

RNDr. Zdeněk Ungermann
doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.
Mojmír Simerský
RNDr. Ivo Volf, CSc.

28. ročník fyzikální olympiády

Zpráva o průběhu a řešení úloh
ze soutěže konané ve školním roce
1986/1987

Státní pedagogické nakladatelství
Praha

Zpracovali: RNDr. Zdeněk Ungermann
doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.
Mojmír Simerský
RNDr. Ivo Volf, CSc.

Lektorovali: doc. Ing. Ivo Čáp, CSc.
RNDr. Arnošt Hladík, CSc.
RNDr. Václav Šůla

© Zdeněk Ungermann za kolektiv, 1992

ISBN 80-04-25284-2

OBSAH

I. Zpráva o průběhu soutěže	5
1. Cíl soutěže a její organizace	5
2. Ústřední výbor fyzikální olympiády	8
3. Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1986/1987	10
4. Průběh 28. ročníku soutěže ve školním roce 1986/1987	11
a) První kolo soutěže kategorií A,B,C,D	11
b) Druhé kolo soutěže kategorií A,B,C,D	15
c) Nejúspěšnější řešitelé FO ve 2.kole v kategoriích A,B,C,D	16
d) Třetí kolo kategorie A	33
e) Závěr soutěže kategorií A,B,C,D	35
f) Kategorie E	41
g) Závěr	47
II. Soutěžní úlohy	48
1. Úlohy kategorie A	48
2. Úlohy kategorie B	106
3. Úlohy kategorie C	137
4. Úlohy kategorie D	172
5. Úlohy kategorie E	192
III. Osmnáctá mezinárodní fyzikální olympiáda	215
1. Průběh a výsledky soutěže	215
2. Soutěžní úlohy	231

I. Zpráva o průběhu soutěže

1. Cíl soutěže a její organizace

Naše společnost má jako jeden ze základních úkolů urychlit růst vědeckotechnického pokroku, který je rozhodujícím prostředkem vzestupu našeho hospodářství. Při plnění těchto úkolů je nezbytné vyhledávat a rozvíjet mladé talentované lidi. Škola tedy musí vytvářet podmínky pro odhalení schopností každého jednotlivce i pro jeho plné rozvití.

K plnění výše uvedených úkolů školy přispívá i soutěž fyzikální olympiáda (FO). Ve školním roce 1986/1987 se konal již 28. ročník této soutěže, jejíž zavedení odůvodňuje organizační řád matematické a fyzikální olympiády takto: Obě soutěže mají vzbudit u žáků zájem o hlubší studium fyziky a matematiky, vést žáky k samostatné práci, naučit je pracovat s odbornou literaturou, pomáhat škole při vyhledávání talentovaných žáků a rozvíjení jejich schopností. Fyzikální a matematická olympiáda vytvářejí předpoklady pro lepší přípravu žáků ke studiu na vysokých školách technického a matematicko-fyzikálního zaměření. Obě olympiády přispívají také ke zvyšování úrovně vyučování matematice a fyzice.

V 28. ročníku probíhala olympiáda v pěti kategoriích a v některých krajích (Jč, Ss, Pha) se experimentálně zavedla kategorie F - archimediáda.

Kategorie A byla určena pro žáky 4. ročníků všech středních škol, kategorie B pro žáky 3. ročníků středních škol, kategorie C pro žáky 2. ročníků a kategorie D pro žáky 1. ročníků těchto škol. Kategorie E je pro žáky 8. ročníků ZŠ, archimediáda je určena pro žáky 7. ročníků, a jelikož

se v uvedených krajích osvědčila a získala žáky, jistě se do soutěže kategorie F zapojí i další kraje a stane se tak postupně celostátní kategorií.

První kolo soutěže ve všech kategoriích probíhalo ve školách. Žáci měli za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu experimentální. V kategoriích A, B, C a D byli úspěšnými řešiteli ti žáci, kteří vyřešili alespoň 5 ze zadaných úloh, přičemž řešili (třeba neúspěšně) i experimentální úlohu. Účastník soutěže měl prostudovat fyzikální téma příslušné kategorie, neboť na ně navazovaly úlohy 1. a 2. kola, popřípadě 3. kola. Také v kategorii E bylo zadáno 7 soutěžních úloh včetně experimentální. Na rozdíl od vyšších kategorií nebyla však pro úspěšného řešitele povinná. Pro tuto kategorii nebylo také určeno téma k prostudování.

Experimentální novinkou 28. ročníku byla klauzurní část 1. kola kategorie D v kraji Západoslovenském, Středoslovenském, Východoslovenském a Severomoravském. V uvedených krajích byly v určený den zadány úspěšným řešitelům domácí části 1. kola 3 úlohy a na základě výsledků byl proveden výběr do krajského kola soutěže. Klauzurní část se konala ve střediscích určených KV FO; úlohy zadával příslušný KV FO. Ve Středoslovenském kraji se konala klauzurní část i pro kategorie B, C. Klauzurní část soutěže, která představuje další práci pro členy KV FO a referenty škol, nepřinesla žádoucí výsledek při výběru žáků do 2. kola, neomezil se počet soutěžících a nebyl tedy ani kvalitnější výběr řešitelů do 2. kola. Pro další ročníky FO nebude povinně zavedena klauzurní část. O tom, zda provést klauzurní část v kraji, rozhodnou KV FO spolu s odbory školství NV.

Druhé kolo soutěže FO kategorie A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo kategorie E probíhalo

v okresech a bylo organizováno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO). Ve 2. kole všech kategorií byly účastníkům zadány 4 teoretické úlohy, na jejichž řešení měli řešitelé 240 minut. Ve všech kategoriích bylo bodové hodnocení řešení maximálně 10 bodů/úloha. Úspěšnými řešiteli se stali ti žáci, kteří získali minimálně 14 bodů a alespoň ze 2 úloh měli hodnocení nejméně 5 bodů. Úspěšní řešitelé 2. kola dostali od KV FO či OV FO pochvalné uznání a několik nejlepších řešitelů každé kategorie dostalo věcné odměny.

Třetí kolo soutěže bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo kategorie A je celostátní a řídil je ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO). Organizací byl pověřen KV FO Východoslovenského kraje. Účastníkům byly zadány 4 teoretické úlohy, na které měli řešitelé 5 hodin času, a jedna úloha experimentální, na kterou měli účastníci 4 hodiny času. Hodnocení úloh bylo i zde bodové, maximálně mohl řešitel 3. kola získat 60 bodů.

Třetí kolo FO kategorie E bylo organizováno v krajích. Podobně jako ve druhém kole byly zadány 4 soutěžní úlohy, vesměs teoretické.

Pořadateli 28. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků a se SSM.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR Ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory FO a v rámci okresů řídily soutěž kategorie E a F okresní výbory FO. Ve školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen ředitelem školy funkcí referenta FO.

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návr-

hu JČSMF a JSMF. Kromě toho jsou členy ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Sídlem ÚV FO je Nitra, sekretariát ÚV FO je rozdělen na dvě pracoviště – v Nitře a v Hradci Králové. 28. ročník FO byl prvním rokem již 10. funkčního období nového ÚV FO. Tedy na závěr tohoto období činnosti ÚV FO bude mít fyzikální olympiáda 30 let.

2. Ústřední výbor fyzikální olympiády

Předseda:	Doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., KF a ZT PF, Hradec Králové
Místopředsedové:	RNDr. Ivo Volf, CSc., KF a ZT PF, Hradec Králové Doc. RNDr. Ivan Náter, KF EF SVŠT, Bratislava
Jednatelé:	RNDr. Zdeněk Ungermann, gymnázium B. Němcové, Hradec Králové RNDr. Lubomír Zelenický, KF a ZT PF, Nitra
Zástupce MŠ ČSR:	RNDr. Václav Šula
Zástupce MŠ SSR:	RNDr. Júlia Lukátšová
Zástupce ÚV SSM:	Doc. Ing. Bohumil Vybíral, CSc., KF a ZT PF, Hradec Králové
Zástupce SÚV SZM:	RNDr. Ján Valovič, SÚV, Bratislava
Zástupce ÚDPM:	Eva Bittnerová, Bratislava

Tito členové ÚV FO tvořili předsednictvo ÚV FO.

Další členové ÚV FO:

RNDr. Rastislav Baník, KF a ZT PF, Banská Bystrica
RNDr. Miroslav Bartošek, gymnázium, Přerov

RNDr. Milan Bednařík, CSc., KF PíF UP, Olomouc
RNDr. Josef Blažek, KF PF, České Budějovice
Ing. Ivo Čáp, CSc., KF VŠDS, Žilina
RNDr. Radmila Horáková, gymnázium, Bílovec
Doc. RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc., KF PíF UPJŠ, Košice
RNDr. Barnabáš Ipóth, gymnázium maď., Komárno
Doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., KF a ZT PF, Nitra
RNDr. Zdeněk Kluiber, CSc., FÚ ČSAV, Praha
Prof. RNDr. Vladimír Majerník, DrSc., KF a ZT PF, Nitra
Miroslav Ouhrabka, CSc., KF a ZT PF, Hradec Králové
RNDr. Evžen Růžička, PF UP, Olomouc
RNDr. Karel Sandler, ÚJF ČSAV, Řež u Prahy
Doc. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF UK, Praha
Mojmír Simerský, v důchodu
Doc. RNDr. Jan Schwarz, v důchodu
Karel Šebela, prom. fyzik, SPŠ strojnická, Praha
PaedDr. Přemysl Šedivý, gymnázium J. K. Tyla, Hradec
Králové
PaedDr. Alexandra Svátová, ZŠ N. Belojannise, Praha
RNDr. Metoděj Školoudík, KPÚ, Brno
RNDr. Pavol Škrinár, gymnázium, Prievidza
RNDr. Daniela Rizmanová, gymnázium Košice, Šmeralova
RNDr. Eva Tokáriková, VVTŠ ČSSP, Liptovský Mikuláš
Vlastimil Bubeník, MŠ ČSR, Praha
RNDr. Karel Závěta, CSc., FÚ ČSAV, Praha

Výběr a úpravu soutěžních úloh prováděly komise ustavené v rámci ÚV FO za vedení prvního místopředsedy RNDr. Ivo Volfa.

Vedoucí jednotlivých kategorií:

Kategorie E – RNDr. Milan Bednařík, CSc.

Kategorie D – RNDr. Rastislav Baník

Kategorie C – RNDr. Miroslav Bartošek

Kategorie B – Miroslav Ouhrabka, CSc.

Kategorie A – doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.

Referentem školy mladých fyziků byl Mojmir Simerský.

3. Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1986/1987

Předsedy a členy KV FO jmenovaly na návrh poboček JČSMF a JSMF odbory školství příslušných KNV. Funkční období KV a OV FO začalo 28. ročníkem FO a bylo stejné jako funkční období ÚV FO.

KV FO řídily FO v kraji. Pracovali v nich zástupci školství, poboček JČSMF či JSMF a KV SSM, dále učitelé SŠ, ZŠ i učitelé vysokých škol.

Předsedové KV FO pro funkční období 1987–1990:

Praha: Doc. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc.

StřČ: Ing. Jiří Machalický, CSc.

JČ: RNDr. Pavel David, CSc.

ZČ: prom. ped. Olga Mašková

SČ: Bohumil David

VČ: RNDr. Josef Hubeňák

JM: RNDr. Petr Dub, CSc.

SM: Doc. František Kamenčák, CSc.

Bratislava: Doc. RNDr. Jozef Zámečník, CSc.

ZS: Doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc.

StřS: Ing. Ivo Čáp, CSc.

VS: Doc. RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc.

4. Průběh 28. ročníku soutěže ve školním roce 1986/1987

a) První kolo soutěže kategorií A, B, C, D

První kolo FO kategorií A–D probíhalo na školách od září 1986 do ledna 1987. Texty úloh prvního kola byly otištěny v časopisu Rozhledy matematicko-fyzikální a první tři úlohy rovněž v časopise Matematika a fyzika ve škole. Dále byly úlohy otištěny v letáku 28. ročníku FO vydaném SPN v Praze. Letáky se však dostaly na školy opožděně, stejně tak instrukční řešení úloh. Patří tedy díky KV FO i učitelům fyziky, že průběh soutěže nebyl touto okolností narušen.

Pro jednotlivé kategorie byla určena následující studijní témata:

Kat. A: Zámečník, J., Baník, I.: Laser a jeho použití při měření rychlostí, Rozhledy matematicko-fyzikální, roč. 65, č. 1, 2

Kat. B: Čáp, I.: Fyzikální pohled na některé problémy energetiky, Rozhledy matematicko-fyzikální, roč. 65, č. 5, 6

Kat. C: Čáp, I.: Tření v mechanických soustavách. Publikace ÚV FO

Kat. D: Volf, I.: Grafy v kinematice. Publikace ÚV FO

Do 1., 2. popřípadě 3. kola byly zařazeny úlohy studijních témat. Uveřejnění témat kategorie B, C, D bylo opožděné, a tak se nemohli soutěžící připravit ani na krajská kola příslušných kategorií. Výsledek úloh ze studijních témat tomu odpovídá.

Počet středních škol a žáků zapojených do 1. kola soutěže FO je uveden v tabulce 1 a v tabulce 2. Největší procento úspěšnosti je v kategorii D, což souvisí především s počátečním nadšením žáků 1. ročníku.

Počty středních škol, které se zúčastnily 28. ročníku FO v kat. A-D

Tabulka 1

Kraj	Gymnázia				SOŠ				Ostatní školy				Celkem zap. škol v kraji				
	Kategorie				Cel- kem	Kategorie				Cel- kem	Kategorie				Cel- kem		
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B		C		D	
Praha	8	8	12	12	22	-	1	1	4	4	-	-	-	1	1	ZŠ	27
StČ	15	23	21	24	24	-	-	-	6	6	1	-	-	2	2	2	32
JČ	8	13	11	16	16	-	2	2	6	6	-	-	-	-	0	0	22
ZČ	10	13	11	14	15	-	-	-	2	2	-	-	-	-	0	0	17
SČ	16	19	17	22	22	2	2	3	9	9	1	-	-	4	4	4	35
VČ	11	23	17	19	32	1	2	2	5	5	-	1	-	1	1	1	38
JM	17	27	26	35	35	-	2	2	10	10	-	-	-	-	0	0	45
SM	29	36	38	39	39	3	4	6	21	22	-	1	-	2	2	2	63
Brat.	5	11	12	11	13	-	1	-	1	2	-	-	1	6	6	6	21
ZS	33	38	38	38	38	2	5	7	24	25	2	3	3	15	17	17	80
StřS	28	33	35	35	35	-	2	3	13	13	1	1	3	7	7	7	55
VS	14	27	24	29	30	-	3	2	11	12	-	2	-	6	7	7	49
Celkem	194	271	262	294	321	8	24	28	112	116	5	8	7	44	47	47	484

Počet žáků soutěžících v 1. kole 28. ročníku FO-kategorie A-D

Tabulka 2

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem		Celkem ze spec. tříd	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	51	32	123	83	119	64	296	95	589	274	87	69
StřČ	42	24	111	68	115	65	273	122	541	279	135	50
JČ	42	26	78	50	94	65	183	119	397	260	71	59
ZČ	32	25	115	89	94	71	98	75	339	260	140	135
SČ	61	43	134	100	149	89	392	183	736	415	116	97
VČ	46	33	91	76	76	64	148	135	361	308	239	212
JM	52	52	166	74	111	79	231	81	560	286	71	55
SM	118	59	279	191	392	172	899	290	1 688	712	362	250
Brat.	49	49	137	136	82	85	255	202	523	472	437	430
ZS	236	82	372	153	442	166	880	301	1 930	702	-	-
StřS	128	60	188	53	255	48	433	50	1 004	211	134	61
VS	44	44	145	103	115	86	368	157	672	390	-	-
Celkem	901	529	1 939	1 176	2 044	1 054	4 456	1 810	9 340	4 569	1 792	1 418
% úsp.		58,7		60,6		51,6		40,6		48,9		79,1
27. roč.	1 027	540	1 469	889	2 150	1 167	3 828	1 748	8 478	4 344	-	-
% úsp.		52,6		60,5		54,3		45,7		51,3	-	-

Počet žáků soutěžících ve 2. kole 28. ročníku FO-kategorie A-D

Tabulka 3

Kraj	Počet škol ve 2. kole	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem		Počet žáků ze sp. tříd	
		S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	33	32	8	83	14	64	37	95	47	274	106	69	15
StřČ	31	17	0	48	5	49	29	83	18	197	52	24	16
JČ	22	26	9	50	9	65	30	119	39	260	87	59	28
ZČ	17	25	4	83	8	60	38	71	15	239	65	122	56
SČ	31	40	3	90	8	83	39	170	40	383	90	95	39
VČ	38	32	7	76	3	63	32	130	46	301	88	210	62
JM	45	48	7	69	9	76	40	78	25	271	81	55	34
SM	55	54	9	176	12	163	86	260	74	653	181	231	92
Brat.	20	49	2	128	8	79	37	182	45	438	92	396	87
ZS	80	75	8	122	3	124	35	184	54	505	100	-	-
StřS	31	60	11	49	6	48	28	47	24	204	69	54	33
VS	49	44	2	103	5	86	35	157	63	390	105	-	-
Celkem	452	502	70	1 077	90	960	466	1 576	490	4 115	1 116	1 315	462
% úsp.			13,9		8,4		48,5		31,1		27,1		35,1
27. roč.		525	126	811	150	1 073	728	1 458	377	3 867	1 381		
% úsp.			24,0		18,5		67,8		25,8		35,7		

b) Druhé kolo soutěže kategorií A, B, C, D

Úspěšnost úloh kategorií A, B, C, D ve 2. kole

Tabulka 4

Kraj	Kategorie A	Kategorie B	Kategorie C	Kategorie D
	Úloha č.	Úloha č.	Úloha č.	Úloha č.
	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
Praha	9 22 6 25	6 11 12 13	50 48 48 17	19 29 37 48
StČ	6 0 0 0	4 15 17 6	63 73 45 65	30 2 28 67
JČ	4 35 0 61	6 26 43 2	48 60 37 5	14 21 23 73
ZČ	8 12 4 24	0 5 12 4	68 78 45 5	0 18 18 78
SČ	5 5 5 17	3 9 17 8	46 58 32 10	3 12 16 24
VČ	22 39 20 37	11 21 28 5	70 58 52 19	21 23 31 83
JM	6 19 10 10	1 17 33 3	50 70 41 5	13 4 41 52
SM	6 27 9 15	4 10 14 5	64 53 37 2	9 14 22 72
Brat.	2 17 2 12	3 9 9 0	39 52 28 6	11 12 16 74
ZS	3 22 6 11	3 6 18 9	30 47 35 5	8 17 19 81
StřS	16 19 3 31	4 14 24 4	58 56 50 10	13 27 35 73
VS	2 14 7 7	3 6 6 0	35 51 41 7	11 17 33 51
Průměr (%)	7 19 6 21	4 12 20 5	60 59 41 8	11 16 27 65

Vysvětlivka: Počet procent je zaokrouhlen na celé číslo.

Druhé kolo FO kategorie A se konalo v sobotu 31. ledna 1987, kategorie B, C, D měly 2. kolo v sobotu 11. dubna 1987.

Výsledky 2. kola jsou uvedeny v tabulce 3 a v tabulce 4. Počet účastníků proti minulému ročníku i přes klauzurní část v některých krajích vzrostl, počet úspěšných řešitelů však

absolutně poklesl. To je jistě další argument pro zavedení upravené klauzurní části celostátně, nejen pro kategorii D. Počet řešitelů krajského kola poklesl v kategorii A, C, vzrostl naopak v kategorii D, B. Úspěšnost soutěžících v jednotlivých kategoriích je velice malá. V kategorii B bylo je 8,8 % řešitelů úspěšných. Nejvíce úspěšných řešitelů měla kategorie C; 48,5 % . I toto procento úspěšnosti svědčí o tom, že řada řešitelů do krajského kola nepatří a že bude nutné zařadit klauzurní část 1. kola.

Tabulka 4 uvádí úroveň odborné části 2. kola. K hodnocení si musíme vzít texty úloh 2. kola. Špatné výsledky mohou mít důvod v obtížnosti úloh či v nedostatečné přípravě účastníků soutěže. Tak např. 3. úloha kategorie A z optiky dopadla nejhůře. Jistě by tedy bylo účelné, aby se v příštím ročníku řešitelé olympiády a referenti FO zaměřili při seminářích na optiku. Znalosti našich studentů z tohoto oboru jsou slabé. Nejhůře ze všech úloh 2. kola a kategorií však dopadla úloha B 1 z mechaniky.

c) Nejúspěšnější řešitelé FO ve 2. kole v kategoriích A, B, C, D

V přehledu jsou uvedeni vítězové jednotlivých kategorií ve všech krajích.

Používané zkratky

G – gymnázium

M – třídy se zaměřením studijního oboru 01 Matematika

MF – třídy se zaměřením studijního oboru
02 Matematika a fyzika

Pgm – třídy se zaměřením studijního oboru
38 Programování (speciální třídy)

Bez označení – třída základního typu

Praha

Kategorie A

Maxera David	G Praha 1, Hellichova	3.
Král Robert	G Praha 2, W. Piecka	4. M
Vacek Jaroslav	G Praha 1, Štěpánská	4.
Novotný Martin	G Praha 9, Litoměřická	4.
Král Filip	G Praha 2, W. Piecka	4. M
Hůlek Tomáš	G Praha 2, W. Piecka	4. M
Polášek Marek	G Praha 2, W. Piecka	3. M
Jiříčka Jan	G Praha 3, Na Pražačce	4.

Kategorie B

Polášek Marek	G Praha 2, W. Piecka	3. M
Jirůtka Pavel	G Praha 2, W. Piecka	3. M
Maxera David	G Praha 1, Hellichova	3.
Žemlička Michal	G Praha 6, Nad alejí	3.
Holubička Karel	G Praha 6, Nad alejí	3.
Knobloch Petr	G Praha 10, Voděradská	3. MF
Hykl Tomáš	G Praha 2, W. Piecka	3. M
Machek Petr	G Praha 2, W. Piecka	3. MF
Jiroušek Jan	G Praha 2, W. Piecka	3. MF

Kategorie C

Verner Jan	G Praha 3, Sladkovského	2. MF
Žofka Martin	G Praha 2, W. Piecka	2. M
Kočka Viktor	G Praha 8, U lib. zámku	2.
Elleder Daniel	G Praha 2, W. Piecka	2. M
Běhounek Libor	G Praha 2, W. Piecka	2. M
Daňková Jana	G Praha 4, Budějovická	2. MF
Bohdanecký Václav	G Praha 2, W. Piecka	2. M
Blažek Jiří	G Praha 2, W. Piecka	2. MF
Kobylka Arnošt	G Praha 2, W. Piecka	2. M

Holub Ilja	G Praha 2, W. Piecka	2. MF
Klablen Martin	G Praha 8, U lib. zámku	2.
Koška Pavel	G Praha 3, Sladkovského	2.
Vojtěch Ondřej	G Praha 3, Sladkovského	2. MF

Kategorie D

Bayerová Alena	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Cvach Jakub	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Gemperele Frant.	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Rulíšek Lubomír	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Toman Petr	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Melechovský David	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Kalenda Ondřej	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Novotný Václav	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Zaleský Miroslav	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Saxlová Tereza	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Hejtmánek Karel	G Praha 2, W. Piecka	1. M
Kasal Štěpán	ZŠ Praha 1, Uhlý trh	8.
Hlavsa Petr	G Praha 2, W. Piecka	1. M

Středočeský kraj

Kategorie A

Hetka Robert	G Benešov	4.
--------------	-----------	----

Kategorie B

Svatoš Marek	G Český Brod	3.
Vyhňák Petr	G Mladá Boleslav	3.
Sedláček Michal	G Mladá Boleslav	3.

Kategorie C

Potůček Zdeněk	G Kutná Hora	2.
Novotná Lenka	G Kladno	2.
Vaněk Dušan	G Kladno	2.

Hašpl Libor	G Kolín	2.
Hlaváč Libor	G Příbram	2.
Špáda Karel	G Mladá Boleslav	2.
Žák Martin	G Příbram	2.
Babák Jan	G Mladá Boleslav	2.
Blažek Jiří	G Mnichovo Hradiště	2.
Melicharová Jitka	G Dobříš	2.

Kategorie D

Doňar Petr	G Kralupy	1.
Šolc Vladimír	G Beroun	1.
Brychta Jan	G Kolín	1.
Grohmann Milan	SPŠE Kladno	1.
Cinek Ondřej	G Mladá Boleslav	1.
Soubusta Jan	G Benešov	1.
Gruncel Michal	SPŠ Kutná Hora	1.
Křížová Hana	G Beroun	1.
Trnka Jiří	G Vlašim	1.
Fridrichová Monika	G Slaný	1.

Jihočeský kraj

Kategorie A

Kropš Stanislav	G Strakonice	4.
Žahourek Jaroslav	G Třeboň	4.
Veselý Jiří	G Strakonice	4.
Zapletal Jindřich	G Tábor	4.
Benda Luděk	G Písek	4.
Urban Daniel	G Č. Budějovice, K. Šatava	4.
Kostohryz Jakub	G Č. Budějovice, Jírovčova	4.
Kostohryz Robert	G Písek	4.
Klíma Filip	G Č. Budějovice, Jírovčova	4.

Kategorie B

Krynický Pavel	G Strakonice	3.
Kozlovský Pavel	G Jindřichův Hradec	3.
Bejček Luboš	G Strakonice	3.
Matějka David	G Strakonice	3.
Šilhavý Václav	G Č. Budějovice, K. Šatava	3.
Kronika Martin	G Č. Budějovice, K. Šatava	3.
Robenhaupt Jar.	G Č. Budějovice, K. Šatava	3.
Král Josef	G Č. Budějovice, K. Šatava	3.
Novotný Miroslav	SPŠE Písek	3.

Kategorie C

Šindelář Vítězslav	G Č. Budějovice, Jírovcova	2.
David Tomáš	G Č. Budějovice, K. Šatava	2.
Chvál Martin	G Č. Budějovice, K. Šatava	2.
Pešek Pavol	G Č. Budějovice, K. Šatava	2.
Boukal David	G Č. Budějovice, Jírovcova	2.
Hančl Pavel	G Č. Budějovice, K. Šatava	2.
Kučera Michal	G Č. Budějovice, K. Šatava	2.
Pulzová Lenka	G Č. Budějovice, Jírovcova	2.
Knězů Marek	G Č. Budějovice, Jírovcova	2.
Hanuš Martin	G Č. Budějovice, K. Šatava	2.

Kategorie D

Balák Jan	G Č. Budějovice, Jírovcova	1.
Macháček Jan	G Pelhřimov	1.
Předota Milan	G Č. Budějovice, Jírovcova	1.
Řehout Martin	G Č. Budějovice, Jírovcova	1.
Čermák Jakub	G Č. Budějovice, Jírovcova	1.
Dvořák Jindřich	G Pelhřimov	1.
Král Miroslav	G Č. Budějovice, K. Šatava	1.
Kubec Jiří	G Tábor	1.

Kraus Pavel	G Třeboň	1.
Nikodémová Jana	G Vimperk	1.

Západočeský kraj

Kategorie A

Nýč Pavel	G Tachov	4.
Briknarová Klára	2. G Plzeň, Opavská	4.
Petrák Milan	G Mariánské Lázně	4.
Hosnedl Martin	1. G Plzeň, nám. Odborářů	4. MF

Kategorie B

Nebřenský Filip	G Ostrov	3.
Tryner Zdeněk	G Plzeň, nám. Odborářů	3. M
Barták Roman	G Plzeň, ul. Pionýrů	3. MF
Procházka Dalibor	G Karlovy Vary	3. MF
Špeta Miroslav	G Plzeň, nám. Odborářů	3. M
Slavík Stanislav	G Karlovy Vary	3. MF
Georgiev Lukáš	G Plzeň, nám. Odborářů	3. M
Hejda Petr	G Plzeň, nám. Odborářů	3. M

Kategorie C

Vicher Miroslav	G Karlovy Vary	2. MF
Žalman Jan	G Plzeň, nám. Odborářů	2. M
Kos Šimon	G Plzeň, nám. Odborářů	2. M
Vosáhlo Jakub	G Karlovy Vary	2. MF
Fürst Jiří	G Plzeň, nám. Odborářů	2. M
Kučera Martin	G Karlovy Vary	2. MF
Smejkal Ladislav	G Plzeň, nám. Odborářů	2. M
Maříková Pavla	G Plzeň, nám. Odborářů	2. M
Smolíková Eva	G Plzeň, nám. Odborářů	2. M
Macánová Magdalena	G Plzeň, ul. Pionýrů	2. MF
Zapletal Pavel	G Ostrov	2.

Kategorie D

Svoboda Alan	G Plzeň, nám. Odborářů	1. M
Schaffer Martin	G Karlovy Vary	1. MF
Brejcha Miloš	G Plzeň, nám. Odborářů	1. M
Doležal Zbyněk	G Plzeň, Opavská	1. MF
Borusík Ondřej	G Plzeň, Opavská	1. MF
Grubr Aleš	G Plzeň, nám. Odborářů	1. M
Vanoušek Pavel	G Cheb	1. MF
Šmejce Jiří	G Karlovy Vary	1. MF
Švec Milan	G Plzeň, nám. Odborářů	1. M

Severočeský kraj

Kategorie A

Svigoň David	G Liberec	3. M
Hrach Karel	G Ústí n. L.	4. MF
Slavík Petr	G Teplice	4. MF

Kategorie B

Svigoň David	G Liberec	3. M
Truhlář Pavel	G Liberec	3. M
Jirásek Vladimír	SPŠ Chomutov	3.
Holub Petr	G Liberec	3.
Trnka Jaroslav	G Liberec	3. M
Šuta Daniel	G Chomutov	3.
Andrt Martin	G Chomutov	3.
Šmída Tomáš	G Liberec	3. M

Kategorie C

Brázda Tomáš	G Teplice	2. MF
Bis Roman	G Rumburk	2. MF
Míka Dušan	SPŠ Děčín VI	2.
Eisner Leo	G Liberec	2. M

Noga Pavel	G Litoměřice	2.
Cihlář Jan	G Děčín	2.
Šimek Jiří	G Rumburk	2. MF
Materna Aleš	G Rumburk	2. MF
Frisch Pavel	SPŠ Děčín VI	2.
Beránek Pavel	G Ústí nad Labem	2. MF

Kategorie D

Fencel Tomáš	G Teplice	1. MF
Kolařík Petr	SPŠ Děčín VI	1.
Kovářová Marie	G Liberec	1. M
Havlík Mikuláš	G Liberec	1. M
Stádník Daniel	SPŠ Chomutov	1.
Burger Tomáš	G Teplice	1. MF
Pejšová Marta	G Teplice	1. MF
Valošová Lucie	G Louny	1.

Východočeský kraj

Kategorie A

Jelínek Petr	G Pardubice	4. MF
Ježková Jana	G Hradec Kr., Šimkova	4. MF
Majerech Vladan	G Pardubice	4. MF
Fencel Petr	G Pardubice	4. MF
Vlasák Petr	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	4. MF
Doležal Tomáš	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	3. M
Richterek Lukáš	G Rychnov n. K.	4. MF

Kategorie B

Štěpka Zdeněk	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	3. M
Kousal Petr	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	3. M
Nerad Jiří	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	3. M
Nývl Miroslav	G Trutnov	3. MF

Beneš Miroslav	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	3. M
Moravec Jaroslav	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	3. M
Kábrt Libor	G Chrudim	3.
Černík Martin	G Píelouč	3.

Kategorie C

Vařata Zbyněk	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	2. M
Holub Štěpán	G Trutnov	2. MF
Ducziński Petr	G Nová Paka	2.
Červinka Ondřej	G Pardubice	2. MF
Latýn Robert	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	2. M
Novotný Radim	G Pardubice	2. MF
Hubálovský Štěpán	G Trutnov	2. MF
Merta Petr	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	2. M
Rybář Jan	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	2. MF
Valášek Jaroslav	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	2. MF
Kupka Karel	G Jilemnice	2.

Kategorie D

Řezníček Jaroslav	G Trutnov	1. MF
Vomlel Jan	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	1. M
Červený Martin	G Hradec Kr., Šimkova	1. Pgm
Dryák Aleš	G Nový Bydžov	1.
Věříš Jan	SPŠE Pardubice	1.
Vávrová Martina	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	1.
Šírová Jaroslava	SPŠE Pardubice	1.
Zářecká Ivana	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	1.
Havran Vlastimil	SPŠE Pardubice.	1.
Příhoda Jiří	G Trutnov	1.
Krsek Miroslav	G J. K. Tyla, Hradec Kr.	1. M
Ruda Miloslav	G Hradec Kr., Šimkova	1. Pgm

Jihomoravský kraj

Kategorie A

Hora Jaroslav	G Brno, tř. kpt. Jaroše	4. MF
Toman David	G Brno, tř. kpt. Jaroše	4. MF
Chocholatý Marek	G Uherské Hradiště	4.
Peňázová Hana	G Brno, tř. kpt. Jaroše	4. MF
Zelinka Jiří	G Uherské Hradiště	4.
Klein František	G Brno, Koněvova	4. MF
Obluk Karel	G Brno, Koněvova	4. Pgm

Kategorie B

Dvořák Tomáš	G Brno, tř. kpt. Jaroše	3. M
Vystavěl Radek	G Prostějov	3.
Václavek Pavel	G Prostějov	3.
Heča Michal	G Uherské Hradiště	3.
Kukosa Tomáš	G Brno, tř. kpt. Jaroše	3. MF
Kryštof Pavel	SPŠE Brno, Leninova	3.
Slezák Jiří	G Jihlava	3.
Zejda Jindřich	G Jihlava	3.
Sabo Martin	G Vyškov	3.

Kategorie C

Juřek Michael	G Boskovice	2. MF
Horský Pavel	G Brno, Elgartova	2.
Urbanec Vít	G Gottwaldov	2. MF
Mejzlík Petr	G Brno, tř. kpt. Jaroše	2. M
Okruhlica Petr	G Brno, Zastávka	2.
Pilná Olga	G Žďár n. S.	2.
Brodský Tomáš	G Brno, tř. kpt. Jaroše	2. M
Müller David	G Gottwaldov	2. MF
Pacák Radek	G Brno, tř. kpt. Jaroše	2. MF
Zeman Pavel	G Brno, tř. kpt. Jaroše	2. MF

Velešík Marek	G Brno, Koněvova	2. Pgm
----------------------	-------------------------	---------------

Kategorie D

Brejl Marek	G Brno, tř. kpt. Jaroše	1. M
Solvet Zdeněk	G Uherské Hradiště	1.
Třasohn Robert	SPŠStr. Uh. Hradiště	1.
Koktavý Pavel	G Brno, tř. kpt. Jaroše	1. M
Vabroušek Pavel	G Otrokovice	1.
Daniel Roman	G Brno, Koněvova	1. Pgm
Kupcová Lenka	G Uherské Hradiště	1.
Pojsl Josef	G Brno, tř. kpt. Jaroše	1. M
Chalupník Jakub	G Jihlava	1.
Mareš Kamil	G Brno, tř. kpt. Jaroše	1. M

Severomoravský kraj

Kategorie A

Frýbort Luděk	G Olomouc - Hejčín	4. Pgm
Habala Petr	G Bílovec	4. M
Kuča Radan	G Bílovec	4. M
Zunt Vladimír	G Ostrava, Šmeralova	4. Pgm
Brýdl Zdeněk	G Bílovec	4. M
Novotný Tomáš	G Frýdek - Místek	4. MF
Žák Josef	G Bílovec	4. M
Kašpárek František	G Bílovec	4. M
Vingrálek Radek	G Olomouc, Jiřího z P.	4. MF

Kategorie B

Miencil Petr	G Ostrava, Šmeralova	3.
Měch Radomír	G Bílovec	3. M
Kouřil Petr	G Ostrava - Zábřeh	3. MF
Jaworski Daniel	G polské, Český Těšín	3.
Slovák Jan	G Uničov	3.

Zatloukal Jiří	G Bílovec	3. M
Sedláček Ladislav	G Olomouc - Hejčín	3. MF
Polách Jiří	G Bílovec	3. M
Večeřek Jaromír	G Bílovec	3. M

Kategorie C

Poláček Martin	G Bílovec	2. M
Jukl Roman	G Havířov, Komenského	2.
Hrad Jaromír	G Přerov	2.
Myška Robert	G Olomouc, Jiřího z P.	2. M
Boht Petr	G Val. Meziříčí	2. MF
Flajšar Petr	G Přerov	2.
Kolínek Martin	G Ostrava, Šmeralova	2.
Konečný Pavel	G Přerov	2. MF
Rasková Martina	G Val. Meziříčí	2. MF
Stankuš Tomáš	G Šumperk	2. MF
Šindler David	G Bílovec	2. M

Kategorie D

Hliněný Petr	G Bílovec	1. M
Gemrot Rostislav	G Bílovec	1. M
Kořízek Pavel	G Bílovec	1. M
Ehlerová Soňa	G Krnov	1.
Lindovský Petr	G Bílovec	1. M
Pavlica Martin	G Bílovec	1. M
Švejda Josef	G Přerov	1.
Korčák Zdeněk	SPŠE Frenštát p. R.	1.
Novotný Zdeněk	SPŠE Rožnov p. R.	1.
Pernica Hynek	SPŠE Rožnov p. R.	1.
Škrobánek Petr	SPŠSt. Ostrava	1.

Bratislava

Kategorie A

Kováč Alexander	G J. Hronca	4. MF
Baumgartner Richard	G J. Hronca	4. MF

Kategorie B

Derka Radoslav	G J. Hronca	3. MF
Bujdák Martin	G A. Markuša	3. M
Mitura Peter	G J. Hronca	3. MF
Komora František	G A. Markuša	3. M
Tichý Stanislav	G, Hubeného	3.
Hrivnák Karol	G A. Markuša	3. M
Pancza David	G A. Markuša	3. M
Bartoš Tibor	G A. Markuša	3. M

Kategorie C

Doboš Andrej	G A. Markuša	2. M
Martišovits Ilja	G J. Hronca	2. MF
Cisárik Miroslav	G J. Hronca	2. MF
Hýbal Marek	G A. Markuša	2. M
Mosný Milan	G J. Hronca	2. MF
Počitek Ján	G J. Hronca	2. MF
Chorvát Dušan	G L. Novomeského	2.
Dobrev Štefan	G A. Markuša	2. M
Baník Igor	G J. Hronca	2. MF
Florkovič Juraj	G J. Hronca	2. MF
Kásaová Ildikó	G, Dunajská	2.

Kategorie D

Bednárík Martin	G, Hubeného	1.
Repiský Ján	G J. Hronca	1. MF
Ďuračka Vladimír	G J. Hronca	1. MF

Dindoš Martin	G J. Hronca	1. MF
Korontály David	G J. Hronca	1.
Tomášik Boris	G A. Markuša	1. MF
Baráth Peter	G J. Hronca	1. MF
Repaská Zuzana	G J. Hronca	1.
Sedmina Rudolf	G J. Hronca	1. MF
Šmihula Daniel	G A. Markuša	1. M

Západoslovenský kraj

Kategorie A

Kolník Pavol	G Nové Mesto n. V.	4.
Vászonyiová Ildikó	G maď., Komárno	4.
Rovenský Pavol	G Piešťany	4.
Kiss Ladislav	G maď., Dun. Streda	4.
Holigan Ivan	G Modra	4.
Kis Petiková Katarína	G maď., Komárno	3.
Szabóová Andrea	G maď., Komárno	4.
Štepka Martin	G Piešťany	4.

Kategorie B

Gálfy Tibor	G Dunajská Streda	3.
Kostecký Kristián	SPŠCh Šaľa	3.
Kis Petiková Katarína	G maď., Komárno	3.

Kategorie C

Obrcian Ján	G Nitra - Párovce	2.
Cina Miroslav	G Nitra - Párovce	2.
Radi Zsolt	G maď., Komárno	2.
Rišnovský Richard	G Nitra - Párovce	2.
Gálová Judita	G E. Gudernu, Nitra	2.
Paulen Rastislav	G Partizánske	2.
Sitar Ivan	G Topoľčany	2.

Zimmer Karol	G E. Gudernu, Nitra	2.
Guller Dušan	G Trenčín	2.
Tulák Euboslav	SPŠ Stará Turá	2.

Kategorie D

Šedivý Ondrej	G Nitra - Párovce	1.
Klivanec Ivo	G Nitra - Párovce	1.
Gutta Andrej	G Malacky	1.
Oláh György	G maď., Komárno	1.
Zemko Milan	SOU text. Trenčín	1.
Bystrický Erik	G E Gudernu, Nitra	1.
Sklenár Jozef	G Piešťany	1.
Nátek István	G maď., Komárno	1.
Molnárová Magdolna	G Dunajská Streda	1.
Nagy Angéla	G maď., Komárno	1.

Stredoslovenský kraj

Kategorie A

Radler Jozef	G Zvolen	3. MF
Kulla Róbert	G Žilina, Wolkerova	4. MF
Šimko Tibor	G Prievidza	4. MF
Hanes Dušan	G Prievidza	4. MF
Krajčoviech Richard	G Povážská Bystrica	4.
Štrba Fridrich	G Žilina, Wolkerova	4. MF
Jaroš Jaroslav	G Žilina, Velká Okružná	4. M
Grega Milan	G Povážská Bystrica	3.
Šimek Jozef	G Martin - Vrútky	4.
Škvarček Jozef	G Ružomberok	4.

Kategorie B

Beňo Peter	G Ružomberok	3.
Hric Roman	G B. Bystrica, Tajovského	3. MF

Saniga Jozef	G Žilina, Velká Okružná	3. M
Šošovička Vladimír	G Žilina, Velká Okružná	3. M
Radler Jozef	G Zvolen	3. MF
Waclavek Ján	G Lučenec	3.

Kategorie C

Korbačka Peter	G Žilina, Velká Okružná	2. M
Černý Aleš	G Žilina, Velká Okružná	2. M
Konôpka Martin	G Zvolen	2. MF
Rayman Gregor	G Žilina, Wolkerova	2. Pgm
Garaj Radoslav	G B. Bystrica, Tajovského	2. MF
Daubner Adolf	G Martin - Vrútky	2.
Banský Lubomír	G B. Bystrica, Tajovského	2. MF
Chuchút Emil	G B. Bystrica, Tajovského	2. MF
Karcolová Monika	G Dolný Kubín	2.
Pelechová Eva	G B. Bystrica, Tajovského	2. MF

Kategorie D

Hakel Peter	G Prievidza	1. MF
Kodýtek Juraj	G B. Bystrica, Tajovského	1. MF
Šuch Ondrej	G Žilina, Velká Okružná	1. M
Mikušiak Martin	G Žilina, Wolkerova	1. MF
Valent Ivan	G Lučenec	1.
Šerešová Elena	G Zvolen	1. MF
Gašpar Dušan	G Žiar nad Hronom	1.
Hagara Marián	G Prievidza	1. MF
Omasta Eduard	G Ružomberok	1.
Ištok Viktor	G B. Bystrica, Tajovského	1. MF

Východoslovenský kraj

Kategorie A

Drosc Mario	G Michalovce	4.
Kniš Dalibor	G Košice, Šmeralova	4.

Kategorie B

Marko Peter	G Košice, Šrobárova	3.
Krajčí Stanislav	G Košice, Šmeralova	3.
Mráz Robert	G Poprad, Zápotockého	3.
Horváthová Ivona	SPŠStr. Snina	3.
Sedlák Erik	G Snina	3.

Kategorie C

Fusek Peter	G Poprad, Leninovo nám.	2.
Molnár Peter	G Košice, Šmeralova	2.
Franek Ján	G Košice, Šmeralova	2.
Rusňák Maroš	G Košice, Šmeralova	2.
Ragan Emil	G Humenné	2.
Harakal Jozef	G Vranov n. T.	2.
Kula Ján	G Poprad, Leninovo nám.	2.
Sihotský Vladimír	G Košice, Šmeralova	2.
Ciglanský Richard	G Košice, Šmeralova	2.
Segaďa Vilima	SPŠE Košice	2.

Kategorie D

Skalský Vladimír	G Prešov, T. Ševčenka	1.
Gmitro Slavomír	G Prešov, Konštantínova	1.
Mrva Martin	G Prešov, T. Ševčenka	1.
Maňuch Ľuboslav	G Košice, Šmeralova	1.
Pitoňák Pavol	G Poprad, Zápotockého	1.
Krištof Roman	G Košice, Šmeralova	1.
Bednář Marek	G Košice, Kováčská	1.
Maga Štefan	G Poprad, Zápotockého	1.
Společník Lorant	G Košice, Šrobárova	1.
Žoldák Vladimír	G Košice, Šmeralova	1.

d) Třetí kolo kategorie A

Celostátní – třetí – kolo FO kategorie A se konalo ve dnech 25. až 29. března 1987 v Popradě. Organizací celostátního kola byl pověřen KV FO Východoslovenského kraje, který zvolil k soutěži velice pěkné prostředí – Tatranský národní park. Pracovní část kola byla uspořádána na gymnáziu v Popradě, účastníci – řešitelé – byli ubytováni v nedalekém Svitu.

Účastníci 3. kola byli určeni na zasedání předsednictva ÚV FO dne 5. 3. 1987 na katedře fyziky PF v Nitře. Celostátního kola se zúčastnilo jen 68 žáků, všichni úspěšní řešitelé 2. kola kategorie A. Pozváno bylo však 71 řešitelů FO. Jeden žák se nedostavil a dva byli vyloučeni ze soutěže pro nepoctivý přístup k práci. Soutěžící, členové ÚV FO, zástupci města a OŠ KNV se sešli na slavnostním zahájení v Domě kultury ROH v Popradě večer 25. března. Ve čtvrtek 26. 3. proběhla teoretická část, na řešení 4 náročných úloh bylo vymezeno 5 hodin času. Texty úloh jsou uvedeny v následující kapitole. Experimentální úlohu řešili soutěžící v pátek 27. 3. na gymnáziu.

V průběhu celostátního kola zasedal ÚV FO, který jednal o problémech probíhajícího ročníku a o přípravách dalších ročníků. Členové ÚV FO opravovali řešení 3. kola:

Úloha 1 – Daniel Kluvanec, Miroslav Bartošek, Jiří Machalický

Úloha 2 – Ivan Náter, Bohumil Vybíral, Rastislav Baník

Úloha 3 – Arpád Kecskés, Ivo Čáp, Evžen Růžička

Úloha 4 – Milan Bednařík, Jozef Zámečník, Karel Šebela

Úloha 5 – Vladimír Ilkovič, František Kamenčák, Miroslav Ouhrabka a členové KV FO VS kraje

Komise opravily řešení úloh a vyhodnotily výsledky celo-

státního kola, které byly zveřejněny na závěrečném slavnostním zasedání 3. kola 28. března večer.

Celé 3. kolo FO kategorie A probíhalo plynule a bez závad, bylo na velmi dobré odborné i kulturní úrovni. Svědčí to o dobré připravenosti soutěže a dobrém organizačním vedení. Dík za to patří všem funkcionářům KV FO Východoslovenského kraje, jmenovitě předsedovi KV FO doc. RNDr. V. Ilkovičovi, CSc., řediteli gymnázia na Leninově nábřeží dr. Kuchárovi a členům učitelského sboru gymnázia.

Úspěšnost soutěžících 3. kola FO kategorie A

Tabulka 5

Kraj	Pozvaných	Úspěšných řešitelů	Počet úsp. řešitelů v %	Z nich vítězů	Procento úsp. k počtu soutěžících ve 2. kole
Praha	8	3	37,5	2	9,3
StČ	1	1	100,0	0	5,9
JČ	9	4	44,4	2	15,3
ZČ	4	–	0,0	–	0,0
SČ	3	1	33,3	1	2,5
VČ	7	6	85,7	–	18,7
JM	7	5	71,4	1	10,4
SM	9	7	77,8	5	12,7
Brat.	2	1	50,0	1	2,2
ZS	8	2	25,0	2	2,7
StS	11	8	72,7	4	13,3
VS	2	2	100,0	1	5,0
Celkem	71	40	56,3	19	

Výsledky 3. kola jsou shrnuty do tabulek 5 a 6. Absolutní vítěz získal 44 bodů ze 60 možných. Z rozhodnutí ÚV FO byli všichni řešitelé, kteří získali alespoň 17 bodů, prohlášeni úspěšnými řešiteli 28. ročníku fyzikální olympiády. Soutěžící, kteří se umístili na 1. – 19. místě, se stali vítězi celostátního kola 28. ročníku fyzikální olympiády.

Tabulka 5 uvádí účast a úspěšnost řešitelů jednotlivých krajů. Procento úspěšnosti je zapsáno ve 4. a 6. sloupci. V posledním sloupci je uvedena úspěšnost kraje vzhledem k počtu soutěžících v krajském kole. Tento sloupec lépe vystihuje úspěch jednotlivých krajů v 28. ročníku. Porovnáme tento sloupec s odpovídajícím sloupcem 27. ročníku. Procento úspěšnosti podle krajů 27. ročníku vychází:

Praha	(Ú 4; 12,12 %)	StČ	(Ú 0; 0 %)
JČ	(Ú 3; 8,33 %)	ZČ	(Ú 2; 5,0 %)
SČ	(Ú 3; 23,0 %)	VČ	(Ú 5; 13,9 %)
JM	(Ú 3; 6,0 %)	SM	(Ú 4; 5,3 %)
Brat.	(Ú 5; 13,9 %)	ZS	(Ú 5; 8,2 %)
StS	(Ú 6; 10,9 %)	VS	(Ú 4; 6,3 %)

e) Závěr soutěže kategorií A, B, C, D

Tabulky druhého a třetího kola svědčí o průměrných výsledcích soutěžících, u některých úloh spíše podprůměrných. V krajském kole bylo necelých 50 % úspěšných řešitelů. Je zajímavé, že na úspěšnosti se jen málo podílejí žáci ze specializovaných tříd. Mezi vítězi 3. kola (tabulka 7) jsou jen 3 žáci z gymnázia v Bílovci ze speciální školy se zaměřením na matematiku, tj. jen 16 %. Výsledky celé soutěže ovšem dokazují, že tam, kde práce s talentovanými žáky je soustavná, dostaví se i výsledky. Dokladem toho jsou výsledky posledních ročníků v Západoslovenském kraji a v kraji Středoslovenském.

Body	Úloha						Body
	1.	2.	3.	4.	5.	5.	5. úlohy
0,0	14	25	41	10	2	2	10,5
1,0	12	6	12	2	2	2	11,0
1,5	4	0	0	1	0	0	11,5
2,0	3	7	7	4	1	3	12,0
2,5	6	1	0	0	0	1	12,5
3,0	5	8	6	5	4	1	13,0
3,5	5	0	0	0	0	0	13,5
4,0	4	3	0	3	5	2	14,0
4,5	8	0	0	0	6	0	14,5
5,0	2	6	0	0	6	2	15,0
5,5	2	0	0	1	3	1	15,5
6,0	2	6	1	6	4	1	16,0
6,5	0	1	0	1	1	0	16,5
7,0	0	2	0	4	5	2	17,0
7,5	1	0	0	1	0	1	17,5
8,0	0	1	0	7	6	2	18,0
8,5	0	0	0	2	1	1	18,5
9,0	0	2	0	5	2	1	19,0
9,5	0	0	0	3	1	0	19,5
10,0	0	0	1	2	1	1	20,0
Celkem získ. bodů	164,0	171,0	60,0	356,0	580,0		
Průměr na 1 sout.	2,41	2,51	0,80	5,20	8,20		

Vysvětlivky: Ve sloupcích 1–5 je uveden počet řešitelů, kteří získali za řešení příslušný počet bodů. V 5. úloze mohli soutěžící získat 20 bodů.

Pořadí	Jméno	Ročník	Škola	Body	Vyučující
1.	Pavol Kolník	4.	G Nové Mesto n. Váhom	44,0	RNDr. J. Stickbauer
2.	Jozef Škvarček	4.	G Ružomberok	38,0	RNDr. D. Mišura
3.	David Svigoň	3. MF	G Liberec, Partyzánská	34,0	P. Kugler
4.	Richard Krajčoviech	4.	G Povážská Bystrica	33,5	RNDr. P. Balej
5.	David Maxera	3.	G Praha, Hellichova	33,0	Z. Plášek
6.-7.	Petr Habala	4. M	G Břilovec	32,5	Ing. P. Bujok
6.-7.	Martin Novotný	4.	G Praha, Litoměřická	32,5	F. Jirout
8.	Jaroslav Hora	4.	G Brno, kpt. Jaroše	32,0	L. Nezhybová
9.	Alexandr Kováč	4. MF	G Bratislava, Novohradská	31,0	RNDr. J. Šoltés
10.	Katarína Kis Petiková	3.	G maď., Komárno.	30,0	A. Szabo
11.	Tomáš Novotný	4. MF	G Frýdek-Místek	28,5	V. Maindová
12.	Dalibor Kníš	4.	G Košice, Šmeralova	28,0	RNDr. D. Riznerová
13.	Zdeněk Brýdl	4. M	G Břilovec	26,5	Ing. P. Bujok
14.	Jiří Veselý	4.	G Strakonice	26,0	Vojtěch Šfla
15.-16.	Jozef Radler	3. MF	G Zvolen	24,0	RNDr. J. Bily
15.-16.	Jozef Žák	4. M	G Břilovec	24,0	Ing. P. Bujok
17.-18.	Pavel Nýč	4.	G Tachov	23,5	P. Minárik
17.-18.	Petr Jelínek	4. MF	G Pardubice	23,5	RNDr. J. Vícha
19.-20.	Luděk Frýbort	4. Pgm	G Olomouc-Hejčín	23,0	V. Mayer
19.-20.	Fridrich Štrba	4. MF	G Žilina, Wolkerova	23,0	J. Kortiš, Ing. I. Čáp

Další úspěšní řešitelé celostátního kola

Pořadí	Jméno	Třída	Škola	Body
21.-22.	Tomáš Doležal	3. M	G Hradec Kr., Tylovo n.	22,5
21.-22.	Stanislav Kropš	4.	G Strakonice	22,5
23.	Josef Šimek	4.	G Vrútky	21,5
24.-25.	Mário Droso	4.	G Michalovce	21,0
24.-25.	Tomáš Hůlek	4. M	G Praha, W. Piecka	21,0
26.-27.	Robert Kulla	4. MF	G Žilina, Wolkerova	20,0
26.-27.	Lukáš Richterek	4. MF	G Rychnov n. Kn.	20,0
28.	Radan Kuča	4. M	G Bílovec	19,5
29.-30.	Petr Fencel	4.	G Pardubice	19,0
29.-30.	Jindřich Zapletal	4.	G Tábor	19,0
31.-33.	Jaroslav Jaroš	4. M	G Žilina, Okružná	18,5
31.-33.	Petr Vlasák	4. M	G Hradec Kr., Tylovo n.	18,5
31.-33.	Jiří Zelinka	4.	G Uherské Hradiště	18,5
34.-35.	František Kašpárek	4. M	G Bílovec	18,0
34.-35.	František Klein	4. MF	G Brno, Koněvova	18,0
36.	Dušan Hanes	4.	G Prievidza	17,5
37.-40.	Robert Hetka	4.	G Benešov	17,0
37.-40.	Jana Ježková	4. MF	G Hradec Kr., Šimkova	17,0
37.-40.	Hana Peňázová	4. MF	G Brno, kpt. Jaroše	17,0
37.-40.	David Tomar	4. MF	G Brno, kpt. Jaroše	17,0

Podle zpráv z krajů se ve všech krajích konala různá setkání řešitelů FO a referentů FO na školách. Ve všech krajích se konala krajská soustředění alespoň pro jednu kategorii. Byla v nich probírána studijní témata shrnující a rozšiřující učební látku příslušného ročníku, studijní témata

Ostatní řešitelé

41.-43.	Marek Chocholatý	4.	G Uherské Hradiště	16,5
41.-43.	Jakub Kostohryz	4.	G Č. Budějovice, Jírov.	16,5
41.-43.	Vladan Majerech	4.	G Pardubice	16,5
44.-45.	Jan Jiříčka	4.	G Praha, Na Pražačce	16,0
44.-45.	Daniel Urban	4.	G Č. Budějov., Šrámk	16,0
46.	Jaroslav Žahourek	3.	G Třeboň	15,5
47.-49.	Richard Baumgartner	4.	G Bratislava, Novohrad.	15,0
47.-49.	Ivan Holigan	4.	G Modra	15,0
47.-49.	Petr Slavík	4. MF	G Teplice, Čs. dobr.	15,0
50.-52.	Luděk Benda	4.	G Písek, Komenského	14,0
50.-52.	Pavol Rovenský	4.	G Piešťany	14,0
50.-52.	Vladimír Zunt	4. Pgm	G Ostrava, Šmeralova	14,0
53.	Filip Klíma	4.	G Č. Budějovice, Jírov.	12,0
54.-55.	Martin Štepka	4.	G Piešťany	11,5
54.-55.	Tibor Šimko	4. MF	G Prievidza	11,5
56.-57.	Klára Briknarová	4.	G Plzeň, Opavská	11,0
56.-57.	Jaroslav Vacek	4.	G Praha, Štěpánská	11,0
58.-59.	Milan Grega	3.	G Povážská Bystrica	10,5
58.-59.	Martin Hosnedl	4. MF	G Plzeň, nám. Odbor.	10,5
60.	Andrea Szaboová	4. MF	G maď., Komárno	10,0
61.	Ladislav Kisss	4.	G maď., Dun. Streda	9,5
62.	Ildikó Vázsoniová	4. MF	G maď., Komárno	7,5
63.-64.	Robert Kostohryz	4.	G Písek, Komenského	7,0
63.-64.	Milan Petrák	4.	G Mar. Lázně, Ruská	7,0
65.	Lubomír Basse	4. MF	G Prievidza	6,5
66.-67.	Marek Polášek	3. M	G Praha, W. Piecka	5,5
66.-67.	Radek Vingrálek	4. MF	G Olomouc, Jiřího z P.	5,5
68.	Karel Obluk	4. Pgm	G Brno, Koněvova	3,0

příslušné kategorie a metodika řešení fyzikálních úloh.

Velmi účinnou formou péče o talentované žáky stále je celostátní soustředění vybraných úspěšných řešitelů MO a FO kategorie B, které bylo již podruhé uspořádáno v Jevíčku, okres Svitavy, ve dnech 14.6. až 26.6. 1987.

Hlavním pořadatelem soustředění byl ÚV fyzikální olympiády ve spolupráci s MŠ ČSR a OŠ KNV Východočeského kraje. Organizací byl pověřen RNDr. Z. Ungermann, jednatel ÚV FO. Soustředění se zúčastnilo celkem 79 řešitelů z celé ČSSR, účastníci byli rozděleni do čtyř tříd: 2 třídy MF, jedna M a jedna třída fyzikální. Přednášky, cvičení a besedy z fyziky vedli RNDr. Ivan Baník, CSc., Ing. Ivo Čáp, CSc., RNDr. Josef Hubeňák, Miroslav Ouhrabka, CSc., RNDr. Zdeněk Ungermann a doc. Ing. Bohumil Vybíral, CSc. Poprvé se na tomto soustředění zavedla experimentální část, kterou vedl PaedDr. Přemysl Šedivý. Účastníci ve fyzikální třídě po teoretické přípravě měřili některé elektrické veličiny. Poprvé také měli účastníci možnost cvičení u počítačů. Celkem bylo odučeno 210 hodin a 20 hodin zájmových přednášek vázaných tematicky k matematice, fyzice či k Jevíčku. V odpoledních hodinách se účastníci soustředění věnovali sportu, turistice a exkurzím. Tuto část soustředění vedl RNDr. Dag Hrubý, profesor gymnázia v Jevíčku.

Další účinnou formou péče o talenty je celostátní korespondenční seminář pro vybrané řešitele z celé ČSSR a kraj-
ské korespondenční semináře. Takový seminář se uskutečnil ve Středoslovenském, Jihočeském a Východoslovenském kraji. Hlavní předností korespondenčního semináře je průběžné podchycování zájmu žáků o fyziku.

K přípravě družstva na 28. MFO se uskutečnila tři soustředění, dvě v Nitře a jedno v Hradci Králové. Závěrečné výběrové soustředění se konalo ve dnech 31.5.1987 - 13.6.1987

na katedře fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Nitře za vedení doc. RNDr. Ing. D. Kluvance, CSc., předsedy ÚV FO. Cílem soustředění bylo doplnit poznatky žáků získané předcházejícím studiem v základních oblastech fyziky - mechaniky, elektřiny, termodynamiky a fyzikální optiky. Dalším cílem byl výběr družstva, které by reprezentovalo ČS-SR na 28. MFO. Na soustředění bylo pozváno 10 žáků z gymnázií, z toho 5 žáků ze 3. ročníku. Závěrečného soustředění se zúčastnili:

1. <u>Kolník Pavol</u>	G Nové Mesto n. Váhom	4. r.
2. <u>Škvarček Jozef</u>	G Ružomberok	4. r.
3. <u>Swigoň David</u>	G Liberec, Partyzánská	3. r.
4. <u>Krajčoviech Richard</u>	G Povážská Bystrica	4. r.
5. <u>Maxera David</u>	G Praha, Hellichova	3. r.
6. <u>Habala Petr</u>	G Bítovec, Gottwaldova	4. r.
7. <u>Hora Jaroslav</u>	G Brno, kpt. Jaroše	4. r.
8. <u>Kis Petiková Katarína</u>	G maď., Komárno	3. r.
9. <u>Radler Jozef</u>	G Zvolen	3. r.
10. <u>Doležal Tomáš</u>	G Hradec Králové, Tylovo n.	3. r.

Podtržení tvořili družstvo ČSSR na 28. MFO v NDR.

f) Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo na základních školách od září 1986 do ledna 1987. Texty úloh 1. kola s příslušnými pokyny byly uveřejněny v samostatném letáku, jehož české znění vydalo SPN v Praze, slovenské znění vyšlo v SPN v Bratislavě. Instrukční řešení soutěžních úloh s pokyny pro hodnocení, které byly zasílány do škol prostřednictvím KV FO a OV FO, zajišťoval ÚV FO.

Počet ZŠ zúčastněných v kategorii E

Tabulka 8

Kraj	Počet ZŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo		Počet zapojených M-přírod. tříd (MP)
		počet	%	počet	%	počet	%	
Praha	214	194	90,60	188	87,88	42	19,62	16
StČ	27	197	70,90	183	65,82	42	15,10	–
JČ	184	164	89,10	158	85,70	41	22,30	2
ZČ	214	178	83,00	168	78,50	40	19,00	14
VČ	320	259	80,90	208	65,60	41	12,00	7
SČ	293	204	70,00	168	57,00	31	11,00	5
JM	463	362	77,85	323	69,46	45	9,67	–
SM	470	412	87,64	371	78,92	51	10,85	17
Brat.	79	74	93,70	73	92,40	25	31,60	1
ZS	480	336	76,30	341	71,00	36	7,50	–
StS	412	313	77,00	281	68,00	34	8,30	5
VS	395	325	82,20	286	72,40	45	11,30	–
Celkem	3 804	3 018	79,33	2 748	72,24	473	12,43	67

Druhé kolo kategorie E se konalo v okresech ve středu dne 11.2.1987 a organizovaly ho OV FO. Třetí kolo se konalo 25.4.1987 v krajích a bylo organizováno KV FO. Tabulka 8 udává přehled o počtu ZŠ, které se zúčastnily v jednotlivých krajích 1., 2. a 3. kola soutěže. Poněvadž jsou v ní uvedeny celkové počty ZŠ v krajích, můžeme srovnávat procento škol zapojených do soutěže a tím i posoudit propagační práci a učební výsledky učitelů fyziky na školách. Největší procento zapojených škol má Praha (99 %) a Bratislava (94 %),

Počet účastníků 1., 2. a 3. kola
28. ročníku FO v kategorii E

Tabulka 9

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo		z toho z MP
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	
Praha	1 445	923	647	490	61	56	14
StČ	1 341	836	536	321	59	53	–
JČ	913	467	379	236	55	38	4
ZČ	1 597	684	406	263	48	44	18
SČ	1 312	628	450	296	45	39	20
VČ	1 435	761	516	348	51	43	8
JM	2 365	1 339	926	604	65	53	–
SM	3 879	1 855	919	548	65	56	18
Brat.	683	460	429	246	45	42	5
ZS	2 119	1 239	938	712	43	30	–
StS	1 811	916	856	428	41	29	3
VS	2 045	1 212	762	636	63	46	–
Celkem	20 945	11 320	7 764	5 128	641	529	90
% úsp.		54,04		66,04		82,52	
27 roč.	20 096	11 135	7 456	5 338	609	387	–
% úsp.		55,4		71,6		63,5	–

nejmenší Severočeský kraj (70 %) a Středočeský kraj (71 %).

Tabulka 9 uvádí počet soutěžících žáků v jednotlivých kolech FO. V průměru se počet soutěžících žáků ve všech kolech proti 27. ročníku zvýšil. Zvýšil se i počet soutěžících ve 3. kole, kde byl počet účastníků finančně omezen OŠ KNV.

Z kvalitativního hlediska je třeba brát v úvahu procento

úspěšných řešitelů. V 1. kole to bylo 54,0 %, ve 2. kole 66,0 % a ve 3. kole 82,5 %. Procento úspěšných řešitelů v 1. a 2. kole bylo v SSR vyšší než v ČSR: 57,5 %, 67,7 %, ve 3. kole naopak nižší: 76,6 %.

Nejlepší řešitelé 3. kola kategorie E v jednotlivých krajích:

Praha

Filip Bochníček	ZŠ Praha 4, Na planině	38 bodů
Štěpán Kasal	ZŠ Praha 1, Uhelný trh	36 bodů
Roman Janík	ZŠ Praha 10, Omská	36 bodů
Michal Žampach	ZŠ Praha 8, Svidnická	36 bodů
Michal Vojtíšek	ZŠ Praha 1, Ostrovní	34 bodů

Středočeský kraj

Petr Chalupecký	8. ZŠ Kladno	39 bodů
Jan Jiša	ZŠ Pyšely	39 bodů
Lenka Kurzweilová	6. ZŠ Mladá Boleslav	38 bodů
Milan Procházka	ZŠ Zdice	38 bodů
Martin Řimnáč	ZŠ Zruč nad Sázavou	38 bodů

Jihočeský kraj

Karel Netočný	ZŠ Besednice	37 bodů
Jiří Sedlák	ZŠ České Budějovice	36 bodů
Jiří Fontán	ZŠ Blatná	36 bodů
Martin Duspiva	ZŠ České Budějovice	35 bodů
Pavel Kopřiva	ZŠ Dačice, okr. Jihlava	35 bodů

Západočeský kraj

Jan Šembera	ZŠ K. Vary–Tuhnice, 7. r.	40 bodů
-------------	---------------------------	---------

Petr Balous	22. ZŠ Plzeň	40 bodů
Luboš Motl	22. ZŠ Plzeň, 7. r.	40 bodů
Karel Vlček	28. ZŠ Plzeň	40 bodů
Daniel Tresčák	ZŠ Rokycany-Jih	38 bodů
Libor Kysela	24. ZŠ Plzeň	38 bodů

Severočeský kraj

Stanislav Karpíšek	5. ZŠ Jablonec n. Nisou	34 bodů
Martin Pašek	8. ZŠ Chomutov	33 bodů
Radek Škoda	ZŠ Liberec, Na bojišti	33 bodů
Kamil Šafka	ZŠ Liberec, Na Pernštýně	33 bodů
Filip Bartl	ZŠ Varnsdorf	31 bodů
Štěpánka Zitková	ZŠ Liberec, Na bojišti	31 bodů

Východočeský kraj

Pavel Exner	ZŠ Hradec Kr., S. Allenda	40 bodů
Jiří Lakosil	ZŠ Havl. Brod, V sadech	39 bodů
Antonín Majíř	ZŠ Chlumeck n. Cidl.	39 bodů
Petr Tobiška	ZŠ Hradec Kr., Bezručova	38 bodů
Jiří Horák	ZŠ Pardubice, Koněvovo n.	38 bodů

Jihomoravský kraj

Aleš Kratochvíl	ZŠ Brno, Sirotkova	40 bodů
Radek Svoboda	ZŠ Letovice	40 bodů
Jiří Trunkát	ZŠ Zastávka, J. Fučíka	40 bodů
Radomil Semela	ZŠ Luhačovice	37 bodů

Severomoravský kraj

Jiří Hon	ZŠ Ostrava 1, Podlahova	40 bodů
----------	-------------------------	---------

Jan Slezák	5. ZŠ Frýdek-Místek	40 bodů
Pavel Skořepa	ZŠ Val. Meziříčí, Šafaříkova	34,5 bodu
Oldřich Doseděl	6. ZŠ Šumperk	33,5 bodu
Aleš Stempěn	ZŠ Frýdek-Místek, R. arm.	30,5 bodu
Jiří Sieja	ZŠ Havířov, K. Světlé	30 bodů

Bratislava

Marián Ďurkovič	ZŠ Sibířská	40 bodů
Ivan Červenka	ZŠ Cádova	40 bodů
Pavol Mederly	ZŠ Košická, 7. r.	39,5 bodu
Robert Jankech	ZŠ Košická	39,5 bodu
Martin Vojtko	ZŠ Košická	39,5 bodu

Západoslovenský kraj

Peter Macko	ZŠ Nitra, Topoľová	38 bodů
Marek Monček	7. ZŠ Piešťany	37,5 bodu
Peter Tuchyňa	ZŠ Bánovce, Duklianská	37,5 bodu
Milan Šottník	10. ZŠ Trnava, Lomonosova	37 bodů
Andrej Hronský	ZŠ Sereď, Komenského	37 bodů

Středoslovenský kraj

Marián Kollárik	ZŠ Banská Bystrica, Mládež	40 bodů
Tomáš Rajčan	ZŠ Žiar n. Hr., J. Žižku	37 bodů
Zuzana Kvopková	ZŠ Martin, Východná	36 bodů
Šimon Malý	ZŠ Žiar n. Hr., J. Žižku	36 bodů
Ľuboš Briš	ZŠ Oravská Lesná	35 bodů

Východoslovenský kraj

Eubomír Tóth	ZŠ Košice, Novomeského	39 bodů
--------------	------------------------	---------

Vladimír Kóto	ZŠ Snina, Hviezdoslavova	38 bodů
Elena Petrovičová	ZŠ Košice, Febr. víť.	38 bodů
Richard Marko	ZŠ Košice, Kotayho	38 bodů
Jozef Lapoš	ZŠ Humenné, Kudlovská	38 bodů
Karol Marcin	ZŠ Prešov, Gottwaldova	38 bodů

Poznámka: Soutěžící mohli získat maximálně 40 bodů.

g) Závěr

Organizace jednotlivých kol soutěže, instruktáže učitelů a žáků, opravy tisíce řešení – jen v 1. kole soutěže SŠ je to asi 50 000 řešení – individuální práce se žáky, vedení agendy, která stále narůstá, představuje tisíce hodin práce, kterou dobrovolně konají učitelé fyziky ZŠ, SŠ a vysokých škol. Patří tedy všem dík a uznání alespoň touto cestou.

II. Soutěžní úlohy

1. Úlohy kategorie A

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Kyvadlo hodin pohybující se ve svislé rovině je stejnorodá tenká ocelová tyč. Osa otáčení kyvadla je vodorovná a prochází koncovým bodem tyče.

- Určete délku l kyvadla tak, aby doba kmitu kyvadla byla T .
- Určete změnu ΔT_1 doby kmitu T kyvadla, jestliže se změní jeho teplota o $\Delta \vartheta$. Jakým rozdílem času Δt_1 se to projeví na chodu hodin řízených tímto kyvadlem za jeden den?
- O jakou hodnotu ΔT_2 se změní doba kmitu tohoto kyvadla, jestliže ho přemístíme z místa s nadmořskou výškou h do místa s nadmořskou výškou $h + \Delta h$? Jakým rozdílem času Δt_2 se to projeví v chodu hodin řízených tímto kyvadlem za jeden den? Teplota kyvadla je stejná jako v a).
- Navrhněte úpravu kyvadla, aby změnou teploty kyvadla se neměnila doba jeho kmitu. Tento problém řešili hodiňáři již v první polovině 18. století.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $T = 2,0\text{ s}$, $\Delta \vartheta = 15^\circ\text{C}$, $\Delta h = 200$, teplotní součinitel délkové roztažnosti ocele $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Poznámka: Moment setrvačnosti tenké stejnorodé tyče vzhledem k ose kolmé na tyč procházející jejím koncem je $I = \frac{1}{3}ml^2$, kde m je hmotnost tyče, l její délka.

Řešení

- a) Doba kmitu T kyvadla je $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$, kde I je moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose otáčení, m hmotnost tyče, d vzdálenost těžiště tyče od osy otáčení, v našem případě tedy

$$I = \frac{1}{3}ml^2, \quad d = \frac{l}{2}.$$

Potom

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}.$$

Odtud

$$l = \frac{3T^2g}{8\pi^2}. \quad (1)$$

- b) Označme T dobu kmitu kyvadla při teplotě ϑ , T_1 dobu kmitu při teplotě $\vartheta = \Delta\vartheta$. Platí

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}},$$
$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2l(1 + \alpha\Delta\vartheta)}{3g}}.$$

Změna ΔT_1 je tedy

$$\Delta T_1 = T_1 - T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}(\sqrt{1 + \alpha\Delta\vartheta} - 1) \doteq$$
$$\doteq T \frac{\alpha\Delta\vartheta}{2}. \quad (2)$$

Pro Δt_1 dostaneme

$$\Delta t_1 = -\frac{T_d}{T} \Delta T_1 \doteq -\frac{\alpha T_d \Delta \vartheta}{2}, \quad (3)$$

kde $T_d = 1 \text{ den} = 86\,400 \text{ s}$. Hodiny s teplotou $\vartheta + \Delta \vartheta$ se za jeden den spozdí o dobu $|\Delta t_1|$ v porovnání s hodinami s teplotou ϑ , když $\Delta \vartheta > 0, \alpha > 0$.

- c) Změna ΔT_2 doby kmitu kyvadla při změně nadmořské výšky souvisí se směnou tíhového zrychlení z hodnoty g na hodnotu g_h , přičemž

$$\frac{g_h}{g} = \frac{R_Z^2}{(R_Z + \Delta h)^2},$$

kde R_Z je poloměr Země.

Doba kmitu T_2 kyvadla v místě s nadmořskou výškou $h + \Delta h$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}} \left(1 + \frac{\Delta h}{R_Z}\right).$$

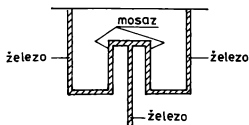
Rozdíl

$$\Delta T_2 = T_2 - T = T \frac{\Delta h}{R_Z}. \quad (4)$$

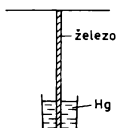
Rozdíl Δt_2 v měřeném čase za jeden den bude

$$\Delta t_2 = -\frac{T_d}{T} \Delta T_2 = -\frac{T_d \Delta h}{R_Z}. \quad (5)$$

Hodiny v nadmořské výšce $h + \Delta h$ se opozdí za jeden den o dobu $|\Delta t_2|$, jestliže ve výšce h šly správně.



Obr. 1



Obr. 2

- d) Změně doby kmitu kyvadla se směnou teploty lze zabránit např. kombinací ocelové a mosazné tyče (obr. 1) nebo pomocí ocelové tyče ponořené do nádoby se rtutí (obr. 2). Uvedenými konstrukcemi lze dosáhnout toho, že podíl $\frac{l}{g}$ ve vztahu pro dobu kmitu $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{mgd}}$ fyzikálního kyvadla se s teplotou nemění.

Pro zadané hodnoty vypočítáme ze vztahů (1) až (5):
 $l \doteq 1,5 \text{ m}$, $\Delta T_1 = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, $\Delta t_1 = -7,8 \text{ s}$, $\Delta T_2 = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$, $\Delta t_2 = -2,7 \text{ s}$.

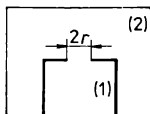
2. úloha (navrhl J. Svoboda)

Dvě nádoby jsou sestaveny podle obr. 3. Na vnitřní nádobě (1) je kruhový otvor o poloměru r , v němž je mýdlová blána s povrchovým napětím σ . Ve vnitřní nádobě je plyn objemu V_1 , teploty T_1 a tlaku p_1 . Ve vnější nádobě (2) je vnitřní nádoba a plyn objemu V_2 , teploty T_1 . Mýdlová blána je rovinná.

- a) Určete tlak p_2 plynu ve vnější nádobě. Plyn ve vnější nádobě začneme ochlazovat tak, že jeho teplota T bude klesat; označme $T - T_1 = \Delta T$. Teplota T' plynu ve vnitřní

nádobě v důsledku tepelné výměny s plynem ve vnější nádobě bude klesat tak, že $T' - T_1 = \Delta T' = \frac{\Delta T}{n}$, kde n je konstanta větší než jedna.

- Popište děj, který bude probíhat v této soustavě při zvětšování $|\Delta T|$, ($\Delta T < 0$).
- Určete mezní hodnotu Δp_h rozdílu tlaků plynů ve vnitřní a ve vnější nádobě, kterou při uvedeném ději můžeme dosáhnout.
- Určete nejnižší teplotu T_h plynu ve vnější nádobě pro okamžik, ve kterém je rozdíl tlaků Δp_h . Plyny považujte za ideální.

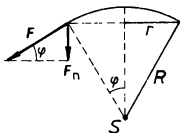


Obr. 3

Řešení

- Tlak p_2 plynu ve vnější nádobě se rovná tlaku p_1 plynu ve vnitřní nádobě, neboť mýdlová blána je rovinná.
- Při zvětšování rozdílu $|\Delta T| = |T - T_1|$, tj. při zmenšování teploty T plynu ve vnější nádobě, se bude snižovat i tlak p plynu ve vnější nádobě a teplota T' plynu ve vnitřní nádobě, přičemž $\Delta T' = \frac{\Delta T}{n}$. Tlak p' ve vnitřní nádobě se bude zmenšovat pomaleji ve srovnání s tlakem p ve vnější nádobě. Od počátku ochlazování vznikne situace, při níž

$p < p'$, mýdlová blána se začne vydouvat do prostoru větší nádoby, až při určitém hraničním rozdílu tlaků $\Delta p_h = p' - p$ mýdlová blána dosáhne svého nejmenšího poloměru křivosti r .



Obr. 4

- c) Má-li blána poloměr křivosti R (obr. 4), potom rozdíl tlaků Δp z vnitřní a vnější strany blány je

$$\Delta p = \frac{F_n}{S} \cdot \frac{2\sigma 2\pi r \sin \varphi}{\pi r^2} = \frac{4\sigma \sin \varphi}{r}, \quad r = R \sin \varphi.$$

Z uvedených vztahů máme

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{R}.$$

Poloměr křivosti blány může dosáhnout nejmenší hodnoty $R_{\min} = r$ a v tomto případě $\Delta p = \frac{4\sigma}{r}$.

Pro Δp_h máme

$$\Delta p_h = \frac{4\sigma}{r}.$$

d) Stavové veličiny na začátku a na konci sledovaného děje:

začátek: plyn ve vnitřní nádobě p_1, V_1, T_1

plyn ve vnější nádobě p_1, V_2, T_1

koniec: plyn ve vnitřní nádobě $p'_1, V_1 + \frac{2}{3}\pi r^3, T_1 - \frac{T_1 - T_h}{n}$

plyn ve vnější nádobě $p'_2, V_2 - \frac{2}{3}\pi r^3, T_h$.

Ze stavových rovnic vyjádříme rozdíl $p'_1 - p'_2$, potom s podmínky

$$p'_1 - p'_2 = \frac{4\sigma}{r}$$

dostaneme výsledek

$$T_h = \frac{(V_2 - \frac{2}{3}\pi r^3)T_1 \left[V_1(n-1) - \frac{4\sigma}{rp_1}n(V_1 + \frac{2}{3}\pi r^3) \right]}{\frac{2}{3}\pi r^3(V_1 + nV_2) + V_1V_2(n-1)},$$

který platí, je-li splněna podmínka

$$V_1(n-1) > \frac{4\sigma}{rp_1}n(V_1 + \frac{2}{3}\pi r^3).$$

Dále předpokládáme, že teplota T_h je vyšší než teplota tuhnutí blány.

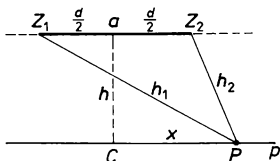
3. úloha (navrhl RNDr. B. Ipóth)

V rovnomernom prostredí sú dva súfázové bodové zdroje Z_1, Z_2 koherentného vlnenia s vlnovou dĺžkou λ , ktorých vzájomná vzdialenosť je d . Interferenciu vlnenia budeme sledovať v prostredí na priamke $p \parallel Z_1Z_2$, ktorej vzdialenosť od úsečky Z_1Z_2 je $h \gg d$.

a) Určte počet n bodov na priamke p , v ktorých vzniknú interferenčné minimá.

- b) Na priamke p určte vzájomnú vzdialenosť a dvoch susedných interferenčných miním. Ako sa výsledok zjednoduší, ak $d \gg \lambda$?
- c) Navrhните použitie uvedeného teoretického princípu na určenie neznámej vlnovej dĺžky λ vlnenia. Riešte so zjednodušujúcim predpokladom $d \gg \lambda$.
Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $d = 0,050 \text{ m}$, $\lambda = 0,010 \text{ m}$, $h = 100 \text{ m}$.

Riešenie



Obr. 5

- a) V riešení úlohy použijeme všeobecné podmienky platné pre minimá interferujúcich vln. Z obr. 5 pre dráhový rozdiel $h_1 - h_2$ vlnení vychádzajúcich zo zdrojov Z_1, Z_2 máme

$$h_1 - h_2 = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + h^2} - \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + h^2}, \quad (1)$$

kde x je vzdialenosť bodu P od počiatku O súradnicovej osy Ox , ktorá leží na priamke p .

Podmienka pre interferenčné minimá je

$$h_1 - h_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = m \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

kde $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ a $m = 2k + 1$ je nepárne číslo. Zo vzťahov (1), (2) úpravou a výpočtom máme

$$x_{1,2} = \pm \frac{m\lambda}{4} \cdot \sqrt{\frac{4d^2 + 16h^2 - m^2\lambda^2}{4d^2 - m^2\lambda^2}}. \quad (3)$$

Výsledky x_1 a x_2 majú význam v tom zmysle, že ku každému minimu so súradnicou x jestvuje symetricky podľa bodu O umiestnené minimum so súradnicou $-x$. Z (3) však vyplýva, že pre reálne prípady musí byť splnená podmienka

$$4d^2 - m^2\lambda^2 > 0, m < \frac{2d}{\lambda}.$$

Počet n miním na osi Ox je daný počtom n' nepárnych čísel $1, 3, 5, \dots, m_0 < \frac{2d}{\lambda} \leq m_0 + 2, n = 2n'$. V našom prípade $\frac{2d}{\lambda} = 10$, t. j. $n' = 5$. Celkový počet bodov, v ktorých vzniknú interferenčné minimá na priamke p , je $n = 10$.

b) Z (3) pre a máme

$$a = \frac{m_2\lambda}{4} \sqrt{\frac{4d^2 + 16h^2 - m_2^2\lambda^2}{4d^2 - m_2^2\lambda^2}} - \frac{m_1\lambda}{4} \sqrt{\frac{4d^2 + 16h^2 - m_1^2\lambda^2}{4d^2 - m_1^2\lambda^2}},$$

kde m_1, m_2 sú dve po sebe idúce nepárne čísla, pre ktoré platí

$$m_1 + 2 = m_2 < m_0.$$

Úpravou posledného vzťahu, ak uvažíme $h \gg d > m\frac{\lambda}{2}$, máme

$$a \doteq \lambda \frac{h}{d}. \quad (4)$$

Pre dané hodnoty: $a \doteq 20$ m.

c) Zo vzťahu (4) máme

$$\lambda \doteq a \frac{d}{h},$$

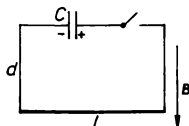
čo umožňuje určiť λ , ak poznáme d , h a odmeráme a .

4. úloha (navrhl doc. RNDr. Ing. D. Kľuvanec, CSc.)

Elektricky vodivá tyč s dĺžkou l a hmotnosťou m je zavesená vodorovne na dvoch zvislých jemných a vodivých vláknach, ktorých dĺžka je d . Konce vlákien sú pripojené ku koncom tyče a spojené cez otvorený spínač s kondenzátorom s kapacitou C a s napätím U . Tyč je v rovnomernom magnetickom poli s indukciou B . Vektor B má smer zvislo nadol (obr. 6). Zapneme spínač.

- Stručne opíšte a fyzikálne zdôvodnite dej v uvedenej sústave po zapnutí spínača.
- Určte najväčší úhol α odklonenia vlákien od zvislého smeru.
- Určte teplo Q , ktoré pritom vznikne vo vodičoch obvodu. Predpokladajte, že prúd prechádza obvodom len krátku dobu. Aká podmienka musí byť splnená, aby platil uvedený predpoklad?

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $l = 0,30$ m, $m = 0,020$ kg, $d = 0,15$ m, $C = 200 \mu\text{F}$, $U = 80$ V, $B = 1,5$ T.



Obr. 6

Je potrebné v tomto prípade uvažovať indukované napätie v elektrickom obvode? Zdôvodnite.

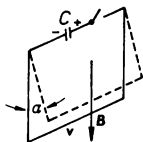
Riešenie

- a) Po zapnutí spínača prechádza obvodom elektrický prúd $i = \frac{U}{R} \exp(-\frac{t}{RC})$, kde R je odpor obvodu. Časová konštanta RC určuje exponenciálny pokles prúdu. V našom prípade môžeme predpokladať, že má hodnotu rádovo 10^{-5} s až 10^{-4} s. Tyč získa krátkodobým prechodom prúdu určitú okamžitú hybnosť v horizontálnom smere kolmo na tyč. V dôsledku získanej hybnosti sa vychýli ako kyvadlo (obr. 7).
- b) Tyč pri krátkodobom prechode prúdu získa hybnosť p s veľkosťou

$$p = \sum_i F_i \Delta t = Bl \sum_i I_i \Delta t = BlQ^*$$

a okamžitú rýchlosť v s veľkosťou

$$v = \frac{p}{m} = \frac{BlQ^*}{m} = \frac{BlCU}{m},$$



Obr. 7

kde Q^* je náboj kondenzátora, $Q^* = CU$.

Tyč sa vychýlila ako kyvadlo. Vlákna sa pritom odklonili od zvislého smeru najviac o úhol α . Platí

$$\frac{mv^2}{2} = mgd(1 - \cos \alpha) = 2mgd \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right).$$

Z toho

$$\alpha = 2 \arcsin \left(\frac{BCUl}{2m\sqrt{gd}} \right).$$

Predpokladáme, že pre úhol α platí $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

c) Pre teplo Q máme

$$Q = \frac{1}{2}CU^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}CU^2 \left(1 - \frac{B^2 l^2 C}{m} \right).$$

Výraz v zátvorke v našom prípade má hodnotu približne 1, t. j. takmer celá začiatočná energia kondenzátora sa premenila na teplo pri prechode elektrického prúdu obvodom. Prúd prechádza obvodom len krátku dobu, ak je

splnená podmienka $RC \ll \frac{T}{4} \doteq 0,27 \text{ s}$, kde T je doba kmitu kyvadla. V našom prípade je splnená, lebo v obvode sú spojené okrem kondenzátora len vodiče. Indukované napätie v tyči má najväčšiu hodnotu v okamihu, keď tyč má najväčšiu okamžitú rýchlosť v ($v \doteq 0,36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Napätie na tyči je v tomto prípade veľmi malé (približne $0,2 \text{ V}$) a nemusíme ho uvažovať.

Pre dané hodnoty: $\alpha \doteq 17^\circ$, $Q \doteq 0,64 \text{ J}$.

5. úloha (navrhl doc. RNDr. Ing. D. Kluvanec, CSc.)

Doskový kondenzátor je v rovnorodom magnetickom poli s magnetickou indukciou B kolmou na dosky kondenzátora. Vzájomná vzdialenosť dosiek kondenzátora je d . V strede zápornej dosky kondenzátora je zdroj pomalých elektrónov, ktoré vystupujú do priestoru medzi dosky kondenzátora s rôznymi začiatočnými smermi pohybu. Kondenzátor je pripojený na zdroj s napätím U .

- Aké sily pôsobia na elektróny po vystúpení z dosky? Opíšte pohyb elektrónov medzi doskami kondenzátora.
- Určte podmienku pre napätie U , aby elektróny dopadali do jedného bodu alebo na čo najmenšiu plošku na kladnej doske kondenzátora. Vykonajte diskusiu riešenia.

Riešenie

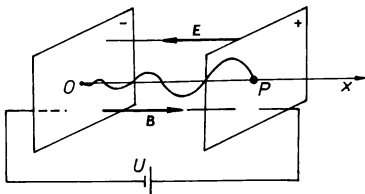
Os x má začiatok O v mieste zdroja elektrónov a má smer proti smeru elektrického poľa kondenzátora (obr. 8).

- Na emitované elektróny pôsobí elektrické pole silou F_e , ktorej veľkosť je

$$F_e = e \frac{U}{d},$$

a magnetické pole silou F_m ,

$$F_m = Bev \sin \alpha,$$



Obr. 8

pričom počas celého pohybu $F_e \perp F_m$; α je uhol, ktorý zvierá rýchlosť v s osou $+x$.

Elektróny konajú zložený pohyb, ktorý sa skladá z rovnomerne zrýchleného priamočarého pohybu v smere osi x a rovnomerného pohybu po kružnici v rovine kolmej na os x . Výsledný pohyb elektrónov sa deje po skrutkovnici s rastúcou výškou závitů.

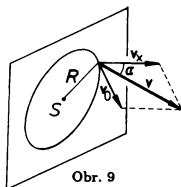
- b) Označíme $v_0 = v \sin \alpha$, čo je priemet začiatočnej rýchlosti v elektrónu do roviny $x = \text{konšt.}$ (obr. 9). Pre pohyb po kružnici v rovine $x = \text{konšt.}$ platí

$$\frac{mv_0^2}{R} = Bev_0,$$

z toho

$$R = \frac{mv_0}{Be}. \quad (1)$$

Elektróny, ktoré majú rôzne veľkosti v_0 zložky v_0 výstupnej rýchlosti, sa pohybujú po skrutkovicovej trajektórii



Obr. 9

s rozličnými polomerami R .

Doba T jednej otáčky elektrónu, ak jeho trajektóriu premietneme do roviny $z = \text{konšt.}$, je

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} \quad (2)$$

a úpravou použitím vzťahu (1)

$$T = \frac{2\pi m}{Be}.$$

Podmienka, aby elektróny dopadali do jedného bodu P na kladnej doske, je, aby doba t ich pohybu medzi doskami bola rovná celočíselnému násobku doby T , t. j. nT , kde $n = 1, 2, 3, \dots$. To znamená, že pohyb elektrónu po kružnici spôsobený magnetickým poľom musí byť zosynchronizovaný s priamočarým pohybom zapríčineným elektrickým poľom. Potom platí

$$d = v_x nT + \frac{1}{2} \cdot \frac{eU}{md} (nT)^2, \quad (3)$$

kde v_x je x -zložka začiatočnej rýchlosti elektrónov emitovaných zdrojom. Ide o pomalé elektróny, prvý člen súčtu

v (3) vzhľadom na druhý je zanedbateľný. Potom z (3), (2) a (1) máme

$$U \doteq \frac{e}{2m} \left(\frac{Bd}{\pi n} \right)^2.$$

Presnú bodovú fokusáciu elektrónov nemožno dosiahnuť, lebo všetky elektróny nemajú začiatočné rýchlosti také, aby prvý člen v (3) bol skutočne zanedbateľný voči druhému členu v tomto vzťahu. Ďalšou príčinou rozptylu je vzájomné silové ovplyvňovanie elektrónov, čo sme nebrali do úvahy.

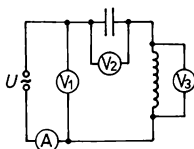
6. úloha (navrhl doc. RNDr. Ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Meranie indukčnosti a odporu cievky

Navrhните a zdôvodните postup merania indukčnosti L a odporu R cievky pomocou troch voltmetrova a jedného ampérmetra v zapojení podľa obr. 10 (meriame napätia U_1, U_2, U_3 a prúd I). Odpor spojovacích vodičov v porovnaní s hodnotou R je veľmi malý a odpor voltmetrova veľký. Vykonajme merania pre rôzne hodnoty kapacity C kondenzátora, určte stredné hodnoty a odchýlky vypočítaných veličín. Hodnoty meraných a vypočítaných veličín zaznamenajte do prehľadných tabuliek.

Pomôcky: zdroj striedavého harmonického napätia 15 V s frekvenciou 50 Hz, niekoľko kondenzátorov s kapacitami $30 \mu\text{F}$ až $50 \mu\text{F}$, cievka z rozkladného transformátora 1 200 závitov, ampérmeter na meranie striedavého prúdu do 1,2 A, tri voltmetre na meranie striedavého napätia.

Zapojenie obvodu je na obr. 10.



Obr. 10

Řešení

Jde o sériový obvod, jímž prochází proud I . Označíme X_L reaktanci cívky, X_C reaktanci kondenzátoru, přičemž

$$X_L = 2\pi fL, \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC},$$

kde C je kapacita kondenzátoru, k jehož ztrátám nepřihlížíme. Cívku nahradíme sériovou kombinací indukčnosti L a odporu R , jejíž impedance

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_L^2}.$$

Celý sériový obvod má impedanci

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Poněvadž $Z_1 = \frac{U_1}{I}$, $Z_2 = \frac{U_2}{I}$, dostaneme

$$R^2 + X_L^2 = \frac{U_3^2}{I^2}, \quad (1)$$

$$R^2 + (X_L - X_C)^2 = \frac{U_1^2}{I^2}.$$

Uvážíme-li ještě, že $X_C = \frac{U_2}{I}$, můžeme z posledních tří vztahů vyloučit R a X_C a po úpravě dostaneme

$$X_L = \frac{1}{2IU_2} (U_2^2 - U_1^2 + U_3^2), \quad L = \frac{X_L}{2\pi f};$$

potom pomocí (1)

$$R = \sqrt{\frac{U_3^2}{I^2} - X_L^2}.$$

Naměřené a vypočítané hodnoty jsou sestaveny v tabulce I. Obvyklým zpracováním údajů v tabulce dostaneme výsledky

$$L \doteq (48,3 \pm 0,2) \text{ mH}, \quad R \doteq (12,4 \pm 0,1) \Omega.$$

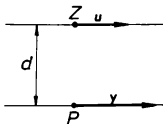
Tabulka I

č.	$\frac{I}{\text{mA}}$	$\frac{U_1}{\text{V}}$	$\frac{U_2}{\text{V}}$	$\frac{U_3}{\text{V}}$	$\frac{X_L}{\Omega}$	$\frac{L}{\text{mH}}$	$\frac{R}{\Omega}$
1	175	15,0	17,5	3,5	15,27	48,6	12,9
2	197	15,0	17,8	3,7	15,05	47,9	11,2
3	236	15,0	18,4	4,7	15,62	49,7	12,5
4	305	15,0	19,0	6,0	14,84	47,2	12,9

7. úloha (navrhl doc. RNDr. J. Zámečník, CSc.)

Obrázok 11 znázorňuje začiatočnú polohu zdroja zvuku Z a prijímača zvuku P v čase $t = 0$ s, ktoré sa pohybujú stálymi rýchlosťami u a v po dvoch navzájom rovnobežných priamkach. Vzájomná vzdialenosť priamok je d , zdroj má frekvenciu f . Predpokladáme, že $u, v \ll c$, kde c je rýchlosť zvuku.

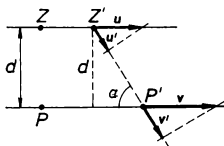
- Určte závislosť frekvencie f' prijímaného zvukového vlnenia od času t v intervale $t \in (-\infty; \infty)$.
- Za akých podmienok bude $f = f'$?
- Vyšetrite a zobrazte závislosť frekvencie f' od času v konkrétnych prípadoch: $f = 1\,000\text{ Hz}$, $v = -u$, $v = u = 20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $d_1 = 10\text{ m}$, $d_2 = 2,0\text{ m}$, $d_3 = 0\text{ m}$, $c = 340\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obr. 11

Riešenie

- Situácia v čase t je znázornená na obr. 12. Zdroj sa posunie do bodu Z' , prijímač do bodu P' . Zdroj sa ku prijímaču približuje rýchlosťou u' , ktorej veľkosť je $u' = u \cos \alpha$, preto podľa Dopplerova princípu má zdanlivú



Obr. 12

frekvenciu

$$f'' = f \frac{1}{1 - \frac{u'}{c}}.$$

Prijímač sa od zdroja vzdialuje rýchlosťou v' s veľkosťou $v' = v \cos \alpha$, pozorovateľ preto registruje tón s frekvenciou

$$f' = f'' \left(1 - \frac{v'}{c} \right) = f \frac{c - v \cos \alpha}{c - u \cos \alpha}. \quad (1)$$

Podľa obr. 12 platí

$$\cos \alpha = \frac{(v - u)t}{\sqrt{(v - u)^2 t^2 + d^2}}. \quad (2)$$

Pre $t \in (-\infty; \infty)$ je $\alpha \in \langle \pi, 0 \rangle$.

b) $f' = f$, ak

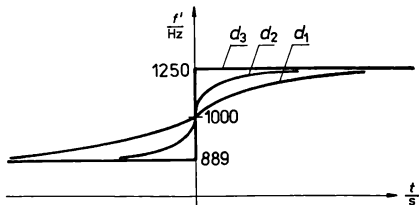
$$\frac{c - v \cos \alpha}{c - u \cos \alpha} = 1.$$

Vo všeobecnom prípade $u \neq v$, takže uvedená podmienka platí len pre $\cos \alpha = 0$, z čoho $\alpha = \frac{\pi}{2}$, t. j. pre čas $t = 0$ s.

- c) Dosadením zadaných hodnôt u, v, f do (1), resp. (2) dostaneme

$$f' = f \cdot \frac{c - \frac{2u^2t}{\sqrt{4u^2t^2 + d^2}}}{c + \frac{2u^2t}{\sqrt{4u^2t^2 + d^2}}}.$$

Na obr. 13 sú grafy funkcie frekvencie f' v závislosti od času t pre tri rôzne vzdialenosti d_1, d_2, d_3 .



Obr. 13

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhl doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Jeden z prvých modelov atómu vodíka, ktorého autorom bol *John Joseph Thomson* (1856–1940), bol založený na predstave rovnomerne rozloženého kladného náboja v priestore gule s elektrónom s nábojom $-e$ v jej strede. Atóm ako celok bol navonok elektricky neutrálny. Polomer tejto gule sa považoval za polomer atómu vodíka. Experimentálne bolo

zistené, že na ionizáciu atómu vodíka, t. j. na uvoľnenie jeho elektrónu, je potrebné vykonať prácu W_0 .

- Určte všeobecne prácu W_1 , ktorú je potrebné vykonať pri premiestnení elektrónu zo stredu atómu vodíka na jeho povrch v tomto modeli.
- Určte všeobecne prácu W_2 , ktorú je potrebné vykonať pri premiestnení elektrónu z povrchu atómu vodíka do veľkej vzdialenosti od atómu v tomto modeli.
- Určte polomer R atómu vodíka v Thomsonovom modeli, ak práca potrebná k ionizácii atómu vodíka je W_0 .
Úlohu c) riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $W_0 = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}$, $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Riešenie

Potenciál φ na povrchu gule s polomerom R , ak je v nej rovnomerne rozložený elektrický náboj Q , je

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R} = k_0 \frac{Q}{R}.$$

- Prácu W_1 potrebnú na premiestnenie elektrónu zo stredu gule na jej povrch určíme pomocou následovnej úvahy: Vo vzdialenosti r od stredu gule ($r \leq R$) pôsobí na elektrón sila F s veľkosťou

$$F = -Ee = -k_0 \frac{Q'}{r^2} e,$$

kde Q' je elektrický náboj gule s polomerom r . Elektrický náboj z guľovej vrstvy s polormi r, R na elektrón nepôsobí, lebo elektrón je vo vnútri tejto vrstvy. Pre Q' máme

$$Q' = e \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{e}{\frac{4}{3} \pi R^3} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = e \left(\frac{r}{R} \right)^3,$$

kde ρ je priestorová hustota náboja.

Dosadením do predchádzajúceho vzťahu a jeho úpravou máme

$$F = -k_0 \frac{e^2}{R^3} r.$$

Z toho vyplýva, že na elektrón pri jeho presune pôsobí vonkajšia sila $F_v = -F$, ktorá v strede gule má veľkosť 0 N a na povrchu gule má veľkosť

$$F_{\max} = k_0 \frac{e^2}{R^2}.$$

Prácu W_1 , ktorú vykoná táto sila pri premiestnení elektrónu zo stredu atómu vodíka na jeho povrch, určíme pomocou strednej hodnoty sily

$$W_1 = \frac{1}{2} F_{\max} R = \frac{1}{2} k_0 \frac{e^2}{R}.$$

- b) Práca W_2 potrebná na premiestnenie elektrónu z povrchu gule do nekonečna je

$$W_2 = (\varphi_{\infty} - \varphi)e = k_0 \frac{Qe}{R} = k_0 \frac{e^2}{R},$$

lebo $Q = e$ (gula je navonok elektricky neutrálna).

- c) Ionizačná práca atómu vodíka v Thomsonovom modeli je rovná súčtu prác W_1 a W_2

$$W_0 = W_1 + W_2 = \frac{3}{2} k_0 \frac{e^2}{R}.$$

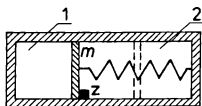
Ak je známa ionizačná práca W_0 , je možno pomocou nej určiť polomer R atómu

$$R = \frac{3k_0 e^2}{2W_0} = \frac{3e^3}{8\pi\epsilon_0 W_0}.$$

Pre dané hodnoty $R \doteq 1,59 \cdot 10^{-10}$ m.

2. úloha (navrhl doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

V kruhovom valci je piest s hmotnosťou m , ktorý rozdeľuje valec na 1. a 2. časť. V 1. časti valca je uzavreté látkové množstvo n plynu, v 2. časti valca je vo vákuu medzi piestom a stenou valca pružina (obr. 14). Piest v začiatočnej polohe je zachytený zarážkou z , pružina v tejto polohe nie je deformovaná. Začiatočný tlak plynu je p , začiatočná teplota plynu T . Zarážku uvoľníme, piest sa uvedie do pohybu. V okamihu, keď sa objem plynu zväčšil na dvojnásobok svojej začiatočnej hodnoty, tlaková sila plynu na piest je rovná deformačnej sile pružiny.



Obr. 14

Pre tento okamih určte

- tlak p_1 plynu,
- teplotu T_1 plynu,
- prácu W , ktorú plyn vykonal od začiatočného stavu,
- prácu W_1 , ktorú plyn vykonal pri deformovaní pružiny,
- rýchlosť pohybu piestu.
- Ďalej popíšte pohyb, ktorý bude pravdepodobne piest konať od uvedeného okamihu. Zdôvodnite.

Valec je tepelne izolovaný od okolia, merné tepelné kapacity a merné tepelné vodivosti valca, piestu a pružiny sú veľmi

malé. Trenie pri pohybu piestu neuvažujte. Hmotnosť pružiny je veľmi malá. Plyn považujte za ideálny.

Riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $m = 0,300 \text{ kg}$, $n = 1,00 \text{ mol}$, plyn je jednoatómový, $p = 31,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T = 450 \text{ K}$.

Poznámka: Mólová tepelná kapacita jednoatómového plynu je $C_{mV} \doteq 1,5R_m$, mólová plynová konštanta $R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$, Poissonova konštanta jednoatómového plynu $\kappa \doteq 1,67$.

Riešenie

V plyne sa uskutočnil adiabatický dej. Odpovieme na otázky a) až e), ktoré sa týkajú stavu sústavy tvorenej plynom, piestom a pružinou, v okamihu, keď objem plynu sa rovnal dvojnásobku začiatočnému objemu V plynu, t. j. $V_1 = 2V$.

a) Pre tlak p_1 plynu máme

$$pV^\kappa = p_1V_1^\kappa.$$

Po úprave a dosadení

$$p_1 = p \left(\frac{V}{V_1} \right)^\kappa. \quad (1)$$

b) Teplotu T_1 plynu určíme zo stavovej rovnice

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_1V_1}{T_1} = p \left(\frac{V}{V_1} \right)^\kappa \frac{V_1}{T_1}.$$

Z toho

$$T_1 = T \left(\frac{V}{V_1} \right)^{\kappa-1}. \quad (2)$$

- c) Práca W , ktorú plyn vykonal pri adiabatickej expanzii, je daná vzťahom

$$W = nC_{mV}(T - T_1).$$

Ak do tohto vzťahu dosadíme (2), úpravou dostaneme

$$W = nC_{mV} \left[1 - \left(\frac{V}{V_1} \right)^{\kappa-1} \right] T.$$

- d) Pri deformovaní pružiny plyn vykonal prácu

$$W_1 = \frac{1}{2}p_1(V_1 - V) = \frac{1}{2}p_1V_1 \left(1 - \frac{V}{V_1} \right). \quad (3)$$

Zo stavovej rovnice máme

$$p_1V_1 = nR_mT_1,$$

dosadením do (3) a úpravou určíme

$$W_1 = \frac{n}{2}R_m \left(\frac{V}{V_1} \right)^{\kappa-1} \left(1 - \frac{V}{V_1} \right) T.$$

- e) Kinetická energia piestu je

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = W - W_1,$$

potom

$$v = \sqrt{2 \frac{W - W_1}{m}}.$$

- f) Piest zotrvačnosťou prebehne rovnovážnou polohou, v ktorej objem plynu je V_1 . Rýchlosť jeho pohybu sa bude zmenšovať pôsobením sily pružiny. V istej polohe sa zastaví, kedy celá práca vykonaná plynom je rovná elastickej potenciálnej energii pružiny. V tejto polohe však sila pružiny je väčšia ako tlaková sila plynu pôsobiaca na piest, ktorý sa začne pohybovať v opačnom smere. Piest zotrvačnosťou prejde rovnovážnou polohou do krajnej polohy, zvýši sa vnútorná energia plynu na svoju začiatočnú hodnotu a dej sa opakuje. Piest koná periodický kmitavý pohyb.

Pre dané hodnoty: a) $p_1 \doteq 9,74 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; b) $T_1 \doteq 283 \text{ K}$; c) $W \doteq 2,08 \text{ kJ}$; d) $W_1 \doteq 588 \text{ J}$; e) $v \doteq 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3. úloha (navrhl doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc.)

Gúľa umiestnená vo vákuu je zložená z dvoch opticky izolovaných prostredí: do polomeru r obsahuje prvé prostredie s indexom lomu n_1 a v guľovej vrstve od polomeru r až do polomeru R , $R > r$, obsahuje druhé prostredie s indexom lomu $n_2 < n_1$, $n_2 > 1$.

Vo vnútri guľe vo vzdialenosti a od jej stredu, $a < r$, je bodový zdroj svetla s rovnakou svietivosťou vo všetkých smeroch.

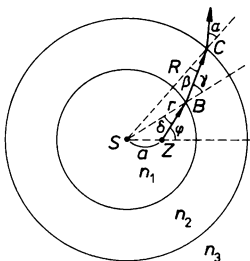
- Nakreslite všeobecne prechod jedného lúča zo zdroja svetla do vákuu a uveďte, aké lomy lúča na rozhraniach nastávajú. Všetky lúče zo zdroja svetla sa môžu dostať do vákuu? Vysvetlite.
- Určte priestorový uhol ω , ktorým je vymedzená časť lúčov zo zdroja svetla dostávajúcich sa do vákuu.
- Určte podiel p svetelného toku svetla, ktoré sa dostáva do vákuu, a celkového svetelného toku zdroja. Predpokla-

dajte, že prechádzajúce sväsky lúčov nie sú rozhraniami a vrstvami zoslabované.

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom časti b) a c) úlohy pre hodnoty $R = 8,00 \text{ cm}$, $a = 5,50 \text{ cm}$, $n_1 = 1,74$, $n_2 = 1,50$, $n_3 = 1,00$.

Riešenie

- a) Vzhľadom na to, že $n_1 > n_2 > n_3 = 1$ (vákuum), nastáva pri prechode lúča do vákuu dvakrát lom od kolmice (obr. 15). Nie všetky lúče vysielané zo zdroja sa dostanú do vákuu. Do vákuu sa dostanú lúče, ktoré sa neodrazia na rozhraní medzi vnútornou guľou a vrstvou (1. rozhranie) alebo medzi guľovou vrstvou a vákuom (2. rozhranie).



Obr. 15

- b) Podľa zdôvodnenia v bode a) do guľovej vrstvy sa dostanú

len lúče, ktorých uhol dopadu je menší ako medzný úhol daný vzťahom

$$\sin \delta_m = \frac{n_2}{n_1}.$$

Z trojuholníka *SZB* však máme

$$r \sin \delta_m = a \sin \varphi.$$

Po úprave, ak použijeme predchádzajúci vzťah, dostaneme uhol φ_{10}

$$\sin \varphi_{10} = \frac{r}{a} \cdot \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

Všetky lúče, u ktorých uhol φ je väčší ako uhol φ_{10} , sa odrážajú späť už na 1. rozhraní.

Predpokladajme, že lúč prejde do guľovej vrstvy. Pre jeho prechod z 1. do 2. prostredia platí

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Zo sínusovej vety v *SBC* máme

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{R}{r},$$

avšak pre medzný uhol na rozhraní gule a vákua platí

$$\sin \beta_m = \frac{1}{n_2}.$$

Použitím uvedených vzťahov úpravami dostaneme

$$\sin \varphi_{20} = \frac{1}{n_1} \cdot \frac{R}{a}. \quad (2)$$

Podmienkou vzniku úplného odrazu na rozhraniach však je $r > a \geq r \frac{n_2}{n_1}, r > a \geq R \frac{1}{n_1}$, ako to vyplýva z (1) a (2). Podmienka (1) určuje hraničný uhol φ pre odraz na 1. rozhraní, podmienka (2) hraničný uhol pre odraz na 2. rozhraní. Do vákua sa dostanú lúče, ktoré vystupujú zo zdroja Z pod uhlom φ menším, ako je menší uhol z dvojice $\varphi_{10}, \varphi_{20}$, čo zapíšeme

$$\varphi_0 = \min(\varphi_{10}, \varphi_{20}).$$

Ak $n_2 r < R$, do guľovej vrstvy prechádzajú už len lúče, ktoré všetky prechádzajú ďalej lomom do vákua. V prípade, že $n_2 r > R$, časť lúčov prechádzajúcich do guľovej vrstvy sa na 2. rozhraní odráža a časť ich prechádza rozhraním. Priestorový uhol, ktorým je vymedzená časť lúčov prechádzajúcich zo zdroja svetla do vákua, je daný vzťahom

$$\omega_0 = 2\pi(1 - \cos \varphi_0).$$

Rovnakým priestorovým uhlom však prechádza tok svetla i druhou stranou gule, preto

$$\begin{aligned}\omega &= 2\omega_0 = 4\pi(1 - \cos \varphi_0) \\ \omega &= 4\pi \left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_0}\right).\end{aligned}$$

Podiel p je rovný $\frac{\omega}{4\pi}$, t. j.

$$p = 1 - \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_0}.$$

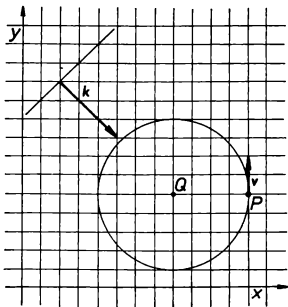
V našom prípade $n_2 r = 9 \text{ cm} > R = 8,00 \text{ cm}$, preto platí

$$\omega = 4\pi \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{n_1 a}\right)^2}\right], \quad p = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{n_1 a}\right)^2}.$$

Pre dané hodnoty: b) $\omega \doteq 5,67 \text{ sr}$; c) $p \doteq 0,451$.

4. úloha (navrhli doc. RNDr. Jozef Zámečník, CSc. a
doc. RNDr. Ivan Baník, CSc.)

Na obr. 16 je znázornená rovinná vlna charakterizovaná vlnovým vektorom k a dvaja pozorovatelia P a Q . Pozorovateľ Q je vzhľadom k danej súradnicovej sústave v pokoji a registruje vlnenie s frekvenciou $f = 10,0$ Hz. Pozorovateľ P sa pohybuje rovnomerným pohybom po znázornenej kružnici. Na obrázku je znázornená jeho poloha i okamžitá rýchlosť v v čase $t = 0$ s. Údaje o veličinách, potrebné k riešeniu, určte z obrázku. Jednotková úsečka v sieti na obrázku je jednotkou SI príslušnej veličiny.



Obr. 16

- a) Vyjadrite frekvenciu f' vlnenia, ktorú registruje pozorovateľ P , ako funkciu času, $f' = f(t)$.
- b) Zostrojte graf tejto funkcie $f' = f(t)$ určenej v bode a) za dobu jednej periódy pohybu pozorovateľa P po kružnicovej trajektórii.
- c) Určte interval frekvencií, ktoré registruje pozorovateľ P . Zdroj vlnenia je vzhľadom k súradnicovej sústave v pokoji.

Riešenie

- a) Pre frekvenciu f' , ktorú registruje pozorovateľ P , podľa Dopplerovho princípu platí

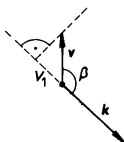
$$f' = \frac{c - v'}{c} f, \quad (1)$$

kde c je veľkosť rýchlosti šírenia vlnenia a f jeho frekvencia, ktorá je zhodná s frekvenciou registrovanou pozorovateľom Q . Rýchlosť v má veľkosť rovnú priemetu rýchlosti $|v|$ do smeru vektora k . Veľkosť v' rýchlosti môžeme určiť dvojakým spôsobom:

1.

$$\begin{aligned} v' &= v \cos(\omega t + \beta) = \\ &= v \cos\left(\frac{v}{r}t + \beta\right), \end{aligned} \quad (2)$$

v , r a β možno určiť z obr. 16.



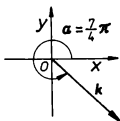
Obr. 17

2. použitím skalárneho súčinu (obr. 17):

$$\begin{aligned}
 v' = v \cdot k_0 &= v \cdot \frac{k}{k} = \frac{vk}{k} = \frac{v_x k_x + v_y k_y}{k} = \\
 &= v(-\sin \omega t \cos \alpha + \cos \omega t \sin \alpha) = -v \sin(\omega t - \alpha) = \\
 &= v \cos(\omega t + \beta) = v \cos\left(\frac{v}{r}t + \beta\right),
 \end{aligned}$$

kde

$$\begin{aligned}
 v &= (v_x, v_y) = (-v \sin \omega t, v \cos \omega t), \\
 k &= (k_x, k_y) = (k \cos \alpha, k \sin \alpha), \\
 \alpha &= \frac{7}{4}\pi, \quad \beta = \frac{3}{4}\pi \text{ (pozri obr. 17, 18).}
 \end{aligned}$$



Obr. 18

Veľkosť c rýchlosti šírenia vlny určíme z veľkosti k vlnového vektora. Platí

$$k = \frac{2\pi f}{c}, \quad c = \frac{2\pi f}{k}. \quad (3)$$

Dosadením (2), (3) do (1) a úpravou máme

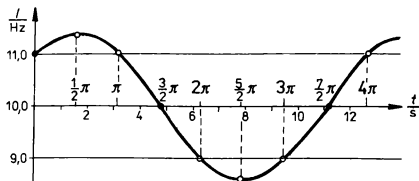
$$f' = f - \frac{vk}{2\pi} \cos \left(\frac{v}{r}t + \frac{3}{4}\pi \right),$$

kde $f = 10,0 \text{ Hz}$, $v = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $k = \sqrt{18} \text{ m}^{-1}$, $r = 4,0 \text{ m}$.

b) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = 4\pi \text{ [s]}$, $\frac{vk}{2\pi} \doteq 1,4 \text{ Hz}$.

Graf funkcie je na obr. 19.

c) Interval frekvencií, ktoré registruje pozorovateľ, je $\langle 8,6 \text{ Hz}; 11,4 \text{ Hz} \rangle$.



Obr. 19

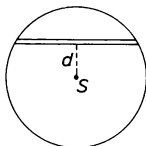
c) Tretie kolo súťaže

1. úloha (navrhl doc. RNDr. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Dutá tenkostenná kovová guľa s polomerom R je vo vzdialenosti $d < R$ od stredu rozdelená rovinným rezom na dve časti (obr. 20). Obidve časti sú od seba izolované veľmi tenkou vrstvou vákua, vo vnútri i mimo gule je tiež vákuum. Obidve časti gule sú elektrizované, plošná hustota σ elektrického náboja je vo všetkých miestach gule rovnaká.

- Určte intenzitu E elektrického poľa v bode vo vzdialenosti $r > R$ od stredu gule, na povrchu gule ($r = R$) a vo vnútri gule ($r < R$).
- Určte veľkosť F sily, ktorou sa obidve časti gule navzájom odpudzujú v dôsledku elektrického pôsobenia.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $R = 0,10 \text{ m}$, $d = 0,040 \text{ m}$, $\sigma = 3,1 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$, $r = 0,20 \text{ m}$, permitivita vákua $\epsilon_0 \doteq 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.



Obr. 20

Riešenie

- a) Intenzita elektrického poľa gule vo vzdialenosti $r > R$ od jej stredu sa určí rovnako ako intenzita poľa bodového náboja uloženého v strede gule. Platí:

$$E = k_0 \frac{Q}{r^2}; \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi R^2 \sigma}{r^2};$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r} \right)^2.$$

Na povrchu gule ($r = R$) nie je intenzita elektrického poľa definovaná. Intenzita E má radiálny smer od stredu guľovej plochy, ak je elektrický náboj gule kladný, alebo do stredu guľovej plochy, ak je elektrický náboj gule záporný.

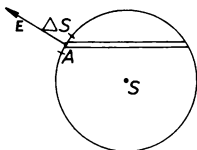
Vo vnútri guľovej plochy $E = 0$.

- b) K určení veľkosti sily, ktorou sa odpudzujú dve časti duťnej tenkostennej gule, budeme uvažovať najskôr intenzitu elektrického poľa v bode A blízko nad povrchom gule.

V okolí bodu A zvolíme malú plôšku ΔS . Veľkosť intenzity elektrického poľa nad povrchom gule v bode A je

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(obr. 21). Vo vnútri gule je intenzita nulová. Teraz si povrch gule myslene rozdelíme na elementárnu plôšku ΔS s nábojom $\Delta Q = \sigma \Delta S$ a ostatnú časť povrchu gule. Malá plôška vytvára „prvé“ elektrické pole a zvyšná časť povrchu vytvára „druhé“ elektrické pole, ktoré sa navzájom skladajú v priestor nad plôškou i pod plôškou.



Obr. 21

Pre intenzity E_1, E_2 elektrického poľa z oboch strán plôšky platí (plôšku považujeme za rovinnú)(obr. 22)

$$E_1 = -E_2,$$

t. j. $E_1 = E_2$.



Obr. 22

Intenzitu elektrického poľa od zvyšnej časti gule v bode A označme E' , pričom platí

$$\begin{aligned} E' + E_1 &= E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \\ E' - E_1 &= 0 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}. \end{aligned}$$

Z týchto rovníc máme

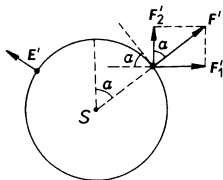
$$E' = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Sila F , ktorou pôsobí elektrické pole gule na plošku ΔS , je kolmá na plošku (obr. 23) a má veľkosť

$$F' = \Delta Q E' = \sigma \Delta S \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \Delta S.$$

Silu F' rozložíme na dve zložky: zložku F'_1 rovnobežnú s rovinou rezu a zložku F'_2 kolmú na rovinu rezu,

$$F'_1 = F' \sin \alpha, \quad F'_2 = F' \cos \alpha,$$



Obr. 23

α je uhol, ktorý zvierá spojnica stredu S a plôšky s polomerom kolmým na rovinu rezu, obr. 23.

Výsledná sila F , ktorá pôsobí na celý guľový vrchlík, t. j. sila ich vzájomného pôsobenia, má veľkosť

$$F = \sum F' \cos \alpha, \quad \text{lebo} \quad \sum F' \sin \alpha = 0 \text{ N.}$$

Teda

$$F = \sum \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \Delta S \cos \alpha = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \sum \Delta S \cos \alpha.$$

Výraz $\sum \Delta S \cos \alpha$ predstavuje kolmý premiet obsahov všetkých malých plôšok guľového vrchlíka do rezovej roviny, teda je to obsah kruhu rezu

$$\sum \Delta S \cos \alpha = \pi r^2 = \pi(R^2 - d^2).$$

Dosadením tohto výsledku do posledného vzťahu máme

$$F = \frac{\pi \sigma^2}{2\epsilon_0} (R^2 - d^2).$$

Pre dané hodnoty:

- a) $E(r = 0,20 \text{ m}) \doteq 8,8 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$; $E(r < R) = 0 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$;
b) $F \doteq 0,014 \text{ N}$.

2. úloha (navrhl RNDr. J. Gembarovič, CSc.)

Tenista pri tréningu postupuje po vodorovnej betónovej cvičnej ploche rovnomerne priamočiaro rýchlosťou v_1 smerom kolmo ku zvislej stene. Odráža raketou loptičku, ktorá vždy v okamihu odrazu z jeho rakety má rovnakú rýchlosť v_2 , $v_2 > v_1$.

Rýchlosť v_2 má smer kolmo ku stene. Guľová loptička má priemer d , vzdialenosť tenistu od steny v čase $t = 0 \text{ s}$ je y_0 .

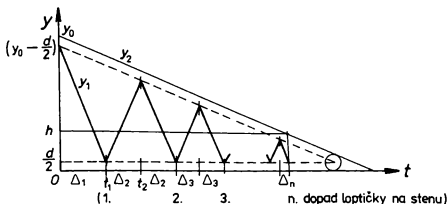
- a) Určte vzdialenosť rakety tenistu od steny v okamihu, keď loptička dopadne na stenu n -tý krát.
b) Určte dobu letu loptičky od rakety ku stene po n -tom odraze loptičky od rakety tenistu.
c) Určte, koľkokrát sa odrazí loptička od rakety tenistu od začiatku jeho pohybu až do okamihu, keď vzdialenosť rakety od steny sa zmenší na hodnotu d .

Predpokladajte, že loptička, raketa, betónová plocha i stena sú dokonale pružné, odrazy loptičky prebiehajú okamžite, odpor vzduchu je veľmi malý.

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $v_1 = 1,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 10,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $y_0 = 20,0 \text{ m}$, $d = 0,080 \text{ m}$, $n = 8$.

Riešenie

- a) Zostrojíme graf, v ktorom na vodorovnej osi je čas t a na zvislej osi je vzdialenosť y_1 ťažiska loptičky od steny a vzdialenosť y_2 rakety od steny v danom čase (obr. 24). Označme h vzdialenosť rakety od steny v okamihu n -tého odrazu loptičky od steny, $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ príslušné doby



Obr. 24

medzi po sebe idúcimi odrazmi loptičky od rakety a od steny. Platí (podľa obrázku)

$$\Delta_1 + 2\Delta_2 + \dots + 2\Delta_n = \frac{y_0 - h}{v_1}, \quad (1)$$

kde

$$\Delta_1 = \frac{y_0 - d}{v_2}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 = t_2 - t_1 &= \frac{2(y_0 - d)}{v_1 + v_2} - \frac{y_0 - d}{v_2} = \\ &= \frac{y_0 - d}{v_2} \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2}, \end{aligned}$$

dosadením Δ_1

$$\Delta_2 = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \Delta_1. \quad (3)$$

Z výsledku (3) možno napísať rekurentný vzťah pre dobu Δ_k :

$$\Delta_k = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \Delta_{k-1},$$

kde postupným dosadením za Δ_{k-1} by sme dostali

$$\Delta_k = \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^{k-1} \Delta_1. \quad (4)$$

Dosadením $\Delta_k, k = 1, \dots, n$, do vzťahu (1) máme

$$\begin{aligned} \Delta_1 + 2 \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \Delta_1 + \dots + 2 \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^{n-1} \Delta_1 = \\ = \Delta_1 \left\{ 2 \left[1 + \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} + \dots + \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^{n-1} \right] - 1 \right\} = \\ = \frac{y_0 - h}{v_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Výraz v hranatej zátvorke je geometrická postupnosť s kvocientom

$$q = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2}$$

a prvým členom 1, má n členov. Pre súčet n členov postupnosti platí vzťah

$$s = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q},$$

kde a_1 je prvý člen geometrickej postupnosti.

Po úprave vzťahu (5) máme

$$\Delta_1 \left[2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^n}{1 - \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2}} - 1 \right] = \frac{y_0 - h}{v_1}. \quad (6)$$

Z tohto výrazu určíme, po dosadení za Δ_1 z (2), hľadanú veličinu h

$$h = y_0 - \frac{v_1}{v_2}(y_0 - d) \left[\frac{v_2}{v_1} - \left(\frac{v_2}{v_1} - 1 \right) \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^{n-1} \right].$$

- b) Po n -tom odraze loptičky od rakety tenistu letí loptička ku stene dobu Δ_n , ktorá je daná vzťahom (4)

$$\Delta_n = \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^{n-1} \Delta_1 = \frac{y_0 - d}{v_2} \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^{n-1}.$$

- c) Zo vzťahu (6) určíme hodnotu n pre $h = d$; dostaneme výraz

$$1 - \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^n = 1.$$

Vzhľadom na to, že v_1, v_2 sú kladné veličiny, tento vzťah je splnený v limite, ak $n \rightarrow \infty$, vtedy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} \right)^n = 0.$$

Loptička vykoná nekonečne veľa odrazov. V skutočnosti, v reálnom deji, je tento počet konečný.

Pre dané hodnoty veličín: $h \doteq 4,48 \text{ m}$, $\Delta_8 \doteq 0,489 \text{ s}$, $n \rightarrow \infty$.

3. úloha (navrhl doc. RNDr. Árpád Kecskés, CSc.)

Máte k dispozícii tri tenké rovnaké spojky, každá má ohniskovú vzdialenosť f . Vytvoríte centrovanú sústavu šošoviek tak, že vzájomná vzdialenosť prvej a druhej šošovky je d_1 , vzájomná vzdialenosť druhej a tretej šošovky je d_2 . Daná sústava šošoviek vytvorí reálny obraz predmetu na tienidle, ktoré je vo vzdialenosti D od predmetu.

a) Sústava má spĺňať túto podmienku:

Ak posúvame sústavu pozdĺž optickej osi, ostrosť obrazu sa nemení. Pri akých hodnotách parametrov d_1, d_2, D je podmienka splnená?

b) Pomocou určenej zobrazovacej sústavy zobrazte predmet na tienidle a úvahou určte vlastnosti obrazu. Ako sa nazýva sústava s uvedenými vlastnosťami?

Riešenie

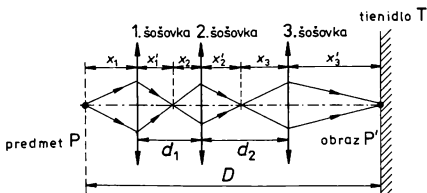
a) Podľa zadania úlohy môžeme načrtnúť schému sústavy šošoviek, obr. 25. Predmet P nech sa nachádza vo vzdialenosti x od prvej šošovky. Podľa zobrazovacej rovnice vytvorí prvá šošovka reálny obraz vo vzdialenosti

$$x'_1 = \frac{xf}{x-f}.$$

Tento obraz, ktorý je pre druhú šošovku predmetom, má od druhej šošovky vzdialenosť $x_2 = d_1 - x'_1$, čo je predmetová vzdialenosť druhej šošovky,

$$x_2 = d_1 - x'_1 = d_1 - \frac{xf}{x-f}.$$

Reálny obraz predmetu vytvorený druhou šošovkou bude



Obr. 25

vo vzdialenosti x'_2 ,

$$x'_2 = \frac{x_2 f}{x_2 - f} = \frac{\left(d_1 - \frac{x f}{x - f}\right) f}{d_1 - \frac{x f}{x - f} - f}.$$

Tento obraz, ktorý je pre tretiu šošovku predmetom, je od tretej šošovky vo vzdialenosti $x_3 = d_2 - x'_2$, čo je predmetová vzdialenosť tretej šošovky,

$$\begin{aligned} x_3 &= d_2 - x'_2 = \\ &= \frac{d_2[d_1(x - f) - 2xf + f^2] - f[d_1(x - f) - xf]}{d_1(x - f) - 2xf + f^2}. \end{aligned}$$

Reálny obraz predmetu vytvorený treťou šošovkou vznikne vo vzdialenosti x'_3

$$x'_3 = \frac{x_3 f}{x_3 - f} = \frac{(d_2 - x'_2) f}{d_2 - x'_2 - f},$$

po dosadení za x'_2 a úprave

$$x'_3 = f \{ d_2 [d_1(x - f) - 2xf + f^2] - f[d_1(x - f) - xf] \} \cdot \\ \cdot \{ d_2 [d_1(x - f) - 2xf + f^2] - f[d_1(x - f) - xf] - \\ - f[d_1(x - f) - 2xf + f^2] \}^{-1}. \quad (1)$$

Vzdialenosť D predmetu od tienidla dostaneme súčtom vzdialeností

$$D = x + d_1 + d_2 + x'_3. \quad (2)$$

Ak do vzťahu (2) dosadíme vzťah (1) za x'_3 a výraz upravíme podľa mocnín vzdialenosti x , dostaneme

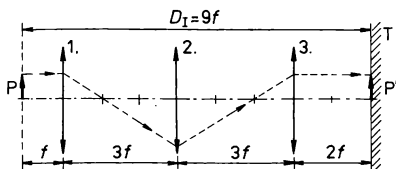
$$D = d_1 + d_2 + \left\{ [d_1 d_2 - 2(d_1 + d_2)f + 3f^2]x^2 + \right. \\ \left. + f^2(d_1 - d_2)x + f^2[(d_1 + d_2)f - d_1 d_2] \right\} \cdot \\ \cdot \left\{ [d_1 d_2 - 2(d_1 + d_2)f + 3f^2]x + \right. \\ \left. + f[d_1 f - (d_1 - f)(d_2 - f)] \right\}^{-1}. \quad (3)$$

Podmienky úlohy sú splnené, ak hodnota vzdialenosti D , vyjadrená vzťahom (3), nezávisí od x . Táto podmienka bude splnená, ak koeficienty pri x budú nulové. Položíme preto súčinitele pri x a x^2 vo výraze (3) rovné nule

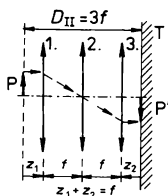
$$f^2(d_1 - d_2) = 0, \quad \text{t. j.} \quad d_1 = d_2 = d; \quad (4)$$

$$d_1 d_2 - 2(d_1 + d_2)f + 3f^2 = d^2 - 4fd + 3f^2 = 0, \quad (5)$$

lebo obidve podmienky musia byť splnené súčasne. Z podmienky (5) však vyplýva $d_I = 3f, d_{II} = f$. Dosadením



Obr. 26



Obr. 27

hodnoty d_I a potom d_{II} do vzťahu (3) máme dve riešenia $D_I = 9f$, $D_{II} = 3f$. V prvom prípade sú vzdialenosti šošoviek $3f$ a predmet od obrazu je vo vzdialenosti $9f$ (obr. 26). V druhom prípade sú vzdialenosti šošoviek f a vzdialenosť predmetu od obrazu je $3f$ (obr. 27).

b) Znázorníme obe zobrazovacie sústavy, pre prvú platí

$$d_1 = d_2 = d_I = 3f, \quad D_I = 9f,$$

pre druhú máme

$$d_1 = d_2 = d_{II} = f, \quad D_{II} = 3f.$$

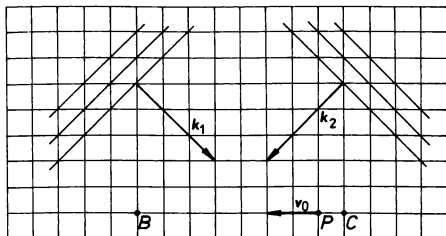
V 1. prípade vzniká priamy obraz rovnakej veľkosti ako predmet, v 2. prípade prevrátený obraz rovnakej veľkosti ako predmet. Zväzok rovnobežných lúčov vstupujúcich do zobrazovacej sústavy z nej vychádza ako rovnobežný zväzok.

Zobrazovacia sústava s uvedenými vlastnosťami sa nazýva teleskopická.

4. úloha (navrhli doc. RNDr. Jozef Zámečník, CSc. a doc. RNDr. Ivan Baník, CSc.)

V priestore sa šíria dve rovinné vlny s rovnakými frekvenciami. Vlny sú charakterizované vlnovými vektormi k_1, k_2 (obr. 28). Na obraze je znázornená situácia v čase $t = 0$ s. Jednotková úsečka v sieti na obrázku 28 znázorňuje jednotku SI príslušnej veličiny.

- Pozorovateľ P , ktorý koná rovnomerný priamočiary pohyb rýchlosťou v_0 , registruje rozdiel frekvencií oboch vln. Určte tento rozdiel ako funkciu času. Zostrojte graf tejto funkcie na milimetrový papier.
- Pozorovateľ P koná harmonický pohyb $z = A_0 \sin(\omega t + \varphi)$ po úsečke BC . Určte z obrázku 28 amplitudu A_0 výchylky, uhlovú frekvenciu ω a začiatočnú fázu φ pohybu. Pozorovateľ registruje rozdiel frekvencií oboch vln. Určte tento rozdiel ako funkciu času. Zostrojte graf tejto funkcie na milimetrový papier.



Obr. 28

Riešenie

a) Frekvencia f'_1 od prvej vlny, ktorú registruje pozorovateľ, je

$$f'_1 = \frac{c - v'_1}{c} f = f - \frac{v_0 \cos \frac{3}{4}\pi}{c} f = f - \frac{v_0 k}{2\pi} \cos \frac{3}{4}\pi,$$

pretože $k_1 = k_2 = k$ a $c = \frac{2\pi f}{k}$, kde k je vlnové číslo.

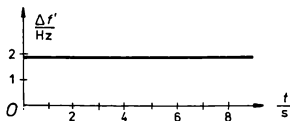
Frekvencia f'_2 od druhej vlny, ktorú pozoruje pozorovateľ, je

$$f'_2 = \frac{c - v'_2}{c} f = f - \frac{v_0 \cos \frac{\pi}{4}}{c} f = f - \frac{v_0 k}{2\pi} \cos \frac{\pi}{4}.$$

Rozdiel $\Delta f'$ frekvencií f'_1 a f'_2

$$\Delta f' = f'_1 - f'_2 = \frac{v_0 k}{\pi} \sin \frac{\pi}{4}. \quad (1)$$

Dosadením hodnôt veličín $k \doteq \sqrt{18} \text{ m}^{-1}$, $v_0 \doteq 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ do vzťahu (1) máme $\Delta f' \doteq 1,91 \text{ Hz} = \text{konšt.}$ Graf tejto funkcie je na obr. 29.



Obr. 29

- b) Súradnicovú sústavu umiestnime tak, že body B, C sú na osi x a začiatok sústavy je v strede medzi bodmi B, C , pozorovateľ P v čase $t = 0 \text{ s}$ je vo vzdialenosti x_0 od začiatku sústavy súradníc.

Potom pre okamžitú výchylku x a okamžitú rýchlosť v pozorovateľa platí

$$x = A_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

$$v = A_0 \omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Zo začiatočných podmienok ($t = 0 \text{ s}$) z obr. 28 určíme

$$\sin \varphi = \frac{x_0}{A_0}, \quad \omega = \frac{v_0}{A_0 \cos \varphi},$$

kde $x_0 = 3 \text{ m}$, $A_0 = \frac{|BC|}{2} = 4 \text{ m}$.

Frekvencia, ktorú zachytí pozorovateľ od prvej vlny, je

$$f_1'' = \frac{c - v_1''}{c} f = \left(1 - \frac{v \cos \frac{3}{4}\pi}{c} \right) f$$

a od druhej vlny

$$f_2'' = \frac{c - v_2''}{c} f = \left(1 - \frac{v \cos \frac{\pi}{4}}{c} \right) f.$$

Rozdiel frekvencií

$$\Delta f'' = f_1'' - f_2'' = \frac{vf}{c} \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{3}{4}\pi \right),$$

po dosadení v, ω a $k_1 = k_2 = k = \frac{2\pi f}{c}$ máme

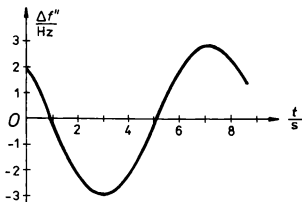
$$\Delta f'' = \frac{v_0 k \sin \frac{\pi}{4}}{\pi \cos \varphi} \cos \left(\frac{v_0}{A_0 \cos \varphi} t + \varphi \right), \quad (2)$$

t. j.

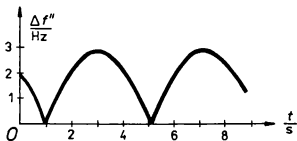
$$\Delta f'' = \Delta f_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Dosadením hodnôt veličín $k = \sqrt{18} \text{ m}^{-1}$, $v_0 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $x_0 = 3 \text{ m}$, $A_0 = 4 \text{ m}$ do vzťahu (2) dostaneme $\Delta f'' = 2,89 \cos(0,76 t + 0,85) \text{ Hz}$.

Graf je na obr. 30. Pozorovateľ však nerozlišuje, či je veličina $\Delta f''$ kladná alebo záporná, preto za správne riešenie možno považovať aj graf na obr. 31.



Obr. 30

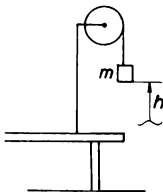


Obr. 31

5. úloha (navrhl doc. RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc.)

Určenie momentu zotrvačnosti kolesa vzhľadom na jeho rotačnú os pomocou padajúceho závažia.

Určte moment zotrvačnosti kolesa vzhľadom na jeho rotačnú



Obr. 32

os. Koleso uveďte do pohybu pomocou závažia pripevneného na jeden koniec nite, ktorá je natočená na oske pevne spojenej s kolesom (obr. 32).

Pomôcky: Koleso s oskou a nitou, stojan s dvoma držiakmi, tyčka na vyznačovanie začiatkovej polohy závažia, sada závaží, stopky, posuvné meradlo, pásové meradlo.

1. a) Odvoďte vzťah pre moment zotrvačnosti J kolesa vzhľadom na jeho rotačnú os, ako funkciu výšky h , z ktorej závažie padá na podložku, doby t pádu závažia, hmotnosti m závažia, ramena r tiažovej sily závažia a momentu sily trenia M_t .

$$J = \frac{mgr - M_t}{2h} rt^2 - mr^2.$$

Predpokladáme, že $M_t = \text{konšt.}$

- b) Odvoďte vzťah pre moment zotrvačnosti J kolesa vzhľadom na jeho rotačnú os, ako funkciu výšky h , z ktorej závažie padá na podložku, doby t pádu závažia,

hmotnosti m závažia, ramena r tiažovej sily závažia a tepla Q odovzdaného počas deje pohybujúcou sa sústavou do okolia

$$J = \left(\frac{mgh - Q}{2h^2} t^2 - m \right) r^2.$$

2. Navrhните postup merania momentu zotrvačnosti kolesa použitím pomôcok, ktoré máte k dispozícii. Stručne popíšte navrhnutý postup a uveďte príslušné fyzikálne vzťahy.
3. a) Vykonajte merania tak, aby ste mohli určiť aspoň 5 hodnôt momentu zotrvačnosti kolesa vzhľadom na jeho rotačnú os. Určte strednú hodnotu J_s momentu zotrvačnosti kolesa a jeho strednú kvadratickú odchýlku δ aritmetického priemeru. Merané a vypočítané veličiny zapisujte do vhodnej tabuľky.
- b) Uveďte, ktoré činitele ovplyvňovali presnosť merania a boli zdrojom systematických chýb (vymenujte aspoň dva).

Riešenie

1. a) Obr. 33.

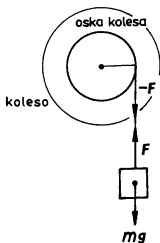
Pre pohyb sústavy kolesa a závažia možno postaviť vzťahy

$$ma = mg - F, \quad (1)$$

$$J\epsilon = Fr - M_t, \quad (2)$$

$$a = \epsilon r, \quad (3)$$

F je ťahová sila vo vlákne.



Obr. 33

Úpravou z (1) až (3) možno určiť

$$a = \frac{mgr^2 - M_t r}{mr^2 + J}. \quad (4)$$

Ak závažie prejde z pokoja rovnomerne zrýchleným pohybom dráhu h za čas t , potom

$$h = \frac{1}{2}at^2. \quad (5)$$

Zo (4) a (5) úpravou máme

$$J = \frac{mgr - M_t}{2h}rt^2 - mr^2. \quad (6)$$

- b) Ak závažie padá z výšky h rovnomerne zrýchleným pohybom, potom platí

$$mgh = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + Q, \quad (7)$$

kde v je okamžitá rýchlosť a ω okamžitá uhlová rýchlosť v okamihu dopadu závažia na podložku.

Pre pohyb tejto sústavy však platí

$$\begin{aligned} v &= \omega r, \\ v &= \frac{2h}{t}. \end{aligned} \quad (8)$$

Dosadením (8) do (7) vylúčime zo vzťahu (7) veličiny ω, v .

Úpravou dostaneme

$$J = \left(\frac{mgh - Q}{2h^2} t^2 - m \right) r^2. \quad (9)$$

2. Vo vzťahoch (6), (9) vystupujú neznáme veličiny M_t a Q , ktoré nie je vhodné zanedbať.

Merateľné sú veličiny m, h, t, r ; r je stály polomer osky. Ako premenné veličiny možné považovať m, h, t .

- a) Vzťah (6) je možno použiť k určeniu J , ak ako premenné považujeme veličiny m, t ; potom zo vzťahu (6) možno M_t vylúčiť. Označme dva súbory hodnôt $m_1, t_1; m_2, t_2$. Ich dosadením do (6) a úpravou máme

$$J = \frac{m_1 t_2^2 (gt_1^2 - 2h) - m_2 t_1^2 (gt_2^2 - 2h)}{2h(t_2^2 - t_1^2)} r^2. \quad (10)$$

Tento výraz možno odvodiť aj pomocou vzťahu (9).

- b) V prípade, že by sme zvolili za premenné veličiny h, t zo súboru hodnôt $h_1, t_1; h_2, t_2$ dosadených do (6), dostaneme

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}.$$

Rovnako neuspejeme ani použitím vzťahu (9), lebo by sme museli brať do úvahy dve rozličné hodnoty Q_1, Q_2 . Postup merania vyplýva z uplatnenia vzťahu (10). K určení najmenej piatich hodnôt J potrebujeme získať pri stálej hodnote h aspoň štyri súbory m_i, t_i . Ich vzájomnou kombináciou možno dostať až 6 hodnôt J . Samozrejme, pri určení t_i vykonáme niekoľko meraní a z nich určíme strednú hodnotu.

Druhý možný postup merania, ktorý je v podstate shodný s už uvedeným návrhom, je taký, že určíme súbor hodnôt $m_1, t_1; m_2, t_2$, dosadíme do (6) alebo do (9), dostaneme dve lineárne rovnice $J = f(M_i)$, popr. $J = f(Q)$, z ktorých vylúčením M_i alebo Q určíme J . Strednú kvadratickú odchýlku aritmetického priemeru J_s určíme zo vzťahu

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (J - J_s)^2}{n(n-1)}}.$$

3. Merané a vypočítané veličiny možno zapísať do tabuliek:

$\frac{m}{\text{kg}}$	$\frac{t}{s}$						$\frac{t_i}{s}$
	1	2	3	4	5	6	

$\frac{m_1}{\text{kg}}$	$\frac{m_2}{\text{kg}}$	$\frac{t_1}{\text{s}}$	$\frac{t_2}{\text{s}}$	$\frac{I}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$	$(I - I_s)^2$
-------------------------	-------------------------	------------------------	------------------------	--	---------------

$$I_S = \quad ; \delta =$$

- a) Z nameraných hodnôt v určitom prípade možno určiť $I_S = 9,60 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $\delta = 0,21 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
- b) Systematickú chybu do merania vnášajú najmä skutočnosti, že na začiatku nie je pohyb sústavy rovnomerne zrýchlený a pri navinutí nite nie presne určená veličina r .

2. Úlohy kategorie B

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf)

Předpokládejme, že Země se pohybuje kolem Slunce po kružnici o poloměru $r_Z = 1,000\,0\text{ AU}$ a s dobou oběhu $T_Z = 365,26$ dne. Předpokládejme dále, že planeta Venuše se pohybuje kolem Slunce po kružnici s dobou oběhu $T_V = 224,68$ dne. Planeta Mars se na své eliptické trajektorii dostane do největší vzdálenosti od Slunce $r_a = 249,2 \cdot 10^6\text{ km}$, její nejmenší vzdálenost od Slunce je $r_p = 206,7 \cdot 10^6\text{ km}$. Předpokládejte, že všechny planety se pohybují v téže rovině.

- Určete poloměr kružnice, po níž se pohybuje Venuše kolem Slunce. Určete dobu oběhu Marsu kolem Slunce (tato doba se nazývá siderická doba oběhu planety).
- Venuši pozorujeme na obloze v největší vzdálenosti $46^\circ 20'$ od Slunce. Určete, za jak dlouho je možno pozorovat Venuši opět v největší vzdálenosti od Slunce (tato doba se nazývá synodická doba oběhu planety).
- Určete dobu, za kterou doletí kosmická loď k Venuši při minimální spotřebě paliva.
- Mars pozorujeme v okamžiku, kdy středy Slunce, Země a Marsu jsou v jedné přímce. Určete dobu, za niž se tato situace bude opakovat. Určete dále dobu, za kterou doletí kosmická loď k Marsu při minimální spotřebě paliva. Pro řešení této úlohy si nejprve určete průměrnou vzdálenost Marsu od Slunce a nahraďte eliptickou trajektorii Marsu kružnicí.
- Určete z daných hodnot a hodnot vypočítaných hmotnost Slunce.

Návod k řešení najdete v publikaci: Ungermann, Z.-Volf, I.: Pohyb tělesa v radiálním gravitačním poli. Knižnice Škola mladých fyziků, sv. 17. Praha, SPN 1985.

Řešení

- a) Podle 3. Keplerova zákona platí $T_Z^2 : T_V^2 = r_Z^3 : r_V^3$, kde r_V je poloměr kruhové trajektorie Venuše. Odtud

$$r_V = r_Z \left(\frac{T_V}{T_Z} \right)^{\frac{2}{3}} \doteq 0,723 \, 3 \text{ AU}.$$

Obdobně pro Mars, jehož eliptická trajektorie má velkou poloosu

$$a_M = \frac{1}{2}(r_p + r_a) \doteq 228 \cdot 10^6 \text{ km} \doteq 1,524 \text{ AU}.$$

Dobu oběhu označíme T_M , přičemž $T_M^2 : T_Z^2 = a_M^3 : r_Z^3$. Odtud

$$T_M = T_Z \left(\frac{a_M}{r_Z} \right)^{\frac{3}{2}} \doteq 1,882r \doteq 687,2d.$$

- b) Označíme $T_{\text{syn}V}$ synodickou dobu oběhu Venuše. Této době odpovídá relativní úhlová rychlost

$$\omega_r = \frac{2\pi}{T_{\text{syn}V}},$$

pro kterou zároveň platí

$$\omega_r = \frac{2\pi}{T_V} - \frac{2\pi}{T_Z}.$$

Porovnáním obou výrazů dostaneme

$$T_{\text{synV}} = \frac{T_V T_Z}{T_Z - T_V} \doteq 583,8d.$$

- c) Ve smyslu 3. kapitoly doporučené studijní publikace jde o tzv. hohmannovskou půleliptickou trajektorii. Pro dobu letu po této trajektorii platí podle 3. Keplerova zákona

$$t = \frac{1}{2} T_Z \left(\frac{a}{R_Z} \right)^{\frac{3}{2}},$$

kde a je velká poloosa hohmannovské trajektorie

$$a = \frac{1}{2}(r_Z + r_V) \doteq 0,8617 \text{ AU} \doteq 129 \cdot 10^6 \text{ km}.$$

S touto hodnotou vypočítáme $t \doteq 146,1d$.

- d) Jde o synodickou dobu oběhu Marsu

$$T_{\text{synM}} = \frac{T_M T_Z}{T_M - T_Z} \doteq 779,7d.$$

Průměrná vzdálenost Marsu od Slunce

$$r_M = \frac{r_a + r_p}{2} \doteq 228,0 \cdot 10^6 \text{ km};$$

je to zároveň poloměr náhradní kruhové trajektorie.
Velká poloosa hohmannovské trajektorie

$$a = \frac{1}{2}(r_M + r_Z) \doteq 188,8 \cdot 10^6 \text{ km}.$$

Doba letu po hohmannovské půlelipse $t \doteq 259,0d$.

- e) Gravitační síla, kterou působí Slunce na planetu Země, je dostředivou silou:

$$\kappa \frac{M_S M_Z}{r_Z^2} = \frac{4\pi^2}{T_Z^2} r_Z M_Z,$$

takže

$$M_S = \frac{4\pi^2 r_Z^3}{\kappa T_Z^2} \doteq 1,990 \cdot 10^{30} \text{ kg} \doteq 3,32 \cdot 10^5 M_Z.$$

2. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Voda na zalévání zahrádky přitéká do zahrádkářské kolonie vodorovným potrubím o vnitřním průměru 25 mm rychlostí o velikosti $1,2 \text{ m.s}^{-1}$. Pak teče vodorovnou hadicí o vnitřním průměru 12,5 mm, která končí hubicí o obsahu příčného řezu $0,50 \text{ cm}^2$.

- Jak velkou rychlostí protéká voda hadicí?
- Stanovte přetlak vody v potrubí vzhledem k hadici.
- Kolik vody se spotřebuje při zalévání zahrádky po dobu 45 minut?
- Do jaké největší vzdálenosti od hubice dostříkne voda, je-li hubice umístěna těsně nad vodorovným povrchem Země?
- Do jaké vzdálenosti dostříkne voda, je-li hubice ve výšce 1,5 m nad vodorovným povrchem Země a úhel, který svírá počáteční rychlost s vodorovnou rovinou, je 45° , resp. 38° ?

Při řešení předpokládejte nestlačitelnost kapaliny, zanedbejte vnitřní tření a odpor vzduchu.

Řešení

- a) Rychlost vody v potrubí označíme v_1 , její rychlost v hadici v_2 , vnitřní průměr potrubí je d_1 , vnitřní průměr hadice (a konce potrubí) je d_2 . Podle rovnice kontinuity

$$v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \doteq 4,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- b) Podle Bernoulliho rovnice, je-li $\rho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ hustota vody, p_1 tlak vody na začátku potrubí, p_2 tlak vody na konci vodorovného potrubí, platí

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$$

a rozdíl tlaků (přetlak)

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \doteq 10,8 \text{ kPa}.$$

- c) Musíme uvažovat objemový tok

$$Q_V = \frac{\pi}{4} d_1^2 v_1 \doteq 5,9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}.$$

Objem vody spotřebované za dobu $t = 45 \text{ min}$ je

$$V = Q_V t \doteq 1,60 \text{ m}^3.$$

- d) Určíme nejprve rychlost v_3 , kterou voda tryská z hubice. Obsah kolmého řezu hadice je

$$S_2 = \frac{\pi}{4} d_2^2,$$

obsah kolmého řezu hubice označíme $S_3 = 0,50 \text{ cm}^2$.
Z rovnice kontinuity

$$v_3 = v_1 \frac{S_2}{S_3} \doteq 11,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Uřídíme délku vrhu vodní částice, která tryská z hubice rychlostí o velikosti v_3 pod elevačním úhlem α . Pro její trajektorii platí parametrické rovnice

$$x = v_3 t \cos \alpha, \quad y = v_3 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2.$$

Po dobu t_0 , po kterou pohyb trvá, platí $y = 0 \text{ m}$, dosazením a řešením:

$$t_{01} = 0 \text{ s (začátek pohybu)},$$

$$t_{02} = \frac{2v_3 \sin \alpha}{g} \text{ (koniec pohybu)}.$$

Délka dostřiku

$$x_d = \frac{2v_3^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_3^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Tato délka je maximální pro $\sin 2\alpha = 1$, tedy

$$x_m = \frac{v_3^2}{g} \doteq 14,2 \text{ m}.$$

e) Pro pohyb vodní částice platí nyní parametrické rovnice trajektorie

$$x = v_3 t \cos \alpha, \tag{1}$$

$$y = h + v_3 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2, \tag{2}$$

kde výška $h = 1,5 \text{ m}$ je dána.

Z (2) pro $y = 0$ vyjádříme t , $t \geq 0$, a dosadíme do (1):

$$x = v_3 \cos \alpha \frac{v_3 \sin \alpha + \sqrt{v_3^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{g}.$$

Pro zadané hodnoty: $x \doteq 15,6 \text{ m}$, popř. $x \doteq 15,5 \text{ m}$.

3. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf)

Jízdní řád udává vzájemnou vzdálenost stanic Hradec Králové a Hlavní nádraží v Praze 116 km. Kolejnice byly kladeny tak, že při teplotě 25°C se začátek další kolejnice těsně dotýkal konce předcházející kolejnice. Teplotní součinitel délkové roztlačnosti pro kolejnice je $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

- Jaká je šířka jedné mezery mezi kolejnicemi při teplotě -25°C , je-li délka kolejnice 15 m? Stanovte, jaká část uvedené vzdálenosti mezi stanicemi připadá na dilatační mezery při této teplotě.
- V létě se kolejnice zahřeje na teplotu 45°C . Zjistěte, zda se kolejnice v důsledku tlakových sil neporuší, je-li mez pevnosti v tahu pro ocel $3,3 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ až $8,0 \cdot 10^8 \text{ Pa}$, (Youngův) modul pružnosti při deformaci tahem pro ocel $E = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$.
- Kolejnice se na delších přímých úsecích svařují. Stanovte, zda zůstane kolejnice dostatečně pružná v uvedeném teplotním rozmezí od -25°C do 45°C , je-li mez pružnosti oceli $2,5 \cdot 10^8 \text{ Pa}$.
- Kolo lokomotivy má při teplotě 25°C průměr 1,00 m. Určete rozdíl v počtu otáček kola N_1 na trati 116 km v létě a počtu otáček N_2 v zimě za mezních teplot uvedených v částech a), b).

Řešení

- a) Stanovíme nejprve počet n kolejnic na trati délky $d = 116$ km. Délka kolejnice je $l = 15$ m, takže

$$n = \frac{d}{l} \doteq 7733.$$

Mezera má šířku

$$x = l\alpha\Delta t,$$

kde $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\Delta t = 50 \text{ K}$.

Pro zadané hodnoty: $x \doteq 9,0 \text{ mm}$.

Počet mezer je $n - 1 \doteq n$, takže součet šířek všech mezer je $nx \doteq 69,5 \text{ m}$.

- b) Relativní prodloužení vlivem tepelné změny je kompenzováno stejně velkým relativním zkrácením v důsledku vzniku tlakového pnutí. Pro zkrácení Δl platí

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\sigma = \alpha\Delta t, \text{ tedy } \sigma = E\alpha\Delta t,$$

kde σ je napětí materiálu, E jeho modul pružnosti $\Delta t = 20 \text{ K}$.

Pro zadané hodnoty: $\sigma \doteq 5,28 \cdot 10^7 \text{ Pa}$, což je výrazně menší než mez pevnosti oceli. Kolejnice se tedy neporuší.

- c) Podle vztahu uvedeného v části b) pro napětí σ vyjde pro teplotní interval 25° C až $45^\circ \text{ C} \dots \sigma_1 \doteq 5,28 \cdot 10^7 \text{ Pa}$, pro teplotní interval 25° C až $-25^\circ \text{ C} \dots \sigma_2 \doteq 1,32 \cdot 10^8 \text{ Pa}$, takže mez pružnosti oceli není překročena. V přímých úsecích tratě lze tedy kolejnice svařovat, ale v zatáčkách by mohlo dojít k zvětšení vzájemné vzdálenosti kolejnic a následkem toho k vykolejení vlaku.
- d) Obvod kola při teplotě 25° C je πd_0 , d_0 je jeho průměr.

V létě má kolo průměr $d_1 = d_0(1 + \alpha\Delta t_1)$, $\Delta t_1 = 20$ K.
 V zimě má kolo průměr $d_2 = d_0(1 + \alpha\Delta t_2)$, $\Delta t_2 = -50$ K.
 Rozdíl počtu otáček

$$\begin{aligned}\Delta N = N_2 - N_1 &= \frac{d}{\pi d_0} \left(\frac{1}{1 + \alpha\Delta t_2} - \frac{1}{1 + \alpha\Delta t_1} \right) = \\ &= \frac{d}{\pi d_0} \cdot \frac{\alpha(\Delta t_1 - \Delta t_2)}{(1 + \alpha\Delta t_2)(1 + \alpha\Delta t_1)}\end{aligned}$$

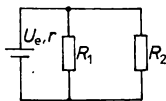
a protože $1 \gg \alpha\Delta t_2$, $1 \gg \alpha\Delta t_1$, můžeme použít aproxi-
 maci

$$\Delta N \doteq \frac{d\alpha(\Delta t_1 - \Delta t_2)}{\pi d_0}.$$

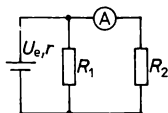
Pro zadané hodnoty: $\Delta N \doteq 31$.

4. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

V elektrickém obvodu znázorněném na obr. 34 je zapotřebí
 změřit proud I_2 procházející rezistorem o odporu R_2 . Zvolí-
 me tento postup: Do větve s rezistorem o odporu R_2 zapo-
 jíme ampérmetr (obr. 35) s odporem R_A . Údaj ampérmetru
 považujeme za přesný.



Obr. 34



Obr. 35

- a) Vyjádřete proud I_A procházející ampérmetrem jako funkci odporu ampérmetru R_A .
- b) Jaký odpor R_A volíme pro ampérmetr, aby údaj I_A na ampérmetru se lišil od proudu I_2 nejvýše o p %?
Řešte obecně, potom pro hodnoty: $r = 1,0 \, \Omega$, $R_1 = 1,0 \, \Omega$, $R_2 = 3,0 \, \Omega$, $p = 3,0$.

Řešení

- a) Zdroj nahradíme ideálním zdrojem elektromotorického napětí U_e , k němuž je sériově připojen pomyslný rezistor o odporu r . Napětí U na rezistoru o odporu R_1 a na paralelně připojené větvi sestavené z ampérmetru a rezistoru o odporu R_2 určíme pomocí děliče napětí:

$$\begin{aligned}
 U &= U_e \frac{\frac{R_1(R_A + R_2)}{R_1 + R_A + R_2}}{r + \frac{R_1(R_A + R_2)}{R_1 + R_A + R_2}} = \\
 &= U_e \frac{R_1(R_A + R_2)}{r(R_1 + R_A + R_2) + R_1(R_A + R_2)}.
 \end{aligned}$$

Ampérmetrem prochází proud

$$I_A = \frac{U}{R_A + R_2}$$

a po úpravě

$$I_A = \frac{U_e R_1}{R_A(\tau + R_1) + \tau(R_1 + R_2) + R_1 R_2}, \quad (1)$$

což je hledaná funkce

$$I_A = f(R_A).$$

b) Proud I_2 vyjádříme z (1) pro $R_A = 0 \Omega$:

$$I_2 = \frac{U_e R_1}{\tau(R_1 + R_2) + R_1 R_2}. \quad (2)$$

Podle podmínky v zadání má být

$$\frac{I_2 - I_A}{I_2} = 1 - \frac{I_A}{I_2} \leq \frac{p}{100}.$$

Pomocí (1) a (2) dostaneme po několika úpravách výsledek

$$R_A \leq \frac{p}{100 - p} \cdot \frac{\tau(R_1 + R_2) + R_1 R_2}{\tau + R_1}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde

$$R_A \leq R_{A \max} \doteq 0,11 \Omega.$$

5. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf)

Hloubku ponorky lze regulovat vypouštěním vody do nádrží či vytlačováním vody z nich. Ocelová láhev o objemu 100 litrů je naplněna stlačeným vzduchem o hmotnosti 10 kg při teplotě $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Je umístěna na palubě ponorky, která je v hloubce 30 m, kde je teplota okolní vody $t_2 = 5,0^\circ\text{C}$; hustota mořské vody je $1030\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

- Stanovte tlak p_1 a hustotu ρ_1 vzduchu v láhvi při teplotě t_1 .
- Stanovte tlak p_2 a hustotu ρ_2 vzduchu v láhvi při teplotě t_2 .
- V ponorce proudí vzduch z láhve do nádrže zcela naplněné vodou. Jaký maximální objem vody může vzduch vytlačit z nádrže ponorky, jestliže děj považujeme za izotermický?
- Jak se změní výsledná síla působící na ponorku v případě c)? Vzduch budeme pokládat za ideální plyn. Molární hmotnost vzduchu je $M_m = 0,029\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$, tlak při volném povrchu moře je $1,0 \cdot 10^5\text{ Pa}$.

Řešení

Při obou teplotách má vzduch v láhvi objem $V = 0,1\text{ m}^3$. Objem vzduchu v nádrži při tlaku $p_3 = \rho gh + p_a$ označíme V_3 , přičemž $\rho = 1030\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ je hustota mořské vody, $h = 30\text{ m}$ hloubka ponorky pod volným povrchem moře, $p_a = 1,0 \cdot 10^5\text{ Pa}$ tlak vzduchu při volném povrchu moře. Vzduch v láhvi má hmotnost $m = 10\text{ kg}$.

- Tlak p_1 vzduchu v láhvi při teplotě T_1 určíme ze stavové rovnice

$$p_1 = \frac{mR_mT_1}{VM_m} \doteq 8,40\text{ MPa}.$$

Hustota vzduchu v láhvi

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = 100\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

- b) Pro tlak p_2 při teplotě T_2 platí vztah obdobný jako v části a), tedy

$$p_2 = \frac{m R_m T_2}{V M_m} \doteq 7,96 \text{ MPa},$$

hustota je stejná jako v části a), protože veličiny m a V se nezměnily.

- c) Vzduch proudí do nádrže, dokud se tlaky nevyrovnají, tj. dokud tlak vzduchu v láhvi neklesne na hodnotu p_3 . Potom platí pro celkový objem vzduchu

$$V'_3 = \frac{p_2 V}{p_3} = \frac{m R_m T_2}{M_m (\rho g h + p_a)} \doteq 2,54 \text{ m}^3.$$

Vzduch vytlačí z nádrže vodu o objemu

$$V_3 = V'_3 - V \doteq 2,44 \text{ m}^3.$$

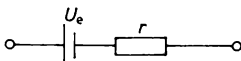
- d) Vytlačení vody z nádrže do okolí se hmotnost ponorky zmenší o $\Delta m = \rho V_3$, výsledná síla působící na ponorku se zvětší o

$$\Delta F = \Delta m g = \rho V_3 g \doteq 24,6 \text{ kN}.$$

6. úloha (navrhli PaedDr. P. Šedivý a RNDr. J. Podobský)

Závislost příkonu spotřebiče na proudu v obvodu

Úloha: Určete, jak závisí příkon P spotřebiče (reostatu) na proudu I , který prochází obvodem. Určete dále elektromotorické napětí U_e a vnitřní odpor r zdroje.



Obr. 36

Pomůcky: plochá baterie 4,5 V (jako stejnosměrný zdroj napětí), voltmetr, ampérmetr, reostat (např. 1 200 Ω , 0,63 A), spojovací vodiče.

S ohledem na použité přístroje i metodu měření zvýšíte vnitřní odpor zdroje tím, že k baterii připojíte sériově rezistor o odporu asi $r \doteq 250 \Omega$ (podle obr. 36).

Poznámky

1. Jako úvodní cvičení nakreslete graf příkonu P spotřebiče jako funkci vnějšího odporu R v obvodu stejnosměrného zdroje elektromotorického napětí $U_e = 4,5 \text{ V}$ a vnitřního odporu $r = 250 \Omega$. Vnější odpor volte od hodnoty 50 Ω do 500 Ω . Určete, při které hodnotě odporu R spotřebiče je příkon spotřebiče v uzavřeném elektrickém obvodu největší.
2. Navrhněte postup měření k tomu, abyste s použitím uvedených pomůcek získali hledanou funkci příkonu spotřebiče $P = f(I)$. Získané údaje zapište do vhodné tabulky.
3. Sestrojte graf funkce $P = f(I)$ a určete maximální příkon $P_{\max}$ spotřebiče.
4. Z hodnot v tabulce sestrojte graf funkce $U = f(I)$, U je napětí na spotřebiči. Z grafu určete extrapolací hodnoty U_e pro proud $I_0 = 0 \text{ A}$, I_k pro $U = 0 \text{ V}$.

$P = RI^2$. Poněvadž

$$I = \frac{U_e}{R + r},$$

platí pro funkci $P(R)$

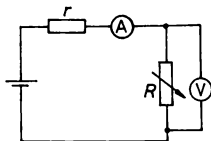
$$P(R) = \frac{RU_e^2}{(R + r)^2}.$$

Tabulka II

$\frac{R}{\Omega}$	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\frac{P}{mW}$	0	11,3	16,6	19,0	20,0	20,3	20,1	19,7	19,2	18,6	18,0

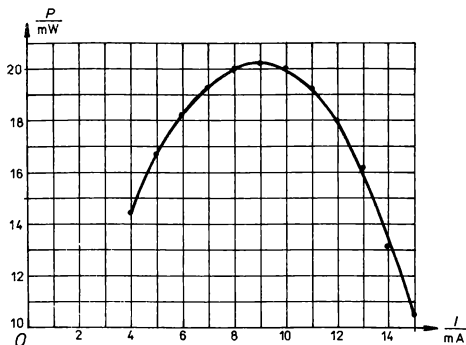
Dvojice odpovídajících hodnot jsou sestaveny v tabulce II, graf je na obr. 37.

Z tabulky i z grafu je zřejmé, že největší příkon má spotřebič o odporu $R = r = 250 \Omega$.



Obr. 38

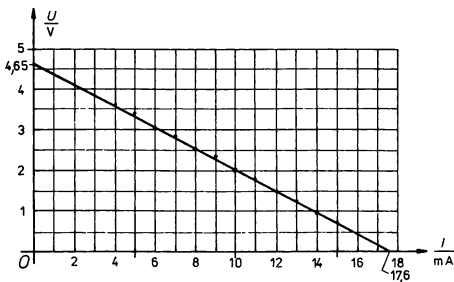
2. Použijeme zapojení podle obr. 38, proud I v obvodu měříme ampérmetrem, napětí U na spotřebiči voltmetrem. Naměřené a vypočítané hodnoty jsou sestaveny v tabulce III.
3. Graf funkce $P = f(I)$ je na obr. 39.



Obr. 39

Podle tohoto grafu je maximální příkon spotřebiče $P_{\max} \doteq 20,5 \text{ mW}$.

4. Graf je na obr. 40. Extrapolací byly určeny hodnoty $U_e \doteq$

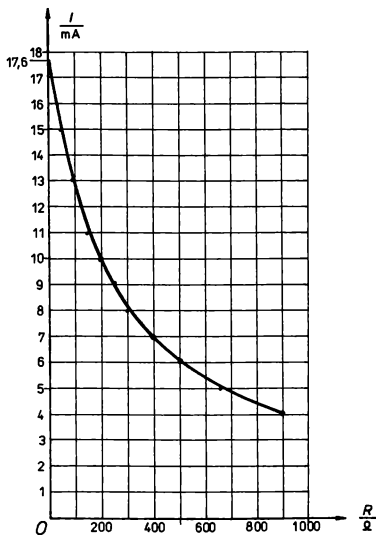


Obr. 40

$\doteq 4,65 \text{ V}$, $I_k \doteq 17,6 \text{ mA}$. Z těchto hodnot vychází pro vnitřní odpor zdroje (změkčeného sériovým rezistorem)

$$r = \frac{U_e}{I_k} \doteq 264 \Omega.$$

5. Graf je na obr. 41. Extrapolací určíme zkratový proud $I_k \doteq 17,6 \text{ mA}$.



Obr. 41

Tabulka III

$\frac{I}{\text{mA}}$	$\frac{U}{\text{V}}$	$\frac{R}{\Omega}$	$\frac{P}{\text{mW}}$
4	3,60	900	14,4
5	3,33	677	16,7
6	3,05	508	18,3
7	2,80	400	19,6
8	2,50	313	20,0
9	2,27	252	25,4
10	2,00	200	20,0
11	1,75	159	19,3
12	1,50	125	18,0
13	1,25	96	16,2
14	0,95	69	13,3
15	0,70	47	10,5

7. úloha (navrhl Ing. I. Čáp, CSc.)

Dálkovým teplovodem délky $L = 10 \text{ km}$ o průměru potrubí $D = 80 \text{ cm}$ je vedena horká voda z teplárny do sídliště a ochlazená voda zpět. Potrubí je izolováno vrstvou tepelné izolace tloušťky $d = 15 \text{ cm}$ a měrné tepelné vodivosti $\lambda = 0,080 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Na výstupu z teplárny je teplota vody $T_1 = 130^\circ \text{C}$, na vstupu je teplota vracející se vody $T_2 = 60^\circ \text{C}$.

- Jakou rychlostí proudí voda v potrubí a jaký je objemový tok vody v potrubí, dodává-li teplárna tepelný výkon $P_t = 80 \text{ MW}$?
- Jaký je rozdíl tlaků na vstupu a výstupu čerpadla, je-li jeho měrná práce $w = 820 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ (tj. práce potřebná na přecherpání 1 kg vody)?
- Jaká je účinnost přenosu tepla s ohledem na ztráty tepla vedením izolační vrstvou do okolí, předpokládáme-li teplotu pláště v obou směrech $T_3 = 20^\circ \text{C}$?
- Jaký pokles teploty vody na trase ke spotřebiteli představuje tepelná ztráta?

Pro zjednodušení výpočtu v částech a), b) zanedbáme tepelné ztráty na trase, v části c) zanedbáme pokles teploty podél trasy. Uvažte, zda tato zjednodušení ovlivní výsledky. Řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty; hustota vody je $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, měrná tepelná kapacita vody $c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Poznámka: Studijní text potřebný k řešení této úlohy je publikován v časopise *Rozhledy matematicko-fyzikální*, č. 5 a č. 6 ročníku 1986/1987.

Řešení

- Označíme m hmotnost vody, která proteče potrubím za dobu t . Potom platí

$$mc(T_1 - T_2) = P_t t$$

a odtud hmotnostní tok

$$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{P_t}{c(T_1 - T_2)} \doteq 272 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Objemový tok

$$Q_V = \frac{Q_m}{\rho} \doteq 0,272 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}.$$

Rychlost proudění

$$v = \frac{Q_V}{S} = \frac{4Q_V}{\pi D^2} \doteq 0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- b) Když čerpadlo pozvedne vodu hmotnosti m , jejíž objem označíme V , o výškový rozdíl Δh , vykoná práci

$$mw = mg\Delta h.$$

Protože rychlost vody se nemění, platí podle Bernoulliho rovnice

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \frac{m}{V} g \Delta h = \frac{mw}{V} = w \rho \doteq 8,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

- c) Plášť izolační vrstvy má střední průměr $D + d$ a délku L , má tedy obsah $\pi(D + d)L$. Na trase od teplárny k sídlišti se za dobu t ztratí teplo

$$Q_1 = \pi(D + d)L\lambda t \frac{T_1 - T_3}{d}.$$

Obdobně na trase od sídliště k teplárně se ztratí teplo

$$Q_2 = \pi(D + d)L\lambda t \frac{T_2 - T_3}{d}.$$

Ztrátě tepla odpovídá ztrátový výkon

$$P_z = \frac{Q_1 + Q_2}{t} = \frac{\pi(D + d)L\lambda(T_1 + T_2 - 2T_3)}{d} \doteq 2,76 \text{ MW}.$$

Účinnost přenosu

$$\eta = \frac{P_t - P_z}{P_t} \doteq 0,97, \text{ tedy } \eta \doteq 97 \, \%.$$

- d) Označíme T'_1 teplotu vody přitékající do sídliště. Potom platí

$$Q_1 = mc(T_1 - T'_1) = mc\Delta T.$$

Po dosazení za Q_1 a zavedení hmotnostního toku

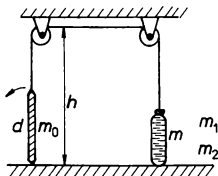
$$\Delta T = \frac{\pi(D+d)L\lambda(T_1 - T_3)}{Q_{mcd}} \doteq 1,53 \text{ K}.$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. R. Baník)

Na obr. 42 je znázornená tenká homogenná tyč dĺžky d s hmotnosťou m_0 všade rovnakého prierezu. Tyč sa dolným koncom dotýka vodorovnej drsnej podložky a zaujíma zvislú polohu. Na hornom konci tyče je upevnené lano, ktoré prechádza dvoma kladkami k vreću s pieskom. Lano nad horným koncom tyče má zvislý smer, kladky sa nachádzajú vo výške h nad podložkou. Výška vreca je vzhľadom na výšku h veľmi malá. Dierou vo vreci uniká piesok a tým sa hmotnosť vreca zmenšuje.

- Pri akej hmotnosti m_1 vreca s pieskom sa tyč začne nakláňať?
- V akej výške y nad podložkou sa ustáli vrec s pieskom, ak pri jeho hmotnosti m_1 podľa úlohy a) už z neho prestane unikať piesok?



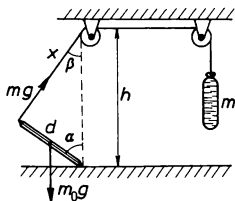
Obr. 42

c) Akú hmotnosť m_2 by muselo mať vreco s pieskom, aby tyč, ktorá je už sklopená na zem, začala sa nazad dvíhať? Úlohu riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty: $d = 5,0 \text{ m}$, $h = 10 \text{ m}$, $m_0 = 50 \text{ kg}$. Trenie medzi tyčou a podložkou považujeme za nekonečne veľké, odrazy tyče a vreca od podložky neuvažujeme.

Řešení

Budeme uvažovať stav pri vychýlení tyče ve smyslu znázorněném na obr. 42. Hmotnosť pytle s pískom označíme m , dĺžka závesu pripojeného k hornému konci tyče je x . Další potrebné veličiny jsou patrné z obr. 43.

Předpokládáme zprvu, že tyč ve znázorněné poloze je stabilní, a použijeme momentovou větu; za momentový bod O zvolíme dolní konec tyče, který je na drsné podložce a má proto stálou polohu. Směrem dolů otáčí tyčí svislá síla o velikosti $m_0 g$ působící v těžišti tyče. Vzdálenost její vektorové přímky od momentového bodu O je $\frac{d}{2} \sin \alpha$, takže



Obr. 43

její moment má velikost

$$M_1 = \frac{d}{2} m_0 g \sin \alpha. \quad (1)$$

V opačném smyslu otáčí tyčí síla o velikosti mg , jejíž vektorová přímka má od momentového bodu vzdálenost $h \sin \beta$ a její moment má tedy velikost

$$M_2 = mgh \sin \beta. \quad (2)$$

Podle sinové věty platí

$$d \sin \alpha = x \sin \beta. \quad (3)$$

V případě rovnováhy momentů M_1 a M_2 platí podle (1) a (2) s přihlédnutím k (3)

$$m = \frac{m_0 x}{2h}. \quad (4)$$

- a) Když tyč je ve svislé poloze, je $x = h - d$ a tyč se začne naklánět, když $M_1 > M_2$, v mezním případě tedy $M_1 = M_2$. Z této nerovnosti vyplývá vztah (4). Podle toho tedy

$$m_1 = m_0 \frac{h - d}{2h} = 12,5 \text{ kg}.$$

- b) Když $x > h - d$, sklání se tyč tak dlouho, až se ustálí ve vodorovné poloze na podložce. Na počátku děje má závěs délku $x_1 = h - d$, na konci děje délku $x_2 = \sqrt{h^2 + d^2}$, pytel se pozvedl o délku

$$y = x_2 - x_1 = \sqrt{h^2 + d^2} - h + d \doteq 6,2 \text{ m}.$$

- c) Když je tyč ve vodorovné poloze, má závěs délku x_2 . Tyč se začne zvedat, když $M_2 = M_1$, odtud podle (4)

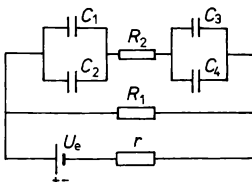
$$m_2 = m_0 \frac{\sqrt{h^2 + d^2}}{2h} \doteq 28 \text{ kg}.$$

2. úloha (navrhl RNDr. J. Adam, CSc.)

Elektrický obvod, jehož schéma je na obr. 44, je v ustáleném stavu.

- Vypočítejte proudy procházející každou větví.
- Vypočítejte náboje na deskách každého kondenzátoru.
- Jak se změní výsledky úloh a), b), jestliže rezistor o odporu R_2 bude nahrazen rezistorem o odporu nR_2 , kde n je přirozené číslo?

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty:



Obr. 44

$U_e = 4,0 \text{ V}$, $r = 1,0 \Omega$, $R_1 = 3,0 \Omega$, $R_2 = 2,0 \Omega$, $C_1 = 2,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 8,0 \mu\text{F}$, $C_3 = 4,0 \mu\text{F}$, $C_4 = 6,0 \mu\text{F}$.

Řešení

- a) V ustáleném stavu prochází proud jen prostřední větví a má velikost

$$I = \frac{U_e}{R_1 + r} = 1,0 \text{ A}.$$

- b) Na střední a horní větvi je napětí $U = R_1 I = 3,0 \text{ V}$. Soustava kondenzátorů vlevo má kapacitu $C = C_1 + C_2$, soustava kondenzátorů vpravo má kapacitu $C' = C_3 + C_4$. Lze tedy horní větev nahradit sériově spojenými kondenzátory o kapacitách C, C' . Napětí U se rozděluje v obráceném poměru kapacit, takže pro napětí U_1, U_2 na soustavách kondenzátorů platí $U_1 : U_2 = C' : C$, přičemž $U_1 + U_2 = U$, protože na rezistoru o odporu R_2 není

napětí (neprochází jím proud). Odtud vyjádříme

$$U_1 = U \frac{C'}{C + C'}, \quad U_2 = U \frac{C}{C + C'}.$$

Náboje na kondenzátorech:

$$Q_1 = C_1 U_1 = C_1 U \frac{C_3 + C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} = 3,0 \mu\text{C},$$

$$Q_2 = C_2 U_1 = C_2 U \frac{C_3 + C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} = 12 \mu\text{C},$$

$$Q_3 = C_3 U_2 = C_3 U \frac{C_1 + C_2}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} = 6 \mu\text{C},$$

$$Q_4 = C_4 U_2 = C_4 U \frac{C_1 + C_2}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} = 9 \mu\text{C}.$$

- c) Protože horní větví neprochází proud, nezmění se řešení úloh a), b), když rezistor o odporu R_2 nahradíme jakýmkoli rezistorem jiným.

3. úloha (navrhl PaedDr. P. Šedivý)

Padaly kroupy o průměru až 8 cm. Kroupy vznikají složitým narůstáním ledu na zárodečná jádra v přechlazených oblastech s velkým obsahem vody. Průměrná hustota materiálu tvořícího kroupy závisí na způsobu jejich narůstání. Kroupy padají z výšek asi 7 km nad zemským povrchem.

Určete maximální velikost rychlosti pádu kroupy v klidném vzduchu a její maximální kinetickou energii vzhledem k povrchu Země.

Předpokládejte, že hotová kroupa má tvar koule o průměru d , má průměrnou hustotu ρ a při pádu nemění svou hmotnost.

Jakou maximální energii bude mít kroupa unášená vichřicí, jejíž rychlost je u ? Větrný proud vzduchu je rovnoběžný s povrchem Země, vztakovou sílu neuvažujte. Řešte nejprve obecně, pak číselně pro hodnoty: $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, hustota vzduchu $\rho_0 = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$, součinitel aerodynamického odporu $C = 0,50$, pro malé kroupy $d_1 = 0,20 \text{ cm}$, $\rho_1 = 600 \text{ kg.m}^{-3}$, pro velké kroupy $d_2 = 8,0 \text{ cm}$, $\rho_2 = 200 \text{ kg.m}^{-3}$, $u = 100 \text{ km.h}^{-1}$.

Poznámka: Na kroupu tvaru koule, jejíž hlavní kružnice má obsah S a která se pohybuje v plynu o hustotě ρ_0 rychlostí v , působí odporová síla velikosti $\frac{1}{2}CS\rho_0v^2$, kde C je součinitel aerodynamického odporu.

Řešení

Hmotnost kroupy o průměru d označíme m , její hustota je ρ , její objem $V = \frac{1}{6}\pi d^3$, takže $m = \frac{1}{6}\pi d^3\rho$. Kroupa je tažena svisle dolů silou o velikosti $F_G = mg$. V opačném směru působí aerodynamická odporová síla o velikosti $F_0 = \frac{1}{8}C\pi d^2\rho_0v^2$, kde v je velikost rychlosti kroupy. Maximální rychlosti $v_{\max}$ při pádu dosáhne kroupa, když síly F_G a F_0 jsou v rovnováze; odtud dostaneme

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{4d\rho g}{3C\rho_0}}.$$

Pro zadané hodnoty: $v_{1\max} \doteq 4,9 \text{ m.s}^{-1}$, $v_{2\max} \doteq 18 \text{ m.s}^{-1}$. Maximální kinetická energie kroupy vzhledem k povrchu Země

$$E_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \doteq \frac{\pi d^4 \rho^2 g}{9C\rho_0}.$$

Pro zadané hodnoty: $E_{1\max} \doteq 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ J}$, $E_{2\max} \doteq 8,6 \text{ J}$. Při vichřici s rychlostí $u \perp v$ má kroupa rychlost w , pro jejíž velikost platí $w^2 = u^2 + v^2$. Maximální kinetická energie

kroupy

$$E'_{\max} = \frac{1}{2}mw^2 = \frac{1}{2}m(u^2 + v_{\max}^2).$$

Pro zadané hodnoty: $m_1 \doteq 2,51 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$, $m_2 \doteq 5,36 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$,
 $w_1^2 \doteq 7,96 \cdot 10^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, $w_2^2 \doteq 1,10 \cdot 10^3 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, $E_{1\max} \doteq$
 $\doteq 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ J}$, $E_{2\max} \doteq 30 \text{ J}$.

4. úloha (navrhl Ing. I. Čáp, CSc.)

Čerpadlo umístěné ve výšce $h = 5,0 \text{ m}$ nad hladinou vodního zdroje nasává vodu potrubím o průměru $D = 30 \text{ cm}$ a čerpá ji potrubím téhož průměru do výšky $H = 15 \text{ m}$ nad úroveň čerpadla, kde voda vtéká do vodojemu. Maximální denní odběr vody z vodojemu je $Q_V = 20\,000 \text{ m}^3 \cdot \text{den}^{-1}$. Předpokládáme, že čerpadlo doplňuje vodu ve vodojemu po celý den.

- Stanovte tlak vody na vstupu a na výstupu čerpadla.
- Jaký výkon musí mít čerpadlo?
- Jaký minimální průměr může mít nasávací potrubí, aby bylo možné zajistit požadovaný objemový tok?

Při řešení považujte vodu za ideální kapalinu, proudění je laminární. Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty uvedené v zadání; hustota vody $\rho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, atmosférický tlak $p_a = 100 \text{ kPa}$, $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

Označíme h_z výšku hladiny vodního zdroje, h_1 výšku vstupu čerpadla, h_2 výšku výstupu čerpadla, h_3 výšku ústí trubice čerpadla, která dopravuje vodu do vodojemu. K výšce vody ve vodojemu nebudeme přihlížet. Podle zadání je $h_1 - h_z = h$, $h_3 - h_2 = H$.

- Je-li hladina zdroje v klidu, platí pro vstup čerpadla

podle Bernoulliho rovnice

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1 = \rho gh_2 + p_2; \quad (1)$$

v_1 zde značí rychlost proudící vody na vstupu čerpadla. Pro objemový tok vody platí $Q_V = \frac{1}{4}\pi D^2 v_1$, takže $v_1 = \frac{4Q_V}{\pi D^2}$. Dosadíme do (1) a vyjádříme

$$p_1 = p_2 - \rho gh - \frac{1}{2}\rho \left(\frac{4Q_V}{\pi D^2} \right)^2 \doteq 45,6 \text{ kPa}. \quad (2)$$

Pro výstup čerpadla platí podle Bernoulliho rovnice, protože rychlost vodního proudu se nemění:

$$\rho gh_2 + p_2 = p_3 + \rho gh_3,$$

odtud

$$p_2 = p_3 + \rho gH \doteq 247 \text{ kPa}.$$

- b) Voda vystupující z čerpadla má výkon $P_2 = F_2 v_2$, kde $F_2 = p_2 S$ je tlaková síla působící na kolmý řez vodního tělesa v trubce, který má obsah S . Voda vstupující do čerpadla má výkon $P_1 = p_1 S v_1$. Čerpadlo tedy musí mít výkon

$$P = P_2 - P_1 = p_2 S v_2 - p_1 S v_1 = (p_2 - p_1) Q_V \doteq 46,6 \text{ kW}.$$

- c) Průměr potrubí musí být takový, aby tlak p_1 na vstupu čerpadla byl nezáporný. Pro krajní případ $p_1 = 0 \text{ Pa}$ vypočítáme z (2)

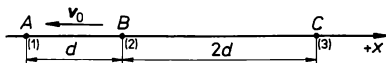
$$D_{\min} = \sqrt{\frac{\rho}{2(p_2 - \rho gh)} \left(\frac{4Q_V}{\pi} \right)^2} \doteq 0,17 \text{ m}.$$

3. Úlohy kategórie C

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl B. Ipóth)

Na vodorovnej hladkej podložke sú tri malé guľôčky s hmotnosťami m_1, m_2, m_3 . Guľôčky považujeme za hmotné body umiestnené v bodoch A, B, C na jednej priamke; $|AB| = d, |BC| = 2d$ (obr. 45).



Obr. 45

Guľôčku (2) uvedieme nárazom do pohybu v smere od B k A . Pohyb považujeme od začiatku za priamočarý rovnomerný s rýchlosťou v_0 ; neuvažujeme otáčavý pohyb guľôčky. Trenie medzi guľôčkou a podložkou neuvažujeme.

- Opíšte dej, ktorý prebieha v sústave guľôčiek (1), (2), (3) pri dokonale pružných zrazoch. Urobte diskusiu deja.
- Určte konečné rýchlosti guľôčiek po zraze, ak pre ich hmotnosti platí vzťahy: $m_1 = 2m_2, m_3 = m_2$.
- Na milimetrovom papieri znázorníte graf funkcie $v = f(t)$ pre každú guľôčku v podmienkach úlohy b). Čas t meriame od okamihu nárazu na guľôčku (2) v polohe B .

Řešení

- a) Kuličky tvoří uzavřenou soustavu vzhledem k rázům uvedeným v podmínkách. Pro tuto soustavu platí zákon zachování hybnosti a zákon zachování energie.

Po rázu kuliček (1) a (2) uveďte se kulička (1) do pohybu rychlostí u_1 ve směru osy $-x$; $u_1 \leq 2v_0$. Rovnost $u_1 = v_0$ platí při stejné hmotnosti obou kuliček; v tom případě se kulička (2) po rázu zastaví v bodě A . Je-li $m_1 \neq m_2$, pohybuje se kulička (2) po rázu rychlostí u_2 ve směru osy $+x$ nebo ve směru osy $-x$ podle podmínek úlohy; $u_2 < v_0$. Jen v případě, že u_2 má směr osy $+x$, narazí kulička (2) na kuličku (3) a uveďte tuto kuličku do pohybu rychlostí w_3 ve směru osy $+x$; $w_3 \leq 2u_2$. Rovnost $w_3 = u_2$ platí při stejné hmotnosti kuliček (2) a (3); v tomto případě se kulička (2) v bodě C zastaví. Je-li $m_2 \neq m_3$, pohybuje se kulička (2) po rázu rychlostí w_2 ve směru osy $+x$ nebo ve směru osy $-x$ podle podmínek úlohy; $w_2 < u_2 < v_0$.

- b) Aby došlo po rázu v bodě A k rázu v bodě C , musí mít u_2 směr osy $+x$.

Pro ráz v bodě A zapíšeme zákon zachování hybnosti

$$m_2 v_0 = m_2 u_2 + m_1 u_1$$

a dosadíme $m_1 = 2m_2$:

$$v_0 = u_2 + 2u_1. \quad (1)$$

Tento vztah zapíšeme ve skalárním tvaru

$$-v_0 = u_2 - 2u_1. \quad (2)$$

Pro ráz v bodě A zapíšeme zákon zachování energie

$$\frac{1}{2} m_2 v_0^2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \frac{1}{2} m_1 u_1^2.$$

Po úpravě dostaneme

$$v_0^2 = u_2^2 + 2u_1^2. \quad (3)$$

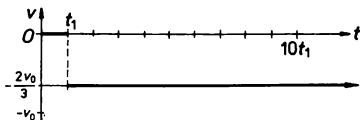
Z (2) vyjádříme u_1 a dosadíme do (3); po úpravě dostaneme

$$3u_2^2 + 2v_0u_2 - v_0^2 = 0.$$

V podmínkách úlohy má tato rovnice jeden vyhovující kořen $u_2 = \frac{v_0}{3}$, ze (2) určíme $u_1 = \frac{2v_0}{3}$. Kulička (2) se pohybuje z A do C rychlostí u_2 a narazí na kuličku (3), která je v klidu. Dojde k dokonale pružnému rázu, pro který platí zákon zachování hybnosti a zákon zachování energie. Protože platí $m_3 = m_2$, kulička (2) se v bodě C zastaví a kulička (3) se pohybuje rychlostí $w_3 = u_2$ ve směru osy $+x$. Výsledný stav po dokonale pružném rázu v bodě A a v bodě C :

kulička (1) se pohybuje ve směru osy $-x$ rychlostí $u_1 = \frac{2v_0}{3}$, kulička (2) je v bodě C v klidu,

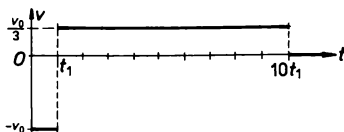
kulička (3) se pohybuje ve směru osy $+x$ rychlostí $w_3 = \frac{v_0}{3}$.



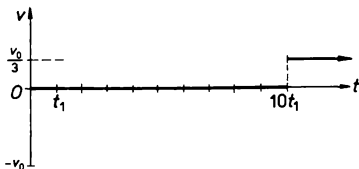
Obr. 46

c) Kulička (2) urazí dráhu BA za dobu $t_1 = \frac{d}{v_0}$ a dráhu AC za dobu $t_2 = \frac{3d}{v_2} = \frac{9d}{v_0}$.

V grafech měříme čas od okamžiku, kdy je kulička (2) v bodě B uvedena z klidu do pohybu. Grafy pro kuličky (1), (2), (3) jsou po řadě na obrázcích 46, 47, 48.



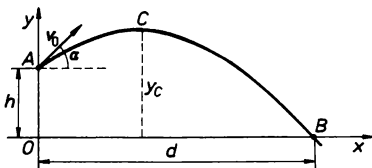
Obr. 47



Obr. 48

2. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Z bodu A ve výšce h nad vodorovným povrchem Země je vrženo těleso, které považujeme za hmotný bod o hmotnosti m , šikmo vzhůru ve směru svírajícím s vodorovnou rovinou úhel α (obr. 49). Těleso dopadne na vodorovný povrch Země v bodě B , $|OB| = d$.



Obr. 49

- Určete velikost počáteční rychlosti v_0 vrhu v bodě A v závislosti na d, α .
- Vyjádřete rovnici trajektorie tělesa v soustavě souřadnic Oxy ve svislé rovině s využitím veličin h, d, α .
- Určete souřadnici y_C nejvyššího bodu C trajektorie.
- Určete práci W nutnou k uskutečnění vrhu.
- Porovnejte práce vykonané vrhačem koule a oštěpařem v těchto podmínkách: $h = 1,8 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$, hmotnost koule $m_1 = 7,25 \text{ kg}$, hmotnost oštěpu $m_2 = 0,80 \text{ kg}$, $d_1 = 19,43 \text{ m}$, $d_2 = 84,58 \text{ m}$; hmotný střed vrhaného tělesa v počáteční poloze je v bodě A . Uvažte, jakým způsobem

získala koule rychlost v_{01} v okamžiku, kdy opouští ruku vrhače, a jakým způsobem získal rychlost v_{02} oštěp. Určete podíl velikostí obou rychlostí.

Řešení

- a) Úlohu řešíme v inerciální vztažné soustavě spojené s povrchem Země. Soustavu souřadnic Oxy volíme ve svislé rovině, v níž se pohyb děje; v_0 je velikost počáteční rychlosti. Pohyb rozložíme ve dvě složky: ve směru osy x je to pohyb rovnoměrný, ve směru osy y pohyb rovnoměrně zpomalený.

Souřadnice bodu trajektorie v čase t :

$$x = (v_0 \cos \alpha)t; \quad y = h + (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1)$$

V bodě B platí:

$$x_B = d, \quad y_B = 0, \quad t = t_B.$$

Podle (1) je tedy

$$d = (v_0 \cos \alpha)t_B, \quad h + (v_0 \sin \alpha)t_B - \frac{gt_B^2}{2} = 0.$$

Z první rovnice vyjádříme t_B a dosadíme do druhé rovnice, z níž po úpravě vyjádříme

$$v_0 = \frac{d}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2(h + d \operatorname{tg} \alpha)}}. \quad (2)$$

- b) Z (1) vyloučíme parametr t a s použitím (2) dostaneme

$$y = h + x \operatorname{tg} \alpha - x^2 \frac{h + d \operatorname{tg} \alpha}{d^2}. \quad (3)$$

c) Souřadnice vektoru rychlosti $\mathbf{v}$ ve směru osy y je

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

V bodě C je $t = t_C$, $v_y = 0$. Odtud vyjádříme

$$t_C = \frac{v_0 \sin \alpha}{g},$$

což dosadíme do (1) a určíme souřadnici y_C do nejvyššího bodu C trajektorie:

$$y_C = h + \frac{d^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{4(h + d \operatorname{tg} \alpha)}.$$

d) Práce potřebná k vykonání vrhu se rovná kinetické energii tělesa v bodě A :

$$W = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{m d^2 g}{4(h + d \operatorname{tg} \alpha) \cos^2 \alpha}.$$

e)

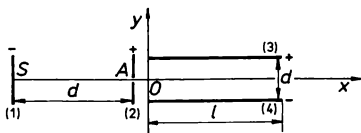
$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \frac{h + d_2 \operatorname{tg} \alpha}{h + d_1 \operatorname{tg} \alpha} \doteq 1,95 \doteq 2;$$

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{d_1}{d_2} \sqrt{\frac{h + d_2 \operatorname{tg} \alpha}{h + d_1 \operatorname{tg} \alpha}} \doteq 0,46 \doteq 0,5.$$

V daných podmínkách vykoná vrhač koule práci asi dvojnásobnou než vrhač oštěpu. Počáteční rychlost koule je rovna asi polovině počáteční rychlosti oštěpu.

3. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Dvě kovové desky (1) a (2) jsou ve svislých rovnoběžných rovinách od sebe vzdálených o délku d . V bodě S u desky (1) je uvolněn elektron. Jeho počáteční rychlost v bodě S považujeme za nulovou. V bodě A dosáhne elektron rychlosti v_0 (obráz. 50).



Obr. 50

Účinek tíhové síly působící na elektron mezi body S a A je zanedbatelný vzhledem k účinku síly elektrického pole.

- Určete kinetickou energii elektronu v bodě A . Určete velikost elektrické síly F_e působící na elektron mezi body S a A v homogenním elektrickém poli.
- Určete dobu t pohybu elektronu mezi deskami (1) a (2). Ověřte, že předpoklad zanedbatelného účinku tíhové síly na elektron je reálný.
- Malým otvorem v bodě A desky (2) projde elektron rychlostí v_0 do homogenního elektrického pole kondenzátoru mezi vodorovnými deskami (3) a (4) ve vakuu. Vzájemná vzdálenost desek kondenzátoru je d' , délka jedné desky je l . Mezi deskami kondenzátoru je napětí U . Účinek tí-

hové síly působící na elektron je zanedbatelný vzhledem k účinku síly elektrického pole kondenzátoru. Načrtněte trajektorii elektronu v elektrickém poli kondenzátoru do obrázku 50 a náčrtek zdůvodněte. Napište rovnici trajektorie elektronu v soustavě souřadnic Ozy v elektrickém poli kondenzátoru. Určete podmínku pro to, aby elektron prošel elektrickým polem kondenzátoru bez dotyku s deskou. Jaká je v tomto případě vzdálenost y_2 elektronu od osy z při výstupu elektronu z elektrického pole kondenzátoru?

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty:
hmotnost elektronu $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, elementární náboj $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $d = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $v_0 = 5,9 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $U = 1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$, $d' = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $l = 5,0 \cdot 10^{-2}$.

Řešení

a) Kinetická energie elektronu v bodě A je

$$E_{kA} = \frac{m_e v_0^2}{2} \doteq 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ J}.$$

Při přemístění elektronu po dráze SA délky d vykoná stálá elektrická síla F_e práci $W = F_e d = E_{kA}$, odtud

$$F_e = \frac{m_e v_0^2}{2d} \doteq 3,2 \cdot 10^{-14} \text{ N}.$$

b) Ve směru intenzity E homogenního elektrického pole je pohyb elektronu rovnoměrně zrychlený při nulové počáteční rychlosti. Síla F_e uděluje elektronu zrychlení o velikosti

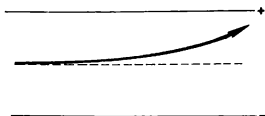
$$a_1 = \frac{F_e}{m_e} = \frac{v_0^2}{2d}.$$

Dráhu d urazí elektron za dobu t_1 , přičemž $d = \frac{1}{2}a_1t_1^2$,
odtud

$$t_1 = \frac{2d}{v_0} \doteq 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}.$$

Za dobu t_1 klesne elektron volným pádem o délku $s_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \doteq 1,5 \cdot 10^{-17} \text{ m}$. Podíl $\frac{d}{s_1} \doteq 3,3 \cdot 10^{15}$, takže vliv tíhového pole na pohyb elektronu je skutečně zanedbatelný.

- c) Náčrt trajektorie je na obr. 51; je to oblouk paraboly, obdoba trajektorie tělesa vrženého vodorovně v homogením tíhovém poli.



Obr. 51

V kondenzátoru má elektrické pole intenzitu o velikosti $\frac{U}{d'}$ a působí na elektron silou o velikosti $F_y = \frac{eU}{d'}$, která mu uděluje zrychlení o velikosti $a_y = \frac{F_y}{m_e}$. Trajektorie má parametrické rovnice

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{eU}{d' m_e} t^2.$$

Vyloučením parametru t dostaneme

$$y = \frac{eU}{2d'm_e v_0^2} x^2.$$

Je to rovnice paraboly, jejíž vrchol je v bodě A a jejíž osou souměrnosti je osa y .

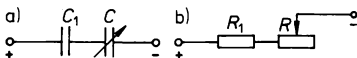
Při výstupu elektronu z elektrického pole kondenzátoru je

$$x_2 = l, \quad y_2 = \frac{eU}{2d'm_e v_0^2} l^2.$$

Elektron projde homogenním elektrickým polem kondenzátoru bez nárazu na desku, když $y_2 \leq \frac{d'}{2}$. Pro zadané hodnoty: $y_2 = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $\frac{d'}{2} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, podmínka je splněna.

4. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Dva kondenzátory, z nichž jeden má stálou kapacitu C_1 a druhý má proměnnou kapacitu C , jsou připojeny za sebou ke zdroji o napětí U_0 (obr. 52a).



Obr. 52

- a) Pro určitou kapacitu C proměnného kondensátoru určete napětí U_1 mezi svorkami kondensátoru se stálou kapacitou C_1 a napětí U mezi svorkami kondensátoru s proměnnou kapacitou C .
- b) Pro hodnoty $U_0 = 200 \text{ V}$, $C_1 = 0,50 \mu\text{F}$ doplňte tabulku s využitím výsledků úlohy a):

$\frac{C}{\mu\text{F}}$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
$\frac{U_1}{\text{V}}$						
$\frac{U}{\text{V}}$						

Nakreslete na milimetrový papír grafy funkcí $U_1 = f_1(C)$, $U = f(C)$. Kapacitu spojovacích vodičů považujte za nulovou.

- c) Kondenzátor se stálou kapacitou C_1 nahradíme rezistorem se stálým odporem R_1 a kondenzátor s proměnnou kapacitou C nahradíme rezistorem s proměnným odporem R (obr. 52b). Pro určitý odpor R proměnného rezistoru určete napětí U_1 mezi svorkami rezistoru se stálým odporem R_1 a napětí U mezi svorkami rezistoru s proměnným odporem R .
- d) Pro hodnoty $U_0 = 200 \text{ V}$, $R_1 = 500 \Omega$ doplňte tabulku s využitím úlohy c):

$\frac{R}{\Omega}$	0,00	100	200	300	400	500
$\frac{U_1}{\text{V}}$						
$\frac{U}{\text{V}}$						

Nakreslete na milimetrový papír grafy funkcí $U_1 = \varphi_1(R)$, $U = \varphi(R)$. Odpor spojovacích vodičů považujte

za nulový.

- e) Porovnejte grafy funkcí z úloh b) a d). K čemu je možno takové soustavy kondenzátorů nebo rezistorů použít?

Řešení

- a) Na každém z obou kondenzátorů i na celé soustavě je náboj Q , součet napětí na kondenzátorech je roven napětí zdroje:

$$U_1 + U = U_0, U_1 = \frac{Q}{C_1}, U = \frac{Q}{C}, U_1 : U = C : C_1.$$

Z prvního a posledního z uvedených vztahů plyne

$$U_1 = U_0 \frac{C}{C_1 + C}, \quad U = U_0 \frac{C_1}{C_1 + C}.$$

- b) Pro zadané hodnoty jsou v prostředním řádku tabulky hodnoty:

$\frac{U_1}{V}$	0	33	57	75	89	100
-----------------	---	----	----	----	----	-----

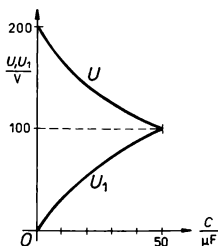
v dolním řádku tabulky jsou hodnoty:

$\frac{U}{V}$	200	167	143	125	111	100
---------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Grafy funkcí jsou na obr. 53.

- c) Oběma rezistory prochází týž proud I , součet napětí na rezistorech je roven napětí zdroje:

$$U_1 + U = U_0, U_1 = IR_1, U = IR, U_1 : U = R_1 : R.$$



Obr. 53

Z prvního a posledního z uvedených vztahů plyne

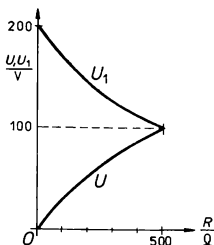
$$U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R}, \quad U = U_0 \frac{R}{R_1 + R}.$$

d) Pro zadané hodnoty jsou v prostředním řádku tabulky hodnoty:

$\frac{U_1}{V}$	200	167	143	125	111	100
-----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

v dolním řádku tabulky jsou hodnoty:

$\frac{U}{V}$	0	33	57	75	89	100
---------------	---	----	----	----	----	-----



Obr. 54

Grafy funkcí jsou na obr. 54.

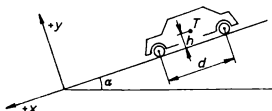
- c) Grafy jsou vesměs oblouky hyperbol, jeden stoupající a druhý klesající.

Na základě výsledků naší úlohy by bylo možno nepřímo měřit kapacity kondenzátorů a odpory rezistorů pomocí kondenzátoru se známou kapacitou, popř. rezistoru se známým odporem a voltmetru se zanedbatelnou vlastní spotřebou (tj. téměř nekonečně velkým vnitřním odporem). Pro technickou praxi to však nemá význam, poněvadž jsou metody snadnější a přesnější (např. můstkové).

5. úloha (navrhl Ing. I. Čáp, CSc.)

Po přímé silnici, jejíž vozovka svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 6,0^\circ$, jede automobil po svahu dolů stálou rychlostí v , $v = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Mezi vozovkou a pneumatikami je součinitel klidového tření $f_0 = 0,22$ a součinitel smykového

tření $f = 0,050$. Vzdálenost náprav automobilu je $d = 2,0$ m. Jede-li automobil po vodorovné silnici, působí vozovka na obě nápravy automobilu stejně velkými tlakovými silami. Hmotný střed automobilu je ve výšce $h = 0,50$ m nad vozovkou (obr. 55).



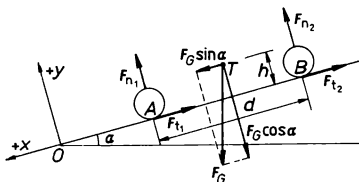
Obr. 55

- Znáznorněte na obrázku všechny síly, které působí při jízdě na automobil.
- Je řidič schopen zastavit automobil na svahu? Zastaví se auto, jestliže řidič na svahu prudkým sešlápnutím brzdového pedálu zablokuje kola vozidla?
- Pokud se podaří řidiči zastavit automobil na svahu, stačí k zajištění klidové polohy vozidla jen ruční brzda působící na zadní kola? Jak zajistí v tom případě nehybnost vozidla na vozovce?

Poznámka: Brzdění vozidla je optimální, jestliže nedochází k prokluzování kol a tření má charakter klidového tření.

Řešení

- Úlohu řešíme ve vztažné soustavě spojené s vozovkou. Na obr. 56 je znázorněna soustava souřadnic Oxy .



Obr. 56

Na automobil působí tíhová síla F_G , třecí síly F_{t1} , F_{t2} a normálové tlakové síly F_{n1} , F_{n2} vozovky.

- b) Výslednice uvedených sil uděluje vozidlu zrychlení a ve směru rovnoběžném se spádnicí vozovky. Napíšeme pohybovou rovnici v soustavě souřadnic Oxy , ve směru osy x , hmotnost automobilu označíme m :

$$F_G \sin \alpha - F_{t1} - F_{t2} = ma. \quad (1)$$

Když řidič prudkým sešlápnutím brzdového pedálu zablokuje kola, pak $F_{t1} = fF_{n1}$, $F_{t2} = fF_{n2}$. Sečtením pravých a levých stran dostaneme

$$F_{t1} + F_{t2} = f(F_{n1} + F_{n2}) = fF_G \cos \alpha,$$

protože

$$F_{n1} + F_{n2} = F_G \cos \alpha = mg \cos \alpha.$$

Dosažením do (1) vyjádříme

$$a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha). \quad (2)$$

Pro $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\sin \alpha = 0,1045$, $\cos \alpha = 0,9945$, $f = 0,05$ vyjde $a \doteq 0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Zrychlení působí směrem dolů, takže při zablokování kol se automobil pohybuje po svahu dolů s uvedeným zrychlením a nezastaví se.

- c) V tomto případě platí ve vztahu (1): $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (vozidlo je v klidu), $F_{t1} = 0 \text{ N}$ (třecí síla působí jen na zadní kola). Platí tedy

$$F_G \sin \alpha - F_{t2} = 0. \quad (3)$$

Je-li vozidlo v klidu, platí momentová věta, pro jejíž vyjádření zvolíme osu otáčení jdoucí bodem A , kolmou ke spádnicí vozovky:

$$F_{n2}d + (F_G \sin \alpha)h - (F_G \cos \alpha)\frac{d}{2} = 0. \quad (4)$$

Aby se automobil udržel na vozovce v klidu, musí být splněna podmínka

$$F_{t2} \leq f_0 F_{n2}.$$

Podle (3) a (4) určíme podíl

$$\frac{F_{t2}}{F_{n2}} = \frac{2d \sin \alpha}{d \cos \alpha - 2h \sin \alpha}.$$

Pro zadané hodnoty je tento podíl asi $0,222 > f_0$, k udržení automobilu v klidu nepostačí ruční brzda. (Bezpečně však řidič zajistí nehybnost vozidla tím, že

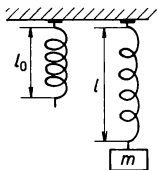
před uvolněním provozní brzdy, působící na všechna kola vozidla, nechá podložit kola klínem.)

6. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Určení hmotnosti tělesa srovnávací metodou

Máte k dispozici těleso, jehož hmotnost máte určit, a závaží o hmotnosti $m_1 = 0,100 \text{ kg}$.

- a) Určete hmotnost tělesa s využitím Hookeova zákona pomocí zařízení znázorněného na obr. 57.



Obr. 57

Příprava: Dokažte, že platí

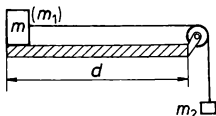
$$m = m_1 \frac{\Delta l}{\Delta l_1},$$

kde Δl je prodloužení pružiny po zavěšení tělesa o hmotnosti m , Δl_1 je prodloužení pružiny po zavěšení tělesa o hmotnosti m_1 . Popište pokusy, které provedete. Zapište další potřebné pomůcky.

Měření: Stanovte, které veličiny musíte k řešení úlohy změřit. Měření každé veličiny opakujte za stejných podmínek pětkrát a запиšte do tabulky. Pro každou veličinu stanovte aritmetický průměr z naměřených hodnot a průměrnou relativní odchylku (podle učebnice Fyzika pro I. ročník gymnázií, SPN Praha 1984, s. 290).

Určení hmotnosti m : Použijte stanovené aritmetické průměry veličin k určení hmotnosti m . Stanovte relativní odchylku hmotnosti m ; číselnou hodnotu hmotnosti m správně zaokrouhlete.

- b) Určete hmotnost tělesa s využitím druhého Newtonova pohybového zákona pomocí zařízení znázorněného na obr. 58.



Obr. 58

Příprava: Dokažte, že podle druhého Newtonova pohybového zákona platí

$$m = \frac{a_1}{a}(m_1 + m_2) - m_2,$$

kde a_1 je velikost zrychlení soustavy, v které použijeme kromě tělesa o hmotnosti m_1 ještě těleso o hmotnosti m_2 , a je velikost zrychlení soustavy, ve které použijeme kromě

tělesa o hmotnosti m ještě těleso o hmotnosti m_2 . Napište, které zjednodušující předpoklady při použití vztahu pro hmotnost m uděláte. Popište pokusy, které provedete. Zapište další potřebné pomůcky. Proč je výhodné volit hmotnost m_2 malou vzhledem k hmotnostem m a m_1 ? Jak se změní uvedený vztah, můžeme-li předpokládat, že platí $m_2 \ll m_1$, $m_2 \ll m$?

Měření: Stanovte, které veličiny musíte k řešení úlohy změřit. Měření každé veličiny opakujte při konstantním d a za stejných podmínek pětkrát a zapište do tabulky. Pro každou veličinu stanovte aritmetický průměr z naměřených hodnot a průměrnou relativní odchylku.

Určení hmotnosti m . Použijte stanovené aritmetické průměry k určení hmotnosti m . Odhadněte relativní odchylku hmotnosti m ; číselnou hodnotu m správně zaokrouhlete.

- c) Zhodnocení postupů měření a), b): Porovnejte číselné hodnoty hmotnosti m stanovené postupy a), b). Můžete považovat jeden z nich za přesnější než druhý? Zdůvodněte. Na kolik platných číslic se shodují číselné hodnoty veličiny m zjištěné postupem a) a postupem b)? Zapište tuto společnou hodnotu hmotnosti m .

Řešení

- a) Při zavěšení tělesa o hmotnosti m_1 na pružinu působí na pružinu síla o velikosti $m_1 g$ a pružina se prodlouží o Δl_1 . Má-li pružina tuhost k , pak $m_1 g = k \Delta l_1$. Při zavěšení závaží o hmotnosti m platí obdobně $mg = k \Delta l$. Z těchto dvou vztahů plyne vztah, který má být dokázán. K provedení pokusu potřebujeme kromě pomůcek uvedených v zadání ještě ocelovou pružinu, stojan k jejímu upevnění a délkové měřidlo. Těleso i závaží opatříme háč-

ky k zavěšení na pružinu. Hmotnost závaží budeme považovat za přesnou, zanedbáme hmotnost závěsného háčku. Příklad naměřených hodnot veličin: $\Delta l = 16,9 \text{ cm}$, $\Delta l_1 = 8,3 \text{ cm}$, průměrné relativní odchylky $\delta(\Delta l) \doteq 0,006$, $\delta(\Delta l_1) = 0,024$, $\delta m = \delta(\Delta l) + \delta(\Delta l_1) \doteq 0,03$. Z toho vypočítáme

$$m \doteq (0,204 \pm 0,006) \text{ kg}.$$

b) Z druhého Newtonova pohybového zákona:

$$(m_1 + m_2)a_1 = m_2g = (m_1 + m_2)a,$$

odtud vyplývá vztah, jehož platnost jsme měli dokázat. Zrychlení a_1, a zjistíme změřením dob t_1, t , za které závaží, popř. těleso urazí dráhu d . Z rovnosti

$$d = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = \frac{1}{2}at^2$$

dostaneme

$$\frac{a_1}{a} = \left(\frac{t}{t_1}\right)^2,$$

takže

$$m = \left(\frac{t}{t_1}\right)^2 (m_1 + m_2) - m_2.$$

Hmotnost m_2 volíme co možná malou, aby pohyby nebyly příliš rychlé, tj. aby doby t_1, t byly dobře měřitelné. Jestliže $m_2 \ll m_1, m_2 \ll m$, zjednoduší se vztah pro m takto:

$$m \doteq m_1 \left(\frac{t}{t_1}\right)^2.$$

K provedení pokusu potřebujeme kromě pomůcek uvedených v zadání ještě velmi hladkou podložku, kladku, spojovací nit, těleso o známé hmotnosti m_2 a stopky.

Zjednodušující předpoklady: nepřihlížíme k tření mezi tělesem a podložkou, zanedbáváme hmotnost spojovacího vlákna a hmotnost kladky. Účinek třecí síly můžeme vyloučit odpovídajícím nakloněním roviny. Měřením bylo například zjištěno: $t = 4,4 \text{ s}$, $\delta t = 0,046$, $t_1 = 2,8 \text{ s}$, $\delta t_1 = 0,065$, takže $\delta m = 2(\delta t + \delta t_1) \doteq 0,22$.

Závaží, které uvádělo soustavu do pohybu, mělo hmotnost $m_2 = 0,020 \text{ kg}$. Výpočtem vyjde

$$m = (0,28 \pm 0,04) \text{ kg}.$$

- c) Číselné hodnoty m se shodují na jedinou platnou číslici, a to $m \doteq 0,2 \text{ kg}$. Přesnější je způsob a), protože u způsobu b) jsme učinili zjednodušující předpoklady, které nejsou splněny; zejména nelze zanedbat tření při pohybu tělesa po podložce.

7. úloha (navrhl Ing. I. Čáp, CSc.)

Při přistávání letadla se kola podvozku roztáčí třením o povrch přistávací plochy. Kola podvozku při tom konají rovnoměrně zrychlený otáčivý pohyb, pokud jejich obvodová rychlost nedosáhne velikosti přistávací rychlosti v_0 posuvného pohybu letadla. Hmotnost letadla $m = 160 \text{ t}$. Podvozek letadla má $N = 8$ kol, z nichž každé má poloměr $r = 0,80 \text{ m}$ a moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení $I = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Předpokládáme, že při dosednutí podvozku letadla na přistávací plochu působí na každé kolo normálová tlaková síla o velikosti $F_n = 200 \text{ kN}$. Velikost přistávací rychlosti letadla

$v_0 = 300 \text{ km.h}^{-1}$. Součinitel klidového tření mezi přistávací plochou a kolem je $f_0 = 0,50$, součinitel smykového tření mezi přistávací plochou a kolem je $f = 0,40$.

Pro zjednodušení podmínek řešení neuvažujeme odpor prostředí (ve skutečnosti je tento odpor značný).

Poznámka: Pohybová rovnice pro rovnoměrně zrychlený otáčivý pohyb je $M = I\alpha$, kde M je konstantní moment síly vzhledem k ose otáčení, α je konstantní úhlové zrychlení.

- Určete dobu t_0 , po kterou trvá roztáčení kol podvozku. Předpokládáme, že po dobu t_0 se nemění rychlost posuvného pohybu letadla.
- Určete změnu rychlosti letadla za dobu t_0 . Ověřte, že předpoklad zavedený v úloze a) je reálný.
- Na jaké nejkratší přistávací dráze $d_{\min}$ je letadlo schopno zastavit, uvažujeme-li jen působení třecích sil přistávací plochy na kola podvozku? Předpokládáme přitom, že dráha, kterou letadlo urazí za dobu t_0 , je zanedbatelná vzhledem k celkové přistávací dráze d .

Řešení

- Když letadlo dosedne na přistávací plochu, působí na každé kolo podvozku normálová síla F_n a třecí síla $F_t = fF_n$, jejíž moment vzhledem k ose otáčení má velikost $M = F_t r$. Kola se roztáčí se stálým úhlovým zrychlením α , pokud obvodová rychlost nedosáhne rychlosti v_0 posuvného pohybu letadla, což trvá dobu t_0 . V tomto případě platí: $v_0 = \omega_0 r$, $\omega_0 = \alpha t_0$. Velikost zrychlení α otáčivého pohybu určíme pomocí pohybové rovnice $M = I\alpha$. Z uvedených vztahů určíme

$$t_0 = \frac{I v_0}{f F_n r^2} \doteq 1,95 \cdot 10^{-2} \text{ s}. \quad (1)$$

- b) Hybnost letadla se změní o $\Delta p = m\Delta v$. Tato změna je rovna impulsu třecí síly fF_n za dobu t_0 pro N kol podvozku: $m\Delta v = NfF_nt_0$. Pak s použitím (1)

$$\Delta v = \frac{NIv_0}{mr^2} \doteq 7,8y \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}.$$

Rychlost letadla se tedy při roztáčení podvozku zmenší asi o $0,78 \text{ m.s}^{-1}$. Tato hodnota je zanedbatelná proti velikosti přistávací rychlosti v_0 letadla a předpoklad v úloze a) je tudíž reálný.

- c) Letadlo je na přistávací dráze brzděno třením mezi podvozkem a přistávací plochou. Konají-li kola podvozku valivý pohyb bez proklouzávání, což platí pro přistávací dráhu, nehledíme-li k prvnímu úseku zanedbatelné délky, jde o tření klidové se součinitelem f_0 . Práce brzdících sil (pro N kol) je rovna změně kinetické energie posuvného pohybu letadla z hodnoty $\frac{1}{2}mv_0^2$ na hodnotu nulovou na konci přistávací dráhy $d_{\min}$:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = NF_t d_{\min} = Nf_0F_n d_{\min},$$

odtud

$$d_{\min} = \frac{mv_0^2}{2f_0NF_n} \doteq 690 \text{ m}.$$

Přistávací dráha letiště musí tedy mít délku $d \geq d_{\min}$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Zlato v pevném skupenství má krystalickou mřížku, která patří do krychlové soustavy. Základní buňka je plošně centrovaná. Mřížková konstanta $a = 0,4078 \text{ nm}$.

- Nakreslete model základní buňky. Určete počet n atomů připadajících na jednu základní buňku. Jaká je nejmenší vzdálenost $d_{\min}$ dvou atomů zlata v mřížce?
- Určete hmotnost atomu zlata, znáte-li molární hmotnost M_m zlata. Určete hmotnost atomu zlata, znáte-li složení jádra atomu zlata z protonů a neutronů. Oba výsledky porovnejte.
- Určete hustotu zlata v pevném skupenství.
- Odhadněte počet atomů zlata v kousku ryziho zlata o hmotnosti $m_v = 2,150 \text{ g}$.

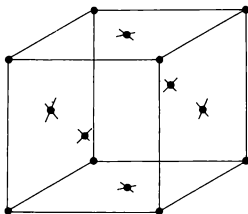
Je dáno: molární hmotnost zlata $M_m = 0,197 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, Avogadrova konstanta $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, protonové číslo $Z = 79$, nukleonové číslo $A = 197$, hmotnost protonu $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, hmotnost neutronu $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Řešení

- Krychlová buňka plošně centrované mřížky (obr. 59) má po jednom atomu v každém z osmi vrcholů a po jednom atomu ve středech každé ze šesti stěn. Každý atom ve vrcholu náleží osmi sousedním buňkám, takže uvažované buňce patří 1 atom. Každý atom ve středu stěny náleží dvěma sousedním buňkám, takže uvažované buňce patří 3 atomy, celkem tedy má buňka $n = 4$ atomy. Nejmenší vzájemnou vzdálenost $d_{\min}$ mají atomy, z nichž jeden leží ve vrcholu buňky, druhý ve středu kterékoli ze stěn, které uvažovaný vrchol obsahují. Hrana krychle má délku a ,

polovina stěnové uhlopříčky

$$d_{\min} = a \frac{\sqrt{2}}{2} \doteq 0,2884 \text{ nm}.$$



Obr. 59

b) Hmotnost atomu

$$m = \frac{M_m}{N_A} \doteq 3,27 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

Atomové jádro je složeno ze Z protonů a $A - Z$ neutronů, takže

$$m' = Zm_p + (A - Z)m_n \doteq 3,30 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

Příčinou rozdílu $m = m' - m$ je vazbová energie jádra.

- c) Z výsledku úlohy a) víme, že buňka obsahuje 4 atomy, z nichž každý má hmotnost m a buňka má objem a^3 .

Hustota

$$\rho = \frac{4m}{a^3} \doteq 19,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

- d) Počet atomů ve vzorku

$$n_1 = \frac{m_v}{m} \doteq 6,6 \cdot 10^{21}.$$

2. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Soustava dvou kondenzátorů o kapacitách C_1, C_2 se připojí ke stejnosměrnému zdroji o napětí U_0 .

- a) Kondenzátory jsou spojeny vedle sebe. Určete kapacitu C soustavy. Určete napětí U_1 mezi deskami prvního kondenzátoru a napětí U_2 mezi deskami druhého kondenzátoru soustavy. Určete elektrický náboj Q_1 desky prvního kondenzátoru a elektrický náboj Q_2 desky druhého kondenzátoru soustavy. Soustavu nahradíme jediným kondenzátorem o kapacitě C . Určete elektrický náboj Q tohoto kondenzátoru. Jaký je vztah mezi elektrickým nábojem Q a elektrickými náboji Q_1 a Q_2 ?
- b) Řešte úlohu a) pro případ, že kondenzátory jsou spojeny za sebou.
- c) Řešte úlohy a), b) pro hodnoty $C_1 = 3,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 6,0 \mu\text{F}$, $U_0 = 120 \text{ V}$. Porovnejte náboje soustav v obou případech.

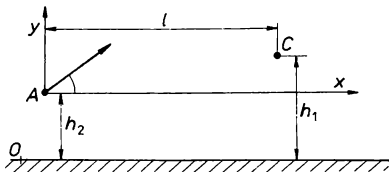
Řešení

- a) Při paralelním spojení platí $C_1 + C_2 = C$, $U_1 = U_2 = U_0$,
 $Q_1 = C_1 U_0$, $Q_2 = C_2 U_0$, $Q = C U_0 = Q_1 + Q_2$.

- b) Při sériovém spojení má soustava kapacitu $C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$, náboj $Q' = C' U_0$, $Q'_1 = Q'_2 = Q'$, $U'_1 = \frac{C'_2}{C'_1} U_0$, $U'_2 = \frac{C'_1}{C'_2} U_0$, $U'_1 + U'_2 = U_0$.
- c) Pro dané hodnoty: $C = 9,0 \mu\text{F}$, $U_1 = U_2 = 120 \text{ V}$, $Q_1 = 360 \mu\text{C}$, $Q_2 = 720 \mu\text{C}$, $Q = 1080 \mu\text{C}$; $C' = 2,0 \mu\text{F}$, $Q' = Q'_1 = Q'_2 = 240 \mu\text{C}$, $U'_1 = 80 \text{ V}$, $U'_2 = 40 \text{ V}$.
Porovnání: $C > C'$, $Q > Q'$.

3. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

V tělocvičně se hrála košíková. Kovový kruh koše se středem v bodě C byl upevněn ve výšce h_1 nad podlahou. V počáteční poloze je střed míče v bodě A ve výšce h_2 nad podlahou. Útočník vystřelil míč z této polohy ve směru, který svírá s vodorovnou rovinou úhel α (obr. 60).



Obr. 60

Svislé přímky procházející body A, C jsou od sebe vzdáleny o délku l , určují rovinu souřadnic Azy . Vodorovná rovina procházející bodem O je rovina podlahy.

- a) Vyjádřete souřadnice bodů (x, y) hmotného středu míče jako funkce času t . Vyjádřete rovnici této trajektorie $y = f(x)$ v soustavě souřadnic Azy ; odpor vzduchu neuvažujte.
- b) Předpokládáme, že střela je úspěšná, jestliže hmotný střed míče projde bodem C . Načrtněte úspěšnou trajektorii a popište ji. Určete velikost počáteční rychlosti v_A , při které je střela úspěšná pro dané hodnoty h_1, h_2, l, α . Stanovte rovnici trajektorie středu míče $y = f(x)$ pro tento případ. Jaká je podmínka pro elevační úhel α ?
- c) Určete velikost počáteční rychlosti v_A pro hodnoty: $h_1 = 3,05 \text{ m}$, $h_2 = 2,00 \text{ m}$, $l = 7,10 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$.
Obránce, který je v rovině Azy ve vzdálenosti $d = 0,90 \text{ m}$ od útočníka, vyskočil z podlahy svisle vzhůru a vzpašil tak, že dosáhl prsty svých rukou do výšky $h_3 = 2,70 \text{ m}$ nad podlahou. Mohl zasáhnout míč?

Řešení

- a) Hmotný střed míče se pohybuje po trajektorii, jejíž parametrické rovnice jsou

$$x = v_A t \cos \alpha, \quad y = v_A t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2. \quad (1)$$

Vyloučením parametru t dostaneme

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2 v_A^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (2)$$

- b) Vrh je úspěšný, když na trajektorii leží bod C , jehož souřadnice jsou $x_C = l$, $y_C = h_1 - h_2$. Dosadíme do (2), pak určíme rychlost v_{A0} při úspěšném vrhu:

$$v_{A0} = \frac{l}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2(l \operatorname{tg} \alpha - h_1 + h_2)}}. \quad (3)$$

Trajektorii hmotného středu míče stanovíme dosazením $v_A = v_{A0}$ podle (3) do rovnice (2). Dostaneme

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - x^2 \frac{l \operatorname{tg} \alpha - h_1 + h_2}{l_2}. \quad (4)$$

Bod C leží v klesající části trajektorie. Označíme t_0 čas, v němž míč tímto bodem proletuje. Rychlost míče má složky

$$v_x = v_{A0} \cos \alpha, \quad v_y = v_{A0} \sin \alpha - g t_0 < 0. \quad (5)$$

Podle prvního ze vztahů (1) je

$$t_0 = \frac{l}{v_{A0} \cos \alpha}.$$

Do druhého ze vztahů (5) dosadíme za t_0 , tím dostaneme podmínku

$$v_{A0} \sin \alpha - g \frac{l}{v_{A0} \cos \alpha} < 0,$$

neboli

$$v_{A0}^2 \sin \alpha \cos \alpha - g l < 0.$$

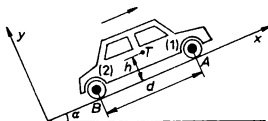
Dosazením za v_{A0} z (3) dostaneme pro úhel α podmínku

$$\operatorname{tg} \alpha > 2 \frac{h_1 - h_2}{l}. \quad (6)$$

- c) Pro zadané hodnoty je splněna podmínka (6), bod C tedy leží na klesající části trajektorie. Počáteční rychlost míče má velikost $v_{A0} \doteq 9,04 \text{ m.s}^{-1}$. Pro $x_0 = 0,90 \text{ m}$ vypočítáme z (4) $y_0 \doteq 0,80 \text{ m}$. Hmotný střed míče proletí nad podlahou ve výšce $h_2 + y_0 \doteq 2,80 \text{ m}$. Obránce tedy nedosáhne k hmotnému středu míče, ale může se míče dotknout, pokud míč má průměr aspoň 20 cm.

4. úloha (navrhl Ing. I. Čáp, CSc.)

Automobil o hmotnosti $m = 1\,200\text{ kg}$ jede po vodorovné přímé silnici. Vzájemná vzdálenost náprav automobilu $d = 2,0\text{ m}$. Hmotný střed automobilu je ve výšce $h = 0,50\text{ m}$ nad vozovkou ve stejných vzdálenostech od náprav. V určitém místě začal automobil stoupat po zasněžené silnici s úhlem sklonu α vzhledem k vodorovné rovině a byl nucen zastavit (stoupání $p = \sin \alpha = 0,10$). Mezi vozovkou a pneumatikami je součinitel klidového tření $f_0 = 0,20$, součinitel smykového tření $f = 0,050$ (obr. 61). Z místa zastavení má řidič rozjet automobil vzhůru rovnoměrně zrychleným pohybem.



Obr. 61

- Znáznorněte síly, které na automobil působí při rozjíždění: F_g , F_{n1} , F_{n2} , F_{t1} , F_{t2} .
- Určete největší možné zrychlení a_1 při předním náhonu automobilu. Je řidič schopen uvést automobil do rovnoměrně zrychleného pohybu vzhůru? Zdůvodněte odpověď.
- Určete největší možné zrychlení a_2 při zadním náhonu au-

tomobilu. Je řidič schopen uvést automobil do rovnoměrně zrychleného pohybu vzhůru? Zdůvodněte odpověď.

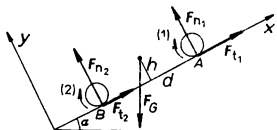
- d) Jak se změní situace v případě c), jestliže dojde ke smyku kol, tj. $F_{t2} = fF_{n2}$?

Poznámka: Jestliže kola neproklouzávají, platí v případě b) $F_{t1} \leq f_0 F_{n1}$, $F_{t2} = 0$ N, v případě c) $F_{t2} \leq f_0 F_{n2}$, $F_{t1} = 0$ N.

Pro vyjádření momentové věty je výhodné použít neinerciální vztažnou soustavu spojenou s automobilem; v případě b) volit okamžitou osu otáčení procházející bodem B , kolmou k rovině Oxy , v případě c) okamžitou osu otáčení procházející bodem A , kolmou k téže rovině.

Řešení

- a) Síly působící na automobil jsou načrtnuty na obr. 62. Je nutno uvažovat i setrvačnou sílu $F_s = -am$, působící v soustavě spojené s automobilem. V neinerciální soustavě spojené s automobilem musí být uvažován vektorový součet všech působících sil i celkový moment sil.



Obr. 62

- b) Jestliže při uvádění do pohybu vzhůru kola neproklouzávají, pak ve směru osy z působí síly $F_{t1} \leq f_0 F_{n1}$, $-F_G \sin \alpha$, vzhledem k neinerciální soustavě spojené s automobilem ještě setrvačná síla velikosti $F_s = ma_1$. Při

volbě okamžité osy procházející bodem B kolmo k rovině Oxy platí podle momentové věty

$$F_{n1}d + F_s h - F_G \frac{d}{2} \cos \alpha + F_G h \sin \alpha = 0,$$

dále pohybová rovnice

$$f_0 F_{n1} - mg \sin \alpha = ma_1.$$

Řešením soustavy rovnic dostaneme

$$a_1 = g \left[\frac{df_0 \cos \alpha}{2(d + hf_0)} - \sin \alpha \right],$$

pro dané hodnoty $a_1 = 0,51 \text{ m.s}^{-2}$.

Automobil s předním náhonem nemůže v daných podmínkách být uveden do rovnoměrně zrychleného pohybu po silnici vzhůru.

c) Pro zadní náhon platí pohybová rovnice ($F_{t2} = f_0 F_{n2}$)

$$f_0 F_{n2} - F_G \sin \alpha = ma_2.$$

Podle momentové věty vzhledem k okamžité ose otáčení procházející bodem A kolmo k rovině Oxy ($F_s = -ma_2$ je setrvačná síla)

$$-F_{n2}d + F_s h - F_G \frac{d}{2} \cos \alpha - F_G h \sin \alpha = 0.$$

Řešením soustavy rovnic dostaneme

$$a_2 = g \left[\frac{df_0 \cos \alpha}{2(d - hf_0)} - \sin \alpha \right],$$

pro zadané hodnoty $a_2 \doteq 0,046 \text{ m.s}^{-2}$.

Automobil se zadním náhonem může být uveden v daných podmínkách do rovnoměrně zrychleného pohybu po silnici vzhůru.

- d) Dojde-li ke smyku kol, uplatní se součinitel smykového tření f . Po dosazení do rovnice a_2 dostaneme $a'_2 \doteq -0,73 \text{ m.s}^{-2}$, tedy automobil nemůže být uveden do rovnoměrně zrychleného pohybu po silnici vzhůru.

4. Úlohy kategórie D

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. A Szabó)

Pri pretekoch v behu na 100 m sa bežec rozbíhol po štarte rovnomerne zrýchleným pohybom po dráhe $d_1 = 20$ m za dobu $t_1 = 3,5$ s. Potom až do cieľa bežal stálou rýchlosťou.

- Určte zrýchlenie pohybu na prvom úseku dráhy.
- Určte maximálnu rýchlosť, ktorú bežec dosiahol.
- Za akú dobu zabehol bežec dráhu 100 m?
- Nakreslite graf rýchlosti a zrýchlenia ako funkcie času.

Riešenie

- a) Zrýchlenie na prvom úseku dráhy určíme so vzťahu

$$d_1 = \frac{1}{2}at_1^2,$$

odtiaľ

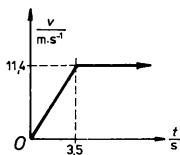
$$a = \frac{2d_1}{t_1^2} \doteq 3,3 \text{ m.s}^{-2}.$$

- b) Maximálna rýchlosť bežca

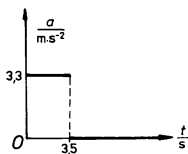
$$v = at_1 = \frac{2d_1}{t_1} \doteq 11,4 \text{ m.s}^{-1}.$$

- c) Bežec zabehol dráhu $d = 100$ m za dobu

$$\begin{aligned} t &= t_1 + \frac{d - d_1}{v} = t_1 \left(1 + \frac{d - d_1}{2d_1} \right) = \\ &= \frac{t_1}{2} \left(1 + \frac{d}{d_1} \right) \doteq 10,5 \text{ s.} \end{aligned}$$



Obr. 63



Obr. 64

d) Obr. 63 a obr. 64.

2. úloha (navrhl RNDr. Rastislav Baník)

Na hladine jazera pláva rovnorodý valec s polomerom R a s výškou h . Valec je zhotovený z materiálu, ktorého hustota je dvakrát menšia ako hustota vody. Uvažujme dve rovnovážne

polohy plávajúceho valca: V polohe A je os valca kolmá na voľný povrch vody, v polohe B je os valca rovnobežná s voľným povrchom vody.

- Určte, kde sa nachádza poloha ťažiska ponorenej časti valca pri preklopení valca z polohy A do polohy B .
- Určte, ako sa zmení poloha ťažiska kvapalinového telesa rovnakého objemu ako je ponorená časť valca.
- Akú prácu musíme urobiť, keď preklopíme valec z polohy A do polohy B ?

Urobte diskusiu s ohľadom na R, h . Úlohu c) riešte pre hodnoty $R = 6,0 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$, $\rho_0 = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$.

Ťažisko polvalca má od jeho rovinatej steny vzdialenosť $d_T = \frac{4R}{3\pi}$.

Riešenie

- V polohe A je ťažisko ponorenej časti valca v hĺbke $h_A = \frac{h}{4}$ a v polohe B je jej ťažisko v hĺbke $h_B = \frac{4R}{3\pi}$ pod voľným povrchom vody. Zmena hĺbky ťažiska

$$\Delta h = h_B - h_A = \frac{4R}{3\pi} - \frac{h}{4} \doteq -2,5 \text{ cm}.$$

Poloha ťažiska sa zvýši.

- Poloha ťažiska je v oboch prípadoch rovnaká.
- Označíme m hmotnosť valca, ktorá sa rovná hmotnosti vody vytlačenej valcom. Práca pri preklopení je daná zmenou tiažovej potenciálnej energie vodného telesa vytlačeného valcom pri preklopení z polohy A do polohy B ; táto práca

$$W = mg\Delta h = mg \left(\frac{4R}{3\pi} - \frac{h}{4} \right) \gtrless 0$$

podľa toho, či

$$h \gtrless \frac{16R}{3\pi}.$$

Pre zadané hodnoty

$$W = \frac{1}{2} \pi R^2 h \rho_0 g \left(\frac{4R}{3\pi} - \frac{h}{4} \right) \doteq -0,28 \text{ J.}$$

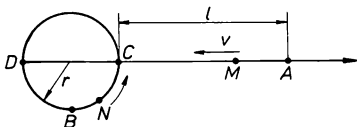
Práca vonkajšej sily je teda záporná, čo súhlasí s tým, že

$$h = 0,2 \text{ m} > \frac{16,2 \cdot 10^{-2}}{3\pi} \text{ m} \doteq 0,1 \text{ m}.$$

V polohe B je sústava v nižšom energetickom stave, a preto je táto poloha stabilná.

3. úloha (navrhl RNDr. E. Růžicka, CSc.)

Hmotný bod M sa pohybuje po priamke stálou rýchlosťou v , jeho počátečná poloha je dána bodom A (obr. 65). Současne s bodem M se začne pohybovat hmotný bod N z počáteční polohy B po kružnici o poloměru r , a to pohybem rovnoměrně zrychleným. Při prvním oběhu N se oba hmotné body setkají v místech C, D , vzdálenost $|AC| = l$.



Obr. 65

- Stanovte počáteční rychlost v_0 hmotného bodu N .
- Stanovte tečné zrychlení a bodu N .
- Proveďte diskusi vztahu pro tečné zrychlení a vzhledem k podmínkám úlohy.

Řešení

Bod M projde body C, D v časech

$$t_C = \frac{l}{v}, \quad t_D = \frac{l + 2r}{v}. \quad (1)$$

V týchž časech prochází body C, D i bod N :

$$\frac{\pi r}{2} = v_0 t_C + \frac{1}{2} a t_C^2, \quad (2)$$

$$\frac{3\pi r}{2} = v_0 t_D + \frac{1}{2} a t_D^2. \quad (3)$$

a) Ze soustavy rovnic (2), (3) vyjádříme s použitím (1)

$$v_0 = \frac{\pi v}{2l} \left[r - \frac{l(l-r)}{l+2r} \right].$$

b) Obdobně vyjádříme tečné zrychlení

$$a = \frac{\pi v^2}{l} \cdot \frac{l-r}{l+2r}.$$

c) Veličiny l, r jsou kladné. Mohou tedy nastat tři případy:

$$l \geq r, \quad \text{potom} \quad a \geq 0 \text{ m.s}^{-2}.$$

4. úloha (navrhl RNDr. E. Růžička, CSc.)

Těleso padá volným pádem po dobu 14 s, tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- a) Jakou dráhu urazilo těleso v poslední sekundě pohybu?
 b) Určete dráhy, které těleso urazilo postupně v první sekundě, ve druhé, ve třetí, ..., ve čtrnácté sekundě.
 Označte s_n dráhu, kterou urazí těleso za dobu t_n . Výsledky запиšte do tabulky:

$\frac{t_n}{s}$	1	2	3	4	5	6	...	12	13	14
$\frac{s_n}{m}$										
$\frac{s_n - s_{n-1}}{m}$										
$\frac{s_n - s_{n-1}}{s_1}$										

- c) Určete poměr dráhy tělesa vykonané v n -té sekundě a dráhy tohoto tělesa vykonané v první sekundě. Vyslovte závěr.

Řešení

- a) Za 14 s urazí těleso dráhu $s_{14} = \frac{10 \text{ m.s}^{-2}}{2} \cdot (14 \text{ s})^2$, za 13 s dráhu $s_{13} = \frac{10 \text{ m.s}^{-2}}{2} \cdot (13 \text{ s})^2$, ve 14. sekundě dráhu

$$s_{14} - s_{13} = \frac{10 \text{ m.s}^{-2}}{2} (14^2 - 13^2) \text{ s}^2 = 135 \text{ m}.$$

- b) Za dobu t_n urazí těleso dráhu $s_n = \frac{g}{2} t_n^2$ (druhý řádek tabulky). Pro rozdíl $s_n - s_{n-1}$ platí, poněvadž $t_{n-1} = t_n - 1$ s:

$$s_n - s_{n-1} = \left\{ g \left(\{t_n\} - \frac{1}{2} \right) \right\} m$$

(třetí řádek tabulky).

c)

$$\frac{s_n - s_{n-1}}{s_1} = \frac{\{g(\{t_n\} - \frac{1}{2})\}}{\{\frac{g}{2}\}} = 2\{t_n\} - 1$$

(čtvrtý řádek tabulky).

Ve třetím řádku jsou hodnoty odpovídající dráhám v jednotlivých sekundách. Pro $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ je každá z nich o 10 m delší než předcházející. Hodnoty ve čtvrtém řádku tvoří posloupnost lichých čísel.

5. úloha (navrhl RNDr. J. Jírů)

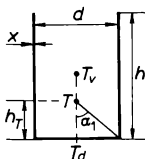
Hliníková nádoba tvaru válce má vnější rozměry: výšku h , průměr dna d . Tloušťka stěn i dna je x , $x \ll h$, $x \ll d$.

- Určete, o jaký úhel α_1 musíme nádobu naklonit, aby se dostala do rovnovážné polohy vratké.
 - Řešte úlohu a) v případě, že nádoba je dnem vzhůru; úhel označte α_2 .
 - U obou výsledků proveďte diskusi pro případ $h \gg d$, $d \gg x$; oba výsledky fyzikálně zdůvodněte.
- Úlohu řešte obecně, potom pro hodnotu $h = d$.

Řešení

Označíme ρ hustotu hliníku. Dno nádoby má hmotnost $m_d = \pi \frac{d^2}{4} \rho x$, válcová část má hmotnost $m_v = \pi d h x \rho$

(objem části nádoby představující plášť válce vyjadřujeme jako objem kvádru s obsahem podstavy πdh a výškou x).
Těžiště T nádoby je na spojnici těžiště T_d podstavy a těžiště T_v válcové části, které je ve výšce $h_v = \frac{h}{2}$ nad podstavou.



Obr. 66

a) (Obr. 66.) Pro výšku h_T těžiště T nad podstavou platí

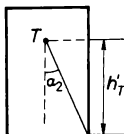
$$\frac{h_T}{h_v - h_T} = \frac{m_v}{m_d} \quad \text{neboli} \quad \frac{h_T}{\frac{h}{2} - h_T} = \frac{m_v}{m_d} = \frac{4h}{d}$$

a odtud

$$h_T = \frac{2h^2}{d + 4h}.$$

Potom

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\frac{d}{2}}{h_T} = \frac{d(d + 4h)}{4h^2}.$$



Obr. 67

- b) (Obr. 67.) Výška h'_T těžiště je nyní $h'_T = h - h_T$.
Pro úhel α_2 platí

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\frac{d}{2}}{h - h_T} = \frac{d(d + 4h)}{2h(d + 2h)}.$$

- c) Pro $h \gg d$: $\operatorname{tg} \alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_1 \rightarrow 0^\circ$; $\operatorname{tg} \alpha_2 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 0^\circ$.
Pro $h \ll d$: $\operatorname{tg} \alpha_1 \rightarrow \infty$, $\alpha_1 \rightarrow 90^\circ$; $\operatorname{tg} \alpha_2 \rightarrow \infty$, $\alpha_2 \rightarrow 90^\circ$.
Pro $h = d$: $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{5}{4} = 1,25$, $\alpha_1 \doteq 51^\circ 20'$; $\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{5}{6} \doteq 0,833\ 3$, $\alpha_2 \doteq 39^\circ 50'$.

6. úloha (navrhli RNDr. R. Baník a RNDr. I. Volf)

Určování hustoty cukru

S použitím vhodných pomůcek určete hustotu kostkového cukru a odhadněte, jaké odchylky při měření jste se dopustili.

Poznámky: K měření použijte více kostek cukru a předpokládejte, že všechny mají stejnou hustotu. Ke každému způsobu (navrhněte alespoň dva různé způsoby) proveďte 5 až 10 měření s různým počtem kostek cukru. Jeden ze způsobů by měl být uskutečnitelný s předměty, které máte v domácnosti.

Upozornění: Cukr se při měření nesmí znehodnotit.

Řešení

K určení hustoty potřebujeme znát hmotnost m kostky cukru nebo několika kostek a její (nebo jejich) objem V . Cukr pak má hustotu $\rho = \frac{m}{V}$. Můžeme postupovat několika způsoby:

a) Sestavíme kvádr z určitého počtu kostek, změříme jeho hmotnost a jeho rozměry a, b, c posuvným měřidlem, potom $V = abc$.

b) Těleso sestavené z kostek těsně obalíme igelitovou fólií (aby se kostky nezašpinily), obalíme plastelínou a pomocí odměrného válce zjistíme objem V_1 tohoto tělesa. Potom vyjmeme cukr a odměrným válcem zjistíme objem V_2 plastelíny a fólie. Objem kostek je $V = V_1 - V_2$.

Přesnost tohoto postupu je velmi malá, poněvadž určení objemu pomocí odměrného válce je málo přesné a poněvadž při stanovení objemu V se sčítají absolutní odchylky objemů V_1, V_2 , takže relativní odchylka může být velmi značná.

c) Některé cukrovary dodávají kostkový cukr v hranolových krabicích, v nichž čistá hmotnost cukru je 1 kg (tento údaj můžeme považovat za dostatečně přesný) a jednotlivé kostky jsou k sobě těsně přiloženy. Vnitřní rozměry a, b, c krabice změříme s vyhovující přesností školním délkovým měřidlem s dělením po 0,5 mm, takže absolutní odchylky $\Delta a = \Delta b = \Delta c \doteq 0,25$ mm. Všechny tyto pomůcky jsou obvykle v domácnosti. V jednom případě bylo změřeno: $a = 17,5$ cm, $b = 11,3$ cm, $c = 5,0$ cm. Objem cukru $V \doteq 9,89 \cdot 10^{-4}$ m³. Hustota cukru $\rho \doteq 1,01 \cdot 10^3$ kg.m⁻³.

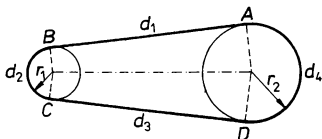
Relativní odchylky: $\delta a \doteq 0,0014$, $\delta b \doteq 0,0022$, $\delta c \doteq 0,0050$, takže $\delta \rho = \delta V = \delta a + \delta b + \delta c \doteq 0,01$, takže

$$\rho \doteq (1,01 \pm 0,01) \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}.$$

7. úloha (navrhl RNDr. E. Růžicka, CSc.)

Závodní automobil se pohybuje po rychlostním okruhu, který se skládá ze dvou přímých úseků AB, CD a dvou kruhových zatáček BC, DA (obr. 68). Úseky AB, CD mají stejnou délku $d_1 = d_3 = 680\text{ m}$, první zatáčka má poloměr $r_1 = 80\text{ m}$, délka oblouku $d_2 = 228\text{ m}$, druhá zatáčka má poloměr $r_2 = 180\text{ m}$, délka oblouku $d_4 = 618\text{ m}$. Závodní automobil má největší dosažitelnou rychlost $v_m = 210\text{ km.h}^{-1}$, největší dosažitelné zrychlení při zrychleném pohybu $a_1 = 4,9\text{ m.s}^{-2}$, při zpomaleném pohybu $a_2 = 7,5\text{ m.s}^{-2}$. Automobil projíždí zatáčky stálými rychlostmi, rychlost v zatáčkách je omezena podmínkou, že dostředivé zrychlení nesmí překročit hodnotu $a_d = 2,8\text{ m.s}^{-2}$.

- Určete doby t_1, t_2 , za které automobil projede přímé úseky AB, CD okruhu.
- Určete, za jakou dobu může závodní automobil projet celý okruh.
- Určete největší průměrnou rychlost automobilu na okruhu.



Obr. 68

Řešení – Obr. 69.

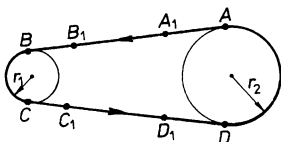
Budeme předpokládat, že řidič využíval maximální rychlost v_m , zrychlení a_1 a zpomalení a_2 . Okruh si rozdělíme na osm úseků a uvažíme, jaký pohyb koná automobil na jednotlivých úsecích:

- DA ... délka d_4 , pohyb rovnoměrný, rychlost $v_2 = \sqrt{a_d r_2}$;
- AA_1 ... pohyb rovnoměrně zrychlený s počáteční rychlostí v_2 , koncovou rychlostí v_m a zrychlením a_1 ;
- A_1B_1 ... pohyb rovnoměrný s rychlostí v_m ;
- B_1B ... pohyb rovnoměrně zpomalený s počáteční rychlostí v_m , koncovou rychlostí $v_1 = \sqrt{a_d r_1}$ a se zpomalením a_2 ;
- BC ... pohyb rovnoměrný s rychlostí v_1 , dráha d_2 ;
- CC_1 ... pohyb rovnoměrně zrychlený s počáteční rychlostí v_1 , koncovou rychlostí v_m a zrychlením a_1 ;
- C_1D_1 ... pohyb rovnoměrný s rychlostí v_m ;
- D_1D ... pohyb rovnoměrně zpomalený s počáteční rychlostí v_m , koncovou rychlostí v_2 a se zpomalením a_2 .

Použijeme vztahy pro rovnoměrný a rovnoměrně zrychlený, popř. rovnoměrně zpomalený pohyb s danou počáteční a koncovou rychlostí a daným zrychlením, popř. zpomalením:

$$s = vt \quad \dots \text{ úseky } DA, A_1B_1, BC, C_1D_1$$

$$t = \left| \frac{v_{\text{poč.}} - v_{\text{konc.}}}{a} \right|, \quad s = v_{\text{poč.}}t \pm \frac{1}{2}at^2.$$



Obr. 69

Dostaneme číselné hodnoty sestavené v následující tabulce:

úsek	$\frac{\text{délka}}{\text{m}}$	$\frac{\text{rychlost}}{\text{m.s}^{-1}}$	$\frac{\text{doba}}{\text{s}}$
DA	618	22,45	27,5
AA ₁	295,8		7,3
A ₁ B ₁	172,6	58,33	3,0
B ₁ B	211,6		5,8
BC	228	14,98	15,2
CC ₁	324,3		8,8
C ₁ D ₁	162,4	58,33	2,8
D ₁ D	193,3		4,8

a) V první otázce jde o úsek AA₁B₁B; $t_1 \doteq 16,1$ s; ve druhé otázce jde o úsek CC₁D₁D; $t_2 \doteq 16,4$ s.

b) $t = \sum_{i=1}^{\infty} t_i \doteq 75,2$ s.

c) Průměrná rychlost

$$v_p = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} s_i}{\sum_{i=1}^{\infty} t_i} = \frac{2\,206\text{ m}}{75,2\text{ s}} \doteq 29,3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \doteq 105,5\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}.$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl PaedDr. P. Šedivý)

Lyžař sjel po svahu délky l_1 se sklonem α na vodorovný terén a dojel do vzdálenosti l_2 od konce svahu. Součinitel f smykového tření mezi sněhem a kluznou plochou lyží měl během celého pohybu stálou velikost.

a) Určete hodnotu f .

b) Určete velikost rychlosti lyžaře na konci svahu. Odpor vzduchu zanedbejte. Na úpatí svahu se rychlost mění plynule. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $l_1 = 50\text{ m}$, $l_2 = 100\text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$, $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Řešení

a) Při rozjezdu má lyžař, jehož hmotnost označíme m , nad vodorovným terénem výšku $h = l_1 \sin \alpha$ a tíhovou potenciální energii $E_p = mgh = mgl_1 \sin \alpha$. Na svahu působí třecí síla $F_{t1} = fmg \cos \alpha$, která na úseku délky l_1 vykoná práci $W_1 = fmg l_1 \cos \alpha$. Na vodorovném úseku působí třecí síla $F_{t2} = fmg$ a vykoná na tomto úseku práci $W_2 = fmg l_2$. Z rovnosti $E_p = W_1 + W_2$ dostaneme

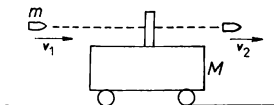
$$f = \frac{l_1 \sin \alpha}{l_1 \cos \alpha + l_2} \doteq 0,174.$$

- b) Na konci svahu má lyžař kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, která je rovna práci W_2 třecí síly na vodorovném úseku. Z rovnosti $E_k = W_2$ najdeme, s přihlédnutím k výsledkům úlohy a)

$$v = \sqrt{\frac{2gl_1 l_2 \sin \alpha}{l_1 \cos \alpha + l_2}} \doteq 19 \text{ m.s}^{-1}.$$

2. úloha (navrhl RNDr. R. Baník)

Na vodorovných koľajniciach stojí nezabrzdený vagónik. Jeho hmotnosť je M a súčiniteľ trenia o koľajnice má hodnotu f . Cez svislú dosku, ktorá vyčnieva nad vagónik, preletela nevýbušná strela (obr. 70), letiaca vodorovným smerom zhodným so smerom trate, hmotnosť strely je m . Rýchlosť strely pred vniknutím do dosky bola v_1 , po prechode doskou v_2 . Odpor vzduchu zanedbávame, odhliadneme od rozdielu medzi trením kludovým a šmykovým, vagónik s doskou považujeme za jedno teleso.



Obr. 70

- Určte veľkosť začiatočnej rýchlosti v_0 vagónika po prelete strely.
- O aký dlhý úsek x sa vagónik posunul po vodorovnej trati, kým sa zastavil?
- Koľko percent zmeny energie strely sa uplatnilo na posunutie vagónika?

Úlohu riešte najskôr všeobecne, a potom pre hodnoty: $M = 200 \text{ kg}$, $f = 0,010$, $m = 1,0 \text{ kg}$, $v_1 = 1400 \text{ m.s}^{-1}$, $v_2 = 1000 \text{ m.s}^{-1}$, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Riešenie

- Pri riešení predpokládame, že ide o izolovanú sústavu, čo nie je celkom dôsledne splnené (trenie nie je zanedbateľné). Označíme rýchlosť vagónika v_0 . Platí zákon zachovania hybnosti $Mv_0 = mv_1 - mv_2$. Odtiaľ vyjadríme

$$v_0 = \frac{m(v_1 - v_2)}{M} \doteq 2,0 \text{ m.s}^{-1}.$$

- Pretože práca brzdiacej sily sa rovná zmene kinetickej energie, môžeme napísať vzťah

$$\frac{1}{2} M v_0^2 = x M g f,$$

pričom $M g f$ predstavuje brzdiacu silu. Po dosadení z úlohy a)

$$x = \frac{m^2(v_1 - v_2)^2}{2 g f M^2} \doteq 20 \text{ m}.$$

- Zmena kinetickej energie strely je $\Delta E_k = \frac{1}{2} m(v_1^2 - v_2^2)$, práca na presunutie vozíka $W = M g f x$. Pre hľadané k

môžeme písať

$$k = \frac{2Mgfx}{m(v_1^2 - v_2^2)} = \frac{m(v_1 - v_2)}{M(v_1 + v_2)} \doteq 8,3 \cdot 10^{-4}.$$

Na posunutie vozíka sa uplatní len asi $8,3 \cdot 10^{-2} \%$ zmeny kinetickej energie strely.

3. úloha (navrhl RNDr. Rastislav Baník)

Dĺžka hodinovej ručičky je r_1 , dĺžka minútovej ručičky je r_2 a dĺžka sekundovej ručičky je r_3 . Na začiatku pozorovania, teda v čase $t = 0$ s, ukazujú všetky tri ručičky na dvanástku. Ručičky sú na osičkách upevnené vo svojich koncových bodoch.

- Určte uhlové rýchlosti $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ jednotlivých ručičiek.
- Určte veľkosti v_1, v_2, v_3 rýchlostí koncových bodov jednotlivých ručičiek.
- Akou veľkou uhlovou rýchlosťou ω sa pohybuje minútová ručička vzhľadom na hodinovú?
- V ktorom okamihu t_k sa kryje minútová ručička s hodinovou? Určte všeobecné vyjadrenie týchto okamihov t_k .
- S akou periódou sa opakujú prípady z bodu d)?
- Koľko takých prípadov podľa bodu d) môže nastať za 12 hodín?

Úlohu riešte všeobecne, potom pre hodnoty $r_1 = 5,0$ cm, $r_2 = 7,0$ cm, $r_3 = 7,0$ cm, pohyb ručičiek uvažujte v časovom intervale (0 s, 12 h).

Riešenie

- Pre uhlové rýchlosti jednotlivých ručičiek platí vzťah $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T je perióda pohybu ručičky – pre hodinovú je $T_1 = 43\,200$ s, pre minútovú $T_2 = 3\,600$ s, pre sekundovú

$T_3 = 60 \text{ s}$. Uhlové rýchlosti po dosadení sú $\omega_1 \doteq 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 \doteq 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, $\omega_3 \doteq 0,10 \text{ s}^{-1}$.

b) Pre veľkosť rýchlosti platí $v_i = r_i \omega_i$, pre jednotlivé ručičky $v_1 \doteq 7,3 \cdot 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$, $v_2 \doteq 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$, $v_3 \doteq 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$.

c) Uhlová rýchlosť minútovej ručičky vzhľadom na hodinovú je

$$\omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_2 \left(1 - \frac{1}{12}\right) \doteq 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

d) Pre uhol medzi minútovou a hodinovou ručičkou platí $\alpha = \omega t$, kde ω je relatívna rýchlosť minútovej ručičky vzhľadom na hodinovú. Ručičky sa kryjú, keď je tento uhol celočíselným násobkom 2π . Pre prirodzené číslo k môžeme písať dosadením do $\alpha = \omega t$:

$$2k\pi = \frac{11\pi}{6 \cdot 3600 \text{ s}} \cdot t_k,$$

odtiaľ

$$t_k = \frac{12 \cdot 3600 \text{ s}}{11} \cdot k.$$

Pre celočíselné k dostávame

$$t_1 \doteq 3927,3 \text{ s} = 1 \text{ h } 05 \text{ min } 27,3 \text{ s}$$

$$t_2 \doteq 7854,5 \text{ s} = 2 \text{ h } 10 \text{ min } 54,5 \text{ s, a t. ď.}$$

e) Perióda opakovania: $T = t_{k+1} - t_k = \frac{12 \cdot 3600 \text{ s}}{11} \doteq 3927,3 \text{ s} = 1 \text{ h } 05 \text{ min } 27,3 \text{ s}$.

f) Pre maximálne k platí $kT \leq 12 \text{ h}$, teda k je maximálne 11.

4. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Automobil se začal pohybovat z klidu rovnoměrně zrychleně a během doby t_1 získal rychlost o velikosti v . Potom jel dále touto rychlostí po dráze s_2 . Náhle řidič spatřil ve vzdálenosti d od automobilu překážku. Brzdňý systém automobilu začal působit až po uplynutí doby t_3 a pak působil během doby t_4 a automobil rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil.

- a) Jak dlouho automobil jel?
- b) Jakou dráhu automobil urazil?
- c) Jakou průměrnou rychlostí automobil jel?
- d) Zastavil řidič včas, aniž automobil narazil na překážku? Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $t_1 = 10$ s, $v = 90$ km.h⁻¹, $s_2 = 170$ m, $d = 120$ m, $t_3 = 1,2$ s, $t_4 = 5,0$ s.
- e) Pro dané hodnoty znázorněte na milimetrový papír graf rychlosti automobilu jako funkce času $v(t)$.
- f) Vysvětlete, jak z grafu funkce $v(t)$ určíte celkovou dráhu automobilu a celkovou dobu pohybu. Svou úvahu zdůvodněte.

Řešení

Pohyb automobilu rozdělíme do čtyř etap:

- 1. etapa: $v = at_1$, $s_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}vt_1 = 125$ m;
 - 2. etapa: $t_2 = \frac{s_2}{v} = 6,8$ s;
 - 3. etapa: $s_3 = vt_3 = 30$ m;
 - 4. etapa: $v = a_1t_4$, $s_4 = \frac{1}{2}a_1t_4^2 = \frac{1}{2}vt_4 = 62,5$ m.
- a) Automobil jel po dobu

$$t_c = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 23,0 \text{ s.}$$

- b) Automobil urazil celkovou dráhu

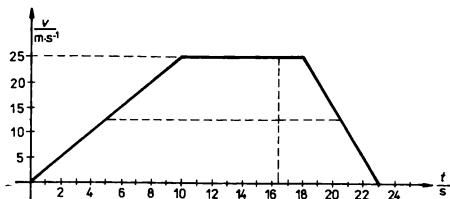
$$s_c = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 387,5 \text{ m.}$$

c) Průměrná rychlost

$$v_p = \frac{s_c}{t_c} \doteq 16,8 \text{ m.s}^{-1} \doteq 60,7 \text{ km.h}^{-1}.$$

d) Podmínka $s_3 + s_4 < d$, pro dané a vypočítané hodnoty:
 $92,5 \text{ m} < 120 \text{ m}$, tj. řidič zastavil včas.

e) Graf je na obr. 71.



Obr. 71

f) Celkovou dráhu modeluje obsah grafu – lichoběžník, jehož výška odpovídá rychlosti 25 m.s^{-1} , střední příčka době $15,5 \text{ s}$. Celkové době pohybu odpovídá délka dolní základny lichoběžníku.

5. Úlohy kategorie E

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Jirka a Luboš trávili prázdniny na horské chalupě, z níž byl výhled do údolí, kterým vedla železniční trať. Část trati procházela tunelem. Každý den v poledne projížděl údolím rychlík a chlapci pozorovali, jak vlak vždy zmizel v tunelu a pak se zase objevil na druhém konci. Jednou chlapci provedli toto měření: Jirka změřil dobu t_1 , která uplynula od okamžiku, kdy v tunelu zmizel poslední vagón rychlíku, do okamžiku, kdy se jeho lokomotiva opět objevila na druhém konci tunelu. Luboš změřil dobu t_2 , která uplynula od okamžiku, kdy právě vjížděla lokomotiva do tunelu, do okamžiku, kdy z tunelu vyjel poslední vagón rychlíku.

Pak zjistili, že vlak projížděl tunelem stálou rychlostí $v = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, a vypočítali

a) délku d rychlíku,

b) délku l tunelu.

Proveďte tento výpočet nejprve obecně a pak pro hodnoty $t_1 = 25 \text{ s}$, $t_2 = 55 \text{ s}$.

Řešení

Za dobu t_1 ujede rychlík při stálé rychlosti v dráhu

$$l - d = vt_1 \quad (1)$$

a za dobu t_2 dráhu

$$l + d = vt_2. \quad (2)$$

Z (1) a (2) dostáváme

a) $d = \frac{v}{2}(t_2 - t_1) = 300 \text{ m}$,

b) $l = \frac{v}{2}(t_2 + t_1) = 800 \text{ m}$.

2. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Na leteckém dnu předváděli výsadkáři za bezvětří seskok padákem z vrtulníku, který byl ve výšce 1000 m nad povrchem Země. Při výskoku výsadkář otevřel svůj padák a snášel se k zemi. Výška h výsadkáře se zmenšovala s časem, jak vidíme v tabulce:

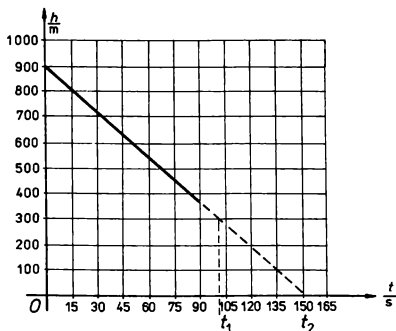
$\frac{t}{s}$	0	15	30	45	60	75	90	...
$\frac{h}{m}$	900	810	720	630	540	450	360	...

- Nakreslete na milimetrový papír graf závislosti výšky h na čase t .
- Z grafu zjistěte, jaký pohyb výsadkář konal.
- Jak velkou rychlostí v se snášel výsadkář k zemi?
- Dokreslete graf závislosti výšky h na čase t po 90. sekundě pohybu výsadkáře, jestliže se rychlost jeho sestupu nezměnila.
- Z grafu určete výšku h_1 výsadkáře nad zemí v čase $t_1 = 100$ s. Výsledek ověřte výpočtem.
- Z grafu určete dobu t_2 , za kterou výsadkář dopadne na zem z výšky 900 m. Výsledek ověřte výpočtem.

Řešení

- Obr. 72.
- Pohyb rovnoměrný.
- Podle tabulky urazí výsadkář za dobu 15 s dráhu 90 m; velikost rychlosti $v = 6 \text{ m.s}^{-1}$.
- Jde o část grafu na obr. 72 nakreslenou čárkovaně.
- V čase $t_1 = 100$ s je výška výsadkáře nad zemí

$$h_1 = h_0 - vt_1 = 900 \text{ m} - 6 \cdot 100 \text{ m} = 300 \text{ m}.$$



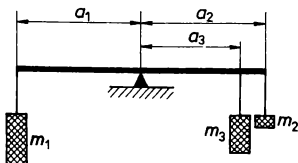
Obr. 72

- f) Z výšky $h_0 = 900$ m dopadne výsadkář na zem za dobu $t_2 = \frac{h_0}{g} = 150$ s; stejnou hodnotu přečteme z grafu.

3. úloha (navrhl PaedDr. A. Zvalo)

Na obr. 73 je znázorněna páka, na které jsou zavěšena tělesa o hmotnostech $m_1 = 400$ kg, $m_2 = 100$ g, $m_3 = 300$ g. Hmotnost páky neuvažujeme. Vzdálenosti bodů závěsu od osy otáčení jsou $a_1 = 50$ cm, $a_2 = 50$ cm, $a_3 = 40$ cm.

- a) Zjistěte, zda se páka otočí kolem osy a v jakém směru. Zdůvodněte.



Obr. 73

- b) Při nezměněných hmotnostech m_1, m_3 těles změníme hmotnost m_2 tělesa na m'_2 tak, aby páka byla v rovnovážné poloze. Určete hmotnost m'_2 .
- c) Rovnovážné polohy páky lze dosáhnout posunutím bodu závěsu tělesa o hmotnosti m_3 do jiné vzdálenosti a'_3 od osy. Určete tuto vzdálenost.

Řešení

- a) Určíme momenty sil, jimiž zavěšená tělesa působí na páku:

$$M_1 = F_1 a_1 = 4 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 2 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$M_2 = F_2 a_2 = 1 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 0,5 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$M_3 = F_3 a_3 = 3 \text{ N} \cdot 0,4 \text{ m} = 1,2 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Protože $M_1 > M_2 + M_3$, otočí se páka v kladném smyslu, t. j. proti smyslu pohybu hodinových ručiček.

- b) Páka bude v rovnovážné poloze, když

$$M_1 = M'_2 + M_3, \quad \text{neboli} \quad F_1 a_1 = F'_2 a_2 + F_3 a_3.$$

Odtud tíha tělesa o hmotnosti m'_2 :

$$F'_2 = \frac{F_1 a_1 - F_3 a_3}{a_2} = 1,6 \text{ N}; \quad m'_2 = 160 \text{ g.}$$

c) Páka bude v rovnovážné poloze, když

$$F_1 a_1 = F_2 a_2 + F_3 a'_3,$$

odtud

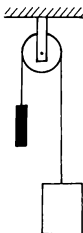
$$a'_3 = \frac{F_1 a_1 - F_2 a_2}{F_3} = 0,5 \text{ m.}$$

4. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Na jednom konci ocelového lana, vedeného přes kladku je zavěšena kabina výtahu o hmotnosti 300 kg, na druhém konci je těleso (tzv. protizávaží) o stejné hmotnosti (obr. 74). Kabina i protizávaží jsou uváděny do pohybu otáčením kladky, která je poháněna elektromotorem.

- a) Jak velkou silou je napínána část lana s protizávažím, je-li soustava v klidu?
- b) Jak velká síla působí na hřídel kladky, je-li soustava v klidu a kabina je prázdná?
- c) Jakou mechanickou práci vykoná elektromotor, dopraví-li rovnoměrným pohybem kabinu s nákladem o hmotnosti 100 kg do výšky 8 m? Proti pohybu působí třecí síla o velikosti 250 N.
- d) Jak velkou rychlostí se pohybuje kabina v úloze c), je-li výkon elektromotoru 1 kW?

Hmotnost lana a kladky neuvažujeme.



Obr. 74

Řešení

- Je-li hmotnost protizávaží 300 kg, je lano napínáno silou o velikosti $F_1 = 3 \text{ kN}$.
- Na hřídel kladky působí síla o velikosti $F_2 = 2F_1 = 6 \text{ kN}$.
- Při zvedání nákladu o hmotnosti 100 kg rovnoměrným pohybem má tažná síla motoru velikost $F_3 = 1000 \text{ N} + 250 \text{ N} = 1250 \text{ N}$ a působí na dráze $s = 8 \text{ m}$, přičemž vykoná práci $W = F_3 s = 10 \text{ kJ}$.
- Pro výkon motoru za podmínek daných v části c) platí $P = \frac{W}{t}$, kde t je doba pohybu kabiny s nákladem, tedy

$$P = \frac{F_3 s}{t} = F_3 v,$$

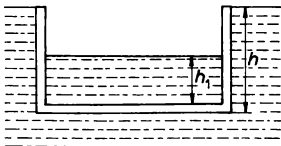
kde v je rychlost kabiny. Odtud $v = \frac{P}{F_3} = 0,8 \text{ m.s}^{-1}$.

Lze také nejprve ze vztahu $W = Pt$ vyjádřit $t = \frac{W}{P} = 10 \text{ s}$ a potom určit rychlost $v = \frac{s}{t} = 0,8 \text{ m.s}^{-1}$.

5. úloha (navrhl RNDr. R. Baník)

Skleněná miska o hmotnosti $m = 360\text{ g}$ má tvar válce, jehož vnější průměr $d = 11,0\text{ cm}$ a výška $h = 6,0\text{ cm}$. Tloušťka skla $c = 0,50\text{ cm}$. Misku pološíme na volný povrch vody. Miska plave tak, že její dno je vodorovné.

- a) V jaké hloubce h_0 pod volným povrchem vody je dno misky?
- b) Do misky naléváme opatrně vodu, až se miska ponoří do vody právě po horní okraj (obr. 75). Do jaké výšky h_1 voda v misce dosahuje?

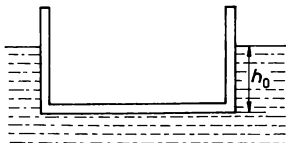


Obr. 75

Hustota vody $\rho_0 = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Řešení

- a) Plave-li miska tak, že její dno je v hloubce h_0 pod volným povrchem vody (obr. 76), je tíha misky $F_g = mg$ v rovnováze s hydrostatickou vztlakovou silou $F_{vz} = \frac{1}{4}\pi d^2 h_0 \rho_0 g$.



Obr. 76

Z rovnosti $F_g = F_{vz}$ vyjádříme

$$h_0 = \frac{4m}{\pi d^2 \rho_0} \doteq 3,8 \text{ cm.}$$

- b) Je-li miska ponořena tak, že její horní okraj splývá s volným povrchem vody (obr. 75), pak součet její tíhy $F_g = mg$ a tíhy vody nalité do misky

$$F_{gv} = \frac{1}{4} \pi (d - 2c)^2 h_1 \rho_0 g$$

je v rovnováze s hydrostatickou vztlačkovou silou $F'_{vz} = \frac{1}{4} \pi d^2 h \rho_0 g$. Z rovnosti $F_g + F_{gv} = F'_{vz}$ vyjádříme

$$h_1 = \frac{\pi d^2 h \rho_0 - 4m}{\pi (d - 2c)^2 \rho_0} \doteq 2,7 \text{ cm.}$$

6. úloha (navrhl RNDr. R. Baník)

Studium otáčivého pohybu gramofonové desky

Připravíme si gramofonovou desku s nepřerušovanou skladbou na jedné její straně, milimetrové měřítko a stopky (popř. hodinky se sekundovou ručkou či digitální hodinky).

- Změřte vzdálenost začátku $r_{\max}$ a konce $r_{\min}$ spirálové drážky od středu desky.
- Změřte dobu t reprodukce celé skladby včetně doby před začátkem skladby a po jejím ukončení, tj. dobu, kdy hrot přenosky sleduje začátek a konec spirálové drážky.
- Zjistěte počet N otáček desky za dobu t .
- Určete vzdálenost z dvou sousedních částí drážky. Spirálovou drážku si znázorňujeme jako soustavu soustředných kružnic; určete tedy vzdálenost dvou sousedních kružnic.
- Určete dobu T jedné otáčky a počet n otáček desky za sekundu.
- Určete délku d celé spirálové drážky. K výpočtu použijte průměrný poloměr kružnic z části a) této úlohy.
- Určete průměrnou rychlost v_p pohybu hrotu přenosky v drážce vzhledem ke gramofonové desce.
- Určete maximální $v_{\max}$ a minimální $v_{\min}$ rychlost pohybu hrotu přenosky v drážce vzhledem ke gramofonové desce.
- Určete délku stopy, kterou v drážce sleduje hrot přenosky za 1 sekundu na začátku skladby a za 1 sekundu na konci skladby. Uvažte, kdy bude záznam nejkvalitnější.

Všechna měření stručně popište a výpočty požadovaných veličin zdůvodněte.

Řešení

Po změření veličin požadovaných v úlohách a), b), c) použijeme k řešení dalších částí vztahy:

d) $z = \frac{1}{N}(r_{\max} - r_{\min})$;

- e) $T = \frac{t}{N}$, $n = \frac{N}{t}$;
 f) $d = 2\pi r_p N$, kde $r_p = \frac{1}{2}(r_{\max} + r_{\min})$;
 g) $v_p = \frac{d}{t}$;
 h) $v_{\max} = \frac{2\pi r_{\max}}{T}$, $v_{\min} = \frac{2\pi r_{\min}}{T}$;
 i) $d_1 = v_{\max} \cdot 1 \text{ s}$, $d_2 = v_{\min} \cdot 1 \text{ s}$;

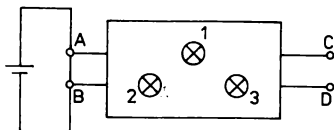
záslnam je nejkvalitnější na začátku, protože se zde hrot přenosky (záslnamové i snímací) pohybuje nejrychleji vzhledem k desce.

7. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Tři žárovky umístěné na přední stěně skříňky jsou propojeny uvnitř skříňky s výstupními svorkami A, B, C, D (obr. 77). Výstupní svorky umožňují zapojení skříňky do uzavřeného elektrického obvodu (na obr. 77 je skříňka zapojena do elektrického obvodu svorkami A, B). Je-li skříňka zapojena do elektrického obvodu

- svorkami A, B , svítí žárovka 2,
- svorkami A, C , svítí žárovka 1,
- svorkami A, D , svítí žárovka 3,
- svorkami B, C , svítí žárovky 1 a 2,
- svorkami B, D , svítí žárovky 2 a 3.

- a) Vyzkoumejte vnitřní propojení žárovek s výstupními svorkami a nakresli schéma tohoto zapojení.
 b) Které žárovky se rozsvítí, bude-li skříňka zapojena do elektrického obvodu svorkami C, D ?
 c) Jak jsou navzájem spojeny uvnitř skříňky dvojice žárovek, které svítí při jejím zapojení do obvodu současně (za sebou, nebo vedle sebe)?
 d) Existuje takové propojení žárovek uvnitř skříňky, aby při jejím zapojení do elektrického obvodu svítily současně všechny žárovky? Nakreslete schéma alespoň jednoho

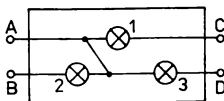


Öbr. 77

takového propojení a uveďte, kterou dvojici svorek musí být skřínka do obvodu zapojena. Kterou dvojici svorek nesmíme přitom při zapojení skřínky do obvodu použít? Zdůvodněte.

Řešení

a) – Obr. 78.

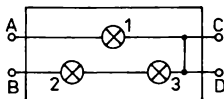


Obr. 78

b) Žárovky 1 a 3.

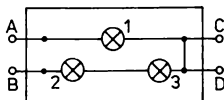
c) Za sebou.

- d) Obr. 79. Všechny žárovky svítí, je-li skříňka do obvodu připojena svorkami A, B . Přitom nesmíme použít připojení svorkami C, D , které jsou uvnitř skříňky propojeny nakrátko.



Obr. 79

Jiné řešení je na obr. 80. Všechny žárovky svítí, je-li skříňka do obvodu připojena svorkami A, C nebo A, D nebo B, C nebo B, D . Přitom nesmíme použít připojení svorkami A, B nebo C, D , které jsou uvnitř skříňky propojeny nakrátko.



Obr. 80

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Přes železniční most o délce $l = 200$ m projížděl stálou rychlostí osobní vlak. Čelo lokomotivy projelo přes most za dobu $t_1 = 10$ s, celý vlak za dobu $t_2 = 25$ s.

a) Určete velikost rychlosti vlaku; výsledek uveďte v km.h^{-1} .

b) Určete délku d celého vlaku.

c) Jak velkou rychlostí by se vlak pohyboval, kdyby projel přes most za dobu $t_3 = 20$ s? Výsledek určete v km.h^{-1} .

Řešení

a) Rychlost vlaku je rovna rychlosti čela lokomotivy, tedy

$$v = \frac{l}{t_1} = 20 \text{ m.s}^{-1} = 72 \text{ km.h}^{-1}.$$

b) Za dobu t_2 ujel vlak při rychlosti v dráhu

$$l + d = vt_2 = l \frac{t_2}{t_1},$$

odtud

$$d = l \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_1} = 300 \text{ m}. \quad (1)$$

c) Ujede-li vlak za dobu t_3 dráhu $l + d$, pohybuje se rychlostí

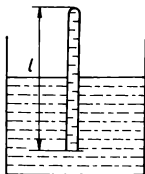
$$v' = \frac{l + d}{t_3},$$

po dosazení z (1)

$$v' = l \frac{t_2}{t_1 t_3} = 25 \text{ m.s}^{-1} = 90 \text{ km.h}^{-1}.$$

2. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Představte si, že provedeme následující pokus. Zkumavku o délce $l = 20\text{ cm}$ naplníme až po okraj vodou, otvor uzavřeme prstem, zkumavku převrátíme dnem vzhůru a ponoříme ji do poloviny její délky do nádoby s vodou (obr. 81). Potom prst od otvoru zkumavky oddálíme.



Obr. 81

- Určete tlak vody u dna převrácené zkumavky, je-li zkumavka ve svislé poloze.
- Jak se mění tlak vody u dna zkumavky, jestliže ji stále ve svislé poloze ponořujeme postupně hlouběji do vody? Zdůvodněte.
- Jaký je tlak u dna zkumavky, je-li ponořena do vody celá tak, že její dno je právě při volném povrchu vody v nádobě?

Atmosférický tlak $p_a = 101,3\text{ kPa}$, veličina $g = 10\text{ N.kg}^{-1}$
hustota vody $\rho = 1\,000\text{ kg.m}^{-3}$.

Řešení

- a) U dna převrácené zkumavky má voda tlak $p = p_a - p_h$, kde p_h je hydrostatický tlak vodního sloupce o výšce $\frac{l}{2}$, tedy

$$p = p_a - \frac{1}{2} \rho g l = 100,3 \text{ kPa.} \quad (1)$$

- b) Ve vztahu (1) se zmenšuje délka l , takže tlak se zvětšuje.
c) Tlak vody u dna zkumavky je roven atmosférickému tlaku p_a , protože v (1) je $l = 0$.

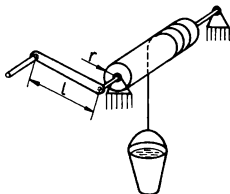
3. úloha (navrhl PaedDr. A. Zvalo)

Dříve se čerpala voda ze studní pomocí rumpálu. Hlavními částmi rumpálu jsou válec, na který se navíjí provaz nebo řetěz se zavěšeným vědrem na vodu, a klika, kterou otáčíme válcem, a tím vytahujeme vědro s vodou nahoru (obr. 82). Určitý rumpál má válec o poloměru $r = 10 \text{ cm}$, kliku o délce $l = 40 \text{ cm}$ a vědro o hmotnosti $m = 2 \text{ kg}$.

- a) Jak velkou silou působíme na kliku, vytahujeme-li rovnoměrným pohybem vědro naplněné vodou, jejíž hmotnost $m_0 = 10 \text{ kg}$?
b) Jakou práci vykonáme, vytáhneme-li vědro s vodou z hloubky $h = 8 \text{ m}$?
c) Kolikrát musíme přitom otočit klikou?
d) Jakou dráhu přitom urazí působíště síly na klice?
Předpokládejme, že síla působí stále ve směru kolmém k délce kliky. Hmotnost a tloušťku provazu neuvažujeme, $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$.

Řešení

- a) Na kliku působíme silou F , na okov s vodou působí gravitační síla $F_g = (m + m_0)g$. Momenty těchto sil jsou



Obr. 82

v rovnováze, když $F l = F_g r$, odtud

$$F = (m + m_0)g \frac{r}{l} = 30 \text{ N}.$$

b) $W = F_g h = 960 \text{ J}.$

c) Otočíme-li klikou n -krát, navine se na válec lano o délce $h = 2\pi r n$, odtud

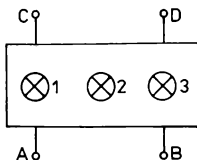
$$n = \frac{h}{2\pi r} \doteq 12,7.$$

d) Při jednom otočení kliky urazí působíště síly dráhu $2\pi l$, při n otočeních dráhu

$$s = 2\pi l n = \frac{l h}{r} = 32 \text{ m}.$$

4. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík)

Na přední straně uzavřené skříňky jsou umístěny tři žárovky, které jsou uvnitř skříňky propojeny s výstupními svorkami A, B, C, D (obr. 83). Je-li skříňka připojena ke zdroji elektrického napětí svorkami A, B , svítí žárovky 1, 2. Zapojíme-li skříňku ke zdroji postupně svorkami A, C , potom B, C a nakonec B, D , rozsvítí se nejprve žárovka 1, potom žárovka 2 a nakonec žárovka 3. Zapojíme-li skříňku ke zdroji svorkami A, D , rozsvítí se všechny tři žárovky.

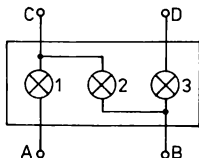


Obr. 83

- Nakreslete propojení žárovek uvnitř skříňky, aby vyhovovalo podmínkám úlohy.
- Kterými svorkami musíme připojit skříňku ke zdroji, aby svítily současně žárovky 2 a 3?
- Je možné zapojit skříňku ke zdroji některou dvojicí svorek tak, aby svítily současně žárovky 1 a 3?
- Které žárovky se rozsvítí, zapojíme-li skříňku ke zdroji svorkami A, B , přičemž svorky C, D spojíme měděným drátem?

Řešení

- a) Všem podmínkám úlohy vyhovuje pouze zapojení podle obr. 84.



Obr. 84

- b) Svorkami C, D .
c) Není to možné, protože žádná dvojice svorek nevyhovuje požadavku.
d) Všechny tři žárovky.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Po přímé silnici jedou dvě vozidla: nákladní automobil TIR s vlekem o celkové délce $l_1 = 18\text{ m}$ stálou rychlostí $v_1 = 54\text{ km.h}^{-1}$, autobus o délce $l_2 = 14\text{ m}$ stálou rychlostí $v_2 = 72\text{ km.h}^{-1}$. Řidič autobusu se rozhodl k předjíždění. Když přijel do vzdálenosti $d_1 = 10\text{ m}$ od koncových světél nákladního automobilu, vybočil ze svého jízdního pruhu a začal předjíždět. Předjíždění ukončil tak, že koncová světla

autobusu byla ve vzdálenosti $d_2 = 20 \text{ m}$ od čela nákladního automobilu.

a) Jakou dráhu vzhledem k nákladnímu automobilu urazil autobus při předjíždění? K řešení nakreslete obrázek.

b) Jakou dobu trvalo předjíždění?

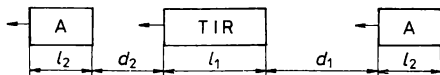
c) Jaké dráhy urazila při předjíždění obě vozidla?

Nepřihlížejte k prodloužení dráhy autobusu při předjíždění o oblouky při vybočování z jízdních pruhů.

Řešení

a) Autobus A urazí při předjíždění vzhledem k vozidlu TIR
• podle obr. 85 dráhu

$$s = d_1 + l_1 + d_2 + l_2 = 62 \text{ m}. \quad (1)$$



Obr. 85

b) Autobus A se vzhledem k vozidlu TIR pohyboval rychlostí $v = v_2 - v_1$ a dráhu podle (1) urazil za dobu

$$t = \frac{s}{v} = \frac{s}{v_2 - v_1} = 12,4 \text{ s}. \quad (2)$$

c) Za dobu t podle (2) urazí TIR dráhu $s_1 = v_1 t = 186 \text{ m}$ a autobus dráhu $s_2 = v_2 t = 248 \text{ m}$.

2. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Na výletní lodi na přehradě u Orlíku mají pro cestující záchranné korkové pásy.

- a) Jakou největší hmotnost může mít člověk, aby záchranný pás o hmotnosti m_1 zabránil jeho klesnutí ke dnu?

Hustota vody $\rho_0 = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, hustota korku $\rho_1 = 220 \text{ kg.m}^{-3}$, průměrná hustota lidského těla $\rho_2 = 1080 \text{ kg.m}^{-3}$, $m_1 = 2,0 \text{ kg}$.

- b) Protože člověk se záchranným pásem by neměl být ve vodě ponořen úplně, uvažujte, že člověk může být ponořen nejvýše 80 % objemu svého těla. Určete hmotnost člověka, kterého by unesl záchranný pás z úlohy a).

Řešení

Označíme m_1 a V_1 hmotnost a objem záchranného pásu, m_2 a V_2 hmotnost a objem lidského těla.

- a) Aby člověk se záchranným pásem neklesl ke dnu, musí být hydrostatická vztlaková síla F_{vz} v rovnováze s celkovou gravitační silou F_g působící na člověka a na pás. Pro velikosti sil platí

$$F_g = (m_1 + m_2)g,$$

$$F_{vz} = (V_1 + V_2)\rho_0 g = \left(\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \right) \rho_0 g.$$

Z rovnosti $F_g = F_{vz}$ dostaneme

$$m_2 = m_1 \frac{\rho_2(\rho_0 - \rho_1)}{\rho_1(\rho_2 - \rho_0)} \doteq 95,7 \text{ kg}.$$

- b) Označíme $V'_2 = 0,8V_2 = \eta \cdot V_2$ objem ponořené části lidského těla. Potom

$$m'_2 = m_1 \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_2 - \eta \rho_0} \doteq 27,4 \text{ kg}.$$

3. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Pavel prováděl pokusy s pákou, která měla nepatrnou hmotnost.

- a) Do vzdálenosti $a_1 = 30$ cm od osy otáčení zavěsil na páku závaží o hmotnosti $m_1 = 20$ g. Do jaké vzdálenosti a_2 od osy má zavěsit na druhou stranu páky závaží o hmotnosti $m_2 = 50$ g, aby byla páka v rovnovážné poloze?
- b) Potom podsunul pod závaží o hmotnosti m_2 kádinku s vodou a závaží postupně ponořoval do vody. Co pozoroval? Ve kterém smyslu se začala páka otáčet? Odpověď zdůvodněte.
- c) Rovnovážnou polohu páky při zcela ponořeném závaží o hmotnosti m_2 opět obnovil dvěma způsoby:
1. Závaží o hmotnosti m_1 zavěsil do jiné vzdálenosti a'_1 .
 2. Do původní vzdálenosti a_1 zavěsil závaží o hmotnosti m'_1 .

Uřčete vzdálenost a'_1 a hmotnost m'_1 . Závaží o hmotnosti m_2 je z oceli, jejíž hustota $\rho = 8\,000\text{ kg.m}^{-3}$, hustota vody je $\rho_0 = 1\,000\text{ kg.m}^{-3}$.

Řešení

- a) Páka je v rovnovážné poloze, když

$$m_1ga_1 = m_2ga_2,$$

takže

$$a_2 = \frac{m_1}{m_2}a_1 = 12\text{ cm}.$$

- b) Rovnovážná poloha páky se porušila. Páka se začala otáčet působením hydrostatické vztlačové síly působící na ponořenou část závaží, které má hmotnost $m_2 = 50$ g a je zavěšeno ve vzdálenosti $a_2 = 12$ cm od osy otáčení páky.

Smysl otáčení závisí na poloze zavěšených těles; klesá rameno páky, na kterém je zavěšeno těleso o hmotnosti m_1 .

- c) Na těleso o hmotnosti m_2 působí gravitační síla $F_g = m_2 g$ směrem svisle dolů a hydrostatická vztlaková síla $F_{vz} = \frac{m_2}{\rho} \rho_0 g$ směrem svisle vzhůru. Páka je v rovnovážné poloze, když

$$m_1 g a'_1 = m_2 a_2 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) g,$$

odtud

$$a'_1 = \frac{m_2}{m_1} a_2 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) \doteq 26,2 \text{ cm}.$$

Při použití druhého způsobu je páka v rovnovážné poloze, když

$$m'_1 a_1 = m_2 a_2 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right),$$

odtud

$$m'_1 = m_2 \frac{a_2}{a_1} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) = 17,5 \text{ g}.$$

4. úloha (navrhl PaedDr. A. Zvalo)

V uzavřené skřínce jsou propojeny tři rezistory o odporech $R_1 = 20 \, \Omega$, $R_2 = 30 \, \Omega$, $R_3 = 40 \, \Omega$. Připojíme-li skříňku ke zdroji elektrického napětí $U = 30 \text{ V}$, prochází každým rezistorem proud, přičemž soustavou rezistorů prochází proud $I = 1,5 \text{ A}$.

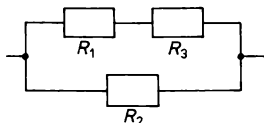
- Určete celkový odpor soustavy rezistorů.
- Nakreslete schéma propojení soustavy rezistorů uvnitř skříňky tak, aby vyhovovalo podmínkám úlohy. Ověřte správnost propojení výpočtem.

- c) Jaký proud prochází rezistorem o odporu $R_2 = 30\ \Omega$ při propojení resistorů podle úlohy b)?

Řešení

a) Celkový odpor $R = \frac{U}{I} = 20\ \Omega$.

b) Řešení je na obr. 86. Horní větev má odpor $R_1 + R_3$, dolní větev má odpor R_2 .



Obr. 86

Celkový odpor soustavy

$$R_c = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 20\ \Omega = R.$$

- c) Na svorkách rezistoru o odporu R_2 je napětí U , takže tímto rezistorem prochází proud $I_2 = \frac{U}{R_2} = 1,0\ \text{A}$.

III. Osmnáctá mezinárodní fyzikální olympiáda

1. Průběh a výsledky soutěže

Osmnáctá mezinárodní fyzikální olympiáda (18. MFO) proběhla ve dnech 5. až 13. července 1987 v Německé demokratické republice, v kolébce skla - Jeně. Uspořádalo ji ministerstvo vzdělávání NDR ve spolupráci s firmou Carl-Zeiss-Jena a za spoluúčasti pracovníků Univerzity Friedricha Schillera v Jeně. Soutěže se zúčastnilo 121 soutěžících z 25 států ze čtyř kontinentů; z toho bylo 6 dívek.

18. MFO se zúčastnila družstva z následujících států: Austrálie (AUS), Bulharsko (BG), Československo (CS), Čínská lidová republika (RC), Finsko (SF), Island (IS), Itálie (I), Jugoslávie (YU), Kanada (CND), Kuba (C), Kuvajt (KT), Maďarsko (H), Německá demokratická republika (DDR), Spolková republika Německo (D), Nizozemí (NL), Norsko (N), Polsko (PL), Rakousko (A), Rumunsko (RO), Sovětský svaz (SU), Spojené státy americké (USA), Švédsko (S), Turecko (TR), Velká Británie (GB), Vietnam (VN). Pozvaná delegace z Francie se na soutěž nedostavila. Poprvé se zúčastnily mezinárodní fyzikální olympiády delegace z Austrálie a Kuvajtu, po několika letech přijela delegace Itálie, zastoupená v roce 1986 pozorovatelem. Každou delegaci tvořili vedoucí, pedagogický vedoucí a pět soutěžících. Výjimku představovala družstva Austrálie a Islandu, jež měla pouze po třech soutěžících. Soutěže se podle statutu mohli zúčastnit jen žáci středních škol ve věku do 20 let ke dni 30. června 1987.

Kromě oficiálních soutěžících delegací byli na 18. MFO

přítomni pozorovatelé: Dr. D. Marinos z Athén, dr. R. Brämer z Marburgu, dr. V. Šůla z Prahy, prof. dr. I. Zlatev ze Sofie, dr. S. Krotov z redakce časopisu KVANT a dr. A. Pokrovskij ze sekretariátu UNESCO v Paříži; dále byl přítomen zástupce Kolumbie.

Československou delegaci na 18. MFO vysílala ministerstva školství obou republik. Ústřední výbor fyzikální olympiády navrhl, aby vedoucím delegace byl předseda ÚV FO doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Nitře, pedagogickým vedoucím dr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové. Oba vedoucí se aktivně dlouhodobě podíleli na přípravě širšího i užšího výběru našeho družstva.

ÚVFO využil osvědčené přípravy na mezinárodní fyzikální olympiády, která byla v posledních letech rozpracována a je neustále zdokonalována. V období září až listopad byly na jednotlivé KVFO zaslány úlohy k samostatnému řešení. V každém kraji bylo vybráno po pěti soutěžících, kteří dosáhli nejlepších výsledků v kategorii B v minulém ročníku, popř. se účastnili soutěže v kategorii A jako žáci z nižších ročníků. Ti se zúčastnili korespondenční části přípravy.

Na základě výsledků bylo vybráno 20 nejlepších řešitelů na prosincové první týdenní soustředění, které bylo uspořádáno v Nitře. Pozornost byla věnována mechanice tuhého tělesa, kinetické energii plynů, základům kvantové mechaniky a termodynamice. Na soustředění bylo vyřešeno mnoho úloh, a to i s použitím osobního počítače, dále účastníci absolvovali 2 experimentální práce a dva teoretické testy.

Všichni členové širšího výběru na 18. MFO se potom zúčastnili 31. ledna 1987 krajského kola fyzikální olympiády v kategorii A. V polovině března (15. až 21.3.1987) absol-

vovali v Hradci Králové nejlepší řešitelé krajských kol druhé týdenní soustředění. Tam byla pozornost věnována paprskové a vlnové optice, silovému poli a pohybu částic, základům kosmonautiky a použití infinitezimálního počtu ve fyzice. Bohatá byla experimentální stránka soustředění, jíž byla věnována polovina doby, a to především na řešení tvůrčích a konstrukčních prací z oblasti elektromagnetismu a optiky.

Dále se všichni členové širšího výběru účastnili celostátního kola, které proběhlo v Popradě. Na závěr byl pak proveden výběr účastníků závěrečného soustředění žáků středních škol před 18. MFO. To proběhlo v Nitře ve dnech 31.5. až 13.6.1987. Pořadatelem tohoto soustředění byl Ústřední dům pionýrů a mládeže Klementa Gottwalda v Bratislavě a ÚVFO. Všechna soustředění proběhla pod péčí ministerstev školství ČSR a SSR. Úkolem závěrečného soustředění bylo doplnit poznatky soutěžících v oblastech mechaniky, elektřiny a magnetismu, termodynamiky a fyzikální optiky, a to v souladu s osnovami přípravy na mezinárodní fyzikální olympiády, schválenými mezinárodní komisí fyzikální olympiády na 16. a 17. MFO. Pozornost byla také věnována především řešení náročnějších fyzikálních úloh ze všech oblastí středoškolské fyziky, řešení tvůrčích experimentálních úloh. Během soustředění absolvovali účastníci 5 testů, v nichž jim byly zadávány úlohy na úrovni mezinárodních fyzikálních olympiád. Část pracovní doby v soustředění byla vymezena i práci s osobními počítači. Každý večer byly umožněny účastníkům konzultace s některým přednášejícím.

Již po několik let probíhá i psychologická příprava pod vedením dr. E. Sollárové, zaměřená na zjišťování IQ soutěžících i na reakce účastníků soustředění na překonávání zátěžových situací. Výsledky psychologických testů dokreslují osobnost soutěžících a jsou brány v úvahu při výběru účastníků repre-

zentačního družstva. Málokdy jsou v příkrém rozporu s výsledky dlouhodobého pozorování a hodnocení účastníků soustředění.

Na závěrečné soustředění bylo pozváno 10 účastníků celostátního kola; pět jich bylo ze 4. ročníků a pět ze 3. ročníků středních škol:

1. Pavol Kolník, 4. ročník gymnázia, Nové Mesto n. Váhom
2. Jozef Škvarček, 4. ročník gymnázia, Ružomberok
3. Daniel Swigoň, 3. ročník gymnázia, Liberec
4. Richard Krajčoviech, 4. ročník gymnázia, Pov. Bystrica
5. David Maxera, 3. ročník gymnázia, Praha, Hellichova
6. Petr Habala, 4. ročník gymnázia, Bílovec
7. Jaroslav Hora, 4. ročník gymnázia, Brno, tř. Jaroše
8. Katarína Kis Petiková, 3. ročník maď. gymnázia, Komárno
9. Jozef Radler, 3. ročník gymnázia, Zvolen
10. Tomáš Doležal, 3. ročník gymnázia J. K. Tyla, Hradec Králové

Při hodnocení kontrolních testů na soustředění získali účastníci toto pořadí: Hora (97 b.), Kolník (91,5 b.), Habala (87 b.), Maxera (79,5 b.), Kis Petiková (73 b.), Škvarček (71,5 b.), Swigoň (61,5 b.), Radler (56 b.), Doležal (51 b.), Krajčoviech (35,5 b.). P. Kolník získal bronzovou medaili (III. cenu) na 17. MFO v Londýně. S uvážením výsledků v krajském a celostátním kole za poslední dva roky i výsledků dosažených na soustředění, včetně psychologických pohledů na soutěžení, bylo na zasedání předsednictva ÚV FO dne 11 června 1987 navrženo družstvo (v abecedním pořadí):

CS 1 Petr Habala, gymnázium, Bílovec

CS 2 Jaroslav Hora, gymnázium, Brno, kpt. Jaroše

CS 3 Katarína Kis Petiková, maď. gymnázium, Komárno

CS 4 Pavol Kolník, gymnázium, Nové Mesto n. Váhom

CS 5 David Maxera, gymnázium, Praha, Hellichova

Jako náhradníci byli navrženi Jozef Škvarček z gymnázia v Ružomberku a Jozef Radler z gymnázia ve Zvolenu.

Soustředění v Nitře se konala pod vedením doc. dr. ing. D. Kluvance, CSc., korespondenční část a soustředění v Hradci Králové pod vedením dr. I. Volfy. Na práci v soustředění se dále (kromě jmenovaných) podíleli: doc. dr. A. Kecskés, CSc., doc. dr. L. Morvay, CSc., doc. ing. I. Štubňa, CSc., dr. J. Gembarovič, dr. L. Vozár, dr. E. Zelenický z Nitry, doc. ing. B. Vybíral, CSc., M. Ouhrabka, CSc., dr. J. Podobský, ing. K. Radocha, dr. J. Vondrouš, dr. P. Šedivý, dr. Z. Ungermann, dr. J. Hubeňák z Hradce Králové.

Reprezentační družstvo a náhradníci se sešli ještě jednou na posledním soustředění, které bylo zaměřeno pouze na řešení úloh z mezinárodních fyzikálních olympiád a dalších náročných úloh. Soustředění proběhlo v Nitře za přímé účasti obou vedoucích reprezentačního družstva.

Československá delegace odletěla z Prahy do Berlína v neděli 5. července dopoledne, poté byla společně s některými dalšími účastníky přepravena autokarem do místa soutěže v Jeně. Soutěžící byli ubytováni ve velmi pěkně zařízeném učňovském internátě firmy Carl-Zeiss-Jena v nové městské čtvrti Jena-Lobeda, vedoucí bydleli ve studentském domově univerzity v Jeně ve vzdálenosti asi 2 km od soutěžících.

Vzhledem k různým úkolům soutěžících a vedoucích zvolili pořadatelé zcela odlišné programy.

18. MFO byla zajišťována organizačním výborem, jmenovaným ministerstvem vzdělávání NDR a byla uspořádána pod patronací ministryně vzdělávání M. Honeckerové. Předsedou organizačního výboru byl studijní rada K. D. Müller, pracovník ministerstva. Činnost organizačního výboru byla

podpořena následujícími institucemi: Městská rada v Jeně, Krajská rada v Geje, Kombinát Carl-Zeiss-Jena, Universita Friedricha Schillera v Jeně a ústřední rada mládežnické organizace FDJ.

Předsedou mezinárodní komise byl jmenován prof. dr. R. Herrmann z Humboldtovy university v Berlíně. Komisi pro výběr úloh vedl prof. dr. E. J. Giessmann, místopředseda Fyzikální společnosti NDR, jejími členy byli studijní rada H. Schmidt, prof. dr. W. Holtzmüller, dr. Grau, dr. Hintse, dr. Dörr, dr. Röseler, dr. Neugebauer, dr. Ponath, pracující na různých vysokých školách v NDR. Studentská řešení úloh opravovali zejména vědečtí a pedagogičtí pracovníci z katedry fyziky Schillerovy university v Jeně.

Členy mezinárodní komise byli z titulu své funkce vedoucí a pedagogičtí vedoucí všech delegací. S hlasem poradním se účastnili zasedání mezinárodní komise pozorovatelé.

A	: Prof. ing. mag. H. Mayr, prof. mag. G. Lechner
AUS	: Dr. R. L. Jory, G. Jackson
BG	: Dr. M. Ch. Maksimov, E. A. Genova
CND	: Dr. J. Wylie, prof. dr. M. Crooks
RC	: Prof. dr. Zhao Kai Hua, prof. dr. Chen Bing Qian
C	: C. S. Barrios, dr. R. V. Castro
CS	: Doc. ing. D. Kluvanec, CSc., dr. I. Volf
D	: Dr. G. Lind, dr. H. Heise
DDR	: Dr. R. Gau, dr. Ch. Shick
SF	: Doc. dr. M. Ahtee, J. O. Mattila
GB	: Dr. C. Isenberg, dr. G. Bagnall
H	: Dr. P. Gnädig, dr. G. Honyek
IS	: Dr. E. Júlíusson, V. Ágústsson
I	: Prof. L. Barroni, prof. G. Cavaggioni Righi
KT	: Ahmed Ali Al-Tassar, prof. J. M. Shaqualash

NL : Drs. H. Jordens, drs. A. Holvast
N : Dr. L. Svein, I. H. Hellstrup
PL : Dr. W. Gorskowski, dr. A. Kotlicki
RO : Prof. dr. I. Dima, prof. R. Pop
SU : Dr. O. F. Kabardin, DrSc., dr. V. A. Orlov
S : Dr. L. Gislén, doc. dr. L. Silverberg
TK : Prof. dr. O. Demokan
USA : Dr. J. M. Wilson, dr. A. Eisenkraft
VN : Prof. dr. Duong Trong Bai, dr. Nguen Tha Khoi
YU : Dr. D. Grujić, prof. I. Kukman

18. MFO byla zahájena v pondělí 6. července 1987 v 10 h ve společenském sále Schillerovy university. Na zahájení promluvil starosta města Jeny, který přivítal přítomné členy delegací i představitele politických a společenských organizací a institucí, podílejících se na přípravě soutěže. 18. mezinárodní fyzikální olympiádu oficiálně otevřel náměstek ministryně školství dr. H. Drechsler. Poté vedoucí delegací přijal rektor Schillerovy university prof. DrSc. nat. B. Wilhelmi. Soutěžící se seznámili s městem Jenou. Odpoledne se uskutečnilo v Kulturním domě Jena-Lobeda první zasedání mezinárodní komise. Po vyřízení úvodních formalit a některých organizačních záležitostí byli členové komise postupně seznámeni s textem a řešením teoretických úloh i s návrhem na bodové hodnocení. Po rozsáhlé diskusi byly úlohy schváleny, vedoucí delegací je přeložili do národních jazyků a připravili je pro rozmnožení xeroxem. V ranních hodinách následujícího dne bylo první zasedání mezinárodní komise ukončeno.

V úterý 7. července proběhla teoretická část soutěže – k řešení tří úloh bylo vymezeno 5 hodin. Ve středu 8. července byl den odpočinku mezi soutěžemi s výletem do okolí pro soutěžící. V odpoledních a večerních hodinách probíhalo druhé zasedání mezinárodní komise, na němž

byla předložena experimentální úloha. Po delší diskusi, kdy si členové mezinárodní komise vyzkoušeli měření úlohy, byla experimentální úloha přijata, vedoucí delegací opět přeložili text do národních jazyků. Současně na zasedání obdrželi zástupci jednotlivých delegací xerokopie řešení teoretických úloh svých soutěžících.

Ve čtvrtek 9. července dopoledne proběhla experimentální část soutěže v matematicko-fyzikální škole, která pracuje pod patronací firmy Carl-Zeiss-Jena. Vedoucí delegací v té době prováděli koordinaci hodnocení teoretických úloh společně s komisí korektorů. Večer obdrželi xerokopie řešení experimentální úlohy řešitelů a v nočních hodinách došlo ještě k jednání s korektory o jejím hodnocení. Večer se soutěžící zúčastnili společenského večera, který pro ně uspořádal svaz německé mládeže FDJ.

Na pátek 10. července připravili pořadatelé společný program pro všechny účastníky 18. MFO.

V sobotu 11. července byl zorganizován celodenní výlet na přehradu Bleichloch v jihozápadní části NDR. Po návratu proběhlo večer třetí zasedání mezinárodní komise, na němž byly stanoveny výsledky 18. MFO a proběhla diskuse o další budoucnosti mezinárodních fyzikálních olympiád. Bylo rozhodnuto, že příští mezinárodní fyzikální olympiáda proběhne v roce 1988 v Rakousku, v roce 1989 v Polsku, 1990 v Nizozemí, 1991 na Kubě. Všechny státy, které se účastní MFO poprvé, se musejí vždy do pěti let rozhodnout, v kterém roce uspořádají tuto mezinárodní soutěž. Dlouholetí účastníci pořádali mezinárodní fyzikální olympiádu již dvakrát (PLR, MLR, ČSSR, SSSR, BLR, RSR).

Protože nejlepšího výsledku dosáhl soutěžící RO 1 z Rumunska, a to 49 bodů, byly stanoveny následující hranice úspěšnosti a stanoveny meze pro udělení cen:

49 bodů až 44 body – I. cena – 3 účastníci

43 bodů až 38 bodů – II. cena – 10 účastníků

37 bodů až 31 bodů – III. cena – 29 účastníků

30 bodů až 24 bodů – pochvalné uznání – 30 účastníků.

Řešitelé, kteří získali méně než 24 bodů, byli v soutěži neúspěšní a získali potvrzení o účasti – šlo o 49 účastníků.

Kromě toho obdrželi mimořádné ceny za nejlepší řešení teoretických úloh Catalin Malureanu (RO 1) a Anton Bibikov (SU 1), cenu obdržela i nejúspěšnější dívka Didina Serban (RO 4), která dosáhla 42 bodů, získala II. cenu a umístila se v celkovém pořadí na 6. místě.

V neděli 12. července 1987 měli účastníci 18. MFO dopoledne volný program, odpoledne proběhlo závěrečné shromáždění ve společenském sále Schillerovy univerzity v Jeně. Dr. Bernhardt, státní sekretář ministerstva vysokého a středního odborného vzdělávání, dr. Drechsler, náměstek ministryně vzdělávání, a prof. dr. Herrmann, předseda mezinárodní komise, předali diplomy, pochvalná uznání a věcné dary úspěšným řešitelům a potvrzení o účasti dalším účastníkům 18. MFO. Na závěr vystoupil komorní orchestr Jené filharmonie. Potom zástupce Rakouska, vedoucí delegace prof. ing. mag. Helmuth Mayr, pozval zástupce přítomných států, kteří se zúčastnili soutěže nebo byli pozorovateli na 18. MFO, na další, v pořadí 19. mezinárodní fyzikální olympiádu, kterou uspořádá ministerstvo vzdělávání, umění a sportu koncem června 1988 v městě Bad Ischl.

Přehled o výsledcích soutěže podávající následující tabulky:

Výsledky 18. MFO – jednotlivci

Tabulka 1

Pořadí, jméno (stát)	Počet bodů za úlohu				Celkem
	1	2	3	4	
I. cena					
1. Catalin Malureanu (RO)	9	10	10	20	49
2. Ciprian Necula (RO)	10	10	10	15	45
3. Bastian V. de Bakker (NL)	10	5	10	19	44
II. cena					
4. Chen Xun (RC)	8	6	10	19	43
5.–6. Klaus Hallatschek (D)	10	6	6	20	42
5.–6. Didina Serban (RO)	8	7	10	17	42
7. Christoph Thiele (D)	7	4	9	20	40
8.–10. Christopher Sanders (GB)	10	6	4	19	39
8.–10. Bogdan Vulpescu (RO)	8	5	9	17	39
8.–10. Anton Bibikov (SU)	4	10	10	15	39
11.–13. Li Jin Hui (RC)	6	6	9	17	38
11.–13. Frank Klemm (DDR)	10	4	4	20	38
11.–13. Gábor Drasny (H)	4	7	7	20	38
III. cena					
14. Piotr Kossacki (PL)	7	2	8	20	37
15.–16. Gunther Seitz (D)	10	6	10	10	36
15.–16. Jürgen Hertzfeld (DDR)	7	6	5	18	36
17.–19. Pavol Kolník (CS)	8	5	5	17	35
17.–19. Gyula Szokoly (H)	5	5	9	16	35
17.–19. Bryan Beatty (USA)	10	4	2	19	35
20. Andrzej Pyka (PL)	5	6	5	18	34
21.–28. Boris Karadžov (BG)	4	5	10	14	33
21.–28. Martin Krause (D)	2	5	8	18	33

21.-28. Arthur Hebecker (DDR)	6	5	2	20	33
21.-28. Steffen Winterfeld (DDR)	6	3	4	20	33
21.-28. Lucian Mitoseriu (RO)	4	5	8	16	33
21.-28. Patrik Petterson (S)	2	5	6	20	33
21.-28. Eli Glezer (USA)	4	8	2	19	33
21.-28. Petar Maksimovič (YU)	6	5	7	15	33
29.-36. Karl Bergren (CND)	9	3	1	19	32
29.-36. I. Cvetanov Georgiev (BG)	4	4	10	14	32
29.-36. Gergely Zaránd (H)	10	5	2	15	32
29.-36. Witold Skiba (PL)	10	5	1	16	32
29.-36. Tang Peng Fei (RC)	6	6	5	15	32
29.-36. Normand Modine (USA)	8	6	8	10	32
29.-36. Ho Si Mau Thuc (VN)	7	6	9	10	32
29.-36. Andrej Vilfan (YU)	7	5	8	12	32
37.-42. Jaroslav Hora (CS)	7	3	4	17	31
37.-42. Robbert R. R. Nix (NL)	5	5	1	20	31
37.-42. Dimitrij Budko (SU)	6	5	8	12	31
37.-42. Aleksej Goldin (SU)	3	6	10	12	31
37.-42. Wu Ai Hua (RC)	2	4	7	18	31
37.-42. Zhang Yan Ping (RC)	6	6	2	17	31

Přehled o dosažených výsledcích družstev uvádíme v další tabulce. Mezinárodní fyzikální olympiáda je však soutěží jednotlivců a mezinárodní komise nevyhlašuje bodové hodnocení družstev. Vypočítávají si je však sami vedoucí družstev, aby mohli porovnat navzájem své výsledky v této mezinárodní soutěži.

Další tabulka ukazuje pořadí družstev podle výsledků v jednotlivých úlohách. Vzhledem k velkému počtu soutěžících družstev je uvedeno pouze pořadí 1 až 15.

Z tabulky 3 je vidět, že výsledky československého družstva se pohybovaly na 9. až 10. místě. Celkový výsledek za-

Stát	Teoretické úlohy				Exp. úloha	Celkem bodů	Ceny			Pochval. uznání	Neúsp.
	1	2	3	C			I.	II.	III.		
RO	39	37	47	123	85	208	2	2	1	—	—
D	39	29	35	103	78	181	—	2	2	1	—
RC	28	28	33	89	86	175	—	2	3	—	—
DDR	34	23	18	75	87	162	—	1	3	—	1
H	34	22	26	82	79	161	—	1	2	2	—
SU	26	25	39	90	71	161	—	1	2	2	—
PL	26	20	23	69	90	159	—	—	3	2	—
NL	30	16	16	62	88	150	1	—	1	2	1
CS	29	20	21	70	75	145	—	—	2	3	—
S	36	17	14	67	77	144	—	—	1	4	—
USA	33	23	17	73	67	140	—	—	3	1	1
GB	29	22	17	68	63	131	—	1	—	2	2
BG	22	15	39	76	54	130	—	—	2	—	3
VN	20	24	21	65	64	129	—	—	1	3	1
YU	26	19	18	63	54	117	—	—	2	—	3
A	34	15	9	58	57	115	—	—	—	3	2
CND	26	13	1	40	65	105	—	—	1	2	2
SF	27	19	2	48	43	91	—	—	—	2	3
N	8	19	2	29	50	79	—	—	—	—	5
C	15	8	11	34	35	69	—	—	—	—	5
TR	4	12	8	24	42	66	—	—	—	—	5
I	12	5	1	18	32	50	—	—	—	—	5
IS	9	7	1	17	27	44	—	—	—	1	2
(3. úč)											
AUS	6	0	2	8	13	21	—	—	—	—	3
(3. úč)											
KT	3	3	0	6	1	7	—	—	—	—	5
Cel- kem	595	441	421	1 457	1 483	2 940	3	10	29	30	49
Prů- měr jedn.	4,92	3,65	3,48	12,05	12,25	24,30					

Pořadí prvních 15 družstev v jednotlivých úlohách

Tabulka 3

Úloha	Pořadí														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	D+RO	S		H+DDR+A		USA		NL	CS+GB	RC		SF	CND+PL+SU+YU		
2	RO	D	RC	SU	VN	DDR+USA		GB+H	CS+PL			N+SF+YU	S		
3	RO	BG+SU		D	RC	H	PL	CS+VN	DDR+YU			GB+USA	NL	S	
Teoret. úlohy															
	RO	D	SU	RC	H	BG	DDR	USA	CS	PL	GB	S	VN	YU	NL
4	PL	NL	DDR	RC	RO	H	D	S	CS	SU	USA	CND	VN	GB	A
Celkem	RO	D	RC	DDR	H+SU		PL	NL	CS	S	USA	GB	BG	VN	YU

řadil v neoficiální soutěži družstev československé družstvo na 9. místo z celkového počtu 25 soutěžících států.

Uvedeme ještě přehled bodových výsledků dosažených v jednotlivých úlohách:

Úspěšnost na 18. MFO

Tabulka 4

Úloha	Dosaženo celkem bodů	Průměr na řešitele	Nejvýše dosažitelné	Procento úspěšnosti
1	595	4,917	1 210	49,17
2	441	3,645	1 210	36,45
3	421	3,479	1 210	34,79
Teor. úlohy	1 457	12,041	3 630	40,14
5- exper.	1 483	12,256	2 420	61,28
Celkem	2 940	24,297	6 050	48,60

Z výsledků je patrné, že teoretické úlohy na 18. MFO byly značně náročné. Nejobtížnější pro řešitele byla úloha 3 z oblasti střídavých proudů (10 řešitelů obdrželo plný počet bodů, avšak 28 řešitelů nezískalo žádný bod a dalších 37 řešitelů jen 1 či 2 body), dále úloha o pohybu nabitě částice v magnetickém poli toroidu (3 účastníci získali plný počet 10 bodů, 12 nezískalo žádný bod a dalších 36 řešitelů pouze 1 či 2 body). Relativně nejsnadnější z teoretických úloh byla 1. úloha z termodynamiky (13 řešitelů získalo plný počet bodů, 16 řešitelů nezískalo žádný bod a 19 řešitelů pouze 1 až 2 body). Relativně nepříliš obtížná byla tvůrčí experimentální úloha z optiky, za jejíž řešení získali účastníci

celkem více bodů než za tři úlohy teoretické (ačkoli poměr bodů je 30 za teoretické úlohy a 20 bodů za experimentální). 10 řešitelů získalo plné hodnocení 20 bodů, 6 řešitelů nulové hodnocení.

Jak je zřejmé i z tabulky 5, bylo hodnocení československého družstva ve všech částech teoretických i experimentálních úloh lepší než průměrné.

Podívejme se ještě na tabulku 5, která ukazuje výsledky československých účastníků.

Účast československého družstva jako celku i jednotlivých soutěžících na 18. mezinárodní fyzikální olympiádě v Jeně lze hodnotit kladně zejména proto, že po předcházejících dvou letech byli opět všichni účastníci při řešení úloh úspěšní, a to při poměrně obtížných zadaných úlohách i nebývale vysokém hodnocení nejlepšího řešitele, který oproti minulým letům zvýšil „laťku“ úspěšnosti v podstatě na nejvyšší hodnotu. Je pochopitelné, že vedení delegace i ÚVFO očekávali od soutěžících lepší výkon, a to zejména vzhledem k náročné přípravě, kterou účastníci v posledním roce prošli. V přípravě širšího výběru bude nutno zaměřit se více na moderní fyzikální úlohy, odrážející a modelující skutečné situace a vyžadující nejen velmi dobrou znalost fyzikálních poznatků, ale i dovednosti tvořivě je aplikovat v nových situacích.

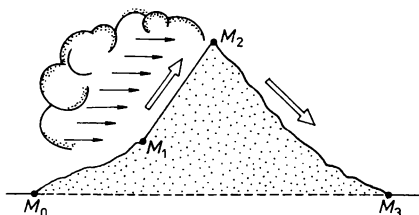
Výsledky československého družstva na 18. MFO Tabulka 5

Pořadí	Účastník	Výsledky hodnocení řešení úloh					Cena
		1	2	3	Teor.	Exp.	
17.-19.	Pavol Kolník	8	5	5	18	17	III.
37.-42.	Jaroslav Hora	7	3	4	14	17	III.
44.-50.	David Maxera	5	5	3	13	17	ú
64.-66.	Katarína Kis Petiková	2	5	5	12	13	ú
67.-62.	Petr Habala	7	2	4	13	11	ú
Celkem		29	20	21	70	75	145
Dosažitelný počet		50	50	50	150	100	250
Procento z dosažitelného počtu		58	40	42	46,7	75	58
Nejlepší dosažený výsledek družstva		39	37	47	123	90	208
Procento z nejlepšího výsledku družstva		74,4	54,1	51,2	56,9	83,3	69,7

2. Súčasné úlohy

1. úloha

Vlhký vzduch obteká chrbát hory (obr. 87). V meteorologických staniciach M_0 a M_3 , ktoré sú na upätí hory z oboch strán, je tlak vzduchu 100 kPa, v meteorologickej stanici M_2 na vrchole hory je tlak vzduchu 70 kPa. Teplota vzduchu v okolí meteorologickej stanice M_0 je 20°C.



Obr. 87

Vzduch prúdi po chrbáte hory, jeho tlak sa s výškou adiabaticky znižuje. Pri tlaku vzduchu 84,5 kPa, od meteorologickej stanice M_1 , vznikajú oblaky, v ktorých prebieha kondenzácia vodnej pary. Oblačnosť prejde medzi stanicami M_1 a M_2 za dobu 1500 s, pritom v každom kilograme vzduchu skondenzuje všetka vodná para s hmotnosťou 2,45 g vo forme dažďa.

Hmotnosť vlhkého vzduchu nad každým štvorcovým metrom je 2 000 kg.

- a) Určte teplotu T_1 dolného okraja oblakov.
b) Určte v akej výške h nad stanicou M_0 je dolný okraj oblakov.

Predpokladajte, že hustota vzduchu klesá priamo úmerne s výškou.

- c) Určte teplotu T_2 vzduchu na vrchole hory.
d) Určte výšku vodného stĺpca srážok (dažďa), ktoré spadnú za dobu 3 hodín. Predpokladajte, že intenzita srážok v celej oblasti medzi stanicami M_1 a M_2 je stála.
e) Určte teplotu vzduchu v meteorologickej stanici M_3 . Stručne zdôvodnite rozdiel medzi teplotami v staniách M_0 a M_3 .

Všetky deje, ktoré prebiehajú vo vzduchu pri jeho prúde, považujte za adiabatické. Vplyv vodnej pary na mernú tepelnú kapacitu vzduchu a hustotu vzduchu neuvažujte. Zanedbajte aj vplyv teploty na merné kondenzačné teplo vody. Vzduch považujte za ideálny plyn.

Teplotu určujte s presnosťou 1 K, výšku oblakov s presnosťou 10 m, výšku vodného stĺpca zrážok s presnosťou 0,1 mm.

Merná tepelná kapacita vzduchu v rozsahu jeho možných teplôt $c_p = 1\,005 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Hustota vzduchu v stanici M_0 pri tlaku 100 kPa a teplote 20°C je $\rho_0 = 1,189 \text{ kg.m}^{-3}$. Merné kondenzačné teplo vody pri uvedenom tlaku $l_v = 2\,500 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Ďalej platí $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ pre vzduch $\kappa = 1,4$; $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Riešenie

Označme $p_0 = 100 \text{ kPa}$, $p_1 = 84,5 \text{ kPa}$, $p_2 = 70 \text{ kPa}$,

$$T_0 = 293 \text{ K}, t_1 = 1500 \text{ s}, t_2 = 3 \text{ h}, m_p = 2,45 \text{ g}, b = 2000 \text{ kg.m}^{-2}.$$

a) Ide o určenie teploty T_1 vzduchu v okolí stanice M_1 . Pre adiabatický dej vo vzduchu platí

$$pV^\kappa = \text{konšt.} \quad \text{a} \quad \frac{pV}{T} = nR.$$

Ak za V_0 a V_1 dosadíme do prvého vzťahu hodnoty

$$V_0 = \frac{nRT_0}{p_0}, \quad V_1 = \frac{nRT_1}{p_1},$$

máme

$$p_0 \left(\frac{nRT_0}{p_0} \right)^\kappa = p_1 \left(\frac{nRT_1}{p_1} \right)^\kappa,$$

po úprave

$$T_1 = \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa} - 1} T_0.$$

Pre dané hodnoty $T_1 \doteq 279 \text{ K}$.

b) Podľa zadania platí

$$p_0 - p_1 = \rho_s g h, \quad \text{kde} \quad \rho_s = \frac{\rho_0 + \rho_1}{2}.$$

Zo stavovej rovnice môžeme písať

$$\frac{\rho_0 T_0}{p_0} = \frac{\rho_1 T_1}{p_1}.$$

Postupným dosadením za ρ_1 z tretieho vzťahu do druhého a potom za ρ_s do prvého a po úprave dostaneme vzťah

$$h = \frac{2p_0 T_1 (p_0 - p_1)}{\rho_0 (p_0 T_1 + p_1 T_0) g},$$

kde dosadením za T_1 z a) časti ulohy dostaneme výsledok

$$h = \frac{2p_0^{\frac{1}{\kappa}} (p_0 - p_1)}{\rho_0 g \left(p_0^{\frac{1}{\kappa}} + p_1^{\frac{1}{\kappa}} \right)}.$$

Dosadením hodnôt $h \doteq 1410$ m.

- c) Teplota T_2 vzduchu na vrchole hory sa zníži v porovnaní s teplotou v stanici M_0 alebo M_1 v dôsledku adiabatického deja na teplotu T'_2 , ale súčasne sa zvýši v dôsledku kondenzácie vodných pár prijatých skupenským teplom kondenzácie o teplotu ΔT . Platí

$$T_2 = T'_2 + \Delta T,$$

kde

$$T'_2 = \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa} - 1} T_0,$$

(vzťah vyplýva z časti a) ulohy).

Zoberieme hmotnosť vzduchu $m_v = 1$ kg, máme

$$Q = m_p l_v = m_v c_p T,$$

po úprave

$$\Delta T = \frac{m_p}{m_v} \frac{l_v}{c_p}.$$

Podiel

$$\frac{m_p}{m_v} = a = 2,45 \cdot 10^{-3}.$$

Teplota T_2 na vrchole hory je

$$T_2 = T'_2 + \Delta T = \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa} - 1} T_0 + a \frac{l_v}{c_p}.$$

Dosadením hodnôt veličín $T_2 \doteq 271 \text{ K}$.

- d) Za dobu t_1 spadnú na každý m^2 zrážky ab . Za dobu t_2 zrážky $ab \frac{t_2}{t_1}$. Pre výšku h vodného stĺpca zrážok, ktoré spadnú v uvedenej oblasti za dobu $t_2 = 3 \text{ h}$, potom platí

$$h = \frac{abt_2}{\rho t_1},$$

ρ je hustota vody.

Pre dané hodnoty $h \doteq 35,3 \text{ mm}$.

- e) Po druhej strane hory medzi stanicami M_2 a M_3 prúdi už len suchý vzduch a jeho teplotu v stanici M_3 určíme zo vzťahu

$$T_3 = \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa} - 1} T_2.$$

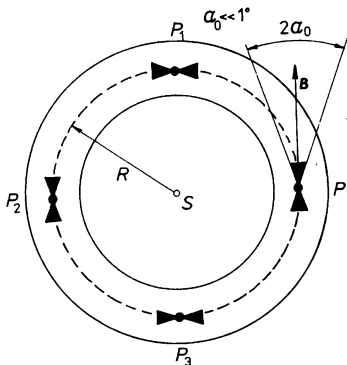
Dosadením hodnôt veličín máme $T_3 \doteq 300 \text{ K}$. Ďalej $T_3 > T_0$, čo je spôsobené tým, že kondenzáciou vodných pár sa zvýšil tepelný obsah vzduchu pri jeho prúdení medzi stanicami M_1 a M_2 .

2. úloha

Elektrónový lúč emitovaný z bodu P vstupuje do magnetického poľa toroidu v smere indukčných čiar (obr. 88). Uhol apertúry $2\alpha_0$ lúča je veľmi malý ($2\alpha_0 \ll 1^\circ$). Elektróny sú emitované v bode, ktorý leží na strednej kružnici toroidu s polomerom R a sú urýchľované elektrickým napätím U_0 . Vzájomnú interakciu medzi elektrónmi neuvažujte.

Veľkosť magnetickej indukcie B magnetického poľa toroidu považujte za konštantnú.

- a) Na udržanie elektrónov na trajektórii v magnetickom poli toroidu je potrebné homogénne magnetické pole



Obr. 88

- s magnetickou indukciou B_1 . Určte B_1 tak, aby sa elektróny pohybovali v toroide po kružnicovej trajektórii s polomerom R .
- b) Určte veľkosť B magnetickej indukcie poľa toroidu tak, aby sa elektróny fókusovali do štyroch bodov navzájom odchýlených o $\pi/2$, ako je znázornené na obrázku.

Poznámka: Pri úvahách o trajektórii elektrónov môžete zanedbať zakrivenie indukčných čiar magnetického poľa toroidu.

- c) Elektrónový lúč nemôže zostať v tóroide bez pôsobenia magnetického poľa s indukciou B_1 , ale opustí ho systematickým pohybom (driftom) kolmo na rovinu toroidu;
- dokážte, že radiálna odchýlka elektrónového lúča od polomeru R je ohraničená,
 - určte smer driftovej rýchlosti.

Poznámky: Zanedbajte uhol apertúry elektrónového lúča. Použite zákon zachovania energie a zákon zachovania momentu hybnosti.

Úlohu riešte pre hodnoty: $U_0 = 3,00 \text{ kV}$,
 $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$, $R = 50 \text{ mm}$.

Riešenie

- a) Aby elektróny sledovali zakrivenie toroidu, vložíme toroid do homogénneho magnetického poľa s magnetickou indukciou B_1 kolmou na rovinu toroidu. Smer vektora B_1 musí byť taký, aby magnetická sila pôsobiaca na elektróny bola dostredivá.

Nech v_0 je rýchlosť elektrónu. Pre pohyb elektrónu po kružnicovej trajektórii platí

$$m \frac{v_0^2}{R} = e v_0 B_1.$$

Ak dosadíme za

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}},$$

úpravou dostaneme veľkosť B_1 magnetickej indukcie

$$B_1 = \frac{1}{R} \sqrt{2 \frac{m}{e}} U_0.$$

Pre dané hodnoty $B_1 \doteq 0,37 \cdot 10^{-2} \text{ T}$.

- b) Rýchlosť v každého elektrónu môžeme rozložiť na zložku rovnobežnú a zložku kolmú na magnetickú indukciu B :

$$v = v_{\parallel} + v_{\perp}.$$

So zložkou $v_{\perp}$ súvisí vznik magnetickej sily s veľkosťou

$$F = ev_{\perp} B.$$

Elektrón v rovine kolmej na indukčné čiary sa pohybuje po kružnici s polomerom r , pričom platí

$$m \frac{v_{\perp}^2}{r} = ev_{\perp} B,$$

z toho

$$r = \frac{m}{e} \cdot \frac{v_{\perp}}{B}.$$

Periódou pohybu elektrónu po kružnicovej trajektórii je

$$T = \frac{2\pi r}{v_{\perp}} = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{e}.$$

Výsledná trajektória elektrónu je skrutkovica, pohyb elektrónu po kružnici sa deje rýchlosťou $v_{\perp}$, pohyb v smere vektora B rýchlosťou $v_{\parallel}$. Zo zadania vyplýva, že za dobu periódy T elektrón má vykonať pohyb v smere B po dráhe $\frac{\pi R}{2}$, t. j.

$$v_{\parallel} T = \frac{\pi R}{2},$$

po dosadení za T a úprave máme

$$B = \frac{4v_{\parallel}}{R} \cdot \frac{m}{e}.$$

Ak uvážime, že

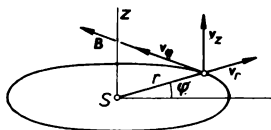
$$v_{\parallel} = v_0 \cos \alpha_0 \doteq v_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_0},$$

potom

$$B \doteq \frac{4}{R} \sqrt{2 \frac{m}{e} U_0}.$$

Pre dané hodnoty $B \doteq 1,48 \cdot 10^{-2} \text{ T}$.

- c) Indukčné čiary magnetického poľa toroidu sú kružnice so stredmi na osi symetrie (z -osi) toroidu. Polárne súradnice r a φ sú znázornené v rovine kolmej na os z (obr. 89) a vektorové veličiny (rýchlosť, magnetická indukcia B , magnetická sila) sú rozložené na zodpovedajúce zložky.



Obr. 89

Pokým uhol apertúry elektrónového lúča bude zanedbateľný, postačuje skúmať jeden elektrón emitovaný rýchlosťou v_0 tangenciálne ku kružnici s polomerom R . V statickom magnetickom poli sa kinetická energia zachováva

$$\frac{1}{2} m (v_r^2 + v_\varphi^2 + v_z^2) = \frac{1}{2} m v_0^2,$$

t. j.

$$v_0^2 = v_r^2 + v_\varphi^2 + v_z^2. \quad (1)$$

Definujme body radiálnej inverzie elektrónu podmienkou $v_r = 0$.

Použitím (1) máme

$$v_0^2 = v_\varphi^2 + v_z^2. \quad (2)$$

Ako inverzný bod zrejme máme bod, v ktorom

$$r = R(v_\varphi = v_0, v_r = 0, v_z = 0).$$

K určeniu ďalších bodov inverzie a potom aj k určeniu maxima radiálnej odchýlky elektrónu potrebujeme určiť závislosť zložiek v_φ a v_z rýchlosti od polomeru r . Zložku v_φ môžeme určiť zo zákona zachovania momentu hybnosti. Magnetická sila samozrejme nemá zložku rovnobežnú s indukciou B magnetického poľa a preto nemôže spôsobovať otáčanie okolo osi z .

Z toho vyplýva, že z -zložka momentu hybnosti je konštanta

$$L_z = mv_\varphi r = mv_0 R,$$

z toho

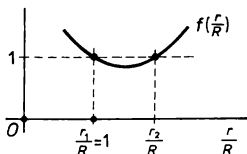
$$v_\varphi = v_0 \frac{R}{r}. \quad (3)$$

Zložku v_z určíme z pohybovej rovnice pre smer z . Na elektrón pôsobí v smere osi z sila

$$F_z = -eBv_r.$$

Potom zrýchlenie elektrónu v smere osi z je

$$a_z = -\frac{e}{m}Bv_r.$$



Obr. 90

Znamená to, že pokiaľ je B konštantná veličina, že zmena rýchlosti v_z je úmerná zmene polomeru r

$$\Delta v_z = -\frac{e}{m} B \Delta r.$$

Pretože $\Delta r = r - R$, $\Delta v_z = v_z$, z toho máme

$$v_z = -\frac{e}{m} B (r - R). \quad (4)$$

Dosadením (3) a (4) do (2) a úpravou dostaneme

$$1 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 + A^2 \left(\frac{r}{R} - 1\right)^2,$$

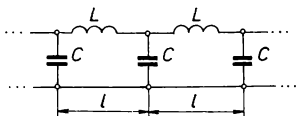
kde

$$A = \frac{e}{m} B \frac{R}{v_0}.$$

Prvá strana rovnice je kvalitatívne znázornená grafom na obr. 90. Z neho vyplýva, že hodnota r_1 je konečná (radiálna odchýlka r elektrónu nemôže byť väčšia). Ak $r \leq r_1$ a $r \geq R$ zo (4) vyplýva $v_z < 0$. Preto drift má smer $-z$ osi.

3. úloha

Pri šírení harmonických vln v nekonečnej sieti kondenzátorov a cievok (obr. 91) fázový posun medzi napätiami na susedných kondenzátoroch má všade rovnakú hodnotu φ .

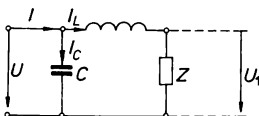


Obr. 91

- Určte fázový posun φ ako funkciu L, C, ω , kde C je kapacita kondenzátora, L indukčnosť cievky, ω uhlová frekvencia napätia.
 - Určte rýchlosť šírenia vln, ak dĺžka každej bunky siete je l .
 - Určte podmienku, ktorá musí byť splnená, aby rýchlosť šírenia vln bola zanedbateľne závislá od uhlovej frekvencie ω . Určte pre tento prípad rýchlosť šírenia vln.
 - Navrhňte jednoduchý mechanický model tejto siete a odvoďte vzťahy potvrdzujúce správnosť modelu.
- Kondenzátory a cievky považujte za ideálne.

Riešenie

Všeobecné riešenie je náročné. Úlohu možno riešiť niekoľkými metódami. Medzi presné a presvedčivé postupy patrí symbolicko-komplexný výpočet.



Obr. 92

- a) Označme Z impedanciu celej siete okrem prvého LC -člena (obr. 92). Vychádzame z idey, že impedancia Z celej siete sa nezmení, ak k nej pridáme jeden LC -člen, t. j. že platí

$$Z = -\frac{j}{\omega C} \parallel (j\omega L + Z),$$

kde symbolom $\parallel$ sme označili paralelné zapojenie kondenzátora s kapacitou C so sériovou dvojicou L, Z .

Z toho máme

$$Z = \frac{-\frac{j}{\omega C}(j\omega L + Z)}{-\frac{j}{\omega C} + j\omega L + Z}.$$

Úpravou dostaneme kvadratickú rovnicu

$$Z^2 + j\omega LZ - \frac{L}{C} = 0,$$

jej riešením

$$Z = -j\frac{\omega L}{2} \pm \sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2}. \quad (1)$$

Uuríme napätie U_1 medzi svorkami impedancie Z , čo je aj napätie medzi svorkami druhého kondenzátora, ak napätie medzi svorkami prvého kondenzátora je U .

Platí

$$I_L = I - I_C = \frac{U}{Z} - j\omega CU,$$

$$U_1 = Z I_L = U - j\omega C U Z = U(1 - j\omega C Z).$$

Do tohoto vzťahu dosadíme Z z (1). Máme

$$U_1 = U \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{2} \pm j\omega C \sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2} \right). \quad (2)$$

V závislosti od uhlovej frekvencie ω môžu nastať dva prípady:

1.

$$\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2 \geq 0, \quad 0 \leq \omega \leq \frac{2}{\sqrt{LC}}.$$

V tomto prípade sa môžeme presvedčiť, že výraz v zátvorke vo vzťahu (2) je komplexná jednotka, lebo

$$\left(1 - \frac{\omega^2 LC}{2}\right)^2 + \left(\omega C \sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2}\right)^2 = 1.$$

Z (2) ďalej platí

$$U_1 = U e^{j\varphi} = U(\cos \varphi + j \sin \varphi).$$

Porovnaním so vzťahom (2) máme

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2}$$

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \pm \frac{\omega \sqrt{LC}}{2}. \quad (3)$$

Napätie na susedných kondenzátoroch majú rovnaké amplitúdy a sú fázovo posunuté o uhol φ daný vzťahom (3).

Poznámka: Znamienka $\pm$ fyzikálne vyjadrujú fázový posun φ v smere postupu a proti smeru postupu vlny.

2.

$$\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2 < 0, \quad \omega > \frac{2}{\sqrt{LC}}.$$

V tomto prípade napätie U_1 podľa vzťahu (2) možno napísať

$$U_1 = U \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{2} \pm \omega C \sqrt{\left(\frac{\omega L}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}} \right) = U A,$$

kde A sme označili reálne číslo v zátvorke. V tomto prípade $|A| \neq 1$, čo nášmu prípadu nevyhovuje, lebo v zadaní sa uvádza, že ide o harmonickú vlnu.

b) Doba, za ktorú sa vlna šíri jednou bunkou, je

$$\Delta t = \frac{\varphi}{\omega}.$$

Rýchlosť šírenia vlny má veľkosť

$$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\omega l}{\varphi},$$

dosadením za φ :

$$v = \frac{\omega l}{2 \arcsin \left(\frac{\omega \sqrt{LC}}{2} \right)}.$$

c) Pre malé frekvencie platí

$$\arcsin \frac{\omega\sqrt{LC}}{2} \doteq \frac{\omega\sqrt{LC}}{2}, \quad \text{ak} \quad \frac{\omega\sqrt{LC}}{2} \ll 1.$$

Potom

$$v = \frac{l}{\sqrt{LC}}, \quad \text{ak} \quad \omega \ll \frac{2}{\sqrt{LC}}.$$

d) Energia tejto ideálnej elektrickej siete sa zachováva, lebo sú v nej zapojené len kondenzátory a cievky.

Energia kondenzátorov je

$$E_1 = \frac{1}{2}C \sum_n u_{Cn}^2,$$

energia cievok

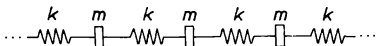
$$E_2 = \frac{1}{2}L \sum_n i_{Ln}^2,$$

kde $\sum_n u_{Cn}^2$ je súčet druhých mocnín okamžitých napätí na kondenzátoroch a $\sum_n i_{Ln}^2$ súčet druhých mocnín okamžitých prúdov, ktoré prechádzajú cievkami. Celková elektrická energia siete v istom okamihu potom je

$$E = \frac{1}{2} \left(C \sum_n u_{Cn}^2 + L \sum_n i_{Ln}^2 \right). \quad (2)$$

Napätie u_{Cn} možno napísať

$$u_{Cn} = \frac{Q_{Cn}}{C} = \frac{Q_{Ln-1} - Q_{Ln}}{C},$$



Obr. 93

lebo okamžitý náboj kondenzátora je rovný rozdielu náboja elektrónov, ktoré prešli do určitého okamihu $(n-1)$ -ou cievkou a n -tou cievkou.

Platí tiež

$$i_{Ln} = \frac{dQ_{Ln}}{dt} = \dot{Q}_{Ln}.$$

Ak do (2) dosadíme za u_{Cn} a i_{Ln} predchádzajúce výrazy, po úprave máme

$$E = \frac{1}{2} \left[L \sum_n \dot{Q}_{Ln}^2 + \frac{1}{C} \sum_n (Q_{Ln-1} - Q_{Ln})^2 \right]. \quad (3)$$

Tento vzťah umožňuje navrhnúť mechanický model uvedenej elektrickej siete nekonečnou sústavou pružín s tuhosťami k , medzi ktorými sú telieska s hmotnosťami m (obr. 93). Priradenie veličín elektrickej siete a jej modelu je nasledovné:

$Q_{Ln-1} - Q_{Ln}$	—————>	výchylka z telieska
$\dot{Q}_{Ln}$	—————>	rýchlosť v pohybu telieska
$\frac{1}{C}$	—————>	tuhosť k pružiny
L	—————>	hmotnosť m telieska

Pre energiu mechanickej sústavy znázornenej na obr. 93 platí

$$E = \frac{1}{2} \left[m \sum_n v_n^2 + k \sum_n x_n^2 \right].$$

Kinetická energia n -tého telieska je modelom prvej časti a polohová energia pružiny je modelom druhej časti výrazu (3). Vstiah (3) umožňuje postaviť aj iný mechanický model, napr. sústavu torsných pružín spojených malými kotúčmi s rovnakým momentom zotrvačnosti. Kotúče i pružiny konajú len torsný pohyb.

$Q_{Ln-1} - Q_{Ln}$	—————>	uhlová výchylka φ telieska
$\dot{Q}_{Ln}$	—————>	uhlová rýchlosť telieska
$\frac{1}{C}$	—————>	direkčný moment D pružiny
L	—————>	moment zotrvačnosti I

4. úloha

Určenie indexu lomu n_s skleného hranola a indexu lomu n_k kvapaliny.

Pomôcky: dva rovnaké sklené hranoly s uhlami 30° , 60° , 90° , milimetrový papier, pravítko, list bieleho papiera, Petriho miska, kruhový podstavec, kvapalina, zdroj svetla na stojane.

Úloha: Určte index lomu n_s skla hranola a index lomu n_k kvapaliny ($n_s > n_k$), pritom neberte do úvahy rozklad svetla.

a) Index lomu n_s skla hranola určte dvoma rozličnými metódami, v ktorých použijete len jeden hranol.

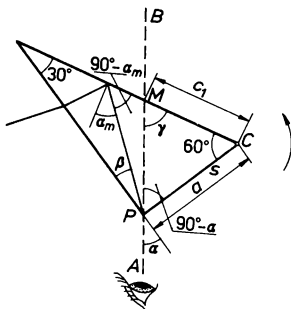
b) Index lomu n_k kvapaliny určte jednou metódou, v ktorej použijete obidva hranoly.

Navrhnuté metódy vysvetlite pomocou nákresov a odvoďte vzťahy pre určenie indexu lomu.

Poznámka: Na trojuhelníkovú matnú stenu hranola môžete ceruzou nakresliť potrebné body.

Riešenie

Metódy merania indexov lomu uvedenými prostriedkami nie sú jednoznačne určené. Vychádzajú z uplatnenia zákona lomu a zákona odrazu pri šírení svetelnej vlny v hranole a kvapaline a vhodného použitia meracích prostriedkov.



Obr. 94

a) 1. metóda:

Princíp metódy spočíva v pozorovaní obrazu svetla po úplnom odraze na najväčšej stene hranola a lome svetelnej vlny na stene (s) v blízkosti bodu P . Vystupujúca svetelná vlna má smer priamky AB (obr. 94).

Postup merania: Na bielom papieri narysujeme priamku AB , položíme na papier hranol trojuholníkovou stenou vodorovne s pravým uhlom hranola v bode P priamky. Hranolom otáčame okolo bodu P vo vodorovnej rovine, kým hranol nadobudne takú polohu, pri ktorej v smere AB pozorujeme tmavé rozhranie úplného odrazu. Túto polohu hranola zašifrujeme. Na matnej stene hranola označíme bod M .

Index lomu skla n_s určíme zo vzťahov, ktoré vyplývajú z obrázku a zo zákona lomu. Medzný uhol úplného odrazu označíme α_m .

$$\sin \alpha_m = \frac{1}{n_s}, \quad (1)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_s, \quad (2)$$

$$\beta = 60^\circ - \alpha_m, \quad (3)$$

$$\gamma = 30^\circ + \alpha. \quad (4)$$

Zo sínovej vety v $\triangle PMC$ máme

$$\frac{\sin \gamma}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha} = \frac{a}{c_1}.$$

Dosadením za γ zo vzťahu (4) máme rovnicu, z ktorej možno určiť

$$\sin \alpha = \frac{2a - c_1}{2\sqrt{a^2 - ac_1 + c_1^2}}.$$

Dosadíme postupne (3) a (1) do (2).

$$\sin \alpha = n_s \sin(60^\circ - \alpha_m) = \frac{n_s}{2}(\sqrt{3} \cos \alpha_m - \sin \alpha_m),$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \left(\sqrt{3} \sqrt{n_s^2 - 1} - 1 \right).$$

Z posledného vzťahu máme

$$n_s = \sqrt{\frac{1}{3} (2 \sin \alpha + 1)^2 + 1}.$$

Pri meraní bolo zistené $\alpha = c_1$, potom $\sin \alpha = 0,5$ a $n_s = 1,53$.

2. metóda

Ravnobežne s najväčšou stenou hranola pozorujeme cez stenu (s) hranola jeho hranu C (obr. 95). Na papier nakreslíme priamku a hranol posúvame po papieri tak, aby jeho hrana C a priamka boli rovnobežné. Zafixujeme polohu hranola, pri ktorej obraz hrany C leží na priamke, ktorú pozorujeme vedľa hranola. Na matnej stene hranola označíme bod A . Odmeráme dĺžky úsečiek c, b .

Z obr. 95 a zo zákona lomu platí

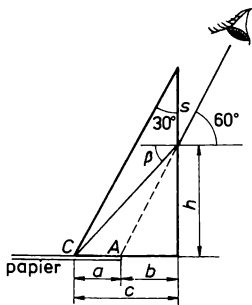
$$n_s = \frac{\sin 60^\circ}{\sin \beta} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin \beta}, \quad (1)$$

$$c \sin \beta = h \sin(90^\circ - \beta) = h \cos \beta, \quad (2)$$

$$h = b \operatorname{tg} 60^\circ = b\sqrt{3}. \quad (3)$$

Dosadíme vzťah (3) do (2), určíme

$$\sin \beta = \frac{b\sqrt{3}}{\sqrt{c^2 + 3b^2}}.$$



Obr. 95

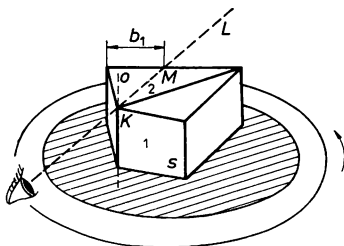
Tento výraz dosadíme do (1). Úpravou máme

$$n_s = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 3}.$$

Meraním boli určené hodnoty $c = 29 \text{ mm}$, $b = 11,5 \text{ mm}$, potom $n_s = 1,53$.

- b) Do Petriho misky nalejeme vrstvu vody, ktorá kapilárne zaplní priestor medzi hranolmi priloženými k sebe najväčšími stenami (obr. 96).

Budeme sa pozerať pozdĺž pevne zafixovanej priamky L , ktorá prechádza bodom K na hranách so 60° uhlami hranolov. Hranoly budeme otáčať okolo tejto osi o dovtedy,



Obr. 96

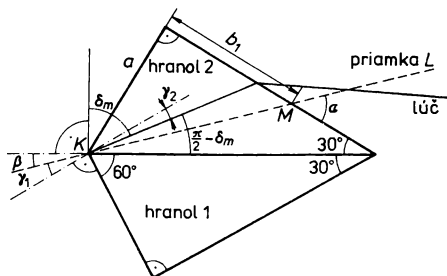
kým rozhranie tmavej časti pri úplnom odraze pozorované cez malú plôšku steny (s) 1. hranola neleží v osi o . Polohu hranolov zafixujeme, na matnej stene 2. hranola označíme bod M , odmeráme dĺžku b_1 .

Z obr. 97 vyplývajú vzťahy pre uhly a dĺžky, ktoré uplatníme vo výpočte. Použijeme tiež zákon lomu.

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b_1^2}}, \quad (1)$$

$$\beta = \alpha - 30^\circ, \quad \gamma_1 = 30^\circ - \beta = 60^\circ - \alpha, \quad (2)$$

$$\frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} = n_s. \quad (3)$$



Obr. 97

Medzný uhol odrazu na rozhraní sklo - voda označíme δ_m .

$$90^\circ - \delta_m = 30^\circ - \gamma_2,$$

$$\delta_m = 60^\circ + \arcsin \frac{\sin \gamma_1}{n_s} \quad (4)$$

(dosadili sme γ_2 z (3)).

Pre n_k platí

$$n_k = n_s \sin \delta_m = n_s \sin \left(60^\circ + \arcsin \frac{\sin \gamma_1}{n_s} \right). \quad (5)$$

Z (1) určíme α , z (2) určíme γ_1 ; n_s sme určili v a) časti experimentu. Tieto hodnoty dosadíme do vzťahu (5) a určíme n_k .

Meraním boli získané hodnoty veličín: $a = 28 \text{ mm}$, $b_1 = 19 \text{ mm}$, vypočítame $\alpha = 55,8^\circ$, $\gamma_1 = 4,2^\circ$, $n_s = 1,53$, potom $n_k = 1,33$.

Pri všetkých metódach bolo nevyhnutné vykonať viacero meraní, určiť strednú hodnotu indexu lomu a odchýlku merania.

RNDr. Zdeněk Ungermann
doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.
Mojmír Simerský
RNDr. Ivo Volf, CSc.

28. ročník

fyzikální olympiády – brožura

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství Praha roku 1992
jako svou publikaci č. D-9B-0-0-18-0-28-0
Edice Zájmové náklady
Odpovědná redaktorka Anežka Bittnerová
Výtvarná redaktorka Zdeňka Drahokoupilová
Technická redaktorka Věra Havlíková
Vytiskly Tiskařské závody, Slezská 13, Praha 2
1. vydání

ISBN 80-04-25284-2