. Na řešení první i druhé trojice úloh byly jako obvykle vymezeny čtyři a půl hodiny a za každou z úloh bylo možno získat nejvýše 7 bodů. Plného počtu 42 bodů (I. cena) tentokrát dosáhlo celkem 22 soutěžících. II. cena se udělovala za 32–41 bodů, III. cena za 18–31 bodů. Zvláštní cena nebyla letos udělena. Spolu s naší delegací se 28. MMO zúčastnila jako pozorovatel i *dr. Júlia Lukátšová* z ministerstva školství SSR.

29. ročník Mezinárodní matematické olympiády bude uspořádán v *Canbeře* v Austrálii, jak bylo oznámeno již při jubilejní 25. MMO v Praze.

O tom, zda a jak pojedeme k protinožcům, patrně není dosud rozhodnuto. Zatím jsme však na žádné MMO nechyběli!

Karel Horák

18. mezinárodní fyzikální olympiáda

18. mezinárodní fyzikální olympiádu uspořádalo ministerstvo vzdělávání Německé demokratické republiky a proběhla ve dnech 5. 7. až 13. 7. 1987 v Jeně. Soutěže se zúčastnilo 121 účastníků ze 25 států, oproti loňskému roku byla přítomna družstva z Austrálie, Kuweitu, po několika letech i družstvo Itálie. Jako pozorovatelé se zúčastnili zástupci Řecka, Belgie a Kolumbie, přijel i zástupce mezinárodní organizace UNESCO.

Samotná soutěž měla dvě části: v teoretické části byly zadány tři úlohy, na jejichž řešení měli soutěžící 7. července dobu 5 h. První úloha byla z termodynamiky, druhá úloha řešila problém pohybu elektronu v magnetickém poli, třetí úloha byla na šíření vln na nekonečném elektrickém vedení. Experimentální úloha byla zaměřena — pravděpodobně vzhledem k tomu, že nad 18. MFO převzala patronát firma Zeiss Jena — na optiku: šlo o stanovení indexu lomu skleněného hranolu

a dané kapaliny použitím jednoduchých měřicích prostředků, přičemž nebyl k dispozici úhloměr. Také na řešení experimentální úlohy bylo dáno 5 h. Dané úlohy vyžadovaly vysoký tvůrčí potenciál soutěžících, schopnost vytvářet fyzikální model skutečnosti, problém vyřešit v tomto teoretickém modelu a opět se vrátit k realitě. Obtížnost úloh můžeme posoudit ze středního hodnocení, které soutěžící dosáhli: V teoretických úlohách to bylo 12,08 bodu ze 30 bodů možných, v experimentální úloze 12,23 bodu ze 20 bodů možných. Nejlepšího výsledku dosáhl soutěžící *Malureanu z RSR* — 49 bodů, který tak nasadil normu pro hodnocení. Úspěšným řešitelem 18. MFO se stal každý účastník, který dosáhl lepšího výsledku než 23 bodů. Tak bylo hodnoceno ze 121 soutěžících celkem 72 soutěžících jako úspěšní řešitelé, zbývajících 49 řešitelů obdrželo jen potvrzení o účasti. Z úspěšných řešitelů byli třem soutěžícím uděleny I. ceny, 10 jich získalo druhou cenu, 29 soutěžících dostalo třetí cenu a 30 účastníků čestné uznání. 18. MFO se zúčastnilo 6 dívek — jen dvě z nich byly úspěšné: *Didina Serban z RSR* (získala 42 bodů, II. cenu a umístila se na 5. místě v celkovém pořadí), úspěšná byla i naše *Katarína Kis Petiková*.

Na zasedání předsednictva ÚVFO dne 11. června 1987 byli ke státní reprezentaci vybráni: Pavol Kolník ze 4. roč. gymnázia v Novém Meste nad Váhom, Jaroslav Hora ze 4. roč. gymnázia kpt. Jaroše v Brně, Petr Habala ze 4. roč. gymnázia v Bílovci, Katarína Kis Petiková ze 3. roč. gymnázia s maďarským vyučovacím jazykem v Komárně, David Maxera ze 3. roč. gymnázia v Praze, Hellichova ul. Jako náhradníci byli stanoveni: Jozef Škvarček ze 4. roč. gymnázia v Ružomberku, Jozef Radler ze 3. roč. gymnázia ve Zvolenu. V přípravě (a potom i v soutěži) se ukázalo, že naše družstvo bylo celkem vyrovnané — všichni účastníci se stali úspěšnými řešiteli 18. mezinárodní fyzikální olympiády, avšak družstvu chyběla výraznější osobnost (jakou byl na 15. MFO a na 16. MFO Patrik Španěl). Jen P. Kolník měl větší zkušenosti ze soutěže (již jako žák 2. ročníku byl v širším výběru, vloni jako žák 3. roč. gymnázia se zúčastnil 17. MFO v Londýně, kde získal III. cenu).

V teoretických úlohách podali naši soutěžící slabší výkon, než je obvyklé (Kolník 18 b., Hora 14 b., Habala 13 b., Maxera 13 b., Kis Petiková 12 b.), v experimentální úloze nebyly výsledky tak vyrovnané (Kolník, Hora, Maxera po 17 b., Kis Petiková 13 b., Habala 11 b.). A tak celkové výsledky byly tyto:

<i>P. Kolník</i>	35 b.	III. cena,	pořadí 17—19,
<i>J. Hora</i>	31 b.	III. cena,	pořadí 37—42,
<i>D. Maxera</i>	30 b.	čestné uznání,	pořadí 44—50,
<i>K. Kis Petiková</i>	25 b.	čestné uznání,	pořadí 64—66,
<i>P. Habala</i>	24 b.	čestné uznání,	pořadí 67—72.

I když mezinárodní olympiády jsou soutěží jednotlivců, pro zajímavost určují vedoucí delegací pořadí družstev, reprezentujících jednotlivé

státy. *Nejlepším družstvem bylo RSR^a (208 b.), dále ČLR (175 b.), NDR (162 b.).* Naše družstvo se umístilo na 8. místě z celkového počtu 25 družstev, tedy opět v první třetině všech družstev.

Hodnotíme-li naši účast na 18. MFO, je kladem, že po dvou letech máme zase všechny účastníky úspěšné, že naše družstvo podalo solidní výkon. Ukazuje se, že „fyzikální talent“ však je jen nutným předpokladem úspěchu — výsledky jednotlivců i družstva jsou důsledkem dlouholeté přípravy, systému péče o talentované žáky.

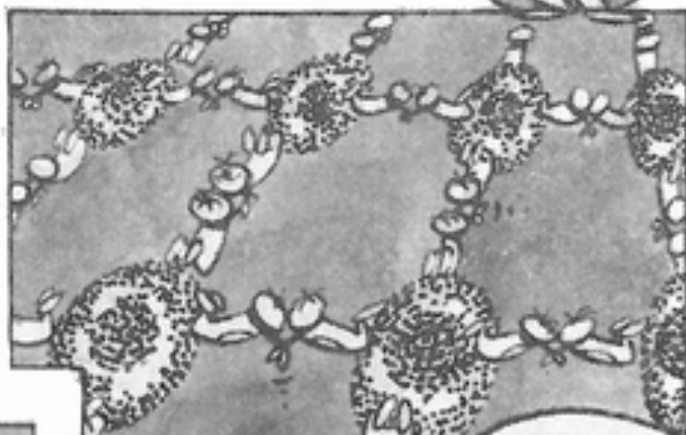
Kalendár M-F: február 1988

1. 2. 1903 v Cambridge zomrel *George Gabriel Stokes*, anglický fyzik a matematik. Zaoberal sa spektrálnou analýzou, difrakciou svetla, hydrodynamikou. Odvodil dôležité vzťahy vektorovej analýzy.
1. 2. 1958 v Charlottesville zomrel *Clinton Joseph Davisson*, americký fyzik. Študoval tepelné žiarenie, elektrónovú fyziku. Objavil závislosť indexu lomu elektrónových lúčov na ich rýchlosti. Nobelovu cenu dostal roku 1937.
2. 2. 1903 sa narodil *Bartel Leendert van der Waerden*, holandský matematik. Rozpracoval problémy modernej algebry, algebrickej geometrie a matematickej štatistiky.
3. 2. 1898 sa v Odese narodil *Pavel Samuilovič Uryson*, sovietsky matematik. Rozvinul topológiu, vytvoril teóriu dimenzie.
4. 2. 1928 v Haarleme zomrel *Hendrik Antoon Lorentz*, holandský fyzik. Vytvoril klasickú elektrónovú teóriu elektrických, magnetických a optických vlastností látok. Za výskumy pôsobenia magnetického poľa na žiarenie dostal spolu s P. Zeemanom Nobelovu cenu za rok 1902.
6. 2. 1923 zomrel *Edward Emerson Barnard*, americký astronóm. Po ňom je pomenovaná hviezda s najväčším vlastným pohybom — Barnardova šípka.
10. 2. 1868 zomrel *David Brewster*, škótsky fyzik. Objavil kruhovú polarizáciu svetla, potvrdil dvojsovosť kryštálov.
10. 2. 1923 v Mníchove zomrel *Wilhelm Conrad Röntgen*, nemecký fyzik. Objavil nové žiarenie X a poznal jeho vlastnosti. Dostal prvú Nobelovu cenu za fyziku v roku 1901.
11. 2. 1868 v Paríži zomrel *Léon Jean Bernard Foucault*, francúzsky fyzik a astronóm. Dokázal rotáciu Zeme okolo vlastnej osi pomocou kyvadla; experimentálne pomocou rotujúceho zrkadla zmeral rýchlosť svetla.
11. 2. 1898 sa v Budapešti narodil *Leo Szilárd*, americký fyzik. Rozvíjal

- jadrovú fyziku a techniku, metódy urýchlenia častíc, termodynamiku i molekulárnu biológiu.
11. 2. 1973 zomrel *Hans Daniel Jensen*, nemecký fyzik. Vytvoril model atómového jadra, vysvetlil štruktúru elektronového obalu atómového jadra. Nobelovu cenu získal roku 1963 spolu s Wignerom a Goeppert-Mayerovou.
 12. 2. 1918 sa v New Yorku narodil *Julian Seymour Schwinger*, americký fyzik. Za práce v oblasti kvantovej elektrodynamiky dostal spolu s Tomonagom a Feynmanom roku 1965 Nobelovu cenu za fyziku.
 14. 2. 1943 v Göttingene zomrel *David Hilbert*, nemecký matematik. Položil nové axiomatické základy geometrie, rozvinul účinné metódy matematickej fyziky. Ovplynul celú matematiku a fyziku 20. storočia.
 17. 2. 1888 sa v Dorau narodil *Otto Stern*, americký fyzik nemeckého pôvodu. Zaoberal sa termodynamikou, molekulovou fyzikou a magnetizmom. Za objav magnetického momentu protónu získal Nobelovu cenu roku 1943.
 18. 2. 1938 sa v Tuřanech pri Brne narodil *Ernst Mach*, rakúsky fyzik a filozof. Experimentoval v mechanike, akustike, optike. Jeho menom je označený pomer rýchlosti telesa k rýchlosti zvuku v danom prostredí — Machovo číslo.
 19. 2. 1473 sa v Toruni narodil *Mikuláš Koperník*, poľský astronóm. Zdôvodňoval heliocentrickú sústavu s planétou Zem otáčajúcou sa okolo svojej osi i okolo Slnka.
 19. 2. 1938 zomrel *Edmund Georg Herman Landau*, nemecký matematik. Prispel k rozvoju analytickej teórie čísel a teórii funkcií komplexnej premennej.
 21. 2. 1903 v Prahe zomrel *František Josef Studnička*, český matematik. Prispel do teórie determinantov, k riešeniu diferenciálnych rovníc i dejinám matematiky.
 21. 2. 1938 zomrel *George Ellery Hale*, americký astronóm. Skúmal fyziku Slnka, skonštruoval spektroheliograf a spektrohelioskop. Bol iniciátor stavby obrovského teleskopu na Mt. Palomare, Kalifornia, s priemerom zrkadla 5 m.
 25. 2. 1973 v Bratislave zomrel *Ján Vanovič*, slovenský fyzik. Zaoberal sa atómovou fyzikou a teóriou vyučovania.
 28. 2. 1683 sa v La-Rochelle narodil *René Antoine Ferchault de Réaumur*, francúzsky fyzik a prírodovedec. Zostrojil liehový teplomer so stupnicou 0—80 stupňov.
 28. 2. 1863 v Prahe zomrel *Jakub Filip Kulik*, matematik, pravdepodobne ukrajinského pôvodu. Bol profesorom vyššej matematiky na pražskej univerzite. Zostavil tabulky deliteľov prirodzených čísel do 100 miliónov.

dj

REPORTÁŽE Z MIKROSVETA





Galileiho rodný dům

Zakladatel novodobé experimentální fyziky *Galileo Galilei* se narodil 15. 2. 1564 v Pise. Jeho otec byl zchudlý šlechtic, živil se jako prodavač sukna, hudebník a psal i hudebně teoretické traktáty. Velké naděje kladl v lékařskou kariéru svého syna, který mohl mít vysoké příjmy. Galilei proto začal studovat medicinu, ale poměry na fakultě se mu zdály nesnesitelné; studia zanechal. Teprve po důrazném pokynu otce začal studovat aspoň díla Archimédova a Herónova, i když jako profesor matematiky měl vyhlídky na plat desetinásobně menší než lékaři.

Oba antičtí učenci se stali Galileovi vzorem; předsevzal si prosadit znovu experimentální metodu do fyziky a již jako student učinil několik objevů. Studium sice formálně neukončil, ale přesto se stal profesorem matematiky na univerzitě a později dvorním matematikem. Umínil si také dosáhnout uznání Koperníkovy heliocentrické soustavy, dosáhl však opaku — jejího zákazu; navíc se sám ocitl před tribunálem svaté inkvizice.



Rodný dům (viz obrázek) také neudržel; protože neměl legitimní dědice, rod Galileů jím vymřel. Dnes je v tomto domě muzeum slavného fyzika, kde jsou soustředěny všechny jeho spisy, rukopisy, portréty, přístroje i korespondence.

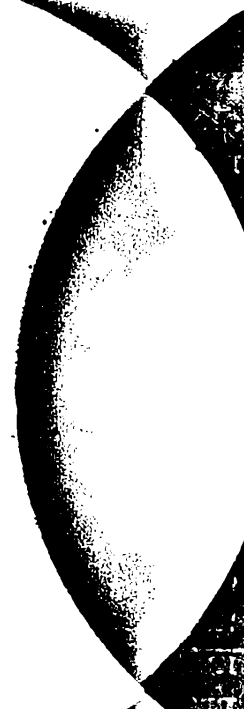
Vladimír Malíšek

Řekli, napsali ...

Lidé se sejdou navzdory všem rozporům a hranicím, které je dosud rozdělují. Dále rozvinou společné dědictví. Tak se dostanou o kus dále po cestě, za níž mizejí stíny a která vede k důvěře a míru.

Frédéric Joliot-Curie (1900—1958)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků. Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nář. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kovpakova 26, 160 00 Praha 6. Návštěvní dny: středa 7.00 — 15.00 hod., pátek 7.00 — 13.00 hod. Jazyková úprava doc. dr. M. Valešová, CSc. © Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1987.



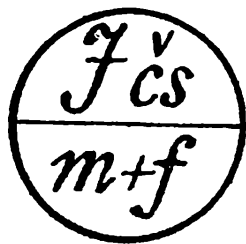
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

ROČNÍK 66, 1987/88
BŘEZEN

(7)

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY

matematicko-fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUcí REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaro-
slav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha, dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigová 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Emil Kraemer: Kružnice na kružnicové kuželové ploše	265
Luděk Granát: Počítačová grafika – oře- závání	273
Ivan Fischer: Řízení procesů 6	275
Ján Chrapan: Zákony klasické fyziky a moderná technika	284
Dušan Jedinák: Miloval život a hvězdy	29*
Jiří Mikulčák: Najděte chybu	293
Vladimír Fuksík: Řešení úlohy Lewise Carolla	294
Emil Kašpar: Funkce klínu při štípání dříví	296
Tomáš Schütz: Úlohy ze zahraničních ča- sopisů	296
Naše soutěž	297
dj: Kalendář M–F	301
Zdeněk Janout: Výročí JČSMF na poštov- ních známkách	303
Ján Chrapan, Vlastimil Mistrík: Repor- táže z mikrosveta	307
Jiří Mída: O jednom patentovém sporu . 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních termínů (97–100)	příloha

Kružnice na kružnicové kuželové ploše

Prof. EMIL KRAEMER, UK Praha

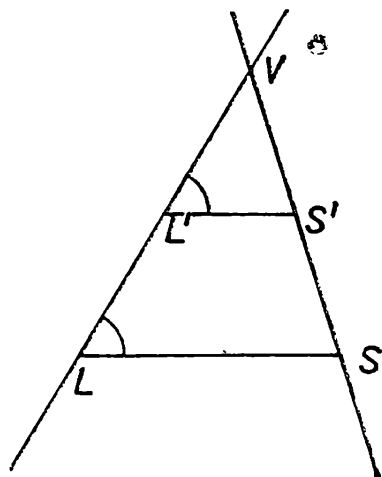
Nechť kružnice k leží v rovině ρ ; V budiž libovolný bod neležící v rovině ρ . Potom sjednocení všech přímek, které procházejí bodem V a protínají kružnici k , se nazývá *kružnicová kuželová plocha*. Budeme ji označovat K . Kružnice k se jmenuje *řídící kružnice plochy K* a bodu V říkáme *vrchol plochy K* . Každá rovina, která prochází vrcholem V , se nazývá *vrcholová rovina plochy K* . Prochází-li přímka $v \perp \rho$ vedená vrcholem V středem řídící kružnice k , říkáme ploše K *rotační kuželová plocha*; přímka v je osou této plochy. Kružnicová kuželová plocha, která není rotační, se nazývá *kosá*.

Z deskriptivní geometrie víme, že na rotační kuželové ploše je jediná soustava kružnic. Libovolná kružnice této soustavy leží v rovině, která je kolmá k ose této plochy. Všimněme si nyní kružnic na kosé kružnicové kuželové ploše. Snadno nejprve dokážeme, že platí věta, kterou nyní uvedeme.

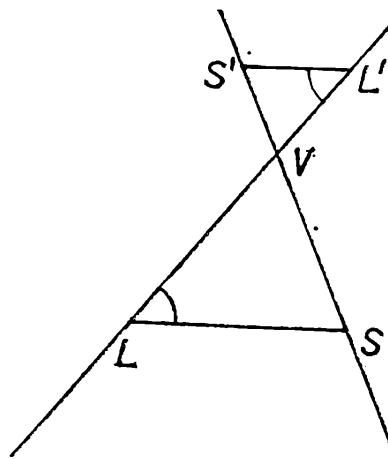
Věta 1. Libovolná rovina ρ' , která je rovnoběžná s rovinou ρ řídící kružnice kosé kružnicové kuželové plochy K a není vrcholovou rovinou této plochy, protíná plochu K v kružnici.

Důkaz. Nechť S, L jsou po řadě střed a libovolný bod řídící kružnice k plochy K . Různoběžky VS, VL protínají rovinu ρ' po řadě v bodech S', L' (obr. 1, 2). Rovina σ určená body S, L a vrcholem V plochy K protíná vzájemně rovnoběžné roviny ρ, ρ' v rovnoběžkách $SL, S'L'$.

Obr. 1



Obr. 2



Z toho plyne, že je

$$\triangle VS'L' \sim \triangle VSL \text{ (uu)} ; \quad (1)$$

koeficient podobnosti je

$$c = \frac{|VS'|}{|VS|} . \quad (2)$$

Proto je

$$|S'L'| = c|SL| = cr , \quad (3)$$

kde r je poloměr řídicí kružnice k . Pro každý bod L kružnice k jsou kladná čísla r, c konstantní. Proto z rovnosti (3) plyne, že bod L' průniku roviny ϱ' s plochou K leží na kružnici k' , která má střed S' a poloměr $r' = cr$.

Obráceně, nechť L' je libovolný bod kružnice k' . Průsečík přímky VL' s rovinou ϱ označme L . Potom opět platí vztah (1) a rovnosti (2), (3). Platí tedy rovnost $cr = |S'L'| = c|SL|$, z níž plyne, že je $|SL| = r$. Každý bod L' kružnice k' leží tedy na přímce VL plochy K , a tedy je bodem průniku roviny ϱ' s plochou K .

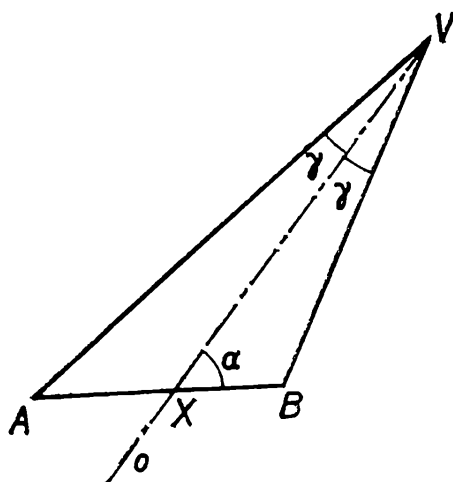
Nechť V, S jsou po řadě vrchol a střed řídicí kružnice k kosé kružnicové plochy K . Potom přímce VS říkáme *středná* (nikoli osa) *plochy K*. Vrcholem V prochází právě jedna přímka v , která je kolmá k rovině ϱ řídicí kružnice k plochy K . Rovina σ určená přímkou v a střednou VS je kolmá k rovině ϱ a ke každé rovině $\varrho' \parallel \varrho$ (neboť je $v \perp \varrho'$). Tato rovina σ se nazývá *hlavní vrcholová rovina kosé kružnicové kuželové plochy K*.

Věta 2. Kosá kružnicová kuželová plocha K je souměrná podle své hlavní vrcholové roviny σ .

Důkaz. Budiž $L \neq V$ libovolný bod plochy K ; bod souměrně sdružený k bodu L podle roviny σ označme L' . Bodem L prochází právě jedna rovina ϱ' , která je rovnoběžná s rovinou řídicí kružnice k plochy K ; přitom je $\varrho' \perp \sigma$. Rovina ϱ' protíná plochu K v kružnici k' (věta 1) a rovinu σ protíná v průměru p kružnice k' . Bod L' je potom také k bodu L souměrně sdružen podle přímky p . Proto leží na kružnici k' , a tedy na ploše K .

Hlavní vrcholová rovina σ kosé kružnicové kuželové plochy K (s vrcholem V) protíná řídicí kružnici k plochy K v různých bodech A, B ležících na průměru kružnice k . Přímka o , jejíž částí je osa úhlu AVB , se nazývá *osa plochy K*. Ta vrcholová rovina plochy K , která je kolmá k ose o , se nazývá *normálová vrcholová rovina plochy K*.

Poznámka. Snadno dokážeme, že osa o plochy K nesplývá se střednou této plochy. Nechť X je průsečík osy o s průměrem AB řídicí kružnice k (obr. 3). Je-li $|\sphericalangle BXV| = \alpha$, je $|\sphericalangle AXV| = 180^\circ - \alpha$; zároveň je $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. Je-li γ velikost každého ze shodných úhlů BVX, AVX , je podle věty sinové



Obr. 3

$$|BX| = \frac{|VB| \sin \gamma}{\sin \alpha}, \quad |AX| = \frac{|VA| \sin \gamma}{\sin \alpha}. \quad (4)$$

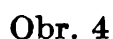
Protože plocha K není rotační, je $|VB| \neq |VA|$. Z toho podle vzorců (4) plyne, že je $|BX| \neq |AX|$.

K důkazu příští věty užijeme základní poznatky z Mongeova promítání probíraného v osmém ročníku základní školy.

Věta 3. Nechť π je rovina řídící kružnice k kosé kružnicové kuželové plochy K a π' je rovina souměrně sdružená k rovině π podle normálové vrcholové roviny ε plochy K . Potom řez roviny π' s plochou K je kružnice k' , která je shodná s kružnicí k .

Důkaz. Rovinu π zvolme za první průmětnu Mongeova promítání, jehož druhou průmětnu volíme rovnoběžnou s hlavní vrcholovou rovinou σ plochy K . Potom kružnice k splývá se svým půdorysem k_1 a půdorysem roviny σ je přímka σ_1 , která prochází středem kružnice k a je rovnoběžná se základnicí x zvoleného Mongeova promítání. Na přímce σ_1 je půdorys V_1 vrcholu V plochy K . Přímka σ_1 protíná kružnici k v bodech $A = A_1$, $B = B_1$ (obr. 4). Nárysy A_2, B_2 bodů A, B leží na základnici x a nárysem trojúhelníku VAB je trojúhelník $V_2A_2B_2$ shodný s trojúhelníkem VAB . Nárys osy o plochy K je přímka o_2 , jejíž částí je osa úhlu $A_2V_2B_2$.

Přímka o je rovnoběžná s druhou průmětnou, a proto je rovnoběžná se svým nárysem o_2 . Normálová rovina ε plochy K je kolmá k ose o , a tedy i k přímce o_2 ; proto je rovina ε kolmá ke druhé průmětně. Z toho plyne, že nárysem roviny ε je přímka $\varepsilon_2 \perp o_2$ procházející bodem V_2 . Průsečnice p^ε rovin π, ε kolmých ke druhé průmětně je také k této průmětně kolmá; proto je $p^\varepsilon \perp x$. Zároveň přímka p^ε prochází průsečíkem O přímk $\pi_2 = x, \varepsilon_2$. Rovina π' prochází přímkou p^ε , a proto je kolmá ke druhé průmětně. Nárysem roviny π' je tedy přímka π'_2 procházející bodem O ; zároveň je přímka π'_2 souměrně sdružená k přímce $\pi_2 = x$ podle přímky ε_2 . Průsečíky A'_2, B'_2 přímky π'_2 s přímkami V_2A_2, V_2B_2 jsou nárysy průsečíků A', B' roviny π' s přímkami VA, VB . Nárys řezu roviny π' s plochou K je úsečka $A'_2B'_2$. Přímka $\varepsilon_2 \perp o_2$


$$|OB_2| = |OA'_2|, \quad |OA_2| = |OB'_2|. \quad (5)$$

ROZHLEDY MAT. FYZ., ROČNÍK 66, 1987-88

269

Nechť rovina π' je souměrně sdružená k rovině π řídící kružnice k kosé kružnicové kuželové plochy K podle její normálové vrcholové roviny ε . Potom o každé rovině π'' , která je rovnoběžná s rovinou π' , říkáme, že je *antiparalelní k rovině π vzhledem k rovině ε* . Také každá rovina $\bar{\pi}$ rovnoběžná s rovinou π se nazývá antiparalelní k rovině π' vzhledem k rovině ε . Také říkáme, že roviny π'' , $\bar{\pi}$ jsou antiparalelní vzhledem k rovině ε . Z uvedené definice plyne, že i roviny π , π' jsou antiparalelní vzhledem k rovině ε . Za řídící kružnici plochy K můžeme zřejmě pokládat také kružnici k' ležící v kterékoli rovině, která je antiparalelní k rovině vzhledem k rovině ε . Z toho a z vět 3 a 1 plyne tento důsledek:

Důsledek vět 3 a 1. Nechť π' je libovolná rovina, která není vrcholovou rovinou kosé kružnicové kuželové plochy K a je antiparalelní vzhledem k rovině π řídící kružnice plochy K . Potom řez roviny π' s plochou K je kružnice.

Na ploše K jsou tedy dva různé systémy kružnic. Libovolná kružnice jednoho systému leží v rovině, která je rovnoběžná s rovinou π řídící kružnice k plochy K . Libovolná kružnice druhého systému leží v rovině, která je k rovině π antiparalelní vzhledem k normálové vrcholové rovině plochy K . Zbývá zjistit, zda na ploše K nejsou ještě kružnice, které nepatří do žádného z uvedených dvou systémů. O tom pojednáme v dalším článku.

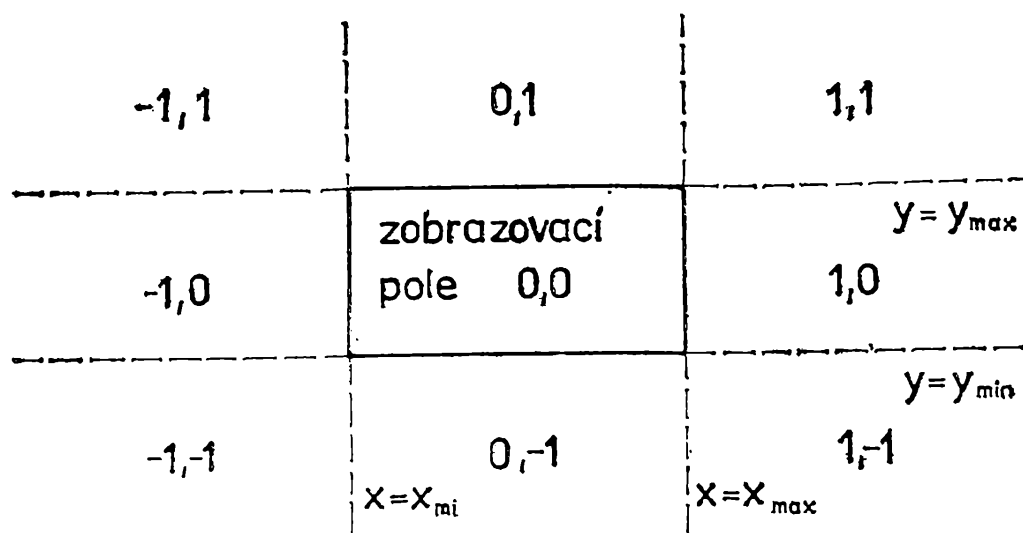
Počítačová grafika — ořezávání

Doc. dr. LUDĚK GRANÁT, CSc., VÚMS, Praha

V pátém čísle Rozhledů jsme se zabývali zobrazováním úsečky, která byla dána tak, že oba její krajní body (z toho plyne, že celá) ležely na uvažované zobrazovací ploše, tj. např. na stínítku obrazovky v rozsahu daného rastru. Mnohdy je požadováno, aby vytvářený obraz nepřekročil hranice určitého pravoúhelníkového zobrazovacího pole se stranami rovnoběžnými s hranicemi zobrazovací plochy.

Jestliže krajní body úsečky jsou stanoveny např. výpočtem může se snadno stát, že některý z krajních bodů (případně oba) vyjdou, mimo zobrazovací pole. Proto je nutno vytvořit program, který určí část úsečky, která leží v zobrazovacím poli. Odstraňování částí zobrazovaných útvarů, jejichž obraz by ležel mimo zobrazovací pole, nazýváme *ořezáváním*.

Zobrazovací pole je dáno mezními hodnotami $x_{\min}$, $x_{\max}$, $y_{\min}$, $y_{\max}$. Naším úkolem bude stanovit pro úsečku danou jejím počátečním



Obr. 1

bodem P se souřadnicemi XP , YP a koncovým bodem K se souřadnicemi XK , YK předně její polohu vzhledem k zobrazovacímu poli. Důležité je, a o to se snaží všechny úspěšné algoritmy řešící tuto úlohu, aby byly rychle vytrženy úsečky, které se zobrazí celé, protože s těmi se setkáváme nejčastěji a případně alespoň některé úsečky, které leží celé vně zobrazovacího pole.

Jeden ze způsobů, jak toto lze provést, je tento: Bodům se souřadnicemi x , y přiřadíme dvojice $s(x)$, $s(y)$, kde

$$\begin{aligned} s(x) &= -1 && \text{pro } x < x_{\min}, \\ s(x) &= 0 && \text{pro } x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, \\ s(x) &= 1 && \text{pro } x > x_{\max}, \end{aligned}$$

a obdobně

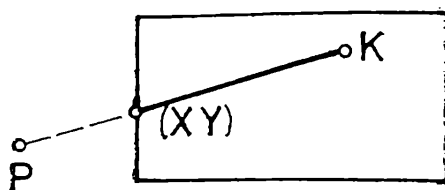
$$\begin{aligned} s(y) &= -1 && \text{pro } y < y_{\min}, \\ s(y) &= 0 && \text{pro } y_{\min} \leq y \leq y_{\max}, \\ s(y) &= 1 && \text{pro } y > y_{\max}. \end{aligned}$$

Tím rozdělíme rovinu na 9 částí — viz obr. 1.

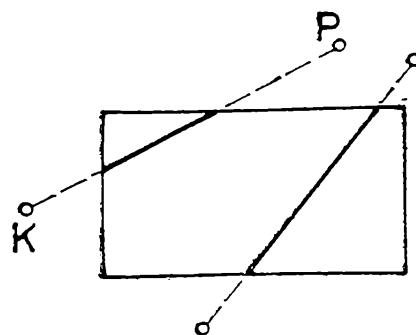
Bodům P , K takto přiřadíme $s(XP)$, $s(YP)$, $s(XK)$, $s(YK)$. Platí-li $s(XP) = s(XK) = s(YP) = s(YK) = 0$, leží oba krajní body dané úsečky a tím i celá jimi určená úsečka v zobrazovacím poli.

Platí-li $s(XP) = s(YK) = -1$ nebo alespoň jeden z obdobných vztahů $s(XP) = s(XK) = 1$, $s(YP) = s(YK) = -1$, $s(XP) = s(YK) = 1$, leží celá úsečka PK vně zobrazovacího pole, protože koncové body úsečky leží v tomto případě v jedné otevřené polorovině určené stranou zobrazovacího pole a neobsahující toto pole. Pro další označme tento soubor vztahů jako podmínku **V**.

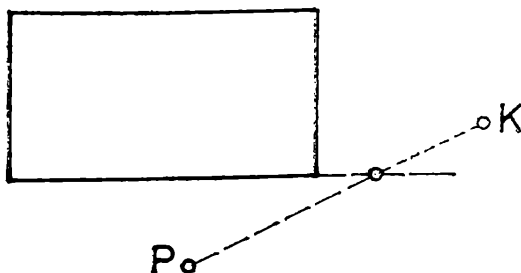
Leží-li jeden krajní bod úsečky uvnitř zobrazovacího pole a druhý vně (obr. 2), je potřeba sestavit průsečík dané úsečky s hranicí zobrazovacího pole a uvažovat dále jen část úsečky ukončené tímto průsečíkem, jinými slovy je potřeba odříznout část úsečky mezi hranicí zobrazovacího pole a krajním bodem úsečky ležícím vně tohoto pole.



Obr. 2



Obr. 3



Obr. 4

Předpokládejme nejprve, že tímto vnějším bodem je počáteční bod úsečky P . Kdyby tomu tak nebylo, tj. tento bod byl bodem zobrazovacího pole, můžeme body P a K prohodit. Protože budeme mít pro zjednodušení našich úvah na zřeteli jen zobrazování na rastrovém grafickém displeji, kde nezáleží na smyslu zobrazované úsečky, tj. který z jejích krajních bodů je počáteční a který koncový, nebudeme se muset starat o zajištění správné orientace výsledné úsečky.

Nechť bod P leží vlevo (předpokládáme orientaci os souřadnic zleva doprava a zdola nahoru) od levé strany zobrazovacího pole, tj. $s(XP) = -1$. V tomto případě sestrojíme průsečík přímky, na níž leží daná úsečka

$$y = YP + \frac{YK - YP}{XK - XP} (x - XP)$$

s přímkou, na níž leží levá strana zobrazovacího pole

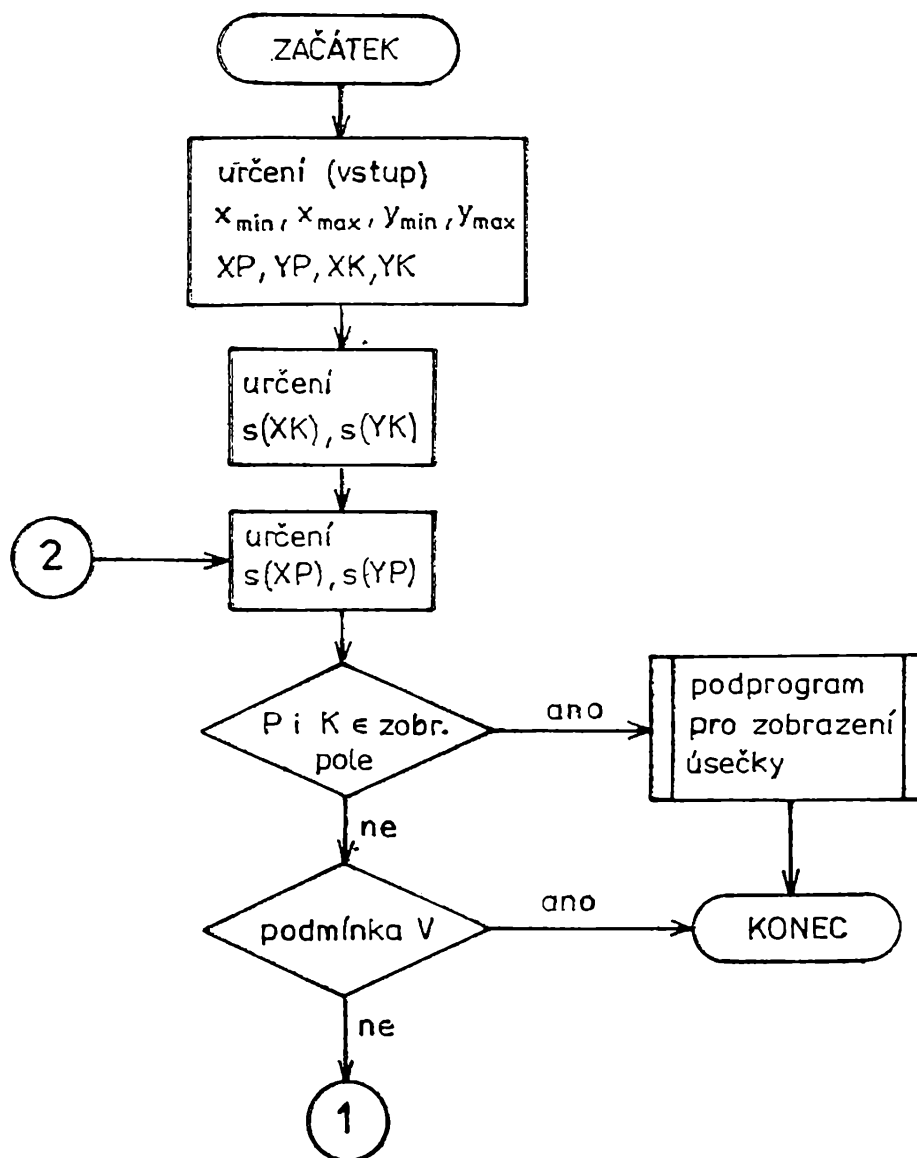
$$x = x_{\min}$$

tj. bod se souřadnicemi

$$X = x_{\min}, \\ Y = YP + \frac{YK - YP}{XK - XP} (x_{\min} - XP).$$

Úsečku danou body (XP, YP) , (XK, YK) nahradíme úsečkou (X, Y) , (XK, YK) . Zároveň změněme hodnotu $s(XP)$ z -1 na 0 , v některých případech změněme i hodnotu $s(YP)$.

Takto můžeme postupovat i v případě, že oba body P i K leží vně zobrazovacího pole — obr. 3. Případ, že by body P a K ležely vlevo od zobrazovacího pole, jsme již dříve vyšetřili a z dalších úvah vyloučili. Body P a K leží na různých stranách od přímky $x = x_{\min}$. Z toho plyne

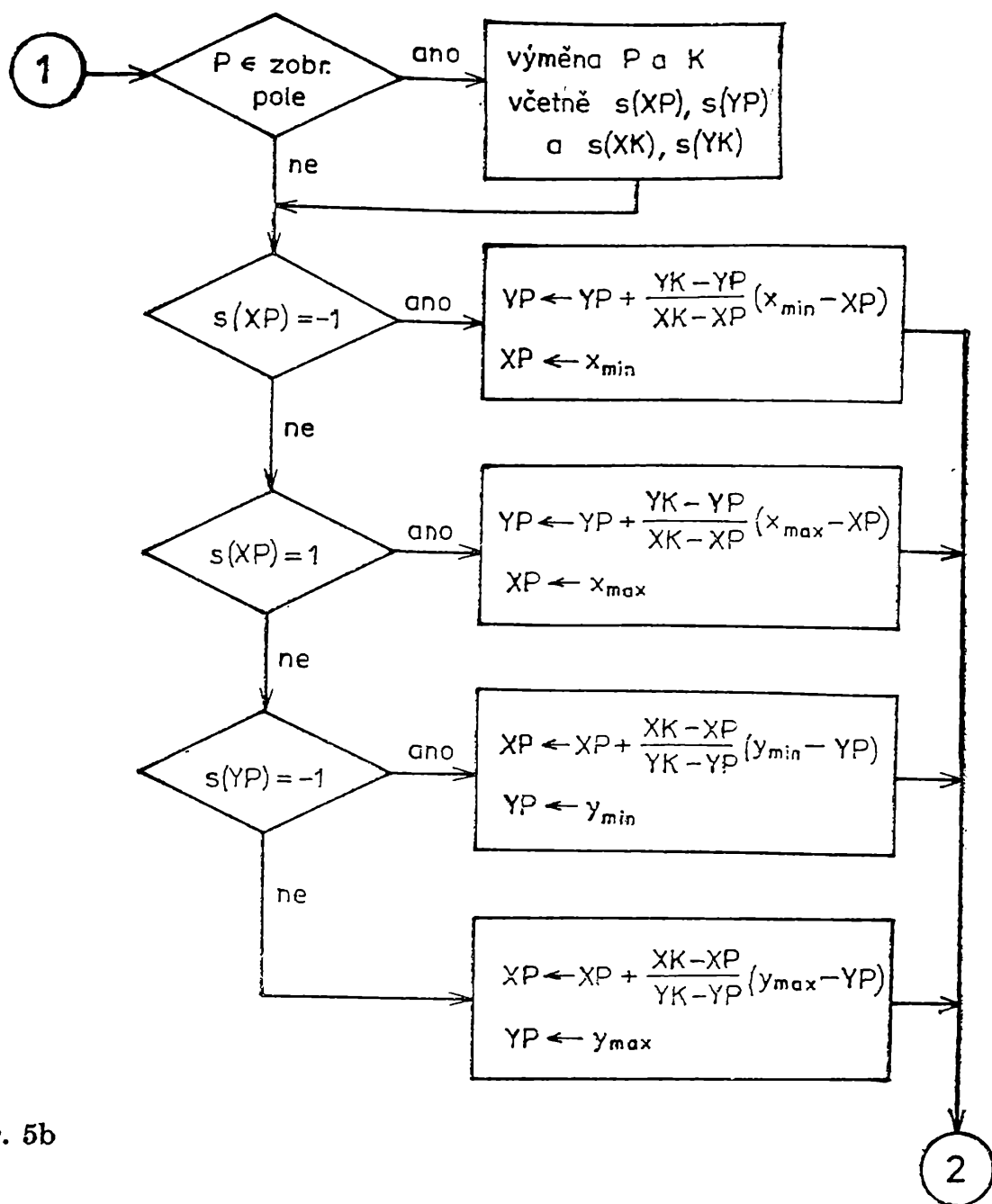


Obr. 5a

že průsečík úsečky PK s přímkou $x = x_{\min}$ musí existovat, a tak lze z úsečky odříznout část mezi bodem P a průsečíkem (X, Y) .

Analogicky můžeme postupně zjišťovat, zda bod P leží vpravo, resp. pod, resp. nad zobrazovacím polem, tj. zda $s(XP) = 1$, resp. $s(YP) = -1$, resp. $s(YP) = 1$. Nastane-li některý z těchto případů, nahradíme bod P uvažované úsečky jejím průsečíkem s přímkou $x = x_{\max}$, resp. $y = y_{\min}$, resp. $y = y_{\max}$ a změníme příslušné hodnoty $s(XP)$ nebo $s(YP)$.

Po každém nahrazení bodu P nově vypočítaným průsečíkem se vrátíme na začátek našeho postupu a zjišťujeme, zda úsečka určená tímto průsečíkem a bodem K leží celá v zobrazovacím poli nebo zda již můžeme usoudit, že celá leží mimo toto pole — obr. 4. V případě, že část dané úsečky leží v zobrazovacím poli, musíme po uvedených operacích nahradit bod P bodem na hranici zobrazovacího pole, který můžeme označit stejně, tj. bude platit $s(XP) = s(YP) = 0$. Jestliže ještě bod K bude



Obr. 5b

ležet vně tohoto pole, provedeme záměnu bodů P a K a uvedený postup opakujeme.

Vývojový diagram programu vytvořeného na základě uvedených úvah může vypadat, jak je ukázáno na obr. 5 a a 5b. V případě, že máme k dispozici jen podprogram pro zobrazování úsečky, jejíž krajní body mají celočíselné souřadnice, musíme provést potřebná zaokrouhlení nebo podprogram upravit.

Do určité míry jiný než popsáný postup je často užívaný algoritmus, který vyvinuli *D. Cohen* a *I. Sutherland*. V česky psané literatuře se s ním můžete seznámit v publikaci

Granát, L., Sechovský, H.: Počítačová grafika. SNTL, Praha 1980.

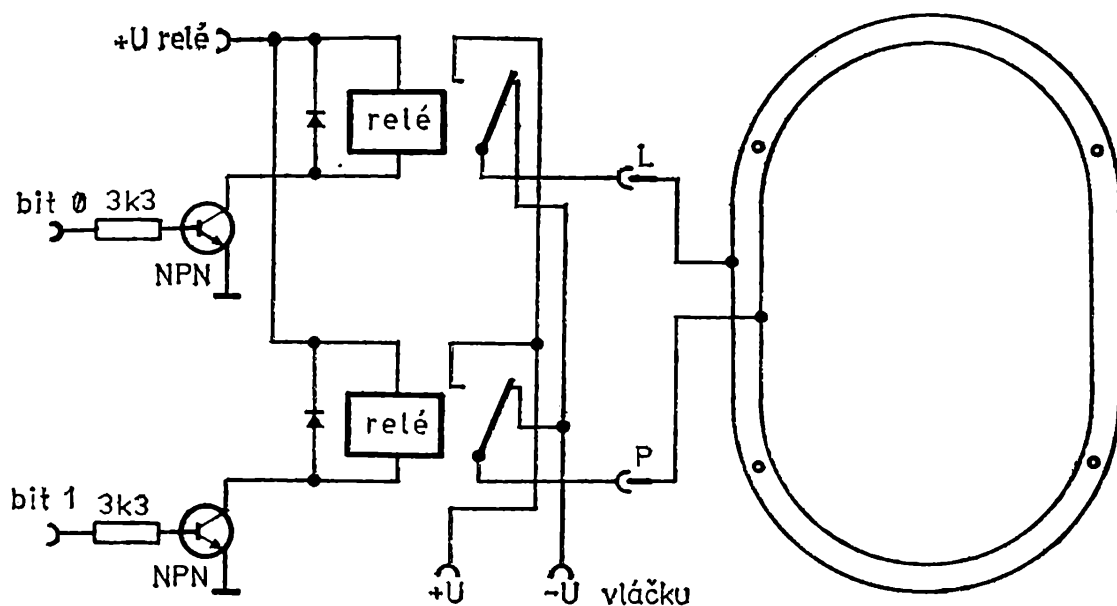
Řízení procesů

6. Akční členy a D/A převodníky

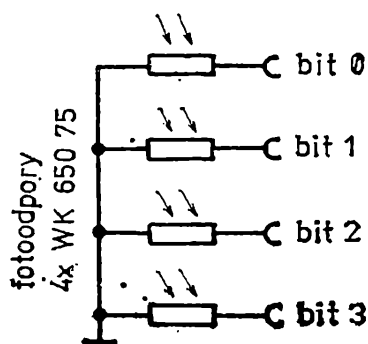
Doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PeF UK v Praze

Jestliže posledně jsme si popsali čidla, pomocí nichž naše programy v mikropočítači mohou získávat informace o probíhajícím procesu, potom dnes se zaměříme na akční členy, kterými můžeme do průběhu procesu zasahovat a proces tak řídit. Nejsnáze počítačem ovládáme elektrické mechanismy, relé, elektromagnety a elektrické motorky. Těmito motorky pak můžeme pohánět mechanické konstrukce, například modely výtahů či jeřábů postavených ze stavebnice MERKUR. Velice vděčnou, levnou a spolehlivou ukázkou řízení procesu počítačem jsou elektrické vláčky. Na řízení jízdy lokomotivy po oválu kolejí rozchodu N se dnes zaměříme. Odběr proudu lokomotivou N dosahuje maximálně hodnoty 100 mA; můžeme používat tranzistory středního výkonu KF 507 a KF 517 (případně jim podobné), opatřené malým násuvným hvězdicovitým chladičem. Pro kratší ukázky lze používat i tranzistory bez chladičů. Pro lokomotivy TT a zvláště pak HO (kde odběr proudu dosahuje 300 i 500 mA) musíme tranzistory KF nahradit tranzistory KD či KU, například KD 333 místo KF 507 a KD 334 místo KF 517 a opatřit je malými chladiči.

První ukázka akčního členu místo takovýchto tranzistorů používá relé. Pro modelářská relé a relé LUN na 6V postačí napětí 5V z desky portů popsané v minulých dílech seriálu, pro jiná relé musíme použít pomocné napětí $+U$ relé. Tranzistory NPN jsou libovolné křemíkové (KC 148, KC 238, KSY 21, KF 507 atd.) a diody libovolné křemíkové či germániové (chrání tranzistory před indukčními špičkami napětí při vypínání relé, ale u napětí 5V je můžeme také zcela vynechat). Kontakty relé přepínají svorky zdroje $+U$ a $-U$ z libovolného ovladače elektrických vláček buď k levé či k pravé koleji. Relé spínají tranzistory NPN připojené přes odpory svými bázemi k výstupnímu portu. Jsou-li na výstupním portu hodnoty, kde bit 0 i bit 1 mají stejné logické hodnoty, tedy 00 nebo 11, pak jsou levá i pravá kolej připojeny k témuž napětí a lokomotiva stojí. Jsou-li však hodnoty těchto bitů opačné, 01 nebo 10 jsou napětí v obou kolejích rozdílná a lokomotiva se může rozjet jedním nebo druhým směrem podle hodnot těchto dvou bitů. Jednoduchý program pro ovládání výstupních portů již známe z minulých dílů, a tak si celé zapojení podle obrázku 1 můžeme případně vyzkoušet. V obrázku kolejiště je kroužky označeno rozmístění čtyř fotoodporů mezi kolejemi, jejichž pomocí podle vrženého stínu lokomotivy či vagónků



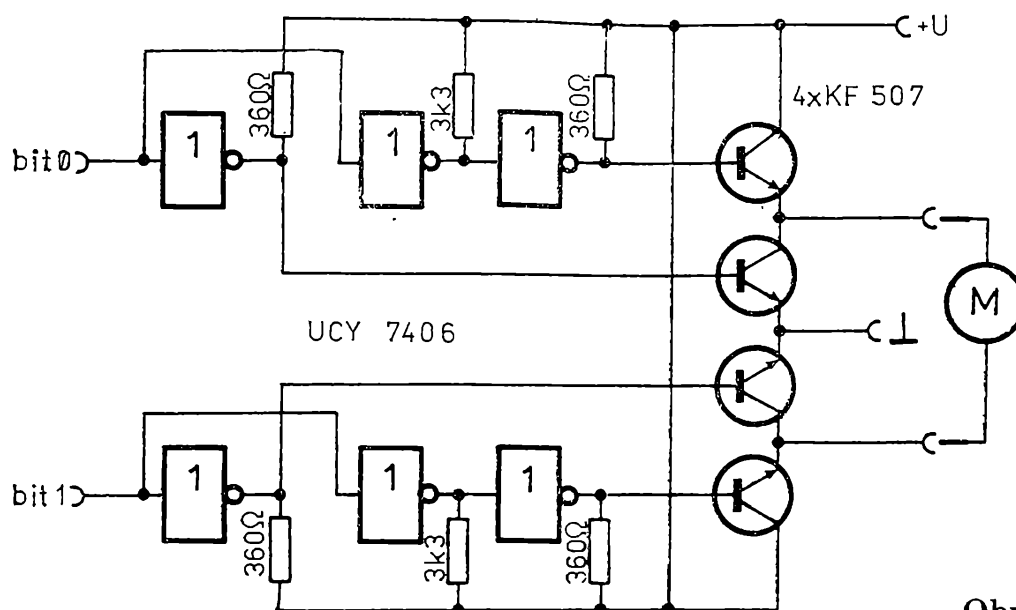
Obr. 1



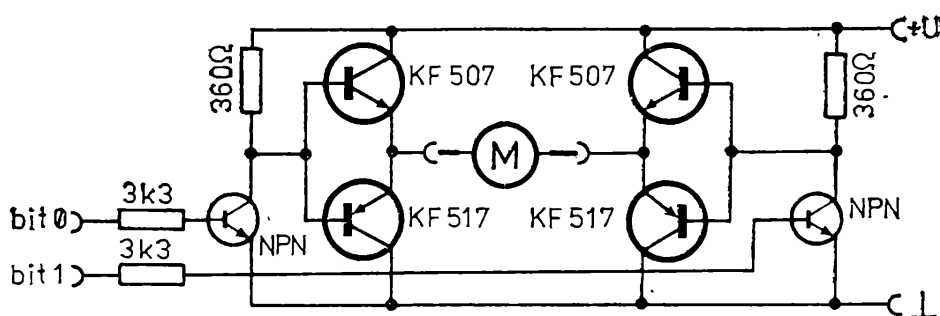
Obr. 2

můžeme sledovat polohu vláčku, jak to využijeme v závěru článku. Elektrické zapojení fotoodporů jako jednoduchých fotobuněk známe z minulých dílů seriálu a ukazuje ho i obrázek 2. Bity 0 až 3 patří vstupnímu portu počítače.

Nelíbí-li se nám u mikropočítače zapojení z relé, můžeme si postavit obdobný obvod z tranzistorů. Odpadne pomocné napětí pro relé i poruchy s poškozením mechanických kontaktů relé. Jedno zapojení ukazuje obrázek 3. Používá se zde polský integrovaný obvod UCY 7406 — šestice logických členů invertorů, jejichž výstup tvoří kolektor tranzistorů. Proto k těmto výstupům připojíme odpory podle schématu na obrázku. Tyto výstupy logických členů z UCY 7406 mohou spínat i napětí do 30 V. Pro napětí do 15 V lze použít i obvody UCY 7416. Tranzistory není nutné chránit chladičem, neboť pracují ve spínacím režimu (sepnut nebo vypnut) a nevzniká na nich větší ztrátový výkon měnící se na teplo. Nemáme-li obvody UCY k dispozici, zapojíme si takovýto obvod z tranzistorů podle obrázku 4. NPN jsou opět libovolné křemíkové tranzistory. Zařízení je analogické zařízení z obrázku 1, pouze nesmíme zaměnit napětí $+U$ zdroje za záporné napětí! Pro pohon motorků IGLA na 4,5 V (například stavebnice MERKUR) použijeme napětí 5 V z desky portů, je-li znázorněným motorkem motorek lokomotivy, použijeme napětí



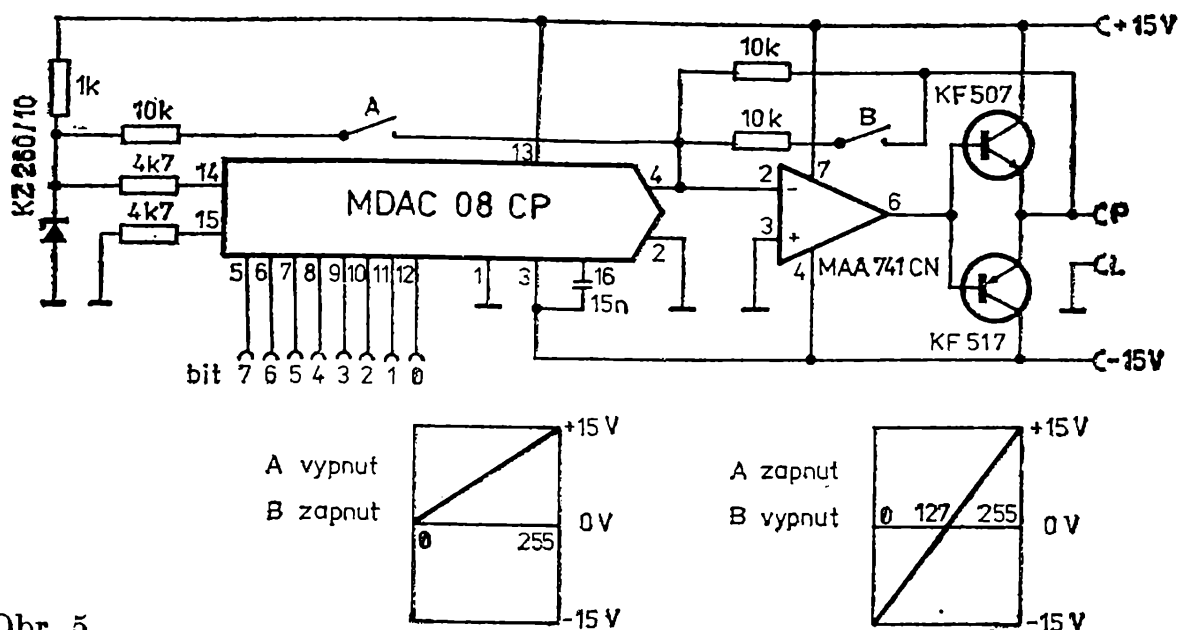
Obr. 3



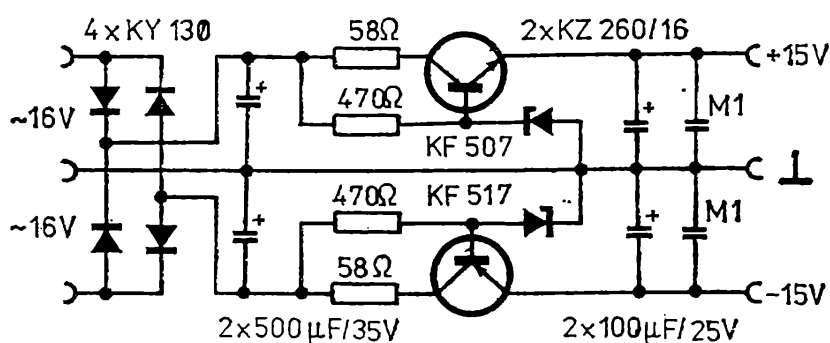
Obr. 4

z napaječe. Ve všech zapojeních, která si dnes popisujeme, vždy propojíme země všech obvodů (desky portů, země pomocných napětí pro relé, elektrické motorky a polovodičové obvody). Jedinou výjimkou byla napětí zdroje $+U$, $-U$ podle obrázku 1.

Zajímavější pokusy s vláčkem nám umožní převodník D/A, tedy čísla v programu na napětí v kolejišti vláček. Jeho základem je převodník MDAC 08 čísla na proud. Nejlevnější jeho verze MDAC 08 CP za 33 Kčs nám plně vyhoví, přesné verze MDAC 08 stojí až 120 Kčs. Pro přesná zapojení a měření bychom měli mít i přesné odpory (5k místo 4k7 atd.) a i zdroj referenčního napětí z odporu 1 k a Zenerovy diody by nevyhověly. Pro pohon elektrické lokomotivy je však obvod z obrázku 5 až příliš přesný. Převodník čísla na proud je doplněn nejlevnějším operačním zesilovačem MAA 741 CN za 10 Kčs (či jiným z řady MAA 741 a MAA 748), který je výkonově posílen tranzistory KF (raději již s chladiči). Operační zesilovač spolu s odpory tvoří převodník proud na napětí, tedy celkově máme výkonový převodník čísla na napětí. Kombinací odporů, kupříkladu s užitím vypínačů A, B, můžeme měnit činnost převodníku podle grafů. Prakticky však změny napětí budou sice lineární,



Obr. 5



Obr. 6

ale graf změny napětí v závislosti na čísle nepůjde přesně do rohů znázorněných obdélníků. V obrázku 5 jsou označena i čísla vývodů odvodů MDAC 08 a MAA 741. Bity patří výstupnímu portu, na který daný obvod připojíme (a propojíme země obvodů). K napájení potřebujeme souměrný zdroj $+15\text{ V}$, -15 V (nebo $+12\text{ V}$, -12 V). Pro naše účely k napájení D/A převodníku i k napájení lokomotivy N postačí zdroj podle obrázku 6. Stačí místo dvou střídavých napětí 16 V z transformátorku použít i jediné napětí 16 V střídavých z transformátoru FZ 1 modelové železnice, zapojené mezi střední a jednu krajní zdířku. Zdroj můžeme sestavit i ze šesti plochých baterií.

Pro ovládání převodníku D/A si ukážeme pro ilustraci několik programů. Program „výstupní port dekadicky“ usnadňuje první experimenty i změření, jak skutečně je číslo vyslané na výstupní port změněno v napětí na svorkách P, L převodníku, respektive v připojených kolejkách. Program je napsán pro počítač PMD 85 a snadno ho přepíšete pro BASIC jiných počítačů.

```

300 REM vystupni port dekadicky *****
305 GCLEAR
310 PRINT AT 11,15;"Dislo portu"
315 INPUT AD
320 PRINT AT 13,17;"Hodnota"
321 DISP"Zadej hodnotu pro port v dekadickem tvaru"
325 INPUT H
326 IF (H<0 OR H>255 OR H<>INT(H)) THEN 340
327 PRINT AT 13,26;"H"
330 OUT AD,H
335 GOTO 320
340 PRINT AT 13,17;"Hodnota"
345 GOTO 320
347 REM *****

```

```

500 REM pojedy vlacku *****
502 GCLEAR
504 PRINT AT 7,15;"D/A prevodnik MDAC 08"
506 PRINT AT 8,15;"pripojen k portu 140"
508 FOR A=128 TO 255
510 GOSUB 530
512 NEXT A
514 FOR C=0 TO 255
516 A=255-C
518 GOSUB 530
520 NEXT C
522 FOR A=0 TO 255
524 GOSUB 530
526 NEXT A
528 GOTO 514
530 REM podprogram
532 OUT 140,A
534 PAUSE 2
536 V=(A-128)/10
538 PRINT AT 13,15;"OUT 140,";A;"=";"V"
540 RETURN

```

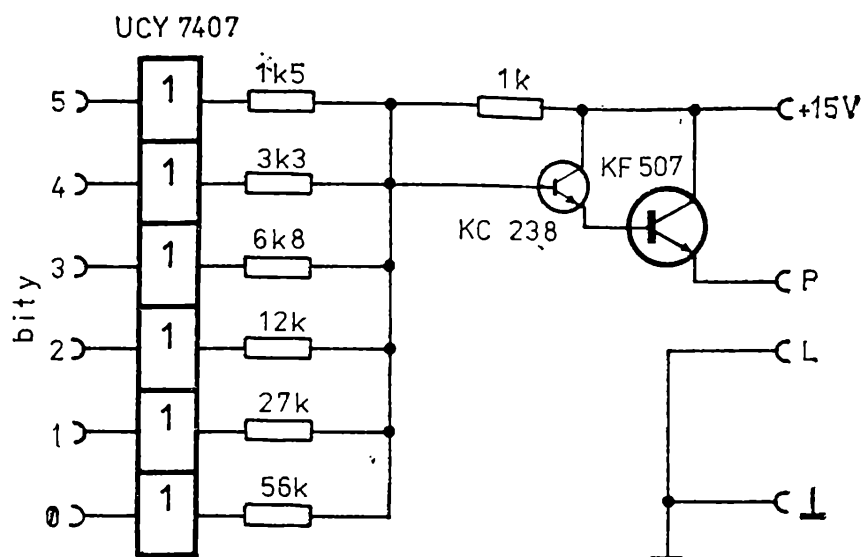
Nechceme-li ručně měnit jízdu lokomotivy příkazy z klávesnice počítače, můžeme použít program nazvaný „*pojezdy vláčku*“, opět napsaný pro PMD 85-2 (pro PMD 85-1 změníme PRINT AT na pouhý PRINT). Je-li převodník zapnut na převod od mínus do plus, rozjede se lokomotiva pozvolna jedním směrem až do plné rychlosti, postupně zpomalí a zastaví a rozjede se druhým směrem, a tak dále střídavě oběma směry.

Pro řízení lokomotivy našimi příkazy nemusíme používat klávesnici počítače. Použít můžeme posledně popsanou klávesnici s osmi tlačítky, přehledně rozmístěnými, a klávesnici počítače neničit hraním. Klávesnici připojíme ke vstupnímu portu (zde 140 pro PMD 85). Kromě proměnné A čtené funkcí INP z pomocné klávesnice užíváme proměnnou C, v níž si počítač pamatuje, kterým směrem jede lokomotiva. Podle A a C pak logicky vyhodnocuje a stanovuje hodnotu závisle proměnné B, kterou vysílá na výstupní port příkazem OUT. Program umožňuje volbu směru jízdy, postupné přidávání a brzdění, změnu rychlosti skokem na tři předvolené rychlosti a má i záchrannou brzdu. Nevýhodou však stisk dvou kláves najednou a při změně směru se rázem rozjede lokomotiva opačným směrem. Zájemce, ať již má převodník s vláčkem a s klávesnicí k počítači připojen, nebo pouze článek čte, může program výrazně rozšiřovat a zlepšovat. Je-li však zařízení při-

```

600 REM ovladac      MDAC 08 *****
605 A=INP(140)
610 IF A=239 THEN B=128: C=0
615 IF A=247 THEN B=70: C=
620 IF A=251 THEN B=180: C=2
625 IF A=223 AND C= THEN B=0
630 IF A=223 AND C=2 THEN B=255
635 IF A=191 AND C=1 THEN B=45
640 IF A=191 AND C=2 THEN B=215
645 IF A=127 AND C=1 THEN B=75
650 IF A=127 AND C=2 THEN B=180
655 IF A=253 AND C=1 THEN B=B-2
660 IF A=253 AND C=2 THEN B=B+2
665 IF A=254 AND C=1 THEN B=B+1
670 IF A=254 AND C=2 THEN B=B-2
675 IF B>110 AND B<140 THEN C=0
680 IF B<0 OR B>255 THEN 600
685 OUT 140,B
690 GOTO 600
695 REM *****

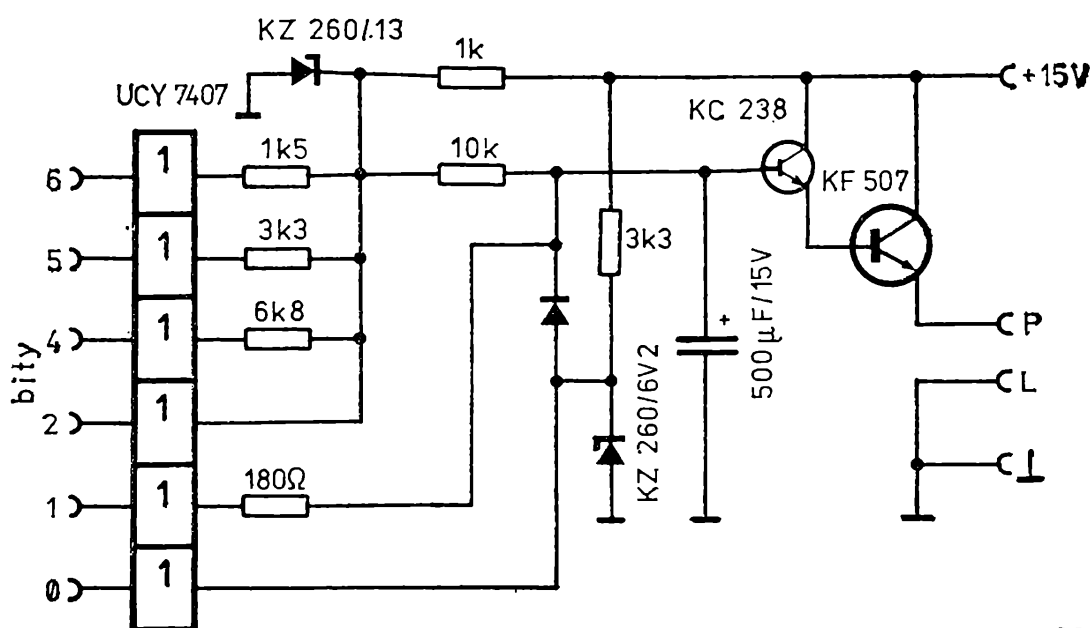
```



Obr. 7

pojeno, zjistíme, že i tak je již program v jazyce BASIC dlouhý a pomalý, takže musíme chvíli čekat, než počítač zareaguje na stisk klávesy... Buď si programy vyzkoušené v jazyce BASIC přepíšeme do strojového kódu mikroprocesoru, nebo jízdu lokomotivy nesmíme řídit programem, ale technickým zařízením. Popisovaný program pro PMD 85 je vypsán pod názvem „ovladač s MDAC 08“.

Nechceme-li si stavět D/A převodník a jeho zdroj, můžeme si, ovšem nelineární, převodník postavit z logického členu a odporů a tranzistorů. UCY 7407 je obdoba UCY 7406, pouze logické funkce invertorů, tedy $Y = \text{not } A$ jsou zaměněny identitou, tedy $Y = A$, a tyto obvody slouží jen k posílení výstupního portu a ke spínání napětí až do 30 V. Tímto převodníkem můžeme měnit jen rychlost. Za převodník však lze zapojit obvod podle obrázku 1, 3 nebo 4, kterým zase budeme měnit pouze směr. Popisovaný převodník máme na obrázku 7.



Obr. 8

```

400 REM vystupni port binarne
405 CLS:INPUT"Cislo portu":C
410 PRINT"Hodnota BINARNE:
415 PRINT&15,10 INPUT BX: B=0
420 FOR X=1 TO 8
425 S=VAL(MID$(BX,X,1)
430 B=2*B+S
435 NEXT X
440 OUT C,B
445 GOTO 415

700 REM cislicove logicka
705 CLS:PRINT&13,12;".RRR.BSZ"
710 PRINT
715 PRINT' RRR nastaveni rychlosti jizdy"
725 PRINT B postupne brzdeni vlaku"
735 PRINT' S stop, zachranna brzda"
740 PRINT" Z brzdi az do zastaveni"
745 PRINT" bit bez vyznamu"
750 PRINT" vyznam maji hodnoty nula"
755 PRINT&4,0
760 PRINT" Smiseny cislicove logicky"
765 PRINT" ovladac jizdy vlaku"
770 PRINT
775 PRINT" ====="
790 C=0:GOTO 415

```

Změny rychlosti nemusíme plynule měnit jen programem (software), ale i technickým doplňkem (hardware). Změnu rychlosti ovlivňuje nabíjení a vybíjení kondenzátoru. Zenerova dioda KZ 260/13 omezuje maximální rychlost, zenerova dioda KZ 260/6 V 2 přednastavenou rychlost dojezdu či posunu. Odpor 1 k spolu s kombinací odporů 1k5, 3k3 a 6k8, spínaných v závislosti na hodnotě bitů 6,5 a 4 na výstupním portu stanovují výslednou rychlost. Změna napětí na kondenzátoru je ovlivňována tímto napěťovým děličem a zpomalována odporem 10 k. Hodnotou 0 na bitu 2 je zvoleno pozvolné zabrzdění. Hodnota 0 bitu 1 tvoří záchrannou brzdu rychlého zastavení (vybití kondenzátoru přes odpor 180 ohmů). Bit 0 v hodnotě 1, není-li spuštěna „záchranná brzda“, zajišťuje při rozjezdu či postupném brzdění minimální rychlost. Zapojení je na obrázku 8. Nyní nemusí program plynule měnit rychlost jízdy, pouze


```

900 REM mereni casu
905 CLS:POKE 10,0:POKE 7,0:K=1
910 A=INF(0)
911 IF A<>171 THEN 910
915 PRINT K;" . kolo      ";
920 GOSUB 950
925 A=INF(0)
926 IF A<>186 THEN 925
930 PRINT"      pul kola";
935 GOSUB 950
940 K=K+1
945 GOTO 910
950 T=((PEEK(10)*256+PEEK(9))*256+PEEK(8))*0.02
955 PRINT INT(T/60);"min" T-INT(T/60)*60;"sec"
960 RETURN

```

```

900 REM pocitani kol *****
905 K=0:GCLEAR
910 A=INF(140)
915 IF A<>171 THEN 910
920 PRINT"      ";K;" . kolo";
925 A=INF(140)
930 IF A<>186 THEN 925
935 PRINT", a projel dalsi 1/2 kola"
940 K=K+1
945 GOTO 910

```

zadá povel tomuto zařízení. Jeho obsluhu umožní program „výstupní port binárně“, případně doplněný programem „číslicově logické“ řízení, oba pro IQ 151. Jistě lze sestavit program k ovládání obvodu z obrázku 8 pomocnou klávesnicí.

Zbývá nám využít fotobuňky v kolejišti. Program „měření času“ na IQ 151 měří čas po půl kolech, program „počítání kol“ na PMD 85 počítá ujetá kola. Sami si zkuste napsat podle těchto ukázek programy (ať již máte či nemáte počítač s doplňky), které rychlost a směr jízdy mění v závislosti na počtu ujetých kol, nebo rychlost upravují podle změřených mezičasu.

Příště si popíšeme připojení A/D převodníku, voltmetru a teploměru k počítači, užijeme přerušení programu a po číidlech a akčních členech s převodníky se vrátíme k algoritmům řízení procesů.

Zákony klasickej fyziky a moderná technika

Prof. dr. JÁN CHRAPAN, CSc., VVTŠ ČSSP Liptovský Mikuláš

Nebudeme ďaleko od pravdy keď povieme, že k prvým pracovným nástrojom človeka patrila zbraň. Kyjak, kaméň, či pästný klin predlžovali a umocňovali účinok ruky človeka, keď sa tento bránil, alebo lovil. Pri pohľade do minulosti zisťujeme, že práve zbrane najlepšie dokumentujú stupeň ľudského poznania. Dnešnému vysokému stupňu technického rozvoja ľudstva odpovedajú moderné zbrane a zbraňové systémy. Na stránkach Rozhľadov si priblížime vždy jeden z ich fyzikálnych princípov.

Ako stará je myšlienka raketového pohonu?

Za zakladateľa modernej raketovej techniky sa právom považuje *Konstantin Eduardovič Ciolkovskij* (1857—1935). Avšak počiatky raketovej techniky treba hľadať v oveľa dávnejších dobách, ešte ďaleko pred našim letopočtom. Možno ich spojiť s objavom strelného prachu. Vieme, že strelný prach začali prakticky využívať Číňania. Hľadáme preto počiatky raketových zbraní na ďalekom východe. Prvé rakety pozostávali z dutých bambusových palíc, vyplnených čiernym strelným prachom. Muselo uplynúť viac ako dvetisíc rokov od čias prvých čínskych strelných zbraní, aby Angličan *Roger Bacon* v trinástom storočí zistil, čo dokáže zmes síry s liadkom po pridaní dreveného uhlia. Do tohoto obdobia patrí aj zachovaná písomná zmienka o tom, že ohňom poháňané šípy použili Číňania proti Tatarom v bitke o Pieng-King. V 13. storočí n. l. prevzali raketové strely od Číňanov národy stredného východu. Odtiaľ sa rozšírili aj do Európy. Niektoré pramene uvádzajú, že v roku 1421 použili raketové strely aj cisárske vojská proti husitom.

Bojové rakety, spojené s trhavým nárazovým granátom, použili až v 18. storočí Indovia proti Angličanom. Neprijemné skúsenosti Angličanov prinútili, aby aj oni rýchle zostrojili novú zbraň. Zvlášť sa o to zasadil generál *W Congreve*, ktorý sa s indickými raketami stretol v roku 1799 v bitke o Singapúr. Už šesť rokov po tejto bitke použili anglické plavidlá podobnú zbraň proti Bologni a o dva roky neskôr vypálili viac ako 20 tisíc rakiet na obliehanú Kodaň, ktorú takmer úplne zničili. Dolet vtedajších rakiet bol okolo 2,5 km. Ich celková hmotnosť dosahovala 5 kg, z toho na pohonnú látku pripadal asi 1 kg.

Rakúsko-uhorská armáda vytvorila prvé raketometné oddiely v roku 1812. Úspešne boli nasadené v Itálii v roku 1848. V tomto čase začali používať rakety aj v Poľsku, Francúzsku, Itálii, Prusku, Dánsku. Ruská cárska armáda zaviedla do výzbroje v roku 1809 rakety so zápalnou a triestivou bojovou náplňou, ktoré skonštruoval delostrelecký generál *A. D. Zasjadko*. Použili ich na Kaukaze v roku 1824 a o štyri roky neskôr v rusko-tureckej vojne. Ešte v roku 1717 zaviedol *Peter Veľký* do armády signálne rakety. Tieto pretrvali až do dnešných čias.

V prvej svetovej vojne boli pokusy o zavedenie rakiet typu vzduch — vzduch na ničenie balónov. Mali však nízku spoľahlivosť a ukázali sa nebezpečné už pri odpálení, a tak pokusy s nimi rýchlo skončili.

Ciolkovského predstavy o kvapalnom pohonnom palive — kyslíku a vodíku, viacstupňových raketách a umelých družiciach Zeme ako prestupných staniciach k medziplanetárnym letom silne ovplyvnili neskorší raketový vývoj.

V období medzi dvoma svetovými vojnami nenachádzame rakety vo výzbroji žiadnej armády. Vytlačil ich rozvoj hlavného delostrelectva, vyznačujúceho sa väčšou presnosťou strelby, väčším dostrelom a vyššou účinnosťou paľby. Ich výskum však pokračoval. V roku 1939 japonských letcov prekvapili rakety, zavesené na krídlach sovietskych lietadiel a od roku 1941 postupne získavajú autoritu legendárne sovietske kaťuše. Pri obrane Moskvy počas druhej svetovej vojny sa na oblohe zjavilo aj niekoľko raketových stíhacích lietadiel BI-1 s kvapalným palivom. Smutne známe sú nemecké rakety V-2 *Wernhera von Brauna*. Na ich ničenie vyvíjali Angličania protiraketu. Skúsenosti z druhej svetovej vojny rozhodli o tom, že dnes sú rakety rozmanitých konštrukcií a určenia jedným zo základných bojových prostriedkov moderných armád.

Je raketový motor najjednoduchším motorom?

Raketa sa pohybuje využitím reaktívnej sily, ktorú vytvárajú prudko z nej unikajúce plyny. Keďže sa jedná o reaktívne sily, patria, podľa tretieho Newtonovho zákona, raketové motory do rodiny reaktívnych motorov. História týchto motorov je úzko spätá s históriou raketových striel, veď každá takáto strela bola vybavená reaktívnym motorom. V roku 120 pr. n. l. zostrojil reaktívny, pomerne pokojne pracujúci motor, *Heron Alexandrijský*. Tento vošiel do učebníc fyziky ako známa Heronova baňka. Na jej princípe postavil *Gravesand* tzv. Newtonov voz. Na štvorkolesový koč pripevnil parný kotol, z ktorého vyúsťovala trubica s regulačným ventilom, cez ktorú tryskala vodná para. Ventil síce umožňoval zmenu rýchlosti, vznikali však problémy s pretlakom pary pri jej škrtení. Zariadenie zrejme nezískalo takú popularitu, aby sa pracovalo na jeho zdokonalení, napríklad vybavením poistným ventilom. Bratislavský rodák *Segner* (1704—1777) pozoroval reaktívne sily, vzni-

kajúce výtokom vody zo zúženej trubice pri dne nádoby. Tým vznikla myšlienka reaktívnych turbín.

Až v 20. storočí vznikli použiteľné varianty reaktívnych motorov. Napríklad reaktívne motory, ktoré využívajú na horenie paliva kyslík ovzdušia, tvoria skupinu reaktívnych prúdových motorov. Z nich konštrukčne najjednoduchší je *náporový motor*, známy už od roku 1913. V reaktívnych strelách bol však využitý až po druhej svetovej vojne. Náporový motor začne pracovať v hustých vrstvách atmosféry, až keď sa už pohybuje rýchlosťou blízkou rýchlosti $500 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Vtedy zúženou prednou časťou nabera dostatok vzduchu. Tento sa v rozšírenom difuzore spomalí a tým v súhlase s Bernoulliho rovnicou narastá jeho tlak a zahrieva sa. Pri zvýšenom tlaku a horúci sa pretlačí do spalovacej komory, kde sa doň vstrekuje palivo. Takto vytvorené plyny prudko unikajú tryskou a udeľujú motoru hybnosť v opačnom smere. Takéto motory dnes dokážu urýchliť strelu až na rýchlosť $5M$, teda na rýchlosť päťkrát väčšiu, ako je rýchlosť zvuku. (Hodnota M je tzv. *Machovo číslo* a predstavuje rýchlosť letu, rovnú rýchlosti šírenia sa zvuku v letovom prostredí.) Lahko si vypočítame, že pri rýchlosti zvuku $330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dokáže náporový motor vyvinúť rýchlosť takmer 6 tisíc km za hodinu. Náporové motory sa používajú najmä na pohon riadených striel.

Pulzačný reaktívny motor je v podstate náporový motor, ktorý nevpušťa vzduch do spalovacej komory spojite, ale klapkami, ktoré sa otvárajú podľa toho, kde je práve väčší tlak, či v difuzore, alebo v spalovacej komore. Motor pracuje úspornejšie, ako obyčajný náporový. Pulzačné motory pracujú s rôznou frekvenciou, rádovo desiatky výbuchov za sekundu. Pulzačný motor je známy od roku 1930. Prakticky ho však použili až nacisti na pohon známej Vergeltungswaffe (odvetná zbraň), ktorú vyrábali v podzemnom závode v Durínsku pod označením V-1.

Bojové nasadenie V-1 sa datuje dňom 16. 6. 1944. Na Londýn sa vypúšťala z francúzskeho pobrežia. Strela bola katapultovaná z krátkych koľajníc a vo výške asi 500 m začal pracovať jej motor. Pred cieľom sa motor vypol a strela dosahovala cieľ strmhlav. Za 80 dní vypálili Nemci celkom 8000 takýchto striel. Ich účinnosť však bola nízka. Určený cieľ zasiahlo len 29 % z nich. Ostatné zneškodnila protivzdušná obrana, alebo jednoducho zblúdili a zrútili sa do mora. Ich nevýhodou bola nízka rýchlosť (asi $650 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$), nízka dráha letu (ani nie 600 m) a priamočiary let bez možností zmeny smeru. Málo je známe, že v posledných fázach vojny nacisti organizovali po vzore japonských kamikadze jednotky mladých dobrovoľných samovrahov, ktorí mali upravenú V-1 pilotovať, naviesť na cieľ a pri výbuchu zahynúť. Pád Berlína však prekazil nasadenie týchto fanatikov. Posledné modely V-1 s kabínkou pre pilota nikdy nevzlietli. Po skončení vojny sa našli neďaleko Berlína.

Turbokompresorové motory, ktoré tiež patria do rodiny motorov reak-

podobu *-ficio* a *ptc. pf. -fectus*; je velmi plodné, takže v názvosloví bylo od něho použito několik různých výchozích tvarů; např. z „*factus*“ máme slova typu „fakt, faktický, faktor, faktoriál“; z „*fectus*“ slova typu „defekt, efektivní, efektní“; z „*ficiens*“ slova typu „koeficient, magnificence“; z „*ficatio*“ slova typu „modifikace, elektrifikovat, unifikační, kvantifikátor“ aj.

PERI- (z řec. *peri* = okolo, vůkol, ob, o) — předpona s významem „kolem, okolo, se všech stran, ob“

PERIGEUM (řec. *gé* = země; v. *geo-*) — bod, v němž kosmické těleso probíhá nejbližší kolem Země; srov. apogeum a perihelium

PERIHELIMUM (řec. *helios* = slunce; v. *helium*) — přísluní; bod, v němž kosmické těleso probíhá nejbližší kolem Slunce; srov. afélium a perigeum

PERMANENTNÍ (od lat. *permaneo*, *-ere*, *ptc. préz. permanens*, *-entis*; slož. z *per* — zde: úplně, zcela + *maneo*, *-ere* = zůstat, trvat; srov. **PERMANENTKA** — průkaz zůstávající stále nebo delší dobu v platnosti) — zůstávající (místně, časově, v rozličeném stavu); trvalý, stálý, nepřetržitý; **PERMANENTNÍ** magnet — stále působící, neztrácející na účinnosti, tj. jeho magnetický moment setrvává stále; **PERMANENTNÍ** plyn — trvalý; dřívější název pro plyny, které se při obvyklé teplotě nedaly zkapalnit ani největším dosažitelným tlakem („stále zůstávaly plynem“); v. t. remanence

PERMEABILITA (od lat. *permeo*, *-are*; slož. z *per* — zde: skrz, přes + *meo*, *-are* = chodit) — průchodnost, propustnost; **PERMEABILNÍ**

PERPETUUM MOBILE (z lat. *perpetuus* = nepřetržitý, souvislý + *mobilis* = pohyblivý; od *moveo*, *-ere* = hýbat, pohybovat, dojímat — v. motor) — stroj „nepřetržitě pracující“, stále pracující bez dodávání energie

PERTURBACE (z lat. *perturbatio*; slož. z *per* — zde: zcela, úplně + *turbo*, *-are*, *ptc. pf. turbatus* = rušit pořádek nebo klid něčeho; rozházet, rozehnat, bouřit) — „zmatení, porušení“; rozvrácení, zděšení; ve fyzice: časově nepravidelné změny, např. magnetického pole Země (časově pravidelné jsou „variace“); v astronomii: odchylka od eliptické nebo parabolické dráhy kosmického tělesa, způsobená přitažlivostí planet („rušení letového pořádku“).

PHON v. **FÓN**

PIE(D)ZOELEKTRICKÝ (slož. z řec. *piedzó* = tlačit, tisknout, tísnit; v. *piedzometr* + elektrický, v. t.) — „elektrický tlakem“; **PIEDZOELEKTRICKÝ** mikrofon — mikrofon, ve kterém vzniká elektrické napětí tlakem kmitající se membrány na deformující se krystaly; **PIEDZOELEKTŘINA** — vznikající na plochách krystalů, které nemají střed souměrnosti při jejich namáhání tlakem, ohybem nebo kroucením

PIE(D)ZOMETR (slož. z řec. *piedzó* = tlačit, tisknout, tísnit; srov.

- PIEZ — jednotka tlaku + *metron* = měřítko, míra; v. -metr¹) — „měřič tlaku“; přístroj k měření stlačitelnosti kapalin; v. t. piezo-elektrický
- PIKO- (z it. *piccolo* = maličký; srov. PIKOLA — malá flétna) — počáteční část názvů dílčích jednotek mající význam 10⁻¹² měrné jednotky vyjádřené v následující části složeného slova
- PION (slož. z fonetického přepisu výslovnosti řec. hlásky „pí“ + -on — umělá přípona používaná analogicky pro označení částic, zde však je nutno ji chápat jako zkrácené slovo „mezon“) — zkratkové slovo pro „mezon P“
- PLAN-¹ (z řec. *planaomai* = sem tam chodit, bloudit) — složka složených slov, která může být jak v počáteční, tak v koncové, ale i ve střední části termínu; často bývá mylně zaměňována se složkou vzniklou z lat. *planus* (v. t.); vyjadřuje nějakou souvislost s „blouděním“ s „pohybováním se sem tam“; v. planeta, aplanát, aeroplán, gyroplán
- PLAN-² (z lat. *planus* = rovný, plochý) — jakožto první složka složených slov mívá podobu *plano-* nebo *plani-*, jakožto koncová podobu -plán; má význam „rovinný, v rovině, ve vztahu k rovině“; srov. PLANIMETRIE — „měření v rovině“, rovinná geometrie; PLÁN — „prostor vyjádřený plošně, v rovině“. V. t. plankonkávní, plankonvexní, planparalelní, komplance. Často bývá mylně přisuzována i termínům, které mají svůj původ v řec. *planos* = bloudění (v. plan-¹); např. APLANÁT není „zařízení sestavující něco do roviny, do plochy“, nýbrž soustava optických čoček „bez sem tam se pohybujících paprsků“.
- PLANETA (z řec. *planétés* = chodící sem tam, bloudící, tulák; od *planaomai* = bloudit; v. aeroplán) — „bludná hvězda“, oběžnice; srov. naproti tomu „stálice“. PLANETÁRIUM — zařízení k názornému předvádění pohybů planet a celé hvězdné oblohy; PLANETÁRNÍ; v. t. planetoid
- PLANETOID (slož. z řec. *planétés* = chodící sem tam, bloudící, tulák; v. planeta + latiniz. *oideus* = podobající se; od *eidos* = podoba, v. -oid) — „podobající se planetě“; planetka
- PLANKONKÁVNÍ (slož. z lat. *planus* = rovný, plochý; v. plan-² + *cum* = s, spolu, dohromady + *cavus* = dutý; v. kavitace) — plosko-dutý, tj. s jednou polochou rovinnou a jednou plochou dutou; srov. plankonvexní
- PLANKONVEXNÍ (slož. z lat. *planus* = rovný, plochý; v. plan-² + *convexus* = dohromady skloněný, klenutý, klenoucí se; v. konvexní) — ploskovypuklý, tj. s jednou plochou rovinnou a s druhou plochou vypuklou; srov. plankonkávní
- PLANPARALELNÍ (slož. z lat. *planus* = rovný, plochý; v. plan-² + řec. *para* — zde: vedle, u, spolu + řec. *allélón* = navzájem, vespo-

lek) — omezený dvěma rovnoběžnými rovinami; ve fyzice: **PLANPARALELNÍ deska** — skleněná deska, jejíž obě strany jsou přesně rovinné a rovnoběžné

PLASTICKÝ (z řec. *plastikos*; od *plassó* = hnísti, utvářet z poddajné hmoty; srov. **PLASTELÍNA** — modelovací hmota) — „související s utvářením z hlíny“; tvárný, provedený trojrozměrně; prostorový, výrazný; **PLASTICKÁ mapa** — znázorňující prostorově, trojrozměrně zemský povrch; **PLASTICKÉ hmoty** — tvárné látky; **PLASTICKÁ deformace tělesa** — tvárná...; **PLASTIKA** — 1. plastičnost; 2. umělecký výtvar vzniklý nanášením nebo odlíváním hmoty.

PLAZMA (z řec. *plasma*, -atos,; od *plassó* = hnísti, utvářet z poddajné hmoty; v. plastický) — „z hlíny, z vosku uhnětené, stvořené“; základní biologická hmota buňky (má mimořádnou tvárnost); ve fyzice: vysoce ionizovaný plyn vznikající vysokou teplotou, zářením apod.; v. t. protoplazma

PNEUMATICKÝ (z řec. *pneumatikos*; od *pneuma* = dýmání, vání, vítr, dech, dýchání) — „větrový“; vzduchový, vzdušný, vzduchem naplněný, vzduchem poháněný; **PNEUMATICKÁ vrtačka** — vrtací nástroj s motorem na stlačený vzduch; **PNEUMATIKA** — pryžová obruč na kolech vozidla, skládající se z pláště a duše naplněné stlačeným vzduchem

PÓL (z lat. *polus* = točna, pól, obloha; a to z řec. *polos* = obrat, k *poleó* = otáčet se; srov. český výraz „točna“) — všeobecně: bod, který je střediskem vlastností nebo působení nějakého vlivu; ve fyzice: **MAGNETICKÝ pól** — místo, kde je nejsilnější působení magnetického pole; v elektrotechnice: konec vývodu elektrického zdroje; v zeměpise: severní a jižní pól — průsečík točné osy zemské s povrchem zeměkoule; v. t. dipól, kvadrupól, multipól

POLARITA — existence dvou pólů; charakteristika pólů

POLARIZACE (v. -izace) — vznik a uspořádání pólů (v. t. depolarizace); **POLARIZOVAT, POLARIZOVANÝ**

POLARIZAČNÍ — příd. jméno k „polarizace“; **POLARIZAČNÍ úhel** — úhel, při kterém je polarizace největší; **POLARIZAČNÍ rovina** — rovina, ve které kmitá polarizovaná vlna; **POLARIZAČNÍ mikroskop** — opatřený polarizátorem

POLARIZÁTOR (v. -or) — zařízení, které způsobuje polarizaci světla

POLÁRKA (podle lat. *polaris stella* = polární hvězda) — nejbližší jasná hvězda světovému severnímu pólu

POLÁRNÍ — vztahující se k zemskému pólu neboli točně; jsoucí u pólu, k pólu směřující (např. polární záře, polární výprava, polární kraje, polární liška)

-POLÁRNÍ — koncová část složeného slova, která vyjadřuje nějaký vztah k pólu zemskému či fyzikálnímu (v. t. bipolární, cirkumpolární)

- PÓLOVÝ, -PÓLOVÝ** — mající vztah k pólu fyzikálnímu (např. 'dvojpólový)
 v. t. ekvipolence, polarografie. Pozn.: Kromě řec. *poleo* = otáčet se existuje ještě lat. *polleo*, -ere = být mocný; proto pozor např. na dvojí význam termínu ekvipolence¹ (v. t.).
- POLAROGRAFIE** (slož. z lat. *polus* = točna, pól, obloha; v. pól + řec. *grafó* = rýti, psát; v. -grafie) — metoda „zapisující roztoky pomocí pólů galvanického článku“
- POLY-** (z řec. *polys* = mnohý, četný) — počáteční část složených slov mající význam „mnohost, četnost, přemíra“
- POLYEDR** (řec. *hedra* = plocha, na které se sedí; sedadlo; v. -edr) — mnohostěn; těleso s mnoha stěnami, „na nichž může spočinout“
- POLYGON** (řec. *gónia* = úhel, kout; v. goniometr) — mnohoúhelník
- POLYCHORD** (řec. *chordé* = struna; v. monochord) — fyzikální mnohostrunný přístroj ke zkoumání zákonitosti chvění strun; srov. monochord
- POLYKRISTAL** (řec. *krystallos* = zmrzlá voda, led; v. krystal) — „mnohokrystal“; produkt krystalizace v podobě velkého počtu drobných krystalů; srov. monokrystal
- POLYMER** (řec. *meros* = částka, část, díl) — molekulární celek vzniklý **POLYMERIZACÍ**, tj. sloučením mnoha základních jednotek — monomerů (v. t.)
- POLYNOM** (řec. *nomos* = zvláštnost, mrav, zvyk, způsob, řád, zákon; v. -nom) — mnohočlen
- POND** (z lat. *pondus*, -eris = váha, tíže) — dříve používaná jednotka váhy (síly); v. t. kilopond, megapond, ponderomotorický
- PONDEROMOTORICKÝ** (slož. z lat. *pondus*, -eris = váha, tíže; v. *pond* + *moveo*, -ere, ptc. pf. *motus* = hýbat, pohybovat, dojímat; v. motor) — jevící se pohybem hmot; **PONDEROMOTORICKÝ** účinek elektronových vodičů — mechanický účinek, jevící se obvykle pohybem těchto vodičů, sledujícím skládání příslušných silových polí (elektrických nebo magnetických)
- POSTNOVA** (slož. z lat. *post* = vzadu, za, potom, později, *po* + *novus* = nový; v. nova) — stav nový, která se po vzplanutí vrátila do původní hvězdné velikosti; srov. nova a pranova
- POSTULÁT** (z lat. *postulatus* — ptc. pf. od *postulo*, -are = důrazně žádat, požadovat, dožadovat, vymáhat) — „důrazně vyžádané“; požadavek, předpoklad přejímaný bez důkazů
- POTENCE** (z lat. *potentia* = moc, síla, vliv, účinnost; vrchní moc, vláda, nadvláda; od *possum*, *posse* = být schopen, moci) — schopnost, výkonnost, účinnost; ve fyzice a matematice: mocnina; **POTENCIÁL** — schopnost výkonu, výkonnost; **POTENTNÍ** — schopný, výkonný; **POTENCIÁLNÍ** — 1. možný, uskutečnitelný, jsoucí s to; 2. mající nějaký vztah k potenciálu; v. t. ekvipotence, potenciometr

tívnych, len spomenieme. Zaslúhovali by si samostatný článok pre svoje široké využitie v leteckej doprave. Zostrojili ich už v roku 1937 a už v priebehu druhej svetovej vojny sa využívali v lietadlách. Dnes sú riešené aj kompresory pre vysoké nadzvukové rýchlosti letov.

Konečne sa vráťme k *reaktívnym motorom raketovým*. Už si azda budeme môcť odpovedať na položenú otázku o ich jednoduchosti. Raketové motory na tuhé pohonné látky (TPL) sa svojou konštrukciou zásadne líšia od motorov na kvapalné pohonné látky (KPL). Raketové motory na TPL sú ozaj najjednoduchšie motory. Nemajú žiadne pohyblivé súčasti. Ťah týchto motorov závisí od druhu spaľovanej látky. Dá sa ovplyvňovať jej tvarom a zložením. Teplota plynov v tryske býva blízka 3000 K a ich tlak tam dosahuje hodnoty 5 až 20 MPa. Konštrukčnú jednoduchosť motorov s TPL dokumentuje aj podiel hmotnosti pohonných látok k celkovej hmotnosti motora, ktorý dnes presahuje 90 %. Tieto motory dnes slúžia prevažne ako pohonné jednotky neriadených striel, alebo riadených striel menších typov, alebo ako pomocné štartovacie motory. Ich jednoduchosť a zvlášť pohotovosť ich však predurčila aj pre moderné balistické strely.

Raketové motory s KPL sú pomerne zložité. Musia mať viacero pomocných zariadení a ich pohotovosť je obmedzená, lebo pred štartom musia palivo tankovať. Steny spaľovacej komory a trysky sa musia chladiť. Na chladenie sa využíva obvykle palivo alebo okysličovadlo, ktoré pred vniknutím do spaľovacej komory obteká jej steny, chladí ich a samo sa predhrieva. Účinné je aj chladenie potením. Pri ňom presakuje chladiace médium poréznymi stenami spaľovacej komory a na ich povrchu sa odparuje, čím odoberá stenám teplo. Raketové motory s KPL sa používajú pri veľkých kozmických raketách. Dosahujú obrovské výkony. Napríklad raketa, ktorá vyniesla 12. 4. 1961 na obežnú dráhu Jurija Gagarina, mala výkon 15 GW. Popri konštrukčnej zložitosti majú rakety na KPL aj svoje výhody. Ich činnosť sa dá regulovať v širokom rozmedzí prívodom pohonných látok, motor sa dá vypnúť a podľa potreby opäť spustiť.

Sú raketové palivá neobvykle výkonné?

Výkony raketových motorov často udivujú. Dosahujú milióny až státisíce miliónov wattov. Preto niet divu, že môžu vzniknúť názory o neobyčajnosti raketových palív. Raketa V-2 s kvapalným palivom mala výkon 450 MW. Spotrebovala však počas každej sekundy činnosti svojho motora 125 kg pohonných látok. Porovnajme to so spotrebou a výkonom bežného auta; napríklad auta s výkonom 37 kW a spotrebou 7 litrov benzínu na 100 km. Porovnanie si zjednodušíme, keď pripustíme, že 7 litrov (čo je asi 5,6 kg benzínu) je hodinová spotreba auta. Potom zistíme, že sekundová spotreba nášho auta je asi 1,6 g benzínu. To je takmer 80 tisíckrát menej ako sekundová spotreba V-2, pričom výkon

auta je len asi 12 tisíckrát menší. Vidíme, že motor nášho auta je šesť a polkrát ekonomickejší ako raketový motor V-2.

Tuhé pohonné látky bývajú homogénne na báze nitrocelulózy a nitroglycerínu. Heterogénne TPL sú zmesami okysličovadiel a paliva, pričom palivo slúži ako pojivo. Okysličovadlami bývajú dusičnany alebo chlořistany. Ako palivo sa zvykne používať asfalt, kaučuk a iné. Tuhé raketové palivá dosahujú merný impulz $300 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Kvapalné palivá sú z hľadiska konštrukcie raketových motorov výhodné vtedy, keď ich netreba do spaľovacej komory privádzať oddelene, ako napríklad nitrometan, peroxid vodíka a iné. Tieto možno aj miešať s ďalšími látkami, napríklad s amoniakom alebo alkoholmi. Nevýhodou týchto palív je ich nízky merný impulz. Najčastejšie KPL sú benzíny, petroleje, ľahké oleje, alkoholy a kovy. Okysličovadlami zasa kvapalný kyslík alebo kyselina dusičná (HNO_3). Okrem týchto, ktoré tvoria tzv. diergoly (dvojjzložkové pohonné látky) nesamozápalné, ktoré treba v spaľovacej komore zapáliť, sú aj diergoly samozápalné. Tieto sa vznietia už pri vzájomnom premiešaní za normálnej teploty. Sú to zväčša hydrazíny a ich deriváty, alebo amíny. Ako okysličovadlá tu slúžia peroxid vodíka alebo kyselina dusičná. Modernejším okysličovadlom je fluór a jeho deriváty — oxid a peroxid fluóru. Ak sa k nim ako palivá používajú hydrazíny, potom ich merný impulz až rádovo presahuje merný impulz TPL.

Čo na to zákony fyziky?

Ak skúmame vzájomné pôsobenie aspoň dvoch telies, zavádzame mieru tohto pôsobenia — silu. Sme v oblasti fyziky, ktorej základy sa viažu k menám *Galileo Galilei* (1564—1642) a *Isaac Newton* (1643—1727). Tri storočia staré zákony vystihujú pohyb aj takých moderných zariadení akými sú rakety. Prvý z týchto zákonov sa označuje ako „zákon zotrvačnosti“. Hovorí, že v inerciálnych sústavách umiestnený hmotný objekt zotrva v pokoji, alebo koná rovnomerný priamočiary pohyb, kým nie je nútený pôsobením iných hmotných objektov zmeniť svoj pohybový stav.

Skúsenosť ukazuje, že čím väčšia má byť zmena pohybového stavu hmotného objektu, teda čím väčšiu zmenu jeho rýchlosti očakávame, alebo inak povedané, čím väčšie zrýchlenie má mať náš objekt, tým intenzívnejšie má byť vzájomné pôsobenie, alebo tým väčšie musí byť pôsobiaca sila. Prechádzame tak ku druhému Newtonovmu zákonu, zákonu sily: Sila (F), pôsobiaca na hmotný objekt, je úmerná súčinu jeho hmotnosti (m) a zrýchlenia (a), ktoré mu udeľuje, t. j.

$$F = k \cdot m \cdot a;$$

konštantu k môžeme položiť rovnú jednej. Závisí to len od voľby jednotiek sily, hmotnosti, rýchlosti a času.

Zmena pohybového stavu hmotného objektu nezávisí len od veľkosti

pôsobiacej sily a od jeho hmotnosti, ako by sa z uvedeného zákona zdalo. Závisí aj od času, v ktorom sila na objekt pôsobí. Mierou časového účinku sily je impulz $\mathbf{I}$. Ak sa sila nebude meniť, potom platí

$$\mathbf{I} = \mathbf{F} \, t$$

Všeobecne, ak $\mathbf{F}$ nie je stála sila, musíme použiť integrálny zápis

$$\mathbf{I} = \int_0^t \mathbf{F} \, dt .$$

Keď budeme považovať hmotnosť pohybujúceho sa objektu za konštantu

$$\mathbf{I} = m \int_0^t \frac{d\mathbf{v}}{dt} dt = m \int_{v_0}^v d\mathbf{v} = m(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)$$

Vieme, že súčin hmotnosti (m) a rýchlosti ($\mathbf{v}$) hmotného objektu je jeho hybnosť $\mathbf{p}$

$$\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v} ,$$

teda

$$\mathbf{I} = \int_0^t \mathbf{F} \, dt = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 ,$$

z čoho

$$\mathbf{F} \, dt = d\mathbf{p} \quad \text{a} \quad \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} .$$

Spojme naše doterajšie výsledky s tretím Newtonovým zákonom, „zákon akcie a reakcie“. Ak v izolovanej sústave budú na seba pôsobiť dva hmotné objekty, potom zmena hybnosti prvého za čas dt bude rovná záporne vzatej zmene hybnosti druhého objektu:

$$d\mathbf{p}_1 = -d\mathbf{p}_2 , \quad \text{a teda} \quad d\mathbf{p}_1 + d\mathbf{p}_2 = 0$$

Celková hybnosť $\mathbf{p}$ sústavy potom bude

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 .$$

Pretože máme na mysli izolovanú sústavu (nepôsobia vonkajšie sily),

bude $\mathbf{F} = 0$ z čoho, ak uvážime, že $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ vyplynie záver, že $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$,

teda $\mathbf{p} = \text{konštanta}$.

Takto sme dospeli k jednému zo základných zákonov fyziky k zákonu zachovania hybnosti. Znie: Celková hybnosť izolovanej sústavy, rovnajúca sa vektorovému súčtu hybností všetkých hmotných bodov sústavy, sa nemení. Inak povedané: Pôsobením vnútorných síl nemôže sústava zmeniť svoju celkovú hybnosť. To však neznamená, že sa pritom nemôže meniť hybnosť jednotlivých súčastí sústavy.

Pohyb rakiet sa, ako vidíme, opiera o tie najzákladnejšie fyzikálne

zákony. S princípom reaktívneho pohybu sa stretávame aj u primitívnych vodných živočíchov.

Pri raketách sa naše doterajšie vzorce trochu skomplikujú. Je síce pravda, že celková hmotnosť rakety a tryskajúcich plynov sa zachováva, ale hmotnosť pracujúcej rakety so spaľovaním pohonných látok klesá. Nech M je hmotnosť rakety tesne pred jej štartom. Po štarte, po časových úsekoch dt bude mať raketa záporný prírastok hmotnosti $-dM$. Hybnosť rakety v okamihoch $t + dt$ bude

$$\mathbf{p}_{t+dt} = [M + (-dM)]d\mathbf{v} + (-dM)\mathbf{u},$$

tu $\mathbf{u}$ je rýchlosť tryskajúcich plynov voči rakete. Po úprave

$$\mathbf{p}_{t+dt} = M d\mathbf{v} - dM d\mathbf{v} - dM \mathbf{u};$$

súčin $dM d\mathbf{v}$ je veličina malá druhého rádu, preto ju zanedbáme. Úvahy sa nám zjednodušia, ak sa počas činnosti raketového motora nebude rýchlosť tryskajúcich plynov ($\mathbf{u}$) meniť. Potom podľa tretieho Newtonovho zákona bude

$$M d\mathbf{v} = \mathbf{u} dM$$

Integrujme

$$M \int_0^{v_k} d\mathbf{v} = \mathbf{u} \int_0^{M_k} dM;$$

$\mathbf{v}_k$ je konečná rýchlosť rakety po vypnutí motorov a M_k je jej konečná hmotnosť.

$$\int_0^{v_k} d\mathbf{v} = \mathbf{u} \int_M^{M_k} \frac{dM}{M}$$

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{u} (\ln M_k - \ln M)$$

$$\mathbf{v}_k = -\mathbf{u} \ln \frac{M}{M_k}.$$

Aké sú praktické dôsledky našich fyzikálnych úvah?

Čítajme z výsledku integrovania. Cieľom konštruktérov raketových motorov je obvykle dosiahnuť čo najväčšiu rýchlosť $\mathbf{v}_k$. Táto je daná súčinom únikovej rýchlosti plynov $\mathbf{u}$ a prirodzeného logaritmu pomeru hmotností štartujúcej rakety a rakety po vypnutí motorov. Úniková rýchlosť plynov závisí od vlastností spaľovaných pohonných látok a od možnosti dosiahnuť čo najvyššiu teplotu a tlak v spaľovacej komore a od konštrukcie trysiek. To sú všetko konštrukčné otázky týkajúce sa paliva a pevnosti materiálu stien. Pomer hmotností je otázkou konštrukcie a určenia rakety. Snaha po zväčšení tohoto pomeru viedla napríklad ku konštrukcii viacstupňových rakiet. Palivové nádrže a spa-

lovacie komory s tryskami sú po vyhorení paliva zbytočné. Ich odhodenie zníži hmotnosť M_K , ba ich vhodné odmrštenie samo zvýši rýchlosť zvyšnej časti rakety v súlade so zákonom akcie a reakcie. Táto Ciolkovského myšlienka o viacstupňových raketách sa tak osvedčila, že dnešné medzikontinentálne a kozmické rakety sú bez nej nemysliteľné.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Miloval život a hviezdy

K. E. Ciolkovskij

1857 — 1935

DUŠAN JEDINÁK, Gymnázium Topoľčany

Keď sa nemecký profesionálny raketový konštruktér a teoretik *Hermann Oberth* v dvadsiatych rokoch nášho storočia zoznámil s výsledkami práce ruského vedca-samouka K. E. Ciolkovského, napísal mu v liste: „Vy ste zapálil plameň. A my budeme pokračovať a pracovať, pokiaľ sa táto myšlienka ľudstva neuskutoční.“ Ciolkovského snom bolo prekonať príťažlivosť Zeme, dopraviť človeka do kozmu, medziplanetárne lety uskutočniť viacstupňovými raketami.

V zapadnutom kúte cárskeho Ruska, v dedinke Iževskoe v Rjazaňskej gubernii, sa 17. septembra 1857 narodil v rodine lesníka poľského pôvodu piaty syn — Konstantin. Desaťročný po chorobe skoro úplne ohluchoľ. V škole mnoho nepočul, tak sa musel učiť sám — z kníh, vlastnými pokusmi. Zostrojoval modely, študoval a sníval, uvažoval nad príčinami javov. Otec vybadal jeho schopnosti pre matematiku, fyziku, chémiu, techniku. Poslal ho do Moskvy, aby študoval v knižniciach. Bez finančných prostriedkov, často o chlebe a vode, tri roky pracovitý a húževnatý Konstantin Eduardovič žil zo svojich „ideí“. V roku 1879 zložil externe skúšky a stal sa učiteľom matematiky a fyziky. Najprv v Borovsku, potom viac ako polovicu života v Kaluge. Predpoludním vyučoval, popoludní a večer premýšľal. Dvadsaťštyriročný zaslal svoju



prvú vedeckú prácu. Zaoberal sa v nej základmi kinetickej teórie plynov, mechanikou zmien organizmu, slnečnými lúčmi. Neskôr podal návrh na celokovovú vzducholod'. Neslávil úspechy, plán mu vrátili. Sám uznával, že v samote objavil už objavené. Ale získal dôveru vo vlastné schopnosti. Petrohradská fyzikálno-chemická spoločnosť ho prijala za svojho člena.

Už roku 1883 napísal Ciolkovskij spis, v ktorom analyzoval úlohy klasickej mechaniky o pohybe telies v priestore bez gravitácie a odporu prostredia. Problematika kozmických letov a raketovej techniky ho fascinovala. V apríli 1887 predniesol svoje názory o vzduchoplavbe v Moskve v Spoločnosti priateľov prírodných vied. V časopise Vedecký obzor vyšiel roku 1903 odvážny článok Výskum svetových priestorov reaktívnymi prístrojmi. Jeho pokračovanie, s rovnakým názvom, sa objavilo v šiestich číslach časopisu Vzduchoplavecký vestník v rokoch 1911—1912. Ciolkovskij odviedol základnú rovnicu pre pohyb rakety v prostredí bez pôsobenia príťažlivosti Zeme, ostatných nebeských telies a odporu vzduchu:

$$v = v_1 \cdot \ln(1 + m_2/m_1),$$

kde v je výsledná rýchlosť rakety, v_1 je rýchlosť vytekajúcich plynov, m_2 začiatočná hmotnosť telesa s palivom a m_1 je konečná hmotnosť telesa.

V práci Kozmické raketové vlaky z roku 1929 vypracoval Ciolkovskij teóriu pohybu viacstupňovej rakety, naznačil spôsob na prekonanie zemskej príťažlivosti i odporu atmosféry. Uvažoval o vhodných pali-
vách pre rakety, o chladiení spalovacích komôr, stabilite raketového systému. Upozornil na preťaženie i ochranu pred beztlakom.

Ciolkovskij popustil uzdu aj svojej fantázii. Uvažoval o kolonizácii planét, o letoch k iným hviezdám, o mimozemských civilizáciach. Veril v nekonečnosť vesmíru i života. Pripravil filozofiu vesmírneho pohľadu na svet — život na Zemi a jeho pokrok. „Smelo choďte vpred, veľkí i malí robotníci zemského rodu, a verte, že ani čiastočka z vašej práce nezmizne márne a neúčelne, ale prinesie v nekonečne bohaté ovocie.“

Desiatky prác potvrdzujú Ciolkovského krédo: Urobiť čosi užitočné pre ľudí, neprežiť život nadarmo, posunúť ľudstvo čo len o málo vpred. Postavil jednoduchý aerodynamický tunel a v ňom robil pokusy, modeloval svoje prístroje. Zanechal knižky, brožúry, rukopisy, napríklad: Za hranicami Zeme, Budúcnosť Zeme a ľudstva, Budúcnosť vesmíru, Vôla vesmíru, Voľný priestor, Vedecká etika, Album kozmických ciest, Vzducholod' a lietadlo, Na Mesiaci, Sny o Zemi a nebi, Človek mimo Zeme. Ciolkovského súborné dielo vyšlo v ZSSR v štyroch zväzkoch.

Osobný život K. E. Ciolkovského nebol ľahký. Chudoba, nezáujem cárskeho Ruska podlamovali jeho optimizmus. Zo siedmich detí ho prežili iba dve. Celý život vyplnil úvahami, výpočtami, pokusmi. Ocenenie prišlo po revolúcii. Ciolkovskij sa stal dopisujúcim členom

Socialistickej akademie spoločenských vied s platom 300 rublov. Vzhľadom k mimoriadnym zásluhám určila sovietska vláda roku 1921 vynálezci a leteckému odborníkovi K. E. Ciolkovskému doživotnú penziu. Na prvého mája roku 1935 prostredníctvom rozhlasu prehovoril k miliónom spoluobčanov. Všetky výsledky svojej práce odkázal sovietskej vlasti. Zomrel 19. septembra 1935 v Kaluge.

Ciolkovského viera v silu rozumu, bohatstvo vesmíru, schopnosti ľudského ducha zostáva obdivuhodná. Na pamätníku v Kaluge je napísané: „Slnko nebude svietiť večne, ľudstvo musí byť nesmrteľné.“ Hlavný konštruktér sovietskych kozmických lodí *S. P. Korolov* povedal: „Konstantin Eduardovič Ciolkovskij bol človekom žijúcim ďaleko v budúcnosti svojho storočia, ako má žiť každý skutočný a veľký vedec.“

Štátne múzeum histórie kozmonautiky K. E. Ciolkovského v Kaluge je pútavou spomienkou na splnené Ciolkovského sny. Zlatá medaila Ciolkovského udeľovaná v ZSSR konštrukérom raketovej techniky a kozmonautom je odkazom i perspektívou jeho reálnych predstáv. Kozmický vek ľudstva medzi prvými načrtol zakladateľ teoretickej kozmonautiky K. E. Ciolkovskij.

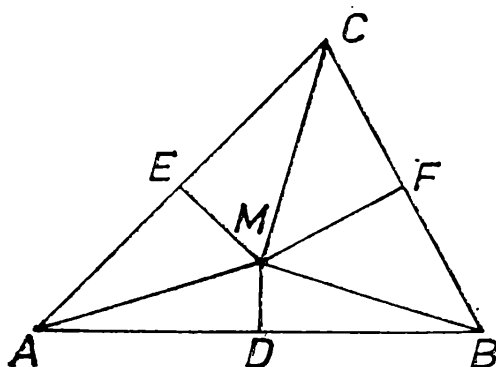
I keď z dnešného pohľadu sú v niektorých vedecko-technických i fantastických názoroch Ciolkovského naivné predstavy a omyly, aj tak mnohé jeho úvahy úspešne predbehli dobu a pripravili pôdu pre kozmické úspechy dnešných dní. Ciolkovskij vyslovil myšlienku o schopnosti ľudstva preniknúť do vesmíru. Veril, že vesmír patrí človeku. Tušil, že žijeme skôr životom kozmu ako Zeme. Predvídal, že osud ľudstva závisí na osude vesmíru. Zápasil o hviezdy pre človeka.

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Najděte chybu

Slavný německý matematik *David Hilbert* (1862–1943), který se velmi intenzivně zabýval i otázkami školské matematiky, používal ve svých univerzitních přednáškách a v knihách řady obrázků k ilustraci výkladu. Zdůrazňoval ovšem, že obrázky jsou jen pomůckou, které není možno použít jako důkazu tvrzení. Např. ve své přípravě na přednášku z r. 1898/99 uvedl:

„Jak je možno se hrubě zmýlit, spoléháme-li se na obrázek, ukazuje tento matematický žert:



Máme dokázat, že každý trojúhelník je rovnoramenný, a tedy také rovnostranný:

Sestrojme osu úhlu ACB a ve středu úsečky AB vztyčme kolmici k přímce AB . Obě přímky se protnou v bodě M . Sestrojme úsečky MA , MB a spusťme kolmice ME a MF na přímky AC a BC .

Protože $\triangle MEC \cong \triangle MFC$, je $|ME| \equiv |MF|$ a $|EC| \equiv |FC|$. Protože $\triangle DAM \cong \triangle DBM$, je $|AM| \equiv |BM|$ a konečně $\triangle AEM \cong \triangle BFM$ v důsledku toho $|AE| \equiv |BF|$, a tedy $|AE| + |EC| \equiv |BF| + |FC|$, což jsme měli dokázat.“

Doplňte si obrázek příslušnými značkami vlastností, zdůvodněte jednotlivá tvrzení a nalezněte chybu v „důkazu“!

J. Mikulčák

Literatura :

TOEPPPELL, M. M.: Über die Entstehung von David Hilberts „Grundlagen der Geometrie“. Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 1986.

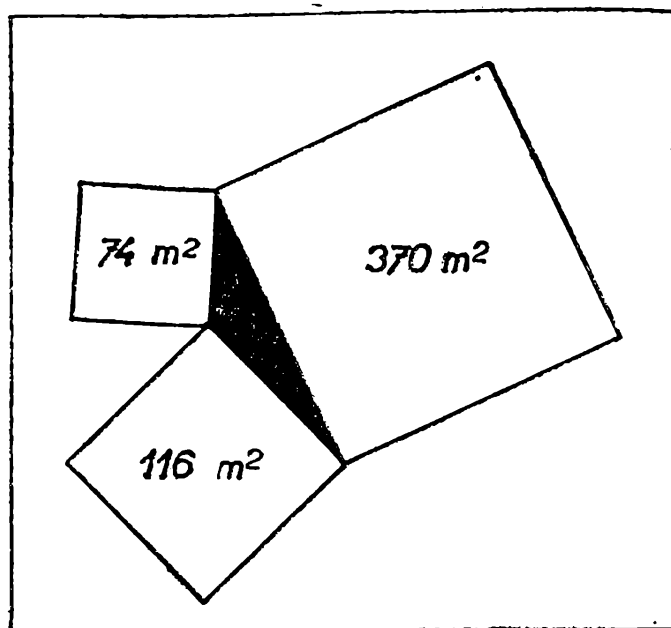
Řešení úlohy Lewise Carolla

V 6. čísle 65. ročníku (1986—87) Rozhledů se čtenáři mohli seznámit s Carollovou úlohou o třech čtvercových a jednom trojúhelníkovém pozemku. Uveďme znovu její text:

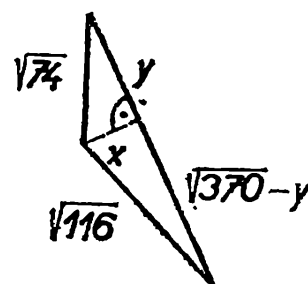
Mezi třemi čtvercovými pozemky o 74 m^2 , 370 m^2 a 116 m^2 (obr. 1) zůstává kousek pozemku tvaru trojúhelníka. Jaký je jeho obsah? (Řešte bez goniometrických vzorců a kalkulačky jen užitím Pythagorovy věty.)

Řešení tohoto problému zaslal redakci Vladimír Fuksík, bývalý gymnaziální profesor z Třeboně. Uvádíme je v upravené podobě.

Z textu úlohy plyne, že uvažovaný trojúhelník má strany o délkách $\sqrt{74}$, $\sqrt{116}$, $\sqrt{370}$. Označme x , y délky úseček v tomto trojúhelníku podle obr. 2. Podle Pythagorovy věty sestavíme dvě rovnice:



Obr. 1



Obr. 2

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 74, \\x^2 + (\sqrt{370} - y)^2 &= 116.\end{aligned}$$

Od druhé z nich odečteme první a vypočteme

$$y = \frac{164}{\sqrt{370}}.$$

Potom již stačí dosadit do první rovnice a dostáváme

$$x = \frac{22}{\sqrt{370}}.$$

Hledaný obsah tedy je

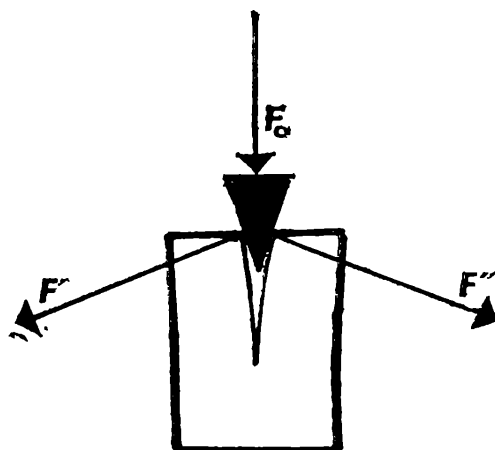
$$P = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{370} \cdot \frac{22}{\sqrt{370}} = 11.$$

Všechny údaje jsou v metrech, takže $P = 11 \text{ m}^2$.

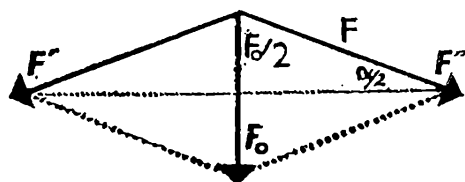
Zároveň nám Vladimír Fuksík zaslal další dvě řešení, která však nepoužívají Pythagorovy věty. V jednom z nich se užívá Heronův vzorec (délky stran trojúhelníkového pozemku jsou $\sqrt{74}$, $\sqrt{116}$, $\sqrt{370}$). Ve druhém řešení se kosinovou větou určí kosinus úhlu ležícího proti straně délky $\sqrt{370}$, pak se určí sinus tohoto úhlu a obsah se určí podle známého vzorce ze znalosti stran o délkách $\sqrt{74}$, $\sqrt{116}$ a sinu úhlu jimi sevřeného.

Funkce klínu při štípání dříví

Sekerou rozštípnout špalek je možné jen působením obrovských sil do stran (obr. 1a). Vysvětlete vznik těchto sil a také, proč je štípací síla tím větší, čím větší rychlostí dopadne ostří sekery o hmotnosti m na



Obr. 1a



Obr. 1b

špalek. Vypočítejte pak velikost síly do stran, je-li úhel naštipnutí $\alpha = 10^\circ$, hmotnost sekery $m = 3 \text{ kg}$, doba tnutí $t = 0,01 \text{ s}$ a počáteční rychlost sekery $v = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Předpokládejte, že pohyb sekery během tnutí byl rovnoměrně zpzděný.

Emil Kašpar

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. Ověřte rovnost

$$(3^2 + 5^2)^2 = 16^2 + 30^2$$

a pokuste se dokázat tvrzení: druhá mocnina součtu druhých mocnin dvou různých celých čísel je vždy rovna součtu druhých mocnin nějakých dvou celých čísel.

Úloha 2. Řešte aritmetický rébus:

$$\text{NITKA} + \text{NITKA} = \text{TKANJ}.$$

Stejným písmenům odpovídají stejná čísla a navzájem různým písmenům odpovídají čísla navzájem různá.

Úloha 3. Vyšel jsem z Domu pionýrů a potřebuji se dostat domů. Mohu vystoupit buď na stanici metra Matematická nebo na stanici metra Fyzikální. Ze stanice Matematická mi cesta pěšky domů trvá třikrát déle než ze stanice Fyzikální, přičemž než vlak dojede do stanice Fyzikální, stihnu ujít třetinu cesty domů ze stanice Matematická. Na které stanici mám vystoupit, abych se dostal dříve domů?

Úloha 4 (obtížnější). Každému vrcholu pravidelného pětiúhelníka je přiděleno nějaké celé číslo tak, že součet všech těchto pěti celých čísel je kladný. Povoluje se provádět následující operaci: jestliže třem po sobě jdoucím vrcholům náleží čísla x, y, z , přičemž $y < 0$, potom tato čísla nahradíme v pořadí čísly $x + y, -y, z + y$. Tyto operace se provádějí tak dlouho, dokud je alespoň jedno z pěti čísel záporné. Je nutno, aby se proces zastavil po konečně mnoha krocích?

Tomáš Schütz

NAŠE SOUTĚŽ

Řešení úloh minulého ročníku Rozhledů

Matematika

10. Nechť U je libovolný vnitřní bod rovnostranného trojúhelníku ABC , který má obvod o_1 . Paty kolmic vedených bodem U ke stranám AB, BC, CA jsou po řadě vrcholy U_C, U_A, U_B trojúhelníku majícího obvod o_2 . Dokažte, že platí:

$$\frac{1}{2} o_1 \leq o_2 < o_1$$

(Došlo 10 řešení.)

Jaroslav Švrček

Řešení Libora Němečka, II. C G v Bílovci:

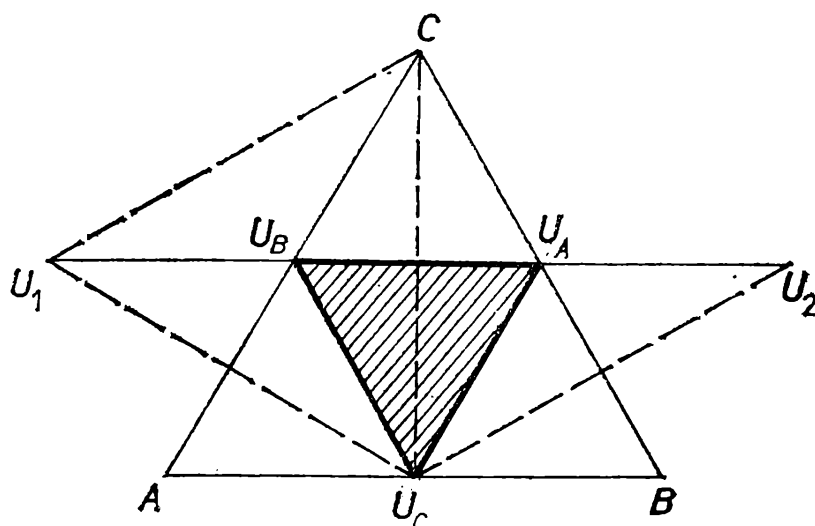
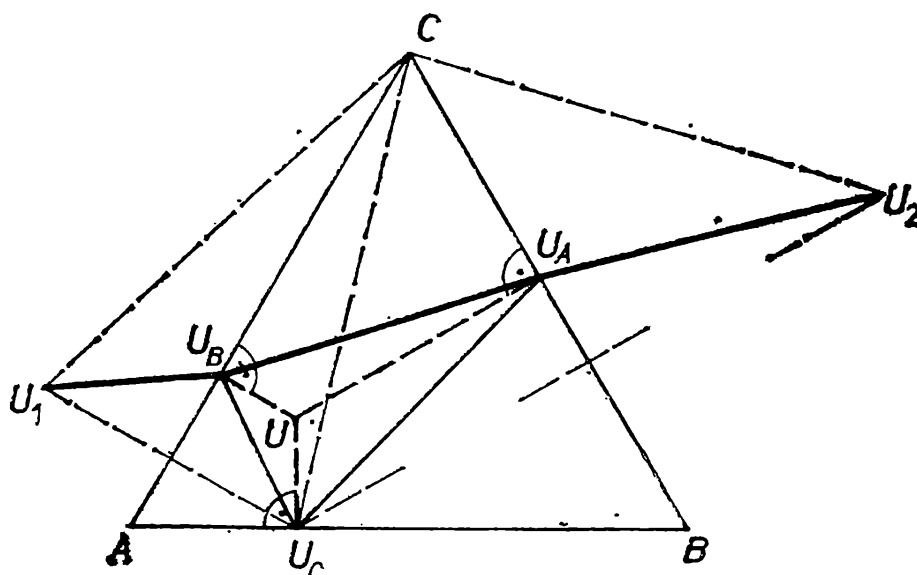
Podle trojúhelníkové nerovnosti užitě postupně na trojúhelníky $AU_CU_B, BU_AU_C, CU_BU_A$ platí (obr. 1):

$$\begin{aligned} |AU_C| + |AU_B| &> |U_BU_C|, & |BU_A| + |BU_C| &> |U_CU_A|, \\ |CU_B| + |CU_A| &> |U_AU_B|. \end{aligned}$$

Sečtením těchto tří nerovností dostaneme tento výsledek:

$$o_1 > o_2.$$

Obr. 1



Obr. 2

Sestrojíme bod U_1 (resp. U_2) souměrně sdružený k bodu U_C podle přímky AC (resp. BC). Potom je (obr. 1):

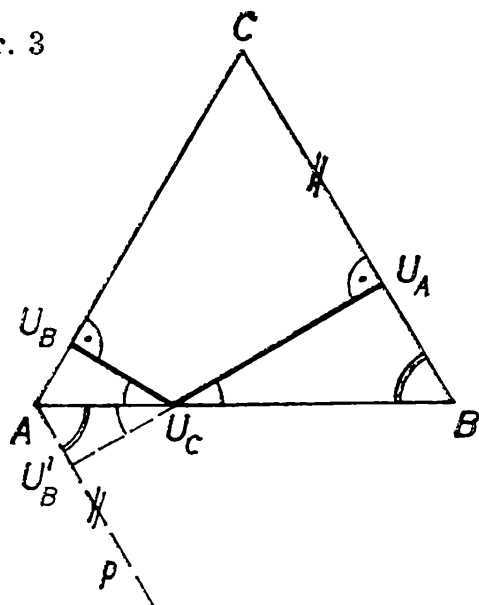
$$|U_AU_C| = |U_AU_2|, \quad |U_BU_C| = |U_BU_1|.$$

Obvod o_2 trojúhelníku $U_AU_BU_C$ je tedy rovný součtu

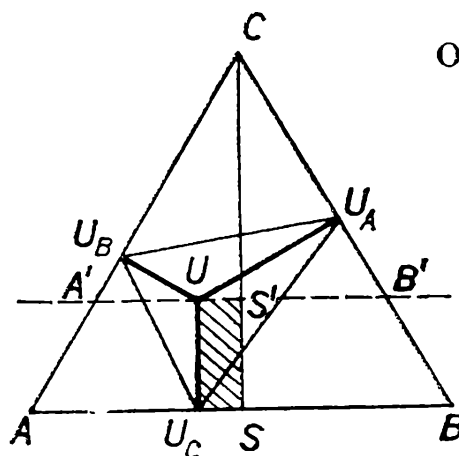
$$|U_AU_2| + |U_AU_B| + |U_BU_1| = s.$$

Tento součet je nejmenší, právě když body U_1, U_B, U_A, U_2 leží v přímce. Protože je $|CU_1| = |CU_C| = |CU_2|$, je trojúhelník CU_1U_2 rovnoramenný se základnou U_1U_2 . Z konstrukce bodů U_1, U_2 plyne, že je $|\sphericalangle U_1CU_2| = 120^\circ$. Ke každému vnitřnímu bodu U_C strany AB tak dostáváme rovnoramenný trojúhelník CU_1U_2 , jehož úhel proti základně U_1U_2 má velikost 120° . Ze všech těchto trojúhelníků má nejkratší základnu U_1U_2 ten trojúhelník, který má nejkratší rameno. Délka ramena je $d = |CU_1| = |CU_C|$. Číslo d bude nejmenší, právě když je $|CU_C|$ rovno vzdálenosti bodu C od přímky AB ; to je právě v tom případě, kdy bod U_C je středem strany AB (obr. 2). V tomto případě jsou body U_1, U_2

Obr. 3



Obr. 4



souměrně sdruženy podle přímky CU_C . Trojúhelník CU_1U_C je rovnostranný a jeho výška ke straně CU_C splývá s přímkou U_1U_2 , která je rovnoběžná s přímkou AB . Na této výšce leží zároveň střední příčka trojúhelníku CAU_C ; proto je bod U_B středem strany AC . Obdobně je bod U_A středem strany BC . Obvod o_2 trojúhelníku $U_AU_BU_C$ je potom rovný polovině obvodu o_1 trojúhelníku ABC . Je tedy vždy

$$o_2 \geq \frac{1}{2} o_1.$$

Poznámka. Řešitelka Hana Peňázová, 4 B G kpt. Jaroše v Brně, dokázala místo nerovnosti $o_2 < o_1$ silnější nerovnost $o_2 < \frac{\sqrt{3}}{3} o_1$. Uvádíme

její (poněkud zjednodušený) důkaz této nerovnosti:

Nechť U_C je libovolný vnitřní bod strany AB rovnostranného trojúhelníku ABC . Paty kolmic vedených bodem U_C ke stranám BC , AC označme po řadě U_A , U_B . Potom součet $|U_CU_A| + |U_CU_B|$ je rovný výšce trojúhelníku ABC .

Důkaz. Sestrojme přímku p souměrně sdruženou k přímce AC podle přímky AB (obr. 3). Ze shodnosti úhlů při vrcholech A , B označených obloučky plyne, že je $p \parallel BC$. Přímka souměrně sdružená k přímce U_CU_B podle přímky AB je kolmá k přímce p , a tedy i k přímce BC . Proto splývá s přímkou U_CU_A ; zároveň je (obr. 3)

$$|U_CU_A| + |U_CU_B| = |U_CU_A| + |U_CU'_B|,$$

což je rovno výšce trojúhelníku ABC .

Nechť U je libovolný vnitřní bod rovnostranného trojúhelníku ABC . Paty kolmic vedených bodem U k přímkám BC , CA , AB označme po řadě U_A , U_B , U_C . Potom z předešlé pomocné věty a z obr. 4 plyne, že je

$$|UU_A| + |UU_B| + |UU_C| = |CS'| + |S'S| = v,$$

kde v je výška trojúhelníku ABC . Je-li a délka strany tohoto trojúhelníku, je tedy

$$|UU_A| + |UU_B| + |UU_C| = \frac{a}{2} \sqrt{3} \quad (1)$$

Podle trojúhelníkové nerovnosti užitá postupně na trojúhelníky UU_AU_C , UU_AU_B , UU_BU_C platí:

$$|U_CU_A| < |UU_C| + |UU_A|, \quad |U_AU_B| < |UU_A| + |UU_B|, \\ |U_BU_C| < |UU_B| + |UU_C|.$$

Sečtením těchto tří nerovností dostaneme podle rovnosti (1) tento výsledek:

$$|U_CU_A| + |U_AU_B| + |U_BU_C| < 2 \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{3a}{3} \sqrt{3}, \\ o_2 < \frac{\sqrt{3}}{3} o_1.$$

Konstrukční geometrie

1. Je dána kulová plocha $\kappa = (S; r)$ a na ní dva různé body A, B . Najděte na ploše κ bod C tak, aby trojúhelník ABC byl rovnostranný. Určete podmínky řešitelnosti. (Došlo 8 řešení.)

Stanislav Horák

Řešení Hany Peňázové, 4 B G kpt. Jaroše, Brno:

Rozbor: Předpokládejme, že je úloha rozřešena. Protože je $|AC| = |BC|$, leží bod C v rovině δ , která prochází středem O úsečky AB kolmo k přímce AB . Protože $|OC| = \frac{|AB|}{2} \sqrt{3}$, leží bod C na kružnici k , která má střed O a poloměr $\rho = \frac{|AB|}{2} \sqrt{3}$.

Konstrukce: Sestrojíme střed O úsečky AB . Bodem O vedeme rovinu $\delta \perp AB$. V rovině δ sestrojíme kružnici $k = \left(O; \frac{|AB|}{2} \sqrt{3}\right)$. Sestrojíme průnik C kružnice k a plochy κ .

Zkouška: Z konstrukce plyne, že trojúhelník ABC je skutečně rovnostranný.

Diskuse: Protože je $|SA| = |SB|$, prochází rovina δ středem S plochy κ . Proto protíná plochu κ v její hlavní kružnici h . Společný bod C kružnice k a plochy κ je tedy společným bodem kružnic h, k . Z toho plyne (po kratším výpočtu) tento výsledek:

a) Je-li $|AB| < r\sqrt{3}$, mají kružnice h, k dva různé společné body. Úloha má právě dvě řešení.

b) Je-li $|AB| = r\sqrt{3}$, mají kružnice h, k právě jeden společný bod. Úloha má právě jedno řešení.

c) Je-li $|AB| > r\sqrt{3}$, nemají kružnice h, k žádný společný bod. Úloha nemá žádné řešení.

Řešení fyzikální úlohy ze str. 296

Jestliže hodnota rychlosti o počáteční velikosti v klesá na nulu rovnoměrně zpožděným pohybem za čas t , pak platí rovnost impulzu a hybnosti:

$$F_0 \cdot t = m \cdot v,$$

kde F_0 je velikost konstantní síly, kterou sekera působí během vnikání do dřeva. Odtud

$$F_0 = m \cdot v/t$$

Velikost štípací síly F do stran souvisí s hodnotou síly nárazu F_0 vztahem (obr. 1b):

$$F = \frac{F_0/2}{\sin \alpha/2},$$

takže

$$F = \frac{m \cdot v}{2 \cdot t \cdot \sin \alpha/2}$$

Po dosazení

$$F \doteq \frac{3 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot 0,01 \text{ s} \cdot 0,087} \doteq 8600 \text{ N}$$

Kalendár M-F: marec 1988

2. 3. 1593 sa v Lyone narodil *Gerard Desargues*, francúzsky matematik. Pripravil základy pre projektívnu a deskriptívnu geometriu.
2. 3. 1913 sa v Tostove na Done narodil *Georgij Nikolajevič Flerov*, sovietsky fyzik. Objavil spontánne štiepenie ťažkého jadra uránu spolu s Petržakom, so spolupracovníkmi syntetizoval a určil vlastnosti prvkov s číslami 102, 103, 104. 105.
3. 3. 1703 v Londýne zomrel *Robert Hooke*, anglický fyzik a prírodovedec.

dec. Zistil, že deformácia pružného telesa je priamo úmerná sile, ktorá ju spôsobila. Významné sú jeho práce o svetle, vynášiel optický telegraf.

3. 3. 1693 sa narodil *James Bradley*, anglický astronóm a fyzik. Objavil aberáciu svetla, dokázal nutáciu zemskej osi.
9. 3. 1923 v Amsterdame zomrel *Johannes Diderik van der Waals*, holandský fyzik. Dokázal vzájomné priťahovanie molekúl. Vytvoril všeobecnú rovnicu pre binárnu dvojfázovú zmes. Nobelovu cenu za fyziku dostal v roku 1910.
11. 3. 1855 sa v Terste narodil *Salvatore Pincherle*, taliansky matematik. Prispel do teórie množín, funkcionálnej analýzy a teórie funkcií komplexnej premennej.
12. 3. 1898 zomrel *Johann Jakob Balmer*, švajčiarsky matematik a fyzik. Odhalil vzťah pre určenia dĺžky vln spektrálnych čiar.
14. 3. 1973 zomrel *Howard Hathaway Aiken*, americký matematik. Zaoberal sa teoretickými problémami samočinných počítačov. V roku 1944 skonštruoval elektromechanický počítač Mark-1.
17. 3. 1853 zomrel *Christian Johann Doppler*, rakúsky fyzik a matematik. Odhalil, že s približovaním svetelného zdroja k pozorovateľovi sa zvyšuje pozorovaný kmitočet.
20. 3. 1878 v Heilbronne zomrel *Julius Robert Mayer*, nemecký lekár a fyzik. Formuloval zákon o zachovaní a premene energie, odviedol číselnú hodnotu mechanického ekvivalentu tepla.
20. 3. 1883 sa vo Varšave narodil *Paul Sofus Epstein*, americký fyzik. Zaoberal sa teóriou difrakcie, kvantovou mechanikou.
21. 3. 1768 sa v Auxerre narodil *Jean Baptiste Joseph Fourier*, francúzsky matematik a fyzik. Matematizoval teóriu vedenia tepla, aplikoval matematické poznatky v mechanike a fyzike.
22. 3. 1868 sa v Morrisone narodil *Robert Andrews Millikan*, americký fyzik. Určil náboj elektrónu, študoval fotoefekt. Zaoberal sa stavbou atómu a kozmickým žiarením. Nobelovu cenu za fyziku dostal roku 1923.
23. 3. 1963 zomrel *Turalf Albert Skolem*, nórsky matematik. Pracoval v teórii čísel, matematickej logike a filozofii matematiky.
24. 3. 1953 sa v La Fleche narodil *Joseph Sauveur*, francúzsky fyzik. Položil základy hudobnej akustiky, určil hranice počutelnosti zvukov.
26. 3. 1698 sa v Žamberku narodil *Václav Prokop Diviš*, český vynálezca. Skúmal vlastnosti atmosférickej elektriny, vynášiel bleskozvod.
26. 3. 1753 sa v North Woburne narodil *Benjamin Thompson Rumford*, anglický fyzik amerického pôvodu. Prispel k vzniku kinetickej teórie tepla, zdokonalil kalorimeter, skonštruoval tieňový fotometer.
27. 3. 1923 zomrel *James Dewar*, anglický chemik a fyzik. Skúmal elektrickú vodivosť kovov, vynášiel termosku.

28. 3. 1908 sa v mestečku Žagary narodil *Isaak Konstantinovič Kikoin*, sovietsky fyzik. Skúmal elektrické a magnetické vlastnosti kovov a polovodičov. Objavil fotoelektromagnetický efekt polovodičov. Získal Leninovu cenu a päť Štátnych cien ZSSR.
28. 3. 1933 zomrel *Fridrich Arturovič Cander*, sovietsky raketový odborník. Riešil problémy termodynamiky pohonných látok, skonštruoval prvý raketový motor na benzínové palivo.
29. 3. 1873 sa v Padove narodil *Tullio Levi-Civita*, taliansky matematik. Rozvinul tenzorovú analýzu, diferenciálnu geometriu viacrozmer-
ných priestorov.

dj

INFORMACE

Výročí Jednoty československých matematiků a fyziků na poštovních známkách

Doc. ing. ZDENĚK JANOUT, CSc., FJFI ČVUT

Úvodem připomeňme několik historických dat. V roce 1862, dne 28. března, se konala ustavující schůze *Spolku pro volné přednášky z matematiky a fyziky*. Spolek vznikl při filosofické fakultě pražské univerzity jako studentské sdružení a jeho cílem bylo „vycvičení se v přednášení a podporování vědecké snahy v oboru matematiky a fyziky“. V roce 1869 (9. května) se Spolek přeměnil ve společnost — *Jednotu českých matematiků*. V roce 1912 k 50. výročí vypracovává Jednota českých matematiků nové stanovy a na slavnostní schůzi mění svůj název na *Jednotu českých matematiků a fyziků*. Po vzniku Československé republiky mění v roce 1921 Jednota svůj název na dnešní *Jednotu československých matematiků a fyziků* (dále JČSMF).

Československá pošta vzpomněla stého výročí a sto dvacátého pátého výročí založení JČSMF. U příležitosti stého výročí vydala čs. pošta v roce 1962 (26. února) dvě známky v hodnotách 40 haléřů a 1,80 Kčs (viz obr. 1 a obr. 2). Na obou známkách je v horní části uveden nápis „Sté výročí založení Jednoty čs. matematiků a fyziků“ a ve středu obrazu známky je znak Jednoty, který byl vytvořen v třicátých letech národním umělcem Cyrilem Boudou. Obě známky jsou dílem národního umělce Maxe Švabinského. Rytinu provedl Jindra Schmidt. Na známce hodnoty 40 haléřů jsou vyobrazeny portréty fyzika *Františka Závíšky* (1879 až 1945) a matematika *Karla Petra* (1868–1950), na známce hodnoty



Obr. 1 Obr. 3



Obr. 4



Obr. 2 Obr. 5



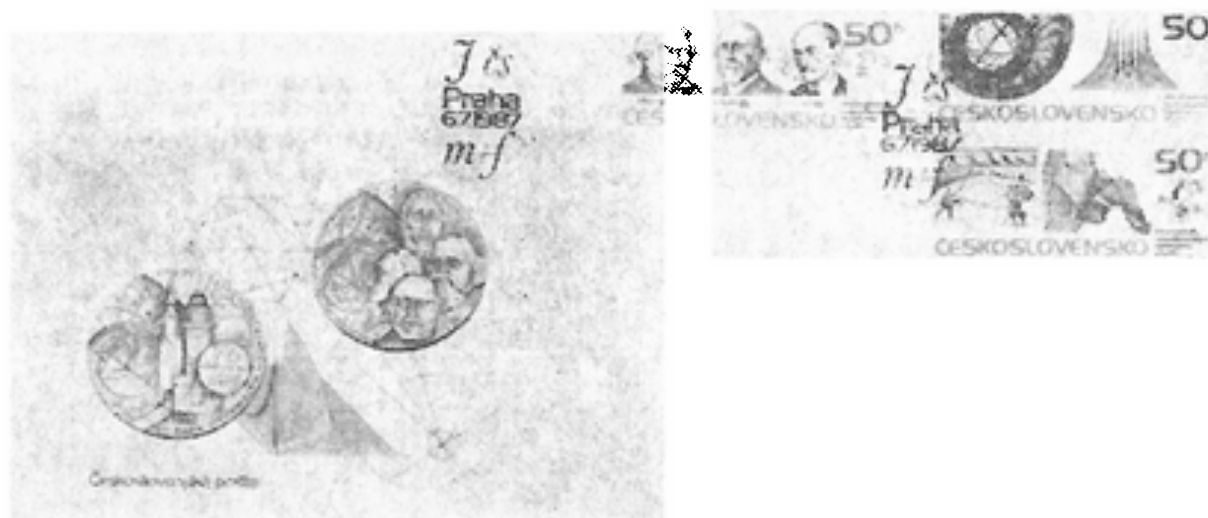
1,80 Kčs portréty *Miloslava Valoucha* (1878—1952) a slovenského matematika *Juraje Hronce* (1881—1959).

Prof. *F. Závíška* se zabýval Fresnelovým zákonem dvojlomu v krystalech vlivem rentgenových paprsků na kondenzaci vodních par, Hallovy jevem, šířením elektromagnetických vln a hydrodynamikou. Za okupace byl vězněn v koncentračním táboře a zahynul 17. dubna 1945 na pochodu smrti. Prof. *K. Petr* zaměřil svoji práci hlavně na teorii čísel a matematickou analýzu, dále na oblast teorie determinantů a algebraických rovnic. Prof. *J. Hronec* se věnoval hlavně diferenciálním rovnicím a jejich soustavám. Dr. *M. Valouch* byl dlouholetým ředitelem JČSMF, a to od roku 1915 až do roku 1952, kdy zemřel.

Ke 125. výročí založení JČSMF vydala čs. pošta dne 6. července 1987 tři známky, každou v hodnotě 50 haléřů (obr. 3, obr. 4, obr. 5). Emise známek je doprovázena obálkou prvního dne vydání (obr. 6). Autorem výtvarných návrhů je Josef Hamza, rytiny známek provedli Bedřich Housa, Jan Mráček a Miloš Ondráček. Znamky byly vytištěny rotačním ocelotiskem.

Na první známce (obr. 3) jsou vyobrazeny tři portréty, a to slovenského matematika a fyzika *Jozefa Maxmiliána Petzvala* (1807—1891), fyzika *Čeňka Strouhala* (1850—1922) a matematika *Vojtěcha Jarníka* (1897—1970).

J. M. Petzval byl profesorem univerzity v Budapešti, později univerzity ve Vídni. Zabýval se diferenciálním počtem a fyzikální optikou. V roce 1840 zkonstruoval vysoce světelný fotoobjektiv 1 : 3,4, nazývaný po něm Petzvalův objektiv. V roce 1874 byl jmenován čestným členem Jednoty. Prof. Č. Strouhal je zakladatelem Fyzikálního ústavu Karlovy



Obr. 6

univerzity. Zabýval se experimentální fyzikou, zvláště akustikou a hydrodynamikou. Poslední z trojice jmenovaných, prof. V. Jarník, zaměřil své práce na analytickou teorii čísel a na oblast reálných funkcí. Současné generaci matematiků a fyziků jsou dobře známé jeho učebnice diferenciálního a integrálního počtu.

Na druhé známce (obr. 4) je v levé části známkového obrazce vyobrazena část astrolábu orloje ze Staroměstské radnice, v pravé části je ukázka počítačové grafiky — reliéf speciální funkce a ještě vztah z oblasti teorie funkcí.

Na třetí známce (obr. 5) je v levé části reprodukce rytiny z knihy A. M. Molleta z roku 1672. Rytina zobrazuje rýsování v poli za pomoci provazce. V pravé části je opět počítačová grafika a pod hodnotou 50 h je schematicky znázorněna dráha částice Brownova pohybu.

Na všech třech známkách je vpravo dole uveden text „125 let Jednoty československých matematiků a fyziků“.

Z výzdoby umístěné v levé části obálky prvního dne vydání (obr. 6) nejvíce naujme líc a rub medaile JČSMF, vydané k 125. výročí. Autorem medaile je akad. sochař Zdeněk Kolářský. Na líci medaile je znak JČSMF, její plný název a rok založení. V levé části je jako symbol času část astrolábu pražského orloje, v pravé části vystupují bratislavská Michalská věž a astronomická věž pražského Klementina. V podnoží klementinské věže je historická budova bratislavské „Academia Istropolitana“. V pravém horním rohu je průčelí Karolina, nad ním je silueta Svatovítského chrámu, vlevo, mezi věžemi, je obrys bratislavského hradu. Na rubu medaile je v levé části opět část pražského orloje a nápis „Non fasces nec opes sola artis sceptrum perenn“. Jde o citát z Horatia převzatý z náhrobku Tychona Brahe v pražském chrámu P. Marie

před Týnem (překlad: „Ani moc, ani majetek, pouze vláda věd a umění přetrvá“). V pravé části jsou portréty čtyř významných osobností. V horní části je v pozici en face astronom a lékař *Tadeáš Hájek z Hájku* (1525 až 1600). Pod ním vlevo je v profilu portrét matematika, logika a filosofa *Bernarda Bolzana* (1781–1848), vpravo od něho je v pozici částečného en face portrét lékaře a fyzika *Jana Markuse Marci z Kronlandu* (1595 až 1667). Čtvrtý portrét v pozici en face je portrét již zmíněného *J. M. Petzvala*. Tadeáš Hájek z Hájku byl osobním lékařem Ferdinanda I., Maxmiliána II. a Rudolfa II. Studoval komety, zpřesnil pojem paralaxy, uskutečnil triangulaci pražského okolí. Podílel se na pozvání Tychona Brahe do Prahy. B. Bolzano zpřesnil základní pojmy z teorie množin, logiky a analýzy (např. limita, spojitost, derivace). Jan Markus Marci z Kronlandu byl osobním lékařem Ferdinanda III. Zabýval se rázem pružných koulí, využitím kyvadla k měření času a dispersí světla. Jako první vysvětlil vznik duhy.

Vydáním poštovních známek k jubileům JČSMF se čs. pošta zasloužila o propagaci Jednoty v široké veřejnosti a potěšila nejednoho fyzika či matematika-filatelistu.

Literatura :

Jubilejí almanach JČSMF 1862–1987, sestavil L. Pátý
Helena Hodková, Filatelie roč. 37, č. 13 (1987), s. 364.

Pro studenty středních škol a další zájemce o matematiku a fyziku se v Sovětském svazu vydává časopis

KVANT,

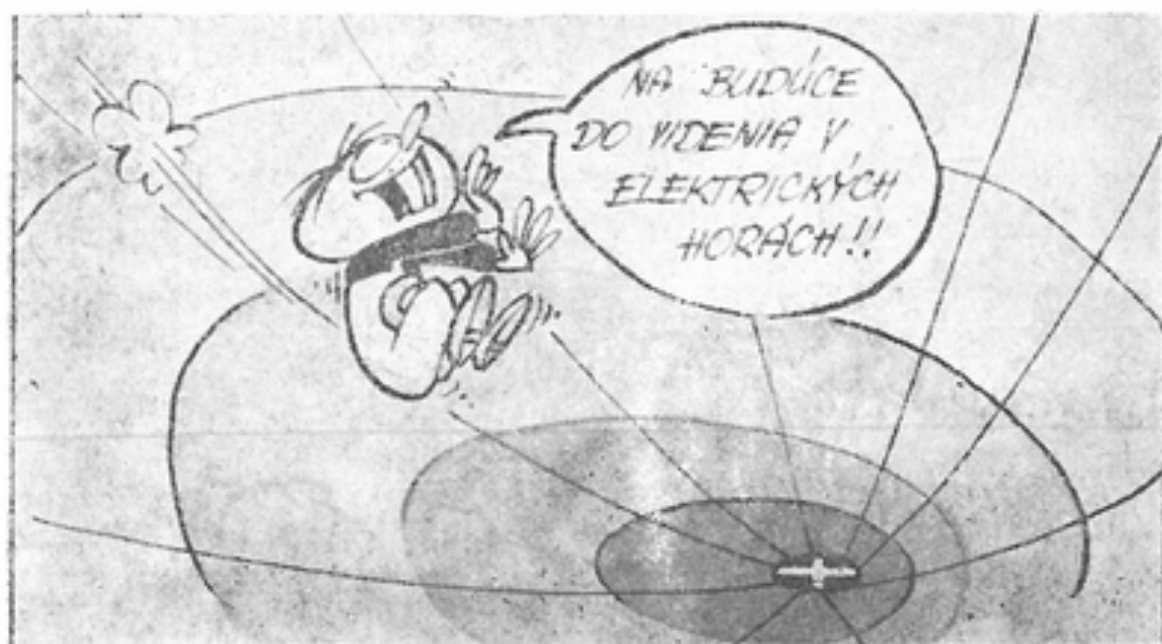
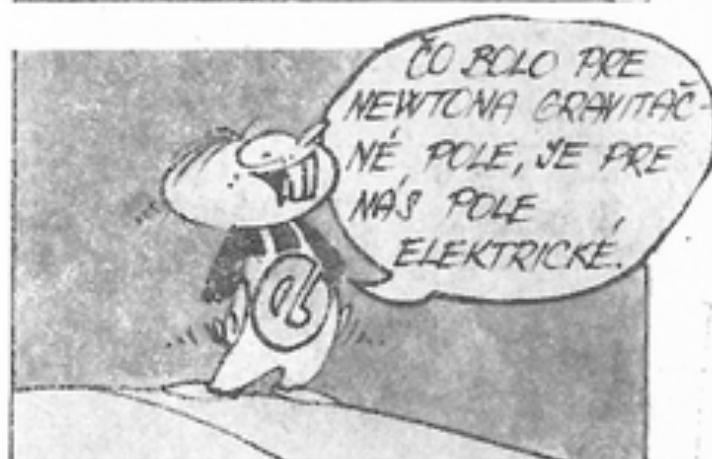
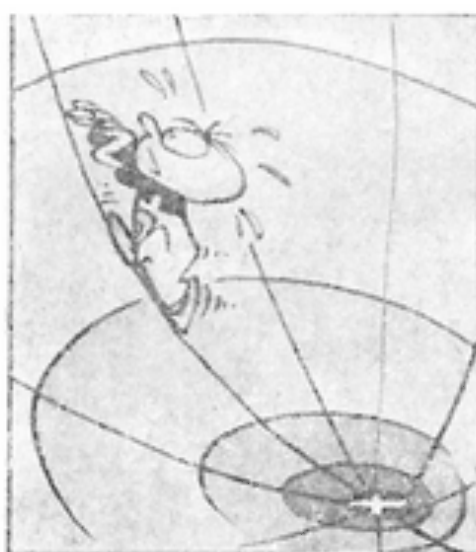
který byl založen v roce 1970. Vychází každý měsíc, číslo má mimo obálky 64 stran. Vydává jej Akademie věd SSSR a Akademie pedagogických věd SSSR v moskevském nakladatelství Nauka.

Časopis se čte nejen v Sovětském svazu, ale i v zahraničí. Texty úloh pro čtenáře jsou tištěny nejen rusky, ale i anglicky.

Pokyny pro autory článků v Rozhledech naleznete ve 2. čísle tohoto ročníku časopisu.

REPORTÁŽE Z MIKROSVETA





PÍŠE: J. CHRAPAN KRESLÍ: V. MISTRÍK

0 jednom patentovém sporu

Nejstarší počítače byly elektromechanické; užívaly se v nich součástky převzaté z telefonní a telegrafní techniky, tzv. relé.

Prvý výhradně elektronický počítač uvedli do provozu v únoru roku 1946 na univerzitě v Pensylvánii. Skupinu odborníků vedli *John W. Mauchly* a *John P. Eckert*. Počítač dostal jméno ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Calculator). Šlo o elektronického obra. Pracovalo v něm 18 000 elektronek a desetitisíce dalších elektronických součástek. Celé zařízení bylo dlouhé třicet metrů, vysoké tři metry a hmotnost byla asi třicet tun. Ve své době měl úctyhodnou rychlost; vykonával 5000 součtových operací za sekundu.

Z předchozího popisu je vidět, že stavbu takového kolosu nemohla financovat pouze univerzita a dále že vlastní sestavení nemohlo být krátkodobou záležitostí. Stavba započala v době druhé světové války v roce 1943 a americké ministerstvo obrany na ni poskytlo obrovské finanční částky. Na počítači ENIAC se měly provádět balistické výpočty.

Užití velkého počtu elektronek mělo nevýhody. Především to byla značná spotřeba elektrické energie (příkon 100 kW) a dále problém s chlazením, neboť elektronky

jsou zdroje tepla. Přesvědčit se o tom můžete u starších elektronkových rádiopřijímačů a televizorů. Počítač ENIAC byl chlazen proudem vzduchu vytvářeným vrtulemi dvou leteckých motorů.

Mauchly a Eckert si dali svůj počítač patentovat a svá práva postoupili firmě Sperry-Rand Corporation, jež začala od ostatních výrobců počítačů vyžadovat licenční poplatky. Mnohé podniky, mezi nimi firma Honeywell, však platit nechtěly. Společnost Sperry-Rand firmu Honeywell zažalovala. U soudu se však ukázalo, že J. W. Mauchly, než zkonstruoval počítač ENIAC, viděl počítač na univerzitě v Iově. Jeho autorem byl *prof. John Vincent Atanosoff*, který svůj počítač projektoval v letech 1939 až 1941 a pak jej postavil za přispění svého asistenta *Clifforda Berryho* v letech 1941 a 1942. Počítač byl určen pro výzkumy v teoretické fyzice.

Při soudním přelíčení se tedy prokázalo, že J. W. Mauchly není původcem myšlenky, kterou si nechal patentovat. J. V. Atanosoff se v té době věnoval jen teoretické fyzice, problémy počítačů se již nezabýval a ani o patentování neměl zájem. To však znamenalo, že po soudním jednání nikdo patent na výrobu počítačů neměl, a tak je tomu dodnes.

Jiří Mída

Řekli, napsali...

V neocenitelném díle „Principia Mathematica Philosophiae naturalis“ ukázal Newton tvůrčí sílu svého ducha, ale skryl své umění objevovat.

Jan Tesánek (1728—1788)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kovpakova 26, 160 00 Praha 6. Návštěvní dny: středa 7.00 — 15.00 hod., pátek 7.00 — 13.00 hod.

Jazyková úprava doc. dr. M. Valešová, CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1988.

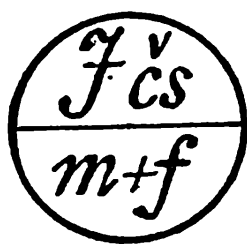
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

(8)

ROČNÍK 66, 1987/88
DUBEN

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO - FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY

matematicko - fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUCÍ REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaros-
lav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Ladislav Drs: Názorné náčrty těles	309
Emil Kraemer: Systémy kružnic-kružnico- vé kuželové plochy	318
Ivan Fischer: Řízení procesů 7	323
František Janů, Igor Chrapan: Meranie teploty včelých úlov termistormi	330
Věnceslav Patrovský: Proutkaření bez proutku a bez virgule	335
Josef Kotyk: Vladimír List, nestor české elektrotechniky	336
Emil Kašpar: Svorkové napětí	339
Tomáš Schütz: Úlohy ze zahraničních časopisů	339
Naše soutěž	340
Pavel Töpfer: Mezinárodní olympiáda v programování	345
Emil Calda: Písemná přijímací zkouška z matematiky na MFF UK v Praze v roce 1987	346
dj: Kalendár M-F	349
Ján Chrapan, Vlastimil Mistrík: Repor- táže z mikrosvets	351
Alena Šolcová: Mapa oblohy z chrámu v Dendefe 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních terminů (101-104) příloha	

Názorné náčrty těles

Doc. ing. dr. LADISLAV DRS, CSc., ČVUT v Praze

V různých předmětech, jimž se vyučuje na středních školách, se výklad doprovází názornými náčrty. Student se však téměř nic nedozví o tom, jak je kreslit, aby byly též geometricky správné. Učitelé na technikách si pak všeobecně stěžují, že maturanti se nedovedou graficky vyjadřovat. Tato neschopnost znesnadňuje výuku v prvních semestrech vysoké školy.

Následující úvahy a příklady by mohly pomoci čtenářům „Rozhledů“ tento nedostatek alespoň částečně odstranit.

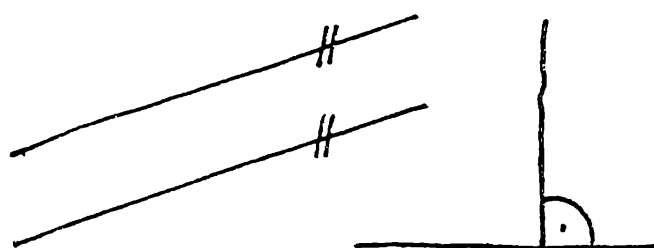
Náčrt, skica je nejrychlejším dorozumívacím prostředkem v technické praxi. Teoretické podklady pro skicování přináší deskriptivní geometrie, neboť základem náčrtu je axonometrický průmět. Konstrukce obvyklé v deskriptivní geometrii jsou však pro náčrt příliš složité. Ten se totiž od axonometrie liší nejen kresbou od ruky, ale i podstatným omezením konstrukcí. Lze však skicovat s minimem konstrukcí tak, aby výsledek byl i geometricky správný? V následujících úvahách a zejména na vyřešených příkladech si ukážeme „jak na to“. Pozornost budeme věnovat sice jen základním tělesům, pravidelnému hranolu, jehlanu, rotačnímu válci, kuželi a kouli, ale složitější tělesa se buď z těchto elementárních skládají, nebo lze vyložené metody použít i pro tato tělesa. U každého typu náčrtu připojíme pro výstrahu i chybný, s kterým se však lze též (i v odborných publikacích) setkat.

Náčrty rovinných útvarů

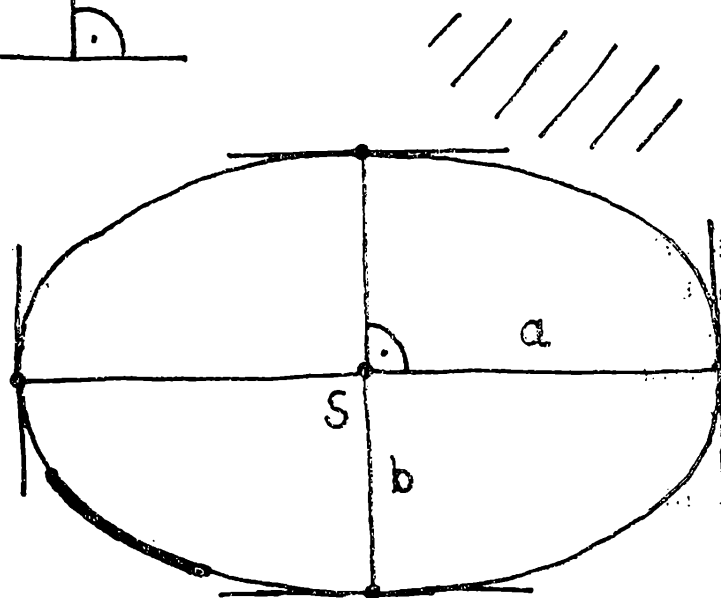
Předpokladem pro dobrý náčrt je kreslířská zručnost při skicování těchto základních prvků: přímký s měřítkem na ní, rovnoběžek a kolmic, obr. 1.

Dále je nutno nacvičit kresbu elipsy, určené osami, včetně kresby kružnice, obr. 2. Ve vrcholech naznačíme tečny a kreslíme tak, že otáčíme papírem. Na obr. 2 je vyšrafováno místo, kde se opírá ruka o papír při kreslení silně vyznačeného oblouku. Chybné tvary oblouků elipsy jsou na obr. 3.

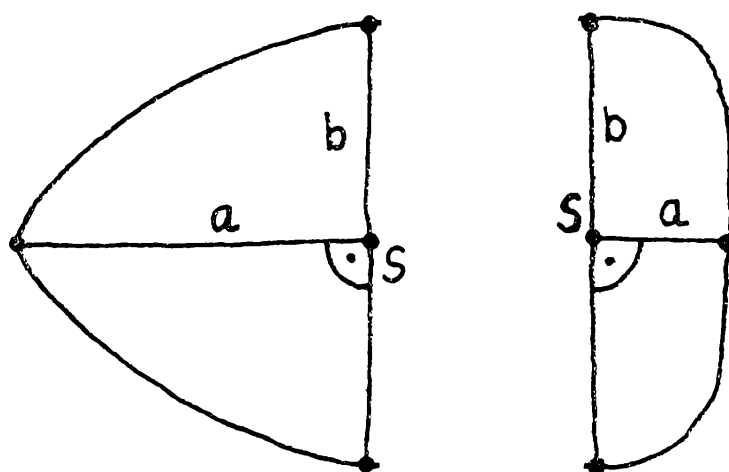
Náčrt elipsy, která je určena sdruženými průměry, se vyskytne jako rovnoběžný průmět kružnice a dvou jejích kolmých průměrů, obr. 4. Před načrtáváním si naznačíme tečny v koncových bodech sdružených



Obr. 1



Obr. 2

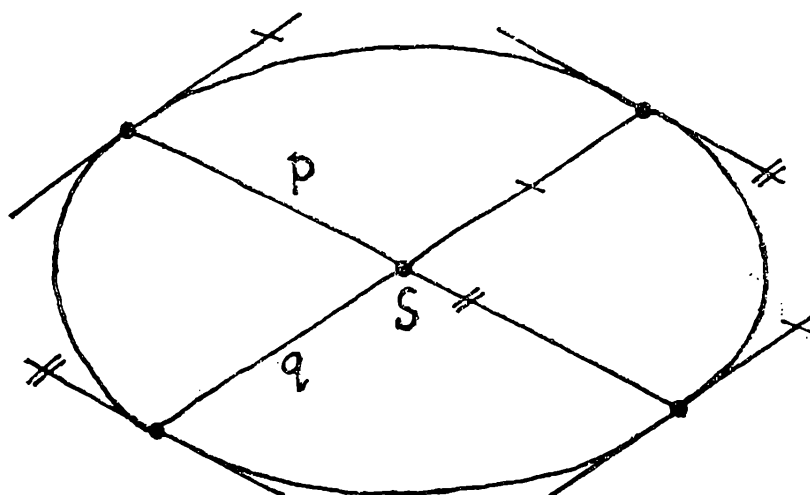


Obr. 3

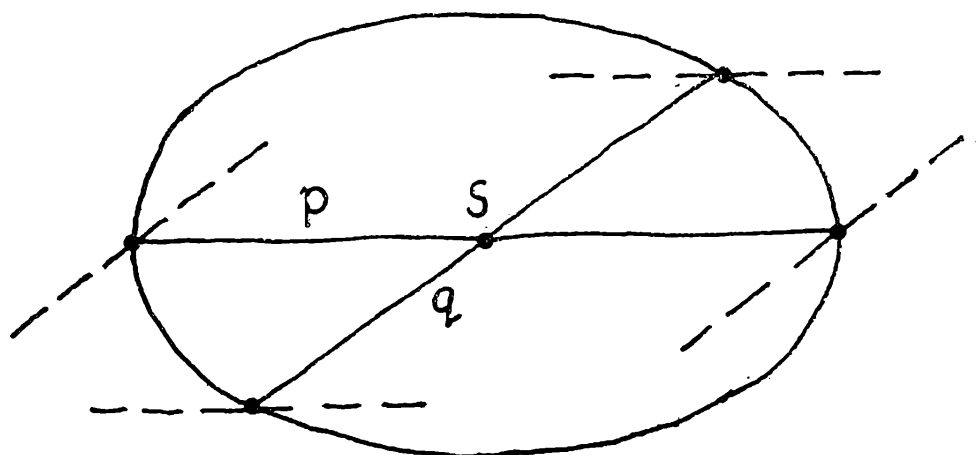
průměrů. Jsou to rovnoběžky s průměry. Na obr. 5 je chybný tvar výsledné elipsy, průměr p se omylem pokládá za osu.

Naučme se dobře tyto základní útvary skicovat, protože z nich budeme skládat složitější náčrty těles.

Brzy přitom zjistíme zajímavý rozdíl mezi rýsováním a skicováním kružnice a elipsy. Nejsnadněji se samozřejmě rýsuje kružnice. Narýsovat elipsu dá mnohem více práce, ať už ji nahradíme oblouky kružnic a rýsuje náhradní ovál (konstrukce oválu je např. v Rozhledech 61, č. 6, 1983, str. 247—250), nebo když používáme — jak je to ve středoškolské praxi obvyklé — oblouky oskulačních kružnic a oblouky křivítka pro



Obr. 4



Obr. 5

jejich spojení. Nejobtížnější je rýsování elipsy, určené sdruženými průměry. Musíme totiž nejprve sestrojít Rytzovou konstrukcí osy a teprve potom můžeme elipsu narýsovat některou z předchozích metod.

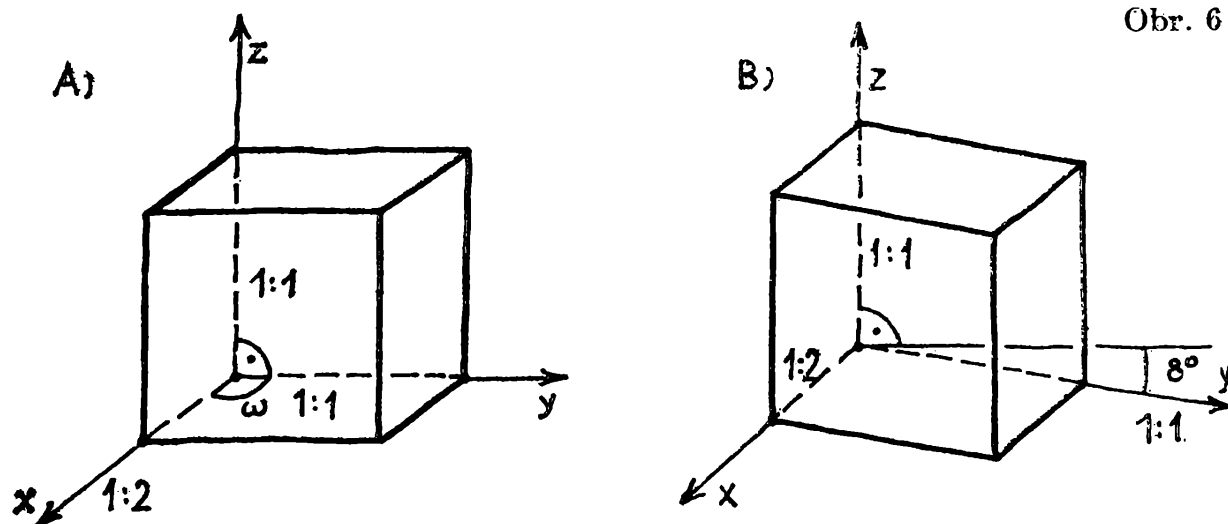
Při skicování se naopak nejsnadněji načrtne elipsa, určená sdruženými průměry. Kresba elipsy dané osami je náročnější na přesnost, protože naše oko má pro posuzování správnosti náčrtu k dispozici dvě osy souměrnosti a případnou nesouměrnost odhalí velmi snadno. Ještě větší pozornost je nutno věnovat náčrtu kružnice, protože odchylky od jejího ideálního tvaru, který máme v mysli dokonale zafixován, se projeví ještě jasněji, nežli odchylky od ideálních tvarů elips.

Obtížnost skicování útvaru obsahujícího kružnice se tedy nekryje s obtížností při jeho rýsování. Při rýsování se vyhýbáme takovému promítání, v němž se kružnice zobrazí do elipsy určené sdruženými průměry. Při náčrtech můžeme toto promítání použít bez potíží.

Náčrty prostorových útvarů.

Při skicování prostorových útvarů používáme axonometrii, tj. rovnoběžný průmět objektu, včleněného do pravoúhlé souřadnicové soustavy *Oxyz*, která se spolu s tímto útvarem zobrazí.

Náčrt opíráme o *Pohlkeovu větu*, známou z deskriptivní geometrie. Podle ní zobrazíme, a to do značné míry libovolně, jako výchozí útvar



osy x, y, z (vznikne *axonometrický osový kříž* $^aO, ^ax, ^ay, ^az$, axonometrii značujeme indexem a) a na osách kříže zvolíme měřítka M^x, M^y, M^z pro vynášení souřadnic ve směru os x, y, z . Krátce řečeno: osovým křížem a měřítky na osách zadáme axonometrii.

Od náčrtů vyžadujeme názornost. Axonometrie sestrojené podle nevhodného zadání nemusí však dávat názorné výsledky. Bylo zjištěno, že dobře působí axonometrie zadané takto:

Osa az se volí rovnoběžně s podélnou stranou papíru a orientuje kladně vzhůru. Osa ay se kladně orientuje vpravo a volí se tak, aby úhel os $^ay, ^az$ byl v rozmezí $90^\circ - 120^\circ$. Osa ax se kladně orientuje vlevo a volí se tak, aby úhel os $^ax, ^az$ byl v rozmezí $120^\circ - 150^\circ$. Měřítka se volí takto: $M^y = M^z = 1$, $M^x = 1 : 2$.

Bereme-li ještě v úvahu normu ČSN 013123 ze dne 7. 11. 1981 pro technické výkresy, která ještě více zužuje výběr vhodných axonometrií, lze pro skicování doporučit zadání podle obr. 6 (indexy a zde i v dalších obr. vynecháváme):

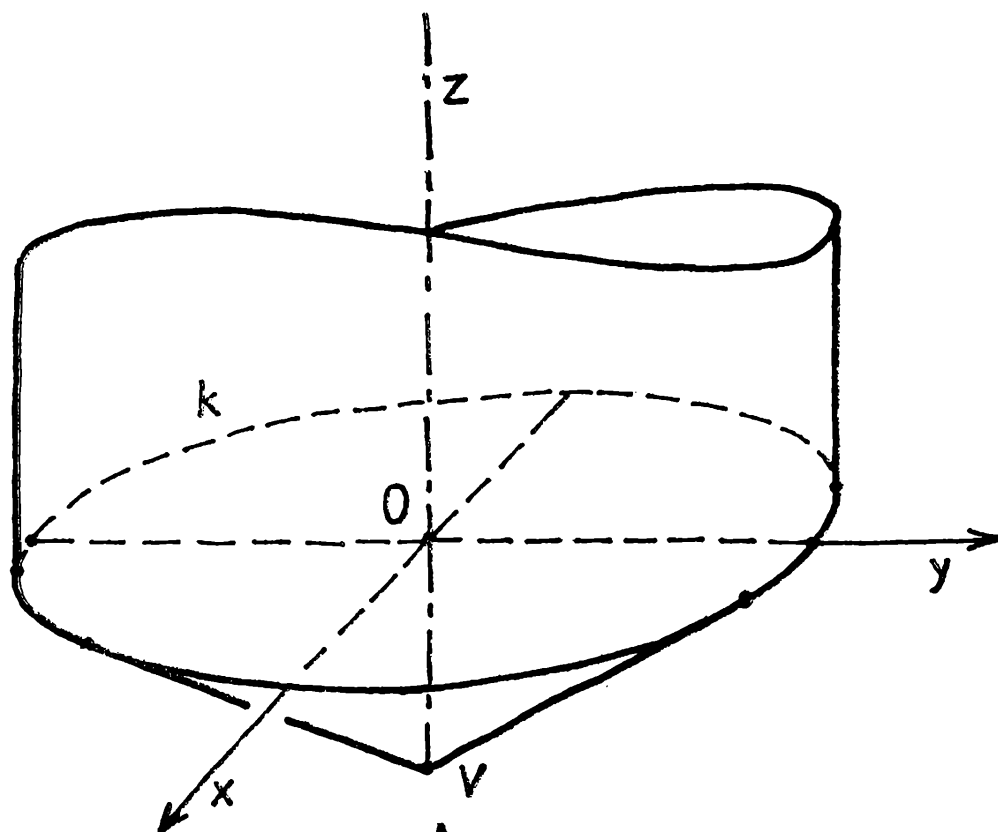
Axonometrie zadaná podle obr. 6A) je z deskriptivní geometrie známé kosoúhlé promítání na rovinu yz , úhel ω volíme mezi $135^\circ - 150^\circ$, měřítko M^x na ose ax odpovídá kvocientu $q = 1/2$.

Axonometrie zadaná podle obr. 6B) ($\angle ^ax^az = \angle ^ay^az$) je přibližně kolmým průmětem (vzniká pravoúhlá axonometrie).

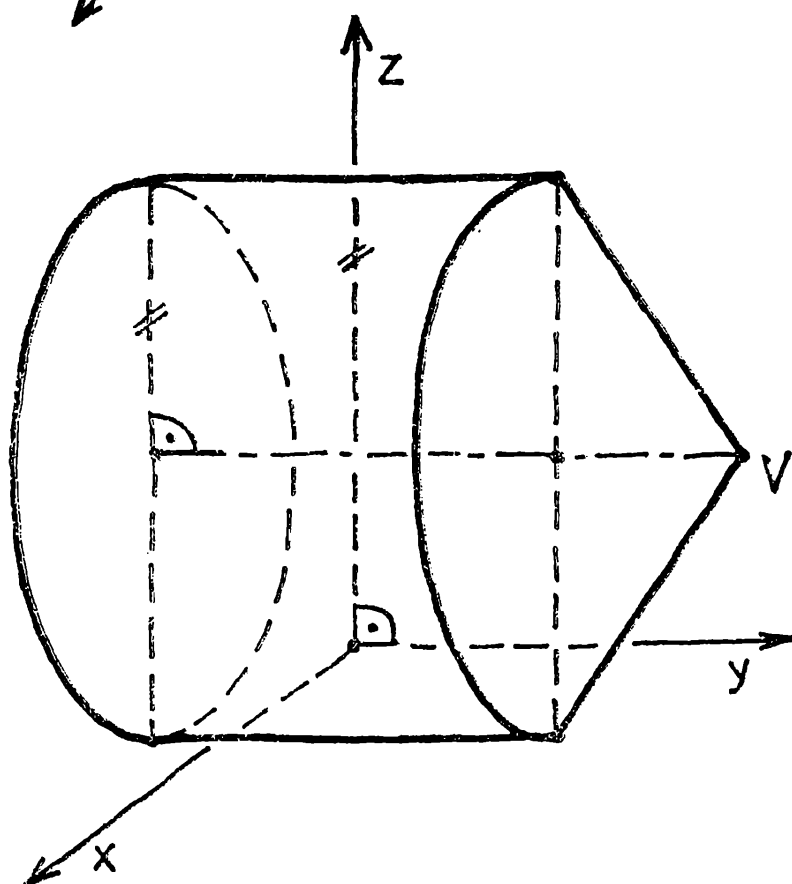
V zadaných axonometriích jsme zobrazili krychli, abychom prokázali jejich názorné působení.

Při skicování používáme dvě metody: *přímý náčrt* a *nepřímý náčrt*. Přímý náčrt je vhodný zejména tehdy, když zobrazujeme kružnici a některé pravidelné mnohoúhelníky ležící v souřadnicové rovině.

Z deskriptivní geometrie je známo, že kosoúhlý průmět kružnice $k = (S, r)$ ležící v rovině xy resp. xz je elipsa, určená sdruženými průměry na rovnoběžkách s osami $^ax, ^ay$ resp. $^ax, ^az$ vedených bodem aS . Jejich délky jsou $2r \cdot M^x, 2r$.

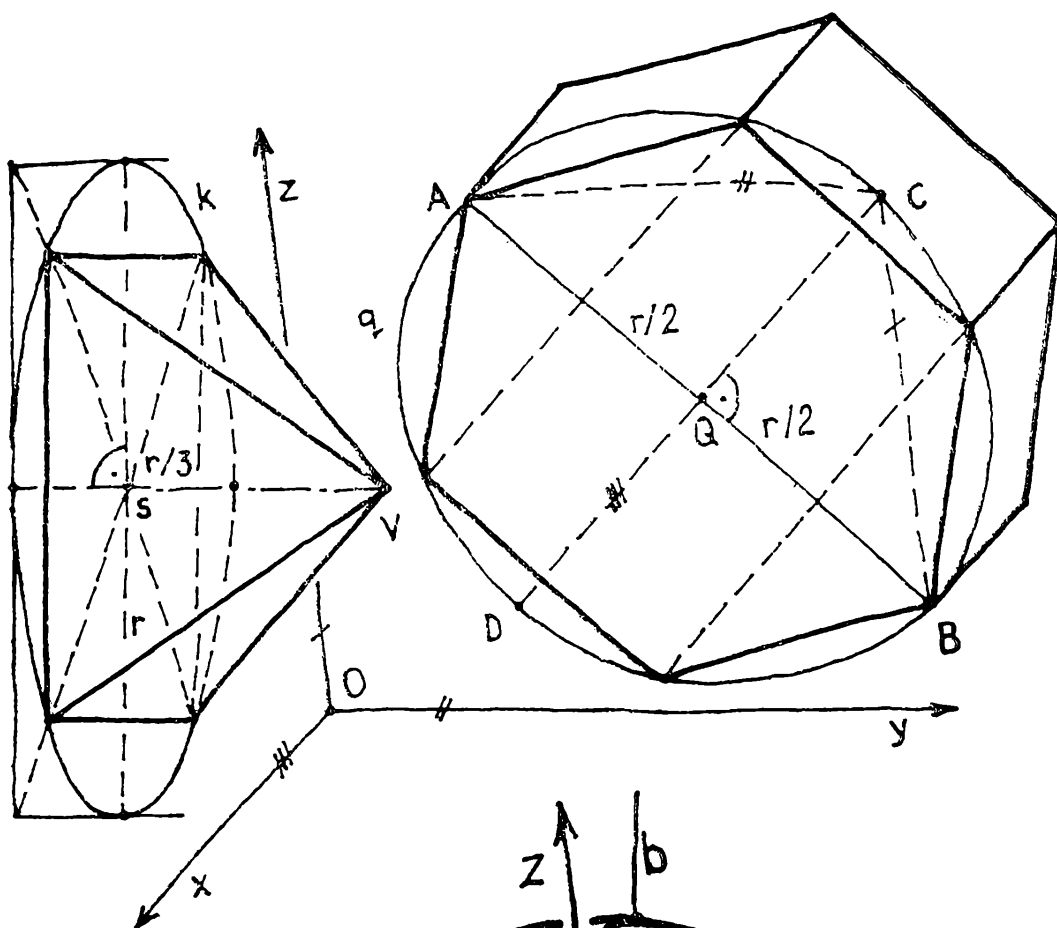


Obr. 7

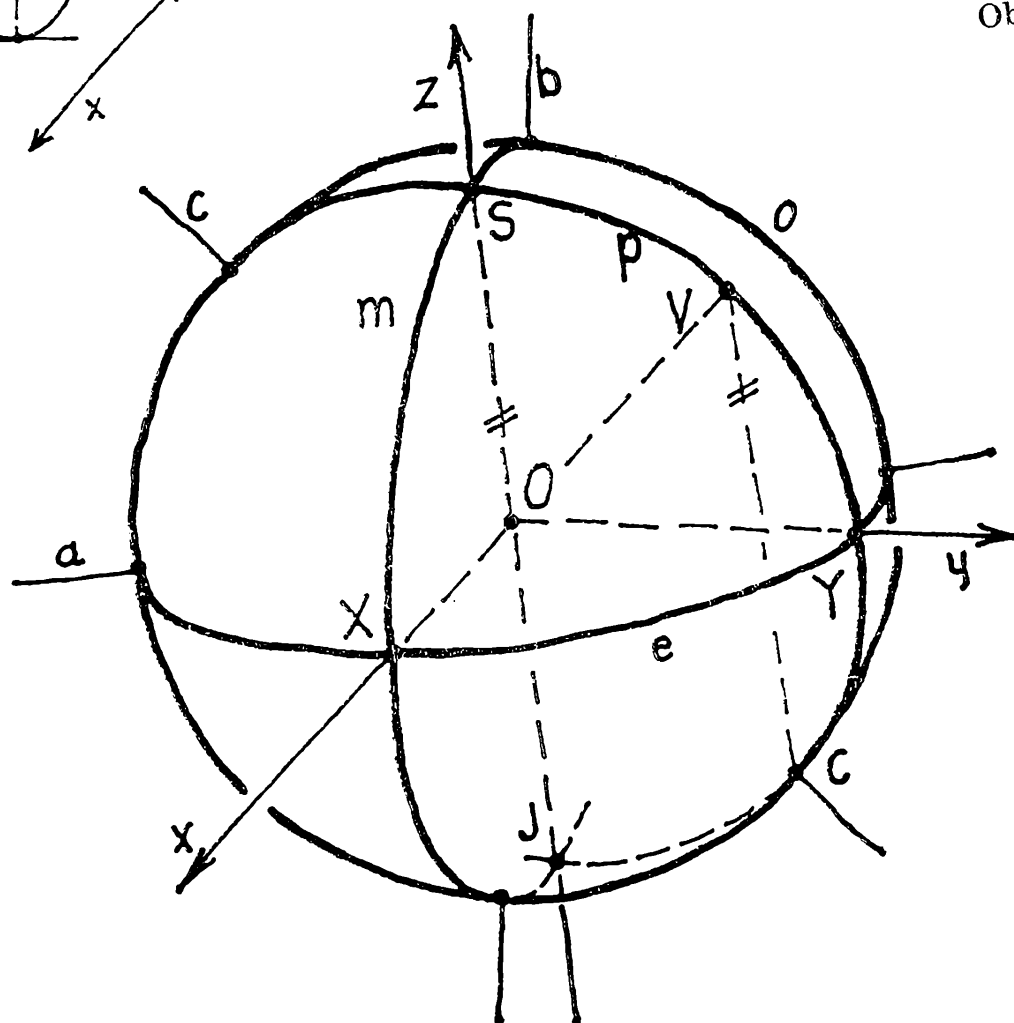


Obr. 8

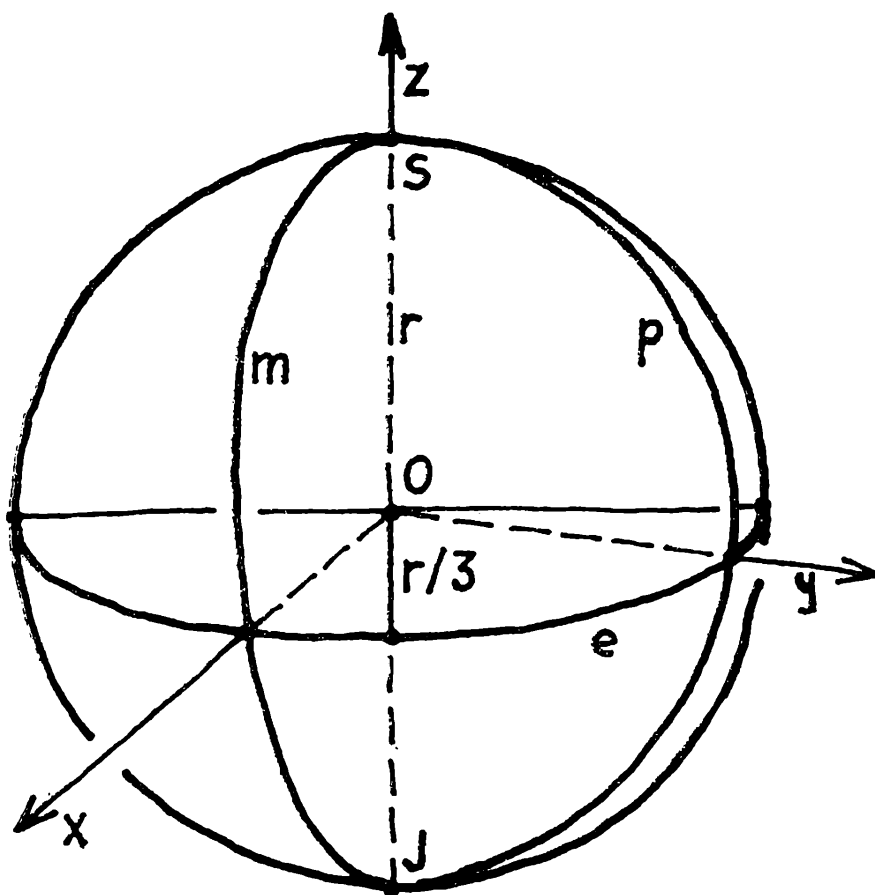
Příklad 1. Je dána kružnice $k = (O, r)$ v rovině xy jako podstava rotačního válce a kužele s vrcholem V (obr. 7). Pro náčrt jsme zvolili kosoúhlé promítání podle zadání na obr. 6A). Podstavu načtneme jako



Obr. 9



Obr. 10



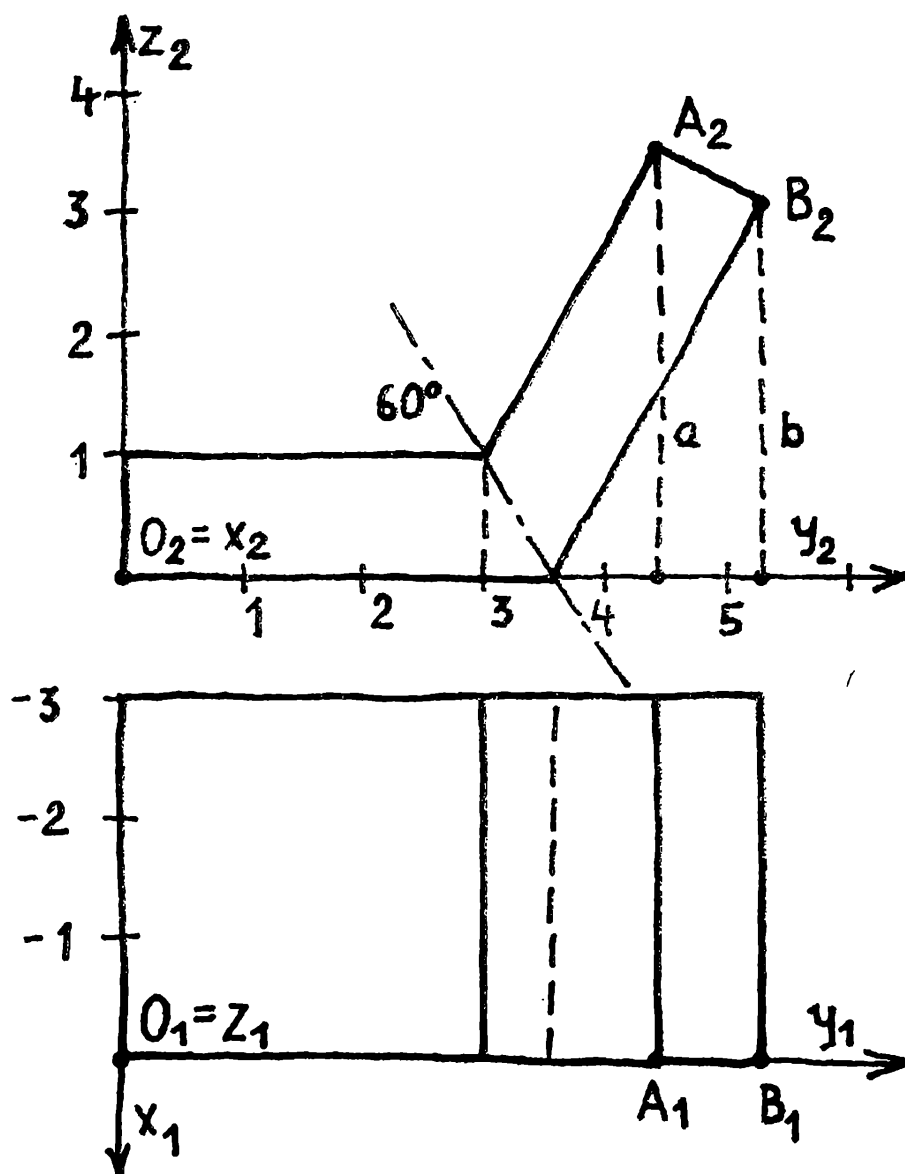
Obr. 11

elipsu určenou sdruženými průměry podle obr. 4. Obrys válce tvoří dvě tečny elipsy ak rovnoběžné s osou az . Tečny z bodu aV k elipse ak tvoří obrys kužele. Dotykové body tečen nejsou na ose y ! Najděte chyby na obr. 8, na němž měla být v kosoúhlém promítání načrtnuta podobná sestava rotačního válce a kužele!

Při skicování válců a kuželů v kolmé axonometrii použijeme tyto znalosti z deskriptivní geometrie: Kružnice ležící v souřadnicové rovině se zobrazí jako elipsa, jejíž vedlejší osa je rovnoběžná s průmětem souřadnicové osy kolmé na rovinu kružnice. Hlavní osa má délku rovnou průměru kružnice. Leží-li kružnice v rovině xy nebo xz , je délka vedlejší osy průmětu rovna třetině délky hlavní osy.

Příklad 2. Na obr. 9 je podle těchto pravidel načrtnut eliptický průmět kružnice $k = (S, r)$ v rovině xz . Do kružnice je vepsán čtverec, který je podstavou jehlanu o vrcholu V . Průměty vrcholů čtverce jsou zvoleny v průsečících elipsy a_k s úhlopříčkami obdélníka opsaného elipse ve vrcholech.

Dále je zobrazen pravidelný šestiboký hranol, jehož bočné hrany jsou rovnoběžné s osou x . Nejprve naskicujeme průmět kružnice q ležící v rovině rovnoběžné s rovinou yz . Hlavní osa eliptického průmětu $^a q$ je kolmá na osu $^a x$, má délku zvoleného průměru a střed ve zvoleném bodě $^a Q$. Koncové body osy jsou vrcholy $^a A$, $^a B$. Abychom určili vedlejší osu,



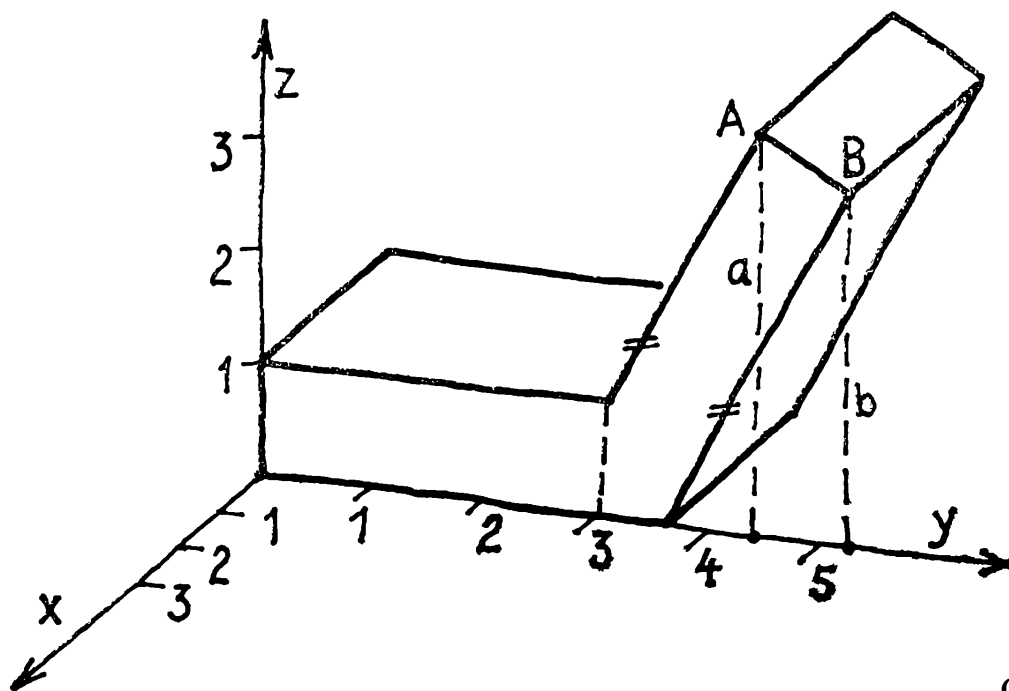
Obr. 12

vedeme rovnoběžky s osami ay , az body aA , aB . Protnou se ve vrcholech aC , aD vedlejší osy (proč?). Do kružnice q vepíšeme pravidelný šestiúhelník s protilehlými vrcholy A , B . Jeho náčrt má protilehlé vrcholy aA , aB . Osy souměrnosti hlavních poloos elipsy aq protnou elipsu aq v dalších čtyřech vrcholech hledaného šestiúhelníku (odůvodněte sami!).

Máme-li skicovat kouli, používáme převážně kolmou axonometrii. Z deskriptivní geometrie je totiž známo, že kolmým průmětem kulové plochy je kruh, zatímco kosoúhlým obrysem koule je elipsa, jejíž hlavní osu bychom museli zjišťovat.

Příklad 3. Na obr. 10. je načrtnuta kulová plocha se středem O a s poloměrem r v axonometrii zadané podle obr. 6B). Zobrazí se do kruhu se středem aO a s poloměrem r . Aby náčrt působil prostorově, naskicujeme ještě (i s ohledem na viditelnost) průměty těch kružnic plochy, které leží v souřadnicových rovinách.

Kružnice e v rovině xy (rovník, ekvátor) se zobrazí do elipsy ae , která



Obr. 13

má vedlejší osu v ose az a její délka je rovna $2/3$ poloměru. Hlavní osa je na kolmici a k ose az a její délka je rovna průměru koule. Kružnice m v rovině xz (poledník, meridián) se zobrazí do elipsy am , která má vedlejší osu v přímce ay a hlavní na kolmici b k ose ay . Jejich délky jsou opět $2r/3$ a $2r$. Kružnice p v rovině yz (další poledník) se zobrazí do elipsy ap . Její hlavní osa je na přímce c kolmé k ose ax a má délku $2r$. Jedním vrcholem aC hlavní osy vedme rovnoběžku s osou az . Protne osu ax ve vrcholu V vedlejší osy. Poledníky m, p se protínají v pólech S, J . Jejich průměty jsou uvnitř obrysu ao .

Náčrt koule na obr. 11 je jen částečně správný. Které křivky jsou chybné?

Poznámka. Někdy se v náčrtu osový kříž nevyznačuje. Z tvaru takového náčrtu vyplývá, zda bylo použito kosoúhlé promítání nebo pravoúhlé promítání. Zkuste si z obr. 7, 9, 10 odmyslet osový kříž a najít důvody, proč je obr. 7 kosoúhlým a obr. 9, 10 pravoúhlým průmětem.

Nepřímý náčrt

Nepřímý náčrt je pracnější než přímý, a proto jej použijeme jen tehdy, nedokážeme-li použít přímé metody. Postupujeme tak, že si nejprve připravíme náčrt půdorysu a nárysu, nejsou-li od začátku k dispozici. Pak použijeme souřadnice významných bodů, znásobíme je měřítky pro příslušnou osu a vyneseme do axonometrie.

Příklad 4. Na obr. 12 je načrtnut půdorys a nárys tělesa, složeného ze dvou souměrných desek, které spolu svírají úhel 120° . Na obr. 13 jsme použili zadání axonometrie podle obr. 6 B). Podrobně je naznačena konstrukce bodů aA, aB náčrtu z bodů A, B tělesa.

Systémy kružnic kružnicové kuželové plochy

Prof. EMIL KRAEMER, UK Praha

V článku otištěném v 7. čísle letošního ročníku Rozhledů najde čtenář definici kosé kružnicové kuželové plochy, jakož i definice její hlavní vrcholové roviny, normálové vrcholové roviny a rovin antiparalelních vzhledem k normálové vrcholové rovině. V témže článku je dokázáno, že na kosé kružnicové ploše K jsou dva systémy kružnic. Libovolná kružnice jednoho systému leží v rovině, která je rovnoběžná s rovinou π řídící kružnice plochy K . Libovolná kružnice druhého systému leží v rovině, která je k rovině π antiparalelní vzhledem k normálové vrcholové rovině plochy K . Nyní dokážeme, že jiné kružnice na ploše K nejsou. Při výkladu užijeme dvě věty, které jsme poznali ve výše uvedeném článku:

Věta 1. Nechť k je kružnice ležící v rovině ρ a na kosé kružnicové kuželové ploše K ; nechť $\rho' \parallel \rho$ je libovolná rovina, která není vrcholovou rovinou plochy K . Potom řez roviny ρ' s plochou K je kružnice.

Věta 2. Kosá kružnicová kuželová plocha K je souměrná podle své hlavní vrcholové roviny σ . K této rovině σ jsou kolmé roviny, z nichž každá obsahuje tu kružnici plochy K , která náleží kterémukoli ze dvou uvedených systémů kružnic této plochy.

V dalším výkladu užijeme ještě dvě pomocné věty, které nyní vyslovíme a dokážeme.

Pomocná věta 1. V rovině budiž dána kružnice k a libovolný bod M , který neleží na kružnici k ; p budiž přímka procházející bodem M tak, že protíná kružnici k v různých bodech E, F . Potom číslo $m = |ME| \cdot |MF|$ nezávisí na volbě přímky p . Náleží-li bod M vnější oblasti kružnice k a je-li T bod dotyku tečny vedené ke kružnici k bodem M , je $m = |MT|^2$.

Důkaz. Nechť $p' \neq p$ je libovolná přímka, která prochází bodem M a protíná kružnici k v různých bodech G, H . Označení bodů zvolme podle obr. 1, 2; potom je $|\sphericalangle EMG| = |\sphericalangle HMF|$, $|\sphericalangle MGE| = |\sphericalangle MFH|$. Proto je $\triangle MGE \sim \triangle MFH (uu)$; z toho plyne, že je

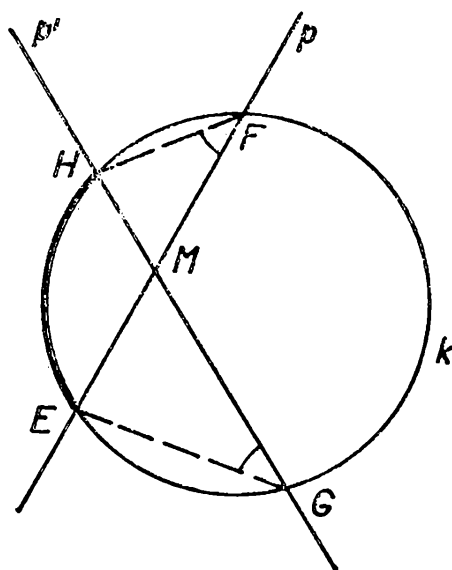
$$\frac{|MG|}{|ME|} = \frac{|MF|}{|MH|}$$

$$|MG| \cdot |MH| = |ME| \cdot |MF| = m. \quad (1)$$

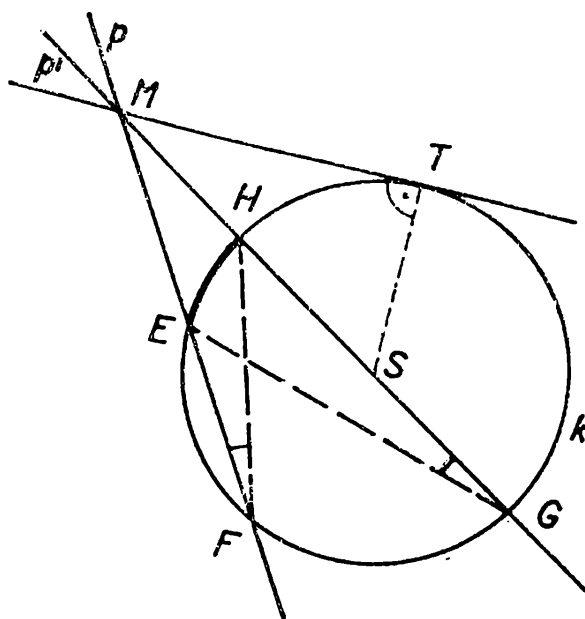
Nechť bod M náleží vnější oblasti kružnice k ; potom je (obr. 2)

$$|MT|^2 = |MS|^2 - |ST|^2 = v^2 - r^2. \quad (2)$$

Zvolme přímku p' tak, aby procházela středem S kružnice k ; označení



Obr. 1



Obr. 2

bodů G, H zvolme tak, že je $|MG| > |MH|$. Potom je $|MG| = v + r$, $|MH| = v - r$, takže

$$|MG| \cdot |MH| = v^2 - r^2. \quad (3)$$

Z rovností (2), (3) a (1) plyne, že je $|MT|^2 = m$.

Pomocná věta 2. Nechť jsou v rovině dány čtyři různé body E, F, G, H tak, že přímky EF, GH jsou různé s průsečíkem M , který je buď vnitřním bodem úseček EF, GH nebo leží na prodloužení každé z nich. Je-li zároveň

$$|ME| \cdot |MF| = |MG| \cdot |MH|, \quad (4)$$

leží body E, F, G, H na kružnici.

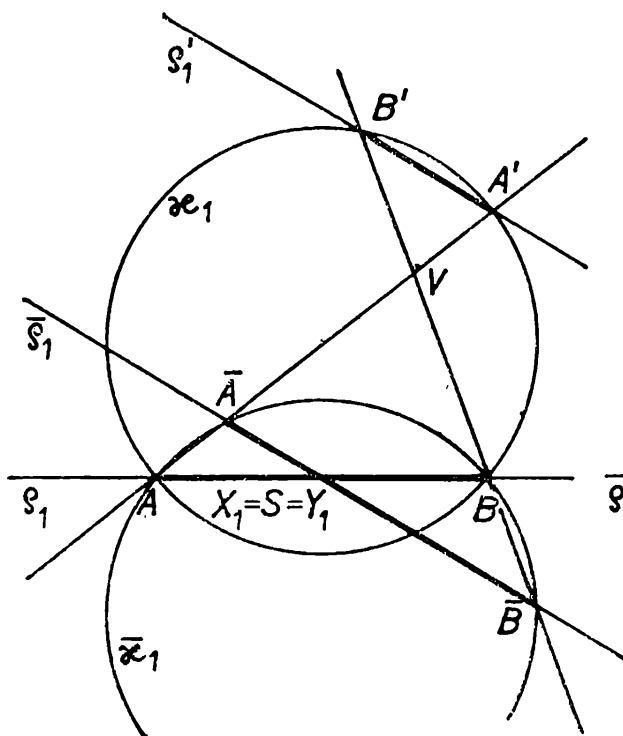
Důkaz. Body E, F, G prochází právě jedna kružnice k , která má s přímkou MG ještě společný bod $H' \neq G$ nebo se dotýká přímky MG v bodu $H' = G$. Podle pomocné věty 1 je

$$|ME| \cdot |MF| = |MG| \cdot |MH'|.$$

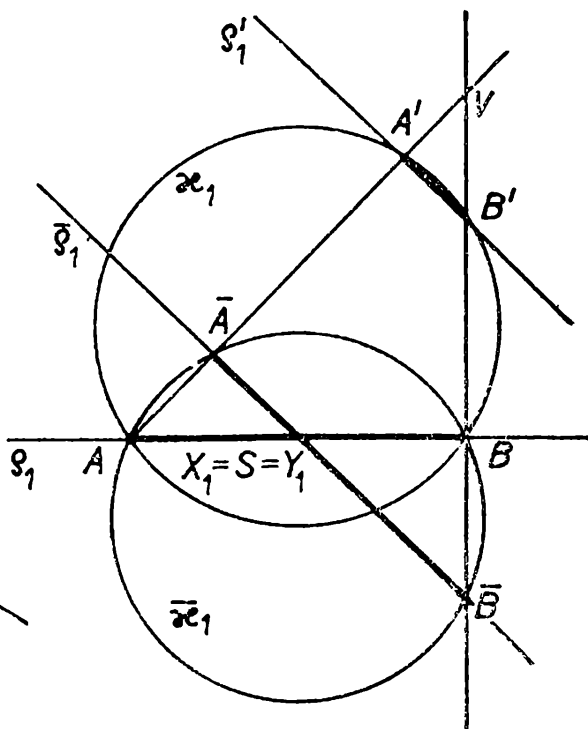
Z toho a z rovnosti (4) plyne, že je $|MG| \cdot |MH'| = |MG| \cdot |MH|$, a tedy $|MH'| = |MH|$. Z toho a z polohy bodu M na přímkách EF, GH plyne, že je $H' = H$. Body E, F, G, H leží tedy na kružnici k .

Věta 3. Nechť k, k' jsou libovolné kružnice kosé kružnicové kuželové plochy K ležící po řadě v rovinách ϱ, ϱ' antiparalelních vzhledem k normálové vrcholové rovině plochy K . Potom kružnice k, k' leží na kulové ploše κ , která má střed v hlavní vrcholové rovině plochy K . Plochy K, κ mají společné jediné body náležející kružnici k , resp. kružnici k' .

Důkaz. Podle věty 2 je plocha K souměrná podle své hlavní vrcholové roviny σ . Podle téže věty je $\varrho \perp \sigma, \varrho' \perp \sigma$. Z toho plyne, že rovina σ protíná kružnici k v bodech A, B a kružnici k' v bodech A', B' tak, že úsečka AB je průměrem kružnice k a úsečka $A'B'$ je průměrem kružnice k' . Je-li V vrchol plochy K , pak zvolme označení bodů A, A', B, B' tak,



Obr. 3



Obr. 4

aby přímka VA splývala s přímkou VA' . Potom VB splývá s přímkou VB' . Rovinu σ zvolme za průmětnu pravoúhlého promítání. Protože je $\varrho \perp \sigma$, $\varrho' \perp \sigma$, je pravoúhlým průmětem roviny ϱ přímka $\varrho_1 = AB$ a pravoúhlým průmětem roviny ϱ' je přímka $\varrho'_1 = A'B'$. Pravoúhlé průměty kružnic k, k' jsou po řadě úsečky $AB, A'B'$ (obr. 3, 4). Na obr. 3 jde o případ, kdy vrchol V leží mezi body A, A' a mezi body B, B' . Na obr. 4 jde o případ, kdy vrchol V leží na prodloužení úseček AA', BB' .

a) Vedme středem S kružnice k (tj. středem úsečky AB) rovinu $\bar{\varrho} \parallel \varrho'$. Protože je $\varrho' \perp \sigma$, je také $\bar{\varrho} \perp \sigma$. Proto pravoúhlým průmětem roviny $\bar{\varrho}$ do roviny σ je přímka $\bar{\varrho}_1 \parallel \varrho'_1$, která prochází středem S . Průsečky roviny $\bar{\varrho}$ s přímkami VA, VB označme po řadě $\bar{A}, \bar{B}$. Podle věty 1 protíná rovina $\bar{\varrho}$ plochu K v kružnici $\bar{k}$; její pravoúhlý průmět do roviny σ je úsečka $\bar{AB}$. Průsečnice rovin $\varrho, \bar{\varrho}$ prochází bodem S a je kolmá k rovině σ (neboť je $\varrho \perp \sigma, \bar{\varrho} \perp \sigma$). Tato průsečnice protíná kružnice $k, \bar{k}$ v jejich společných bodech X, Y ; pravoúhlé průměty X_1, Y_1 bodů X, Y do roviny σ splývají s bodem S . Zároveň bod S náleží vnitřní oblasti kružnice k i kružnice $\bar{k}$. Podle pomocné věty 1 je $|SA| \cdot |SB| = |SX| \cdot |SY|$, $|\bar{S}\bar{A}| \cdot |\bar{S}\bar{B}| = |SX| \cdot |SY|$. Z toho plyne, že je $|SA| \cdot |SB| = |\bar{S}\bar{A}| \cdot |\bar{S}\bar{B}|$.

Podle pomocné věty 2 leží body $A, B, \bar{A}, \bar{B}$ na kružnici; označme ji κ_1 . Její střed leží v rovině σ na ose úsečky AB a na ose úsečky $\bar{A}\bar{B}$. Kružnice κ_1 , je hlavní kružnicí kulové plochy $\bar{\kappa}$, která prochází body $A, B, \bar{A}, \bar{B}$; proto střed plochy $\bar{\kappa}$ splývá se středem kružnice κ_1 . Leží tedy v rovině σ . Řez roviny ϱ s plochou $\bar{\kappa}$ je kružnice k ; řez roviny $\bar{\varrho}$ s plochou $\bar{\kappa}$ je kružnice $\bar{k}$. Plochy $\mathbf{K}, \bar{\kappa}$ mají tedy společné kružnice $k, \bar{k}$.

Nechť M je libovolný společný bod ploch $\mathbf{K}, \bar{\kappa}$. Protože plocha $\bar{\kappa}$ neprochází vrcholem V , je $M \neq V$. Leží-li bod M na průsečnici XY rovin $\varrho, \bar{\varrho}$, splývá buď s bodem X nebo s bodem Y (neboť přímka XY má s plochou $\bar{\kappa}$ společné jen dva různé body X, Y). Nechť tedy bod M neleží na přímce XY . Potom přímka VM plochy $\mathbf{K}$ protíná rovinu ϱ v bodu M_1 kružnice k a rovinu $\bar{\varrho}$ protíná v bodu $M_2 \neq M_1$ kružnice $\bar{k}$. Protože libovolná přímka má s plochou $\bar{\kappa}$ nejvýše dva různé společné body, je buď $M = M_1$ nebo $M = M_2$.

b) Zbývá dokázat tvrzení věty ještě pro kružnice k, k' . Vrchol V leží na prodloužení úseček $A\bar{A}, B\bar{B}$. Podle pomocné věty 1 užití na kružnici κ_1 platí:

$$|VA| \cdot |\bar{V}\bar{A}| = |VB| \cdot |\bar{V}\bar{B}|. \quad (5)$$

Protože je $\bar{\varrho}_1 \parallel \varrho'_1$, je $\triangle V\bar{A}\bar{B} \sim \triangle VA'B'$ (uu), takže je

$$\frac{|\bar{V}\bar{A}|}{|\bar{V}\bar{B}|} = \frac{|VA'|}{|VB'|}$$

$$|\bar{V}\bar{A}| = \frac{|VA'| \cdot |\bar{V}\bar{B}|}{|VB'|}$$

Z toho a z rovnosti (5) plyne, že je

$$|VA| \cdot |\bar{V}\bar{A}| = |VB| \cdot |\bar{V}\bar{B}|$$

Z toho, z polohy bodu V na úsečkách AA', BB' (obr. 3, 4) a z pomocné věty 2 plyne, že body A, A', B, B' leží na kružnici κ_1 . Zbývající část důkazu je stejná jako v odstavci a). Body A, A', B, B' leží tedy na kulové ploše κ , která má střed v rovině σ a má s plochou $\mathbf{K}$ společné jediné body náležející kružnici k , resp. kružnici k' .

Věta 4. Nechť kružnice k ležící v rovině π náleží jednomu ze dvou systémů kružnic kosé kružnicové kuželové plochy $\mathbf{K}$. Nechť κ je kulová plocha, která obsahuje kružnici k a neprochází vrcholem V plochy $\mathbf{K}$. Potom kulová plocha κ má s plochou $\mathbf{K}$ ještě společnou kružnici k' . Tato kružnice k' leží v rovině ϱ , která je antiparalelní k rovině π vzhledem k normálové vrcholové rovině plochy $\mathbf{K}$. Plochy $\mathbf{K}, \kappa$ mají společné jediné body náležející kružnici k , resp. kružnici k' .

Důkaz. Z věty 2 plyne, že rovina π je kolmá k hlavní vrcholové rovině σ plochy $\mathbf{K}$ a protíná tuto rovinu σ v průměru p kružnice k . Z toho plyne, že střed O kulové plochy κ leží v rovině σ . Tato rovina protíná tedy plochu κ v její hlavní kružnici κ_1 , procházející krajními body A, B průměru p . Úsečky VA, VB nejsou shodné. Z jejich shodnosti by totiž plynulo, že plocha $\mathbf{K}$ je rotační, což odporuje předpokladu o této ploše. Protože je $|VA| \neq |VB|$, není aspoň jedna z přímk VA, VB tečnou kružnice κ_1 . Nechť tedy např. přímka VB protíná kružnici κ_1 ještě v bodu $C \neq B$. Plocha κ neprochází vrcholem V ; proto je $C \neq V$. Bodem C prochází právě jedna rovina ρ , která je antiparalelní k rovině π vzhledem k normálové vrcholové rovině plochy $\mathbf{K}$. Rovina ρ protíná plochu $\mathbf{K}$ v kružnici k' . Podle věty 3 leží kružnice k, k' na kulové ploše κ' , která má střed v hlavní vrcholové rovině σ plochy $\mathbf{K}$. Podle téže věty mají plochy $\mathbf{K}, \kappa$ společné jediné body náležející kružnici k , resp. kružnici k' . Rovina σ protíná kulovou plochu κ' v její hlavní kružnici κ'_1 , která prochází body A, B, C . Z toho plyne, že je $\kappa'_1 = \kappa_1$ a tedy $\kappa' = \kappa$.

Poznámka k větě 4. Nechť kulová plocha κ prochází řídicí kružnicí k kosé kružnicové plochy $\mathbf{K}$ a zároveň vrcholem V této plochy. Potom každá přímka plochy $\mathbf{K}$ má s plochou κ společný bod V a bod náležející kružnici k . Jiné společné body plochy $\mathbf{K}, \kappa$ nemají (neboť libovolná přímka má s plochou κ nejvýše dva různé společné body).

Věta 5. Na kosé kružnicové kuželové ploše $\mathbf{K}$ jsou právě dva systémy kružnic. Libovolná kružnice jednoho systému leží v rovině, která je rovnoběžná s rovinou π řídicí kružnice k plochy $\mathbf{K}$. Libovolná kružnice druhého systému leží v rovině, která je k rovině π antiparalelní vzhledem k normálové vrcholové rovině plochy $\mathbf{K}$.

Důkaz. Víme, že uvedené dva systémy kružnic na ploše $\mathbf{K}$ existují. Zbývá dokázat, že jiné kružnice na ploše $\mathbf{K}$ nejsou. Budiž tedy t kružnice, která leží na ploše $\mathbf{K}$, a to v rovině ρ , která není rovnoběžná s rovinou π . Potom rovina $\rho' \parallel \rho$ vedená středem S řídicí kružnice k protíná plochu $\mathbf{K}$ v kružnici k' (věta 1). Kružnice k' má s kružnicí k společný průměr s krajními body C, D . Zvolme na kružnici k' bod $E \neq C, E \neq D$, tj. bod neležící v rovině π kružnice k . Kružnicí k a bodem E prochází právě jedna kulová plocha κ . Rovina $\rho' = CDE$ protíná plochu κ v kružnici procházející body C, D, E . Z toho plyne, že je to kružnice k' náležející ploše $\mathbf{K}$. Plochy $\mathbf{K}, \kappa$ mají tedy společné kružnice k, k' . Z toho a z poznámky k větě 4 plyne, že plocha κ neprochází vrcholem V plochy $\mathbf{K}$. Z toho podle věty 4 plyne, že rovina ρ' kružnice k' je antiparalelní k rovině π vzhledem k normálové vrcholové rovině plochy $\mathbf{K}$.

Řízení procesů

7. Čidla pro číslicové řízení

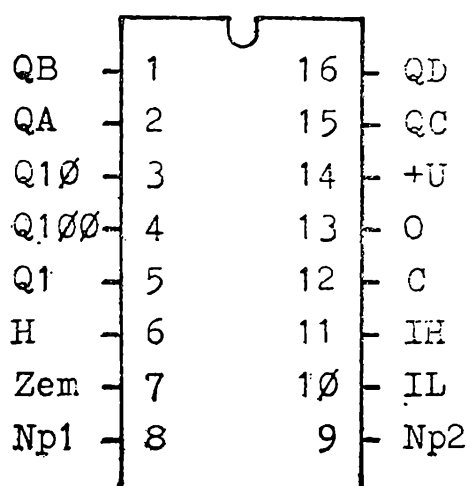
Doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PeF UK v Praze

V pátém dílu seriálu řízení procesů jsme si popsali čidla pro logické řízení. Informace na jejich výstupech byla vyjádřena logickou hodnotou, která značila, je či není-li daný stav (určitá teplota, úroveň osvětlení, sepnutí kontaktu atd.). Pokud bychom pomocí těchto logických čidel řídili proces s ohledem na různé teploty, museli bychom použít více indikátorů teploty, nastavených pevně předem na tyto sledované teploty. Výhodnější proto bude poohlédnout se po čidlech, na jejichž výstupech by informace byla vyjádřena číselnou hodnotou, a v programu řízení procesu bychom vyhodnocovali dosažení různých teplot podle číselných informací z téhož jediného čidla. Protože teplotu, intenzitu osvětlení, velikost proudu atd. dovedeme převádět na velikost napětí, zajímat nás nejprve budou číslicové voltmetry, respektive převodníky elektrického napětí na číselnou hodnotu.

V minulém dílu jsme se seznámili s převodníkem čísla na napětí, s D/A převodníkem. Obráceně A/D převodník, hledaný číslicový voltmetr, bychom mohli postavit s využitím nám již známého D/A převodníku se součástí MDAC 08. D/A převodník bychom doplnili komparátorem dvou napětí — sledovaného měřeného napětí a napětí z D/A převodníku. Pokud by první bylo větší než druhé, bude na výstupu komparátoru logická hodnota jedna a nebude-li větší, bude na výstupu komparátoru logická hodnota nula. Komparátor lze sestavit z libovolného operačního zesilovače, odporů a dvou diod, nebo použít napěťové komparátory MAB 311, MAB 360 a podobné. V programu bychom nastavili hodnotu napětí na D/A převodníku a z komparátoru se dozvěděli, je-li větší či menší než sledované napětí.

Při měření a sledování pozvolných změn napětí bychom po jedné zvětšovali či zmenšovali údaje pro D/A převodník. Pokud by se při této změně změnila i hodnota na komparátoru, znamenalo by to, že měřené napětí je mezi předchozí a nyní nastavenou hodnotou pro D/A převodník.

Měření neznámého napětí se provádí metodou postupného půlení intervalu. Nastavíme hodnotu 128 pro D/A převodník (polovina z rozsahu 0 až 255 pro MDAC 08). Bude-li napětí nižší, interval 0-128 rozpůlíme a porovnáme měřené napětí s napětím odpovídajícím číselné hodnotě 64 pro D/A převodník atd., až takto zjistíme, mezi kterými číselnými hodnotami je měřené napětí. Přitom potřebujeme zajistit, aby se během



Obr. 1

provádění tohoto algoritmu měření sledované napětí neměnilo. K tomu slouží analogová paměť — v podstatě nabití kondenzátoru na hodnotu měřeného napětí a pak měření napětí na tomto kondenzátoru. Analogovou paměť sestavíme opět z operačního zesilovače, kondenzátoru, polem řízeného tranzistoru a několika dalších součástek, nebo použijeme integrovaný obvod vzorkovacího zesilovače MAB 398. Logickou hodnotou se ovládá stav nabíjení a stav pamatování, měření.

Oba popsané algoritmy (zvětšování po jedné či postupného půlení) můžeme provádět programem v jazyku BASIC, nebo rychleji programem ve strojovém kódu. Algoritmus postupného půlení však může řídit k tomu speciálně vyráběný integrovaný obvod MHB 1502 (doplněný MDAC 08, vzorkovacím zesilovačem MAB 398 a napěťovým komparátorem MAB 311). Potom logickou hodnotou dáme MHB 1502 pokyn k začátku měření a sledujeme další logickou hodnotu, kterou nám MHB 1502 sděluje, že si z něho můžeme přečíst přes vstupní port číselnou hodnotu odpovídající změřenému napětí. Číselná hodnota v rozsahu jednoho byte, tedy osmimístného čísla ve dvojkové číselné soustavě; nám pro přesná měření stačit nemusí. Použít však lze i dvanáctimístný (ve dvojkové soustavě) D/A převodník MAC 565 a dvanáctimístný aproximační registr MHB 1504. Můžeme sestavit i řetězec převodníků MDAC 08, kdy jeden určuje referenční napětí pro další převodník (hovoříme o násobících převodnících MDAC 08), kdy přesnost měření můžeme postupně zvětšovat (omezení přesnostmi převodníků a dalších použitých operačních zesilovačů). Tuto posloupnost převodníků MDAC 08 bychom museli řídit programem. Dobu měření řízeného aproximačními registry lze nastavit na desetitisíciny i stotisíciny sekundy pro jedno měření, což bychom ani programem ve strojovém kódu nedosáhli.

Konstrukce i ovládání A/D převodníků využívajících D/A převodníky by, jak lze z předchozího textu usoudit, byla technicky pracná a i progra-

mová obsluha převodníků by nebyla příliš jednoduchá. Použít však můžeme integrovaný odvod C 520D z NDR, který čas od času je v prodejnách Tesla za 165 Kčs k dispozici. Po doplnění několika trimrů, odporů a kondenzátorem poměrně snadno získáme A/D převodník, napájený jediným napětím $+5$ voltů, který připojíme ke vstupnímu portu.

C 520D je integrovaný obvod se šestnácti vývody (viz obrázek 1), který je původně určen ke konstrukci třímístných číslicových voltmetrů v desítkové číselné soustavě se signalizací na třímístném displeji z číslicovek. Činnost displeje přitom C520D sám řídí. To komplikuje programovou obsluhu tohoto voltmetru, kterou se vynahradí relativní jednoduchost technického připojení voltmetru k počítači.

Cifra desítkové číselné soustavy je vyjádřena jako čtyřmístné číslo ve dvojkové soustavě na výstupech QD, QC, QB, QA obvodu C520D. Logická nula na výstupu Q1 znamená, že takto vyjádřená cifra odpovídá jednotkám, na výstupu Q10 desítkám a na výstupu Q100 stovkám. Místo stovek může Q100 vyjadřovat signalizaci znaménka mínus, kdy QA až QD vysílá kód 1010, tedy 10 v desítkové soustavě. Tento údaj i na místě jednotek a desítek znamená překročení nejnižšího měřeného napětí a kód 1011, neboli jedenáct, na místech jednotek, desítek i stovek značí překročení měřeného rozsahu nad největší měřitelnou úroveň. Při základním nastavení oněh — 99 odpovídá — 0.099 V a největší vyjádřitelný údaj, 999 odpovídá 0.999 V. Měřicí rozsah C520D je tak od — 0.1 do 1 voltu. Toto měřené napětí se přivádí na vstupy IH a IL. Pokud nechceme mít komplikace s odstraňováním možných parazitních kmitočtů, spojujeme IL se zemí obvodu (a celého počítače) a IH je vstupem měřeného napětí proti zemi. Vstup O obvodu C520D se přes trimr spojuje se zemí a nastavuje se jím maximum měření (zpravidla 1V). Vstupy Np1 a Np2 se přes odporový trimr spojují s kladným napětím $+5$ V a nastavuje se jím nula měření, tedy 000. Mezi vstup C a $+5$ V se připojuje kondenzátor 220 až 330 nanofaradů, jehož kvalita ovlivňuje přesnost celého měření. Dalším vstupem H lze ovládat režim činnosti. Při H připojeném na napětí větší než 3.2 V měří obvod C520D 48 až 168 krát za sekundu. Při H na napětí pod 0.4 V měří jen 2 až 7 krát za sekundu (abychom na displeji stihli číst měnící se zobrazovaný údaj) a při H na napětí 0.8 až 1.6 V obvod neměří, pouze výstupy Q vysílá poslední změřený údaj. Pro naše potřeby spojíme H s napětím $+5$ V. Napájecí napětí se přivádí na vstupy 7 (zem obvodu) a 14 (napájecí napětí $+5$ V).

Ve schématu na obrázku 2 máme znázorněno zapojení obvodu C 520D a připojení k počítači. Měřicí rozsah napětí je trimrem 68 kiloohmů možno zvětšovat, zpravidla na rozsah od — 1 V do $+10$ V, trimrem u vývodu 0 nastavujeme maximum měření jemněji, než na trimru 68 k. Trimr u vývodů Np slouží k nastavení nuly.



V tabulce 2 je výpis programu v jazyce BASIC pro IQ 151 pro zobrazení měřeného údaje. Záměnou řádku 2110 na GOTO 2000 změníme mikropočítač na pouhý displej k C520D. FunkcíUSR voláme provedení podprogramu ve strojovém kódu od uvedené adresy (dekadicky). Po

PMD 85		I0-151		zápis v jazyce symbolických adres:	
Adr. Kód		Adr. Kód		Návěstí Pokyn	Komentář
7000	21	77D0	21	VOLTY: HL:=ADRESA	;kam ukládá sta
7001	40	77D1	10	-	;od 1. měření
7002	70	77D2	78	-	
7003	06	77D3	06	VOLT2: B:=20	;2.vstup programu
7004	20	77D4	20	-	;maska stovek
7005	CD	77D5	CD	CALL C520D	;čtení voltmetru
7006	19	77D6	E9	-	
7007	70	77D7	77		
7008	77	77D8	77	M(HL) :=A	;uloží stovky
7009	06	77D9	06	B:=40	;maska jednotek
700A	40	77DA	40	-	
700B	CD	77DB	CD	CALL C520D	;čtení voltmetru
700C	19	77DC	E9	-	
700D	70	77DD	77	-	
700E	23	77DE	23	HL =HL+1	;kam dát jednotky
700F	77	77DF	77	M(HL):=A	;uloží jednotky
7010	06	77E0	06	B:=10	;maska desítek
7011	10	77E1	10	-	
7012	CD	77E2	CD	CALL C520D	;čtení voltmetru
7013	19	77E3	E9	-	
7014	70	77E4	77	-	
7015	23	77E5	23	HL:=HL+1	;kam dát desítky
7016	77	77E6	77	M(HL):=A	;uloží desítky
7017	23	77E7	23	HL:=HL+1	;stovky dalšího
7018	C9	77E8	C9	RETURN	;návrat z podprogramu
7019	DB	77E9	DB	A:=PORT0	;port s voltmetrem
701A	8C	77EA	00	-	
701B	4F	77EB	4F	C:=A	;uloží přečtené
701C	DB	77EC	DB	A:=PORT0	;port s voltmetrem
701D	8C	77ED	00	-	
701E	B9	77EE	B9	A-C	;porovná s 1.
701F	C2	77EF	C2	JNZ C520D	;když různé údaje
7020	19	77F0	E9	-	
7021	70	77F1	77	-	
7022	A0	77F2	A0	A:=A AND B	;použije masku
7023	C2	77F3	C2	JNZ C520D	;když jiný řád
7024	19	77F4	E9	-	;čeká na ten svůj
7025	70	77F5	77	-	
7026	79	77F6	79	A:=C	;vybere přečtené
7027	E6	77F7	E6	A:=A AND 0F	;zůstane jen vy-
7028	0F	77F8	0F	-	;jádření cifry
7029	C9	77F9	C9	RETURN	; návrat z podprogramu

Na řádek 7019 doplňte návěstí C520D

Tab. 1

```

2000 REM *** čtení voltmetru ***
2010 W=USR(30672)
2020 A=PEEK(30736)
2030 Z=1
2040 IF A=10 THEN Z=-1: A=0
2050 A=10*A + PEEK(30738)
2060 W=PEEK(30737)
2070 IF W<10 THEN 2090
2080 PRINT"MNOHO": GOTO 2110
2090 A=(10*A+W)/100 * Z
2100 PRINT"ZMÉŘENO ";A;" VOLTU"
2110 RETURN
2120 REM *****

```

Tab. 2

PMD 85 IQ-151 zápis v jazyce symbolických adres:					
Adr.	Kód	Adr	Kód	Návěští	Pokyn Komentář
702A	CD	77FA	CD	M256:	CALL VOLT1 ;1.měření
702B	00	77FB	D0	-	;nastaví HL
702C	70	77FC	77	-	
702D	16	77FD	16	D =FF	;čítač 255 cyklů
702E	FF	77FE	FF	-	
702F	CD	77FF	CD	SM:	CALL VOLT2 ;2.vstup
7030	03	7800	D3	-	
7031	70	7801	77	-	
7032	00	7802	00	nic	;lze zde volat
7033	00	7803	00	nic	;větší zdržení
7034	00	7804	00	nic	
7035	15	7805	15	D:=D-1	;čítač cyklů
7036	C2	7806	C2	JNZ SM	;když nebylo 255x
7037	2F	7807	FF		
7038	70	7808	77	-	
7039	C9	7809	C9	RETURN	;navrát z podprogramu

Tab. 3

návratu je hodnota funkce USR rovna hodnotě akumulátoru A mikroprocesoru. Tato hodnota nás nezajímá, musíme ji však někam přechít (proměnná W), aby počítač nehlásil syntaktickou chybu. Funkcí PEEK pak čteme z paměťových buněk jednotlivé cifry, kam nám je strojový podprogram uložil. Současně sledujeme i kódy značící minus či překročení rozsahu.

V tabulce 3 je podprogram ve strojovém kódu, který 255 krát přečte a do paměti uloží údaje z C250D. Případným zdržením dalším podprogramem lze snížit rychlost čtení voltmetru. Potom programem v jazyce BASIC pro PMD 85 v tabulce 4 můžeme postupně převzít výsledky

```

3000 REM *** MĚŘENÍ ****
3010 W=USR(28714)
3020 REM *** ZOBRAZENÍ GRAFU ****
3030 AD=28736
3040 GCLEAR
3050 SCALE 0,255,-1,10
3060 AXES 0,0
3070 MOVE -1,0
3080 FOR X=0 TO 255
3090 A=PEEK(AD)*100+PEEK(AD+2)*10+PEEK(AD+1)
3100 IF PEEK(AD)=10 THEN A=1000-A
3110 AD=AD+3
3120 PLOT X,A/100,1
3130 IF A>1000 THEN DISP"MINO OBRÁZOVKU"
3140 NEXT X
3150 REM ****

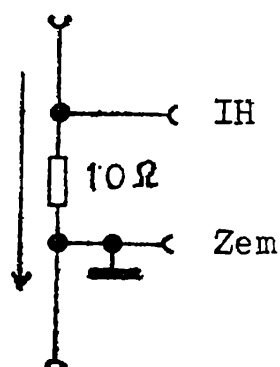
```

Tab. 4

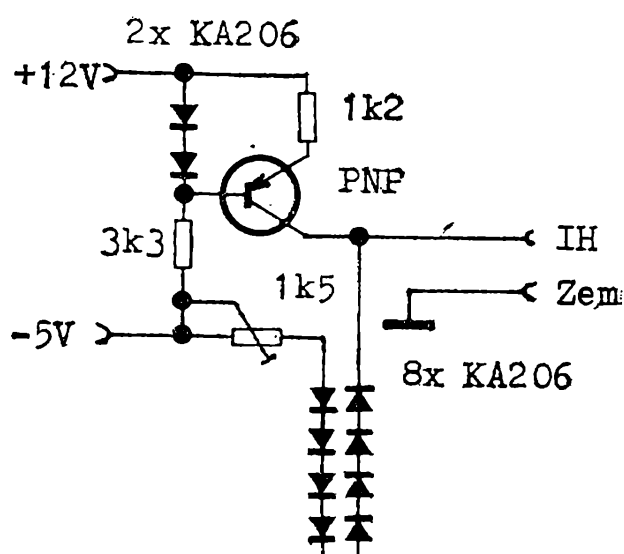
všech 255 měření a graficky je zobrazit. Jistě umíte napsat další programy pro statistické zpracování, korekce, výpočty chyb při měření atd., i upravit programy pro měření více než 255 hodnot (ty se hodily ve strojovém kódu i v grafice počítače PMD 85).

Změřené hodnoty nemusíme jen signalizovat, graficky zobrazovat a statisticky zpracovávat. Podle změřených hodnot můžeme řídit procesy, rozhodovat, větvit programy atd. K tomu nestačí jen měření napětí. Doplněním odporu 10 ohmů podle obrázku 3 změním C520D na miliampérmetr (— 10 mA až 100 mA), při 1 ohmu na ampérmetr, při větším odporu na mikroampérmetr atd.

Pomocí takřka lineárních změn úbytku napětí na křemíkové diodě (či přechodu báze — emitor křemíkového tranzistoru) v závislosti na teplotě, který bývá zvětšován operačním zesilovačem, lze voltmetr



Obr. 3



Obr. 4

doplnit na lineárny číslicový teploměr. Zesílení úbytků napětí lze snadno získat spojením více diod za sebou. Takovéto jednoduché zapojení teploměru (převodníku teplota — napětí a pak s C520D napětí — číslo) ukazuje obrázek 4. Tranzistor, zbývající dvě diody a odpory tvoří stabilizátor pro měření, využívající pomocná napětí $+12\text{ V}$ a -5 V z mikropočítače. Vstup C520D je IH, nebo pro větší rozsah trimr 68k z obrázku 2. Trimrem 1k5 z teploměru spolu s trimry u C520D lze nastavit nulu a číselný údaj ve stupních Celsia. Nemusíme však nic nastavovat. Stačí udat počítači dvě hodnoty teploty na čidle teploměru a program by si nulu a měřicí rozsah dopočítával sám.

Pokud vstup z obrázku 2 spojíme s pevným napětím 1 V a trimr (potenciometr) 68k spojíme s otočným mechanismem, lze s C520D také zjišťovat polohu daného mechanismu, zaměření směru pro geodetická měření a podobně. Rozlišovací schopnost — 99 až 999 plus mínus jedna pro mnoho aplikací plně vyhoví.

FYZIKA

Meranie teploty včelých úlov termistormi

Ing. FRANTIŠEK JANŮ, Liptovský Mikuláš

IGOR CHRAPAN, Bratislava

V tomto článku využijeme fyzikálne poznatky na vyriešenie konkrétneho problému, ktorý dozaista tlačí aj tých vašich známych, ktorí prepadli užitočnej vášni — včelárstvu. V encyklopédiach sa dočítame, že včelárstvo je poľnohospodárske odvetvie, založené na chove včely medonosnej. Patrí do oblasti špeciálnej zootechniky a zároveň je veľmi úzko späté s rastlinnou výrobou. Navyše všetci dobre vieme, že včelárstvo je aj vďačnou oblasťou amatérskej záujmovej činnosti.

Vlastnosti včelieho medu už od pradávna neocceňujú len zvieratá, napríklad med-ved = medveď. Sú doklady o tom, že ľudia už pred pätnástimi tisícročiami vyhľadávali stanoviská divých včiel a oberali ich o sladký med a vosk. Neskôr ľudia, aby nemuseli včelstvá práce vyhľadávať, stavali pre ne príbytky — úle. Vývoj úlov sa začínal napodobením prírodných podmienok — bútlavín a skalných dutín — vznikli úle s nerozoberateľným dnom: brte, kláty, dlabáky, figurálne a košové úle. Revolučným krokom vo včelárstve bolo vynájdenie rámkov. Za-

2. mající nějaký vztah k potenciálu; v. t. ekvipotence, potenciometr

POTENCIOMETR (slož. ze zkráceného slova *potenciál* = výkonnost + + řec. *metron* = měřidlo, míra; v. -metr¹) — není to přístroj, který „potenciál — výkonnost měří, zjišťuje“, ale který „výkonnost odměřuje, dávkuje, stanoví“

POZITIV (z lat. *positivus* = stanovený, daný; od *pono*, -ere, ptc. pf. *positus* = klást, pokládat; v. expozice) — „klad“ (v. pozitivní); skutečný obraz fotografovaného předmětu se shodnými hodnotami světél a stínů; opak: negativ; **POZITIVNÍ** — 1. kladný, jako opak k „záporný — negativní“ (např. odpověď, stanovisko, lékařský nález); 2. založený na skutečnosti a zkušenosti, skutečně zjištěný, dokázaný (např. vědomosti, fakta); 3. týkající se pozitivu;

POZITRON (slož. ze zkráceného výrazu „pozitivní“, v. t. + -tron — přípona analogicky utvořená podle „elektron“, zde pro termíny částic; v. -tron) — elementární částice s kladným nábojem

PRAENOVA, PRENOVA (slož. z lat. *prae* — zde: před, napřed, dříve; v. *pre-* + *novus* = nový; v. *nova*) — stav nový před pozorovatelným vzplanutím; srov. *nova* a *postnova*

PRAKTICKÝ (z řec. *praktikos* = pracovitý, činný; od *prassó* = pořizovat, konat, provádět; srov. „praktikovat“) — 1. jsoucí ve vztahu k praxi, z praxe vyplývající, na praxi založený (opak: teoretický); 2. reálný, skutečný, uskutečnitelný; 3. (o člověku a o jeho povahových vlastnostech nebo jednání) mající pochopení pro skutečnost, vhodně využívající okolností a obratný v jednání; 4. (o věci) sloužící dobře určenému účelu, dobře použitelný, vhodný, účelný; **PRAKTICKÁ** cvičení z fyziky, z chemie apod. — žáci v nich mají získat zručnost, obratnost; mají si v praxi ověřit teorii; v. t. praxe

PRAXE (z řec. *praxis*; od *prassó* = pořizovat, konat, provádět; v. praktický) — 1. práce, konání (opakem: teorie, která původně znamená jen „pozorování“); 2. obvyklý způsob jednání, zavedený postup; 3. provádění určitého úkonu nebo činnosti v určitém oboru jako cvičení pro nabytí zručnosti, pro zaučení; 4. činnost v určitém oboru vůbec; 5. zkušenost, zručnost, zběhlost

PRE- (z několikavýznamového lat. příslovce a předložky *prae-*) — počáteční část složených slov mající několikerý význam shodný s latinou: 1. (místně) před, vpředu, dopředu; v. *precese*, *precipitace*, *predikát* 2. (časově) před, napřed, dříve; v. *praenova*, *preparát* 3. „před jinými“, tj. velmi, pře-; v. *pregravace*

PRECESE (*pre* — zde: vpředu + lat. *cedo*, -ere, ptc. pf. *cessus* = kráčet; v. *proces*) — ve fyzice: krouživý pohyb volné osy otáčejícího se tělesa, na které působí vnější dvojice sil; **PRECESNÍ** pohyb

PRECIPITACE (z lat. *praecipitatio*; od *praeceps*, *cipis* = hlavou napřed, po hlavě, střemhlav; slož. z *prae* — zde: dopředu + *caput*,

-itis = hlava; v. rekapitulace) — „řícení, zřícení, spád“; srážení; reakce, při které se látka sráží (z roztoku se vylučuje sraženina); PRECIPITÁT — sraženina; speciálně: 1. fosforečnan vápenatý, připravovaný srážením roztoku chloridu vápenatého; s uhličitanem tvoří směs — pícní vápno — kostní precipitát; 2. rtuťnaté sloučeniny, vzniklé srážením roztoku s kyslíčnickem rtuťnatým (červený precipitát — kyslíčnick rtuťnatý; bílý precipitát — užívaný v kožním lékařství)

PREDIKÁT (z lat. *praedicatus*, ptc. pf. od *praedico*, -are; *prae* — zde: před, dopředu + *dico*, -are = slavnostně ohlásit) — „veřejně vyhlášené“, „rozhlášené“; posudek; titul, přídomek; znak (slovo, skupina slov) označující nějaký základní vztah mezi objekty.

PREGRAVACE (*prae* — zde: velmi, pře- + *gravis* = těžký; v. gravitace) — přetíženost, přetížení, nadměrné zatížení

PRENOVA v. PRAENOVA

PREPARÁT (z lat. *praeparatus*, ptc. pf. od *praeparo*, -are; slož. z *prae* — zde: napřed, dříve + *paro*, -are = připravovat, strojit, chystat; v. aparát) — „předmět předem připravený k pozorování“; trvale upravený, konzervovaný předmět pro pozdější studijní účely; umělý přípravek; předmět uměle připravený k lékařským nebo vědeckým účelům.

PRESBYOPICKÝ (slož. z řec. *presbys* = stařec + *op-* — slovesný kmen od *horaó* = vidět; v. optika) — „vidící jako stařec“; PRESBYOPICKÉ oko — které ve stáří ztratilo pružnost a zůstává trvale zploštěno; PRESBYOPIE — stařecká dalekozrakost

PREZENCE (z lat. *praesentia*; od *praesens*, -antis = přítomný) — přítomnost, účast při něčem; opak: absence

PRIMA (z lat. *primus* = první) — „první v pořadí“; první třída bývalých středních škol; první stupeň diatonické stupnice; v. t. primární, primitivní, princip

PRIMÁRNÍ (z lat. *primarius* — náležící k prvním osobám nebo věcem; od *primus* = první; v. prima) — prvotný, prvotní, základní, hlavní; PRIMÁRNÍ částice — těžká původní částice; PRIMÁRNÍ síť — dálková, spojující velké oblasti (je proto „prvořadá“, hlavní); srov. sekundární a terciární.

PRIMITIVNÍ (z lat. *primitivus* = první, prvotní; od *primus* = první; v. prima) — prvotní; stojící na prvním, tj. na nejnižším stupni společenskokulturního vývoje; velmi prostý, jednoduchý, nesložitý

PRINCIP (z lat. *principium* = začátek, základ; slož. z *primus* = první; v. *prima* + *capio*, -ere = brát, chytat; v. akceptor — „vzetí začátku“; základní myšlenka, zásada; ve fyzice: základní zákon, z něhož možno odvodit další zákony příslušného vědního oboru

PRIORITA (z latiniz. *prioritas*, od *prior* = 1. přednější, přední (o místě); 2. dřívější (o čase a pořadí); 3. přednější, vzácnější (o ceně a důstoj-

nosti) — časová přednost a právo z ní vyplývající; přednostní nárok vůbec; prvenství; úkol mající přednost

PRO-¹ (z řec. nebo lat. *pro* = před) — předpona mající význam: 1. před, vpředu, napřed, dopředu (o místě); v. problém, procedura, proces, produkce, produkt, projekce, protenzivní, protubuanace; recipocita, reprodukce

2. před, dříve (o čase); srov. PROLOG (řec. *logos* = slovo, řeč) — „slovo napřed“, předmluva; v. t. program

PRO-² (z lat. *pro* = pro, za, podle, jako) — předpona mající význam: 1. k ochraně, ve prospěch; srov. PROTEKCE (lat. *tego*, -ere = krýti) — „pokrytí“, ochrana

2. zastupování, náhrada, odplata; srov. PRODĚKAN — zástupce děkana; v. t. procento, profil, promile

3. ve shodě s něčím; na základě něčeho; v. t. proporce

PROBLÉM (z řec. *probléma*, -atos; slož. z *pro*-¹, v. t. + *balló* = házet, vrhat; v. balistika) — „to, co je předhozeno“ k řešení jako sporná otázka

PROCEDURA (slož. z lat. *pro*-¹, v. t. + *cedo*, -ere = kráčet; prostřednictvím franc. *procédure*, v. proces) — „kráčení vpřed“; postup při nějakém konání, podnikání, řízení apod. (zpravidla složitější)

PROCENTO (slož. z lat. *pro*-², v. t. + *centum* = sto; v. centi-) — „na sto, ze sta“; stý díl, setina celku — čísla považovaného za základ; množství připadající na stý díl celku; srov. promile

PROCES (z lat. *processus*, od *procedo*, -ere; slož. z *pro*-¹, v. t. + *cedo*, -ere, ptc. pf. *cessus* = kráčet; srov. RECESE — ustoupení, tj. od obvyklých mravů; re- = zpět) — postupování, postup, průběh; plynulé dění, děj plynule se vyvíjející; zákonitá, postupná změna jevu, jeho přechod v jiný děj; soudní řízení závažnější povahy; v. t. exces, precese, procedura

PRODUKCE (z lat. *productio*; od *produco*, -ere, ptc. pf. *productus*; slož. z *pro*-¹, v. t. + *duco*, -ere = táhnout, vést; v. indukce) — „vyvedení, vypěstování“; výroba určitých předmětů; souhrn výrobků; předvádění nějakých výkonů (hudebních, uměleckých apod.); v. t. reprodukce

PRODUKT (z ptc. pf. *productus*) — „vyvedené, vypěstované, vyrobené“; výrobek; předmět vzniklý výrobním procesem; látka vzniklá nějakým pochodem fyzikálním, biologickým apod.; zplodina

PRODUKT (z ptc. pf. *productus*) — „vyvedené, vypěstované, vyrobené“; výrobek; předmět vzniklý výrobním procesem; látka vzniklá nějakým pochodem fyzikálním, biologickým apod.; zplodina

PRODUKTIVITA — výrobní schopnost; účinnost práce vynakládané při tvorbě určitých hodnot

PROFIL (slož. z lat. *pro*-², v. t. + *filum* = nit, vlákno, struna; v. bifilární) — předmět naznačený „jako nití“ po okraji; obrys; pohled na

tvář ze strany; ve fyzice a matematice: obrys příčného průřezu; kolmý průřez; myšlený nebo graficky vyznačený řez jakýmkoliv předmětem

PROGRAM (slož. z řec. *pro*⁻¹, v. t. + *grafó* = rýti, psát; v. -gram) — „napsané předem“; předem stanovený pořad; PROGRAMÁTOR (v. -or) — sestavovatel programu

PROJEKCE (z lat. *proiectio*; slož. z *pro*⁻¹, v. t. + *iacio*, -ere = házet, vrhat; srov. INJEKCE — „vhození dovnitř“, vbodnutí; *in* = do) — „házení (metání) dopředu“ světelných paprsků, myšlenek apod.; promítání; ve fyzice: zobrazování osvětleného předmětu na stínidlo nebo matnici; v. t. diaprojekce, epiprojekce; PROJEKČNÍ — promítací; PROJEKT — „předhozené, dopředu postavené, představené“; návrh, plán; v. t. objekt, subjekt; PROJEKTOR (v. -or) — přístroj na promítání; světlomet; v. t. ejektor

PROMILE (slož. z lat. *pro*⁻², v. t. + *mille* = tisíc; v. mili-) — „na tisíc, z tisíce“; tisíci díl, tisícina celku — čísla považované za základ; množství připadající na tisíci díl celku; srov. procento

PROPORCE (z lat. *proportio*, a to z „*pro portione*“ = v poměru; slož. z *pro*⁻², v. t. + *portio*, -onis = určitý díl, podíl, část; srov. PORCE — dávka) — „podle podílu“, „poměr“; rozměry dané vzájemným vztahem, poměrem jednotlivých složek; tento jejich vztah

PROTAKTINIUM (slož. z řec. *prótos* = nejpřednější, první; v. *proton* + *aktis*, *aktinos* = paprsek; v. aktinium) — „první aktinium“ (vystihuje se tím skutečnost, že je to mateční látka prvku aktinia)

PROTENZIVNÍ (slož. z lat. *pro*⁻¹, v. t. + *tendo*, -ere, ptc. pf. *tensus* = pnout, napínat, natahovat, kvapně táhnout, směřovat, spěchat; v. intenzita) — „usilující o pohyb, směr dopředu; směřující dopředu“; PROTENZIVNÍ veličina — čas jakožto veličina, která se trvale a spojitě mění, ale nelze ji reprodukovat zpětně

PROTON (z řec. *prótos* = nejpřednější, první) — „prvotní“ částice; ta první hmota neboli prahmota; atomové jádro vodíku s kladným nábojem. (Při tvoření tohoto termínu Rutheford ještě nevěděl, že vedle protonu jsou v jádru také neutrony.) V. t. antiproton, protaktinium, protoplazma. Pozn.: „Tvar „próton“ je střední rod k „*prótos*“; koncové -on se pak stalo analogickou příponou v termínech pro částice; v. -on.

PROTOPLAZMA (slož. z řec. *prótos* = nejpřednější, první; v. *proton* + *plasma*, -atos = „něco uhněteného z hlíny“; v. plazma) — „prvotní“, základní živá hmota

PROTOTYP (slož. z řec. *prótos* = nejpřednější, první; v. *proton* + *typos*; od *typtó* = tepat, bít; v. typ) — prvotní model, první výrobek určený k ověření; ve fyzice: základní hodnota jednotky v soustavě měr

PROTUBERANCE (od lat. *protubero*, -are; slož. z *pro*⁻¹ — zde ve

vedenie rozoberateľných úlov s rámkami bol počiatok racionálneho včelárstva. A nebolo to tak dávno; racionálne včelárstvo trvá rovnako dlho, ako fyzika ako ucelená vedná disciplína, obe majú asi tri storočia.

V 20. storočí sa prehĺbili a systematizovali poznatky z biológie a patológie včely medonosnej, vypracovali sa intenzifikované pracovné postupy, vznikli priemyselné včelárske veľkochovy. To samozrejme ovplyvnilo aj požiadavky, kladené na úle: musia umožniť včelstvu celoročne udržať mikroklimu vhodnú na prežitie, rozmnožovanie a požadovanú užitosť a z prevádzkového hľadiska musia dobre slúžiť na výrobu včelích produktov, ktorými sú: med, vosk, materská kašička, včelí jed, propolis a peľ ako obnôžky. Pritom treba zohľadniť, že včelstvo má v zime okolo 20 000 príslušníkov a že v sezóne sa tento počet strojnásobí.

Životne dôležitou podmienkou produktívnej činnosti včelstva je stála a rovnomerná teplota v úle. Včely sa ju snažia udržať, ale vonkajšie podmienky im to nie vždy umožnia. Aby im mohol v tomto smere včelár pomáhať, musí teplotu v úloch poznať, a to najradšej spojí v čase a priestore.

Nepretržitý zápis teplôt dnes nie je technický problém. V celom priestore úľa súvisle poznať teplotu nemožno. Dajú sa však vytypovať body, ktorých teplota dá obraz o teplote v životne dôležitých miestach úľa. V ďalšom navrhujeme zariadenie, ktoré túto úlohu splní.

Rámcové požiadavky

Meranie teploty v úloch, prípadne v jednotlivých miestach plástov, vyžaduje:

- minimálne rozmery senzora
- dobrú citlivosť zariadenia
- minimálne rušenie včiel
- jednoduchú obsluhu
- spoľahlivú celoročnú prevádzku

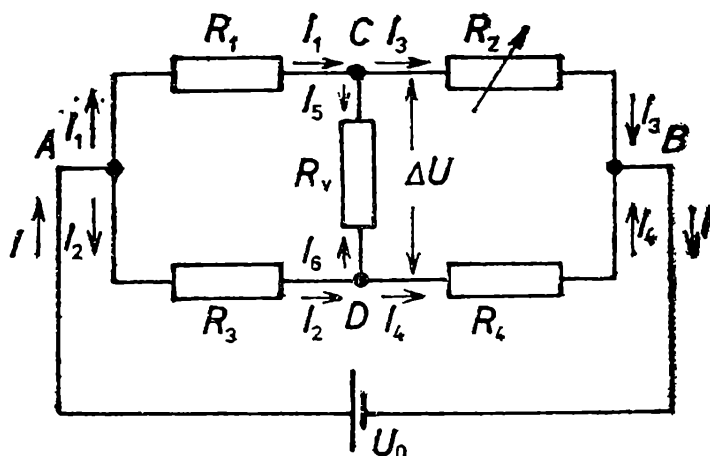
Tieto požiadavky môžu splniť nasledujúce senzory:

- termočlánky
- kovové odpory, závislé od teploty
- termistory

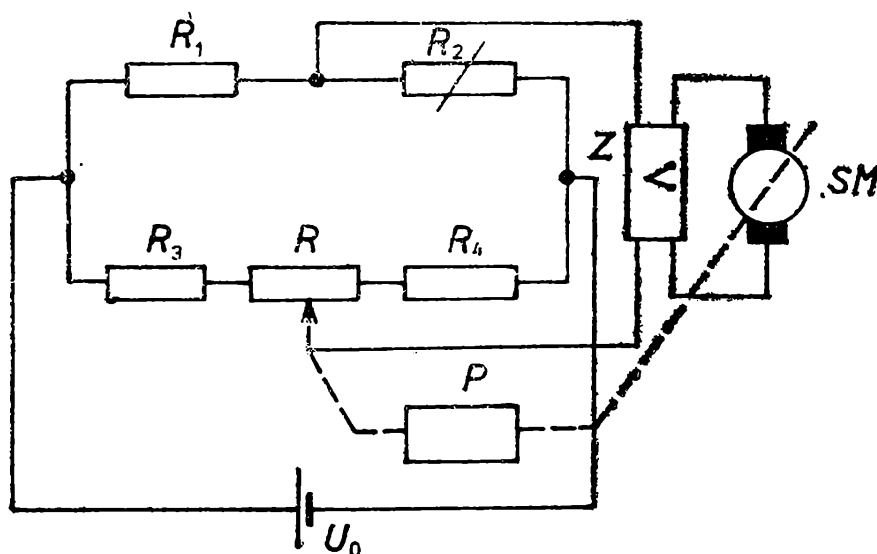
Zdanlivo najvhodnejšie sú termočlánky. Sú priamo zdrojom elektromotorickej sily. Ich termoelektromotorické napätie je pre nevelký rozsah teplôt (niekoľko stupňov celzia) pomerne tvrdé (lineárne úmerné rozdielu teplôt). Ich nevýhodou je však nedostupnosť v obchodnej sieti a potreba zvláštneho termostatu, aby studené konce termočlánkov mali stálu teplotu.

Kovové odpory majú výhodnú lineárnu teplotnú závislosť, nevyrábajú sa však v miniatúrnom provedení a majú malú citlivosť.

Termistory sú dostupné aj v miniatúrnych rozmeroch a majú dostatočnú tepelnú citlivosť. Ich nevýhodou je, že vyžadujú externé zdroje



Obr. 1



Obr. 2

elektromotorického napätia a majú exponenciálny priebeh závislosti odporu od teploty. V ďalšom sa zameriame na zariadenie, postavené na perličkových termistoroch v obchodnej sieti dostupných pod označením 12 NR 08.

Zapojenie termistorov ako senzorov

Termistory 12 NR 08 majú pri teplote 25 °C rozsah odporu od troch do desiatich kiloohmov. Treba ich zapojiť do mostíka s možnosťou vyvažovania. Takto sa dosiahne zameniteľnosť jednotlivých meracích uzlov. Zmenou teploty termistora, ktorý sa nachádza v mieste merania teploty, sa naruší elektrická rovnováha príslušného mostíka. Zmenu odporu termistora možno previesť na registračné zariadenie v podstate dvoma spôsobmi:

- napätie, ktoré vzniklo porušením rovnováhy mostíka (ΔU), meriame meracím prístrojom. (Schéma na obr. 1.) Výhodou je jednoduchosť, nevýhodou nelinearita stupnice.
- kompenzáciou mostíka servomotorom, podľa obr. 2. Výhodou je linearita stupnice, nevýhodou technická zložitosť a vysoká cena.

Obmedzíme sa na rozbor prvého prípadu. Podľa Kirchhoffovho zákona prúdu v bode C (obr. 1) platí:

$$I_1 = I_3 + I_5 - I_6$$

a v bode D

$$I_2 = I_4 + I_6 - I_5.$$

Pre rozdiel potenciálov v bodoch C a D

$$\varphi_C - \varphi_D = R_V I_5 = -R_V I_6$$

a v bodoch A, C, B, D

$$\varphi_A - \varphi_C = I_1 R_1, \quad \varphi_A - \varphi_D = I_2 R_3,$$

$$\varphi_C - \varphi_B = I_3 R_2, \quad \varphi_D - \varphi_B = I_4 R_4,$$

sčítaním dostaneme

$$\varphi_A - \varphi_B = I_1 R_1 + I_3 R_2, \quad (1)$$

$$\varphi_A - \varphi_B = I_2 R_3 + I_4 R_4. \quad (2)$$

Do rovnice (1) dosadíme za I_1

$$\varphi_A - \varphi_B = I_3 R_2 + R_1 (I_3 + I_5 - I_6),$$

dosadením za I_5 a I_6

$$\varphi_A - \varphi_B = I_3 R_2 + R_1 \left(I_3 + 2 \frac{\varphi_C - \varphi_D}{R_V} \right),$$

po dosadení za I_3

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{\varphi_C - \varphi_D}{R_2} (R_2 + R_1) + 2R_1 \frac{\varphi_C - \varphi_D}{R_V},$$

$$U_0 = \frac{\varphi_C - \varphi_D}{R_2} (R_2 + R_1) + \frac{2R_1}{R_V} \Delta U,$$

teda

z toho určíme ΔU :

$$\Delta U = [U_0 R_2 R_V - R_V (\varphi_C - \varphi_D) (R_2 + R_1)] \frac{1}{2R_1 R_2}. \quad (3)$$

Do rovnice (2) dosadíme za I_2

$$\varphi_A - \varphi_B = I_4 R_4 + R_3 (I_4 + I_6 - I_5),$$

dosadením za I_5 a I_6

$$\varphi_A - \varphi_B = I_4 R_4 + R_3 \left(I_4 - 2 \frac{\varphi_C - \varphi_D}{R_V} \right),$$

po dosadení za I_4

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{\varphi_D - \varphi_B}{R_4} (R_4 - R_3) - 2R_3 \frac{\varphi_C - \varphi_D}{R_V},$$

teda

$$U_0 = \frac{\varphi_D - \varphi_B}{R_4} (R_4 + R_3) - \frac{2R_3}{R_V} \Delta U,$$

z čoho určíme ΔU

$$\Delta U = U_0 R_4 R_V - R_V (\varphi_D - \varphi_B) (R_4 + R_3) \frac{1}{2R_3 R_4}. \quad (4)$$

Z (3) vyjadrieme φ_C a zo (4) φ_D :

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{U_0 R_2 R_V - 2R_1 R_2 \Delta U}{R_V(R_1 + R_2)},$$

$$\varphi_D = \varphi_B + \frac{U_0 R_4 R_V - 2R_3 R_4 \Delta U}{R_V(R_3 + R_4)},$$

odčítaním oboch rovníc dostaneme po úprave $\Delta U =$

$$= \frac{U_0 R_V (R_2 R_3 - R_1 R_4)}{R_V(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + 2R_1 R_2(R_3 + R_4) - 2R_3 R_4(R_1 + R_2)}.$$

Teplotná závislosť odporu termistora

Odpor termistorov sa mení s teplotou exponenciálne. Výrobca udáva pre túto zmenu experimentálne zistený vzťah:

$$R_T = R_{25} \cdot e^{-B(\frac{1}{298} - \frac{1}{T})}$$

kde R_{25} je odpor termistora pri teplote 298 K, e je základ prirodzených logaritmov, T teplota v kelvínach a B konštanta, charakterizujúca typ termistora. Udáva sa v kelvínach tak, aby bol exponent bezrozmerné číslo. Výrobca udáva pre jednotlivé typy termistorov intervaly, v ktorých sa hodnoty týchto parametrov pohybujú. Tak pre termistor 12 NR 08 je R_{25} z intervalu 3 až 10 kiloohmov a B sa mení od 2700 K do 3500 K. Pre konkrétny termistor sa hodnoty týchto parametrov za normálnych prevádzkových podmienok nemenia.

Záverčné poznámky

Stupnica indikátora chybového napätia, ciachovaná v stupňoch celzia, bude značne nelineárna, aj keď v prípade včelstiev má zmysel merať teplotu v úloch v rozpätí 0 °C až 40 °C. Ak sú včely na teploty z tohto intervalu pripravené, ak nimi nie sú prekvapené, neohrozia ich život.

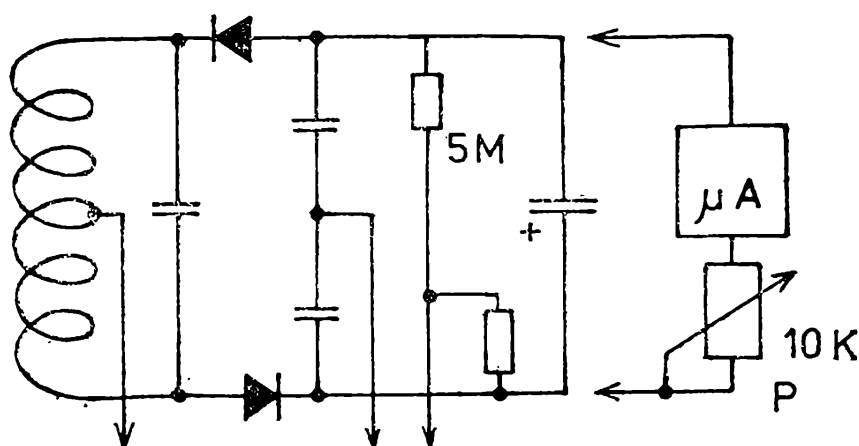
Merací rozsah na indikačnom prístroji možno nastaviť voľbou odporov. Potenciometer R_2 sme volili tak, aby sa na ňom dala nastaviť hodnota blízka jednej z krajných hodnôt odporu termistora tak, aby sa dal mostík pohodlne vyvážiť, keď sme R_3 a R_4 volili s rovnakými nominálnymi hodnotami (10 kiloohmov). Termistor napájame monočlánkom. Okamžitú teplotu čítame na milivoltmetri, ciachovanom v stupňoch Celzia. Jeden termistor, zapojený v jednom opísanom mostíku umožňuje zistiť po pripojení na merací prístroj teplotu v ktoromkoľvek čase, ale len na jednom mieste. Teplotu na viacerých miestach možno zistiť postupným zapojením ďalších, už predom do význačných miest nainštalovaných termistorov, zapojených v jednotne pri 0 °C vyvážených mostíkoch. Merací prístroj a všetky mostíky môžu byť zabudované do jedného celku, ku ktorému sú mnohovodičovým káblom s viacnožovým konektorom pripojené termistory.

Zariadenie dáva možnosť snímať na diaľku hodnoty v rôznych bodoch v pomerne veľkom objeme rozloženého teplotného poľa. Malá tepelná kapacita použitých termistorov a možnosť rýchleho prepínania termistorov na milivoltmeter, dávajú obraz o dynamike tohto poľa. Súčasná elektronika dáva široké možnosti zdokonaľiť záznamovú a vyhodnocovaciu časť takéhoto „priestorového teplomera“. To však už prenechávame vašej rzučnosti, milí nápadití čitatelia.

Proutkaření bez proutku a bez virgule

Ing. V. PATROVSKÝ, CSc., Praha

Ačkoliv hledání pramenů, rudných i vodních žil a dnes i geologických anomálií pomocí biofyzikálního jevu s použitím proutku je známé odedávna a je potvrzeno množstvím výsledků, podstata není dosud uspokojivě vysvětlena. Již v 17. století však bylo známo, že se proutek v rukou operátora nepohybuje sám od sebe, ale že pohyb je způsoben nevědomou svalovou křečí. Až sem dospěli fyzikové, ač jde o poznatek starý 200 let (*Kircher, Caesius, Vallemont*), dále ovšem vidí jen fyziolog nebo biofyzik. Není úkolem tohoto článku vést nějakou diskusi, ale ukázat, že reakci proutkaře lze plně nahradit fyzikálním způsobem. Jsou např. známy geofyzikální metody neelektrické i elektrické, tyto poslední pak třeba jako měření změn elektrické vodivosti půdy, metoda spontánní polarizace, metody magnetometrické apod. Koncem padesátých let však zjistil *J. Wüst a E. Hartmann*, že nad geologickými anomáliemi nastává absorpce či mizení velmi krátkých elektromagnetických vln (nad 50 MHz). Vyzkoušel jsem tuto metodu v létě 1985 a znovu ji mnohokrát demonstroval následující rok. Byla též úspěšně konfrontována s reakcí proutkaře. Studenti a zájemci si mohou tuto metodu sami vyzkoušet, a to nejlépe na březích řek, potoků a rybníků, při přechodu přes potok i jinde v terénu. K provádění potřebujeme citlivý tranzistorový přijímač s rozsahem velmi krátkých vln. Vyladíme vysílač středního výkonu při anténě vysunuté asi na polovic, přijímač držíme co nejdale od těla a zvolna kráčíme terénem. Pásmo mizení příjmu jsou velmi ostrá, ovšem mizí a slábnou za sucha a naopak není vhodné provádět pokusy po dešti. Pro přesnější a citlivější indikaci je nutno k přijímači připojit ručkový indikátor s rozsahem do 20 μA s regulátorem citlivosti. 10 K. Připojení se provede na elektrolytický kondenzátor nebo na obě diody poměrového FM detektoru v přijímači podle obr. 1. Schéma našeho přijímače bychom měli mít od výrobce, připojení ovšem může dělat jen ten, kdo má určité zkušenosti v elektronice. Autorovi se osvědčil



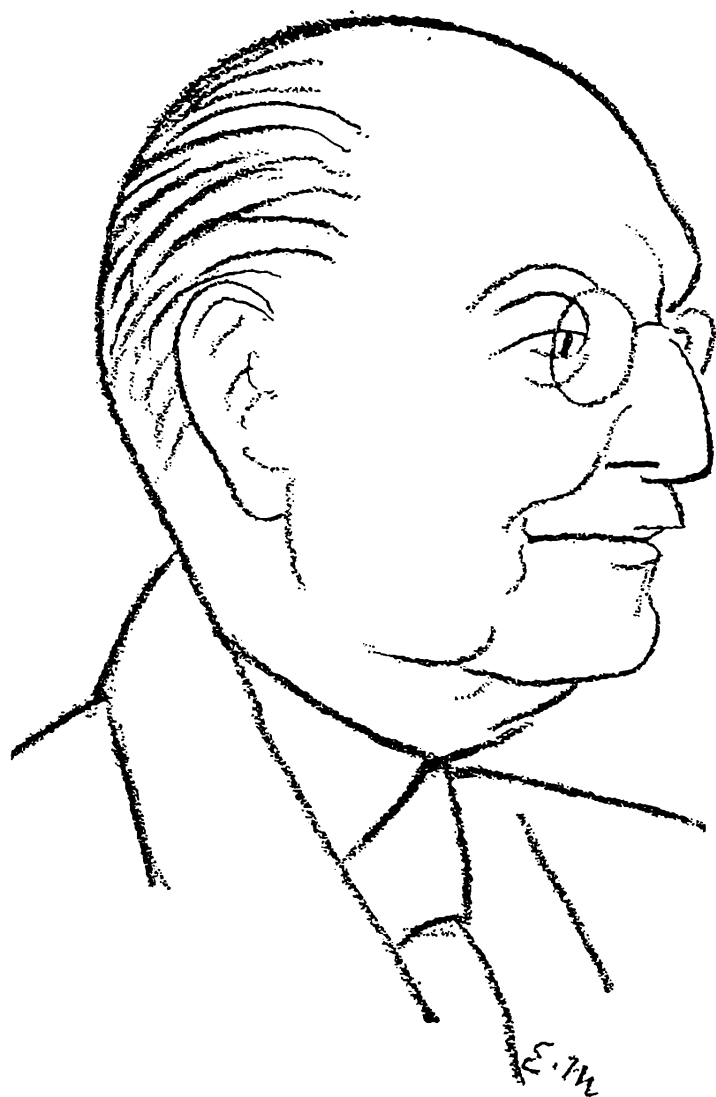
Obr. 1

přijímač Kvintet nebo Song, pravděpodobně vyhoví i Sokol. Přijímač Menuet a Dolly jsou méně citlivé, lze je použít jen v blízkosti VKV vysílače a s ručkovým indikátorem. Práce může být opět námětem k SOČ a lze vyhodnocovat terén v okolí vodních toků, v parcích i jinde. Je-li možnost, je vhodné nálezy konfrontovat i s reakcí proutkaře. Závěry ovšem ponecháváme otevřené, neboť nemůžeme s jistotou tvrdit, že jsme našli vodu nebo dokonce rudu — teprve zpracování většího množství údajů a vynesení jakési mapy, porovnáním s mapou geologickou (či hydrogeologickou) může poskytnout užitečnější informace. A samozřejmě, že nejcennější je, když dodatečně se potvrdí, že v místě nejsilnější absorpce či útlumu je podzemní tok. Jev je dosti dobře znám elektronikům, kteří nad podobnými anomáliemi nemontují televizní antény. Dokonce i náš zesnulý popularizátor vědy *dr. Mrázek* v článku *Rádio na cestách* se zmínil o tom, že radioamatéři na VKV i když doslova na sebe vidí (s kopce na kopec), mají někdy špatný příjem a to tehdy, když je mezi nimi bažina, nebo pod nimi magnetická hornina. Jako příklad takových míst uvedl Říp a Fiolník u Vlastějovic.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Vladimír List, nestor české elektrotechniky

Podle běžného názoru je naše civilizace založena na elektrické energii. Oprávněnost tohoto tvrzení dokazuje životní dílo jednoho z velikánů české elektrotechniky, a proto spolutvůrce této civilizace, profesora ing. dr. h. c. Vladimíra Lista, DrSc., nositele Řádu práce, předního badatele v oboru elektrárenství, přenosu elektrické energie do dálky, rozvodných elektrických sítí a konstruktivní elektrotechniky.



Vladimír List, zeť velkého českého filologa *Jana Gebauera*, se narodil před 111 lety dne 4. června 1877 v Praze v rodině poštovního úředníka. Již ve 14 letech ho svou krásou a velkolepými úspěchy techniky uchvátila památná Jubilejní výstava v Praze roku 1891 a ukázala mladému nadšenci význam průmyslu pro náš malý národ. Za studií na Akademickém gymnáziu a Českém vysokém učení technickém v Praze dospěl k přesvědčení, že úsilí o zvelebování českého průmyslu znamená vyvrcholení našeho národního obrození. Své vzdělání doplnil na Institutu Montefiore v Lutychu. Tam, v malé Belgii, která na území o málo větším než polovina Čech měla již průmysl dvakrát větší než celé Čechy, poznal zároveň prostředí, v němž se průmyslu daří. Po návratu do vlasti nastoupil dne 1. dubna 1902 jako konstruktér v Křižíkově továrně v Karlíně, kde vytvořil řadu průkopnických konstrukcí generátorů, elektromotorů a četných přístrojů, Křižík mu proto již dne 1. října 1902 svěřil vedení celého závodu. Málo se připomíná, že již na počátku našeho století vyrobil jako pětadvacetiletý šéfkonstruktér Křižíkových závodů první trolejbusový vozík u nás; měl dvě kladky na tyčích a byl poháněn motorem, jenž byl napájen dvojitém trolejovým vedením s 440 V. Jezdil

na výstavě v Pardubicích v roce 1903 — Křižík tehdy navrhoval spojit Bohdaneč s Pardubicemi elektrickým omnibusem. Oba spolupracovníci se doplňovali v tvůrčím rozmachu. Z období 1902 až 1909 Listova působení u Křižíka se také již datují první úvahy mladého šéfinženýra o elektrárenství, např. návrh na hydrocentrálu na Hořínském zdymadle, využití vodní síly při plánovaném splavnění Labe od Jaroměře k Mělníku a příspěvek k diskusi o velkoelektrárně v Kutné Hoře; boj za prosazení všeobecné elektrizace rozvinul však teprve na Českém vysokém učení technickém v Brně, kde prof. List působil v letech 1909 až 1948. Těžké poměry na Moravě, která v ekonomice nesmírně trpěla mohutným germanizačním tlakem světových koncernů AEG-Union, Siemens aj., ho přiměly k stupňovanému vynaložení tvůrčího zápalu a všeho úsilí pro hospodářské zájmy celého národa.

Plodem tvůrčí práce prof. Lista je návrh zákona o elektrizaci Moravy; byl podán na zemském sněmu dne 3. února 1914 a po válce se uplatnil jako proslulý zákon o obecné užitečnosti a významu elektrárenských velkopodniků. Podle tohoto vzoru pak vznikl zákon č. 438 z 22. července 1919 o soustavné elektrizaci Československa. Prof. List je proto právem považován za hlavního tvůrce elektrizační soustavy našich zemí. Z jeho podnětu vznikaly u nás veliké elektrárenské jednotky, které postavily čs. elektrárenství na jedno z předních míst ve světě.

Z úvah a bojů této doby vzniklo také Listovo dílo „*Hospodaření elektrických podniků*“, stále aktuální i dnes, kdy zavádíme v ekonomice přestavbu hospodářského mechanismu. Naše znárodněná energetika má — opět i Listovou zásluhou — za sebou sice již mnoho let socialistického rozmachu, v přítomné době hledáme ještě hodnoty dosud nedocenené, na něž List, též jako ekonom, kriticky poukazoval.

Prof. List byl po léta znám také jako horlivý propagátor elektrifikace dopravy a neúnavný navrhovatel podzemní dráhy v Praze. Teprve v roce 1936 dožil se však významého dne, který si Praha zapsala do své historie: Dne 28. srpna tehdy vyjel na svou trať první moderní trolejbus v Československu. List se také již zabýval problémem stavby pražského metra; svědčí o tom ideová studie, kterou vypracoval a o vánocích 1926 věnoval primátoru hlavního města. Na oslavách svých devadesátin v Brně roku 1967 musel se však s listostí přiznat k tomuto svému dílu žel ještě nedokončenému. Výstavba pražského metra byla sice v tomto roce zahájena, avšak první úsek dlouhý 6,7 km byl uveden do provozu teprve v roce 1974. Této události se List již nedožil.

Prof. Vladimír List zemřel dne 27. června 1971. Umíral přesvědčen, že ve svém díle bude žít dále. Může proto říci s Horácem: „Neumřu celý“. Svými ideami a činy prokázal zodpovědnost svého úsudku před dějinami a přiřadil se k velkým osobnostem naší národní historie. Zasloužil se o hmotné i kulturní povznesení našeho lidu.

Josef Kotyk, Pardubice

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Svorkové napětí

Pochopení smyslu veličiny svorkové napětí působí některým žákům potíže. Znáte-li význam této veličiny, snadno rozřešíte následující úlohu:

Je známo, že elektromotorické napětí U_e je rovno součtu svorkového napětí (poklesu napětí na vnější části elektrického obvodu) U_v o odporu R_v a poklesu napětí na vnitřní části elektrického obvodu U_i o odporu R_i .

Pro elektromotorické napětí platí

$$U_e = U_v + U_i = R_v I + R_i I, \quad (1)$$

kde I je velikost elektrického proudu stejná v celém obvodu. Elektromotorické napětí U_e a vnitřní odpor R_i považujeme za konstantní. Vaše úloha je zjistit, za kterých podmínek je svorkové napětí

$$U_v = R_v I \quad (2)$$

největší, popř. nejmenší. (Řešení naleznete na str. 344.)

Emil Kašpar

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. Mějme rovnici

$$x^3 + x + 1 = 0.$$

Dokažte elementárními metodami, tj. bez užití vět o derivaci funkce, že daná rovnice má nejvýše jedno řešení v oboru všech reálných čísel.

Úloha 2. Mám doma 3 vědra, z nichž se do každého vejde celočíselný počet litrů vody. Naplním-li prvé vědro až po okraj a vyleji-li je do druhého, voda bude zaujímat dvě třetiny jeho objemu. Vyleji-li naplněné prvé vědro do třetího, voda bude zaujímat tři čtvrtiny jeho objemu. Vezmu nyní sud o objemu 30 litrů a vyleji do něho nejprve prvé vědro, potom druhé a nakonec třetí. Nicméně sud plný nebude. Kolik litrů by se do něj ještě vešlo?

Úloha 3. V oddělení tajné služby pracuje 7 agentů, kteří v zájmu utajení nejsou v služebních dokumentech nazýváni jmény, nýbrž jsou značeni čísla 001, 002, 003, ..., 007. Nad nimi je velitel, který k nim jednoho dne pojal nedůvěru a nařídil tento systém vzájemného sledování: agent 001 sleduje toho agenta, který sleduje agenta 002, agent 002 sleduje toho agenta, který sleduje agenta 003, atd., až agent 007 sleduje toho agenta, který sleduje agenta 001. Bylo by možno sestavit obdobný systém pro 8 agentů?

Tomáš Schütz

Řešení úloh minulého ročníku Rozhledů

Konstrukční geometrie

2. Ve volném rovnoběžném promítání zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $VABCD$ s podstavou $ABCD$ a výškou SV shodnou se stranou čtverce $ABCD$. Potom řešte tyto úlohy:

- V obrázku jehlanu sestrojte obraz paty P výšky AP ke straně VB trojúhelníku VAB .
- Zjistěte (eukleidovskou konstrukcí) odchylku α rovin dvou protějších bočních stěn jehlanu.
- Zjistěte (eukleidovskou konstrukcí) odchylku β rovin dvou sousedních bočních stěn jehlanu.
- Potom odchylky α , β vypočtěte.

(Došlo 5 řešení.)

Emil Kraemer

Upravené řešení Hany Peňázové, 4 B G tř. kpt. Jaroše, Brno:

Střední příčka $O_1O_2 \parallel AB$ čtverce $ABCD$ a výška SV jehlanu určí rovinu σ , kterou zvolíme za nákresnu. Potom se rovnoramenný trojúhelník O_1O_2V zobrazí ve skutečné velikosti; proto na obr. 1 je

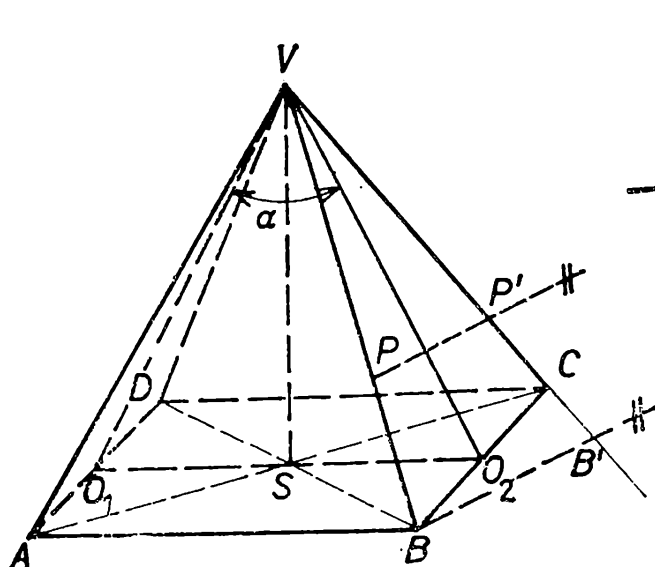
$$|SO_1| = |SO_2|, \quad SV \perp O_1O_2, \quad |SV| = |AB| = |O_1O_2|.$$

Přímky AD , BC jsou kolmé k přímce O_1O_2 , ale také k výšce SV (neboť přímka SV je kolmá k rovině podstavy $ABCD$ jehlanu). Proto je $AD \perp \sigma$, $BC \perp \sigma$. Obrazy úseček AD , BC jsou tedy vzájemně rovnoběžné úsečky AD , BC sestrojené tak, že velikost úhlu BAD je 45° a že $|AD| = |BC| = \frac{1}{2} |AB|$.

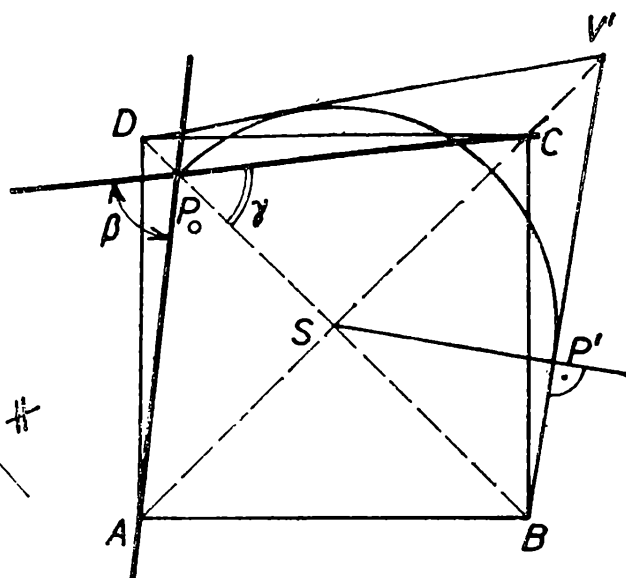
a) Ze shodnosti rovnoramenných trojúhelníků (v prostoru) ABV , BCV plyne, že pata P výšky AP ke straně VB trojúhelníku ABV je zároveň patou výšky CP ke straně VB trojúhelníku BCV . Proto přímka $VB \perp AP$, $VB \perp CP$ je kolmá k rovině $\rho = APC$, a tedy přímka SP roviny ρ je také kolmá k přímce VB . Avšak pravé úhly APB , CPB , SPB se nezobrazí jako pravé. Ke konstrukci obrazu bodu P však užijeme to, že se ve volném rovnoběžném promítání zachovává poměr

$$\delta = \frac{|VP|}{|BP|}$$

Ve vedlejším obr. 2 sestrojíme čtverec $ABCD$ shodný s podstavou jehlanu, sestrojíme jeho střed S a rovnoramenný trojúhelník BDV' , jehož



Obr. 1



Obr. 2

výška SV' k základně BD je shodná s výškou jehlanu, a tedy s úsečkou AB . Sestrojíme patu P' výšky SP' k ramenu $V'B$ a v obr. 1 určíme na polopřímce VC body P', B' tak, aby úsečky VP', VB' byly po řadě shodné s úsečkami $V'P', V'B$ z obr. 2. V obr. 1 leží potom obraz P bodu P' na úsečce VB tak, že je $PP' \parallel BB'$

b) Roviny protějších bočních stěn VAD, VBC jehlanu protínají rovinu jeho podstavy v rovnoběžkách AD, BC . Podle věty o vzájemné poloze tří rovin je průsečnice rovin VAD, VBC rovnoběžná s přímkami AD, BC a prochází vrcholem V . Přímký VO_1, VO_2 jsou kolmé (v prostoru) k přímkám AD, BC , a tedy i k průsečnici rovin VAD, VBC . Proto velikost ostrého úhlu různoběžek VO_1, VO_2 je odchylkou rovin VAD, VBC . Na obr. 1 je to velikost α úhlu O_1VO_2 . Odchylka bočních stěn VAB, VCD je rovněž α .

c) Odchylka β kterýchkoli dvou sousedních bočních stěn jehlanu $VABCD$ je rovna odchylce stěn VAB, VBC , tj. velikosti ostrého úhlu různoběžek PA, PC . Určíme ji pomocí rovnoramenného trojúhelníku ACP se základnou AC a s výškou SP k této základně. Tento trojúhelník sestrojíme v obr. 2 jako rovnoramenný trojúhelník ACP_0 , jehož výška SP_0 k základně AC je shodná s výškou SP' trojúhelníku BSV' . Protože úhel AP_0C je tupý, je hledanou odchylkou β velikost úhlu, který je vedlejší k úhlu AP_0C .

d) Na obr. 1 je velikost ostrého úhlu SVO_1 rovna $\frac{\alpha}{2}$. Zároveň je

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{|SO_1|}{|SV|} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}.$$

Snadno zjistíme, že je $\frac{\alpha}{2} \doteq 26^\circ 33' 54''$, a tedy $\alpha = 53^\circ 7' 48''$. Číslo β

je velikost úhlu, který je vedlejší k tupému úhlu AP_0C (obr. 2). Je-li $|\sphericalangle CP_0S| = \gamma$, je

$$\beta = 180^\circ - 2\gamma \quad (1)$$

Zároveň je

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{|SC|}{|SP_0|} = \frac{|SC|}{|SP'|} \quad (2)$$

Protože je $\triangle V'P'S \sim \triangle V'SB$ (uu), je

$$\frac{|SP'|}{|SV'|} = \frac{|BS|}{|BV'|} \text{ čili } |SP'| = \frac{|SB| \cdot |SV'|}{|BV'|}.$$

Proto podle rovnosti (2) je

$$\operatorname{tg} \gamma = |SC| \cdot \frac{|BV'|}{|SB| \cdot |SV'|} = \frac{|BV'|}{|SV'|}. \quad (3)$$

Z pravoúhlého trojúhelníku $V'SB$ plyne, že je

$$|BV'|^2 = |SB|^2 + |SV'|^2 = \frac{a^2}{2} + a^2 = \frac{3a^2}{2}.$$

Podle rovnosti (3) je tedy

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Snadno zjistíme, že je $\gamma = 50^\circ 46' 5''$, $2\gamma = 101^\circ 32' 10''$. Z rovnosti (1) plyne, že je $\beta = 78^\circ 27' 50''$.

3. Nechť v prostoru je dán libovolný trojúhelník ABC . Jeho ortocentrum (průsečík výšek) budiž bod V ; střed kružnice, která je trojúhelníku ABC opsána (resp. vepsána) budiž bod S (resp. O). Nechť rovnoběžný průmět daného trojúhelníku ABC do dané roviny π je trojúhelník $A'B'C'$. Nechť jsou zároveň průměty bodů V, S, O do roviny π po řadě body V', S', O' . Řešte tyto úlohy:

- V rovině π určete množinu všech bodů, k níž náleží bod V' , a množinu všech bodů, k níž bod V' nepatří.
- V rovině π určete množinu všech bodů, k níž náleží bod S' , a množinu všech bodů, k níž bod S' nepatří.
- V rovině π určete množinu všech bodů, k níž náleží bod O' , a množinu všech bodů, k níž bod O' nepatří.

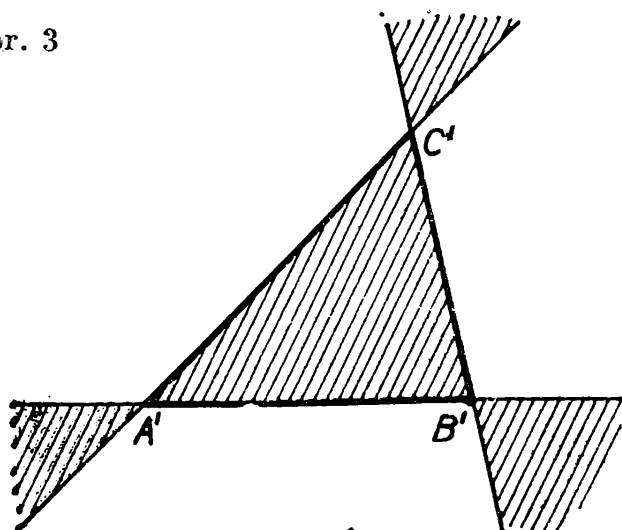
(Došla 3 řešení.)

Emil Kraemer

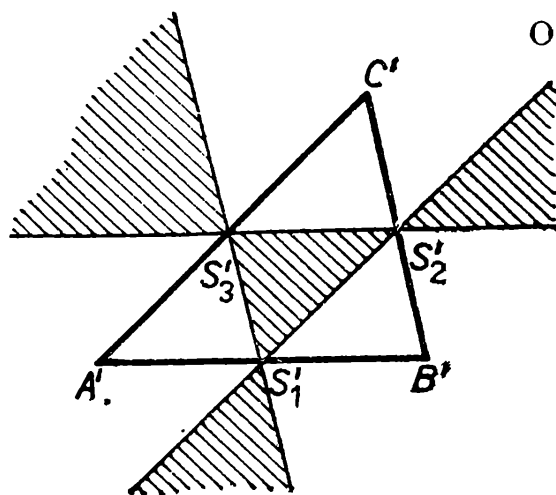
Žádné z došlých řešení nebylo úplně dobře. Ke správnému řešení se nejvíce blíží řešení Hany Peňákové, 4 B G tř. Jaroše, Brno:

a) Je-li daný trojúhelník ABC ostroúhlý, náleží bod V jeho vnitřku. Je-li daný trojúhelník ABC pravoúhlý s vrcholem C , je $V = C$. Je-li trojúhelník ABC tupoúhlý s tupým úhlem při vrcholu C , náleží bod V

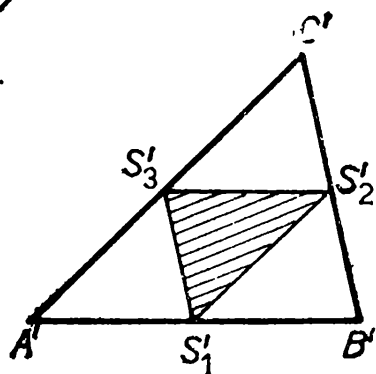
Obr. 3



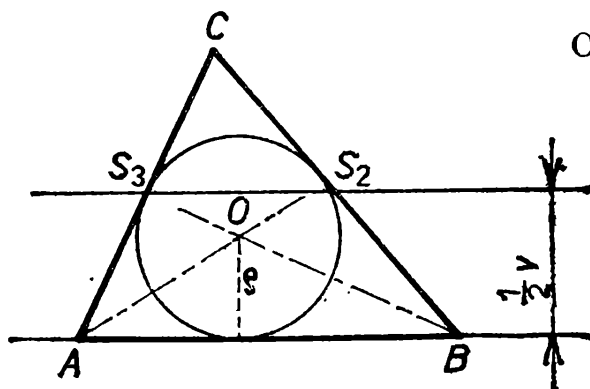
Obr. 4



Obr.



Obr. 6



vnitřku úhlu, který je vrcholový k úhlu ACB . Necht' nyní je rovnoběžným průmětem trojúhelníku ABC do roviny π trojúhelník $A'B'C'$ (obr. 3). Potom průmětem vnitřku trojúhelníku ABC je vnitřek trojúhelníku $A'B'C'$. Průmětem úhlu, který je vrcholový k úhlu ACB je úhel, který je vrcholový k úhlu $A'C'B'$ a obdobně to platí pro průmět úhlu, který je vrcholový k úhlu ABC , resp. k úhlu CAB . Z toho plyne, že pro polohu bodu V' vzhledem k trojúhelníku $A'B'C'$ mohou nastat jen tyto možnosti:

1. Bod V' náleží vnitřku trojúhelníku $A'B'C'$; 2. bod V' splývá s některým z vrcholů A' , B' , C' trojúhelníku $A'B'C'$; 3. bod V' náleží vnitřku úhlu, který je vrcholový k úhlu $B'A'C'$, resp. k úhlu $C'B'A'$, resp. k úhlu $A'C'B'$. Na obr. 3 jsou případy 1 a 3 vyznačeny šrafováním. Bod V' nemůže tedy náležet žádné nevyšrafované části roviny π a nemůže být s výjimkou bodů A' , B' , C' bodem žádné z přímek $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$.

b) Necht' S_1 , S_2 , S_3 jsou po řadě středy stran AB , BC , CA trojúhelníku ABC . Potom rovnoběžné průměty bodů S_1 , S_2 , S_3 jsou po řadě středy S'_1 , S'_2 , S'_3 stran $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ trojúhelníku $A'B'C'$. Střed S kružnice opsané trojúhelníku ABC je zároveň průsečíkem výšek trojúhelníku $S_1S_2S_3$. Z toho plyne závěr o poloze bodu S' v rovině trojúhelníku $A'B'C'$. Bod S' náleží buď vnitřku trojúhelníku $S'_1S'_2S'_3$ nebo splývá s některým z bodů S'_1 , S'_2 , S'_3 nebo náleží vnitřku některého ze tří úhlů, které jsou na obr. 4 vyznačeny šrafováním.

c) Zachovejme označení uvedené v odstavci b). Dokážeme, že střed O kružnice k vepsané trojúhelníku ABC leží uvnitř trojúhelníku $S_1S_2S_3$. Z toho plyne, že bod O' leží uvnitř trojúhelníku $S'_1S'_2S'_3$; v obr. 5 je to vyznačeno šrafováním. Slíbený důkaz:

Bod O leží uvnitř trojúhelníku ABC , a tedy uvnitř poloroviny ABC (obr. 6). Dokážeme-li, že leží také uvnitř poloroviny S_2S_3A , bude dokázáno, že bod O náleží vnitřku rovinného pásu P_1 ohraničeného rovnoběžkami AB , S_2S_3 . Poloměr ϱ kružnice k je zároveň vzdáleností bodu O

od přímky AB ; provedení důkazu stačí proto dokázat, že je $\varrho < \frac{v}{2}$,

kde v je výška ke straně AB mající délku c . Především je $c < a + b$, a tedy $2c < a + b + c$,

$$c < \frac{a + b + c}{2} = s \quad (1)$$

Ze známých vzorců pro obsah P trojúhelníku ABC plyne, že je

$$\varrho = \frac{P}{s}, \quad \frac{v}{2} = \frac{P}{c}.$$

Z nerovnosti (1) plyne, že je

$$\frac{1}{s} < \frac{1}{c}, \text{ a tedy } \frac{P}{s} < \frac{P}{c} \text{ čili } \varrho < \frac{v}{2}.$$

Zcela obdobně dokážeme, že bod O náleží vnitřku pásu P_2 ohraničeného rovnoběžkami BC , S_1S_3 a vnitřku pásu P_3 ohraničeného rovnoběžkami CA , S_2S_1 . Průnikem vnitřků pásů P_1 , P_2 , P_3 je vnitřek trojúhelníku $S_1S_2S_3$. Bod O náleží tedy vnitřku tohoto trojúhelníku.

Řešení fyzikální úlohy ze str. 339

Ze vztahů (1) a (2) plyne $U_v = \frac{R_v}{R_v + R_i} U_e$. (3)

Svorkové napětí závisí na proměnném vnějším odporu R_v . Vidíme, že svorkové napětí má

a) největší hodnotu pro odpor $R_v = \infty$. V tomto případě je hodnota zlomku v (3) rovna 1 a svorkové napětí $U_v = U_e$, přitom proud $I = 0$. Článek je otevřený;

b) nejmenší hodnotu pro $R_v = 0$. V tom případě je podle (3) svorkové napětí U_v rovno nule. Pro proud I ze vztahu (1) dostáváme

$$I = \frac{U_e}{R_i}.$$

Je-li vnitřní odpor zdroje R_i velmi malý, nastává zkrat.

Mezinárodní olympiáda v programování

RNDr. PAVEL TÖPFER, MFF UK Praha

V uplynulém školním roce 1986/87 proběhl 36. ročník matematické olympiády. Již podruhé měli v MO svoji zvláštní kategorii P všichni ti středoškoláci, kteří se hlouběji zajímají o programování a o návrh a analýzu algoritmů. Pro nejlepší účastníky celostátního kola MO kategorie P, které se konalo v Praze ve dnech 14.—17.5. 1987, však tentokrát nebyly připraveny pouze hodnotné ceny, ale také pozvánky na první mezinárodní olympiádu v programování.

Tato nová soutěž vznikla z iniciativy slovenských pracovníků, kteří působí jako organizátoři naší kategorie P matematické olympiády. Soutěž pořádalo *ministerstvo školství SSR* ve spolupráci s *ministerstvem školství ČSR*, *SÚV SZM*, *ÚDPM Klementa Gottwalda* v Bratislavě, *JČSMF* a *ÚV MO*. Kromě sedmi soutěžících z Československa se olympiády zúčastnila také soutěžní družstva ze *Sovětského svazu* (8 účastníků) a z *Bulharska* (6 účastníků). Přítomni dále byli pozorovatelé z *Německé demokratické republiky*, z *Maďarska* a z *Polska*.

Soutěž se konala na Slovensku ve dnech 23.—30. 8. 1987. Soutěžící i hosté byli ubytováni v Modre — Pieskoch v areálu rekreačního střediska Ústředního domu pionýrů a mládeže Klementa Gottwalda v Bratislavě. Slavnostní zahájení a ukončení olympiády se uskutečnilo v Bratislavě, vlastní soutěž probíhala na gymnáziu v Modre. Ve dvou soutěžních dnech řešili soutěžící vždy dvě úlohy, na které měli čtyři hodiny času. Výběr i opravování úloh probíhal pod vedením mezinárodní jury stejným způsobem, jaký je obvyklý u mezinárodní matematické olympiády.

Pro všechny účastníky byl připraven také velmi bohatý mimosoutěžní program — prohlídka Bratislavy, výlet do Piešťan spojený s exkurzí do Tesly Piešťany, prohlídka jeskyně Driny, exkurze do výrobního družstva Majolika Modra, možnost sportování v areálu rekreačního střediska i výlety do okolí. Vedoucí všech delegací spolu se zahraničními pozorovateli byli v průběhu soutěže přijati ministrem školství SSR.

Před zahájením soutěže seznámila jury všechny soutěžící s tím, jak má vypadat správné a úplné řešení úloh. Byl požadován rozbor úlohy, návrh a zdůvodnění algoritmu řešení a zápis tohoto algoritmu ve formě programu v libovolném vyšším programovacím jazyce. Hodnotilo se

také, jak je navržený algoritmus efektivní a jak rychle tedy pracuje vytvořený program. Podle všech těchto hledisek byla odevzdaná řešení úloh opravena a ohodnocena. Celkem bylo možno získat 40 bodů, deset za každou úlohu. Nejlepším účastníkům 1. mezinárodní olympiády v programování byly uděleny celkem dvě I. ceny, tři II. ceny a pět III. cen. Českoslovenští studenti si v soutěži vedli velmi dobře a vybojovali jednu I. cenu, jednu II. cenu a dvě III. ceny. Soutěžící ze Sovětského svazu získali jednu I. cenu a tři III. ceny, bulharští studenti obdrželi dvě II. ceny. Kromě těchto I., II. a III. cen udělila jury zvláštní cenu nejmladšímu účastníkovi soutěže (SSSR.). Jednota československých matematiků a fyziků věnovala třem nejlepším řešitelům plaketu JČSMF a věcný dar. Všichni účastníci si odvezli domů také hezké upomínkové předměty.

Složení československého družstva a dosažené výsledky:

Vladan Majerech, 4. roč., G Pardubice

— 1. místo, 38 bodů (9, 10, 10, 9), I. cena.

Pavel Kozlovský, 3. roč., G Jindřichův Hradec

— 3. místo, 33 bodů (10, 6, 10, 7), II. cena

Pavol Kolník, 4. roč., G Nové Mesto nad Váhom

— 7. místo, 23 bodů (1, 9, 5, 8), III. cena

Rudolf Burcl, 4. roč., G Trnava

— 10. místo, 21 bodů (4, 5, 6, 6), III. cena

Peter Klein, 4. roč., G A. Markuša Bratislava

— 12.—15. místo, 19 bodů (1, 5, 7, 6)

Rastislav Senderák, 4. roč., G Prešov

— 12.—15. místo, 19 bodů (7, 3, 9, 0)

Branislav Stríženec, 3. roč., G J. Hronca Bratislava

— 20. místo, 15 bodů (5, 8, 2, 0)

INFORMACE

Písemná přijímací zkouška z matematiky na MFF UK v Praze v roce 1987

Ve dnech 16.—18. 6. 1987 proběhly na matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy přijímací zkoušky. V písemné zkoušce z matematiky řešil každý uchazeč jeden ze tří souborů pěti úloh podle toho, na který obor studia se hlásil; na vypracování každé pětice měl přitom 90 minut čistého času. Podle následujícího přehledu příkladů všech tří

souborů se můžete přesvědčit, jak byste uvedenou zkoušku zvládli; abyste měli možnost kontroly, jsou všechny příklady doplněny výsledky.

Soubor pro uchazeče o matematické obory:

1. Zjistěte, zda lze nalézt reálné číslo a tak, že

$$\cos^2 2a - 4\cos^2 a + 3 \leq 0$$

(Výsledek: $a = k\pi$)

2. V geometrické posloupnosti je dáno $a_1 = \frac{1}{16}$, $q = 2$.

Určete, pro která n platí $a_n + a_{n+3} = 2304$.

(Výsledek: $n = 13$)

3. Najděte všechny uspořádané dvojice reálných čísel $[x; y]$, které jsou řešením soustavy rovnic

$$\begin{aligned} x + (b-1)y &= 1 \\ (b+1)x + 3y &= -1, \quad b \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

(Výsledek: pro $b = 2$ neexistují, pro $b = -2$ je $x = 1 - (b-1)y$,

y libovolné, pro $b \neq \pm 2$ je $x = \frac{1}{2-b}$, $y = \frac{1}{b-2}$)

4. Určete rovnice a délky výšek trojúhelníku ABC , je-li

$$A[1; 1], \quad B[2; 3], \quad C[-4; -3]$$

(Výsledek: $v_a: x + y - 2 = 0$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $v_b: 5x + 4y - 22 = 0$, $\frac{6}{\sqrt{41}}$; $v_c: x + 2y + 10 = 0$, $\frac{6}{\sqrt{5}}$)

5. Vypočtete poloměr kružnice vepsané rovnoramennému trojúhelníku, jehož základna má délku $2a$, délka ramene je b .

(Výsledek: $r = a \sqrt{\frac{b-a}{b+a}}$)

Soubor pro uchazeče o fyzikální obory:

1. V množině $\mathbb{R}$ řešte rovnici $\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = 2 \cos 2x$

(Výsledek: $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{7}{12}\pi + k\pi, \frac{11}{12}\pi + k\pi \right\}$)

2. Určete, pro které hodnoty reálného parametru p má soustava

$$\begin{aligned} px - 2y &= 3 \\ 3x + py &= 4 \end{aligned}$$

řešení $x > 0, y < 0$.

$$\left(\text{Výsledek: } p \in \left(-\frac{8}{3}, \frac{9}{4} \right) \right)$$

3. Určete nejmenší přirozené číslo n , pro něž platí

$$\log 2 + \log 4 + \dots + \log 2^n > 100 \log 2.$$

(Výsledek: $n = 14$)

4. Nechť $a_1, \dots, a_8$ je prvních osm členů nekonečné geometrické řady, pro něž platí:

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = \frac{85}{64}$$

$$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = \frac{85}{128}$$

Najděte součet s této řady.

(Výsledek: $s = 2$)

5. Do pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu je vepsán komolý kužel. V jakém poměru jsou jejich objemy V_j a V_k ?

(Výsledek: $V_j : V_k = 4 : \pi$)

Soubor pro uchazeče o učitelské studium:

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$$

$$\left(\text{Výsledek: } \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right\} \right)$$

2. Určete vzdálenosti středu kružnice vepsané pravoúhlému trojúhelníku o odvěsnách $a = 5, b = 12$ od všech tří vrcholů trojúhelníku.

(Výsledek: $|OA| = 2\sqrt{26}, |OB| = \sqrt{13}, |OC| = 2\sqrt{2}$)

3. A, B, C, D jsou vrcholy čtverce a K, L jsou dva různé vnitřní body úsečky AC , různé od středu čtverce. Kolik existuje trojúhelníků, jejichž všechny tři vrcholy jsou z množiny $\{A, B, C, D, K, L\}$?

(Výsledek: 16)

4. V oboru reálných čísel řešte nerovnici

$$|x - 1| + |3 - x| \leq 4$$

(Výsledek: právě všechna $x \in \langle 0; 4 \rangle$)

5. Na přímce o parametrickém vyjádření

$$x = 1 - 2t$$

$$\begin{aligned}y &= 2 + t \\z &= 3 - t, t \in R,\end{aligned}$$

určete bod, který má od počátku soustavy souřadnic nejmenší vzdálenost.

$$\left(\text{Výsledek: } \left[0; \frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right] \right)$$

Na závěr zbývá popřát všem uchazečům o studium na MFF UK v Praze hodně úspěchů u přijímacích zkoušek v roce 1988.

RNDr. Emil Calda, CSc., MFFUK v Praze

Kalendár M-F: apríl 1988

1. 4. 1863 v Berlíne zomrel *Jakob Steiner*, švajčiarsky matematik. Systematicky vybudoval projektívnu geometriu, obohatil metódy algebrickej geometrie.
1. 4. 1968 v Moskve zomrel *Lev Davidovič Landau*, sovietsky fyzik. Vypracoval teóriu supratekutosti kvapalného hélia, rozvinul teóriu medzistavu supravodičov. Nobelovu cenu za fyziku získal roku 1962.
4. 4. 1923 zomrel *John Venn*, anglický logik a matematik. Prispel k rozvinutiu symbolickej logiky, vypracoval metódu grafického znázorňovania úsudkov.
6. 4. 1933 sa v Bratislave narodil *Juraj Bosák*, slovenský matematik. Bol významným odborníkom v teórii grafov, autorom vyše 20 vedeckých prác. (Zomrel 5. 4. 1987).
6. 4. 1963 zomrel *Otto Struve*, americký astronóm ruského pôvodu. Pracoval v oblasti spektroskopického výskumu hviezd a teóriou hviezd s veľkým plynovým obalom.
9. 4. 1953 zomrel *Hans Reichenbach*, nemecký filozof a logik. Bol profesorom fyziky, neskôr filozofie. Zaoberal sa teóriou pravdepodobnosti a filozofickými základmi kvantovej mechaniky.
10. 4. 1813 v Paríži zomrel *Joseph Luis Lagrange*, francúzsky matematik a fyzik. Prispel k teórii pohybu Mesiaca, formuloval zásady klasickej mechaniky. Ovplynvil variačný počet, matematickú analýzu, teóriu čísel.
16. 4. 1728 sa v Bordeaux narodil *Joseph Black*, škótsky fyzik a chemik. Objavil kyslíčnik uhličitý, demonštroval rozdiel medzi pojmi teplo a teplota. Prispel k postaveniu termiky na vedecký základ.

17. 4. 1598 sa narodil *Giovanni Battista Riccioli*, taliansky astronóm. Objavil prvú známu dvojhviezdu — Mizar v súhvezdí Veľkého voza.
19. 4. 1883 sa vo Lvove narodil *Richard Mises*, rakúsky matematik a mechanik. Navrhol štatistickú definíciu pravdepodobnosti, prispel k riešeniu diferenciálnych a integrálnych rovníc matematickej fyziky.
23. 4. 1828 sa v Opočne narodil *Rudolf Skuherský*, český matematik. Prispel k rozvoju deskriptívnej geometrie.
23. 4. 1958 sa v Kieli narodil *Max Planck*, nemecký fyzik. Odhalil zákon tepelného vyžarovania a naznačil kvantovanie energie. Nobelovu cenu dostal roku 1918.
25. 4. 1903 sa v Tambove narodil *Andrej Nikolajevič Kolmogorov*, sovietsky matematik. Ovplynul teóriu pravdepodobnosti a matematickú štatistiku, teóriu množín, topológiu, teóriu funkcií, približné a numerické metódy, filozofiu matematiky.
27. 4. 1913 sa narodil *Philip Hauge Abelson*, americký fyzik a chemik. Spolu s McMillanom objavil prvok neptúnium.
28. 4. 1903 v New Havene zomrel *Josiah Willard Gibbs*, americký fyzik a matematik. Dovršil stavbu klasickej termodynamiky, uplatňoval matematické metódy v rôznych oblastiach fyziky, rozpracoval metódy vektorovej analýzy.
29. 4. 1893 sa vo Walertone narodil *Harols Clayton Urey*, americký chemik. Za objav ťažkého vodíka — deutéria získal Nobelovu cenu pre rok 1934.

dj

UPOZORNĚNÍ AUTORŮM

Prosíme autory článků, námětů a fotografií, aby při zasílání materiálu k publikaci v časopise *Rozhledy matematicko-fyzikální* uvedli přesnou adresu pracoviště a bydliště včetně směrovacího čísla a rodné číslo, bez něhož bychom nemohli po otištění příspěvku poukázat honorář (podle § 6 odst. 6 vyhl. č. 184/1968 Sb. k provedení zákona o dani z příjmů z literární a umělecké činnosti ve znění vyhl. č. 151/1980 Sb.).

Redakce

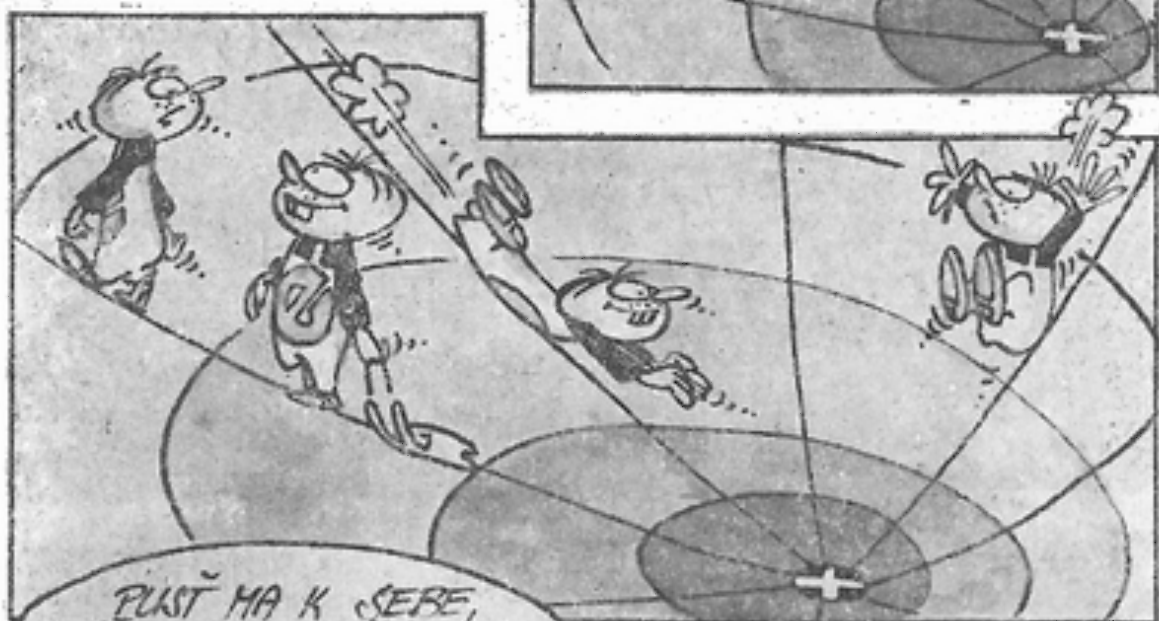
REPORTÁŽE Z MIKROSVETA



A ŠME V
ELEKTRICKÝCH
HORÁCH.



PADÁM SMEROM
NA +, PÔSOBI
NA MŇA ELEK-
TRICKÁ
SILA.



PUŠŤ MA K SEBE,
NAŠE SANE ZISKAYÚ INOJ-
NÁSOBNÝ NÁBOJ, PÔJDEME
RÝCHLEJSIE!



SKLON TERÉNU,
TEDA INTENZITU POĽA, ŠME
NEZMENILI, ZDVOJNÁSOBILA
SA KĽAK SILA POĽA
NA SANE.



PNE: J. CIRAPAN, KRESLI: V. HASTREK

POHLEDY DO DĚJIN

Mapa oblohy z chrámu v Dendeře

V hornoegyptském městě Dendera byl v 1. století př. n. l. postaven chrám bohyně Hathor, v jehož pozdější výzdobě najdeme na stropě Osirisovy komnaty místo, kde býval velký kulatý obraz nebe. Vznikl někdy mezi roky 14 a 37 n. l. podle řeckého vzoru, v novověku byl sejmut a přestěhován do Louvru v Paříži. Čtyři bohyně v ženské podobě a osm klečících božstev s hlavou sokola podpírají vznášející se oblohu. Zobrazená souhvězdí pocházejí ze tří kulturních okruhů — nejstarší jsou mezopotámská souhvězdí zvěrokruhu jako např. Střelec, Kozoroh a Vodnář, která byla podobně zobrazována na babylónských hraničních kamenech už ve 2. tisíciletí př. n. l. Střelec s lukem má tělo okřídleného koně s lidským poprsím, za ním stojící Kozoroh má rybí ocas a za ním jde Vodnář (v Egyptě jako bůh Nilu), vylévající dvě nádoby. Následuje souhvězdí Ryb (dvě na šňůrách), Beran, sedící Býk, Lev a Štír, nejmladší zvěrokruhové znamení jsou řecké Váhy (vedle Štíra). Po obvodu je 36 egyptských souhvězdí nebo hvězd, zvaných dekany, která sloužila k odečítání času v noci a která už na dnešní obloze byla vystřídána novějšími řeckými souhvězdími. Uprostřed oblohy je egyptská Býčí kýta, dnešní Velký vůz. Na mapě jsou postavami znázorněny také



planety: Merkur je mezi Lvem a Pannou, Saturn s kosou a zvířecí hlavou mezi Pannou a Váhami, Jupiter s hlavou sokola mezi Blíženci a Rákem. Mars má také hlavu sokola a je nad Kozorohem, Venuše je pak mezi Vodnářem a Rybami. Dvanáct dílů dne (dvouhodin) zobrazuje dvanáct zvířat, která měla ve staroegyptském náboženství zvláštní význam: kočka, pes, had, brouk, osel, lev, beran, býk, sokol, opice, ibis a krokodýl. Jestliže se nám tedy dnes podaří uniknout z dosahu městského osvětlení a spatřit hvězdy a dokážeme-li je nadto spojit do obrazů souhvězdí, pak lépe porozumíme i denderskému poselství ze starověku.

Alena Šolcová

Řekli, napsali...

...ve vědách, kde převládá rozumová úvaha, se většina našich vědomostí opírá o jasné a přesné definice.

Jean Le Rond d'Alembert (1717—1783)

Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kovpakova 26, 160 00 Praha 6. Návštěvní dny: středa 7.00 — 15.00 hod.,
pátek 7.00 — 13.00 hod.

Jazyková úprava doc. dr. Marie Valešová, CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1988.

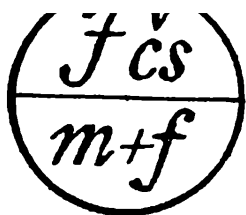
ROZHLEDY

matematicko – fyzikální

ROČNÍK 66, 1987/88
KVĚTEN

(9)

ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ OBORY



ROZHLEDY

matematicko-fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUcí REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaro-
slav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha, dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

J. Herman, J. Šimša: O jednom užití Dirichletova principu v teorii čísel	353
Milan Hejný: Figurálne čísla na štvor- čekovom papieri	356
Jiří Mída: O Fibonacciově posloupnosti a jednom binárním kódu	361
Ivan Fischer: Řízení procesů 8	363
František Jáchim: Fyzika a vidění	368
Jana Zachová: Fyzikální ústav Univerzity Karlovy	371
Stanislav Horák: Nejmladším čtenářům Rozhledů	379
Emil Kašpar: Dva fyzikální problémy	381
Tomáš Schütz: Úlohy ze zahraničních časopisů	381
Pavel Töpfer: Úlohy první mezinárodní olympiády v programování	382
Ivo Volf: Švédská národní fyzikální sou- těž	384
Zdeněk Kluiber: 9. ročník SOČ ve fyzice	387
dj: Kalendář M-F	391
Z nových knih	393
J. Chrapan, V. Mistrík: Reportáže z mi- krosveta	395
Alena Šolcová: Zední kvadrant Tycha Brahe 3. str. obálky	
Jiří Pech: Slovník fyzikálních termínů (105-108) příloha	

0 jednom užití Dirichletova principu v teorii čísel

RNDr. JIŘÍ HERMAN, G Brno, tř. kpt. Jaroše

RNDr. JAROMÍR ŠIMŠA, CSc., PŘF UJEP Brno

Dirichletův princip je jednoduchý kombinatorický poznatek, který můžeme využít v řadě praktických situací. Máme-li v kapse 13 kuliček tří různých barev, můžeme usoudit, že alespoň pět z nich je jedné barvy. Cílem našeho článku je ukázat, že podobná jednoduchá úvaha je cenná i v složitějších matematických situacích, kde může vést k zajímavým obsažným tvrzením. Omezíme se přitom pouze na jedno téma z oblasti teorie čísel, další rozmanité příklady z různých partií matematiky naleznete v knize L. Bukovského a I. Kluvánka „*Dirichletov princip*“, která vyšla r. 1970 jako svazek 25 v edici ŠMM. Tento princip lze formulovat takto:

(DP) Je-li aspoň $nk + 1$ předmětů rozděleno do n skupin, pak aspoň v jedné skupině je aspoň $k + 1$ předmětů.

(Uvědomte si, že (DP) pro $k = 4$ a $n = 3$ vystihuje výše uvedený příklad o kuličkách.) Důkaz (DP) provedeme sporem: Označme m_i počet předmětů v i -té skupině ($i = 1, 2, \dots, n$). Pripusťme, že tvrzení neplatí, tzn. v každé skupině je nejvýše k předmětů, tj. $m_i \leq k$ pro každé $i = 1, 2, \dots, n$. Pak

$$nk + 1 = m_1 + m_2 + \dots + m_n \leq \underbrace{k + k + \dots + k}_{n \text{ sčítanců}} = nk,$$

a to je spor.

Přistupme nyní k řešení prvního příkladu, který nás uvede do problematiky, jíž se budeme v článku zabývat.

Příklad 1. Součin 9 různých přirozených čísel je dělitelný právě třemi prvočísly. Dokažte, že z těchto 9 čísel lze vybrat právě dvě tak, že jejich součin je čtvercem přirozeného čísla.

Označme daná prvočísla p_1, p_2, p_3 ; nechť $A = \{a_1, a_2, \dots, a_9\}$ je devítiprvková množina daných čísel. Ze zadání plyne, že každé číslo $a_i \in A$ je dělitelné jen některým z prvočísel p_1, p_2, p_3 (případně všemi) a žádného jiného prvočíselného dělitele nemá. Lze tedy každé číslo množiny A psát ve tvaru $p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3}$, kde α_i je celé nezáporné číslo pro $i = 1, 2, 3$.

Je zřejmé, že součin dvou čísel $p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3}$ a $p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot p_3^{\beta_3}$ množiny A bude čtvercem přirozeného čísla právě tehdy, když součet

$\alpha_i + \beta_i$ je pro každé $i \in \{1, 2, 3\}$ sudý, tj. exponenty α_i a β_i mají stejnou *paritu* pro každé $i \in \{1, 2, 3\}$. Můžeme nyní přistoupit k vlastnímu řešení zadané úlohy: Rozdělme prvky množiny A do dvou skupin podle parity exponentů u prvočísla p_1 . Pak podle (DP) je v jedné skupině aspoň 5 čísel, která opět rozdělíme do dvou skupin podle parity exponentů u prvočísla p_2 — opět užitím (DP) máme v jedné skupině aspoň 3 čísla. Nakonec tato 3 čísla rozdělíme do dvou skupin podle parity jejich exponentů u prvočísla p_3 a znovu aplikujeme (DP) — v jedné skupině pak jsou aspoň dvě čísla. U obou těchto čísel mají exponenty u všech tří prvočísel p_1, p_2, p_3 stejnou paritu, tedy jejich součin je čtvercem přirozeného čísla.

Protože se situace podobná příkladu 1 bude v dalších úlohách opakovat, připomeneme nyní tvrzení o rozkladu přirozených čísel na prvočinitele a zavedeme pojem typu čísla, který usnadní naše další vyjadřování.

Nechť $P = [p_1, p_2, \dots, p_n]$ je uspořádaná n -tice navzájem různých prvočísel. Uvažujme nyní jen taková přirozená čísla m , jejichž každý prvočíselný dělitel p leží v P a označme množinu těchto čísel M . Pak každé $m \in M$ lze vyjádřit ve tvaru $m = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$, kde α_i je nezáporné celé číslo, které je určeno číslem m jednoznačně ($i = 1, 2, \dots, n$). Poznamenejme, že $1 \in M$ (pro $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$) a množina M je uzavřená vzhledem k násobení — tzn. je-li $m_1 \in M$ i $m_2 \in M$, pak též $m_1 \cdot m_2 \in M$.

Přiřadme nyní každému $m \in M$, $m = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$ uspořádanou n -tici nul a jedniček $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]$, kde $\varepsilon_i = 0$, je-li α_i sudé; $\varepsilon_i = 1$, je-li α_i liché. Tuto n -tici nazveme *typem čísla* $m \in M$. Protože každé z čísel ε_i nabývá jednu ze dvou hodnot, je počet všech typů čísel množiny M roven 2^n .

Klíčovou úvahu užitou při řešení příkladu 1 lze nyní stručně formulovat takto: Součin dvou čísel množiny A je čtvercem přirozeného čísla, právě když mají obě čísla stejný typ.

Příklad 2. Součin čtyř různých přirozených čísel je dělitelný právě třemi prvočísly. Dokažte, že z těchto čtyř čísel lze vybrat jedno nebo několik tak, že jejich součin je čtvercem přirozeného čísla.

Nechť $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ je množina zadaných čísel, $P = [p_1, p_2, p_3]$ uspořádaná trojice jejich prvočíselných dělitelů. Pak existuje $2^3 = 8$ typů čísel s prvočíselnými děliteli z P . Uvažujme nyní všechny neprázdné

podmnožiny množiny A (těch je $\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 2^4 - 1 = 15$). Vytvořme součiny prvků v těchto podmnožinách (dostaneme tak 15 součinů, některé z nich mohou mít i stejnou hodnotu).

Rozdělíme-li nyní těchto 15 součinů do osmi skupin podle jejich typu, pak podle (DP) aspoň v jedné skupině jsou aspoň dva součiny

$b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_r$ a $c_1 \cdot c_2 \cdot \dots \cdot c_s$ ($1 \leq r, s \leq 4$). Číslo $b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_r \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot \dots \cdot c_s$ je čtvercem přirozeného čísla.

V tomto součinu však nemusí jít o $r + s$ různých čísel množiny A , některá (ne však všechna) čísla zde mohou být zapsána dvakrát. Vyškrtneme-li je, dostaneme součin různých čísel z A , který je čtvercem přirozeného čísla.

Užitím množinové terminologie lze uvedený výsledek vyjádřit takto: Označíme-li $A_1 = \{b_1, b_2, \dots, b_r\}$; $A_2 = \{c_1, c_2, \dots, c_s\}$, je čtvercem přirozeného čísla součin čísel ze symetrického rozdílu množin A_1 a A_2 .

Úloha 1. Součin pěti různých přirozených čísel je dělitelný právě třemi prvočísly. Dokažte, že z nich lze vybrat sudý počet čísel, jejichž součin je čtvercem přirozeného čísla.

Úloha 2. Součin n různých přirozených čísel je dělitelný právě k prvočísly.

- Dokažte, že je-li $k < n$, pak z nich lze vybrat jedno nebo několik tak, že jejich součin je čtvercem přirozeného čísla.
- Ukažte, že je-li $k = n$, pak situace popsaná v a) nastat nemusí, tzn. udejte příklad n prvkové množiny přirozených čísel, jejichž součin je dělitelný právě n prvočísly tak, aby z ní nebylo možno vybrat neprázdnou podmnožinu čísel, jejichž součin je čtvercem přirozeného čísla.

Úloha 3. Rozhodněte, pro která přirozená n platí tvrzení: Je-li součin n různých přirozených čísel dělitelný právě třemi prvočísly, pak součin některých tří z těchto čísel je čtvercem přirozeného čísla.

Uveďme nyní úlohu, kterou řešili účastníci moskevské matematické olympiády v roce 1986.

Příklad 3. Součin 48 různých přirozených čísel je dělitelný právě deseti prvočísly. Dokažte, že z těchto 48 čísel lze vybrat právě čtyři tak, že jejich součin je čtvercem přirozeného čísla. Vytvořme všechny dvouprvkové podmnožiny dané 48 prvkové množiny A ; těch je $\binom{48}{2} = 1128$. Utvořme součiny prvků v těchto podmnožinách. Rozděľme těchto 1128 různých součinů do $2^{10} = 1024$ skupin podle jejich typů. Podle (DP) existuje aspoň jedna skupina obsahující aspoň dva tyto součiny: $s_1 = ab$, $s_2 = cd$. Označme $S_1 = \{a, b\}$, $S_2 = \{c, d\}$. Jsou-li množiny S_1 a S_2 disjunktní, je součin $abcd$ hledaným čtvercem přirozeného čísla. V opačném případě mají množiny S_1, S_2 společný právě jeden prvek (např. $a = c \wedge b \neq d$) a platí, že součin bd je čtvercem přirozeného čísla.

Nyní zopakujme předchozí úvahu pro 46 prvkovou množinu $B = A - \{b, d\}$. Počet všech dvouprvkových podmnožin je $\binom{46}{2} = 1035$, počet všech možných typů součinů jejich prvků je opět

$2^{10} = 1024$. Podle (DP) existuje aspoň jedna skupina obsahující aspoň dva tyto součiny: $s_3 = ef$, $s_4 = gh$. Označme $S_3 = \{e, f\}$, $S_4 = \{g, h\}$. Je-li $S_3 \cap S_4 = \emptyset$, je hledaným čtvercem číslo $s_3 s_4 = efgh$. V opačném případě mají množiny S_3 , S_4 právě jeden společný prvek (např. $e = g$, $f \neq h$). Pak součin fh je čtvercem přirozeného čísla a hledanou čtveřici tvoří čísla b, d, f, h .

Úloha 4. Není-li v předchozí úloze dáno 48 čísel, ale pouze 45, pak lze vždy pro některé $p \in \{1, 2, 3, 4\}$ vybrat p čísel tak, že jejich součin je čtvercem přirozeného čísla. Dokažte.

Úloha 5. Součin devíti různých přirozených čísel je dělitelný právě třemi prvočísly. Dokažte, že z těchto devíti čísel lze vybrat právě šest tak, že jejich součin je čtvercem přirozeného čísla.

Návod: Využijte výsledku příkladu 1. a proveďte obdobnou úvahu jako v příkladu 3.

Těmito příklady a úlohami není uvedené téma zdaleka vyčerpáno. Vzniká celá řada zajímavých problémů, vhodných pro vaši samostatnou práci v rámci SOČ. V závěrečných třech úlohách naznačíme možný směr dalšího zkoumání této problematiky.

Úloha 6. Dokažte, že lze vybrat nekonečně mnoho celých kladných mocnin čísla 2 takových, že součin žádných dvou z nich není třetí mocninou přirozeného čísla.

Úloha 7. Součin 55 různých přirozených čísel má právě tři prvočíselné dělitele. Dokažte, že součin některých tří z těchto 55 čísel je třetí mocninou přirozeného čísla.

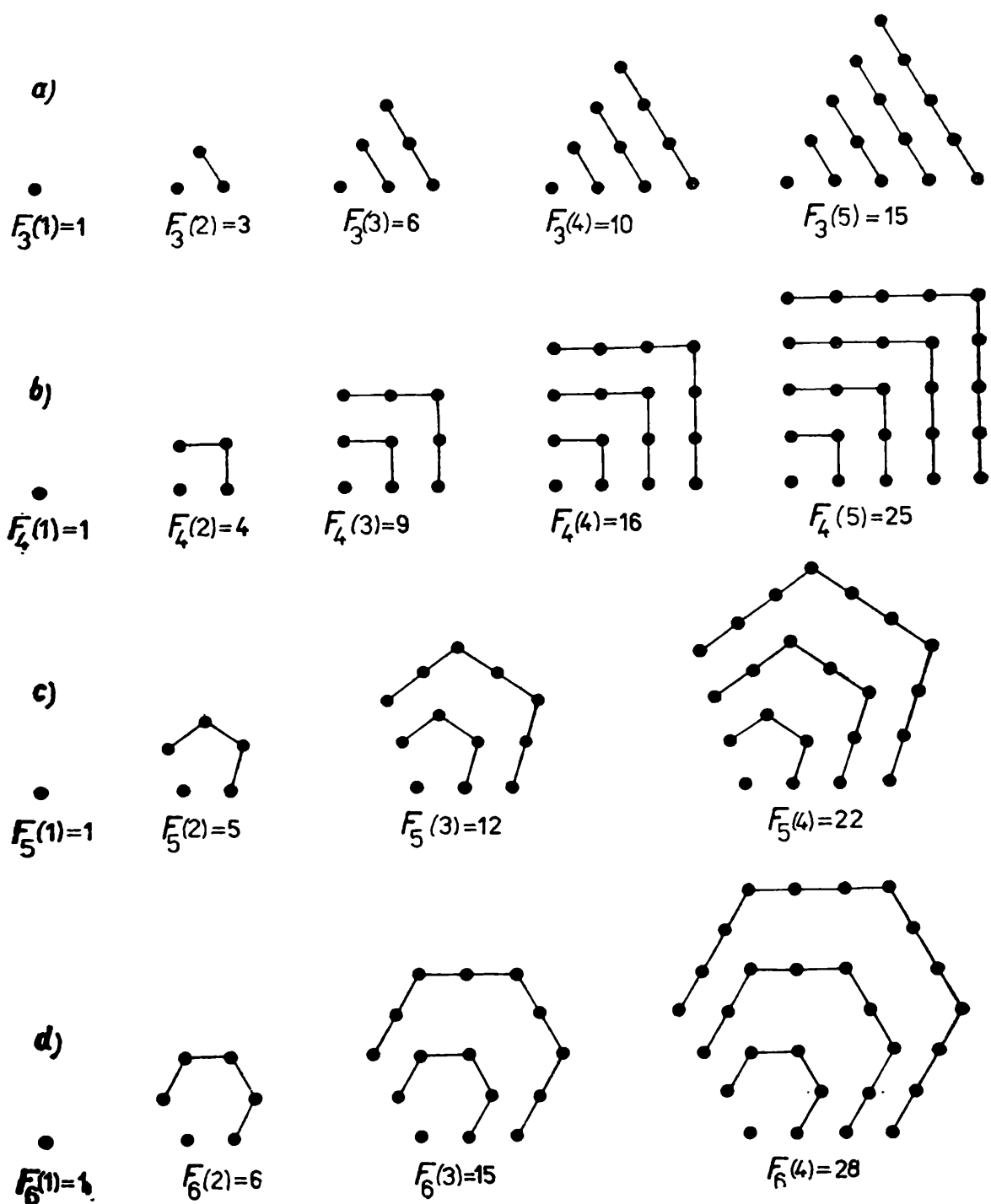
Úloha 8. Součin 27 různých přirozených čísel je dělitelný právě třemi prvočísly. Dokažte, že pro některé $p \in \{1, 2, 3\}$ lze z těchto 27 čísel vybrat právě p čísel tak, že jejich součin je třetí mocninou přirozeného čísla.

Figurálne čísla na štvorčekovom papieri

Doc. dr. MILAN HEJNÝ, CSc., MFF UK Bratislava

Figurálne čísla stáli pri zrode európskej matematiky. Vymysleli ich pytagorejci, niekde na konci šiesteho storočia pred n. l. Spojením počtu a tvaru sa pytagorejci usilovali preniknúť do tušenej harmónie sveta. Magická príchut' figurálnych čísel vyprchala, ale príťažlivosť a zaujímavosť im ostala. V tomto článku si ukážeme, ako možno pomocou štvorčekového papiera dobre manipulovať s nízkymi figurálnymi číslami.

Začnime názornými príkladmi. Na obrázkoch 1a—d je nakreslených niekoľko prvých trojuholníkových, štvoruholníkových, päťuholníkových



Obr. 1

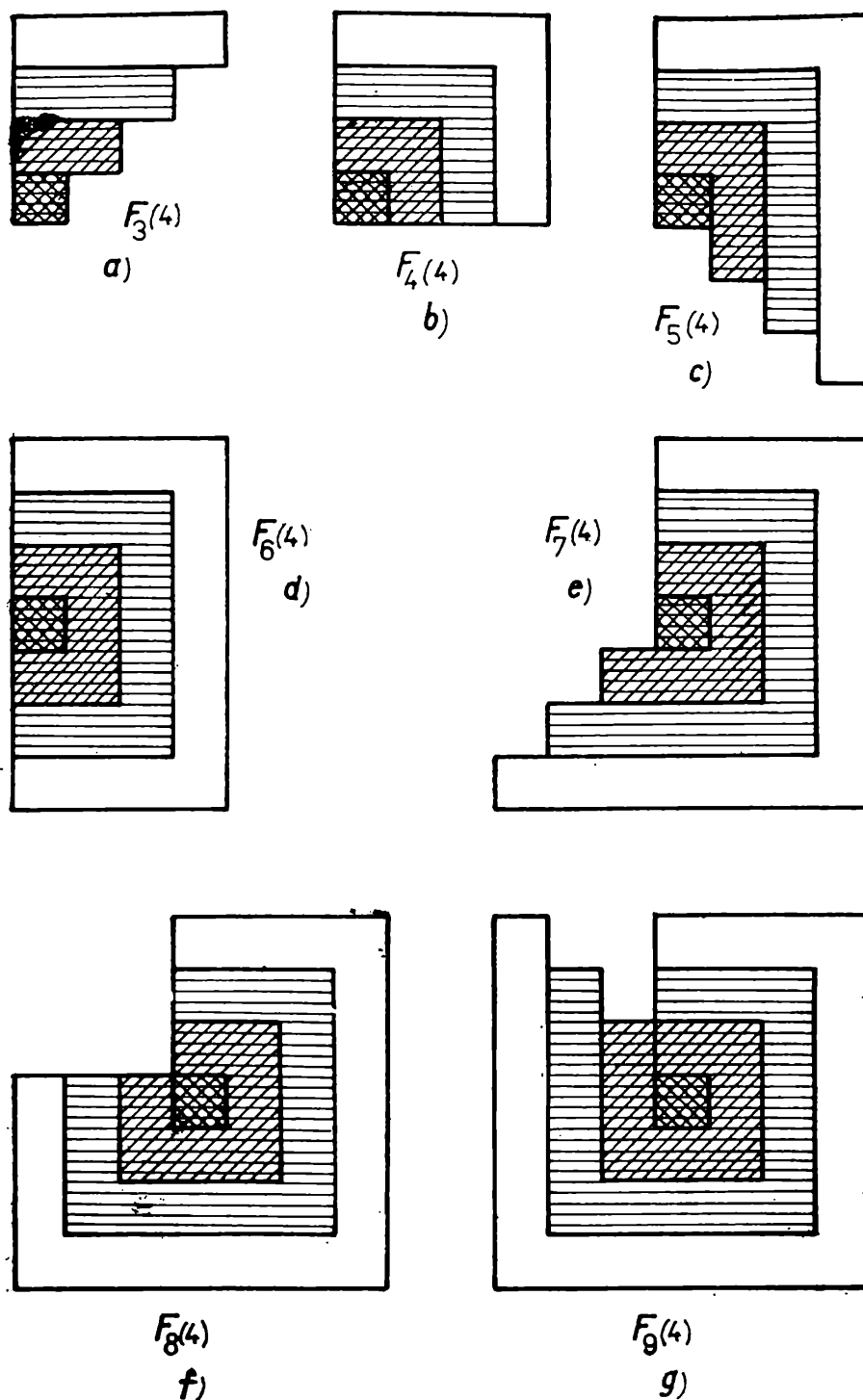
a šesťuholníkových čísel. Počet bodiek, ktoré vytvárajú n -té k -uholníkové číslo, označíme $F_k(n)$; to je to figurálne číslo.

Na obrázkoch sú slabými čiarami pospájané „vrstvy“, ktorými príslušné figurálne číslo „rastie“ — niečo podobného ako letorosty na pni stromu. Keď si podrobnejšie prezrieme obrázok 1a, uvidíme zákonitosť rastu trojuholníkového čísla:

$$F_3(1) = 1, \quad F_3(2) = 1 + 2, \quad F_3(3) = 1 + 2 + 3, \dots$$

Vo všeobecnosti potom platí pre každé $n \in \mathbb{N}$:

$$F_3(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n, \quad (1)$$



Obr. 2

tj. n -té trojuholníkové číslo je súčet prvých n prirodzených čísel. Podobný vzťah možno odvodiť aj pre štvoruholníkové, päťuholníkové, ... čísla.

Úloha 1. a) Vyjadrite $F_4(n)$ ako súčet prvých n členov vhodného radu; b) to isté pre $F_5(n)$; c) to isté pre $F_6(n)$.

Úloha 2. Výsledok prvej úlohy zovšeobecnite na $F_k(n)$.

Trojuholníkové a štvoruholníkové čísla sa dajú kresliť pekne. Horšie je to už s päťuholníkovými, šesťuholníkovými, sedemuholníkovými

a vyššími figurálnymi číslami. Ukážeme si, ako nám tu môže vypo-
môcť štvorčekový papier. Na obrázkoch 2a—g sú nakreslené figurálne
čísla $F_k(4)$ pre $k = 3, 4, \dots, 9$. Žiaľ, čísla $F_{10}(n)$, $F_{11}(n)$, už takto
nakresliť nemožno. Aj tak však tých 7 prvých typov stačí na to, aby sme
získali mnoho dobrých nápadov, ktoré potom často možno zovšeobecniť.
Radosť z objavu prenecháme čitateľovi.

Úloha 3. a) Vyjadrite $F_4(n)$ ako súčet dvoch trojuholníkových čísel;
b) vyjadrite $F_5(n)$ ako súčet trojuholníkového a štvoruholníkového
čísla, c) vyjadrite $F_6(n)$ ako súčet čísel typu F_3 a F_5 .

Úloha 4. Výsledok predošlej úlohy zovšeobecnite.

Úloha 5. Pomocou čísel $F_3(n)$ a $F_3(n+1)$ vyjadrite číslo a) $F_5(n+1)$;
b) $F_9(n+1)$; c) všeobecne $F_k(n+1)$.

Úloha 6. Nájdite „vzorec“ na výpočet čísla a) $F_3(n)$; b) $F_4(n)$; c) $F_5(n)$;
d) $F_6(n)$; e) $F_7(n)$; f) všeobecne $F_k(n)$.

Až doteraz sme s figurálnymi číslami pracovali intuitívne, pomocou
nároku. Nadišla chvíľa ich presného zavedenia.

Definícia. Pre každé $k \geq 3$ celé a $n \in \mathbb{N}$ definujeme n -té k -uholníkové
číslo predpisom (označenie: $d = k - 2$):

$$F_k(n) = 1 + (1 + d) + (1 + 2d) + \dots + (1 + (n - 1) \cdot d) \quad (2)$$

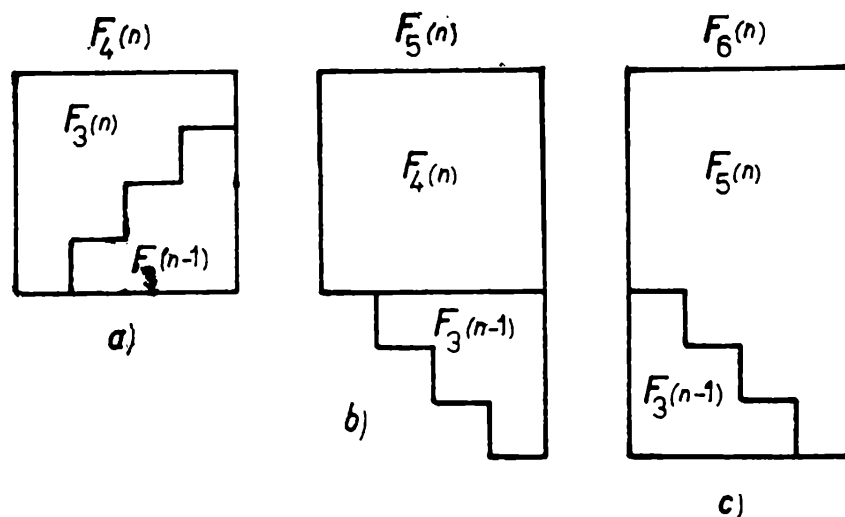
Z definície a známeho vzťahu pre výpočet súčtu prvých n členov arit-
metickej postupnosti vyplýva

$$F_k(n) = \frac{1}{2} n \cdot [(k - 2)n + 4 - k]. \quad (3)$$

Pomocou vzťahov (2) a (3) možno presne dokázať všetky výsledky,
ktoré sme získali riešením úloh.

Na záver ešte niekoľko zaujímavých vzťahov, ktoré môžu čitateľa
podnietiť k ďalšiemu výskumu v oblasti figurálnych čísel:

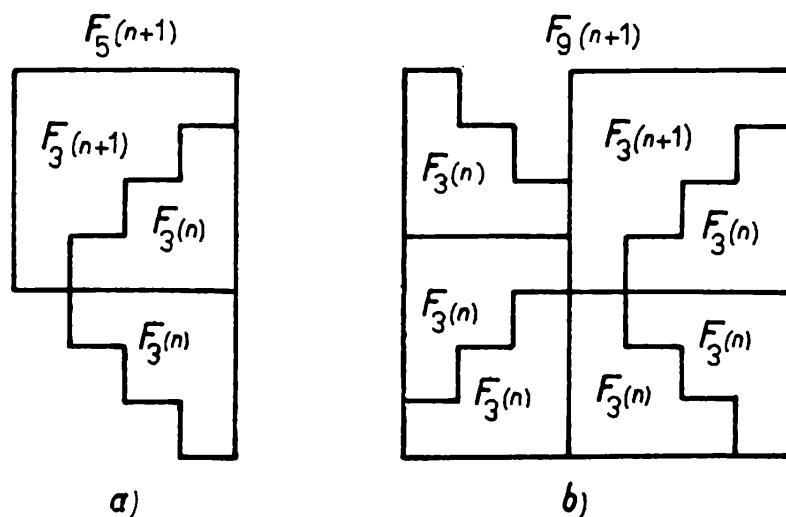
$$\begin{aligned} F_8(n) &= F_4(2n - 1) - F_4(n - 1), & F_6(n) &= F_3(2n - 1), \\ 2F_m(n) &= F_{m-k}(n) + F_{m+k}(n), & 3F_5(n) &= F_3(3n - 1), \\ F_3(1) + & + F_3(2n) &= 4[F_4(1) + & + F_4(n)] \end{aligned}$$



Obr. 3

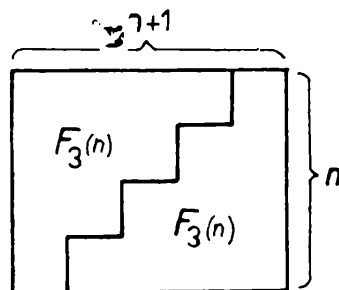
Riešenia :

1. a) $F_4(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1$; súčet prvých n nepárnych čísel.
 b) $F_5(n) = 1 + 4 + 7 + \dots + 3n - 2$
 c) $F_6(n) = 1 + 5 + 9 + \dots + 4n - 3$
2. Pozri ďalej v texte vzťah (2).
3. a) $F_4(n) = F_3(n) + F_3(n-1)$ — pozri obr. 3a.
 b) $F_5(n) = F_4(n) + F_3(n-1)$ — pozri obr. 3b.
 c) $F_6(n) = F_5(n) + F_3(n-1)$ — pozri obr. 3c.
4. a) $F_{k+1}(n) = F_k(n) + F_3(n-1)$
 5. a) $F_5(n+1) = F_3(n+1) + 2F_3(n)$ — pozri obr. 4a.
 b) $F_9(n+1) = F_3(n+1) + 6F_3(n)$ — pozri obr. 4b.
 c) $F_k(n+1) = F_3(n+1) + (k-3) \cdot F_3(n)$



Obr. 4

6. a) $F_3(n) = \frac{1}{2}n(n+1)$, lebo $2F_3(n) = n(n+1)$ — pozri obr. 5.
 b) $F_4(n) = n^2$



Obr. 1

$$\begin{aligned}
 \text{c) } F_5(n) &= F_3(n) + 2F_3(n-1) = \frac{1}{2}n(n+1) + (n-1)n = \\
 &= \frac{1}{2}n(3n-1)
 \end{aligned}$$

$$d) F_6(n) = F_3(n) + 3F_3(n-1) = n(2n-1)$$

$$e) F_7(n) = F_3(n) + 4F_3(n-1) = \frac{1}{2} n(5n-3)$$

f) Pozri vzťah (3) v texte.

0 Fibonacciově posloupnosti a jednom binárním kódu

RNDr. JIŘÍ MÍDA, CSc., PeF UK v Praze

Od 13. století známe posloupnost

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots, \quad (1)$$

jež je definována rekurentně tak, že její první i druhý člen je roven jedničce a každý z dalších členů je vždy součtem dvou členů, které mu bezprostředně předcházejí. Posloupnost se nazývá podle svého autora italského matematika Fibonacciho, jenž je také znám jako *Leonardo Pisanský* (1170? až 1250).

Aritmetická a geometrická posloupnost se většinou definuje rekurentně. U nich umíme celkem snadno odvodit vzorce pro výpočet n -tého členu. Pro Fibonacciovu posloupnost není tato záležitost tak jednoduchá ([1], str. 25). Vzorec pro n -tý člen Fibonacciovy posloupnosti zní takto:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right] \quad (2)$$

Pozoruhodné je, že k výpočtu přirozeného čísla f_n se užívá iracionálního čísla $\sqrt{5}$.

Dokážeme, že vzorec (2) opravdu určuje členy Fibonacciovy posloupnosti. Snadno se zjistí, že $f_1 = f_2 = 1$. Dále je třeba vypočítat součet dvou libovolných sousedních členů. Postupnými úpravami dostáváme:

$$\begin{aligned} f_n + f_{n+1} &= \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n + \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right] = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n \left(1 + \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \left(1 + \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right) \right] = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{n+2} - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{n+2} \right] = f_{n+2} \end{aligned}$$

Fibonacciho posloupnost vznikla při řešení úlohy o rozmnožování králíků ([1], str. 7). V knížce [2] na str. 7 se řeší problém, se kterým se setkáváme při sledování množení včel. V článku [3] se píše o rozmístění listů na stonku nebo stvolu rostliny a o dalších případech šroubovicových symetrií. Nyní si ukážeme užítí Fibonacciovy posloupnosti při řešení jednoho kombinatorického problému.

Při *binárním kódování* se zobrazují číslíčky, písmena apod. na konečné posloupnosti vytvořené ze dvou *binárních znaků*, které můžeme označovat 0 a 1 (případně O a I). Tyto posloupnosti se nazývají *kódová slova*. O počtu znaků v nich hovoříme jako o *počtu bitů*. Při přenosu kódových slov může dojít k jejich zkreslení, při němž se některý znak 1 může změnit na znak 0, popř. některý znak 0 na 1. Pro ověření správnosti přeneseného slova lze využít např. také okolnosti, že se budou jako kódová slova užívat pouze posloupnosti, v nichž nejsou bezprostředně vedle sebe dva znaky 0. Potom změní-li se přenosem kódové slovo v konečnou posloupnost, v níž jsou vedle sebe dva znaky 0, bude zřejmé, že došlo k chybě. Samozřejmě takto všechny vzniklé chyby nemohou být zjištěny, neboť některé z nich nevedou ke vzniku dvou znaků 0 vedle sebe.

Řešme úlohu: Kolik je uspořádaných k -tic, kde $k \geq 1$, ze znaků 0 a 1, v nichž nejsou vedle sebe dva znaky 0?

Označme s_k počet všech takových uspořádaných k -tic. Sestavíme tabulku:

k	k -tice	s_k
1	(0), (1)	2
2	(1, 1), (1, 0), (0, 1)	3
3	(1, 1, 1), (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 0)	5

Takto bychom mohli pokračovat pro $k = 4$ atd. Raději však budeme hledat obecný vztah pro s_k .

Nechť $k \geq 4$ a

$$(a_1, a_2, \dots, a_k)$$

je uspořádaná k -tice, v níž se vedle sebe nevyskytují dva znaky 0. Prvek a_1 může být 0 nebo 1. Vyšetřeme tyto dva možné případy.

1. Nechť $a_1 = 0$. Pak zřejmě $a_2 \neq 0$, tj. $a_2 = 1$, takže

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k) = (0, 1, a_3, \dots, a_k),$$

přičemž v $(k - 2)$ -tici $(a_3, a_4, \dots, a_k)$ nejsou vedle sebe dvě 0. Takových $(k - 2)$ -tic je s_{k-2} .

2. Nechť $a_1 = 1$. Tedy

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k) = (1, a_2, a_3, \dots, a_k);$$

přitom v $(k - 1)$ -tici $(a_2, a_3, \dots, a_k)$ nejsou vedle sebe dvě 0. Takových $(k - 1)$ -tic je s_{k-1} .

Z odstavců 1 a 2 plyne, že pro $k \geq 4$ platí

$$s_k = s_{k-2} + s_{k-1}. \quad (3)$$

Mimo to víme, že $s_1 = 2$, $s_2 = 3$, $s_3 = 5$. Odtud již plyne, že počty $s_1, s_2, s_3, s_4, \dots$ jsou členy Fibonacciovy posloupnosti a že pro $k \geq 1$ platí

$$s_k = f_{k+2}. \quad (4)$$

Pro výpočet čísla s_k lze tedy užívat vzorce (2).

Prohlédneme-li si posloupnost (1), pak vidíme, že pro kódování desítkových číslic, jichž je deset, musí být $s_k \geq 13 = f_7$, tedy podle (4) je $k + 2 \geq 7$, odkud plyne $k \geq 5$. Užívaná kódová slova musí tedy být aspoň pětibitová.

Cvičení

1. Dokažte, že součet druhých mocnin každých dvou sousedních členů Fibonacciovy posloupnosti je členem Fibonacciovy posloupnosti.
2. Kolik je uspořádaných k -tic, kde $k \geq 1$, ze znaků 0 a 1, v nichž nejsou vedle sebe dva znaky 1?
3. Dáno je přirozené číslo $k \geq 5$. Určete počet všech prostých zobrazení množiny desítkových číslic $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ do množiny všech uspořádaných k -tic ze znaků 0 a 1, v nichž nejsou vedle sebe dva znaky 0.

Literatura

- [1] A. I. Markuševič: Vozvratnyje posledovatelnosti, Nauka, Moskva 1975
- [2] J. Jarník: Posloupnosti a řady, ŠMM sv. 43, Mladá fronta 1979
- [3] O. Houdek: Fibonacci dnes? in: RMF: roč. 63, č. 5, s. 193–196

Rízení procesů

8. Režim přerušení

Doc. IVAN FISCHER, CSc., katedra matematiky PeF UK v Praze

Řídicí algoritmy se skládají velkou měrou z čekacích cyklů. Čekání na zastínění fotobuňky. Čekání na zvýšení teploty nad stanovenou mez. Čekání určitou dobu před dalším měřením atd. Pokud jde o čekání určitou dobu, potom víme, že po dané době cyklus skončí a program může dále pokračovat. Obdobně i v algoritmech výpočtů, vyhledávání dat a v podobných činnostech závislých pouze na počítači a programu můžeme situaci zkoumat a ověřit, zda každý cyklus v algoritmu skončí, případně k tomu algoritmus upravit. V řídicích programech však trvání čekacího cyklu není závislé jen na počítači a prováděném algoritmu, ale i na průběhu řízeného procesu. Čekáme-li na zastínění fotobuňky

jedoucím elektrickým vláčkem, potom se může stát, že vláček vykolejí a cyklus čekání pak neskončí. V řídicích algoritmech tak musíme mnohem více než v jiných aplikacích výpočetní techniky hlídat všechny možné poruchy ve sledovaném a řízeném procesu a pamatovat v algoritmech na to, jak se z takovýchto poruch dostat a proces dále řídit (nebo zastavit proces, například vypnout napájecí napětí kolejiště, aby se nespálily přestavníky výhybek, sběrače proudu, kontakty, zdroj atd. pro zkrat vzniklý vykolejením, a přivolat obsluhu). V algoritmu čekajícím na zastínění fotobuňky musíme současně sledovat i čas (počet průběhů cyklem a podobně) a cyklus ukončit jak po očekávaném zastínění fotobuňky, tak po uplynutí určité předpokládané doby. Obdobně musíme v každém čekacím cyklu, kde předpokládáme určitou delší dobu čekání, pamatovat na možnost „ručního“ zásahu do řízení, například z klávesnice počítače. To vytváření řídicích algoritmů značně komplikuje, neboť v každém z čekacích cyklů musíme pamatovat na sledování klávesnice, na sledování doby trvání cyklu atd.

Situaci výrazně zjednodušuje režim přerušení. V prvním dílu seriálu Řízení procesů, kdy jsme si popisovali zapojení malého mikroprocesorového systému, jsme z oddělené vnější sběrnice portů přiváděli k mikroprocesoru signál INT. Obdobně je signál INT vyveden i na aplikační konektor mikropočítače PMD 85. Je-li povolen režim přerušení činnosti mikroprocesoru (instrukcí FB ve strojovém kódu mikroprocesoru) a je-li $INT = 0$, je vyvoláno přerušení činnosti mikroprocesoru. Dokončí se pouze právě prováděná instrukce strojového kódu, na zásobník do paměti se uloží adresa, kde se právě část programu při přerušení prováděla, a mikroprocesor je připraven přijmout pokyn nového programu — co se má v daném přerušení vykonávat. Vyšle se řídicí signál INTE (potvrzení přijetí signálu přerušení). Systémový radič MH 8228 lze v jednoduchých aplikacích mikroprocesorového systému zapojit (spojením vývodu INTA přes odpor na +12 V) tak, že po signálu INTE předá na datovou sběrnici kód FF instrukce RESTART 7 (viz. 2. díl seriálu), po kterém začne mikroprocesor vykonávat program uložený v paměti od adresy 0038 (v šestnáctkové soustavě). Současně se mikroprocesor dostane do režimu zakázaného přerušení, aby též signál INT nevyvolával stále znovu a znovu přerušení. Nyní se začne provádět příslušný program obsluhy přerušení, který musí být zakončen kódem C9 — návratu z podprogramu. Pak mikroprocesor ze zásobníku vyzvedne adresu, na které byl při provádění hlavního programu přerušen, a pokračuje v provádění původního programu. Má-li být dána možnost znovu program přerušit, musí mikroprocesor obdržet znovu kód FB, který opět povolí vyvolat nové přerušení při $INT = 0$.

Na mikropočítači PMD 85.2 si můžeme činnost přerušení vyzkoušet na následujícím pokusu. Na adresu 0038 a následující si uložíme kódy CD, 00, 00 — tedy volání původního začátku činnosti mikropočítače

PMD 85.2, jako po zapnutí počítače, smazání obrazovky, napsání BASIC G a čekání na povely v jazyce BASIC. Na adresu 7000 a následující vložíme kódy FB a C9, povolení přerušování a návrat z podprogramu. Uložení těchto kódů nám zajistí prográmeček:

10 POKE '0038, 'CD, '00, '00

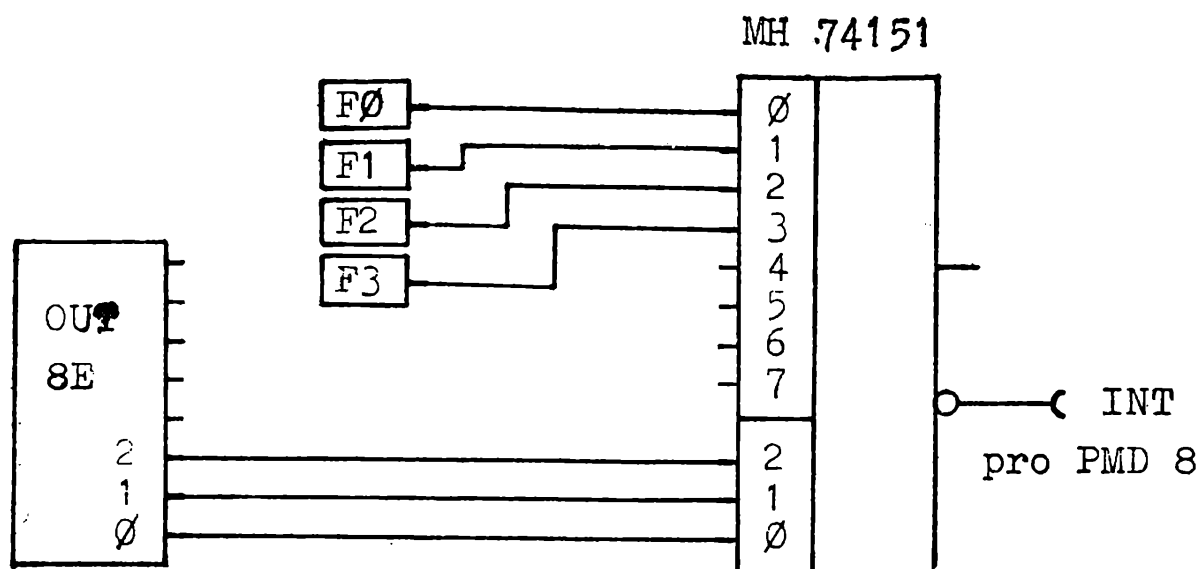
20 POKE '7000, 'FB, 'C9

30 WW=USR ('7000)

Apostrofy před číslem u mikropočítače PMD 85,2 značí, že číslo je zadáno v šestnáctkové číselné soustavě. Řádky 10 a 20 uloží příslušné kódy na dané adresy a řádek 30 zajistí vykonání programu o dvou příkazech (kódech) od adresy 7000. Nyní můžeme provádět libovolnou činnost — psát a upravovat programy, spustit program v jazyce BASIC atd. Pokud se nyní (když je povoleno přerušování) dotkneme drátkem spojeným s vývodem 1 aplikačního konektoru (zem, 0 V) vývodu 15 téhož konektoru (signál INT), přeruší se prováděná činnost, přejde se k „novému zapnutí“ počítače, signalizovaném textem BASIC G.

Na PMD 85 máme tlačítko STOP. To vyvolá pozastavení činnosti či výpisu programu, ale nikoliv okamžitě, ale teprve tehdy, kdy se při provádění programu v jazyce BASIC provádí prohlédnutí stavu této klávesy (a to je až po vykonání příkazu v jazyce BASIC). Při delších příkazech, například FILL, PAUSE, LABEL dlouhého řádku textu atd. uvidíme, že klávesa STOP bude respektována až po provedení těchto příkazů. Naproti tomu přerušování (vyvolané spojením 1 a 15 na konektoru) je provedeno takřka ihned, před dokončením celého příkazu jazyka BASIC.

Užitečnější ukázkou užití režimu přerušování je program, který sleduje polohu vláčku na kolejišti. Pro maximální jednoduchost předpokládáme jízdu jen jedním směrem po oválu se čtyřmi fotobuňkami. Signály z jednotlivých fotobuněk připojujeme k signálu INT mikropočítače PMD 85 přes elektronický přepínač, multiplexer, integrovaný logický obvod MH 74150 (až 16 čidel) či MH 74151 (až 8 čidel) podle obrázku. Z výstupního portu, například s adresou 8E, řídíme třemi bity takovýto přepínač. Při kódu 02 na výstupním portu (OUT 8E na obrázku) propojí negaci logické hodnoty na výstupu fotobuňky F2 na vstup INT mikropočítače. Je-li F2 osvětlena, je $INT = 1$, je-li F2 vláčkem zastíněna, je $INT = 0$, což při povolení může vyvolat přerušování programu a provedení vhodného programu jako obsluhy požadavku přerušování. Na adrese 0038 je požadavek skoku na program od adresy 7004, kde se uloží obsahy registrů AF (které v původním programu mohly mít nějaký význam), přečte se z paměti na adrese 7001 kód, která z fotobuněk je propojena přes MH 74151 na signál INT (neboli, kterou fotobuňku nám vláček zastíní a vyvolá přerušování). Kód příslušný této fotobuňce se zvětší o jednu — další fotobuňka (a při čtyřech se změní na nulu, což je kód následující fotobuňky na oválu). Tento kód se uloží zpět do paměti na adresu 7001



a vyšle se na port 8E. Tím se k signálu INT připojí přes MH 74151 následující fotobuňka. Vyzvedneme (obnovíme) původní obsah registrů AF povolíme nové přerušení a vracíme se do původního programu. Program je uveden v tabulce. Na adrese 7001 je umístěn kód 00 instrukce NOI (prázdná operace, nic nedělá), což je i kód výchozí nulté fotobuňky

Adresa	Kód	Význam
0038	C3 04 70	;Skok na 7004
7001	00	;Nultá fotobuňka
7002	FB	;Přerušení povoleno
7003	C9	;Návrat
7004	C5	;Uloží AF
7005	3A 01 70	;A:=M(7001)
7008	3C	;A:=A+1
7009	FE 04	;A porovnej s 04
700B	C2 0F 70	;JNZ přeskoč na 700F
700E	AF	;A:=0
700F	32 01 70	;M(7001):=A
7012	D3 8E	;Port(8E):=A
7014	C1	;Vyber AF
7015	FB	;Přerušení povoleno
7016	C9	;Návrat

Můžeme ovládat jízdu vláčku pomocí některého zařízení a obslužných programů z minulých dílů seriálu. V úvodu použijeme funkci $W = \text{USR}$ ('7001), nebo $W = \text{USR}$ (28673) na PMD 85.1, která vykoná podprogram od adresy 7001, čímž nastaví kód nulté fotobuňky a povolí přerušování. Nyní v řídicím programu můžeme kdykoliv funkcí PEEK (28673) zjistit polohu vláčku na kolejišti. Změny kódů na adrese 28673 neboli 7001 v šestnáctkové soustavě provádí program vyvolávaný v režimu přerušování, a tak se v hlavním programu nemusíme zdržovat čtením logických hodnot fotobuněk a vřazováním této činnosti do každého z čekacích cyklů. V mikropočítači tak současně, paralelně probíhají dva programy, jeden v jazyce BASIC a druhý ve strojovém kódu, obsluhující dané přerušování. Některé počítače (Tesla SAPI 1) však umožňují i v jazyce BASIC psát programy obsluhy přerušování.

Daná nevýhoda (potřeba strojového kódu) je současně i výhodou: Strojový program proběhne velice rychle a většinu času může probíhat hlavní program. Časové vztahy obou programů nezpůsobují konflikty. Pokud by však byl program při přerušování příliš dlouhý, nebo by bylo přerušování vyvoláváno příliš často, nemusel by zbýt vůbec čas na hlavní program. Režim přerušování programování v mnoha směrech zjednodušuje, ale zároveň může přinést velice složité problémy a těžko odhalitelné poruchy v činnosti řídicího programu. Obdobné problémy nám mohou vznikat i bez režimu přerušování, řídíme-li více procesů tímž programem. Sledujeme-li jízdu dvou vláčků, potom by čekání na jeden vláček zaměstnalo program natolik, že by druhý vláček již z daného úseku mohl odjet. Přehazujeme-li výhybku elektromagnetickým přestavníkem ovládaným z počítače a čekáme na přehození výhybky, může zatím vláček dojet na konec slepé koleje atd. Na rozdíl od jednoduchoučkových ukázek obsluhy čidel, převodníků a akčních členů, jak jsme si je v seriálu uváděli, přináší skutečné řízení byť jednoduchých procesů velmi složité problémy pro programátora, vyžadující velké nápaditosti a hlavně velkou zkušenost, i znalost komplikované teorie, na kterou v našem seriálu nezbyl čas.

Režim přerušování může být složitější. Jestliže výhod INTA systémového řadiče MH 8228 nespojíme na +12 V, ale na výstup z řadiče přerušování MH 3214, nebo programovatelného řadiče přerušování typu 8259, potom můžeme ovládat 8, nebo spojením více řadičů přerušování „libovolně“ mnoho požadavků na přerušování. Přitom lze některé požadavky zakazovat a jiné povolovat, i určovat význam jednotlivým žádostem o přerušování, kdy významnější žádost přerušuje méně významné přerušování atd.

V mikropočítači IQ 151 je programovatelný řadič přerušování 8259. K němu je připojeno tlačítko BR, které přerušuje probíhající program a předá řízení operačnímu systému a pokynům z klávesnice. Po stisku tlačítka R se program z přerušování vrací do původního programu. Zde již mohou vznikat časové konflikty, neboť přerušování mohou být značně

dlouhá, blokující provádění řídicího programu. Kromě přerušení stiskem tlačítka BR vzniká přerušení s větším významem při průchodu síťového napětí nulou. Přitom je zvětšen časový údaj v paměti počítače. Činnost měření času na IQ 151 tak probíhá obdobně, jako sledování vláčku na mikropočítači PMD 85 z popsané ukázky.

Řadič přerušení však, stejně jako další programovatelné podpůrné obvody mikroprocesorového systému, překračují rámec našeho seriálu. Seriál měl předvést pouze rámcové pohledy a seznámit se základními pojmy z oblasti prostředků k řízení procesů mikropočítačem a získat případné zájemce k hlubšímu studiu této rozsáhlé, rychle se vyvíjející, velice aktuální a významné oblasti aplikací mikroprocesorové techniky.

FYZIKA

Fyzika a vidění

PaedDr. FRANTIŠEK JÁCHIM, Základní škola, Volyně

Nejvíce poznatků o svém okolí získáváme zrakově. U obratlovců i u hmyzu je zrak velmi důležitým pojítkem organismu s prostředím. Přestože schopnost vidění je dána pouze živé, vysoce organizované hmotě, opírá se děj vznímání světla o některé jednoduché fyzikální zákonitosti.

Vidění se zakládá na vytvoření skutečného obrazu předmětu na sítnici s následným podrážděním fotoreceptorů a dalším zpracováním v mozku. Pozoruhodné je, že do poměrně malého otvoru lidského oka vstupuje světlo ze značného zorného pole. Děje se tak především díky lomu světla na rozhraních jednotlivých prostředí, jimiž paprsky procházejí.

Do oka světlo vstupuje průhlednou *rohovkou* s indexem lomu 1,37. Přední a zadní komora oční je vyplněna komorovým mokem, jehož index lomu je 1,33. *Čočku* oka tvoří spojka s přední lámavou plochou kulovou a zadní parabolickou. Čtenáře možná překvapí malé rozměry čočky, její průměr je jen asi 9 mm a největší tloušťka 3,7 mm. Svojí strukturou se oční čočka podobá cibuli, tvoří ji několik vrstev. Z nehomogenosti čočky plynou i rozdílné indexy lomu v jednotlivých částech. Index lomu je uprostřed čočky největší (1,40) a směrem k okrajům klesá až na hodnotu 1,38. Porovnáme-li indexy lomu všech prostředí uvnitř oka, zjistíme, že se celkem příliš neliší, a proto k největšímu lomu světla dochází na rozhraní rohovky a vzduchu.

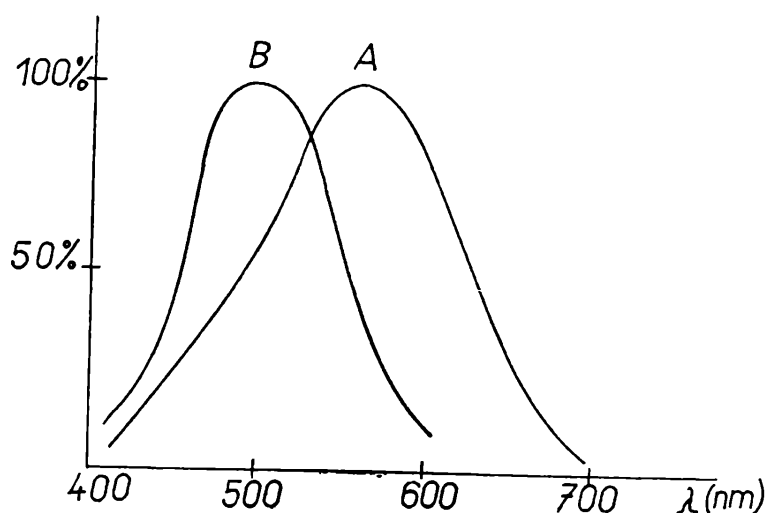
Při ostrém vidění se vytváří obraz předmětu na sítnici oka. Vzhledem k tomu, že pohodlně dovedeme pozorovat předměty v různých vzdálenostech, musí existovat nějaký mechanismus zaostřování. Připomeňme, že se tak děje zcela automaticky. Říkáme, že oko akomoduje. K akomodaci dochází v důsledku působení svalů na oční čočku, čímž se mění její tvar i ohnisková vzdálenost. Akomodací dosáhneme zmenšení předmětové ohniskové vzdálenosti čočky ze 17 mm na 14 mm a obrazové ohniskové vzdálenosti z 22 mm na 19 mm. Směrem ke kratším vzdálenostem pozorovaných předmětů je akomodace omezena tzv. blízkým bodem. Jeho vzdálenost od oka se s rostoucím věkem zvětšuje tak, jak ukazuje tabulka

věk (roků)	10	20	30	40	50	60
blízký bod (cm)	7	10	14	22	40	200

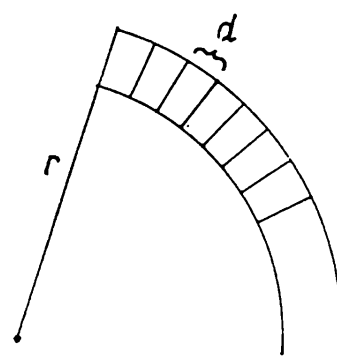
Chceme-li vědomně docílit akomodace, můžeme si provést tento pokus: Stačí, když se budeme dívat z okna skrz záclonu. Soustředíme-li se na ostré vidění venku, pak vidíme síť záclony neostře. Obráceně, při snaze vidět ostře záclonu nevidíme ostře předměty za ní.

Vnitřní část oka obsahuje vrstvu citlivou na světlo, tzv. *sítnici*. *Tyčinky* je v ní 14krát více než *čípků* a jsou rozesety po větší části sítnice. Směrem ke středu sítnice jich však ubývá a v okolí středu mají převahu čípky. Dopadem světla ve směru optické osy se aktivují především barvu vnímající čípky, paprsky dopadající do oka pod větším úhlem dráždí naopak více tyčinky. Proto předměty nacházející se na okraji zorného pole nelze barevně identifikovat, zato postihneme díky tyčinkám jejich i velmi nepatrný pohyb.

Adaptace oka na změny intenzity světla se děje přenášením dominantní funkce vidění z čípků na tyčinky a naopak. Ubývá-li intenzita světla, předměty ztrácejí barvu, avšak různě zbarvené předměty mají různý jas. Pohled na noční oblohu nám poskytuje obraz černobílý, protože intenzita světla je pod prahem citlivosti čípků. Pokud však budeme exponovat dostatečně dlouho na barevný film, uvidíme, že náš černobílý pohled byl klamný. Znázorníme-li křivky citlivosti oka za šera (obr. 1), vidíme, že tyčinky jsou citlivější na modrou část spektra (křivka *B*) a čípky na červenou (křivka *A*). Jako důkaz rozdílné citlivosti nám poslouží dva papíry — modrý a červený. Za plného světla je červená barva světlejší, za šera se bude zdát jasnější modrá. Proč však tyčinky tak citlivě reagují na světlo, přesněji řečeno na elektromagnetické vlnění v oblasti asi 350 nm až 700 nm? Tyčinky obsahují zrakový purpur *rodopsin*, což je protein se zvláštní skupinou retininem. Retinin



obr. 1



obr. 2

je hlavní pohlcovač světla v oku. Molekuly retininu tvoří jakési řetězce dvojité vazby a tyto řetězce mohou snadno emitovat elektron. To se také dopadem světla děje. Chemické složení retininu je velmi podobné složení vitaminu A, jeho nedostatkem vzniká tzv. noční slepota.

Oči s čočkou se vyvinuly již v pravěku u dávno již vyhynulých živočichů — u trilobitů. Trilobit měl oko čočkové, ale současně *mozaikové*. Každé elementární oko obsahovalo čočku z krystalického vápence. Celkový počet až 15 000 elementárních očí pokryl téměř polokulové zorné pole. Protože vápencová čočka vzhledem k svému indexu lomu 1,50 světlo ve vodním prostředí rozptyluje, k vytvoření obrazu byly v oku dvě čočky za sebou.

Většina hmyzu má mozaikové oči. Na rozdíl od trilobitů nejsou v očích hmyzu čočky. Element mozaikového oka je tvořen trubicí, jež přivádí světlo na tenké vlákno, které světlo absorbuje. Umístění jednotlivých oček — *omatidií* — je na obr. 2. Každá buňka je citlivá na světlo vycházející z určitého úzkého kužele, podněty ze všech omatidií pak vytváří celkový zrakový vjem. Oči hmyzu jsou také citlivější než oči obratlovců. Například včela vnímá elektromagnetické záření o vlnové délce až 30 nm, to znamená mnohem „hlouběji“ do oblasti ultrafialové než člověk. Proto také vidí svět barevněji než my. Další pozoruhodnou vlastností včelího oka je citlivost na polarizované světlo. Rozptýlené světlo oblohy je polarizované, což umožňuje včele určit směr ke Slunci, aniž na ně vidí. V tom spočívá dokonalá prostorová orientace včel mimo úl.

Můžeme si také položit otázku, zda by včela viděla s větší rozlišovací schopností, kdyby jednotlivá omatidia byla užší. Ukazují se, že další „miniaturizace“ omatidia má své meze. Bude-li průměr světločivné buňky příliš malý, nastane na této malé štěrbině ohyb světla a vidění ostré

nebude. Jestliže se průměr omatidia naopak zvětší, bude oko vnímat z méně směrů a rozlišovací schopnost se také zmenší. Nejvýhodnější průměr omatidia je dán vztahem $d = \sqrt{\lambda \cdot r}$, kde r je poloměr oční koule a λ vlnová délka světla. Je-li poloměr hlavy včely $r = 3 \text{ mm}$ a $\lambda = 400 \text{ nm}$, vychází pro průměr $d = 35 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, a to je také skutečně průměr včelího omatidia.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Fyzikální ústav Univerzity Karlovy

RNDr. JANA ZACHOVÁ, CSc.

V minulém článku jsme vás seznámili s historií ústavu. Nyní bychom rádi pokračovali v seznamování se současností Fyzikálního ústavu Univerzity Karlovy, vědeckého a pedagogického pracoviště, které má více než stoletou tradici.

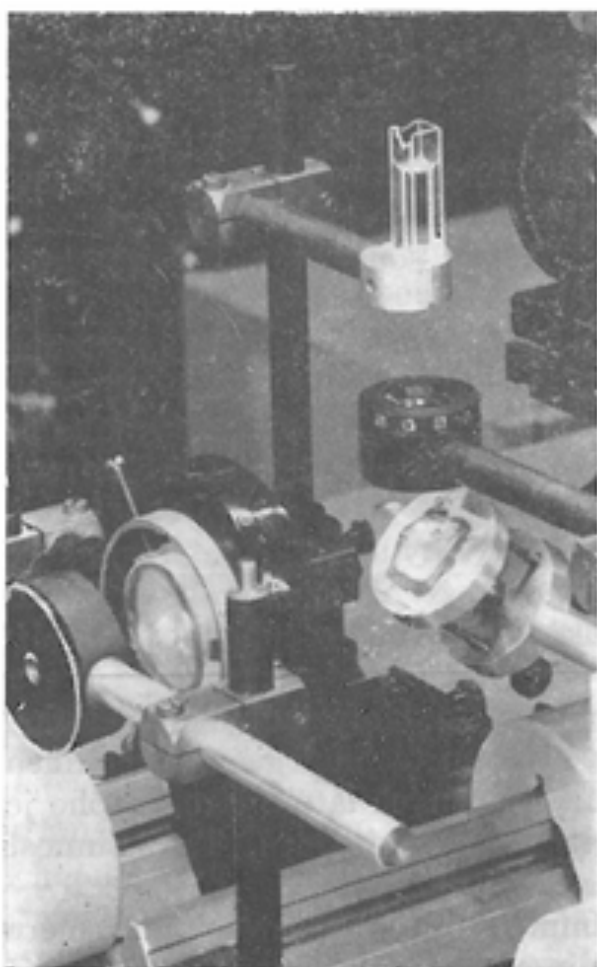
Dnešní Fyzikální ústav má osm oddělení — oddělení biofyziky, organických struktur a molekulární elektroniky, technologie materiálů, optických vlastností, optoelektroniky a integrované optiky, kybernetizace fyzikálních experimentů, teoretické a kryogenní. Ústav vede od r. 1971 *prof. RNDr. Václav Prosser, CSc.*, v současné době prorektor Univerzity Karlovy pro vědu a výzkum.

Hlavním úkolem ústavu, jak jsme si již řekli, je vědecko výzkumná činnost, zaměřená na úkoly základního výzkumu ve fyzice pevných látek a biofyzice s možností orientace na perspektivní obory, jako je optoelektronika, biotechnologie či molekulární elektronika, které mají značné uplatnění v praxi.

Dalším úkolem je výchova studentů biofyziky a zvyšování kvalifikace vědeckých pracovníků. Tomu napomáhá i rozsáhlá spolupráce se zahraničím a vzájemné školení pracovníků ve formě dlouhodobých stáží a aspirantur.

Vědecká činnost se týká dvou oblastí — biofyzikálního výzkumu nukleových kyselin a biomembrán a výzkum technologie a fyzikálních vlastností polovodičů a magneticky uspořádaných látek. Kromě toho je značná pozornost věnována automatizaci experimentů. Tato činnost probíhá v rámci státního plánu základního výzkumu.

V této pětiletce je FÚ koordinačním pracovištěm stěžejního směru SPVZ I-8 „*Biofyzika*“, který je koordinován *prof. Prosserem* a současně ústav koordinuje dva hlavní úkoly.



Obr. 1. Unikátní krystaly trihydrátu adeninu jsou jedny z řady krystalů pěstovaných v laboratořích FÚ. Slouží jako modelový systém pro studium vodíkových vazeb a interakcí složek nukleových kyselin

Obr. 2. K modernímu vybavení laboratoře optické spektroskopie s vysokým rozlišením patří i aparatura na měření Ramanova rozptylu. Slouží k výzkumu jemných mezimolekulárních interakcí mezi složkami nukleových kyselin

K řešení hlavního úkolu I-8-2 „*Fyzikální základy záznamu, přenosu a zpracování informace v organických molekulách a systémech*“ ústav přispívá studiem těchto tří dílčích úkolů:

I-8-2/01 „Studium molekulárních interakcí v modelových systémech informačních molekul“,

I-8-2/02 „Studium strukturních změn na biologických membránách při mezibuněčném přenosu genetické informace“,

I-8-2/03 „Kinetické pochody v molekulách, molekulárních systémech a kondenzátech“.

Cílem tohoto úkolu je vysvětlit elektronové pochody, mezimolekulární interakce a kinetiku relaxačních dějů v nukleových kyselinách, biologických membránách a polymérních modelových systémech pro neklasický záznam informace. Jsou rozvíjeny nejen nové experimentální metody pro optická sledování kinetik ultrarychlých pochodů, ale i teoretický aparát pro popis časového vývoje nerovnovážných dějů v molekulárních kondenzátech pomocí zobecněných kinetických rovnic.

Předpokládá se, že výsledky základního výzkumu se uplatní v optimalizaci některých postupů genové manipulace v biotechnologické praxi a při konstrukci vhodných druhů kvasinek.

Rovněž na řešení hlavního úkolu I-7-2 „*Lineární a nelineární optické interakce — fyzikální principy optoelektroniky*“ se FÚ podílí prací na třech dílčích úkolech:

I-7-2/01 „Generace a přenos náboje při interakci infračerveného záření s látkami s plynule laditelnou šířkou pásu zakázaných energií“,

I-7-2/02 „Interakce světla s látkami s plynule laditelnou šířkou pásu zakázaných energií, zvláště ve vnějších polích“,

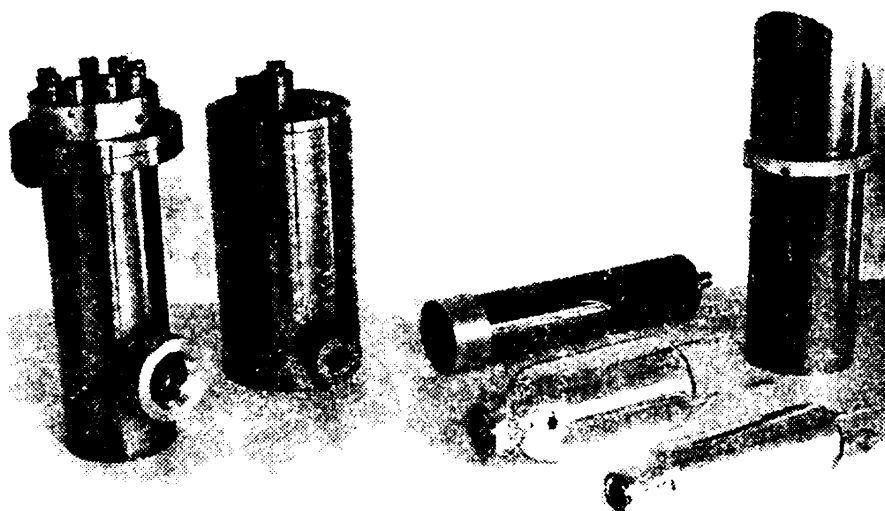
I-7-2/03 „Interakce elektromagnetických vln s magneticky uspořádaným anizotropním prostředím“.

Vědeckým cílem úkolu je mezi jiným objasnit mechanismy lineární optické interakce s látkami o nižší symetrii (magnetické oxidy) a s látkami s plynule laditelnou šířkou pásu zakázaných energií (HgCdTe, PbSnTe) včetně chování v magnetickém poli.

Vysvětlení těchto procesů je důležité pro využití v následujících oblastech: aplikace infračervených detektorů (termovize, vidění ve tmě a v mlze, dálkový průzkum Země, znečištění ovzduší, rozvoj dálkoměrné techniky), optické modulátory a spínače v optoelektronice, rozvoj metod laserové spektroskopie vysokého časového rozlišení a magnetický záznam informace.

Zkušenosti ze základního výzkumu jsou úspěšně využívány ve spolupráci s výrobními podniky i výzkumnými ústavy ve formě hospodářských smluv. V posledním roce uzavřel ústav pět smluv v celkovém finančním objemu přes 3 mil. Kčs.

Jednou z prvních bezprostředních spoluprací s praxí byl vývoj fotoodporů pro Teslu Blatná k expozimetrum, určeným převážně firmě



Obr. 3. Kryostaty chlazené kapalným dusíkem s detektory infračerveného záření, založené na monokrystalech teluritu kademnato-rtuťnatého jsou určeny pro dálkové měření teploty spalin na koruně elektrárenských komínů

Pentacon. Fotoodpory s vynikajícími vlastnostmi jsou vyráběny ve statisícových seriích.

Dalším úspěšným výsledkem spolupráce s Ústavem jaderného výzkumu v Řeži byly detektory γ záření pro čs. komisi pro atomovou energii. Detektory jsou používány ke kontrole obohacení jaderných paliv a v radioterapii.

Pro ČKD, závod Kompresory byl vyvinut prototyp laserového dopplerovského anemometru k měření rychlostních profilů turbokompresorů určených pro TRANSGAS. V posledním roce byl předán i soubor programů pro vyhodnocení výsledků těchto zkoušek.

Spolupráce se týká i dalších oblastí národního hospodářství, jako je zemědělství (optimalizace růstových podmínek ve sklenících, separace zdravých a poškozených bramborových hlíz — Výzkumný ústav zemědělské techniky), ekologie (měření teploty spalin na koruně elektrárenských komínů — Ústav pro výzkum a využití paliv), optoelektronika (pěstování epitaxních granátových vrstev bublinové paměti — Tesla Rožnov) nebo programu Interkosmos (dálkový průzkum Země infračervenými detektory).

Jinou formou aplikovaného výzkumu jsou zlepšovací návrhy a vynálezy. Zlepšovací návrh, připravený k patentování, vyvinutý v biofyzikálním oddělení — proudový cytometr — využívá fluorescenčních sond k rychlé analýze buněk. Je určen k operativnímu stanovení procenta mrtvých buněk ve vzorcích pivovarských kvasnic. Prototyp byl vystaven na výstavě Země živitelka 86, kde o jeho zavedení do praxe projevil zájem JZD Staňkov u Plzně a v roce 1987 získal ocenění na výstavě Zenit.

významu „před“ + *tubero*, -are = tlít, doutnat; od *tuber* = hrb, nádor, výrůstek; srov. TUBERKULÓZA — uměle utvořeno od zdrobněliny *tuberculum*) — mohutné výrony hmoty; výbuch plynů ve sluneční atmosféře. Pozn.: Termín „protuberance“ byl dán v době, kdy pro nedokonalost přístrojů bylo vidět na okraji Slunce jen jakési výběžky nebo hrboly, které se podobaly červenavým rozeklaným vrchům nebo nehybným plamenům, mračnům apod.

PROXIMA (z lat. *proximus* = nejbližší) — hvězda po Slunci naší Zemi nejbližší; PROXIMÁLNÍ — (převážně u končetin) blízký, nejbližší; směřující k místu, kde je končetina spojena s trupem; „blízký trupu“; nebo ve smyslu srovnávacím: „ležící blíže než jiné části“. Pozn.: Z lat. *proximus* je složen též matematický termín APROXIMACE (*a-* = k, u, do) — „přibližování se“; postup směřující k získání přibližné hodnoty, též přibližná hodnota neznámé.

PSEUDO- (z řec. *pseudó* = klamat, mýlit, lhát; srov. PSEUDONYM — nepravé, smyšlené jméno; řec. *onoma*, ve složeninách -*onyma* = jméno) — počáteční část složených slov mající význam „lživý, nepravý, nepůvodní, jen zdánlivý, pa-“; ve vztahu k následující části složeného slova bývá většinou jejím přívlastkem (srov. PSEUDOGOTIKA — nepůvodní, napodobená gotika), zřídka jejím předmětem (srov. PSEUDOFobie — chorobný strach ze lži nebo z přistižení při lži; řec. *fobos* = strach, děs)

PSEUDOELEKTRET (v. elektret) — „umělý, nepravý elektret“; elektret získaný radioaktivním zářením

PSYCHROMETR (slož. z řec. *psychros* = chladný + *metron* = měřidlo, míra; v. -metr¹) — vlhkoměr; přístroj, kterým se „neměří chlad“, ale „pomocí ochlazování“ se měří vlhkost vzduchu; je totiž založen na poznatku, že vlhké těleso odpařováním vody stále ztrácí teplo, chladne, a má proto trvale nižší teplotu (je chladnější) než okolní vzduch, a to tím nižší, čím je vzduch méně vlhký. Pozn.: Řec. *psychros* = chladný souvisí s řec. *psychos* = chladno, chladný vítr; a s tím zase *psyché* = dech, život, duše; odtud pak psychická, psycho- apod.

PULS (z lat. *pulsus*; od *pello*, -ere, ptc. pf. *pulsus* = nárazem uvádět v pohyb, hýbat, pohánět, vyhánět, tlouci, bít; srov. REPELENT — přípravek na odhánění dotěrného hmyzu; lat. *re-* = zpět) — „tlučení“; tep; PULZACE — tepání. tepot; PULZAČNÍ (příd. jméno k „pulzace“) — tepavý; PULZAR — hvězdný útvar, který je pulzujícím radiovým zdrojem; vysílá pulzy v oboru radiových vln; PULZOVAT — pravidelně tepat; PULZOVÝ (příd. jméno k „puls“); PULZUJÍCÍ — tepající, svým tepem něco pohánějící; v. t. impuls

PUPILA (z lat. *pupilla*, zdrobnělina od *puppa* = děvče, panenka — loutka) — panenka, zřítelnice, zornice; ve fyzice: kruhový otvor, jímž vniká omezený svazek světelných paprsků do optických přístrojů

(analogicky podle oční zřítelnice). Pozn.: Lat. výraz „*puppa*“ je z dětské řeči, tvořený zdvojením podobně jako české „bába, táta, máma, děda“.

PYKNOMETR (slož. z řec. *pyknos* = hustý, tuhý, pevný, tvrdý, obtížný + *metron* = měřidlo, míra; v. -metr¹) — hustoměr. Pozn.: **PYKNIK** a **PYKNICKÝ** jsou termíny pro osobu tlusté postavy.

PYRHELIOMETR (slož. z řec. *pyr* = oheň; v. *pyrometr* + *helios* = slunce; v. heliocentrický + *metron* = měřidlo, míra; v. -metr¹) — přístroj na měření slunečního záření („ohně“) dopadajícího na zemský povrch; srov. aktinometr

PYROCENTRICKÝ (slož. z řec. *pyr* = oheň; v. *pyrometr* + latiniz. *centrum* = střed; v. centrum) — **PYROCENTRICKÁ** soustava — učení pythagorejské školy o oběžných pohybech nebeských těles kolem jakéhosi ústředního ohně

PYROELEKTRINA (slož. z řec. *pyr* = oheň; v. *pyrometr* + elektřina, v. t.) — elektřina vzbuzená teplem, tj. zahřátím nebo ochlazením krystalu; **PYROELEKTRICKÝ** jev — vznik elektřiny na koncích některých krystalů při jejich ohřátí („působením ohně“) nebo při jejich ochlazení

PYROMETR (slož. z řec. *pyr*, *pyros* = oheň; srov. **PYROTECHNIK** — pracující se „zhoubným ohněm“ + *metron* = měřidlo, míra; v. -metr¹) — žároměr; přístroj k měření vysokých teplot; v. t. pyrheliometr, pyrocentrický, pyroelektřina

QUASI- v. **KVAZI-**

RABDOMANTIE (slož. z řec. *rabdos* = prut + *manteia* = věštba; srov. **CHIROMANTIE** — věštění z rukou; řec. *cheir* = ruka) — věštění pomocí proutků; hledání vody pomocí proutku; proutkařství

RACIONALIZACE (od lat. mnohovýznamového *ratio*, -onis, jehož nejčastější významy jsou „rozum, poměr, číslo“ + latiniz. -isatio; v. -izace) — „provádění rozumných věcí“; uspořádání podle rozumu, podle zásad na rozumu založených; souhrn opatření směřujících k účelnějšímu, hospodárnějšímu, „rozumnějšímu“ způsobu práce, výroby atd. **RACIONALIZAČNÍ** — týkající se racionalizace; **RACIONÁLNÍ** — 1. založený na rozumu, rozumem pochopitelný, rozumný (např. racionální postup); 2. ve fyzice a matematice: „založený na poměru, poměrový“; **RACIONÁLNÍ číslo** — vyjadřuje se „poměrem“, zlomkem, podílem celých čísel

RADAR — zkratkové slovo z angl. *RA*Diodetecting *And* *Ranging* = zjišťování a zaměřování „rádiem“, tj. pomocí elektromagnetických vln

RADIACE (z lat. *radioatio*, od *radius* = hůlka, paprsek; v. radius) — „vysílání paprsků“; záření, sálání; způsob šíření tepelné energie

RADIAČNÍ (příd. jméno k „radiace“) — týkající se radiace

RADIÁLA — silnice směřující paprskovitě ze středu osídleného prostoru na jeho okraj

RADIÁLNÍ (příd. jméno k „radius“) — mající směr paprsku vycházejícího z určitého bodu; paprskovitý; jdoucí ve směru poloměru, tj. od středu; poloměrový, týkající se poloměru; ve fyzice: působící ve směru průvodiče; RADIÁLNÍ pole — v něm siločáry vycházejí paprskovitě z určitého bodu; RADIÁLNÍ rychlost — složka rychlosti ve směru poloměru

RADIÁN — rovinný úhel sevřený dvěma poloměry, které vytínají na kružnici oblouk stejně dlouhý jako je poloměr; Pozn.: V geometrii se někdy používá též termínu „radian“

RADIANT — 1. = radián; 2. bod na obloze, z něhož zdánlivě vylétá větší množství létavic

RADIÁTOR (v. -or) — zařízení „vysílající tepelné paprsky“; topné těleso

RÁDIO (od lat. *radius* = hůlka, paprsek; v. radius) — rozhlas; bezdrátové přenášení zvuku cestou elektrickou; označení všeho, co je v souvislosti s tímto přenášením (např. rozhlasový přijímač). Pozn.: Název byl odvozen nejspíše od „radiace“ (v. t.) — záření a charakterizuje způsob rozvodu elektromagnetických vln sloužících k dopravování zpráv; energie ve vysílací stanici vyrobená je totiž vyzařována anténou do prostoru. V. t. radio-³.

RADIO-¹ (z lat. *radius* = hůlka, paprsek; v. radius) — počáteční část složených slov mající význam „týkající se paprsků, záření při jaderné reakci, záření jakýchkoli paprsků“ (např. rentgenových); v. t. radioaktivita, radiografie, radioizotop, radiokobalt, radioluminiscence, radiometr, radionuklidy

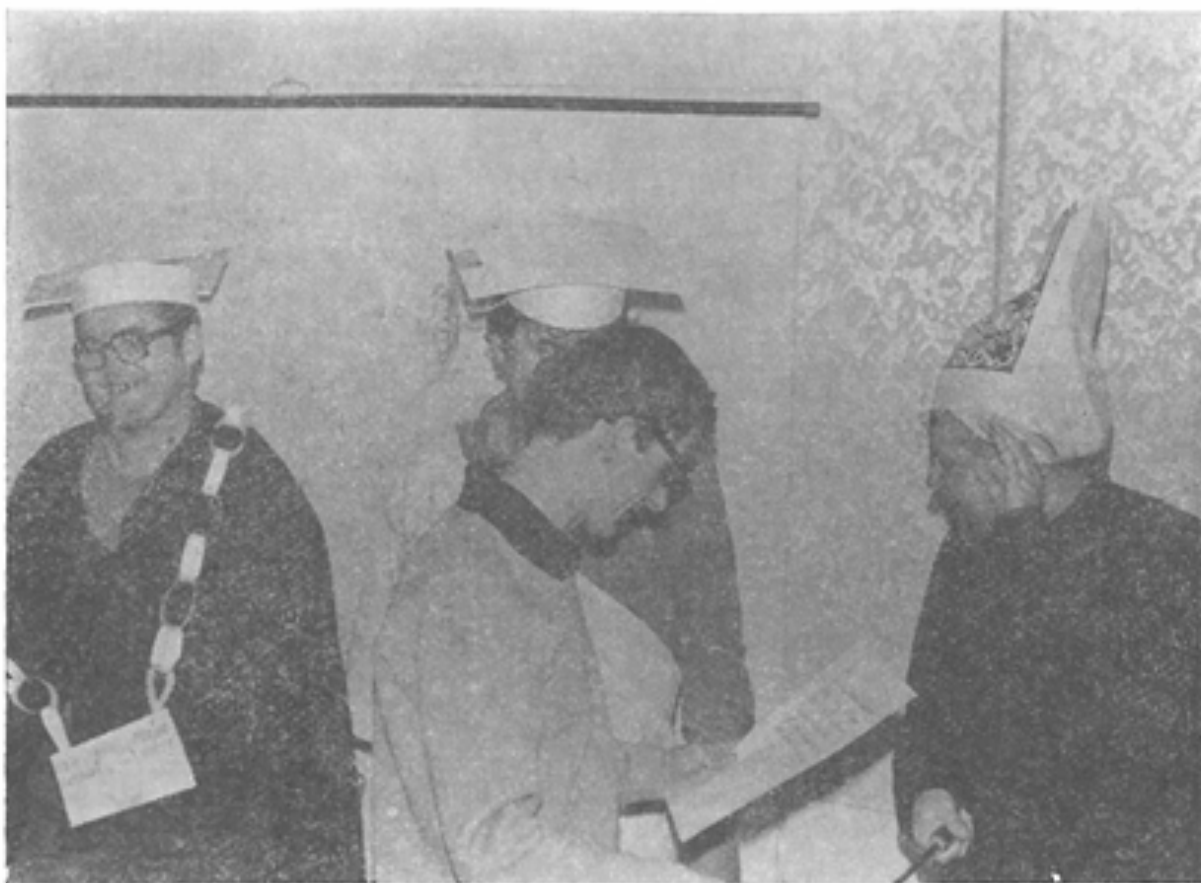
RADIO-² (z lat. *radius* = hůlka, paprsek; v. radius) — počáteční část složených slov mající význam „týkající se rádiových, elektromagnetických vln a jejich technického využití“ (např. RADIOFONIE — zabývá se technikou přenosu zvukových frekvencí na dálku prostřednictvím elektromagnetických vln v prostoru); v. t. radioastronomie, radioelektrický, radiogoniometr, radiokomunikace, radiolokace, radionavigace, radiosignál, radiotechnika, radiotelefonie, radiotelegrafie, radiotelekomunikace, radioteleskop

RADIO-³ (od lat. *radius* = hůlka, paprsek; v. radius) — počáteční část složených slov mající význam „rádio, rozhlasový přístroj (např. RADIOAPARÁT, RADIOSOUČÁSTKA)

RADIOAKTIVITA (v. radio-¹ a aktivita) — schopnost některých prvků vysílat při rozpadu záření (paprsky); RADIOAKTIVNÍ

RADIOASTRONOMIE (v. radio-² a astronomie) — obor astronomie zabývající se kosmickým rádiovým, elektromagnetickým zářením

- RADIOELEKTRICKÝ** (v. *radio*⁻² a *elektrický*) — souvisící s využitím rádiových, elektromagnetických vln; **RADIOELEKTRICKÝ přenos** — bezdrátový
- RADIOFONIE** (v. *radio*⁻² a *-fonie*) — odvětví radiotechniky zabývající se technikou přenosu zvukových frekvencí na dálku prostřednictvím elektromagnetických vln v prostoru; **RADIOFONICKÝ**
- RADIOGONIOMETR** (v. *radio*⁻² a *goniometr*) — přístroj k zaměřování a určování polohy v prostoru pomocí elektromagnetických vln; **RADIOGONIOMETRIE** — rádiové zaměřování; zaměřování pomocí radiogoniometrů
- RADIOGRAFIE** (v. *radio*⁻¹ a *-grafie*) — pořizování snímků struktury určité látky ionizačním zářením; vyšetřování kovových materiálů pomocí radioaktivního záření
- RADIOIZOTOP** (v. *radio*⁻¹ a *izotop*) — radioaktivní izotop; izotop charakteristický svým radioaktivním zářením
- RADIOKOBALT** (slož. z *radio*⁻¹ + střlat. *cobaltum*) — radioaktivní izotop kobaltu vyzařující paprsky beta a gama (používaný v lékařství a průmyslu — kobaltová bomba)
- RADIOKOMUNIKACE** (v. *radio*⁻² a *komunikace*) — spojení pomocí rádiových, elektromagnetických vln; **RADIOKOMUNIKAČNÍ** — týkající se radiokomunikace
- RADIOLOKACE** (v. slož. z *radio*⁻² + *locatio* = umístění; v. *dislokace*) — zjišťování polohy a směru pohybu těles v prostoru pomocí odražených rádiových, elektromagnetických vln; **RADIOLOKAČNÍ** — týkající se radiolokace (např. mapa, přístroj); **RADIOLOKÁTOR** (v. *-or*) — zařízení, kterým lze pomocí odražených elektromagnetických vln měřit vzdálenost zaměřeného cíle; radar
- RADIOLUMINISCENCE** (v. *radio*⁻¹ a *luminiscence*) — radioaktivním zářením podmíněné světélkování nějaké látky
- RADIOMETR** (v. *radio*⁻¹ a *-metr*¹) — přístroj na měření radioaktivity; přístroj udávající stupeň radioaktivního zamoření
- RADIONAVICAGE** (v. *radio*⁻² a *navigace*) — navigace pomocí rádiových, elektromagnetických vln
- RADIONUKLIDY** (v. *radio*⁻¹ a *nuklid*) — nuklidy, které vysílají radioaktivní záření
- RADIOSIGNÁL** (v. *radio*⁻² a *signál*) — znamení dávané pomocí rádiových, elektromagnetických vln
- RADIOTECHNIKA** (v. *radio*⁻² a *technika*) — odvětví elektrotechniky, které se zabývá technickým využitím radiotelegrafie a radiotelefonie
- RADIOTELEFONIE** (v. *radio*⁻² a *telefonie*) — telefonní spojení uskutečněné pomocí rádiových, elektromagnetických vln; bezdrátová telefonie



Obr. 4. Slavnostní ceremoniál přijímání nových studentů biofyziky.

V pedagogické praxi Fyzikální ústav zajišťuje již od roku 1968 výuku posluchačů zaměřením biofyzika. Cílem studia je vychovat biofyziky, ovládající důkladně jak experimentální metody (spektroskopické, RTG- strukturní analýzu, elektroniku . . .), tak teoretické přístupy kvantové fyziky s dostatečným přehledem v biochemii, molekulární biologii a genetice. Kromě toho jsou studenti seznámeni se základy programování a s možnostmi využití výpočetní techniky při řízení a zpracování experimentů. Tak je zajištěno, že absolventi biofyziky se dobře uplatňují v týmu biologů, lékařů, zemědělců, chemiků — při řešení širokého spektra problémů na rozhraní fyziky, biologie a chemie — ale i na pracovištích fyzikálního, technického či výpočetního zaměření.

S našimi absolventy jsme v poměrně úzkém kontaktu, nejen proto, že s mnohými přímo spolupracujeme, ale i proto, že každé čtyři roky je pořádán sjezd absolventů. Sjezdy mají velký význam jak z hlediska společenského, tak z hlediska získávání cenných informací o uplatnění a požadavcích praxe na profil našich studentů. Můžeme říci, že zájem o absolventy biofyziky stále stoupá. Od r. 1963, kdy absolvoval první student s biofyzikálním zaměřením, do r. 1987 skončilo úspěšné studium 79 posluchačů. Ze 12 absolventů do r. 1972 pracují v oboru pouze 3 (25 %), během dalších 10 let absolvovalo 41 studentů, z nichž 65 %



Obr. 5. Profesor Prosser zahajuje diskusi na jednom z plenárních zasedání mezinárodní konference o laserové spektroskopii biologických objektů, kterou FÚ pořádal v r. 1986. Zleva prof. Peticolas z USA, zprava prof. Bertoluzza z Itálie

pracuje v oboru a z absolventů posledních 5 let pracuje v oboru již 69 %. Nejčastěji jsou zaměstnání v ústavech akademie přírodovědného zaměření (biologické ústavy v Krči, ÚMCH, Ústav exp. botaniky) dále na lékařských pracovištích (Fakultní nemocnice v Praze, Lékařská fakulta Hradec Králové) a na vysokých školách v Praze, Bratislavě i v Košicích.

Značný zájem o studium biofyziky na MFF UK mají i studenti ze Slovenska, přestože biofyziku mohou studovat v Bratislavě i v Košicích. Významná je spolupráce s přírodovědeckou fakultou v Košicích, která k nám vysílá studenty do 3. a 5. ročníku i školit aspiranty.

Poměrně malý počet studentů — maximálně 10 v ročníku — umožňuje individuální přiřazení studentů učitelům. Tento způsob se velmi osvědčil. Užší kontakt pedagoga se studentem po odborné, společenské i politické stránce se projevuje i v aktivním zapojení studentů do vědecké práce ústavu buď jako vědeckých pomocníků či na úkolech pro praxi.

Značný důraz se klade na to, aby se studenti naučili zpracovávat dané téma a uměli svou práci obhájit. Proto byly zavedeny ve třetím ročníku předdiplomové práce, které se velmi osvědčily. Další významnou formou výchovy je studentská vědecká a odborná činnost. Každoročně je vypisováno 10 až 12 témat SVOČ a za poslední čtyři roky 7 prací našich studentů získalo ocenění v celostátním kole. V posledním školním roce bylo podáno 10 prací, z nichž tři získaly první místo ve fakultním kole a dvě v celostátním (2. a 4. místo).



Obr. 6. Loučení s vietnamskou aspirantkou po úspěšné obhajobě kandidátské práce

Také politickovýchovná činnost je koncipována tak, aby studenti byli co nejvíce zapojováni do života ústavu. Velice se osvědčil již tradiční několikadenní politicko-výchovný seminář pracovníků FÚ a studentů mimo Prahu, kde se probírají témata nejen politická, otázky filozofie přírodních věd a problémy etiky a estetiky, ale i připomínky studentů k přednášejícím, organizaci studia, výsledky různých anket, dojmy z cest a tradiční ceremonie přijímání nových studentů biofyziky, který se těší velké popularitě.

Ve spolupráci se zahraničím má Fyzikální ústav dlouholetou tradici s družebními univerzitami ve Vilnius, Rize a Moskvě. Tato spolupráce navázala na studentské výměnné praxe, které začaly již v roce 1967 a stimulovala v 7. pětiletce vznik Integrovaného tématu mezi univerzitami v Moskvě, Vilnius, Jerevanu, Praze a Košicích (FÚ je koordinačním pracovištěm). Cílem tématu je koordinace společného výzkumu důležitých biologických molekul moderními metodami optické spektroskopie.

Dále ústav spolupracuje s univerzitami v Berlíně, Varšavě, Oxfordu, Hamburku, Terstu a Padově a laboratorii magnetizmu v Bellevue ve Francii většinou v rámci dohod přímé družební spolupráce. Společně získané původní vědecké výsledky jsou uveřejňovány v řadě publikací a příspěvcích na konferencích a v případě integrovaného tématu jsou

hodnoceny na pravidelných seminářích. Poslední koordinační seminář na téma „Studium struktury, fyzikálních vlastností a energetiky biologicky aktivních molekul“ se konal r. 1986 v Praze a Bratislavě.

Fyzikální ústav organizoval i další významná mezinárodní setkání, která podstatně přispěla nejen k prohloubení spolupráce, ale i k prezentaci dosažených výsledků na mezinárodním fóru — Mezinárodní letní škola o optoelektronice v Mariánských Lázních v r. 1976, Seminář Interkosmu v Praze v r. 1983 a zejména Mezinárodní konference o rozptylu laserového záření v biologických objektech v Praze v červenci r. 1986. Tato konference, které se zúčastnilo více než 120 předních světových odborníků především ze zemí západní Evropy, USA, Kanady a Japonska, byla našimi partnery vysoce hodnocena jak po stránce odborné, tak organizační a dala podnět k pravidelnému setkávání zájemců o aplikace laserové spektroskopie v biologii. Příští konference byla naplánována na rok 1989 do Pecse.

Kromě toho ústav vyškolicil v posledních patnácti letech řadu zahraničních odborníků jako aspiranty z Vietnamu, Bulharska a diplomanta z NDR. S mnohými z nich udržujeme odborné i osobní kontakty nadále. Například Nguyen Manth Tuan, který nyní vyučuje fyziku na Pedagogickém institutu v Hanoi, nám píše již plných 7 let.

Výsledky, kterých Fyzikální ústav Univerzity Karlovy dosáhl v posledních dvaceti letech, mu získávají přirozenou autoritu ve vědecké veřejnosti u nás i v zahraničí, jak o tom svědčí i rostoucí úkoly v této pětiletce: ústav je koordinačním pracovištěm stěžejního směru a dvou hlavních úkolů státního plánu základního výzkumu; rozsáhlá monografie *Experimentální metody biofyziky*, kterou napsal kolektiv autorů pod vedením prof. Prossera a která má vyjít v příštím roce, byla určena za celostátní učebnici; rostoucí zájem zahraničních pracovišť o spolupráci se projevil i v uzavření dvou dalších významných smluv v rámci Komplexního programu vědeckotechnického pokroku zemí RVHP s Moskevskou státní univerzitou.

Pokyny pro autory článků v Rozhledech naleznete ve 2. čísle tohoto ročníku časopisu.

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Nejmladším čtenářům Rozhledů

STANISLAV HORÁK, Praha

1. Číslo 16 je druhá mocnina čísla 4 a zároveň čtvrtá mocnina čísla 2. Je to jediné číslo této vlastnosti?

[Není, $81 = 9^2 = 3^4$, $256 = 16^2 = 4^4$. Obecně $A = (a^2)^2 = a^4$.]

2. Vypráví se, že jeden otec odkázal svým třem synům svoje úspory s podmínkou, že každý ze synů dostane tolik, co druhí dva dohromady. Kolik každý z nich dostal?

[Úloha vede na řešení soustavy rovnic $x + y = 2z$, $x + z = 2y$, $y + z = 2x$. Řešení této soustavy je $x = y = z$, což nevyhovuje podmínce úlohy.]

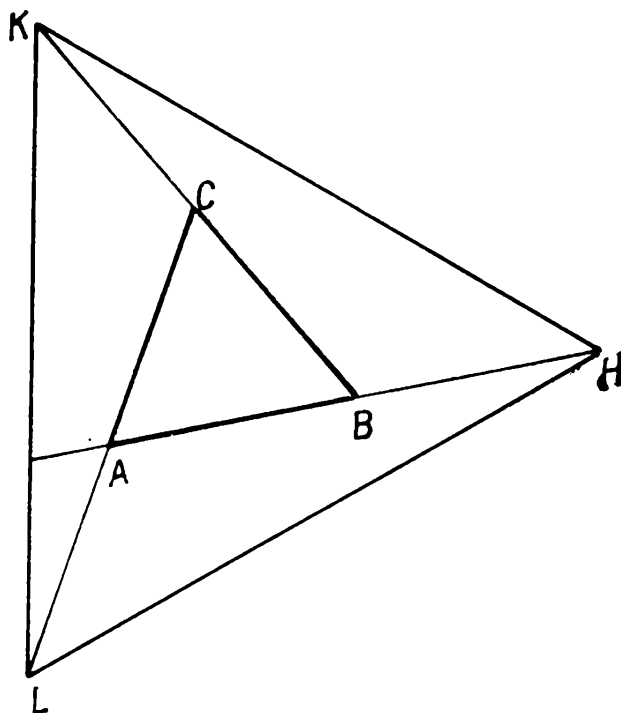
3. Všimněte si zajímavé vlastnosti čísla 47. Jestliže od něho odečteme jeho ciferný součet, dostaneme dvojmoc přirozeného čísla. Tuto vlastnost mají všechna přirozená čísla začínající některou z cifer 1, 4, 9. Vaším úkolem je najít všechna trojciferná čísla této vlastnosti.

[Čísla začínající dvojčíslím 15, 23, 33, 45, 59 a 74.]

4. Najděte všechna celočíselná řešení rovnice

$$y^2 = 2x^2 + 11x + 14.$$

$[x = -5, y = 3]$.

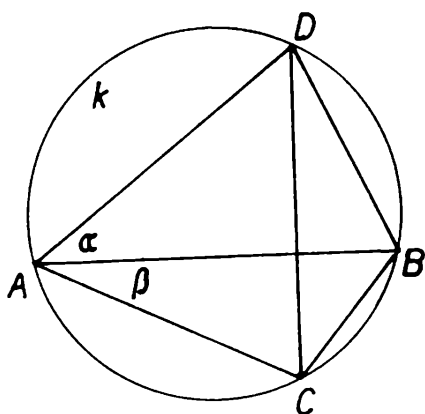


Obr. 1

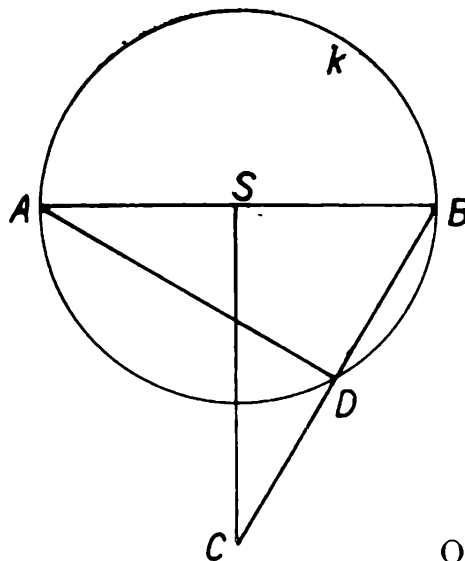
5. Na obr. 1 je znázorněn rovnostranný trojúhelník ABC a trojúhelník HKL . Přitom $|AB| = |BH| = |CK| = |AL|$. Jestliže obsah trojúhelníku ABC je 1 cm^2 , vypočítejte obsah trojúhelníku HKL .

[Trojúhelník HKL se dá rozložit na několik vzájemně se nepřekrývajících trojúhelníků obsahu 1 cm^2 ; 7 cm^2 .]

6. Na obr. 2 jsou AB , CD navzájem kolmé tětivy kružnice k . Označme $\sphericalangle BAD = \alpha$, $\sphericalangle BAC = \beta$. Vypočítejte velikost součtu $\sphericalangle DAC + \sphericalangle DBC$.
[180°].



Obr. 2



Obr. 3

7. Na obr. 3 je AB průměr kružnice k poloměru $r = 1 \text{ cm}$, $\sphericalangle ABC = 60^\circ$. Jak dlouhé jsou strany trojúhelníků ABD a BCS ?

[Oba trojúhelníky jsou shodné, délky stran jsou 1 cm , 2 cm , $\sqrt{3} \text{ cm}$.]

8. V rovnostranném trojúhelníku ABC spojte střed E strany BC se středem F strany AC . Vypočítejte obsah čtyřúhelníku $ABEF$.

[Čtyřúhelník $ABEF$ se dá rozložit na několik vzájemně se nepřekrývajících shodných trojúhelníků. Je-li S obsah daného trojúhelníku, pak obsah čtyřúhelníku je $\frac{3}{4} S$.]

9. V pravidelném trojbokém hranolu $ABCEFG$ mají všechny stěny včetně podstav stejný obsah. Vypočítejte výšku hranolu.

$$\left[v = \frac{a}{4} \sqrt{3} . \right]$$

10. Máme tři tělesa, jehlan, krychli a kouli. Dohromady váží 6 kg . Krychle s koulí váží právě tolik jako pět jehlanů a tři jehlany s krychlí váží právě tolik jako tři koule. Vypočítejte, kolik váží jednotlivá tělesa.
[Jehlan 1 kg , koule 2 kg , krychle 3 kg .]

Dva fyzikální problémy

1. úloha. *Beztížný stav a Archimédův zákon*

V umělé družici, která je v beztížném stavu, je umístěna nádoba s vodou, jejíž povrch je rovinný. Na hladinu vody položíme poprvé olověnou kouli, podruhé kouli z korku a potřetí z umělé hmoty, jejíž hustota je rovna hustotě vody. Přitom neudělíme koulím počáteční pohyb, ani se voda neuvede do pohybu. Je otázka, jako polohu pak volné koule zaujmou.

2. úloha. *Přeměny energie*

Je-li mlecí stroj ve mlýně poháněn elektromotorem, říkává se chybně, že se při mletí elektrická energie přeměňuje na mechanickou práci. Jak je to správně?

(Řešení naleznete na str. 390.)

Emil Kašpar

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. Číslo 6116 má tuto vlastnost. Vezmeme-li libovolnou dvojici jeho cifer a sečteme-li je, poslední cifra tohoto součtu bude stejná, jako kdybychom učinili totéž se zbývajícím dvojicí. Kolik čtyřciferných čísel má stejnou vlastnost?

Úloha 2. Představme si „maďarskou“ kostku typu 2×2 místo 3×3 . Dvě políčka budeme považovat za sousední právě tehdy, když budou mít společnou alespoň jednu hranu. Tedy každé políčko má za sousední právě 4 jiná políčka. Je možné do políček napsat celá čísla tak, aby pro každé políčko platilo, že součet jeho čísla a čísel políček sousedních je roven číslu 13?

Úloha 3. Mějme číselnou pyramidu:

$$1+2=3$$

$$-1+2+3=4$$

$$1-2+3+4=5$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5=6$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6=7$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7=8$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8=9$$

Rozmístěte znaménka „+“ a „-“ tak, aby platily uvedené rovnosti. Mezi některé cifry nemusíte umístit znaménko, ovšem potom je musíte spojit do jednoho čísla.

Úloha 4 (obtížnější). Na straně AB , resp. CD , konvexního čtyřúhelníka libovolně zvolíme bod E , resp. F . Dokažte, že středy úseček AF , BF , CE a DE jsou vrcholy konvexního čtyřúhelníka, přičemž jeho obsah nezávisí na konkrétní volbě bodů E , F .

Úloha 5 (obtížnější). Dokažte, že libovolnou polynomičkou funkci je možné napsat jako rozdíl dvou rostoucích polynomičkových funkcí. Návod: Nejprve to zkuste dokázat pro polynom x^2 .

Tomáš Schütz

OLYMPIÁDY A SOČ

Úlohy první mezinárodní olympiády v programování

RNDr. PAVEL TÖPFER, MFF UK Praha

V minulém čísle Rozhledů jsme přinesli informaci o průběhu 1. mezinárodní olympiády v programování, která se uskutečnila na Slovensku ve dnech 23. až 30. 8. 1987. Nyní vás seznámíme se soutěžními úlohami a s tím, jak je účastníci olympiády řešili.

Úloha č. 1.

Pro přirozená čísla X a Y budeme říkat, že číslo X se vyskytuje v Y , jestliže se dá binární zápis čísla X získat z binárního zápisu Y vyškrtnutím (vyločením) žádné, jedné nebo více cifer. (Například $X = 1010$ se vyskytuje v $Y = 1001100$.)

Vytvořte algoritmus, který pro daná dvě přirozená čísla A a B najde maximální číslo C , které se vyskytuje v A i v B .

Úloha č. 2.

Je dáno n karet, které jsou očíslovány čísly $1, 2, \dots, n$ (každé číslo se vyskytuje právě jednou). Vytvořte algoritmus, který pro libovolnou posloupnost $A_1, A_2, \dots, A_n$ těchto karet najde nejmenší počet K prostých výměn karet nutný na jejich uspořádání podle rostoucích hodnot jejich čísel. (Pod prostou výměnou se rozumí vzájemná záměna pozic libovolných dvou karet.)

Příklad: Pro posloupnost $1, 5, 3, 2, 4$ je výsledek $K = 2$, protože prostými výměnami karet s číslem 5 a 2 a pak karet s číslem 4 a 5 dostaneme uspořádanou posloupnost $1, 2, 3, 4, 5$.

Úloha č. 3.

Je dáno prvních N^2 přirozených čísel ($N > 2$) $1, 2, \dots, N^2$. Sestavte algoritmus, který rozdělí tato čísla do N skupin tak, aby byly současně splněny následující tři podmínky:

1. každá skupina obsahuje právě N čísel,
2. každé číslo se nachází právě v jedné skupině,
3. součet čísel v každé skupině je stejný.

Úloha č. 4.

Uvažujme následující hru. Pro pevně dané přirozené číslo $N > 1$ hráč A zvolí přirozené číslo X , $1 \leq X \leq N$. Cílem hráče B je uhodnout toto číslo X pomocí dotazů typu „Je X větší nebo rovno K ?“, kde K je libovolné přirozené číslo. Hráč A musí odpovídat na dotazy pravdivě a nesmí během hry měnit X . Hráč B platí hráči A za každou odpověď. Za odpověď „ANO“ platí 2 Kčs, za odpověď „NE“ platí 1 Kčs.

Určete pro dané N nejmenší množství Kčs $P(N)$, které zaručeně stačí na uhodnutí libovolného přirozeného čísla X , $1 \leq X \leq N$.

Vytvořte takový algoritmus, podle kterého má hráč B klást dotazy tak, aby uhodl číslo X a zaplatil přitom nejvýše $P(N)$ Kčs (tj. algoritmus určující vhodné K v dotazech).

Podle rozhodnutí mezinárodní jury mělo správné řešení každé úlohy obsahovat nejen rozbor úlohy a návrh a zdůvodnění algoritmu řešení, jako je tomu v kategorii P naší matematické olympiády, ale navíc také zápis navrženého algoritmu ve tvaru programu v libovolném vyšším programovacím jazyce. Hodnocení úloh bylo stejné jako v MO kategorie P, za řešení každé úlohy tedy bylo možno získat maximálně 10 bodů.

V prvním soutěžním dnu byly zadány úlohy č. 1 a č. 2. První úloha patřila k obtížnějším, její průměrné hodnocení bylo 5,24 bodu. Řada soutěžících sice našla nějaký správný algoritmus, ale šlo převážně o algoritmy velice pomalé a neefektivní, založené na prohledávání všech možností. I nejlepší odevzdané řešení této úlohy, které vypracoval *Pavel Kozlovský* z gymnázia v Jindřichově Hradci, mělo exponenciální časovou složitost. Ani jeden řešitel tedy nesestavil algoritmus s kvadratickou složitostí, i když takové řešení existuje. Druhá úloha byla naopak ze všech čtyř nejsnadnější, byla hodnocena v průměru 7,10 bodu. Mnoho řešitelů bez větších problémů přišlo na správné řešení, bodové ztráty v hodnocení této úlohy byly obvykle způsobeny nepřesnostmi a nejasnostmi v popisu algoritmu a v jeho zdůvodnění nebo drobnými chybami v programu.

Na druhý soutěžní den byly připraveny úlohy č. 3 a č. 4. Třetí soutěžní úloha se také ukázala jako poměrně snadná, účastníci olympiády v ní dosáhli průměrného hodnocení 6,48 bodu. Obvykle uměli popsat, jak vypadá správné řešení, uvedli i správný program, ale zdaleka ne každý předvedl i precizní matematické zdůvodnění, jaké dokázal podat například celkový vítěz soutěže *Vladan Majerech* z gymnázia v Pardubicích.

Úloha č. 4 byla pro většinu soutěžících výrazně nejobtížnější, zejména pro zahraniční účastníky soutěže. Při hodnocení této úlohy byla mezinárodní jury zcela nekompromisní a chybná řešení hodnotila 0 body. K tomuto hodnocení byla nucena přistoupit celkem v 11 případech (z 21 účastníků soutěže), což mělo za následek průměrné bodové hodnocení příkladu 3,48 bodu. Byla to také jediná úloha, ve které ani jedno odevzdané řešení nezískalo plný počet 10 bodů.

Švédská národní fyzikální soutěž

RNDr. IVO VOLF, ÚVFO Hradec Králové

V roce 1987 mělo československé družstvo možnost již po osmnácté změřit své síly na mezinárodní fyzikální olympiádě, již se zúčastnilo 126 soutěžících z 26 zemí, což byl zatím nejvyšší počet soutěžících. Naši účastníci se připravují na soutěž dlouhodobě — většinou absolvují řešení úloh postupně ve všech kategoriích naší fyzikální olympiády, účastní se soustředění v krajském i celostátním měřítku a v posledním roce před MFO jim je věnována obzvláštní pozornost.

Pro soutěžení je důležité poznat, jak jsou připravováni účastníci v zahraničí a jaké typy úloh jsou jim předkládány k řešení. Proto ÚVFO připravil ve spolupráci se SPN v Praze výběr úloh zadávaných na fyzikálních olympiádách v SSSR, PLR a NDR, které postupně vyjdou v edici Škola mladých fyziků. Podívejme se dnes, jaká je národní fyzikální soutěž ve Švédském království. Pro žáky s hlubokým zájmem o fyziku ji organizuje *Švédská fyzikální společnost* od r. 1976. Soutěže se účastnilo v r. 1980 asi 200 žáků, fyzikální společnost odměňuje nejlepší řešitele a vítězům umožňuje se od r. 1976 zúčastnit mezinárodních fyzikálních olympiád. Žáci ani jejich učitelé nemají žádná privilegia (např. při přijetí na vysoké školy). Na MFO se švédské družstvo postupně probojovalo do první poloviny zúčastněných států a dosahuje výsledků jen o něco horších než naši soutěžící. Pro zajímavost uveďme texty několika úloh zařazených do soutěže v r. 1982. K úlohám jsme připojili výsledky, abyste si mohli svá řešení zkonstrolovat.

1. Jednou z hvězd z oblohy jižní polokoule je α Centauri A. Různá pozorování naznačují, že tato hvězda je velmi podobná našemu Slunci. Skutečná měření ukazují, že Slunce osvětluje Zemi $50 \cdot 10^9$ krát více než α Centauri A. Vypočítejte vzdálenost této hvězdy od Země, víte-li, že světlo potřebuje k překonání vzdálenosti Slunce—Země dobu 8,3 min. (Vztah pro osvětlení můžete převzít z tabulek.)

2. Ve Švédsku existuje nařízení, podle něhož i za denního světla musejí mít jedoucí automobily rozsvícena čelní světla. To samozřejmě působí

zvýšení spotřeby benzínu. Použijte dále uvedených informací a vypočtete:

a) Jaké je zvýšení spotřeby benzínu a o kolik je provoz automobilu za rok dražší pro průměrného řidiče?

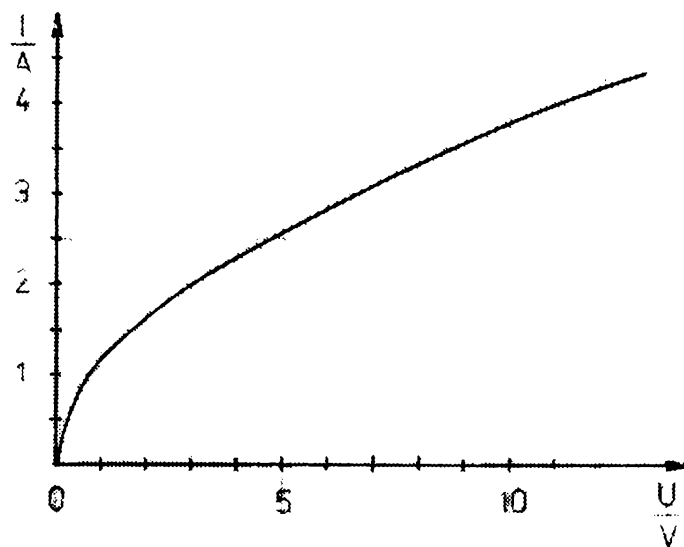
b) Kolik stojí tato spotřeba benzínu navíc ročně pro celý stát?

Ve Švédsku je registrováno 2 300 000 automobilů. Jeden automobil projede ročně v průměru 15 000 km při průměrné rychlosti 55 km/h. Účinnost motoru je 25 % a spotřeba 1 kg benzínu poskytuje teplo 41 MJ. Jeden čelní reflektor má příkon 45 W, přičemž účinnost reflektoru je takřka 100 %. Z celkové jízdní doby průměrného automobilu připadá 80 % na jízdy za denního světla. Hustota benzínu je 0,80 kg/l a 1 litr benzínu stál (v té době) 3,70 švédských korun.

3. K zavlažování bylo použito stříkačky. Kruhový záhon o poloměru 12 m je zavlažován 80 litry vody za minutu. Stříkačka je umístěna těsně na povrchu země, voda je čerpána ze studny umístěné 4 m pod povrchem.

a) Určete výkon potřebný k přečerpání vody ze studny ke stříkačce, u níž je umístěno čerpadlo.

b) Jaký výkon musí mít motor čerpadla, které čerpá vodu ze studny a potom ji rozstříkává, předpokládáme-li, že voda dostříkne na okraj záhonu. (Ve skutečnosti voda opouští touto rychlostí ústí stříkačky a je rozstříkována po celé ploše díky speciálnímu nastavci trysky.)



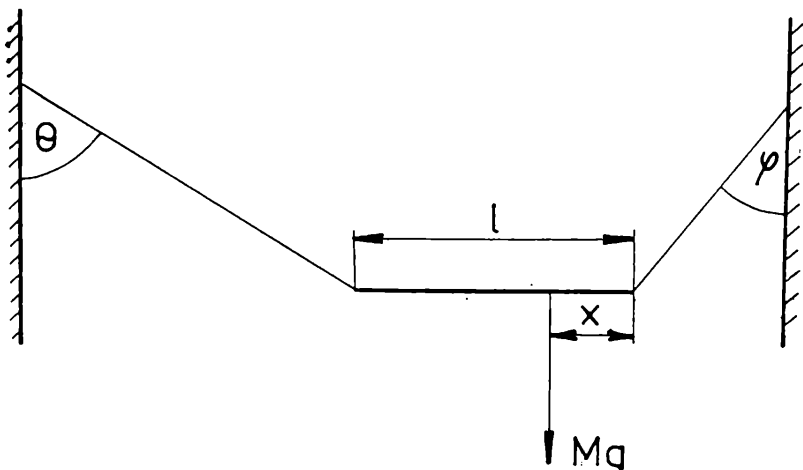
Obr. 1

4. Obrázek 1 ukazuje vztah mezi proudem a napětím u halogenové žárovky, která se používá do čelních reflektorů automobilů. Napětí v elektrické soustavě je 12 V. Pro svícení za denního světla postačuje žárovka o výkonu 40 W. Toho můžeme dosáhnout sériovým zapojením rezistoru a žárovky.

a) Určete odpor tohoto rezistoru při příkonu 40 W žárovky.

b) Určete změnu napětí v %, je-li rezistor připojen.

5. Nehomogenní tyč o hmotnosti M je zavěšena na dvou vláknech zanedbatelné hmotnosti a spočívá v klidu ve vodorovné poloze tak, jak znázorňuje obr. 2. Se svislým směrem svírá jedno vlákno úhel $\varphi = 38^\circ$, druhé vlákno $\theta = 51^\circ$. Délka tyče je $l = 6,0$ m. Určete vzdálenost x těžiště od pravého konce tyče.



Obr. 2

6. Metan velmi účinně pohlcuje záření o vlnové délce $2,3 \mu\text{m}$. Bylo zjištěno, že 98 % tohoto záření pohltí metan ve vrstvě o tloušťce 1 cm při tlaku 101,3 kPa a teplotě 0°C . Z měření je známo, že atmosférický metan absorbuje 99,96 % veškerého záření o uvedené vlnové délce, jež dopadá na Zemi. Vypočtete, kolik hmotnostních procent metanu je v průměru v zemské atmosféře.

7. Válcová skleněná trubice s vnitřním poloměrem r a vnějším poloměrem R je naplněna kapalinou, která vysílá zelené luminiscenční záření, je-li ozařována ultrafialovým světlem. Každý bod kapaliny tak působí jako zdroj zeleného světla. Určete poměr vnitřního a vnějšího poloměru tak, aby pozorovaná tloušťka stěny trubice byla nulová, jestliže se díváme kolmo na osu trubice. Index lomu skla je n_1 , index lomu n_2 kapaliny je pro zelené světlo.

Řešení: 1. 3l . y, 2a. 8,62 l za rok, 32 korun ročně, 2b. 20 miliónů litrů ročně, 3. 131 W, 4a. $0,4 \Omega$, 4b. 8 %, 5. 2,3 m, 6. 0,00014 %, 7.

$$\frac{r}{R} > \frac{1}{n_2}, \text{ je-li } n_1 > n_2; \frac{r}{R} > \frac{1}{n_1}, \text{ je-li } n_1 < n_2.$$

Byli jste úspěšní? Potom se můžete brzy setkat s ukázkami úloh z fyzikálních olympiád jiných států. Nebo vám to příliš nešlo? Potom nejprve otevřete sbírku úloh z fyziky pro gymnázia, prolistujte ročenky fyzikální olympiády (vyšlo jich už 24) a především se snažte uplatnit své vědomosti trochu netradičně na úlohách ze široké praxe.

9. ročník středoškolské odborné činnosti ve fyzice

RNDr. ZDENĚK KLUIBER, CSc., Fyzikální ústav ČSAV, Praha

Vyvrcholením středoškolské odborné činnosti (SOČ) ve školním roce 1986—1987 se stala 9. celostátní přehlídka nejúspěšnějších prací, která se uskutečnila v Ústí nad Labem ve dnech 22.—27. 6. 1987. Přehlídka se zúčastnilo téměř 500 žáků středních odborných učilišť, středních odborných škol a gymnázií.

Oproti předcházejícímu ročníku došlo k širšímu uplatnění výpočetní techniky, která byla využívána téměř ve všech 20 oborech SOČ. Celkově lze konstatovat, že práce udržely úroveň obvyklou pro celostátní přehlídku.

V oboru fyzika bylo obhajováno 24 prací, které lze rozdělit do následujících skupin: Experimentální fyzika — 10, teoretická fyzika — 1, astronomie — 6, počítačové simulace fyzikálních problémů — 5, učební pomůcky — 2. Odborná hodnotící komise vyhodnotila jako nejlepší práce:

1. *Jan Jiříčka, gymnázium Praha, Na Pražačce*: Nekonvenční měření expozice fotografickým přístrojem. (Práce obsahuje návrh původní měřicí metody, která umožňuje stanovit expoziční dobu fotografického přístroje s přihlédnutím ke specifickým požadavkům fotografujícího. Metoda byla na vlastnoručně zhotoveném funkčním modelu prakticky vyzkoušena.)

2. *Martina Vařeková, gymnázium Rýmařov*: Vyhodnocení meteorické expedice „Perseidy 86“. (V práci jsou shrnuty výsledky pozorování obsahující více než 500 stop meteorů. Z uvedeného souhrnu pozorovaných meteorů byly identifikovány meteory známých rojů podle směru meteorických stop (převzatý výpočetní program), podle délky a rychlosti v závislosti na vzdálenosti od radiantu (vlastní program pro počítač SHARP — 1212.))

3. *Tomáš Meloun, gymnázium Praha, Na Pražačce*: Měřič voltampérových charakteristik. (V práci je popsán automatický měřič voltampérových křivek, řízený osobním počítačem ZX SPECTRUM. Elektronická část aparatury byla vybudována a odzkoušena autorem. Automaticky naměřené hodnoty jsou zobrazovány na obrazovce televizoru ve formě grafu.)

4. *Jana Nováková — Lenka Galuščáková, gymnázium Martin*: Interakcia laserového žiarenia s drevom pri konštantnej mernej energii úberu. Práce získala čestné uznání ÚR ČSVTS.

5. *Matúš Škvarka, gymnázium Bratislava, Novohradská*: Vyhodnocovanie pozorování zákrytových premenných hviezd počítačom.

6. *Peter Marcinčák, gymnázium Humenné*: Spojenie v infra oblasti. Práce získala čestné uznání časopisu *Věda a technika mládeži*.

7. *Martin Ludvík, gymnázium Přelouč*: Měření radioaktivity tuhých hmot.

8. *Lenka Konupčíková, gymnázium Brno*: Spektrální diagnostika světelných zdrojů.

9. *Jiří Velkoborský — Marcel Sůcha, gymnázium Plzeň*: Stanovení měrného elektrického odporu grafitových elektrod.

10. *Martin Černohorský, gymnázium Brno*: Simulace měření nukleární magnetické rezonance.

Dva žáci se již zúčastnili celostátní přehlídky (v oborech chemie a tvorba učebních pomůcek), pět žáků již bylo účastníky krajských přehlídek. Pouze tři žáci byli členy odborných kroužků a podle předpokladů by právě tam měla být práce v celé SOČ především soustředěna. Ve zbývajících případech na školách bohužel fyzikální kroužek neexistoval. Vedoucími uvedených kroužků byli učitelé fyziky a odborníci z praxe. Polovina žáků získala téma své práce v r. 1986, a to buď od svého učitele fyziky, nebo na hvězdárně a v rámci odborné praxe v podniku. Další témata prací byla nabídnuta např. z vysokých škol, vyplynula ze studia odborné literatury atd. Všeobecně téma práce odpovídá dlouhodobému zájmu o obor, snaže spojit odbornou práci ve fyzice se zálibou v programování. V kolektivu bylo řešeno 9 prací. Konzultanty prací žáků byli odborní pracovníci, učitelé fyziky, vědečtí pracovníci, vysokoškolští učitelé — každá práce měla svého konzultanta. Jejich pomoc spočívala především v radách k usměrnění odborné práce, v dílčím vysvětlení složitější problematiky, v upozornění na chyby a nedostatky v závěrečném vypracovávání a formulaci výsledků, v poskytování literatury a přístrojů. *Žáci sledují zejména tyto časopisy*: *Rozhledy matematicko-fyzikální* a *Vědu a techniku mládeži*, dále *Amatérské rádio*, *Vesmír*, *Kozmos*, *Říše hvězd*, *Sdělovací technika* a další. Vlastní tvůrčí práci věnovali průměrně asi 110 hodin; celkové zpracování práce pak představuje přibližně 260 hodin (studium literatury, tvůrčí práce, zpracování výsledků, úprava práce). Žáci zhruba stanovili díly práce: 21 % — kompilace; 66 % — vlastní tvůrčí práce; 13 % — aplikace. Pouze tři žáci měli možnost výsledky své práce bezprostředně uplatnit i ve výuce fyziky. Pomoc rodičů spočívala především v přepsání práce na stroji, v zajištění potřebné literatury. Žáci měli největší těžkosti ve shánění potřebných součástí, v sestavování textu práce, všeobecně se projevovala časová tíseň. V krajských přehlídkách bylo obhajováno průměrně 13 prací.

Žáky na řešení vlastního úkolu nejvíce zaujala možnost experimentální práce, detailnější seznamování se zvolenou problematikou, objevování nových poznatků. Předpokládají, že hlavní využití výsledků jejich práce bude jako pomůcek ve výuce fyziky, v práci odborných kroužků, v několika případech přímo v podnicích. Žáci charakterizují práci v SOČ především jako možnost odborně pracovat, rozvíjet svůj zájem, získávat nové poznatky, mít možnost pracovat s počítači. Poukazují na značnou časovou náročnost jak ve fyzice v SOČ, tak i ve fyzikální olympiádě (FO). Konstatují, že je prospěšné zúčastnit se obou akcí, zdůrazňují spíše teoretický charakter FO a praktický, aplikační charakter SOČ v oboru fyzika. Jeden ze žáků byl úspěšným účastníkem celostátního kola kategorie A FO, dalších 6 bylo úspěšnými řešiteli v krajských kolech. Účast v SOČ především souvisí s jejich budoucím povoláním, s předpokládanou prací. 6 žáků chce studovat, resp. již nyní studuje na matematicko-fyzikálních fakultách, 7 na vysokých školách technického směru, 5 na přírodovědeckých fakultách, dva na lékařské a pedagogické fakultě, další se dosud nerozhodli.

Žáci velmi dobře prezentovali svoje práce, poměrně pohotově reagovali na dotazy odborné hodnotící komise a ostatních účastníků přehlídky. Prokázali poměrně dobrou úroveň získaných znalostí.

Na závěr přehlídky SOČ v oboru fyzika měli její účastníci možnost se setkat a besedovat se členem korespondentem ČSAV doc. RNDr. M. Matyášem, DrSc. Diskuse byla zaměřena zejména na problematiku současné fyziky, na další studium žáků. Tato akce se pro žáky stala vyvrcholením celé přehlídky v oboru fyzika.

Pro nejlepší účastníky celostátní přehlídky byla uspořádána ve spolupráci Centra pro mládež, vědu a techniku ÚV SSM, Oddělení středškolských organizací ÚV SSM a Fyzikálního ústavu ČSAV již 4. Letní škola mladých vědců oboru fyzika. Její program byl opět zaměřen zejména na poznatky z oblasti moderní fyziky: optiku tenkých vrstev, experimenty řízené počítačem, polovodiče, lasery, základy metody Monte-Carlo, vztah fyziky a ekologie, fyziku nízkých teplot, fyziku vysokých energií, monokrystaly, poruchy krystalové mřížky, základní pojmy speciální teorie relativity, pásovou teorii pevných látek, laserové technologie, kosmonautiku, kapalně krystaly. Přes náročný celodenní program byla opět zařazena exkurze do n. p. Monokrystaly Turnov, která přinesla především možnost konfrontace teoretických poznatků s bezprostřední výrobou. Letní školy se dále zúčastnili 2 úspěšní účastníci XXVIII. celostátního kola FO, kteří byli po dohodě na letní školu vysláni ÚV FO ve smyslu širšího propojení FO se SOČ v oboru fyzika. V rámci realizace Programu rozvíjení účasti dětí a mládeže ve vědeckotechnickém rozvoji došlo k navázání užší spolupráce jednak v oblasti obsahové — tematické, ale i v oblasti hodnotitelské.

Nová koncepce SOČ, která vstoupí v platnost ve školním roce 1988 až 1989, v 11. ročníku SOČ, zdůrazňuje zaměření prací pro následující pětileté období zejména i v těch oborech, které jsou rozhodující pro plnění úkolů Komplexního programu vědeckotechnického pokroku členských zemí RVHP do r. 2000. V tomto smyslu bude mít i obor fyzika v SOČ významné místo, zejména ve vztahu k ostatním přírodovědným a technickým oborům.

Obsahové zaměření prací SOČ v oboru fyzika by mělo nadále zahrnovat: řešení fyzikálních problémů a úkolů z astronomie a kosmonautiky; problémy z oblasti fyziky pevných látek — mechanické, tepelné, elektrické, magnetické a elektromagnetické působení na pevné látky; fyzikální základy mikroelektroniky; užití polovodičových prvků; optické problémy; problémy fotografie; měření spekter typických zdrojů světla; aplikace laserů; modelování fyzikálních dějů na počítači; studium aerodynamiky a hydrodynamiky; studium problémů biofyziky; využití počítače ve fyzikálním výzkumu; studium vztahů fyziky a ekologie; problémy jaderné fyziky: vzájemné vztahy fyziky s ostatními přírodními vědami; fyzikální základy technických zařízení; modelování fyzikálních dějů na počítači; využití nekonvenčních zdrojů energie; studium současných problémů fyziky atd.

Přednost by měla být dávana pracím, které jsou orientovány k praktickým výsledkům a umožňují významně prohlubovat znalosti žáků ve specializovaných oblastech jejich odborných zájmů. Jednoznačně však platí, že práce budou i nadále odpovídat odborným možnostem žáka střední školy. SOČ musí být dále zkvalitňována jak po organizační, tak i obsahové stránce. Práce odborných fyzikálních kroužků vytváří předpoklady pro rozvíjení talentů v rámci FO a SOČ v oboru fyzika.

Řešení fyzikálních úloh ze str. 381

1. úloha. Koule zůstanou v poloze, ve které byly na počátku ponechány, i když třeba byly částečně nebo úplně ponořeny. Důvod je v tom, že v beztížném prostoru neexistuje ani tíhové, ani (v našem případě) jiné silové pole. Tíhové zrychlení $g = 0$, a v důsledku toho tíha všech těles, včetně vody je rovna nule. Proto i vztlaková síla ve vodě je rovna nule. Platí to pro libovolnou polohu vodní hladiny.

2. úloha. Elektrická energie jako stavová veličina může přecházet pouze na jinou energii jako stavovou veličinu. Veličina práce stavovou veličinou není, práce je míra změny energie při ději konání práce, např.

v určitém časovém intervalu. Je to zřejmé ze vztahu pro výpočet práce z konstantního výkonu P

$$W = P \cdot t,$$

kde bychom měli přesněji psát časový interval $t = t_2 - t_1$, tedy

$$W = P (t_2 - t_1).$$

Odtud také bezprostředně plyne, že v určitém časovém okamžiku $t_1 = t_2$ je práce rovna nule.

Při mletí obilí se elektrická energie mění na mechanickou energii soustrojí a drceného obilí. Tak vzniká vzrůst vnitřní energie, což se projeví zvýšenou teplotou jak strojů, tak vznikající drti (otrub a mouky).

Kalendár M-F: máj 1988

1. 5. 1793 sa vo Lvove narodil *Jakub Filip Kulík*, matematik, ktorý vyučoval a publikoval po nemecky. Pôsobil v Olomouci, Štajerskom Hradci a Prahe. Zostavil tabulky pre výpočty objemov rôznych tvarov sudov, dĺžok eliptických oblúkov a pod.
2. 5. 1868 sa v Concorde (USA) narodil *Robert Williams Wood*, americký fyzik. Zaoberal sa fyzikálnou optikou, teóriou atómových a molekulárnych spektier, ultrafialovou a infračervenou fotografiou.
3. 5. 1933 sa v New Yorku narodil *Steven Weinberg*, americký fyzik. Predmetom jeho záujmu je fyzika elementárnych častíc, kvantová teória poľa, astrofyzika a teória gravitácie. Nobelovu cenu za fyziku dostal v roku 1977.
5. 5. 1833 sa narodil *Immanuel Lazarus Fuchs*, nemecký matematik. Zaoberal sa teóriou riešenia diferenciálnych rovníc.
6. 5. 1963 zomrel *Theodore von Kármán*, maďarsko-americký raketový odborník. Rozpracoval teórie v oblasti aerodynamiky a štartu rakiet.
7. 5. 1713 sa v Paríži narodil *Alexis Claude Clairaut*, francúzsky matematik a astronóm. Zaoberal sa priestorovou analytickou geometriou, riešením diferenciálnych rovníc. Zaviedol krivkové integrály.
9. 5. 1888 sa v Amsterdame narodil *Arend Heyting*, holandský logik a matematik. Vytvoril intuicionistickú logiku, v matematike vyžadoval konštruktívne existenčné dôkazy.
10. 5. 1788 sa v Broglie narodil *Augustin Jean Fresnel*, francúzsky inžinier a fyzik. Teoreticky i experimentálne rozvinul vlnovú teóriu svetla, vysvetlil interferenčné úkazy a ohyb. Vynašiel metódu merania rýchlosti svetla.

11. 5. 1918 sa v New Yorku narodil *Richard Phillips Feynman*, americký fyzik. Za teoretické práce v oblasti kvantovej elektrodynamiky získal roku 1965 Nobelovu cenu.
12. 5. 1003 zomrel *Gerbert z Aprillacu*, neskorší pápež Silvester II., francúzsky učenec. Prispel k zavedeniu arabských číslíc do európskej matematiky.
13. 5. 1878 vo Washingtone zomrel *Joseph Henry*, americký fyzik. Zaoberal sa elektrinou a magnetizmom. Objavil samoindukciu, vynášiel elektromagnetické relé, skonštruoval elektrický motor.
14. 5. 1863 sa narodil *John Charles Fields*, kanadský matematik. Pracoval v oblasti algebraických funkcií. Založil fond pre udeľovanie medzinárodnej ceny a medaily pre mladých matematikov za významné vedecké úspechy.
14. 5. 1893 v Berlíne zomrel *Ernst Eduard Kummer*, nemecký matematik. Založil teóriu algebraických čísel, zaviedol pojem ideálneho čísla.
17. 5. 1913 v Strasbourgu zomrel *Heinrich Weber*, nemecký matematik. Zaoberal sa diferenciálnymi rovnicami matematickej fyziky a algebraickými funkciami. Ovplyvnil pedagogickú teóriu vyučovania vyššej matematiky.
18. 5. 1048 sa v Níšápúre narodil *Zmar Chajjám*, perzský matematik, astronóm, filozof a básnik. Študoval súvislosti medzi algebrou a geometriou, zreformoval moslimský kalendár.
21. 5. 1953 vo Freiburgu zomrel *Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo*, nemecký matematik. Do teórie množín zaviedol axiómu výberu, sformuloval axiomatický systém. Študoval teóriu hier s úplnou informáciou.
22. 5. 1868 v Bonne zomrel *Julius Plücker*, nemecký matematik a fyzik. Prebudoval analytickú geometriu, rozvinul projektívnu geometriu. Objavil katódové lúče, prispel k rozvoju spektroskopie.
23. 5. 1908 sa v Madisone (USA) narodil *John Baardeen*, americký fyzik a technik. Za objav tranzistorového efektu a za vypracovanie mikroskopickej teórie supravodivosti získal Nobelove ceny (1956, 1972).
24. 5. 1543 vo Fromborku zomrel *Mikuláš Kopernik*, poľský astronóm, matematik a lekár. Do matematických podrobností vypracoval heliocentrickú sústavu.
30. 5. 1423 sa narodil *Georg Peurbach*, rakúsky matematik a astronóm. Bol autorom astronomických a trigonometrických tabuliek.
30. 5. 1908 sa v Norrköpingu narodil *Hannes Olof Gösta Alfvén*, švédsky fyzik. Skúmal polárnu žiaru, plazmu. Patrí k zakladateľom magneto-hydrodynamiky. Nobelovu cenu dostal roku 1970 za objavy v oblasti feromagnetizmu.

dj

Z NOVÝCH KNIH

Julius Krempaský:
FYZIKA

První vydání této vysokoškolské příručky známého slovenského autora vyšlo v roce 1982. Vydala jej Alfa, vydavatelstvo technickej a ekonomickej literatury, n. p. Bratislava, jako společné vydání se SNTL, Nakladatelstvím technické literatury, n. p. Praha. Navzdory poměrně vysokému nákladu bylo v průběhu tří let zcela rozebráno. Toto je druhé, přepracované vydání v počtu 5000 výtisků. Má 760 stran, 434 obrázků a 29 tabulek, cena vázaného výtisku je 56 Kčs. Publikaci schválilo Ministerstvo školstva SSR dne 2. listopadu 1981 jako vysokoškolskou příručku pro vysoké školy technické. Dílo je určené především posluchačům vysokých škol technických, ale je vhodné i pro studenty ostatních vysokých škol a odborníky v praxi.

V knize jsou zhuštěně vyloženy všechny hlavní obory fyziky, nutné pro pochopení základů techniky. Organickou součást textu tvoří i moderní partie, jako je relativistická, kvantová, nelineární a nerovnovážná fyzika, bez kterých nelze pochopit současnou techniku, ani její další rozvoj. Veškerá látka je zpracovaná velmi optimálním a originálním způsobem. V textu jsou vyznačené pasáže, které nelze pro pochopení daného problému v žádném případě vynechat. Do-

konalému porozumění stručně psaného textu má dopomoci výběr vhodných otázek, problémů a úloh zařazených na konci každého článku. Při výkladu je kladeno do popředí hlubší pochopení fyzikálních pojmů a představ, logické odvození fyzikálních zákonů z malého počtu obecných principů a základních experimentálních faktů. Autorovi se podařilo obratně skloubit klasické i moderní poznatky různých partií fyziky a zároveň srozumitelně vysvětlit zdánlivé rozpory mezi nimi.

Kniha je příručkou a nikoliv učebnicí, proto bylo možné zařadit do textu i některé modernější problémy, týkající se např. fyziky živých a sociálních systémů, synergetiky apod. Tyto části mohou podnítit posluchače k činnosti v rámci SVOČ nebo stimulovat jejich další orientaci. Toto druhé vydání je doplněné i o část týkající se všeobecné teorie kvalitativních změn, která je bezprostředně spojená s pokrokem současné mikroelektroniky. Samostatnou kapitolu tvoří i pojednání o struktuře a vývoji vesmíru a o jeho modelech.

Velký zájem o prvé vydání této příručky je dokladem toho, že kniha usnadní studium fyziky nejen posluchačům vysokých škol technických, ale i ostatním studentům a zájemcům o studium fyziky.

Miroslava Trchová

Suchotin, A.:

RYTMY A ALGORITMY

Vydala Smena, vydavateľstvo
SÚV SZM v Bratislave, roku 1987,
edícia Križovatky, preklad z ruštiny,
205 strán, brož. Kčs 10,—.

Kúpil som si túto knižku. Zaujal ma už jej názov. V obsahu som uvidel: Tvoriť znamená bojovať s chaosom; Matematika a poézia; Krása a entropia; Algebra harmónie; Aj harmónia algebry; Zbrať pravdu s krásou; Pravdepodobnosť krásy a pod. Vytušil som, že budem čítať o vede i umení.

Anatolij Suchotin, profesor filozofie, pripravil pre čitateľov zamyslenie nad dvomi prúdmi spoločenského života — umením a vedou. Pokúsil sa naznačiť, čo spája i rozdeľuje tieto dve odvetvia kultúry. Dôraz kládol na ich vzájomné ovplyvňovanie. Knižku rozdelil na šesť kapitol, skladajúcich sa z jednotlivých úvah na témy zo sveta vedy a sveta umenia. Možno mottom jeho úsilia bola myšlienka sovietskeho fyzika P. Kapicu: „... rozdiel medzi typom myslenia vedca exaktných vied a obrazným myslením umelca vôbec nie je taký veľký, ako si to niekedy ľudia predstavujú.“

Hľadal som v knižke dotyky s matematikou. Je ich tam dosť. Niektoré sú trochu umelecky ľahkovážne, niekedy možno vedecky nepresné. Ide však o impulzy, náznaky, dotyky. Môžete o nich premýšľať, posúdiť svoje skúsenosti. Vycítiť, že krása a racionálnosť môžu ísť bok po boku. Kul-

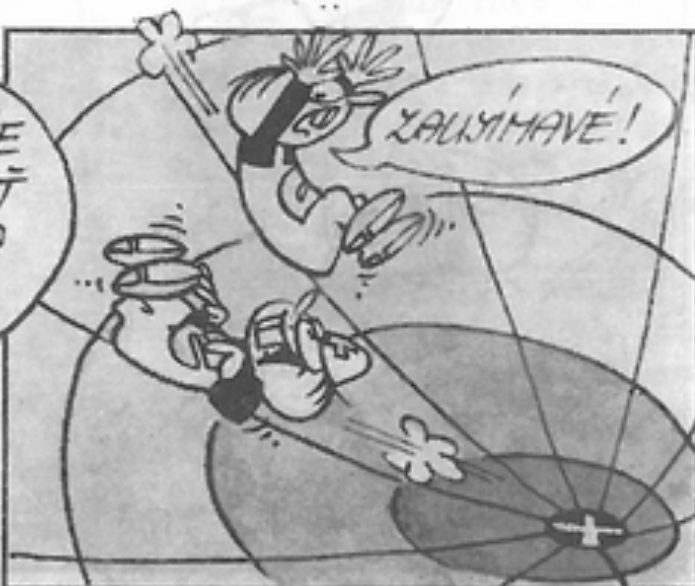
túra ducha potrebuje vedecké myslenie i umelecký nadhľad.

Formát publikácie je vhodný do rúk i do vrečka. Keby študenti čítali túto knižku pod lavicou, dozvedeli by sa o pokusoch zjednotiť pravdu s krásou. Na hodinách matematiky môžu posúdiť Keplerov názor: „Geometria má dva veľké poklady: Pytagorovu vetu a zlatý rez. Prvý môžeme porovnať s hodnotou zlata, druhý môžeme nazvať drahokamom...“

S potešením som si opísal myšlienku nemeckého matematika H. Weyla: „Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta.“ Slová D. Knutha, amerického kybernetika, „Veda je poznanie, ktoré ovládame do takej miery, že ho môžeme odovzdať počítaču; ale v tých prípadoch, keď si niečo len neúplne predstavujeme — to je umenie.“, ma vrátili do počítačovej súčasnosti. Aj žiaci prvých ročníkov gymnázií si už na hodinách informatiky môžu uvedomovať, že sa bude jednať o vedu i umenie. Práve taký odborník, akým je D. E. Knuth, to vystihol slovami: „Proces pripravovania programov pre počítače je tak atraktívny nielen preto, že sa po vedeckej a ekonomickej stránke vypláca, ale hlavne preto, že môže poskytnúť estetickú skúsenosť ako skladanie poézie alebo hudby.“

Dušan Jedinák

REPORTÁŽE Z MIKROSVETA





PÍŠE: J. CHRAPAN, KRESLÍ: V. HISTRÍK

POHLEDY DO DĚJIN

Zední kvadrant Tycha Brahe

Tycho Brahe de Knudsdorp vybudoval na ostrově Hven u dánského pobřeží velkou hvězdárnu, kterou nazval Uraniborg. Stavěla se od roku 1576 a připomínala hrad s věžemi. Bylo zde i výpočtářské středisko, tiskárna a alchymistická laboratoř. Nejpresnějším přístrojem na observatoři byl tzv. zední kvadrant, jehož rytinu z Tychovy knihy „*Astronomiae instauratae mechanica*“ přinášíme na obrázku. Byl to kovový čtvrcruh s velmi přesným úhlovým dělením, pevně přichycený na zdi postavené v rovině poledníku (v severojižním směru). Ve středu čtvrtkruhu bylo okénko s pevným průzorem (vizírem) a po čtvrtkruhu bylo možno posouvat dva vizíry pohyblivé (jeden je u 75° a druhým na 24° se právě dívá pozorovatel). Kvadrantem se tedy měřila výška hvězdy nad obzorem v okamžiku průchodu hvězdy poledníkem, tj. v okamžiku, kdy hvězda vrcholí. Pozorovatel se díval na hvězdu přes pohyblivý a pevný vizír a okamžik průchodu ohlásil, pomocník u hodin odečetl časové údaje a zapisovatel u stolu je zaznamenal společně s výškovým úhlem hvězdy. Vizíry a vůbec téměř všechny přístroje na pozorování navrhoval Tycho sám a zhotovovali je nejlepší mechanici, jako např. Jost Bürgi. Hodiny v té době ještě neměly kyvadla a jejich chod byl



tedy nepravidelný, proto se okamžik průchodu hvězdy poledníkem odečítal na třech nezávislých strojích zároveň. Výškový úhel bylo možno odečíst s přesností na $1'$, přesnost časového údaje však byla horší. Přesto mohl Tycho vypočítat polohy hvězd podle svých pozorování mnohem přesněji než kdokoli před ním.

Na stěně uvnitř kvadrantu je malba zachycující Tycha Brahe u stolu a za ním řez Uraniborgem. Latinský nápis zní „Zpodobení Tycha Brahe, budovatele a konstruktéra astronomických přístrojů, roku 1587 ve věku 40 let“.

Alena Šolcová

Řekli, napsali...

**Kdo podceňuje výsledky matematiky, škodí celé vědě,
neboť ten, kdo nezná matematiku, nemůže poznat
ostatní exaktní vědy a nemůže pochopit svět.**

Roger Bacon (1210/14 až asi 1292)

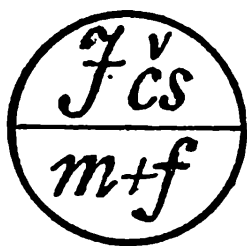
Vydává ministerstvo školství ČSR, Praha 1,
Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém
nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za od-
borné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.
Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné
20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého
čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody,
nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12,
Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o před-
platném podá a objednávky přijímá každá
administrace PNS, pošta, doručovatel a
předplatitelská střediska. Objednávky do
zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice
a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace
vývozu tisku, Kovpakova 26, 160 00 Praha 6.
Návštěvní dny: středa 7.00 — 15.00 hod.,
pátek 7.00 — 13.00 hod.
Jazyková úprava doc. dr. M. Valešová, CSc.
© Státní pedagogické nakladatelství, n. p.,
v Praze 1988.

ROZHLEDY

**matematicko
– fyzikální**

(10)

**ČASOPIS PRO STUDUJÍCÍ STŘEDNÍCH ŠKOL
A ZÁJEMCE O MATEMATICKO - FYZIKÁLNÍ OBORY**



ROZHLEDY

matematicko - fyzikální

Nositel vyznamenání
Za zásluhy o výstavbu

VEDOUcí REDAKTOR:

Prof. Emil Kraemer, UK Praha,
nositel vyznamenání Za zásluhy
o výstavbu

ODBORNÝ REDAKTOR:

Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA:

Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT
Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP
Olomouc, doc. dr. Milan Hejný,
CSc., UK Bratislava, Stanislav Ho-
rák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr.
Ján Chrapan, CSc., VVTŠ-ČSSP Lip-
tovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý,
ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Ja-
nout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr.
Hana Kořínková, CSc., VŠZ Pra-
ha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc.,
PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majer-
ník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef
Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich
Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaros-
lav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr.
Václav Šindelář, CSc., Praha, doc.
dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha, dr.
Ivo Volf, PF Hradec Králové

REDAKCE:

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1-No-
vé Město.
Telefon 29 87 50 (meziměsto), 29 87 51
až 9.

OBSAH

Beloslav Riečan: Jednota po 125 letech 397

Peter Knabe: Projížďka taxíkem novou
geometrií 398

Pavel David: Magnetohydrodynamické
dynamo 403

Jana Mikulecká: Matematik Karel Petr
(1868–1950) 407

Tomáš Schütz: Úlohy ze zahraničních
časopisů 410

Emil Kašpar: Posedlost ďáblem . 411

Úlohy I. kola 38. roč. MO 411

Úlohy I. kola 30. ročníku FO 418

Pavel Töpfer: Korespondenční semi
v programování 434

dj: Kalendár M–F 436

Z nových knih 439

Alena Šolcová: Proměnná hvězda Mira

. 3. str. obálky

Jednota po 125 rokoch

Bolo ich 15. Poslucháčov pražskej univerzity, ktorí 28. 3. 1862 založili Spolok pre voľné prednášky z matematiky a fyziky. Predchodcu dnešnej Jednoty čs. matematikov a fyzikov, vedeckej spoločnosti pri ČSAV. Spoločnosti, ktorá v auguste 1987 mala (spolu s Jednotou slov. matematikov a fyzikov) pri svojom jubilejnom zjazde už vyše 7000 členov.

125 rokov je dlhá doba. Po celú tú dobu vystupovala Jednota skromne, boli aj sú známejšie organizácie. Možno, že aj čitateľ týchto riadkov číta o našej Jednote po prvý raz. O to vytrvavejšie však pracovala Jednota na povznesení československej matematiky a fyziky na svetovú úroveň i na prispôsobovaní ich vyučovania moderným trendom.

Jednota aj vďaka tomu, že sústreďovala vo svojich radoch to najlepšie, čo v čs. matematike a fyzike existovalo, pochopila zavčas, že kľúčom k splneniu naznačených zámerov je výchova mládeže. Už v roku 30. výročia svojho založenia vytvorila v rámci *Časopisu pro pěstování matematiky a fyziky* samostatnú prílohu pre stredoškolských študentov. Z tejto prílohy vznikol v r. 1922, už v Československej republike časopis, ktorý držíte v rukách — *Rozhledy matematicko-fyzikální*. Rozhledy okrem iného svojou dnes už legendárnou, ale dosiaľ existujúcou súťažou významne prispeli k formovaniu sa niekoľkých generácií matematických a fyzikálnych talentov. Ďalším medzníkom v tejto práci bolo vytvorenie matematickej olympiády v r. 1951 a fyzikálnej v r. 1959. Jednota je spoluusporiadateľom týchto súťaží, a to na všetkých úrovniach. Tento počin bol o to významnejší, že obe súťaže dospeli v zápätí k medzinárodnému vyvrcholeniu v podobe medzinárodných olympiád. Olympiády prinášajú stále nové podnety pre celú čs. matematickú a fyzikálnu obec. Tak napr. matematická v posledných rokoch tým, že rozšírila svoje kategórie smerom k mladším vekovým skupinám i vytvorením kategórie P — programovanie. Inou výbornou akciou sú korešpondenčné semináre, či triedy s rozšíreným vyučovaním matematiky. Všade tu hrala Jednota určujúcu úlohu, práve tak ako pri organizovaní pionierskych táborov mladých matematikov, letných škôl mladých fyzikov, súťaží mladých vedeckých pracovníkov a na mnohých iných miestach. Po celú svoju históriu Jednota podporovala mladých, aby im v zápätí poskytovala priestor na realizáciu progresívnych vedeckých a spoločenských myšlienok. Aj preto zostala 125-ročná Jednota stále mladou.

Svoje jubileum oslávila Jednota slávnostne (v aule Karolína) aj pracovne na svojom zjazde. Vedeckotechnická revolúcia totiž nie je frázou, ale skutočnosťou. Skutočnosťou, zaväzujúcou všetkých matematikov a fyzikov, ktorí chápu o čo ide, priložiť ruku k dielu. Okrem iného pokračovať v príkladnej starostlivosti o talenty, a to od útleho veku na základnej škole až po vek dospelosti na škole vysokej a nedopustiť, aby toto úsilie vychádzalo nazmar. Naopak, pirčiniť sa o to, aby bolo korunované primeraným vyvrcholením, dôstojným našich vedeckých, kultúrnych i spoločenských tradícií.

B. Riečan

MATEMATIKA

Projížďka taxíkem novou geometrií

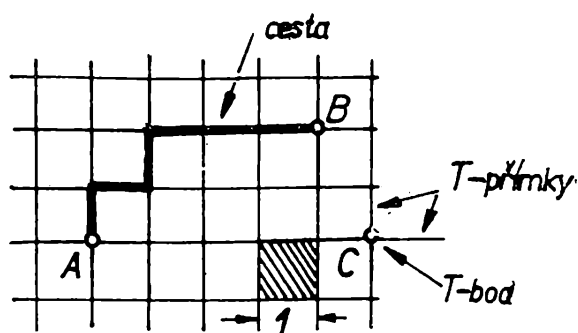
PETER KNABE, Vysoká škola pedagogická, Drážďany

Chceme vás, milí mladí přátelé matematiky, seznámit s nezvyklou geometrií, která je však snadno srozumitelná. Každý z vás může její strukturu studovat na čtverečkováném papíře a objevit v ní nová tvrzení. Nazveme ji T-geometrií, neboť ji můžeme dále popsáním způsobem modelovat jízdami taxíkem v idealizovaném městě: T-rovina je město, v němž naše taxi jezdí, znázorníme si ji listem čtverečkováného papíru. Vyznačené čtverečky na papíře znázorňují bloky domů a T-přímky, tj. ulice, to jsou vodorovné a svislé přímky tvořící čtvercovou síť. T-body neboli křižovatky jsou průsečíky vodorovných a svislých přímek naší sítě (obr. 1).

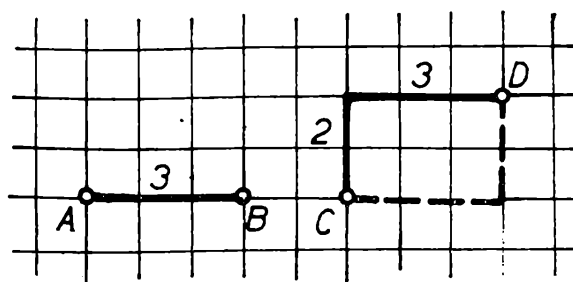
Vzdáleností $|AB|$ dvou bodů A, B , přesněji řečeno jejich *T-vzdáleností*, rozumíme počet domovních bloků, které leží po jedné (pravé nebo levé) straně nejkratší možné cesty taxíkem z bodu A do bodu B nebo z bodu B do bodu A . Na obr. 2 je vzdálenost bodů A, B rovna 3, vzdálenost bodů C, D je 5.

V normální geometrii existuje k dvěma různým bodům A, B právě jedna jejich nejkratší spojnice. Naproti tomu v T-geometrii existuje k dvěma bodům A, B více nejkratších cest spojujících body A, B , jakmile neleží body A, B na téže T-přímce. Dále budeme proto cestou rozumět každou jízdu z jednoho bodu do druhého s nejmenším možným počtem domovních bloků, které při cestě míváme.

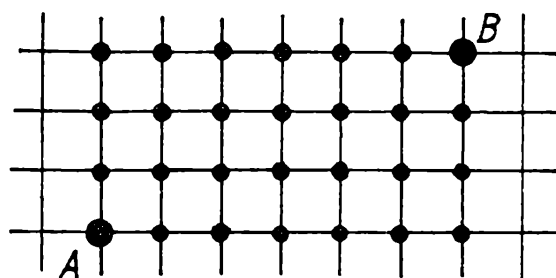
Přeneseme teď některé pojmy rovinné geometrie do T-geometrie



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

a vysvětlíme si některé nové pojmy T-geometrie. Bod X leží mezi body A a B ($A \neq B$), jestliže taxi při některé nejkratší cestě z bodu A do bodu B jede přes bod X ($X \neq A$ a $X \neq B$), tzn. že jede z bodu A do bodu X a z bodu X do bodu B a tato jízda je jednou z nejkratších jízd z bodu A do bodu B , tedy cestou z A do B . Všechny body X , které leží mezi body A a B , tvoří spolu s body A , B tzv. T -úsečku AB . Body A , B jsou jejími *krajními* body, ostatní její body jsou jejími *vnitřními* body (obr. 3).

Tahem, přesněji T -tahem, budeme rozumět sjednocení konečného počtu n za sebou jdoucích cest ($n \geq 2$), v němž každé dvě za sebou jdoucí cesty mají společný právě jeden bod, který je koncovým bodem jedné a počátečním bodem druhé cesty. Uzavřený tah $A_1A_2 \dots A_nA_1$ složený z cest spojujících body A_1 a A_2 , body A_2 a A_3 atd. až body A_n a A_1 se nazývá T -mnohoúhelník nebo T - n -úhelník nebo též T -polygon, body $A_1, A_2, \dots, A_n$ jsou jeho *vrcholy*. Dvojice A_1, A_2 až A_n, A_1 jsou dvojice sousedních vrcholů. Budeme vždy předpokládat, že tři sousední vrcholy neleží na jedné T -přímce. Cesty, ze kterých se mnohoúhelník skládá, se nazývají *strany* mnohoúhelníku. Každá cesta spojující dva nesousední vrcholy mnohoúhelníku je tzv. *diagonála* mnohoúhelníku ($n > 3$). V případě $n = 2$ mluvíme též o T -dvojúhelníku. V euklidovské rovině dvojúhelníky neexistují a každý mnohoúhelník je jednoznačně určen svými vrcholy. V popsané T -geometrii není polygon určen svými vrcholy, protože pro dva jeho sousední vrcholy existuje více cest, které je spojují. Na obr. 4 je zobrazeno několik dvojúhelníků. Obě dvě strany dvojúhelníku musí být stejně dlouhé, neboť to jsou dvě nejkratší spojnice jeho vrcholů.

Úloha 1. Nakreslete T-dvojúhelník s délkou stran 7.

Nerovnostranný T-trojúhelník s vrcholy A, B, C a stranami délek 14, 8, 6 je na obr. 5. Vidíme, že v T-geometrii neplatí trojúhelníková nerovnost.

Úloha 2. Nakreslete rovnostranný trojúhelník s délkou strany 8.

Obr. 6 ukazuje T-čtyřúhelník $ABCD$ s délkami stran 9, 6, 9 a 12, na obr. 7 jsou zobrazeny tři T-čtverce, každý se stranou délky 6. Je vidět, že T-čtverce mohou mít dost rozmanité tvary. Věta, že úhlopříčky čtverce jsou stejně dlouhé, v T-geometrii opět neplatí.

Úloha 3. Pro který čtverec na obr. 7 přece jen uvedené tvrzení platí?

T-kružnice je množina všech T-bodů X , které mají od daného T-bodu M (středu kružnice) stejnou T-vzdálenost $|MX| = r$, $r > 0$. Překvapující výsledek (pro $r = 2$) ukazuje obr. 8, zobrazená kružnice se skládá z 8 bodů. Obecně platí, že T-kružnice s poloměrem r ($r > 0$, r celé) má právě $4r$ bodů a její obvod je $8r$.

Úloha 4. Nakreslete dvě kružnice s poloměry 3 a 5. Určete počet bodů na každé z nich a dále jejich obvody.

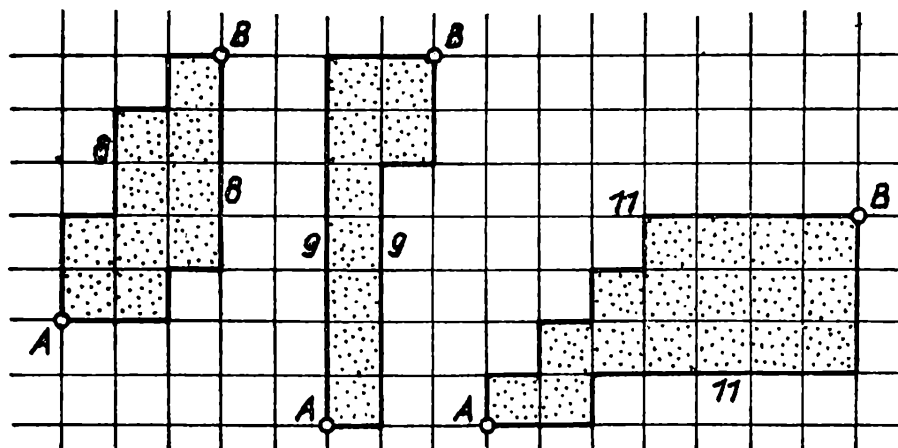
Přeneseme-li definici čísla π (poměr obvodu kružnice k délce jejího průměru), má π v T-geometrii hodnotu 4.

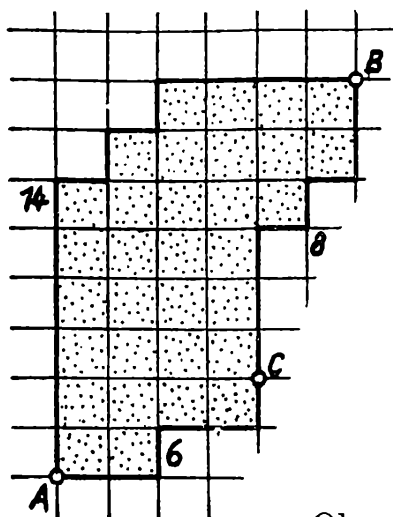
Množina všech bodů T-kružnice obsahuje jako svou část vrcholy T-polygonů.

Úloha 5. Najděte na kružnici na obr. 8 vrcholy dvojúhelníku, rovnostranného T-trojúhelníku, T-čtverce, regulárního T-pětiúhelníku až regulárního T-8-úhelníku.

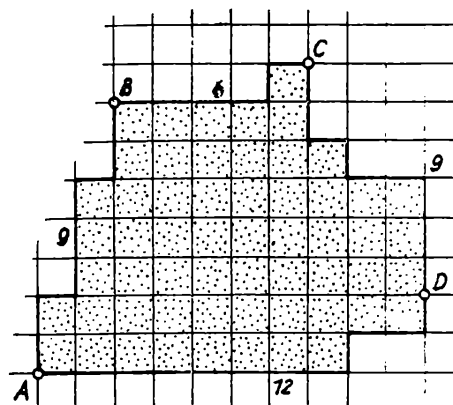
Je známo, že v euklidovské geometrii platí věta, podle níž mají dvě různé kružnice nejvýše dva společné body. Jak je vidět z obr. 9, neplatí toto tvrzení v T-geometrii. Dvě kružnice mohou mít v T-geometrii

Obr. 4



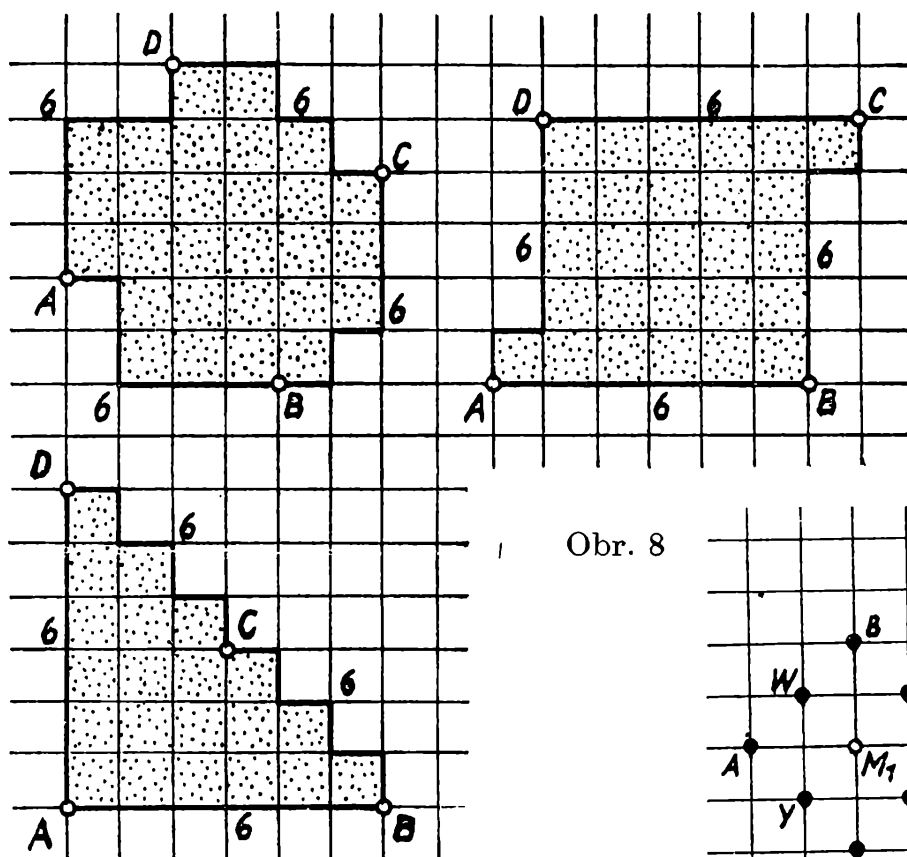


Obr. 5

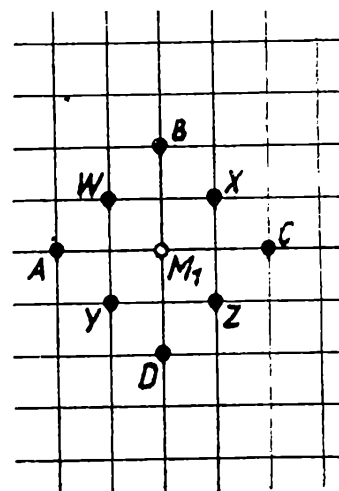


Obr. 6

Obr. 7



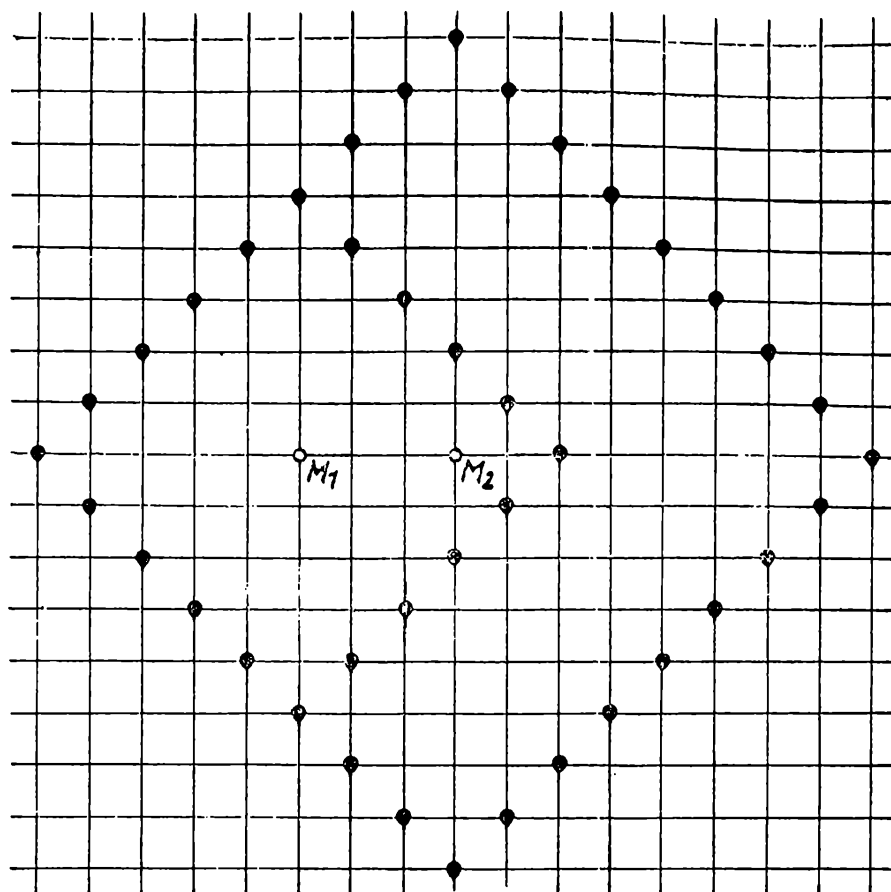
Obr. 8



libovolný počet společných bodů. Čím větší jsou T-kružnice, tím větší je možný počet průsečíků těchto kružnic.

Úloha 6. Nakreslete dvě kružnice s poloměry 4 a 7, které v T-geometrii a) se neprotínají,

Obr. 9



- b) mají společný právě jeden bod,
- c) se protínají v právě 9 bodech.

Po tomto názorném vysvětlení pojmů T-geometrie můžete například v matematickém kroužku zkoumat další problémy T-geometrie z těchto okruhů:

- a) Přenesení do T-geometrie pojmů, vět a relací školské matematiky, např. osy úsečky, rovnoběžnosti.
- b) Geometrické konstrukce v T-geometrii.
- c) T-kuželosečky (T-elipsy, T-paraboly, T-hyperboly),
- d) Zobecnění T-geometrie na mřížce složené z pravidelných mnohoúhelníků.

U všech úvah je pouze třeba, aby řidič taxíku jel stále po silnici a aby jel vždy nejkratší cestou od jednoho T-bodu k dalšímu určenému T-bodu.

Přeložil *L. Boček*

Magnetohydrodynamické dynamo

RNDr. PAVEL DAVID, CSc., Pedagogická fakulta, České Budějovice

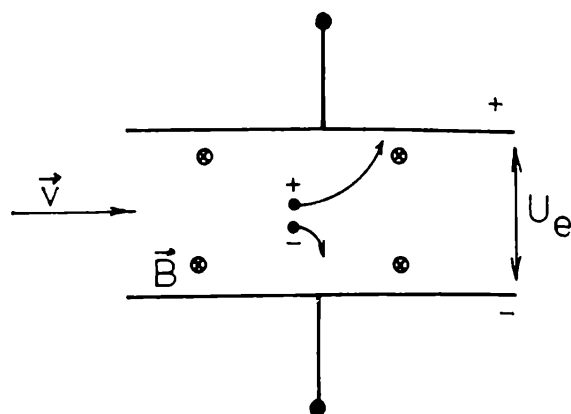
V současné době veškerá průmyslová zařízení získávají elektrickou energii z tepelné energie nepřímou přeměnou prostřednictvím energie mechanické. Pracující zařízení i přes značné výkony pracují poměrně s malou účinností (například: tepelné elektrárny s maximální účinností 35 %, jaderné elektrárny přibližně s 30 % účinností).

Teoretická účinnost tepelných a jaderných zařízení v oboru užívaných pracovních teplot ohřivače 800 K a chladiče 400 K, určená z Carnotova cyklu dle vztahu $\eta = 100(T_2 - T_1)T_2^{-1}$, činí 50 %. V uvedeném výrazu T_2 značí Kelvinovu teplotu ohřivače, T_1 pak Kelvinovu teplotu chladiče. Padesátiprocentní teoretická účinnost představuje u technických zařízení maximální účinnost 40 %, což je například případ klasických tepelných elektráren používajících fosilních paliv, u kterých je z technických důvodů dosahována na výstupu turbíny teplota 560 °C.

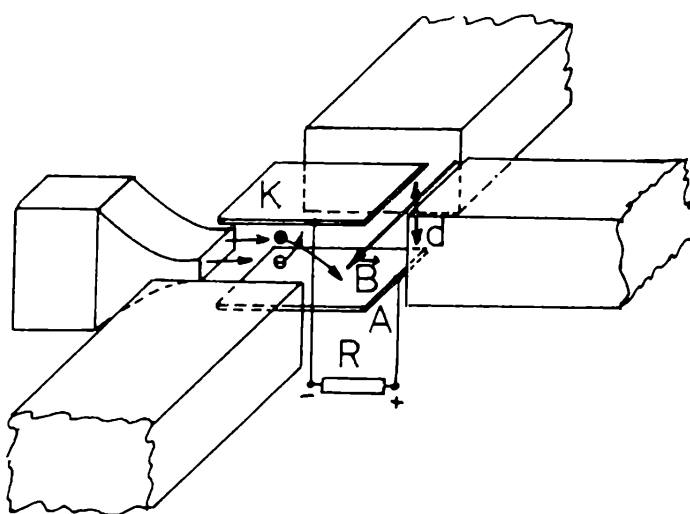
V oboru teplot ohřivače 3000 K až 4000 K a chladiče 400 K, pak teoretická účinnost dosahuje 87 % až 90 %. Konstrukcí zařízení pracujícího v uvedeném oboru teplot lze při odstranění mechanických ztrát dosáhnout účinnosti 70 %.

Uvedené důvody vysvětlují, proč v budoucnu bude užito k přeměně tepelné energie na elektrickou energii proudícího plazmatu o teplotě několika tisíc kelvinů. Přeměna bude uskutečňována přímo pomocí magnetohydrodynamických dynam s účinností téměř dvakrát větší než u současně užívaných zařízení. Tedy bez dalších mezipřeměn energie, např. na mechanickou energii rotujících částí, jak je tomu doposud. Zařízení tohoto druhu budou využívat možnosti separace proudících elektricky nabitých částic magnetickým polem a tak přímo získávat energii z proudícího plazmatu získaného hořením látek (spalováním uhlovodíků apod.) a později vystupujícího z termonukleárního reaktoru (obr. 1).

Magnetohydrodynamické dynamo — MHD generátor je ve své podstatě obdobou klasického dynama, v němž je pevný vodič nahrazen proudem proudícího plazmatu a „elektronový plyn“ nahrazen kladnými a zápornými ionty a elektrony. Plazma získané ve spalovací komoře je pod velkým tlakem vytlačováno přes trysku do vlastního zařízení. (Obr. 2 a 3). V trysce se část tepelné energie plazmatu přemění v kinetickou

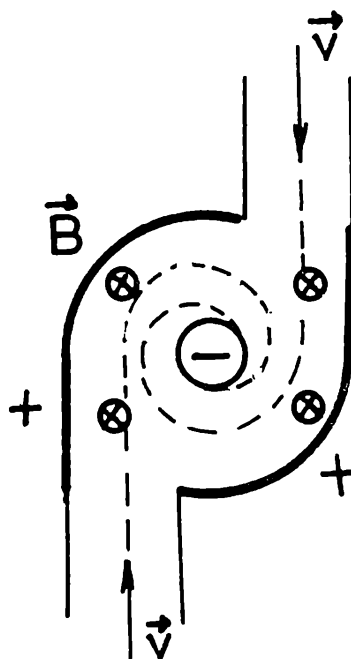


Obr. 1. Pohyb částic v magnetickém poli, jejich separace, vznik EMN (v — rychlost, $\mathbf{B}$ — magnetická indukce, U_e — elektromotorické napětí)



Obr. 2. Schéma magnetohydrodynamického generátoru (K — katoda, A — anoda, $\mathbf{B}$ — magnetická indukce, d — vzdálenost elektrod, R — zatěžovací odpor)

energii proudícího plazmatu, které pak vystupuje z trysky do kanálu velkou rychlostí (v intervalu $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ až $1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) a prochází napříč vytvořeným magnetickým polem. Toto magnetické pole působí na pohybující se nabitě částice silou $\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Tedy silou přímo úměrnou: velikosti náboje a rychlosti pohybující se částice, velikosti magnetické indukce magnetického pole. Protože směr síly závisí na znaménku náboje částice, dojde k separaci elektricky nabitých částic napříč směru rychlosti proudění a směru indukce magnetického pole. Separované částice pak dopadají na vhodně umístěné sběrné elektrody. Vzniklý stejnosměrný potenciální rozdíl elektrod $U = Ed = Q^{-1}Fd = (\mathbf{v} \times \mathbf{B})\mathbf{d}$ je přímo úměrný součinu rychlosti částice, magnetické indukce a vzdálenosti elektrod, mezi nimiž je magnetické pole. Z elektrod je pak možno odebírat stejnosměrný proud s intenzitou určenou počtem dopadajících nabitých částic na sběrné elektrody. Části takto získaného stejnosměrného proudu se používá k napájení elektromagnetu budícího



Obr. 3. Schéma vírového magnetohydrodynamického generátoru ($\mathbf{v}$ — rychlost proudícího plazmatu, $\mathbf{B}$ — magnetická indukce)

magnetické pole a zbylá část je nemechanickou cestou převedena na střídavý proud.

Bližším teoretickým studiem lze ukázat, že k dosažení dostatečné účinnosti je zapotřebí, aby MHD generátory měly výkony větší 1 MW. Účinnost η přeměny kinetické energie proudícího svazku plazmatu je určena vztahem: $\eta \sim \sigma v^2 B^2$ a je úměrná elektrické vodivosti plazmatu, druhé mocnině rychlosti nabitých částic a druhé mocnině magnetické indukce. Proto je zapotřebí k dosažení vysoké účinnosti zařízení, aby hodnoty všech uvedených veličin byly dostatečně vysoké.

Elektrická vodivost plazmatu je dána jeho stupněm ionizace, tj. poměrem koncentrace nabitých částic k celkové koncentraci částic. Stupeň ionizace lze zvýšit jednak zvýšením teploty generovaného plazmatu, což je limitováno při získávání plazmatu hořením zhruba teplotou 5000 K, nebo přidáváním atomů s nízkým ionizačním potenciálem, např. alkalických kovů. Do proudícího plazmatu se přidává 1 % sodíku (případně KOH, K_2CO_3 , Cs), který část tepelné energie spotřebuje ke své ionizaci, avšak zvýší celkový stupeň ionizace plazmatu. Látek zvyšujících ionizaci se přidává relativně malé množství, ale jejich spotřeba je velká, což je způsobeno velkým průtokovým množstvím plazmatu. Např. generátor o hrubém výkonu 43 MW pracuje s průtokem $60 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ a rychlostí spalín $700 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Každá nečistota, která způsobuje záchyt iontů, zvyšuje elektrickou vodivost plazmatu. Proto se v některých experimentálních zařízeních dává do spalovacích komor více paliva než okysličovadla. Používá-li se například práškového uhlí a sníží-li

se množství kyslíku, dojde k zvýšení vodivosti pracovního media až třikrát, čehož lze jinak dosáhnout například přidáváním kysličníku barya.

Ve vývoji je několik typů MHD generátorů. Generátory s *otevřeným cyklem* používají pracovního media pouze jednou. Do generátoru vstupuje medium s teplotou blízkou 3000 K a vystupuje s teplotou o 1000 K až 1500 K nižší. Aby se ve spalovací komoře dosáhlo požadovaných vysokých teplot a zlepšila se tak účinnost zařízení, využívá se k přehřívání vzduchu vstupujícího do pracovní komory zbytkového tepla vystupujících plynů. Generátory s *uzavřeným cyklem* využívají pracovního media mnohonásobně, probíhajícího generátorem cyklicky po dlouhou dobu. Používá se proto pracovních medií s velmi dobrými vlastnostmi, ale drahých, např. jednoatomového inertního plynu s přísadou Cs. V poslední době se zkoumají možnosti použití MHD generátorů s pracovním mediem tvořeným tekutým kovem pro jedno velmi dobrou vodivost. Zkonstruovaná zařízení však zatím dosahují jednoprocenní účinnosti.

Z teoretického hlediska může magnetohydrodynamické dynamo pracovat s plazmatem od nejvyšších dosažitelných teplot až do teploty, při níž vodivost (stupeň ionizace) plazmatu, z hlediska účinnosti generátoru, poklesne na minimum, což je představováno teplotou blízkou 2000 K. Po technické stránce činí však realizace zařízení velké potíže. Vystupují potíže technického rázu, jako především vysoké nároky na materiály, které přicházejí do styku s horkými ionizovanými plyny pohybujícími se velkou rychlostí a majícími značné erozivní účinky, ale i potíže fyzikální podstaty.

Přes veškeré nesnáze byl již princip činnosti ověřen na řadě experimentálních zařízení, dosahujících dnes již po některých úpravách, prováděných v přestávkách provozu, dlouhodobě výkonu několika stovek MW, krátkodobě až GW. Pro upřesnění prostorových představ uveďme příklad. Experimentální MHD generátor o výkonu téměř 50 MW měl rozměry $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 8\text{ m}$ a používal spalovací komory tvořené modifikovaným tryskovým motorem. Ve srovnání se současnými elektrárnami o stejném výkonu je to zařízení relativně velmi malé. Třetina generovaného výkonu je potřebná na vytvoření magnetického pole. Se zavedením supramagnetů bude tento potřebný výkon značně snížen a omezen na výkon potřebný k nabuzení magnetů, udržení potřebných velmi nízkých teplot pro supramagnety a udržení vakua pro jejich tepelnou izolaci. V současné době jsou již experimentálně provozovány elektrárny o výkonech 0,5 GW. Přesto na všech zařízeních se v současné době dosud řeší řada problémů fyzikální a technické povahy, zkoušejí a hledají se nové materiály schopné trvalého enormního zatížení, jemuž jsou vystaveny v průběhu provozu.

Předností MHD generátoru je především značně vyšší účinnost daná možností pracovat s větším teplotním rozdílem, nepoužití mechanických

součástí, malá prostorová náročnost, krátká doba k uvedení generátoru na jmenovitý výkon (7 s až 30 s). Jsou to zařízení, která jako jediná jsou schopna přímo a efektivně pracovat s plazmatem, jež bude v budoucnosti získáváno z atomových nebo termojaderných reaktorů.

Použití MHD generátoru v blízké budoucnosti v energetice je vysoce reálné. Funkční uspořádání takové budoucí elektrárny může být například tvořeno: spalovací komorou, MHD generátorem a klasickou elektrárnou. Proud vystupujících horkých plynů z generátoru bude použit k předehřívání plynů vstupujících do spalovací komory a zbylá část jeho tepelné energie bude spotřebována v klasické tepelné elektrárně. Pak celková účinnost dosáhne až 50 %. V pozdější době bude pravděpodobně zbytková tepelná energie plynů vystupujících z MHD generátoru přímo měněna cestou termoiontovou a termoelektrickou na elektrickou energii.

Z DĚJIN EXAKTNÍCH VĚD

Matematik Karel Petr (1868 — 1950)

*Výňatek z práce v rámci SOČ
na gymnáziu v Čáslavi*

JANA MIKULECKÁ, stud. FJFI ČVUT

PhDr. Karel Petr byl řádný profesor matematiky, ředitel matematického semináře a prosemináře, místoředitel a člen vědecké zkušební komise pro české učitelství na školách středních, člen státní rady statistické, řádný člen České akademie věd a umění a předseda její druhé třídy, řádný člen Královské České společnosti nauk, čestný člen Jednoty českých matematiků, 1920/21 děkan, 1921/22 proděkan fakulty přírodovědecké, 1925/26 rektor a 1926/27 prorektor Univerzity Karlovy v Praze.

Narodil se 14. června 1868 ve Zbyslavi u Čáslavi čp. 9, kde od roku





Zbyslav čp. 9

1874 chodil do obecné školy. Jeho otec byl barvířem. V roce 1880 začal navštěvovat primu právě založeného nižšího gymnázia v Čáslavi. Po ukončení kvarty s vyznamenáním přestoupil na vyšší gymnázium do Chrudimi, které ukončil v roce 1888 také s vyznamenáním. Už na gymnáziu uveřejnil své první vědecké pojednání v Časopise pro pěstování matematiky a fyziky nazvané Poznámka o součtu.

Od roku 1889 studoval na Univerzitě Karlově matematiku a fyziku. Za svou práci „O důkaze fundamentální věty z algebry“ dostal Bolzanovo stipendium. Problematice základní věty algebry se pak věnuje znovu v článku publikovaném v roce 1921 (ČPMF, roč. 50).

Během studia ho velice zajímala pokroková četba; živě se účastnil studentského života. V Jednotě českých matematiků bojoval za větší rozpočet na knihovnu a toho také každoročně dosahoval. Ve třetím roce studií onemocněl těžkým zánětem plic. Proto roku 1891 odjel do svého rodiště a zde se téměř rok připravoval na státní zkoušky. Po nich byl deset let gymnaziálním profesorem — učil v Chrudimi, Brně, Přerově, Olomouci a opět v Brně. Habilitoval se na Vysoké škole technické v Brně, v roce 1903 byl povolán nejprve za mimořádného, roku 1908 za řádného profesora matematiky na Univerzitu Karlovu (a to na tehdejší filozofickou fakultu, na níž byly zařazeny i přírodní vědy). Na univerzitě působil profesor Petr až do svého odchodu na odpočinek roku 1938. Ve vědecké činnosti pokračoval však až do své smrti — 14. února 1950.

Dr. Petr za svého univerzitního působení vychoval mnoho vědeckých pracovníků; za počátky důkladného matematického vzdělání mu vděčilo také velké množství gymnaziálních profesorů. Před jeho příchodem byly poměry na pražské filozofické fakultě v oblasti matematiky velmi neutěšené. Na studenty byly kladeny velmi malé nároky, a tak byl velký nadbytek středoškolských profesorů matematiky s nepříliš velkými odbornými znalostmi. Petrovou zásluhou se počet matematiků snížil a jejich odbornost vzrostla.

Charakter Petrovy výuky velmi přesně charakterizoval prof. *Eduard Čech* (1893—1960) ve své řeči při slavnostní promoci prof. Petra na čestného doktora přírodních věd Masarykovy univerzity v Brně: „Vynikající učitelská činnost Petrova spočívá především v tom, že si svůj učitelský úkol udělal vždy co nejtěžší. Nikdy nezapomínal, že má před sebou ne zralé matematiky, nýbrž začátečníky, ve kterých musí lásku k věci teprve pěstít. Nikdy si však také nepomáhal u obtížných věcí polopравdami nebo lacinými odkazy na literaturu, nýbrž vždy hledal trpělivě tak dlouho, až si našel metodu osobitou, věcně správnou a přístupnou.“

S Petrovou učitelskou činností souvisí i jeho snaha dát vysokoškolským studentům solidní učebnice základních matematických disciplin. Dr. *Vilém Rychlík* sestavil podle jeho přednášek skriptu „O rovnicích diferenciálních“ (Praha 1911), sám Petr napsal dvě učebnice „Počet diferenciální“ (Praha 1923) a „Počet integrální“, jenž vyšel ve dvou vydáních (Praha 1915 a 1931).

Petrovy vědecké práce se dotýkají celé řady oborů matematiky. Téměř bez přestávky se zabýval teorií čísel a algebrou; pracoval ovšem také v analýze a v geometrii. V celém vědeckém díle se odráží jeho virtuozita v numerickém počítání, jejíž počátky je třeba hledat už v době, kdy asistoval prof. Seydlerovi v Astronomickém českém ústavu. Numerickému počítání a numerickým metodám věnoval vždy značnou pozornost. To je patrné zejména v jeho pracech týkajících se kořenů algebraických rovnic. Např. zjišťuje podmínky pro reálné řešení a nalézá nové metody pro jejich numerický výpočet. O tom, že prof. Petr výborně ovládal metody klasické analýzy a dovedl je tvořivě aplikovat, svědčí jeho práce z analytické teorie čísel, v níž dosáhl pozoruhodných výsledků. Laikovi nejprístupnější Petrovou prací je přednáška, kterou proslovil jako nastupující rektor Univerzity Karlovy v Praze roku 1925, „Bernard Bolzano a jeho význam v matematice“.

V osobě prof. Petra vidíme nejen výborného učitele — jeho přednášky vynikaly přesností, jasným a přístupným výkladem i nejtěžších problémů, z jeho učebnic mohli vždy čerpat potřebné vědomosti nejen posluchači, ale i mladí adepti vědy — ale i vědce velkých kvalit — výborně ovládal metody klasické analýzy a dovedl je tvořivě aplikovat. Jeho vynikající práce v oboru teorie čísel a algebry získaly světovou pověst. Je považován za jednoho z nejpřednějších pracovníků v nauce o kvadratických formách. Jeho výsledky jsou znovu a znovu dokazovány a tvoří východisko k dalším pracím.

Seznam literatury a pramenů :

Korous Josef — Práce prof. dr. Karla Petra z matematické analýzy, ČPM, 96 (1971), str. 104

Kořínek Vladimír — Karel Petr — učitel, Zdeňku Nejedlému ČSAV, Praha 1953

Koutský Karel—Karel Petr, ČPMF, 75 (1950), str. 341—345
 Nušl Fr., Kössler M. — Karel Petr, ČPMF, 57 (1928), str. 169—182
 Gymnázium Čáslav, Almanach 50 let gymnázia v Čáslavi, 1930
 Okresní archiv Kutná Hora, Obecní úřad Zbyslav, kronika obce 1928—1945 (1961)
 ČPMF = Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, později Časopis pro pěstování matematiky

PŘEMÝŠLÍME, ŘEŠÍME...

Úlohy ze zahraničních časopisů

Úloha 1. Na následujícím obrázku nahraďte písmena „x“ ciframi 0, 1, 2, ..., 9 tak, aby obrázek představoval písemný součin.

$$\begin{array}{r}
 x \ 9 \ x \\
 x \ 1 \ x \\
 \hline
 2 \ x \ 2 \\
 x \ x \ x \\
 x \ x \ x \\
 \hline
 x \ x \ 6 \ x \ x
 \end{array}$$

Úloha 2. V roce 1987 byl věk staršího ze dvou bratrů roven součtu cifer roku narození mladšího bratra a naopak, tj. věk mladšího bratra byl roven součtu cifer roku narození bratra staršího. Kolik jim bylo roků, jestliže věkový rozdíl mezi nimi je 7 let?

Úloha 3. Řidič autobusu vložil do jedné krabičky lístky označené čísly od 537 000 do 537 999 a do druhé krabičky lístky označené čísly od 462 000 do 462 999. Ve které z obou krabiček je větší počet „hezkých“ čísel, tj. takových čísel, u kterých součet prvních tří cifer je roven součtu druhých tří cifer?

Úloha 4. V konvexním čtyřúhelníku vybereme jednu z obou dvojic proti sobě ležících stran a spojíme úsečkou středy těchto dvou stran. Tím se nám náš původní čtyřúhelník „rozpadne“ na dva nové. Jestliže jejich obsahy jsou stejné, pak příslušné dvě strany původního čtyřúhelníka jsou rovnoběžné. Dokažte!

Úloha 5 (obtížnější). Nalezněte všechna přirozená řešení rovnice

$$x^y - y^x = x + y$$

Tomáš Schütz

Posedlost ďáblem

Ve známé knize „Slavné soudní příhody“, kterou napsal *Fr. Gayot de Pitaval* se v povídce „Urban Grandier a posedlé jeptišky loundunské“ líčí, jak byly prováděny tzv. *exorcismy*, tj. důkazy o posedlosti jeptišek ďáblem. Jeden z důkazů byl, že přítomnost ďábla v těle postižené znásobí tíhu jejího těla tak, že nebylo možno zvednout jeptišku ležící na zemi. V povídce se také líčí, že vévodkyně d'Aiguillon uvěřila v posedlost jeptišky, když ji nebylo možno nazdvednout „ležící na zemi v určité poloze“. *Cervantes* námitku lehkověrné vévodkyně vysvětlil: „Položil se na koberec v téže poloze, jakou zaujímal loundunská představená; zdál se také tak těžký, a nemohl ho pozvednout nikdo, když ho zvedal kolem pasu. Když však jim poradil, že je třeba vzít za hlavu, každý ho bez obtíží nadzvedl.“

Vysvětlete ze zákonů mechaniky, proč je možno mnohem snáze nadzvednout ležící osobu, když je zvedána za hlavu, a nikoliv za pas.

Emil Kašpar

OLYMPIÁDY A SOČ

Úlohy I. kola 38. ročníku MO

Kategorie A

1. Dokažte, že existuje nekonečně mnoho kvádrů tak, že žádné dva nejsou podobné a jejich hrany a tělesové úhlopříčky mají celočíselnou velikost.
2. Najděte nejmenší prirodzené číslo r , pro které existují podmnožiny A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 množiny $\{1, 2, \dots, r\}$ také, že pro všechny $i \in \{1, 2, \dots, 5\}$ platí
$$|A_i| = 5, \quad |A_i \cup A_{i+1}| = 10 \quad (A_6 = A_1)$$
3. Pro každé přirozené číslo n je dána nekonečná množina A_n , přičemž každé dvě z nich mají konečný průnik. Dokažte, že existuje množina B , pro kterou $B \cap A_n$ je nekonečná, právě když n je sudé.
4. Uvnitř trojúhelníku ABC je dán bod P . Vedeme-li bodem P rovnoběžky se stranami daného trojúhelníku, dostaneme tři trojúhelníky a tři rovnoběžníky. Dokažte, že součet obsahů těchto tří trojúhelníků je roven aspoň jedné třetině obsahu trojúhelníku ABC .

5. Pre nesúdeliteľné celé čísla $p > q > 0$ označme

$$A = \left\{ \left[n \frac{p}{q} \right] \mid n \in \{1, 2, \dots, q\} \right\}$$

$$B = \left\{ \left[n \frac{p}{p-q} \right] \mid n \in \{1, 2, \dots, p-q\} \right\}.$$

Nájdite všetky čísla z množiny $\{1, 2, \dots, p\}$, ktoré nepatria do $A \cup B$.

6. Na priamke sú dané tri rôzne body A, B, C . Zostrojte kružnicu prechádzajúcu bodmi A, B tak, aby jej dotyčnice z bodu C boli navzájom kolmé.

Kategorie B

1. Dokážte, že v lichobežníku $ABCD$ neexistuje bod X , pre ktorý by trojuholníky ABX, BCX, CDX, DAX mali rovnaký obsah.
2. Označme $S(n)$ ciferný součet přirozeného čísla n . Dokážte, že rovnice $S(x+p) = S(x)$ má alespoň jedno řešení, právě když je p dělitelné devíti.
3. Z šachovnice $n \times n$, kde n není dělitelné třemi, odstříhneme jedno rohové pole. Dokážte, že zbytek je možno pokrýt deskami tvaru L složených ze tří čtverců shodných s polem šachovnice tak, že se desky nepřekrývají.
4. Nájdite najmenšie nepárne (liché) prvočíslo n , ktoré delí súčet $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n$.
5. V trojúhelníku ABC označme C_0 střed strany AB a C_1, C_2 průsečíky přímky AB s osami úhlů přímek AC, BC . Sestrojte trojúhelník ABC , jsou-li dány velikosti úseček CC_0, CC_1, CC_2 .
6. Nechť t je přirozené číslo a $n = (3^t - 1)/2$. Dokážte, že množinu $\{1, 2, \dots, n\}$ lze rozdělit na t disjunktích částí $A_1, A_2, \dots, A_t$ takových, že žádná množina A_i neobsahuje čísla x, y, z s vlastností $x + y = z$.

Kategorie C

1. V magickom štvorci 3×3 sú vpísané celé čísla tak, že všetky súčiny troch čísel v riadkoch, stĺpcoch i diagonálach sú rovnaké. Dokážte, že potom súčin všetkých deviatich čísel je deviatou mocninou prirodzeného čísla.
2. Rovnostranný trojúhelník ABC o straně 4 cm otočíme kolem jeho průsečíku výšek o 90° a dostaneme tak trojúhelník $A'B'C'$. Určete obsah průniku trojúhelníků ABC a $A'B'C'$.
3. Daná je soustava rovnic

$$\begin{aligned} 9x + y + z &= 83 \\ x + 9y + z &= 99 \\ x + y + 9z &= 69, \end{aligned}$$

- ktorá pri zmene jedného čísla na pravej strane na iné dvojciferné číslo má celočíselné riešenie. Nájdite toto číslo a príslušné riešenie.
4. Vrcholom C trojuholníku ABC vedte priamku p tak, aby súčet vzdáleností bodů A, B od priamky p bol najväčší.
 5. Dokážte, že existuje prirodzené číslo k , pre ktoré existuje práve 1988 rôznych pytagorejských trojuholníkov s odvesnou rovnou k . (Pytagorejský trojuholník je pravouhlý trojuholník s celočíselnými stranami.)
 6. Jaký najväčší počet čísel je možno vybrať z čísel $1, 2, \dots, 1989$, aby žiadné z nich sa nerovňalo súčtu jiných dvoch vybraných čísel?

Kategória P

1. V krajine K je n miest $A_1, \dots, A_n$. Veľké povodne zničili mnoho mostov. Z toho dôvodu bolo prerušené spojenie medzi mnohými miestami. Dané je pole $B(1 \dots n, 1 \dots n)$, ktorého prvky majú hodnotu 0 alebo 1. Prvok $B(i, j)$ bude mať hodnotu 1, ak vedie priama cesta z mesta A_i do mesta A_j , a hodnotu 0, ak sa z mesta A_i do mesta A_j priamo nedá dostať. Uvedomte si, že $B(i, j) = B(j, i)$. Nájdite a zdôvodnite algoritmus, ktorý pre dané i a j zistí, či sa z mesta A_i dá dostať do mesta A_j .
2. Na kružnici leží N rôznych bodov $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($N \geq 4$) v tomto poradí v smere hodinových ručičiek. Pre každé dva body X a Y na kružnici označíme $\widehat{XY}$ dĺžku oblúka z X do Y v smere hodinových ručičiek.

Dané je pole $D[1], D[2], \dots, D[N]$ prirodzených čísel, v ktorom

$$D[I] = \widehat{A_I A_{I+1}} \quad \text{pre } 1 \leq I \leq N,$$

$$D[N] = \widehat{A_N A_1}.$$

Nájdite algoritmus, ktorý zistí, či existujú indexy p, q, r, s také, že

$$p < q < r < s$$

a súčasne

$$\widehat{A_p A_q} = \widehat{A_q A_r} = \widehat{A_r A_s} = \widehat{A_s A_p}.$$

Pri výpočtoch, ktoré budete v algoritme vykonávať, musia byť všetky výsledky a medzivýsledky celé čísla.

3. Daný je nasledujúci program

v Pascale

```
var I, J: integer;
```

```
  A: array [1..100] of integer;
```

```
begin
```

```
  for I: 1 to 100 do read (A[I]);
```

```
  I := 1;
```

```
  J := 1;
```

```
  while I + J ≤ 100 do
```

v Basicu

```
10 DIM A (100)
```

```
20 FOR I = 1 TO 100
```

```
30 INPUT A(I)
```

```
40 NEXT I
```

```
50 LET I = 1
```

```
60 LET J = 1
```

if $A[I] = A[I + J]$	70 IF $I + J > 100$ THEN
then $J = J + 1$	GOTO 100
else $I = I + 1$;	80 IF $A(I) = A(I + J)$ THEN
write (J)	LET $J = J + 1$: GOTO 70
end	90 LET $I = I + 1$: GOTO 70
	100 PRINT J

Vstupom do programu musí byť usporiadané pole (nie nutne rôznych) prirodzených čísel. Určite a zdôvodnite, čo je výsledkom práce programu (t.j. ako súvisí výsledná hodnota J s hodnotami poľa A a prečo).

Zavedieme teraz niektoré pojmy, ktoré budete potrebovať v štvrtej úlohe. Úlohy podobné budú aj v krajskom aj celoštátnom kole. Mnohouholník je časť roviny ohraničená jedinou lomenou čiarou, ktorá sama sebe v žiadnom bode nepretína. Body tejto lomenej čiary patria tiež do mnohouholníka. Mnohouholník je zadáný postupnosťou svojich vrcholov, usporiadaných proti smeru hodinových ručičiek.

Mnohouholník je konvexný, keď s každými dvomi svojimi bodmi obsahuje aj úsečku, ktorá ich spája.

Pod konvexným obalom N bodov v rovine budeme rozumieť najmenší mnohouholník, ktorý ich všetky obsahuje. (Najmenší v zmysle množinovej inklúzie.)

Pri riešení úloh budete môcť okrem príkazov programovacieho jazyka (Pascalu alebo Basicu) využívať aj tri funkcie VPRAVO, VNUTB a UHOL. VPRAVO ($X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3$) — výsledkom bude logická hodnota „pravda“, ak body $P1 = (X1, Y1)$ a $P2 = (X2, Y2)$ sú rôzne a bod $P3 = (X3, Y3)$ leží na priamke prechádzajúcej bodmi $P1$ a $P2$, alebo vpravo od nej pri pohľade z bodu $P1$ smerom k bodu $P2$. Inak bude výsledkom „nepravda“.

VNUTB ($X, Y, X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3$) — výsledkom bude logická hodnota „pravda“, keď body $P1 = (X1, Y1)$, $P2 = (X2, Y2)$ a $P3 = (X3, Y3)$ neležia na jednej priamke a bod $P = (X, Y)$ je bodom trojuholníka $\triangle P1 P2 P3$. Inak je výsledkom „nepravda“.

UHOL ($X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3$) — ak $P1 = (X1, Y1)$, $P2 = (X2, Y2)$ a $P3 = (X3, Y3)$ sú tri rôzne body, potom výsledkom bude veľkosť uhla $\sphericalangle P1 P2 P3$ v stupňoch od 0° do 360° meraná proti smeru hodinových ručičiek.

4. a) Nájdite a zdôvodnite (čo najlepší) algoritmus, ktorý zistí, či daný mnohouholník je konvexný, a zdôvodnite jeho správnosť.
- b) Nájdite a zdôvodnite (čo najlepší) algoritmus, ktorý pri N zadáných bodoch ($N \geq 4$) v rovine nájde ich konvexný obal a zdôvodnite jeho správnosť. Súradnice konvexného obalu uložte do poľa KONOBALX a KONOBALY a počet bodov obalu do premennej POČET.

Kategorie Z8 (pro žáky 8. ročníků základních škol)

1. Je dán trojúhelník ABC . Body R_1, R_2 , které dělí stranu BC na třetiny, vedte rovnoběžky se stranou AC . Jejich průsečíky se stranou AB označte postupně S_1, S_2 a sestrojte úsečky S_1C a S_2C . Tímto způsobem rozdělíte trojúhelník ABC na 6 částí. Určete jejich obsahy, jestliže víte, že obsah trojúhelníku ABC je 18 cm^2 .

2. V kleci tvaru krychle $ABCDEFGH$ s délkou hrany 48 cm jsou umístěny dvě dřevěné příčky BG a KE (K je střed hrany HD). Z jedné z nich vzlétl kanárek a přeletěl nejkratší cestou na druhou, z ní se vrátil zase nejkratší cestou na první a z ní opět na druhou atd.

Popište, jak sestrojíte bod X_3 , do kterého se dostal kanárek z výchozího bodu X po třetím přeletu.

Najděte na úsečce BG takový bod X , ze kterého musí kanárek vzlétnout, aby se do něho po několika přeletech zase vrátil.

Určete vzdálenost bodu X od přímky CG .

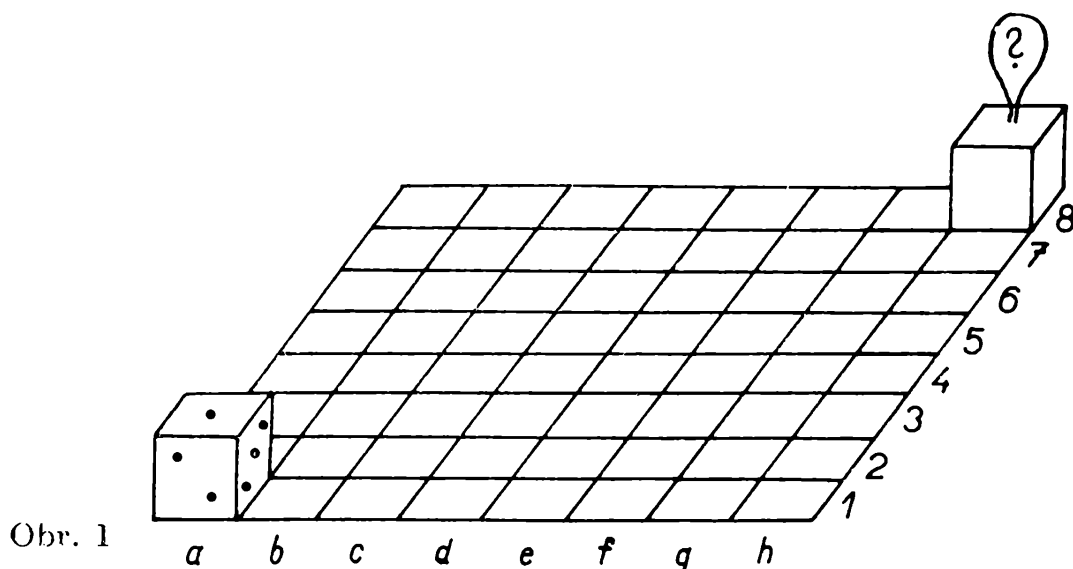
3. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC ($AB > BC$). Na straně AB je vyznačen bod X , pro který platí $AX \cong CX$. Dokažte, že střed O kružnice vepsané trojúhelníku XCB leží na přímce p , která je rovnoběžná se stranou AC a prochází bodem X .

4. Pythagorejský trojúhelník je pravoúhlý trojúhelník s celočíselnými délkami stran. Ukažte, že každý pythagorejský trojúhelník má obsah dělitelný číslem 3.

5. Na šachovnici na poli a1 stojí hrací kostka (obr. 1). Překlápěním převedte kostku na pole h8. Můžete měnit dráhy putující kostky tak, aby se na poli h8 vystřídaly všechny její stěny (tj. všechny počty ok)? Udejte pro každou možnost příslušnou dráhu kostky.

6. Jsou dány dva body A, B . Sestrojte pravidelný osmiúhelník, který má v bodech A, B středy některých dvou stran. Vyšetřete všechny možnosti.

Řešení některých úloh vám mohou usnadnit následující tvrzení:



Obr. 1

1. Nechť je dán pravý úhel, jehož jedno rameno je rovnoběžné s rovinou podstavy krychle a druhé k ní není kolmé. Potom při pohledu směrem kolmým k podstavě vidíme tento pravý úhel jako pravý úhel. Jestliže jsou obě ramena tohoto úhlu různoběžná s rovinou podstavy, pak to neplatí.

2. Zvolíme-li dvě přirozená čísla k, l ($k > l$) a vypočítáme čísla

$$a = k^2 + l^2$$

$$b = k^2 - l^2$$

$$c = 2kl,$$

pak a, b, c jsou délky stran pravoúhlého trojúhelníku. Také jejich přirozené násobky jsou délky stran pravoúhlého trojúhelníku. (Přesvědčte se o tom sami.)

3. Jestliže má pravoúhlý trojúhelník celočíselné délky stran, můžeme je vypočítat podle odst. 2. (Stačí vhodně zvolit čísla k, l a čísla a, b, c , popřípadě ještě násobit vhodným přirozeným číslem.)

Kategorie Z7 (pro žáky 7. ročníků základních škol)

1. Každý z vnitřních úhlů $\alpha = 64^\circ$, $\beta = 96^\circ$ trojúhelníku ABC je rozdělen polopřímkami s počátky ve vrcholu A nebo B na 160 shodných úhlů. Nechť O je průsečík dvou takových polopřímek s různými počátky. Kolik existuje takových bodů O , pro které je velikost úhlu AOB rovna 22° ? Kolik z nich je takových, že velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku AOB jsou přirozená čísla?

2. Dědeček si vyšel na procházku se svými třemi vnuky. Dědečkův známý se jich zeptal, kolik jim je let.

Pavel řekl: „Jsem mladší než Jakub a je mi více než 4 roky.“

Jakub se přidal: „Jsem o tři roky mladší než Matěj.“

Matěj dodal: „Nám třem je dohromady třikrát méně než dědečkovi, ale s dědečkem máme dohromady 100 let.“

Kolik je jim let? (Stáří všech je vyjádřeno celými čísly.)

3. V rovině jsou dány dvě navzájem kolmé přímky p, q . Zvolte v této rovině 11 bodů tak, aby rovnoběžky s přímkami p, q , vedené těmito body spolu s přímkami p, q , rozdělily rovinu na:

a) 26 částí,

b) 40 částí,

c) 68 částí.

4. Jsou dány body A, B . Sestrojte pravidelný šestiúhelník, který má v bodech A, B středy dvou úhlopříček. Vyšetřete všechny možnosti.

5. Oplocená obdélníková zahrada s rozměry a metrů a b metrů se má rozdělit na tři stejně velké obdélníkové zahrádky tak, aby bylo třeba postavit co nejméně nového plotu.

Úlohu napřed řešte pro různé konkrétně zvolené hodnoty a, b . Zjistěte a popište, jak je třeba postavit nový plot pro libovolné hodnoty rozměrů a, b . Které případy musíte rozlišit?

6. Škola má 800 žáků, z toho 450 chlapců. Z chlapců je 200 modrookých, 250 světlavých, 50 chlapců nemá žádnou z těchto vlastností.

Co je větší: Procento modrookých chlapců mezi světlavými nebo procento modrookých chlapců mezi všemi žáky?

Kategorie Z6 (pro žáky 6. ročníku základních škol)

1. Král přijal do služby pastýře na 1 rok. Slíbil mu za službu 120 grošů a plášť. Pastýř však vydržel ve službě jen 7 měsíců. Spravedlivý král mu vyplatil za službu 50 grošů a plášť. Jakou cenu měl plášť?

2. Body A, B, C, D, E, F jsou vrcholy pravidelného šestiúhelníku.

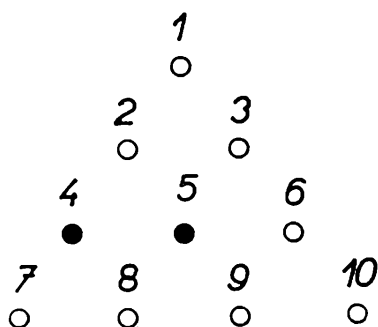
a) Kolik existuje trojúhelníků s vrcholy v těchto bodech?

b) Kdybychom tyto trojúhelníky rozdělili do skupin tak, že v každé skupině budou trojúhelníky se stejným obsahem, kolik by vzniklo skupin?

3. Děti jely autobusem na školní výlet. Cesta zpět jim trvala 4krát déle než cesta tam. Bylo to proto, že přesně ve $\frac{3}{4}$ zpáteční cesty se autobus porouchal a zbytek cesty prošly děti pěšky.

Kolikrát byl autobus rychlejší než děti?

4. Kolik trojciferných čísel dělitelných devíti je možno napsat pomocí číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7? Číslice se mohou opakovat.



Obr. 2

5. Na obrázku 2. je schéma s 10 body. Body s čísly 4 a 5 jsou obarveny modře. Zjistěte, zda je možno obarvit 8 zbylých bodů červenou a modrou barvou tak, aby žádné tři body téže barvy nebyly vrcholy rovnostranného trojúhelníku. (Obarvit se mají všechny body.)

6. Najděte tři přirozená čísla x, y, z , která mají obě následující vlastnosti:

a) součin $x \cdot y \cdot z = 1988$

b) součet $x + y + z$ je prvočíslo a to i při čtení od konce. Najděte všechna řešení.

Úlohy I. kola 30. ročníku FO

Kategória A

1. Vo veľmi vysokej zvisle umiestnenej U-trubici je voda. Z jedného ramena trubice je celkom vyčerpaný vzduch. Nad voľnou hladinou vody v druhom ramene trubice je vzduch, ktorý pri teplote T_0 má tlak p_0 . Obidva konce trubice sú zatavené.

Určte rozdiel h výšok voľných hladín stĺpcov vody v oboch ramenách trubice pri teplote T , $T > T_0$.

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_0 = 270 \text{ K}$, $T = 360 \text{ K}$.

Teplotnú rozťažnosť sklenenej trubice a zmenu hustoty vody s teplotou neuvažujte. Vzduch považujte za ideálny plyn.

2. Kozmonauti v kozmickej lodi, ktorá je vo veľkej vzdialenosti od slnečnej sústavy, pozorujú pomocou optických prístrojov obiehajú Zeme okolo Slnka. Registrujú vstup Zeme na slnečný disk.

a) Kozmická loď sa vzdaluje od slnečnej sústavy rýchlosťou veľkosti $v = 0,80 c$, kde c je veľkosť rýchlosti šírenia svetla vo vákuu. Určte dobu T_1 , ktorá uplynie v kozmickej lodi medzi dvoma po sebe nasledujúcimi pozorovaniami vstupu Zeme na slnečný disk.

b) Kozmická loď sa približuje k slnečnej sústave rýchlosťou veľkosti $v = 0,80 c$. Určte dobu T_2 , ktorá uplynie v kozmickej lodi medzi dvoma po sebe nasledujúcimi pozorovaniami vstupu Zeme na slnečný disk.

Periódou pohybu Zeme po jej trajektórii v slnečnej sústave $T_0 = 1$ rok.

Časti a) i b) úlohy riešte tak, že 1. neberiete do úvahy teóriu relativity (nerelativisticky), 2. s ohľadom na teóriu relativity (relativisticky).

3. Jedna doska kondenzátora s obsahom S je zavesená na pružine s tuhosťou k , druhá doska kondenzátora s rovnakým obsahom S je pevná, vzdialenosť medzi doskami je h (obr. A-1).

Kondenzátor pomocou zdroja napätia za krátku dobu zelektризujeme na napätie U a ihneď ho odpojíme od zdroja. Vzhľadom na veľkú zotrvačnosť dosiek predpokladáme, že horná doska sa začne pohybovať pôsobením elektrickej sily až po odpojení zdroja napätia.

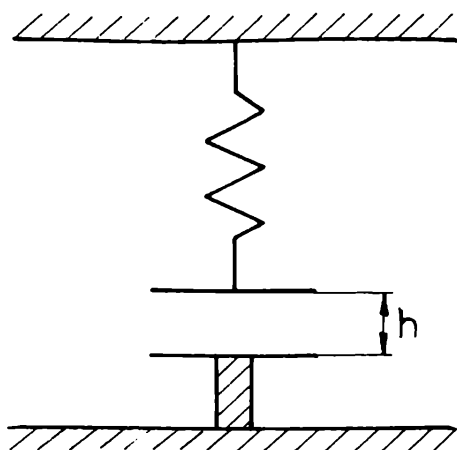
a) Určte, aký pohyb bude horná doska kondenzátora konať.

b) Aká má byť tuhosť k pružiny, aby nenastal skrat kondenzátora? Medzi doskami kondenzátora je vákuum.

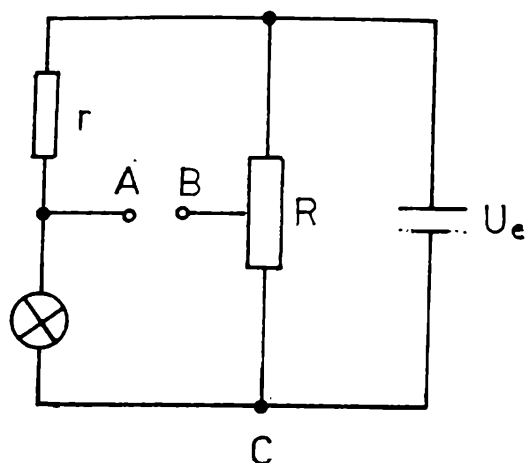
4. Máme elektrický obvod, ktorého schéma je na obr. A-2, $U_e = 4,0 \text{ V}$, $r = 10 \text{ } \Omega$, $R = 40 \text{ } \Omega$. Voltampérová charakteristika žiarovky použitej v tomto obvode je na obr. A-3.

a) Určte, aký prúd I_0 prechádza žiarovkou.

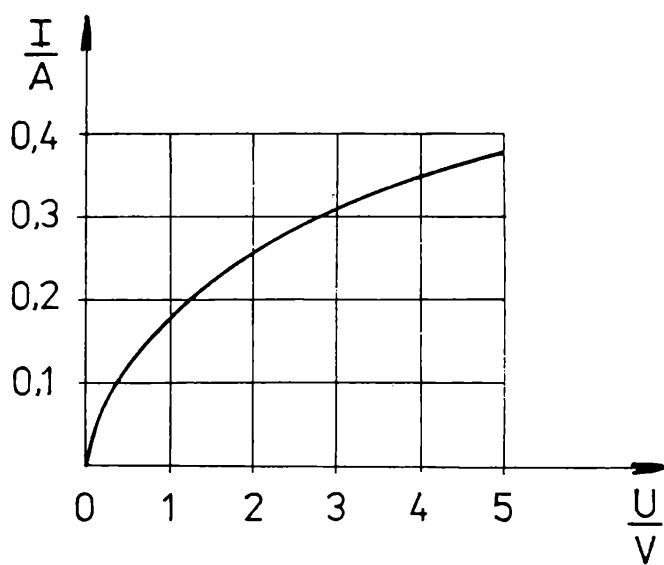
b) Určte odpor R_1 časti reostatu medzi jeho jazdcom B a bodom C tak, aby napätie U_{AB} medzi bodmi A a B obvodu bolo nulové.



Obr. A-1



Obr. A-2



Obr. A-3

c) Určte odpor R_2 časti reostatu medzi jeho jazdcom B a bodom C tak, aby zmena napätia zdroja spôsobila čo najmenšiu zmenu napätia U_{AB} .

Vnútrotný odpor zdroja napätia a odpor spojovacích vodičov je veľmi malý.

5. Dve rovnaké dvojvypuklé tenké šošovky 1. a 2. majú spoločnú optickú os, obr. A-4. Pravý povrch 2. šošovky (na obr. znázornený silnou čiarou) je postriebrený. Polomery krivosti šošoviek sú r , ich vzájomná vzdialenosť je d .

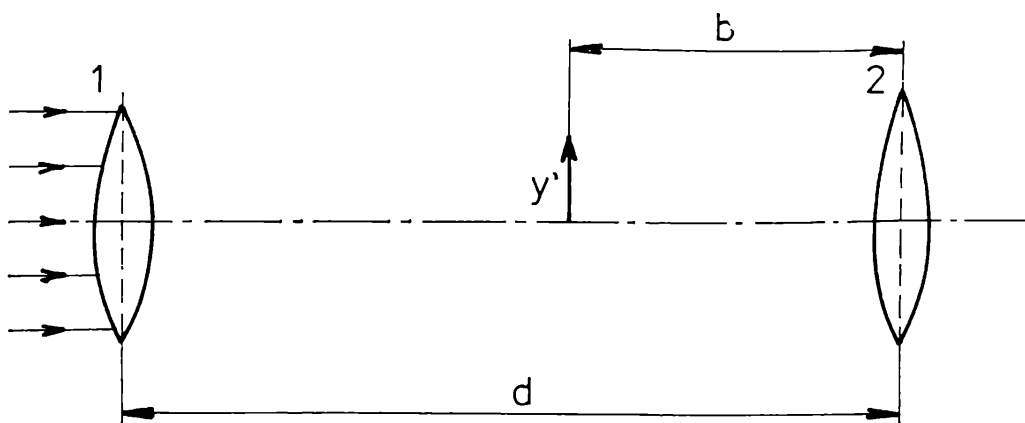
Vľavo od šošoviek vo veľkej vzdialenosti od nich, na optickej osi, je predmet.

Uvažujme obraz y' predmetu, ktorý vznikol po jednom prechode svetelných vln 1. šošovkou a zobrazením na 2., tj. postriebrenej šošovke. Vzdialenosť obrazu y' od 2. šošovky je b .

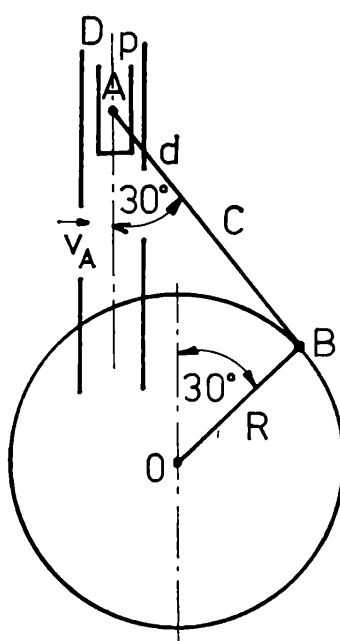
a) Určte ohniskovú vzdialenosť f šošoviek.

b) Určte index lomu n skla šošoviek.

V okolí šošoviek je vzduch.



Obr. A-4



Obr. A-5

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $r = 10,0$ cm, $d = 15,0$ cm, $b = 4,0$ cm.

Dobrovoľná časť úlohy, ktorej riešenie nie je podmienkou kladného hodnotenia úlohy:

Na rozdiel od uvedeného textu predpokladajte, že y' je obraz vytvorený celou optickou sústavou. V zložitejších výpočtoch je potrebné prejsť k daným hodnotám veličín, kde prípadne môžete použiť mikropočítač.

6. Meranie indexu lomu skleneného hranola

Máte k dispozícii nasledovné jednoduché meracie prostriedky: pravítko, list bieleho papiera, vreckovú lampu, kúsok čierneho papiera, nožnice, lepiacu pásku, ceruzku.

Pomocou týchto prostriedkov určte index lomu skla optického hranola

zo žiackej súpravy pre optiku, ak uhly hranola sú vám známe (obvyčajne 45° , 45° , 90° ; ak sú iné, je potrebné ich odmerať).

Navrhňte dve rozličné metódy merania s použitím uvedených prostriedkov, vykonajte potrebné merania, určte v oboch prípadoch najpravdepodobnejšiu hodnotu n indexu lomu a priemernú odchýlku merania.

Poznámka: Ak potrebujete, môžete si ceruzkou urobiť značky na matnej stene hranola.

7. Na obr. A-5 je znázornený kĺbový mechanizmus, v ktorom koleso s polomerom $R = 0,20$ m sa otáča okolo pevnej osi O . Kĺbovým spojom v bode B je na koleso pripojená tyč AB s dĺžkou $d = 0,40$ m, ktorej druhý koniec je kĺbove spojený s piestom D pohybujúcim sa vo vodiacom žlabu. Bod A piestu sa pohybuje po primake p stálou rýchlosťou v_A , $v_A = 0,40$ m $\cdot$ s $^{-1}$. Bod C je v strede tyče AB .

Pre polohu mechanizmu, ktorá je znázornená na obr. A-5 určte:

- veľkosti v_B , v_C rýchlostí bodov B , C ,
- veľkosti ω_1 , ω_2 uhlových rýchlostí bodu B a tyče AB ,
- veľkosť a_B zrýchlenia bodu B ,
- veľkosť α uhlového zrýchlenia tyče AB ,
- veľkosť a_C zrýchlenia bodu C .

Kategorie B

1. Kuličku o hmotnosti $m = 0,15$ kg zavěšenou na vlákně délky $b = 30$ cm vychýlíme z rovnovážné polohy o úhel $\alpha = 60^\circ$ a potom uvolníme. Určete sílu, kterou vlákno působí na kuličku, a výslednou sílu, která na kuličku působí:

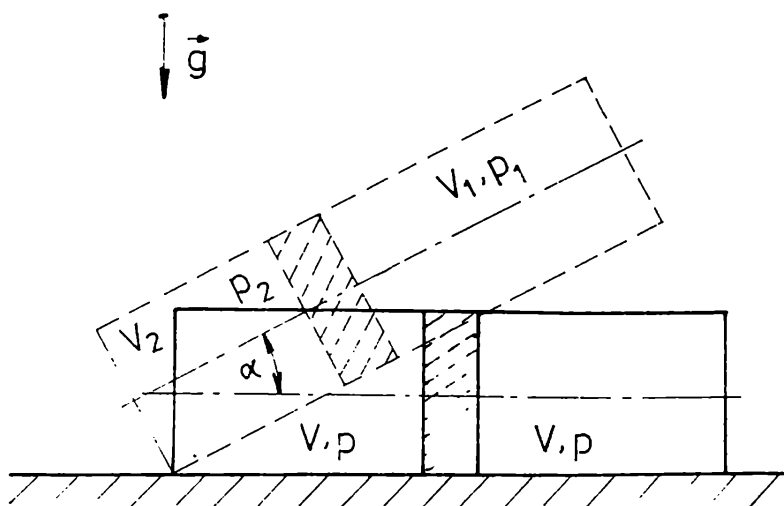
- v okamžiku uvolnění kuličky,
- při průchodu kuličky rovnovážnou polohou,
- v okamžiku, kdy se odchylka vlákna od svislého směru zmenšila na úhel $\beta = 30^\circ$.

Úlohu řešte výpočtem i graficky. Situaci narýsujte na milimetrový papír. Délku vlákna zobrazte v měřítku 1 : 2, při zobrazení sil volte měřítko $1\text{N} \cong 5,0$ cm. Kuličku považujte za hmotný bod, odpor vzduchu, hmotnost i deformaci vlákna zanedbejte. Pro velikost tíhového zrychlení volte hodnotu $g = 9,8$ m $\cdot$ s $^{-2}$.

2. Na pružině o tuhosti k je zavěšena miska hmotnosti m_1 . Na misce leží závaží o hmotnosti m_2 . Hmotnost pružiny je zanedbatelně malá v porovnání s hmotnostmi m_1 , m_2 . Soustava koná volné netlumené harmonické kmity.

a) Určete periodu těchto kmitů za předpokladu, že závaží stále spočívá na misce.

b) Určete amplitudu A kmitů, jestliže tíha závaží v dolní krajní poloze je právě n -krát větší než tíha závaží v horní krajní poloze.



Obr. B-1

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $m_1 = 0,10 \text{ kg}$, $m_2 = 0,50 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $m = 5$, $k = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

3. V uzavřeném válci, naplněném plynem, je uprostřed umístěn píst o hmotnosti m . Obsah kolmého řezu válce je S , tlak plynu je p , objem každé z částí válce je V . Počáteční rovnovážný stav ukazuje obr. B-1.

Určete poměr V_1/V_2 objemů částí válce, oddělených pístem, jestliže válec pomalu otočíme tak, že osa válce změní svůj směr ve svislé rovině o úhel α ($0 \leq \alpha < \leq 90^\circ$), a počkáme, až se teplota plynu vyrovná s teplotou okolí.

Plyn považujte za ideální, teplotu v okolí válce považujte za konstantní. Píst ve válci se pohybuje bez tření a přitom dokonale těsní. Hmotnost plynu lze zanedbat vzhledem k hmotnosti pístu.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $m = 2,0 \text{ kg}$, $p = 1,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$, $S = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $\alpha = 30^\circ$

4. Ze zdroje o konstantním napětí U_0 , dvou stejných kondenzátorů s kapacitou C a dvou spínačů s_1 , s_2 je sestaven obvod podle obr. B-2. V počátečním stavu jsou kondenzátory bez náboje, oba spínače jsou rozpojeny. Nyní provedeme postupně tyto úkony:

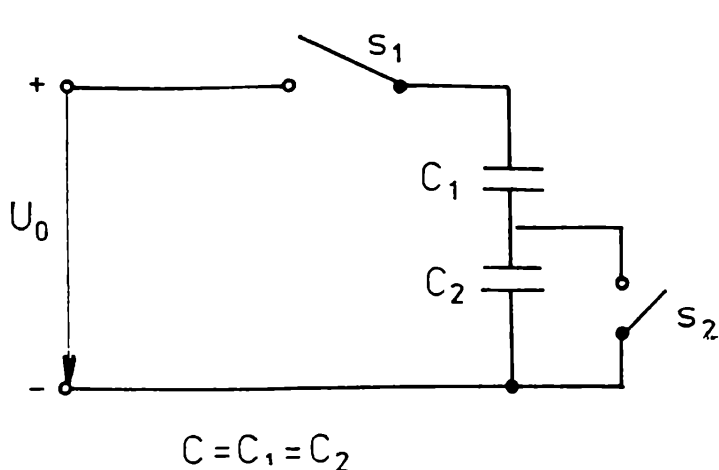
- sepneme spínač s_1 ,
- rozpojíme spínač s_1 ,
- sepneme spínač s_2 ,
- rozpojíme spínač s_2 ,
- sepneme spínač s_1 .

Určete napětí U_1 , U_2 i náboje Q_1 , Q_2 na kondenzátorech po každém úkonu.

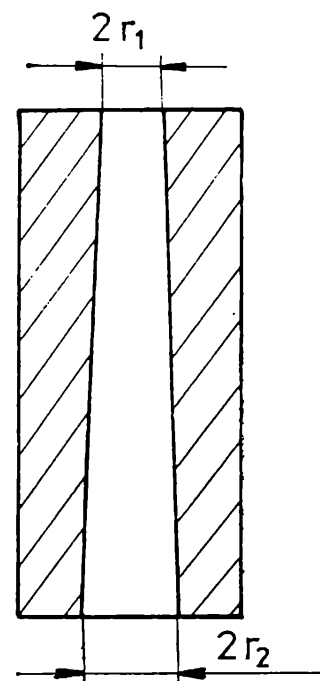
Porovnejte celkovou energii kondenzátorů v případě a) s celkovou energií kondenzátorů v případě e). Získaný výsledek zdůvodněte.

5. Kanálek kapilární trubice délky b má tvar komolého kužele (obr. B-3). Na koncích trubice jsou poloměry kanálku r_1 , r_2 , $b \gg r_2 > r_1$.

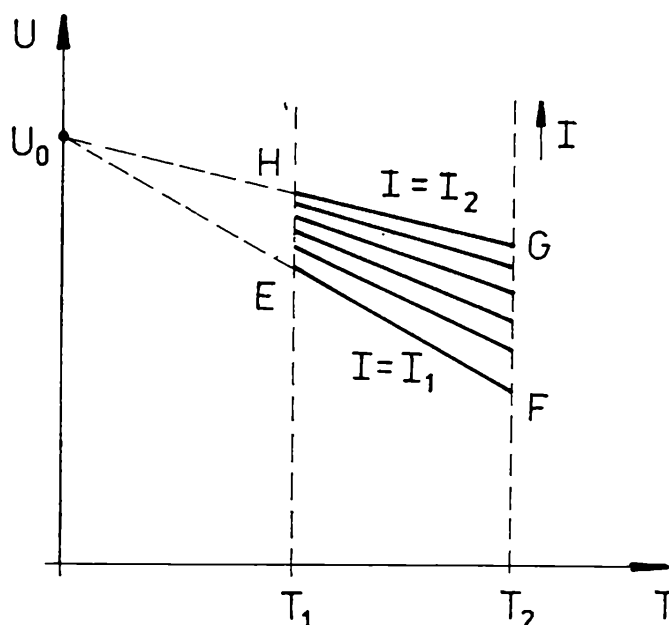
Do jaké výšky nad hladinu vystoupí voda v kanálku kapilární trubice, jestliže ji ve svislé poloze ponoříme do nádoby s vodou. Předpokládejte,



Obr. B-2



Obr. B-3



Obr. B-4

že je ponořen konec trubice, v němž poloměr kanálku je r_2 . Při výpočtu předpokládejte, že ponořený konec se právě dotýká vodní hladiny a že voda dokonale smáčí kanálek kapiláry. Kapilární síla působí prakticky ve svislém směru.

Úlohu řešte obecně, potom určete výsledek pro tyto hodnoty: $r_1 = 0,50 \text{ mm}$, $r_2 = 1,0 \text{ mm}$, $b = 10 \text{ cm}$, $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Určete alespoň kvalitativně, jak se změní výsledek úlohy, je-li ponořen konec trubice, v němž je poloměr kanálku r_1 .

6. Určení závislosti napětí mezi svorkami usměrňovací diody, zapojené v propustném směru, na teplotě a na proudu.

Příprava: Při dostatečně malých proudových hustotách a teplotách v intervalu 250 K až 350 K je závislost napětí přechodu PN diody, zapojené v propustném směru, na teplotě a na proudu vyjádřena dosti přesně vztahem

$$U = U_0 - AT + BT \ln \{I\} \quad (1)$$

kde U_0 , A , B jsou konstanty dané materiálem a provedením přechodu PN, $\{I\}$ je číselná hodnota proudu a T je absolutní teplota. Je-li proud konstantní, napětí s rostoucí teplotou lineárně klesá.

Zobrazíme-li závislost napětí na teplotě v nějakém intervalu $\langle T_1, T_2 \rangle$ při různých hodnotách konstantního proudu volených v intervalu $\langle I_1, I_2 \rangle$, dostaneme soustavu lineárních grafů, omezených čtyřúhelníkem $EFGH$ (obr. B-4).

Konstanty U_0 , A , B ve vztahu (1) můžeme určit, známe-li hodnoty veličin I a T odpovídající bodům E , F , G . Dostaneme soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} U_0 - AT_1 + BT_1 \ln \{I_1\} &= U_E, \\ U_0 - AT_2 + BT_2 \ln \{I_1\} &= U_F, \\ U_0 - AT_2 + BT_2 \ln \{I_2\} &= U_G. \end{aligned} \quad (2)$$

Jejím řešením dostáváme

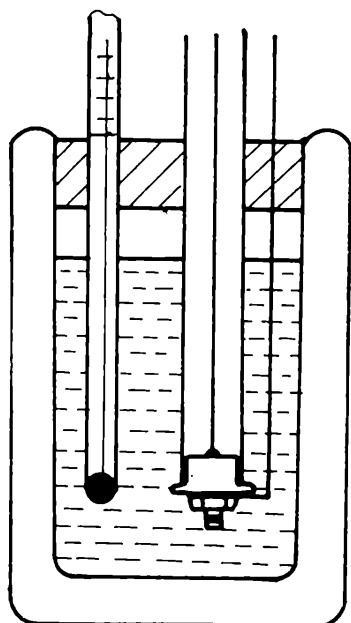
$$B = \frac{U_G - U_F}{T_2 (\ln \{I_2\} - \ln \{I_1\})} = \frac{U_G - U_F}{T_2 \ln \frac{\{I_2\}}{\{I_1\}}}, \quad (3)$$

$$A = \frac{U_E - U_F}{T_2 - T_1} + B \ln \{I_1\}, \quad (4)$$

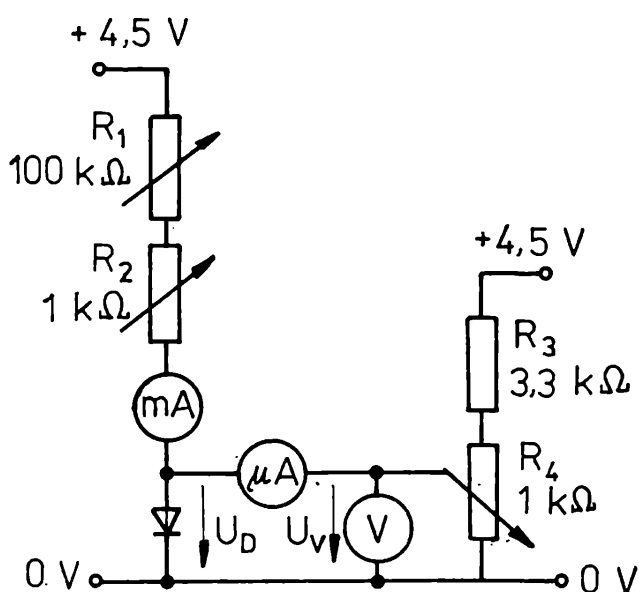
$$U_0 = U_E + AT_1 - BT_1 \ln \{I_1\}. \quad (5)$$

Úkol: a) Řešením soustavy (2) odvoďte vztahy (3), (4), (5). b) Určete závislost napětí mezi svorkami usměrňovací diody KY 708 (případně

Obr. B-5



Obr. B-6



jiné diody obdobného typu) na teplotě z intervalu $t_1 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $t_2 = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$ (zvolte pět teplot) při čtyřech různých hodnotách konstantního proudu v intervalu $I_1 = 10\text{ }\mu\text{A}$ až $I_2 = 10\text{ mA}$. Získané výsledky zobrazte graficky podle obr. B-4. c) Z naměřených hodnot stanovte konstanty A , B , U_0 ve vztahu (1). d) Dosazením hodnot $T = T_1$, $I = I_1$ do vztahu (1) vypočtete napětí, odpovídající bodu H v obr. B-4 a vypočtenou hodnotu porovnejte s hodnotou změřenou.

Pomůcky: dioda KY 708, termoska, teploměr, voltmetr, ampérmetr, mikroampérmetr, potenciometry.

Provedení úlohy: Diodu KY 708 opatříme izolační trubičkou (bužírkou, gumovou hadičkou) a společně s teploměrem zasuneme do termosky s vodou nebo směsí vody a ledu (obr. B-5).

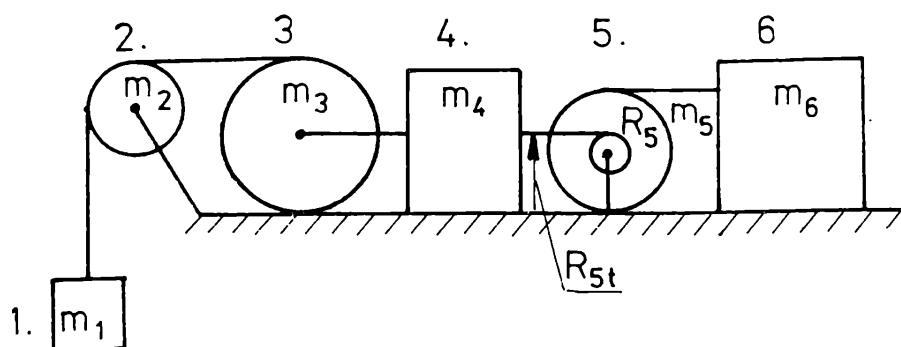
Napětí na diodě měříme kompenzační metodou v zapojení podle obr. B-6, abychom odstranili vliv voltmetru na měřený obvod. Naměřené hodnoty zapisujeme do tabulky:

		$t\text{ }(^{\circ}\text{C})$						
I (mA)							U (V)	
		$T\text{ (K)}$						

Postupujeme po sloupcích, měříme tedy vždy při konstantní teplotě, dokud neprojdeme všechny zvolené hodnoty proudu.

Do termosky dáme nejprve směs ledu a vody ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$), další měření provedeme ve vodě teploty asi $70\text{ }^{\circ}\text{C}$. Pak teplotu postupně snižujeme o 15° až $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ odléváním teplé a současně doléváním studené vody. Proud procházející diodou nastavíme pomocí reostatů s odpory R_1 , R_2 a potenciometrem s odporem R_4 nastavíme takové napětí U_V , aby proud procházející mikroampérmetrem byl nulový. Tím dosáhneme, že napětí mezi svorkami voltmetru je stejné jako napětí mezi svorkami diody, aniž bychom obvod s diodou zatěžovali proudem procházejícím voltmetrem.

Jako voltmetru a ampérmetru použijeme vhodné univerzální měřicí přístroje. Velmi vhodný je číslicový voltmetr, např. školní voltmetr DV 01. Mikroampérmetr by měl mít rozsah asi $100\text{ }\mu\text{A}$ a měl by mít nulu uprostřed stupnice. I zde však postačí vhodný univerzální měřicí při-



Obr. B-7

stroj s nulou na počátku stupnice. Jako zdroje můžeme použít např. dvě ploché baterie.

Poznámka: V případě, že máte k dispozici elektronický voltmetr s velkým vnitřním odporem, můžete napětí mezi svorkami diody měřit přímo, bez použití kompenzačních obvodů.

Diodu KY 708 je možno vložit a zalepit do plastové trubičky od středobsahové kuličkové psací vložky 4444.

7. Na obr. B-7 je model sústavy šiestich telies 1. až 6. spojených vláknami, ktoré sú dokonale ohybné a neroztiahnuteľné, ich hmotnosti sú malé. Valivý odpor valcov je malý, ich šmykové trenie dostatočné na to, aby valce pri pohybe nepreklzovali. Šmykové trenie hranolov je malé.

Určte pre túto sústavu:

- veľkosť a_1 zrýchlenia pohybu 1. telesa,
- veľkosť a_4 zrýchlenia pohybu 4. telesa,
- veľkosť a_{5p} posuvného pohybu 5. telesa,
- veľkosť F_6 sily, ktorá pri pohybe sústavy napína vlákno medzi 5. a 6. telesom.

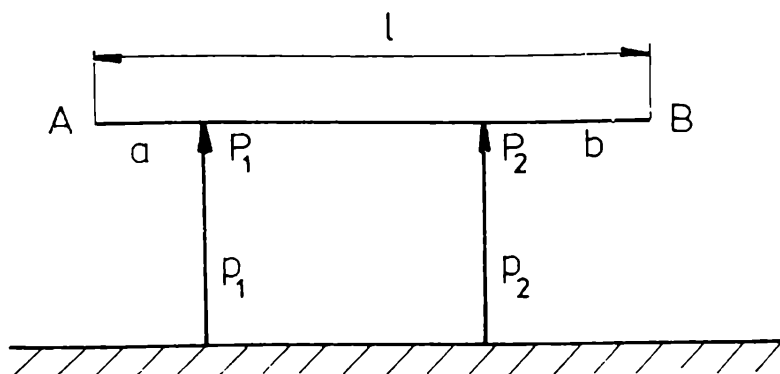
Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty: $m_1 = 5,0$ kg, $m_2 = 2,0$ kg, $m_3 = 2,7$ kg, $m_4 = 4,0$ kg, $m_5 = 6,0$ kg, $m_6 = 2,25$ kg, $R_{5t} = \frac{3}{2} R_5$.

Kategorie C

1. Vodorovná tuhá homogenní deska AB (obr. C-1), všude téhož obsahu kolmého řezu, délky l a hmotnosti m , leží v klidu na svislých podpěrách p_1, p_2 . Podpěry se dotýkají desky v bodech P_1, P_2 , které mají od konců desky vzdálenosti $AP_1 = a$, $BP_2 = b$. Z bodu A do bodu B kráčí po desce stálou rychlostí v_1 chodec o hmotnosti m_1 . Chodec při pohybu nezpůsobí otočení desky kolem některé z podpěr.

a) Určete síly F_1, F_2 , kterými za pohybu chodce působí deska na podpěry p_1, p_2 .

b) Sestrojte graf závislosti velikosti síly, již působí při pohybu chodce deska na podpěru p_1 , resp. p_2 , na vzdálenosti chodce od bodu A .



c) V jaké vzdálenosti od bodu A je chodec v okamžiku, kdy na obě podpěry působí stejně velké síly? Úlohu řešte výpočtem i graficky, oba výsledky navzájem porovnejte.

d) Jakou podmínku musí splňovat hmotnost chodce, nemá-li chodec při pohybu způsobit otočení desky kolem některé z podpěr p_1 , p_2 ?

Chodce při působení na desku považujte za hmotný bod, tření v místě dotyku chodce s podložkou neuvažujte.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $m_1 = 15 \text{ kg}$, $l = 4,0 \text{ m}$, $a = 0,50 \text{ m}$, $b = 1,0 \text{ m}$, $m = 16 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

2. Jedna z družic Jupitera — Ganyméd — má siderickou dobu oběhu kolem Jupitera 7 d 03 h 40 min. Hlavní poloosa eliptické trajektorie Ganyméda vzhledem k Jupiteru je rovna patnáctinásobku poloměru Jupitera. Siderická doba oběhu Měsíce kolem Země je 27 d 07 h 40 min. Hlavní poloosa eliptické trajektorie Měsíce vzhledem k Zemi je rovna šedesátinásobku poloměru Země.

Určete poměr hustot Země a Jupitera.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty. Návod najdete v publikaci Školy mladých fyziků „Pohyb umělých družic“

3. Gymnastka cvičí s míčem na vodorovném gymnastickém koberci. V čase $t = 0 \text{ s}$ ve stoji vyhodí míč pod elevačním úhlem α vzhůru počáteční rychlostí $\mathbf{v}_p$. Míč vypustí z ruky ve výšce h_0 nad podložkou. Potom v přímočarém pohybu vykoná akrobatický cvik a doskočí do vzdálenosti d od místa, v němž vyhodila míč.

a) Popište pohyb míče vzhledem ke koberci.

b) Jakou počáteční rychlostí $\mathbf{v}_p$ musí míč vyhodit, aby jej chytila těsně nad kobercem, aniž by se míč od koberce odrazil?

c) Do jaké výšky nad koberec míč vystoupí?

Změnu hybnosti gymnastky při odhození míče a odpor vzduchu zanedbejte, míč považujte za hmotný bod. Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $\alpha = 75^\circ$, $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$, $d = 6,0 \text{ m}$, $h_0 = 1,5 \text{ m}$.

4. Dutá železná koule o vnitřním poloměru r_1 je naplněna dusíkem o látkovém množství n . Soustava je v rovnovážném stavu s okolím a má teplotu t_1 . Teplota okolního prostředí se izobaricky změnila na hodnotu t_2 .

a) Určete tlak plynu v nádobě po ustavení rovnovážného stavu při teplotě t_2 . Dusík považujte za ideální plyn.

b) Pro jaký interval teplot $\langle t_1, t_3 \rangle$ můžeme při řešení úlohy zanedbat změny objemu nádoby? Uvažte použití známých pravidel o zaokrouhlování číselných hodnot fyzikálních veličin. Zanedbejte deformace koule způsobené rozdíly tlaků uvnitř a vně koule.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $\alpha_{\text{Fe}} = 0,0120 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$, $r_1 = 0,500 \text{ m}$, $t_1 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 80,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $n = 2,00 \text{ mol}$.

5. Válcová nádoba je těsně uzavřena pohyblivým pístem. Plošný obsah podstavy je S . Nádoba je naplněna vzduchem, který obsahuje vodní páru. Vzduch i vodní páru považujte za ideální inertní plyny. Celkové látkové množství vzduchu i s vodní parou je n , celkový tlak obou plynů je p , rovnovážná teplota je t . Relativní vlhkost vzduchu je φ .

a) Určete počáteční vzdálenost d pístu ode dna nádoby.

b) Plyn je pohybem pístu izotermicky stlačován. Určete minimální vzdálenost d_m pístu ode dna nádoby, při které ještě nedojde ke kondenzaci vodní páry.

c) Určete, kolik vodní páry zkondenzuje, zmenší-li se vzdálenost pístu ode dna nádoby na $\frac{d_m}{2}$.

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $n = 1,0 \text{ mol}$, $p = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $t = 22 \text{ }^\circ\text{C}$, $S = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $\varphi = 20 \text{ } \%$. Při řešení použijte MFCH tabulek.

6. Stanovení doby výtoku kapaliny z nádoby.

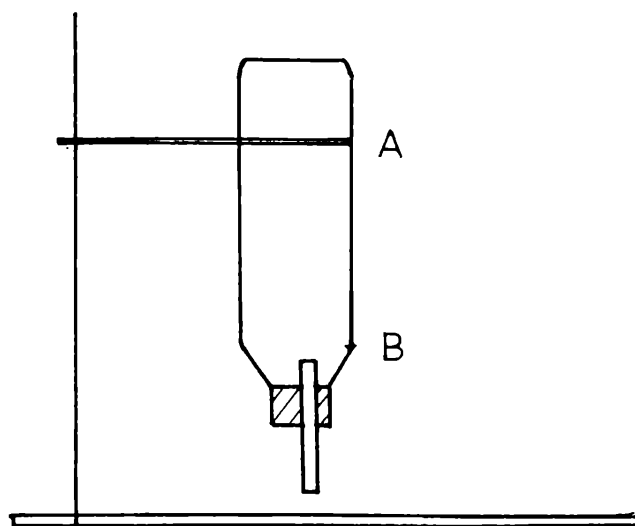
Příprava: K měření použijte průhlednou nebo alespoň průsvitnou láhev (např. od čistícího prostředku „Okená“). Do dna nádoby udělejte otvor vhodný pro nalévání kapaliny do láhve a do hrdla láhve upevněte zátku s trubičkou délky asi 3 cm. Trubičku lze zhotovit např. z plastické slámky, která se užívá při pití nápojů. Na stěně láhve pomocí papírového měřítka vyznačte značky A , B , vzdálené od sebe alespoň 10 cm. Mezi značkami budeme sledovat polohu volného povrchu kapaliny při výtoku z láhve. Láhev upevněte do stojanu dnem vzhůru (obr. C-2).

Označíme-li obsah kolmého řezu lahve S_1 , řezu trubičky S_2 , počáteční výšku volného povrchu kapaliny nad ústím trubičky h_0 , koncovou výšku h_1 , potom pro dobu výtoku ideální kapaliny trubičkou platí:

$$t_i = \frac{S_1}{S_2} \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_0 - h_1}) \quad (1)$$

Úkol a provedení: a) U připraveného experimentálního zařízení změřte hodnoty h_0 , h_1 , S_1 , S_2 . Na základě podmínek měření zvažte, které veličiny je nutno určovat z několika opakovaných měření.

b) Pomocí vztahu (1) a změřených hodnot h_0 , h_1 , S_1 , S_2 určete dobu t_i výtoku ideální kapaliny z dané soupravy.



Obr. C-2

c) Porovnejte dobu t_i určenou z naměřených hodnot s dobou t_i , která uplyne, jestliže z láhve vyteče stejnou trubičkou stejný objem kapaliny jako v úloze b), ale za předpokladu, že výška volného povrchu kapaliny v láhvi se nemění (tj. kapalina do láhve neustále přitéká).

d) Trubičku uzavřete a láhev naplňte vodou po značku A . Změřte teplotu vody a určete dobu t_r výtoku vody, odpovídající poklesu volného povrchu vody z polohy A do polohy B . Měření proveďte celkem 5krát, z naměřených hodnot vypočítejte průměrnou hodnotu t_{rp} . Při měření dbejte na to, aby změna teploty nepřekročila 1°C .

e) Vypočítejte tzv. výtokový součinitel $\mu = \frac{t_i}{t_{rp}}$

f) Navrhněte způsob, jak stanovit, zda volný povrch vody v láhvi klesá v úseku A, B rovnoměrným pohybem vzhledem k láhvi.

g) Jakým pohybem vzhledem k láhvi by klesal volný povrch ideální kapaliny?

h) Změřte, jak závisí doba t_1 výtoku vodného roztoku latexové barvy na koncentraci p roztoku. Koncentraci zakoupené, dobře rozmíchané barvy v plechovce položte rovnu $p = 100\%$, koncentraci měňte po 10% . Pro každou koncentraci proveďte 5 měření a potom sestrojte graf funkce $t_{1p} = f(p)$.

i) Sestavte protokol o měření, získané výsledky komentujte.

7. Tyč o délce $3y$ je tvořena třemi stejně dlouhými úseky A, B, C stejného obsahu kolmého řezu, avšak z různých materiálů o hustotách ρ_A, ρ_B, ρ_C , modulech pružnosti E_A, E_B, E_C . Tyč zavěsíme ve svislé poloze tak, že jednou je dole úsek A , podruhé úsek C .

a) Určete prodloužení jednotlivých úseků tyče i celkové prodloužení tyče v obou případech.

b) Určete modul pružnosti homogenní tyče o délce $3y$ a stejné celkové hmotnosti, jako má popsaná nehomogenní tyč, jestliže se tato tyč prodlou-

ží o stejnou délku jako nehomogenní tyč v úloze a). Řešte pro oba popsané způsoby zavěšení tyče.

Úlohu řešte obecně, potom pro hodnoty: $\rho_A = 7,80 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_B = 8,60 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_C = 8,90 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $E_A = 2,00 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $E_B = 1,10 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $E_C = 1,30 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $3y = 3,00 \text{ m}$.

Kategorie D

1. Motorový čln, ktorého motor vždy pracuje s rovnakým výkonom, by sa v kludnej vode pohyboval rýchlosťou $\mathbf{v}$. Sledujme pohyb tohto člna v rieke, v ktorej prúdi voda rýchlosťou $\mathbf{v}_0$. Najkratšia možná doba, za ktorú čln prepláva na druhý breh, je t_1 .

- Určte šírku d rieky.
- Určte hodnotu v_1 priemernej rýchlosti člna vzhľadom na breh.
- Akú dráhu s vykoná čln?
- Za akú dobu t_2 by prešiel čln na druhý breh, ak má pritom vykonať čo najkratšiu dráhu? Určte tiež hodnotu v_2 rýchlosti člna vzhľadom na breh.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $v = 7,2 \text{ km h}^{-1}$, $v_0 = 1,4 \text{ m s}^{-1}$, $t_1 = 28 \text{ s}$.

2. Vo vagóne metra premávajúceho po priamej vodorovnej trati je na vodorovnom stolíku v smere jazdy položená rúrková libela. Vonkajší polomer krivosti rúrky libely je R (obr. D-1). Pri rozbíhaní vlaku metra, ktoré trvalo dobu t_1 , sa malá bublina libely posunula z kludovej polohy o úsek dĺžky x_1 . Potom sa bublina vrátila do pôvodnej polohy a v tejto polohe zotrvala po dobu t_2 . Pri zastavovaní vlaku metra sa bublina vychýlila o úsek dĺžky x_3 . Rozbeh i zastavovanie vlaku považujte za rovnomerne zrýchlený pohyb.

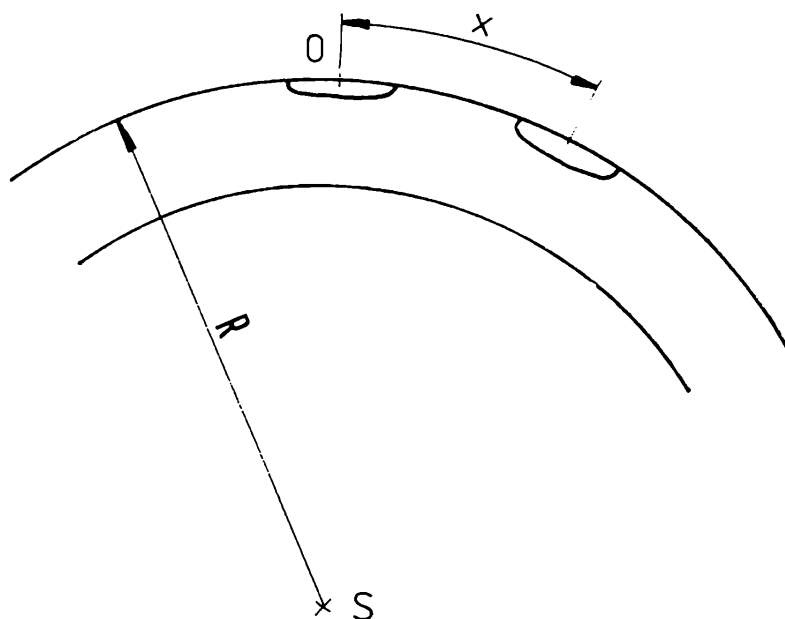
a) Ktorým smerom vzhľadom na smer jazdy vlaku metra sa bublina vychýli z kludovej polohy pri rozbíhaní a pri zastavovaní vlaku? Odpoveď zdôvodnite.

- Určte veľkosť a_1 zrýchlenia vlaku metra pri rozbíhaní.
- Určte maximálnu hodnotu v rýchlosti vlaku metra.
- Určte hodnotu zrýchlenia vlaku pri zastavovaní.
- Určte dobu t_3 , po ktorú vlak metra zastavoval.
- Určte vzdialenosť d susedných staníc metra.
- Určte priemernú rýchlosť v_p vlaku metra v sledovanom úseku trate.

Úlohu riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty: $R = 6,0 \text{ cm}$, $t_1 = 12 \text{ s}$, $x_1 = 12 \text{ mm}$, $t_2 = 50 \text{ s}$, $x_3 = 15 \text{ mm}$. V obr. D-1 bod O vyznačuje vodorovnú kludovú polohu bubliny libely.

3. Petr sjíždí na sáňkách hmotnosti m ze svahu s úhľom sklonu α vzhľadom k vodorovnej rovine. Hmotnosť Petra je m_1 . Součinitel smykového tření mezi sáňkami a sněhem je f .

- Určete velikost a zrychlení, s nímž se pohybují sáňky s Petrem.



Obr. D-1

b) Určete velikost v rychlosti, které dosáhnou sáňky s Petrem, když urazí dráhu s , jestliže pohyb začínal z klidu.

c) Určete složku F_t ve směru nakloněné roviny a složku F_n kolmo na směr nakloněné roviny, jíž působí Petr na sáňky během jízdy po svahu.

d) Určete velikost F celkové síly, kterou působí během jízdy Petr na sáňky.

Odpor vzduchu zanedbejte. Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $\alpha = 22,6^\circ$, $m_1 = 26$ kg, $m = 10$ kg, $f = 0,070$, $s = 30$ m, $g = 9,8$ m $\cdot$ s $^{-2}$.

4. Na vodorovnom stole obieha hranolček s hmotnosťou m , uchytený na konci nite, prechádzajúcej otvorom v strede stola, (obr. D-2). Hranolček obieha rýchlosťou veľkosti v_0 po kružnicovej trajektórii s polomerom R_0 .

a) Určte veľkosť F_0 sily, ktorou pôsobíme na niť.

b) Určte veľkosť b_0 momentu hybnosti hranolčeka.

c) Určte kinetickú energiu E_0 hranolčeka.

Niť rukou potiahneme zvisle dolu. Polomer kružnicovej trajektórie sa zmenší o s , $s < R_0$. Po tejto zmene určte:

d) veľkosť v rýchlosti hranolčeka,

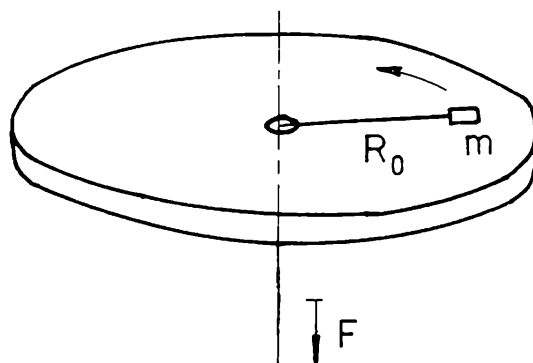
e) veľkosť F sily, ktorou je napínaná niť,

f) kinetickú energiu E hranolčeka,

g) prácu W , ktorú sme vykonali pri potiahnutí nite,

h) strednú hodnotu F_p sily, ktorou sme pôsobili na niť počas zmeny polomeru trajektórie hranolčeka.

Trenie pri pohybu hranolčeka i nite neuvažujte. Hranolček považujte za hmotný bod. Hmotnosť nite je malá, niť je neroztiahnuteľná.



Obr. D-2

Úlohu riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty: $R_0 = 1,0 \text{ m}$, $m = 0,10 \text{ kg}$, $s = 20 \text{ cm}$, $v_0 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

5. Před koncem druhé světové války svrhli nacisté na dno Černého jezera na Šumavě několik vodotěsných kovových beden. V bednách byly ukryty tajné dokumenty. V r. 1964 byly bedny nalezeny a vylověny z vody. Každá z beden měla tvar kvádru, jehož výška je h , obsah podstavy S , hmotnost bedny je m .

Určete práci W , kterou vykonali potápěči při vyzvednutí jedné z beden. Bedna byla zvedána pomalým rovnoměrným pohybem z výchozí polohy, v níž byla horní podstava bedny v hloubce h_1 pod hladinou vody. Po vyzdvížení do koncové polohy byla dolní podstava ve výšce h_2 nad hladinou.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $S = 0,25 \text{ m}^2$, $h = 40 \text{ cm}$, $m = 150 \text{ kg}$, $h_1 = 3,6 \text{ m}$, $h_2 = 0,80 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Odpor vody a vzduchu při pohybu a vztlakovou aerostatickou sílu zanedbejte.

6. Studium matematického kyvadla

Matematické kyvadlo je hmotný bod (v praxi malá kulička) o hmotnosti m , zavěšený na vlákně zanedbatelné hmotnosti, které má délku d . Doba T kmitu kyvadla (perioda T) je doba, která uplyne od okamžiku vypuštění kyvadla z některé krajní polohy do okamžiku návratu kyvadla do téže polohy.

Úloha: Sledujte experimentálně závislost doby T kmitu kyvadla na hmotnosti m hmotného bodu a na délce d závěsu; $T = f(m, d)$.

Pomůcky: nit, lepicí lékařská páska „spofa“, silný feritový magnet, stopky, délkové měřidlo 2 m, dvě různé ocelové (nebo jiné) kuličky s průměrem 10 mm až 20 mm, váhy se sadou závaží (nebo automatické), milimetrový papír, ocelová zárubeň dveří.

Postup: 1. K jednomu konci nitě (délky asi 2 m) upevníme ocelovou kuličku použitím lékařské lepicí pásky „spofa“. Druhý konec připevníme k horní části ocelové zárubně dveří pomocí feritového magnetu (nebo jakýmkoli jiným způsobem).

2. Z ustálené rovnovážné polohy vychýlíme kuličku asi o 3 cm až 4 cm a necháme ji volně kmitat. Doba kmitu označíme T_1 , změříme

dobu 10 kmitů, tj. $10 T_1$. Zkracujeme postupně délku závěsu a měříme doby T_2 až T_{20} . Provedeme celkem 20 měření. Výsledky zapíšeme do tabulky následujícího vzoru: v záhlaví je uvedena hmotnost kuličky. Délku měříme od bodu upevnění vlákna na zárubni dveří ke středu kmitající kuličky.

$$m_1 = \dots \text{kg}$$

č.	$\frac{d}{\text{m}}$	$\frac{10T}{\text{s}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{\sqrt{d}}{\text{m}^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{T^2}{\text{s}^2}$
----	----------------------	------------------------	----------------------	---	--------------------------

3. Stejnou tabulku sestavíme pro jinou kuličku o hmotnosti m_2 , $m_2 \neq m_1$.

4. Sestrojíme grafy funkcí $T = f(d)$, $T = f_1(\sqrt{d})$, $T^2 = f_2(d)$ pro obě kyvadla. Z grafů usoudíme, jak doba kmitu T kyvadla závisí na hmotnosti m kyvadla a na délce d jeho závěsu.

Musíme si uvědomit, že drobné nesrovnalosti vznikly tím, že jsme zanedbali hmotnost závěsu a že určení délky matematického kyvadla jako vzdálenosti středu kmitající kuličky od bodu závěsu není zcela přesné.

5. Vyslovíme závěr — na čem závisí doba kmitu matematického kyvadla.

Poznámka: Doba malých kmitů matematického kyvadla je podle teorie, s níž se seznámíte ve III. ročníku gymnázia, $T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}}$, kde g je tíhové zrychlení. Jak souhlasí výsledky, které jste zjistili experimentálně, s tímto teoretickým předpokladem? Pokuste se o vysvětlení případných závažnějších odlišností.

7. Dve pružné loptičky, nacházející se v malé vzdálenosti d nad sebou, boli súčasne spustené z pomerne veľkej výšky h na pružnú vodorovnú podložku. Dolná loptička má hmotnosť m_1 , horná m_2 , $d \ll h$.

a) Opíšte pohyb obidvoch loptičiek po ich spustení z výšky h .

b) Určte, v akom pomere $k = \frac{m_1}{m_2}$ sú hmotnosti loptičiek, ak po dopade vyskočila horná loptička do výšky h_2 a dolná loptička do výšky h_1 .

c) Pri akom pomere $k_1 = \frac{m_1}{m_2}$ hmotností by obidve loptičky vyskočili do rovnakej výšky?

d) Pri akom pomere $k_2 = \frac{m_1}{m_2}$ hmotností loptičiek by vyletela horná loptička najvyššie?

e) Určte najväčšiu výšku h_m , do akej môže vyskočiť horná loptička.

Předpokladajte, že loptičky i podložka sú dokonale pružné. Odpor vzduchu zanedbávame. Trvanie každej zrážky považujeme za nekonečne krátke. Pri výpočtu považujeme loptičky za hmotné body.

INFORMACE

Korespondenční seminář v programování

RNDr. PAVEL TÖPFER, MFF UK Praha

Od počátku školního roku 1987/88 mají všichni zájemci o programování z řad středoškoláků možnost zapojit se do nové zajímavé soutěže. Dva roky poté, co byla matematická olympiáda rozšířena o kategorii P, vznikl i první korespondenční seminář z programování. Tím slovem první ovšem míníme první na území ČSR. Na Slovensku mají v tomto směru bohatší zkušenosti, slovenský korespondenční seminář z programování vstoupil v tomto školním roce již do svého 5. ročníku. Cílem tohoto článku je podat podrobnější informaci o novém korespondenčním semináři v ČSR.

S iniciativou založit nový seminář přišli studenti matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Všichni dobře znají matematickou olympiádu i různé matematické korespondenční semináře z vlastní zkušenosti, řada z nich se již úspěšně zúčastnila matematické okympiády i v „programátorské“ kategorii P. Zatímco matematických seminářů u nás existuje celá řada, seminář z programování dosud chyběl. Nyní se tedy studenti MFF UK Praha rozhodli zaplnit tuto mezeru a udělat něco užitečného pro své mladší kolegy na středních školách.

Vzhledem k tomu, že korespondenční semináře jsou zároveň vhodnou pomocnou akcí předmětových olympiád, následovala dohoda s ústředním výborem matematické olympiády o společném organizování celé akce. Začátkem října 1987 pak ÚV MO a fakultní výbor SSM na MFF UK Praha společně vyhlásily novou soutěž. Korespondenční seminář z programování je soutěží těch studentů středních škol v ČSR, kteří se hlouběji zajímají o programování, informatiku a výpočetní techniku. Cílem semináře je přispět k prohloubení znalostí a schopností žáků v programování a algoritmickém myšlení.

Podobně, jako je tomu u jiných korespondenčních seminářů, je i tento organizován v několika kolech. Podle plánu by se mělo uskutečnit v jednom školním roce čtyři až pět kol, každé kolo je tvořeno čtyřmi soutěžními úlohami různé obtížnosti. Není nutno zasílat řešení všech

úloh, studenti si mohou vybrat jen ty z nich, které dokáží vyřešit. Na rozdíl do kategorie P matematické olympiády jsou v semináři všechny úlohy zaměřené výhradně na tvorbu algoritmů. Navíc se jako součást správného a úplného řešení každé úlohy vyžaduje i přepsání vytvořeného algoritmu do tvaru programu v libovolném vyšším programovacím jazyce a podle možností soutěžícího také odladění tohoto programu na počítači. Samotný zápis programu by jako řešení úlohy samozřejmě nestačil. Je nutný také slovní popis řešení, vysvětlení způsobu práce algoritmu a zdůvodnění jeho správnosti. Z popisu musí být algoritmus zcela jasný i bez prohlížení textu programu, srozumitelný popis je nutnou podmínkou pro hodnocení úlohy. Hodnotí se také kvalita navrženého algoritmu, zejména jeho efektivita.

Zaslaná řešení úloh opravují organizátoři semináře -- studenti matematických oborů z různých ročníků MFF UK v Praze. Pravidelně vypracovávají také vzorová řešení a komentáře k soutěžním úlohám a rozesílají je všem řešitelům. Řešení každé úlohy se boduje. Maximální počet bodů, které lze získat, závisí na obtížnosti úlohy. Soutěžící, kteří splní v soutěžním kole stanovený bodový limit, obdrží ještě další prémiové body. Body získané ve všech kolech se sčítají. Po ukončení každého kola dostávají všichni účastníci průběžnou výsledkovou listinu.

Na závěr školního roku bude připraveno pro nejlepší řešitele korespondenčního semináře týdenní soustředění. Soustředění by mělo být pro všechny účastníky jak odměnou za dobrou práci během celého roku, tak i příležitostí k tomu, aby se dozvěděli něco nového o programování a výpočetní technice.

Všechny zájemce zveme k účasti v korespondenčním semináři z programování a přejeme jim v této soutěži mnoho úspěchů. A kdo se do semináře nepřihlásil již v tomto školním roce, může své zaváhání napravit a přihlásit se v září 1988 do chystaného druhého ročníku. *Informace obdržíte na adrese:*

Korespondenční seminář z programování
MFF UK Praha
Katedra kybernetiky a informatiky
Malostranské nám. 25
118 00 Praha 1-Malá Strana

Řešení úlohy ze str. 411

Zvedá-li někdo ležící osobu uchopením za pas, musí vyvinout sílu nejméně rovnou tíze osoby. Je-li zvedána za hlavu a neleží-li toporně, je zvedán jen trup a hlava. Zvedanou část těla je možno přibližně považovat

za jednozvratnou páku s osou O v kyčelních kloubech. Překonávaná tíha G zvedané části těla působí směrem dolů v jejím těžišti (obr.). Pak platí pro zvedající sílu F

$$F = \frac{a}{b} G$$

Velikost zvedající síly je zřejmě o něco málo větší než $1/4$ tíhy celého těla.

Kalendár M-F:

Jún 1988

4. 6. 1973 zomrel *René Maurice Fréchet*, francúzsky matematik. Zavedol základné pojmy abstraktnej topológie, prispel k rozvoju teórie pravdepodobnosti.
6. 6. 1943 v New Yorku zomrel *Guido Fubini*, taliansky matematik. Položil základy projektívnej diferenciálnej geometrie.
7. 6. 1868 sa narodil *John Sealy Edward Townsend*, anglický fyzik. Zaoberal sa ionizáciou plynov.
10. 6. 1903 zomrel *Antonio Luigi Cremona*, taliansky matematik. Ovplyvnil deskriptívnu geometriu a algebraickú geometriu.
13. 6. 1773 sa v Milvertone narodil *Thomas Young*, anglický prírodovedec a lekár. Vysvetlil akomodáciu očnej šošovky, vysvetlil interferenciu svetla, prepracoval teóriu farebného videnia.
13. 6. 1938 v Paríži zomrel *Charles Edouard Guillaume*, francúzsko-švajčiarsky fyzik. Objavil invar — zliatinu niklu a ocele s veľmi malou rozťažnosťou a minimálnou tepelnou vodivosťou. Nobelovu cenu za fyziku dostal roku 1920.
14. 6. 1868 sa vo Zbyslavi pri Čáslavi narodil *Karel Petr*, český mate-

- matik. Zaoberal sa analytickou teóriou čísel, teóriou algebraických foriem. Vytvoril moderné české vysokoškolské učebnice matematiky.
14. 6. 1903 sa vo Washingtone narodil *Alonzo Church*, americký matematik a logik. Prispel k rozvoju matematickej logiky a teórie algoritmov.
 14. 6. 1938 zomrel *William Wallace Campbell*, americký astronóm. Určil metódu zisťovania radiálnej rýchlosti hviezd.
 19. 6. 1623 sa v Clermont-Ferrand narodil *Blaise Pascal*, francúzsky matematik a fyzik. Skúmal hydrostatický a barometrický tlak, formuloval základný zákon hydrostatiky.
 21. 6. 1863 sa narodil *Maximilian Wolf*, nemecký astronóm. Do astronómického pozorovania zaviedol fotografické metódy.
 24. 6. 1843 sa v Jasenovej narodil *Ivan Branislav Zoch*, slovenský fyzik a pedagóg. Napísal stredoškolské učebnice.
 24. 6. 1883 sa vo Waldsteine narodil *Victor Franz Hess*, rakúsky fyzik. Za objav kozmického žiarenia získal spolu s D. Andersonom Nobelovu cenu (1936).
 24. 6. 1978 zomrel *Mstislav Vsevolodovič Keldyš*, sovietsky matematik. Zaoberal sa aplikovanou matematikou v aerodynamike, hydrodynamike, teórii kmitov.
 29. 6. 1888 sa v Petrohrade narodil *Alexander Alexandrovič Fridman*, sovietsky matematik a mechanik. Vedecké výsledky dosiahol v teórii čísel, v oblasti dynamiky atmosféry, v kozmológii.
 29. 6. 1893 sa v Stračove narodil *Eduard Čech*, český matematik. Dosiahol podnetné výsledky v projektívnej diferenciálnej geometrii a topológii. Snažil sa o zlepšenie vyučovania matematiky.

Júl 1988

1. 7. 1788 sa v Metach narodil *Jean Victor Poncelet*, francúzsky dôstojník a geometer. Rozvinul projektívnu geometriu, aplikoval mechaniku, vynachádzal a zlepšoval žienijnú techniku.
12. 7. 1913 sa v Los Angeles narodil *Willis Eugene Lamb*, americký fyzik. Vyvinul experimentálnu techniku na štúdium jemnej štruktúry vodíkového spektra. Spolu s P. Kuscom získal Nobelovu cenu za fyziku roku 1955.
14. 7. 1793 sa v Nottinghame narodil *George Green*, anglický matematik a fyzik. Pokúsil sa o matematickú teóriu elektromagnetizmu. Patrí k zakladateľom modernej matematickej fyziky.
14. 7. 1953 zomrel *Richard von Mises*, americký matematik rakúskeho pôvodu. Vytvoril axiomatiku pre teóriu pravdepodobnosti.
16. 7. 1888 sa v Amsterdame narodil *Frederik Zernike*, holandský fyzik.

Vypracoval metódu fázových kontrastov na meranie malých nepravidelností vo vlnových dĺžkách. Nobelovu cenu za fyziku dostal roku 1953.

18. 7. 1813 sa narodil *Pierre Alphonse Laurent*, francúzsky matematik, vojenský inžinier. Ukázal rozklad funkcie komplexnej premennej do radu.
18. 7. 1853 sa v Arnheime narodil *Hendrik Antoon Lorentz*, holandský fyzik. Zaoberal sa elektromagnetickou teóriou svetla, formuloval zákon o tepelnej a elektrickej vodivosti kovov. Zformuloval závislosť hmotnosti elektrónu na jeho rýchlosti.
19. 7. 1648 sa v Smržiciach pri Prostejove narodil *Jakub Kresa*, český matematik. Prispel k rozvoju teórie goniometrických funkcií. Prednášal v Madride, do španielčiny preložil Euklidove Základy.
19. 7. 1838 zomrel *Pierre Louis Dulong*, francúzsky fyzik a chemik. Študoval rozťažnosť a merné teplo látok.
19. 7. 1878 zomrel *Jegor Ivanovič Zolotarev*, ruský matematik. Prispel k teórii deliteľnosti celých algebraických čísel.
23. 7. 1903 v Zábore zomrel *Eduard Weyr*, český matematik. Venoval sa projektívnej, kinematickej a diferenciálnej geometrii, algebre i matematickej analýze.
27. 7. 1848 sa v Budapešti narodil *Lóránd Eötvös*, maďarský fyzik. Študoval zemský magnetizmus a gravitačné pole. Dokázal rovnosť gravitačnej a zotrvačnej hmotnosti.
28. 7. 1818 v Paríži zomrel *Gaspard Monge*, francúzsky matematik. Položil základy deskriptívnej geometrie, uplatnil poznatky matematickej analýzy v geometrii.
28. 7. 1968 v Göttingene zomrel *Otto Hahn*, nemecký fyzik, chemik. Za objav štiepenia atómového jadra uranu dostal Nobelovu cenu za chémiu v roku 1944.
29. 7. 1898 sa v Rymanowe (Poľsko) narodil *Isidor Issak Rabi*, americký fyzik. Za vypracovanie rezonančnej metódy na registráciu magnetických vlastností atómových jadier dostal Nobelovu cenu roku 1944.
31. 7. 1718 sa narodil *John Canton*, anglický experimentálny fyzik. Skonstruoval elektroskop i elektromer, vypracoval metódu na získanie silných magnetov.

dj

Z NOVÝCH KNIH

Herman Haken :

KVANTOVOPOLOVÁ TEÓRIA TUHÝCH LÁTKO

Německý originál Quantenfeldtheorie des Festkörpers, vydaný nakladatelstvím B. G. Teubner, Stuttgart 1973, přeložili do slovenštiny RNDr. Eva Majerníková, DrSc., RNDr. Miroslav Nagy, CSc., a RNDr. Peter Nagy, CSc.. Vydala Alfa, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, n. p. Bratislava, jako společné vydání se SNTL, Nakladatelstvím technické literatury, n. p. Praha, v dubnu 1987. Má 328 stran, 59 obrázků, 1 tabulku a cena vázaného výtisku je 25 Kčs. Jde o první vydání v nákladu 2500 výtisků. Publikaci schválilo Ministerstvo školstva SSR po dohodě s Ministerstvem školství ČSR dne 2. 4. 1986 jako celostátní vysokoškolskou učebnici pro vysoké školy univerzitního a technického směru. Je určena především posluchačům fyziky na univerzitách, aspirantům a vědeckým pracovníkům z uvedené oblasti fyziky.

Již sám fakt, že se překlad učebnice světoznámého fyzika Hermana Hakena objevuje více než 10 let po jejím vydání v německém originále, svědčí o tom, že kniha je stále aktuální a jedinečná z metodického i odborného hlediska.

Autorovi se mistrovsky podařilo překlenout propast mezi složitým podáním aparátu kvantové teorie pole ve specializované literatuře a jejím praktickým použitím v teorii pevných látek. Velmi přístupným, místy téměř hravým způsobem naučí kniha čtenáře tento

aparát používat na konkrétních problémech. Při sestavování knihy a hlavně úloh se autor opíral o více než desetileté přednáškové působení na universitě ve Stuttgartu, a dále čerpal ze svých přednášek, konaných na universitě ve Strassbourgu, kam byl pozvaný.

Fyzika pevných látek je jednou z nejdůležitějších základních oblastí současné fyziky. Hluboké porozumění fyzikálním procesům v pevné látce vede k mimořádně důležitým aplikacím, jako je např. oznamovací a výpočetní technika. Představy a metody kvantové teorie pole umožňují nejenom elegantním způsobem popsat fyzikální procesy v pevné látce, ale vedou též k zásadně novým poznatkům.

V průběhu celé knihy jsou systematicky rozvíjeny takové důležité pojmy, jakými jsou elementární excitace: fonony, excitony, magnony, polarony, polaritony, díry. Při výkladu se autor stále snažil vystihnout podstatné rysy a vyhnout se všem nepotřebným postupům. Kniha je rozdělena do osmi kapitol, jejichž názvy pro jasnější představu o obsahu uvedeme: 1. Úvod, 2. Harmonické oscilátory, 3. Kvantování polí, 4. Elektrony v „zamrzlé“ mřížce, 5. Interakce elektronů s kmity mřížky, 6. Greenovy funkce, 7. Supravodivost a 8. Interakce elektronů s kvantovaným světelným polem. Za většinu kapitol jsou za-

řazeny úlohy, jejichž vyřešení umožní čtenáři lépe zvládnout příslušnou teoretickou část.

Velkou předností knihy je, že dává čtenáři možnost seznámit se s různými metodami kvantové teorie pole (diagramová technika, metody Greenových funkcí, různé metody řešení Schödingerovy rovnice), a to ve stejné míře. To mu umožní po prostudování této knihy číst speciální monografie (např. literaturu pro další studium uvedenou na konci knihy).

Knihy je cenově dostupná a má přehlednou úpravu, škoda jen, že se do konečného textu vloudila řada překlepů a tiskových chyb, z nichž některé by úplný začátečník nemusel včas postřehnout. Překlad známé učebnice jistě uvítají mnozí vědečtí pracovníci, aspiranti a studenti vyšších ročníků univerzitního a technického směru a ostatní hlubší zájemci o fyziku.

Miroslava Trchová

Kolektiv autorů, sestavovatelé Anton Hajduk a Ján Štohl:

ENCYKLOPEDIA ASTRONÓMIE

Obzor, Bratislava 1987, 760 str., 40 000 výt. 120,— Kčs

Kolektiv pracovníků Astronomického ústavu SAV a katedry astronomie, geofyziky a meteorologie Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Komenského připravil pro zájemce o astronomii zcela nevšední dílo.

Jak je uvedeno na velmi pěkně provedeném přebalu, Encyklopé-

dia astronómie obsahuje údaje o planetách a jejich měsících, kometách, sluneční aktivitě, vývoji hvězd, mlhovinách, pulsarech, černých dírách, galaxiích, kvasarech, reliktovém záření, kosmologii, radioastronomii, astrofyzice, astrodynamice, kosmonautice, observatořích. Najdeme v ní také řadu údajů o osobnostech spjatých s rozvojem astronomie. Přestože v knize je mnoho hesel historických, je encyklopedie především knihou o současné astronomii. Jak je patrné ze seznamu použité literatury, autorský kolektiv vycházel z nejčerstvějších astronomických publikací včetně interní publikační produkce astronomických společností a pracovišť. Před vlastním abecedním seznamem hesel zařadili autoři 56 stránkový úvod o předmětu, metodách a významu astronomie a také stručný přehled vývoje oboru v části Z dějin astronomie.

Velká pozornost byla věnována i grafickým doplňkům. Četné barevné ilustrace, fotografie a grafy zaujmají značnou část knihy. Řada fotografií je u nás publikována poprvé. V závěru encyklopedie je rozsáhlá tabulková příloha. Obsahuje podrobné údaje o všech typech vesmírných objektů, přehled automatických sond i pilotovaných komplexů. Je v ní také uveden seznam světově nejvýznamnějších astronomických společností a odborných periodik. K rychlému vyhledávání údajů o osobnostech poslouží bohatý jmenný rejstřík.

Publikace významně obohatila
František Jáchim

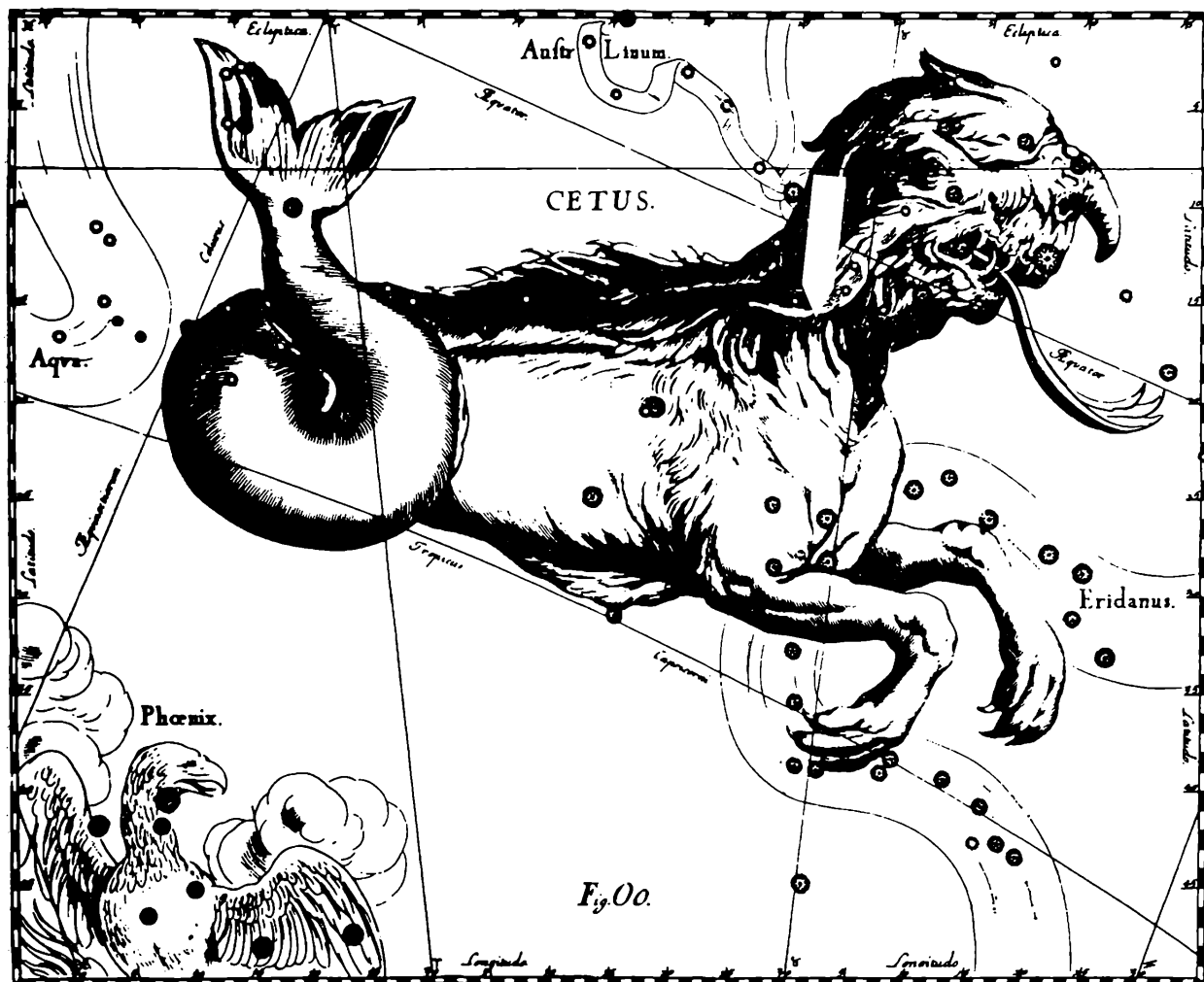
POHLEDY DO DĚJIN

Proměnná hvězda Mira

Po celý starověk a středověk panovalo přesvědčení, že hvězdná obloha je neproměnná (byla nazývána sféra stálic) a jevy proměnné, dočasné či efemérní že se odehrávají buď v zemské atmosféře nebo mnohem blíže Zemi než jsou stálice. Za efemérní jevy se považovaly i komety a meteory. Touto představou povážlivě otrásla pozorování *Tycha Brahe* a také *Tadeáše Hájka*, kteří změřili, že kometa z roku 1577 byla ve větší vzdálenosti od Země než Měsíc. Večer 12. srpna 1596 pozoroval holandský farář a astronom *David Fabricius* souhvězdí Velryby (Cetus) a všiml si na šiji této mořské obludy jasné hvězdy. V dalších

dnech hvězda zvolna slábla a v říjnu se ztratila. Znovu ji *Fabricius* spatřil až v únoru 1609. Stejnou hvězdu uviděl r. 1603 *J. Bayer* a zakreslil ji pod názvem α Ceti (omikron) do svého atlasu „*Uranometria*“ Proměnnost světla hvězdy pak sledoval po několik let *J. F. Holwarda* (1683). Zjistil periodu 332 dnů, během níž je pozorovatelná okem asi po 50 dnů. Byla proto *Johannem Heveliem* nazvána Mira (Podivuhodná) a zakreslena také v jeho atlasu oblohy „*Uranographia...*“, vydaném v Gdaňsku roku 1690. Z tohoto atlasu je také naše reprodukce, na níž je Mira označena šipkou.

Alena Šolcová



Řekli, napsali ...

Patří k největším triumfům lidského ducha, že se podařilo poznat a pochopit i ty vlastnosti hmoty, které si nedovedeme představit.

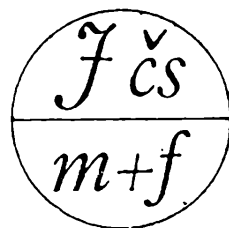
Lev Davidovič Landau (1908—1968)

Vydává ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČSR, Praha 1, Karmelitská 7 ve Státním pedagogickém nakladatelství, Praha 1, Ostrovní 30 za odborné péče Jednoty čs. matematiků a fyziků.

Vychází desetkrát ročně. Roční předplatné 20,— Kčs, v zahraničí 3 \$, cena jednotlivého čísla 2,— Kčs. Tiskne Mír, nov. závody, nár. podnik, závod 5, Václavská ul. 12, Praha 2. Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá administrace PNS, pošta, doručovatel a předplatitelská střediska. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku, Praha, závod 01, administrace vývozu tisku, Kovpakova 26, 160 00 Praha 6. Návštěvní dny: středa 7.00 — 15.00 hod., pátek 7.00 — 13.00 hod.

Jazyková úprava doc. dr. Marie Valešová, CSc.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze 1988.



rozhledy

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ

nositel vyznamenání Za zásluhy o výstavbu

ROČNÍK 66, 1987-88

VEDOUcí REDAKTOR: Prof. Emil KRAEMER, UK PRAHA,
nositel vyznamenání Za zásluhy o výstavbu

VÝKONNÝ REDAKTOR: Dr. Jiří Mída, CSc., UK Praha

REDAKČNÍ RADA: Doc. dr. Jaroslav Bayer, CSc., VUT Brno, dr. Milan Bednařík, CSc., UP Olomouc, doc. dr. Milan Hejný, CSc., UK Bratislava, Stanislav Horák, ČVUT Praha, pplk. prof. dr. Ján Chrapan, CSc., VVTŠ ČSSP Liptovský Mikuláš, doc. Jaroslav Chudý, ČVUT Praha, doc. ing. Zdeněk Janout, CSc., ČVUT Praha, doc. dr. Hana Kořínková, CSc., VŠZ Praha, doc. dr. Karol Križalkovič, CSc., PF Nitra, prof. dr. Vladimír Majerník, DrSc., PF Nitra, doc. dr. Josef Novák, CSc., UK Praha, dr. Oldřich Petránek, SPŠE Praha, doc. dr. Jaroslav Šedivý, CSc., UK Praha, ing. dr. Václav Šindelář, CSc., Praha, doc. dr. Martin Šolc, CSc., UK Praha, dr. Ivo Volf, PF Hradec Králové.

Vydává ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČSR

ve Státním pedagogickém nakladatelství v Praze

za odborné péče

Jednoty československých matematiků a fyziků

OBSAH

Úvodní články

Faktorová Ladislava: Výročí Vítězného února	221
Mída Jiří: Per aspera ad astra	45
Riečan Beloslav: Jednota po 125 letech	397
Rjadová Věra: K 70. výročí VŘSR	89
Šedivý Jaroslav: Jubileum Jednoty československých matematiků a fyziků	1

Matematika

Anděl Jiří: Dva paradoxy z počtu pravděpodobnosti	5
Drs Ladislav: Názorné náčrty těles	309
Fecenko Jozef: O nerovnostiach, ktoré súvisia s aritmetickým a geometrickým priemerom	46
Fischer Ivan: Řízení procesů	12, 51, 94, 138, 227, 275, 323, 363
Granát Luděk: Počítačová grafika — zobrazování úsečky	190
Počítačová grafika — ořezávání	270
Hejný Milan: Asymptota hyperboly ako katastrofa	2
Figurálne čísla na štvorčekovom papieri	356
Herman Jiří, Šimša Jaromír: O jednom užití Dirichletova principu v teorii čísel	353
Knabe Peter: Projížďka taxíkem novou geometrií	398
Kopincová Edita: Algebraické konstrukce rovinných útvarů	184
Kraemer Emil: Oskulační kružnice ve vrcholu kuželosečky	177
Kružnice na kružnicové kuželové ploše	265
Systémy kružnic kružnicové kuželové plochy	318
Kubiš Juraj: Kvadratická rovnice a parabola	133
Medeková Tatiana: Poznámka o hyperbole	49
Mída Jiří: Morseův kód v binárních tvarech	10
O Fibonacciově posloupnosti a jednom binárním kódu	361
Šedivý Jaroslav: Tři metody řešení jedné stereometrické úlohy	222
Trenkler Marián: O jednej dôkazovej úlohe	183
Železný Lubomír: Nové aritmetické posloupnosti prvočísel	91

II

Fyzika

Bartošek Miroslav: Grafy ve středoškolské fyzice	147
David Pavel: Magnetohydrodynamické dynamo	403
Hudec René: Nové poznatky o Uranu	73
Supernova 1987 A: Byli jsme svědky zrození černé díry?	235
Chrapan Ján: Zákony klasické fyziky a moderná technika	284
Ilkovič Vladimír: Kinematika rovinného pohybu tuhého tělesa	101
Janů František, Chrapan Igor: Meranie teploty včelých úlov termi- tormi	330
Jáchim František: Fyzika a vidění	368
Klivanec Daniel: Interferencia a ohyb svetla I., II.	24, 63
Lepil Oldřich: Nelineární prvky v elektrických obvodech	17
Patrovský Věnceslav: Mylné cesty k psychické energii	58
Pokusy s desintegrovanou vodou	232
Proutkaření bez proutku a bez virgule	335
Ungermann Zdeněk: Druhá impulsová věta a zákon zachování mo- mentu hybnosti	197

Z dějin exaktních věd

Jedinák Dušan: Norbert Wiener — otec kybernetiky	30
John von Neumann — otec počítačů	76
Miloval život a hvězdy — K. E. Ciolkovskij (1857—1935)	291
Jedličková Jana: Historie izoperimetrické úlohy	205
Kolomý Rudolf: K objevu Ohmova zákona	32
Kotyk Josef: Od Faradaye k Einsteinovi	161
Vladimír List, nestor české elektrotechniky	336
Mikulecká Jana: Matematik Karel Petr (1868—1950)	407
Mída Jiří: Spolupracoval s Edisonem i Teslou	109
Zakladatel české elektrotechniky	208
Zachová Jana: Fyzikální ústav Univerzity Karlovy	237, 371

Přemýšlíme, řešíme . . .

Fuksík Vladimír: Řešení úlohy Lewise Carolla	294
Horák Stanislav: Nejmladším čtenářům Rozhledů	379
Kašpar Emil: Fyzikální problémy 35, 79, 111, 163, 209, 250, 296, 339, 381, 411	
Mann Jiří: Matematickým kutilům pod stromeček	164, 211
Mikulčák Jiří: Najděte chybu	293



Mída Jiří: Problém pro jeden zimní večer	249
Pěňčíková Jarmila: Zábavné matematické úlohy	34, 78, 112, 210, 249
Schütz Tomáš: Úlohy ze zahraničních časopisů	35, 79, 111, 165, 296, 339, 381, 410

Naše soutěž

Výsledky loňské soutěže Rozhledů	81
Řešení úloh minulého ročníku	113, 167, 212, 251, 297, 340
Úlohy k řešení	83, 120

Olympiády a SOČ

SOČ	387
MO	37, 125, 127, 173, 215, 257, 345, 382, 411
FO	39, 259, 384, 418

Informace

Emil Calda: Písemná přijímací zkouška z matematiky na MFF UK v Praze v roce 1987	346
Janout Zdeněk: Výročí JČSMF na poštovních známkách	303
Šedivý Jaroslav: Matematika znovu na obrazovce	218
Töpfer Pavel: Korespondenční seminář v programování	434

Kalendár M-F (Připravil Dušan Jedinák)	40, 85, 129, 175, 217, 261, 301, 349, 391, 436
---	---

Z nových knih	86, 131, 219, 393, 439
----------------------	------------------------

Reportáže z mikrosveta (J. Chrapan, V. Mistrík)	43, 263, 307, 351, 395
--	------------------------

Pohledy do dějin (V. Malíšek, J. Mída, A. Šolcová)	3. str. všech obálek
---	----------------------

Příloha

Pech Jiří: Slovník fyzikálních termínů s přihlédnutím k jejich latin- skému či řeckému základu	č. 1 až 9
---	-----------