

RNDr. Zdeněk Ungermann
doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.
Mojmír Simerský
RNDr. Ivo Volf, CSc.

FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA 27. ročník

Zpráva o průběhu a řešení úloh ze soutěže
konané ve školním roce 1985/86

**SEDMNÁCTÁ MEZINÁRODNÍ
FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA**

Státní
pedagogické
nakladatelství
Praha

Zpracovali	RNDr. Zdeněk Ungermann doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc. Mojmír Simerský RNDr. Ivo Volf, CSc.
Lektorovali	doc. Ing. Ivo Čáp, CSc. RNDr. Arnošt Hladík, CSc. RNDr. Václav Šůla

© Zdeněk Ungermann za autorský kolektiv, 1991

ISBN 80-04-24 989-2

I. ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

1. Cíl soutěže a její organizace

Ve školním roce 1985/86 probíhal v celé ČSSR již 27. ročník fyzikální olympiády. Fyzikální olympiáda (FO) má za cíl vést žáky k hlubšímu studiu fyziky, rozvíjet jejich nadání a schopnosti a vzbuzovat u řešitelů FO zájem o studium fyziky a technických oborů na středních a vysokých školách. Fyzikální olympiáda plní tak jeden z významných úkolů naší společnosti: pečovat o růst odborné kvalifikace mladých kádrů a podporovat tak vědeckotechnický rozvoj naší společnosti.

Fyzikální olympiáda vytváří předpoklady pro dobrou přípravu žáků SŠ k dalšímu studiu na vysokých školách matematicko-fyzikálního a technického zaměření. Žákům ZŠ pak pomáhá při výběru střední školy a prohlubuje přípravu ke studiu na těchto školách.

V 27. ročníku probíhala fyzikální olympiáda v pěti kategoriích. V kategoriích A, B, C, D, určených pro žáky 4., 3., 2. a 1. ročníku SŠ. Přitom každý žák střední školy může na doporučení vyučujícího řešit i vyšší kategorii, než mu přísluší. Kategorie E je určena především pro žáky 8. ročníku ZŠ.

První kolo soutěže kategorie A až E probíhalo na školách. Žáci všech kategorií dostali za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu experimentální. Úspěšnými řešiteli se stali žáci, kteří vyřešili úspěšně 5 úloh, přičemž museli řešit experimentální úlohu. Řešitelé kategorií A–D měli současně prostudovat zadané studijní téma (viz následující kapitolu), na které navazovala jedna úloha v prvním a některé úlohy v 2. a 3. kole soutěže.

Krajské výbory FO a okresní výbory FO (kategorie E) pozvaly úspěšné řešitele prvního kola do druhého kola soutěže. Jen Středoslovenský KV FO provedl výběr do krajského kola kat. B, C, D pomocí klauzurní části, které se zúčastnili úspěšní řešitelé první (školní) části soutěže.

Druhé kolo soutěže FO kategorie A–D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Krajské kolo kategorie A se uskutečnilo 1. února 1986 a kategorií B, C, D 19. dubna 1986. Kategorie E měla 2. kolo v okresech a bylo řízeno okresními výbory FO (OV FO). Účastníci druhých

kol řešili 4 teoretické úlohy. Při hodnocení řešení úloh bylo poprvé ve všech kategoriích použito bodové hodnocení. Úspěšný byl ten řešitel, který získal nejméně 14 bodů ze 40 bodů a nejméně ze dvou úloh získal alespoň 5 bodů. Úspěšní řešitelé obdrželi pochvalná uznání a ti nejlepší v jednotlivých kategoriích získali ještě věcnou cenu.

Třetí kolo FO bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo soutěže kategorie A, které proběhlo ve dnech 3.–6. 4. 1986, řídil ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO) a vlastní organizací pověřil KV FO Jihočeského kraje. Účastníkům byly zadány 4 teoretické úlohy a jedna úloha laboratorní.

Třetí kolo kategorie E proběhlo v celé republice dne 26. 4. 1986 a bylo organizováno v krajích. Účastníci řešili čtyři teoretické úlohy.

2. Ústřední výbor fyzikální olympiády

Pořadateli FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků (JČSMF), Jednotou slovenských matematiků a fyziků (JSMF) a se Socialistickým svazem mládeže.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR ÚV FO, v krajích pak KV FO a v okresech řídil soutěž kategorie E OV FO.

Na školách se o FO staral referent pro FO, který je jmenován každým rokem ředitelem školy.

Ve školním roce 1985/86 skončilo tříleté funkční období všech výborů fyzikální olympiády. ÚV FO pracuje tedy od 25. ročníku ve stejném složení. Skládá se ze zástupců pořádajících institucí a z učitelů vysokých, středních a základních škol. ÚV FO je do funkce jmenován na základě návrhů JČSMF a JSMF ministerstvy školství. Do širšího ÚV FO patří i předsedové KV FO. Sídlem ÚV FO je Nitra a další pracoviště je v Hradci Králové.

Adresy: Pedagogická fakulta Nitra, Lomonosovova ul. 1

Pedagogická fakulta Hr. Králové, Leninovo nám. 301

Složení předsednictva ÚV FO:

Předseda: doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
PedF Nitra

Místopředsedové: RNDr. Ivo Volf, CSc.,
PedF Hradec Králové

doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc.,
VVTŠ Lipt. Mikuláš

Jednatelé: RNDr. Zdeněk Ungermann,
gymnázium Hradec Králové, Šimkova ul.
prof. RNDr. Vladimír Majerník, DrSc.,
PedF Nitra

Zástupci MŠ: RNDr. Václav Šůla, MŠ ČSR
Michal Zöldy, MŠ SSR

Zástupce JČSMF: RNDr. Karel Bartuška,
gymnázium Nad štolou, Praha

Zástupce JSMF: RNDr. Viktor Bezák, DrSc.,
MFF UK Bratislava

Zástupce ÚV SSM: doc. Ing. Bohumil Vybíral, CSc.,
PedF Hradec Králové

Zástupce ÚDPM: Eva Bittnerová, Bratislava

Redaktor ŠMF: Mojmír Simerský, předseda výběrové
komise soutěžních úloh, Pečky

Další členové ÚV FO:

RNDr. Miroslav Bartošek, gymnázium Přerov
RNDr. Rastislav Baník, PedF Banská Bystrica
RNDr. Milan Bednařík, CSc., PřF UP Olomouc
RNDr. Marta Chytilová, CSc., Brno
doc. RNDr. Árpád Kecskés, CSc., PedF Nitra
doc. RNDr. Ivan Náter, EF SVŠT Bratislava
RNDr. Barnabáš Ypóth, gymnázium maď., Komárno
Miroslav Ouhrabka, CSc., PedF Hradec Králové
RNDr. Evžen Růžička, CSc., PedF Olomouc
PaedDr. Alexandra Svátová, ZŠ Praha
doc. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF UK Praha
Karel Šebela, SPŠ strojnická, Praha
RNDr. Pavol Škrinár, gymnázium Prievidza
Eva Tokáriková, VVTŠ Liptovský Mikuláš
RNDr. Erich Wiszt, CSc., Ústav mechaniky strojů, SAV Martin
PaedDr. Karel Žampa, OŠ MVmB Brno

3. Krajské a okresní výbory FO

Předsedy a členy KV FO jmenují na návrh poboček JČSMF a JSMF odbory školství příslušných KNV. Pracují v nich učitelé vysokých, středních a základních škol a pracovníci školské správy.

Funkci předsedů KV FO v 27. ročníku FO vykonávali:

Praha:	doc. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF UK Praha
StřČ:	Ing. Jiří Machalický, CSc., KF strojní fakulty ČVUT Praha
JČ:	RNDr. Pavel David, PedF České Budějovice
ZČ:	Olga Mašková, VŠSE Plzeň
SČ:	Bohumil Daniel, gymnázium Česká Lípa
VČ:	RNDr. Josef Hubeňák, SPŠ stav. Hradec Králové
JM:	doc. RNDr. Jan Schwarz, Brno
SM:	doc. Frant. Kamenčák, CSc., PedF Ostrava
Brat.:	doc. RNDr. Jozef Zamečník, CSc., stav. fakulta SVŠT Bratislava
ZS:	doc. RNDr. Árpád Kecskés, CSc., PedF Nitra
StřS:	Ing. Ivo Čáp, CSc., VŠDS Žilina
VS:	doc. RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc., PŘF UPJŠ Košice

KV FO řídí soutěž v kraji; kategorii E řídí prostřednictvím okresních výborů FO.

OV FO jmenují na návrh okresních pedagogických středisek OŠ příslušných okresních národních výborů. Práce v OV FO se účastní pracovníci školské správy, učitelé středních a základních škol. OV FO zabezpečují práci s referenty FO kategorie E a organizují okresní kolo (druhé) této kategorie.

4. Průběh a výsledky FO ve školním roce 1985/86

a) První kolo soutěže kategorií A, B, C, D

První kolo FO probíhalo na školách od září 1985 do ledna 1986. Úlohy prvního kola byly zveřejněny v letáku FO, v 10. čísle 63. ročníku Rozhledů matematicko-fyzikálních a první tři úlohy v časopise Matematika a fyzika ve škole.

Během prvního kola měli řešitelé všech kategorií prostudovat následující studijní témata:

Kat. A – B. Vybíral, Relativistická kinematika a dynamika.

Rozhledy MF, ročník 1985/86, č. 3, 4

Kat. B – I. Volf, Pohyb částic v silovém poli. Tisk ÚV FO

Kat. C – M. Chytilová, Řešení úloh v inerciální a neinerciální soustavě. Tisk ÚV FO

Kat. D – I. Volf, Grafy v kinematice. Tisk ÚV FO

Počet středních škol, které se zúčastnily 27. ročníku FO v kategoriích A–D

Kraj	Počet	Gymnázia				SOŠ				Ost. stř. školy				Celkový počet škol					
		zapojeno v kategoriích				Celkem	zapojeno v kategoriích				Celkem	zapojených v kategoriích				Celkem			
		A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D				
Praha	21	20	18	21	21	21	1	–	–	2	3	–	–	–	21	18	21	23	24
StřČ	23	14	18	19	20	23	1	2	1	5	5	–	2	–	3	15	22	20	27
JČ	18	9	17	19	19	19	2	3	3	3	3	–	–	–	1	11	20	22	23
ZČ	15	11	11	12	12	12	–	–	1	4	4	1	–	–	1	12	11	13	16
SČ	21	8	16	16	20	20	1	3	2	8	8	–	–	–	7	9	19	18	35
VČ	35	24	25	29	30	30	2	3	3	10	10	–	–	–	–	26	28	32	40
JM	38	18	32	34	35	35	1	–	3	10	11	–	–	–	–	19	32	37	45
SM	39	35	37	39	36	39	4	4	6	18	18	–	1	2	3	39	42	47	57
Brat.	13	4	10	9	10	12	–	–	–	6	6	–	1	–	–	4	11	9	16
ZS	38	36	36	37	37	37	4	7	5	17	17	1	2	8	17	41	45	50	71
StřS	36	22	19	25	27	32	1	–	1	7	8	–	–	1	–	23	19	27	34
VS	35	16	21	29	30	33	1	–	4	14	14	–	–	2	1	3	17	21	35
Celkem	332	217	260	289	297	313	18	22	29	104	107	2	6	13	31	237	288	331	432
																			459

Počet zapojených škol podle jednotlivých kategorií a krajů je uveden v tabulce 1. Počet účastníků v jednotlivých kategoriích podle krajů je uveden v tabulce 2, kde S znamená počet soutěží, U počet úspěšných řešitelů. Pro srovnání s loňským ročníkem je v posledním řádku uvedeno zapojení žáků v 26. ročníku FO. V tabulce 1 si všimněme 96% zapojení gymnázií, poměrně malého zapojení SOŠ a nepatrného zapojení ostatních škol, tj. hlavně SOU, čtyřletých oborů. U tabulky č. 2 si zase všimněme růstu soutěživých proti 26. ročníku, úspěšnost řešitelů je přibližně stejná; ta ovšem závisí na relativní obtížnosti úloh. A uveďme si ještě jeden postřeh, který svědčí o obrovské práci učitelů fyziky. Kdybychom uvažili, že každý řešitel odevzdá průměrně 6 úloh, pak učitelé opravili celkem 50 844 úloh, což přibližně představuje 25 000 hodin práce.

b) Druhé kolo kategorie A–D

Do druhého kola byli pozváni všichni úspěšní řešitelé prvního kola. Jen v kraji Středoslovenském se uskutečnila výběrová klauzurní část kategorií B, C, D.

Výsledky 2. kola jsou uvedeny v tabulce 3. Úspěšnost řešitelů byla největší v kategorii C, v ostatních kategoriích přibližně $\frac{3}{4}$ řešitelů bylo neúspěšných. Obtížnost úloh posuďte v další části brožury. V každém případě výsledky ukazují na to, že bude třeba zavést ve všech krajích výběrovou klauzurní část soutěže.

Nejúspěšnější řešitelé 2. kola FO v kategoriích A, B, C, D

V přehledu je uvedeno deset nejúspěšnějších řešitelů každé kategorie. Pouze v případě rovnosti pořadí je uveden počet větší nebo v případě, že počet úspěšných řešitelů je menší, jsou uvedeni jen úspěšní řešitelé.

Praha:

A:	Ledvinka Tomáš	– SPŠ Praha 1, Na příkopě
	Zápotocký Martin	– G Praha 3, Sladkovského
	Novák Jan	– G Praha 10, Voděradská
	Havel Jan	– G Praha 6, Arabská
	Thoma Martin	– G Praha 6, Arabská
	Beranovský Jiří	– G Praha 4, Budějovická

Tabulka 2

Počet žáků soutěžících v 1. kole 27. ročníku FO kategorie A–D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	62	33	82	59	109	54	248	72	501	218
StřČ	40	26	75	55	112	68	162	84	389	233
JČ	84	36	123	43	162	49	226	96	595	224
ZČ	52	41	60	49	93	75	108	88	313	253
SČ	47	14	94	60	132	96	320	163	593	333
VČ	62	46	105	84	118	90	190	157	475	377
JM	50	50	139	89	217	100	335	123	741	362
SM	185	78	211	120	381	168	836	232	1 613	598
Brat.	40	37	73	70	132	128	177	173	422	408
ZS	192	61	302	130	443	156	791	311	1 728	658
StřS	150	55	95	58	123	66	185	98	553	277
VS	63	63	110	72	128	117	250	151	551	403
Celkem	1 027	540	1 469	889	2 150	1 167	3 828	1 748	8 474	4 344
% úsp.		52,6		60,5		54,3		45,7		51,3
26. roč.	862	520	1 458	871	1 863	1 064	3 613	1 778	7 796	4 233
% úsp.		60,3		59,7		57,1		49,2		54,3

Počet žáků soutěžících v 2. kole 27. ročníku FO kategorie A–D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	33	12	59	19	54	49	72	33	218	113
StřČ	23	1	39	4	48	34	65	10	175	49
JČ	35	6	43	11	49	30	96	36	224	83
ZČ	40	10	48	2	72	52	71	24	231	88
SČ	13	7	56	6	82	50	153	38	304	101
VČ	39	9	78	13	83	53	131	29	331	104
JM	50	9	89	17	100	62	123	29	362	117
SM	76	13	114	25	166	125	218	58	574	221
Brat.	36	10	68	12	124	90	164	34	392	146
ZS	61	17	105	15	115	65	130	29	411	126
StřS	55	14	40	13	63	43	84	25	242	95
VS	63	18	72	13	117	75	151	32	403	138
Celkem	524	126	811	150	1 073	728	1 458	377	3 866	1 381
% úsp.		24,0		18,5		67,8		25,8		35,7
26. roč.	502	106	784	209	892	444	1 429	442	3 607	1 201
% úsp.		21,1		28,5		49,8		30,9		33,3

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| Hlinka Jiří | – G Praha 7, Nad štolou |
| Slavík Luboš | – G Praha 10, Voděradská |
| Nekola Michal | – G Praha 10, Voděradská |
| Matějič Ivo | – G W. Piecka, Praha 2 |
| B: Hůlek Tomáš | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Kunz Daniel | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Král Filip | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Král Robert | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Vacek Jaroslav | – G Praha 1, Štěpánská |
| Šixta Roman | – G Praha 4, Ohradní |
| Šroubek Jan | – G Praha 6, Nad alejí |
| Bárta Jan | – G Praha 1, Štěpánská |
| Jiříčka Jan | – G Praha 3, Na Pražačce |
| Trojánek František | – G Praha 4, Na vítězné pláni |
| Hůrka Tomáš | – G Praha 8, Libeň |
| C: Knobloch Petr | – G Praha 10, Voděradská |
| Maxera David | – G Praha 1, Hellichova |
| Jiroušek Jan | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Kratochvíl Tomáš | – G Praha 3, Sladkovského |
| Valenta Vladimír | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Grohmann Jakub | – G Praha 5, Na Zatlance |
| Heyrovský David | – G Praha 6, Nad alejí |
| Jirůtka Pavel | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Malijevský Igor | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Doležalová Jitka | – G Praha 4, Budějovická |
| Hykl Tomáš | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Pivec Alan | – SPŠ Praha 1, Panská |
| Plechatý Hynek | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Polák Jan | – G Praha 10, Voděradská |
| Polášek Marek | – G W. Piecka, Praha 2 |
| D: Holub Ilja | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Trnka Pavel | – G Praha 4, Na vítězné pláni |
| Horský Petr | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Kobylka Arnošt | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Bohdanecký Václav | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Daňková Jana | – G Praha 4, Budějovická |
| Elleder Daniel | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Lang Jan | – G W. Piecka, Praha 2 |
| Foltýn Pavel | – G Praha 8, Libeň |
| Jerhot Jaroslav | – G Praha 10, Voděradská |

Středočeský kraj:

- | | | |
|-----------|------------------|-------------------------|
| A: | Kopelent Pavel | – G Kolín |
| B: | Panák Jiří | – G Příbram |
| | Rosický Tomáš | – G Kutná Hora |
| | Langer Jaroslav | – G Příbram |
| | Hetka Robert | – G Benešov |
| C: | Svatoš Marek | – G Český Brod |
| | Vyhňák Petr | – G Mladá Boleslav |
| | Tezauer Radek | – G Vlašim |
| | Zapletal David | – G Mladá Boleslav |
| | Kolín Petr | – G Mladá Boleslav |
| | Sedláček Michal | – G Mladá Boleslav |
| | Forst Alex | – SPŠ Kutná Hora |
| | Chmurný Ivan | – G Vlašim |
| | Malínský Jan | – G Kralupy nad Vltavou |
| | Cikán Robert | – G Český Brod |
| | Tichý Aleš | – G Kolín |
| D: | Novotná Lenka | – G Kladno |
| | Vaněk Dušan | – G Kladno |
| | Potůček Zdeněk | – G Kutná Hora |
| | Litera Martin | – G Nymburk |
| | Slouka David | – G Příbram |
| | Hašpl Libor | – G Kolín |
| | Kreisinger Tomáš | – SPŠ Kutná Hora |
| | Prokop Jan | – G Kralupy nad Vltavou |
| | Trejbal Tomáš | – G Český Brod |
| | Blažek Jiří | – G Mnichovo Hradiště |

Jihočeský kraj:

- | | | |
|-----------|-------------------|------------------------------|
| A: | Jaroš Petr | – G Pelhřimov |
| | Bohm Michal | – G Tábor |
| | Činátl Daniel | – G K. Šatala, Č. Budějovice |
| | Ira Pavel | – G Č. Budějovice, Jírovčova |
| | Matoušková Jindra | – G K. Šatala, Č. Budějovice |
| | Dvořák Pavel | – G K. Šatala, Č. Budějovice |

- | | | |
|-----------|---|--|
| B: | Veselý Jiří
Zíka Aleš
Zapletal Jindřich
Kropš Stanislav
Chrdle Aleš
Benda Luděk
Broum Milan
Kostohryz Robert
Kousal Jan
Krupička Zdeněk
Otta Jiří | – G Strakonice
– G Pelhřimov
– G Tábor
– G Strakonice
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G Písek
– G Tábor
– G Písek
– G Jindřichův Hradec
– SPŠ Písek
– G Pelhřimov |
| C: | Žahourek Jaroslav
Hump Michal
Kronika Martin
Maryška Petr
Robenhaupt Jaroslav
Brus Jaroslav
Příbylová Dita
Kozlovský Pavel
Bárta Václav
Novotný Miroslav | – G Třeboň
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G V. Nováka, Jindř. Hradec
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G V. Nováka, Jindř. Hradec
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G V. Nováka, Jindř. Hradec
– G Tábor
– SPŠ Písek |
| D: | David Tomáš
Pešek Pavel
Boukal David
Šimon Zdeněk
Zeman Karel
Chvál Martin
Havlíček Petr
Kotěra Martin
Vaněk František
Kučera Michal
Náhlík Miroslav | – G K. Šatala, Č. Budějovice
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G Č. Budějovice, Jírovcova
– G Pelhřimov
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G. Týn nad Vltavou
– G Pelhřimov
– SPŠE Písek
– G K. Šatala, Č. Budějovice
– G Č. Budějovice, Jírovcova |

Západočeský kraj:

- | | | |
|-----------|--|---|
| A: | Rypl Daniel
Meisl Kamil
Wittner Michal
Johánek Petr | – G Plzeň, ul. Pionýrů
– G Plzeň, nám. Odborářů
– G Karlovy Vary
– G Domažlice |
|-----------|--|---|

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| Mílek Richard | – G Mariánské Lázně |
| Konrádová Iveta | – G Klatovy |
| Perk Lubomír | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Stradiot Tomáš | – G Ostrov nad Ohří |
| Kovář Jindřich | – G Cheb |
| Peleška Radek | – G Karlovy Vary |
| B: Nýč Pavel | – G Tachov |
| Petrák Milan | – G Mariánské Lázně |
| C: Barták Roman | – G Plzeň, ul. Pionýrů |
| Tryner Zdeněk | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Zítek Radek | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Káňa Luboš | – G Karlovy Vary |
| Georgiev Lukáš | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Matějka Roman | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Špeta Miroslav | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Müller Jan | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Kučerová Michaela | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Zeman Pavel | – G Domažlice |
| Jiroušek Petr | – SPŠ dopravní, Plzeň |
| Slavík Stanislav | – G Karlovy Vary |
| D: Maříková Pavla | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Fürst Jiří | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Vicher Miroslav | – G Karlovy Vary |
| Smejkal Ladislav | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Smolíková Eva | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Řeřicha Karel | – G Klatovy |
| Šípová Lucie | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Kos Šimon | – G Klatovy |
| Kodl Petr | – G Plzeň, nám. Odborářů |
| Babický Vítězslav | – G Plzeň, nám. Odborářů |

Severočeský kraj:

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| A: Šleich Petr | – G Děčín |
| Oltová Ivana | – G Děčín |
| Novák Pavel | – G Děčín |
| Mužíčková Nataša | – G Ústí nad Labem |
| Pánek Libor | – SPŠE Liberec |

Janus Michal
Zámečník Karel

– G Tanvald
– G Teplice

B: Zázvorka Pavel
Slavík Petr
Laštůvka Alexander
Podhorský David
Lorenc František
Brunner Sebestián

– SPŠ Chomutov
– G Teplice
– SPŠ Děčín
– G Kadaň
– SPŠ Chomutov
– G Jablonec nad Nisou

C: Swigoň David
Trnka Jaroslav
Šuta Daniel
Denksteinová N.
Truhlář Pavel
Janoušek Pavel
Krejčí Jaromír
Hájková Jarmila
Martinek Jiří

– G Liberec
– G Liberec
– G Chomutov
– G Děčín
– G Liberec
– G Teplice
– G Liberec
– G Liberec
– G Ústí nad Labem

D: Míka Dušan
Voříšková Jaroslava
Procházka Vít
Novák Zdeněk
Eisner Leo
Svoboda Milan
Noga Pavel
Khail Pavel
Hejduková Blanka
Gabriel Aleš
Krása Tomáš

– SPŠ Děčín
– SPŠ Chomutov
– SPŠS Ústí nad Labem
– G Liberec
– G Liberec
– G Liberec
– G Litoměřice
– SPŠ Chomutov
– G Liberec
– G Litoměřice
– G Roudnice nad Labem

Východočeský kraj:

A: Dvořák Luboš
Blažej Michal
Formanová Nataša
Jelínek Petr
Špelda Michal
Bouček Jiří
Fencel Petr

– G Pardubice
– G Trutnov
– G Rychnov nad Kněžnou
– G Pardubice
– G Dobruška
– G Dobruška
– G Pardubice

Vladyka Jiří
Skalický Tomáš

– G Pardubice
– G Jevíčko

B: Kyncl Jan
Richterek Lukáš
Jelínek Petr
Fencel Petr
Pola Martin
Vlasák Petr
Mynařík Jiří
Jiroušek Luděk
Werner Tomáš
Červený Radek
Syrovátka Hynek

– G Trutnov
– G Rychnov nad Kněžnou
– G Pardubice
– G Pardubice
– G Trutnov
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G Pardubice
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G Trutnov
– G Trutnov
– G Turnov

C: Krákora Petr
Doležal Tomáš
Nývlt Miroslav
Hellinger Petr
Ferkel Richard
Pikhart Hynek
Strnad Václav
Erlebach Jiří
Beneš Miloslav
Kysela Petr
Chuchlík Miloslav
Janoušek Jan
Kábrt Libor

– G Trutnov
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G Trutnov
– G Hořice
– G Trutnov
– G Pardubice
– G Chrudim
– G Dvůr Králové
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G Jičín
– G Jičín
– G Hradec Králové, Šimkova
– G Chrudim

D: Waisser Karel
Duczynski Petr
Locker Martin
Vašata Zbyněk
Latýn Robert
Kupka Karel
Merta Petr
Valášek Jaroslav
Holub Štěpán
Hubálovský Štěpán
Stránský Petr
Pinkava Pavel

– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G Nová Paka
– SPŠ stroj., Rychn. nad Kněž.
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G Jilemnice
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G J. K. Tyla, Hr. Králové
– G Trutnov
– G Trutnov
– SPŠE Pardubice
– G J. K. Tyla, Hr. Králové

Jihomoravský kraj:

- A:** Šupka Tomáš – G Uherské Hradiště
Kolařík Pavel – SPŠ Gottwaldov
Adamec Radek – G Kroměříž
Laus Libor – G Brno, Koněvova
Hora Jaroslav – G Brno, kpt. Jaroše
Tesáček Jiří – G Uherský Brod
Václavík Robert – G Brno, Koněvova
Grünwald Jiří – G Telč
Vecheta Jan – G Brno, Koněvova
- B:** Hora Jaroslav – G Brno, kpt. Jaroše
Klein František – G Brno, Koněvova
Holub Miroslav – G Brno, Koněvova
Jebáček Vojtěch – G Brno, Slovanské nám.
Zelinka Jiří – G Uherské Hradiště
Franc Pavel – G Brno, Slovanské nám.
Peňázová Jana – G Brno, kpt. Jaroše
Adamec Pavel – G Brno, kpt. Jaroše
Munzar Patrik – G Brno, kpt. Jaroše
Minárik Miroslav – G Jihlava
- C:** Kříž Petr – G Blansko
Mikulík Petr – G Brno, kpt. Jaroše
Slavíček Karel – G Brno, kpt. Jaroše
Klinkovský Cyril – SPŠ Gottwaldov
Kryštof Pavel – SPŠE Brno, Leninova
Václavek Pavel – G Prostějov
Vondráček Martin – G Brno, kpt. Jaroše
Konvalina Eduard – G Brno, Elgartova
Slezák Jiří – G Jihlava
Kršálová Radka – G Nové Město na Moravě
- D:** Kuchyňa Petr – G Brno, kpt. Jaroše
Brodský Tomáš – G Brno, kpt. Jaroše
Horský Pavel – G Brno, Elgartova
Elis Petr – G Bystřice nad Pernštejnem
Mühlpachr Michal – G Brno, kpt. Jaroše
Vešník Marek – G Brno, Koněvova
Šmídek Michael – G Brno, kpt. Jaroše
Okruhlica Petr – G Zastávka u Brna

Melski Oldřich
Hobza Přemysl

– G Břeclav
– G Třebíč

Severomoravský kraj:

A: Kordula Vladimír
Ježík Waldemar
Stachovec Karel
Bordovský Michal
Brož Pavel
Červenka Jaromír
Šverdík Michal
Šeleši Pavel
Seral Tomáš
Lysák Robert
Mužík Radek
Novotný Marek
Střída Pavel

– G M. Koperníka, Bílovec
– G Karviná
– G Ostrava-Poruba
– G Rýmařov
– G Karviná
– SPŠE Frenštát pod Radhoštěm
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G Přerov
– G Přerov
– G Přerov
– G Hranice
– G Přerov

B: Vingrálek Radek
Habala Petr
Šlězka Vojtěch
Madea Daniel
Brýdl Zdeněk
Frýbort Luděk
Lošťák Viktor
Velička Lukáš
Vodáček Pavel
Kuča Radek
Měrka Miroslav

– G Olomouc, Jiřího z Poděbrad
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G Olomouc-Hejčín
– G M. Koperníka, Bílovec
– G Frýdek-Místek
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G Ostrava, Šmeralova

C: Pokorný Milan
Polách Jiří
Miencil Petr
Blaha Ondřej
Měch Radomír
Zatloukal Jiří
Hlaváč Martin
Večeřek Jaromír
Jaworski Daniel
Večeřek Petr

– G Přerov
– G M. Koperníka, Bílovec
– G Ostrava, Šmeralova
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G polské, Český Těšín
– G Ostrava, Šmeralova

- | | | |
|-----------|---|---|
| D: | Myška Robert
Kučera Martin
Večeřa Ivo
Šťastný Petr
Valík Petr
Jánský Petr
Jukl Roman
Schiffauer Tomáš
Slíva Martin
Poláček Martin
Ženčáková Karla | – G Olomouc, Jiřího z Poděbrad
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– SPŠE Olomouc
– G Opava
– SPŠ Uničov
– G Havířov, Komenského
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G M. Koperníka, Bílovec
– G Olomouc-Hejčín |
|-----------|---|---|

Bratislava:

- | | | |
|-----------|---|---|
| A: | Meduna Stanislav
Špurný Dušan
Šolc Roman
Kováč Alexander
Koncová Jana
Trávník Robert
Szabo Marian
Bedlek Miroslav
Böhm Radoslav
Kiáts Július | – G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G maďarské, Dunajská ul. |
| B: | Kováč Alexander
Baumgartner Richard
Szabo Marian
Polakovič Marcel
Zajacová Jana
Pilňan Branislav
Belan Anton
Šimo Ján
Škvarka Matúš
Zongorová Danica | – G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G A. Markuša
– G, Vazovova ul.
– G L. Novomeského
– G A. Markuša
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G J. Hronca |
| C: | Bartoš Tibor
Flassik Marian
Gvozďjak Pavol
Holénia Michal
Derka Radoslav | – G A. Markuša
– G J. Hronca
– G A. Markuša
– G, Vazovova ul.
– G J. Hronca |

Šrol Miroslav
Tichý Stanislav
Šimůnek Stanislav
Goda Miloš
Mitura Peter

– G J. Hronca
– G, Hubeného ul.
– G A. Markuša
– G A. Markuša
– G J. Hronca

D: Lukáč Peter
Doboš Andrej
Bolha Branislav
Martišovitš Ilja
Mosný Milan
Kuminiak František
Corvát Dušan
Dorič Richard
Brozman Branimír
Švantner Miroslav

– G, Metodova ul.
– G A. Markuša
– G, Metodova ul.
– G J. Hronca
– G J. Hronca
– G A. Markuša
– G L. Novomeského
– G A. Markuša
– G, Vazovova ul.
– SPŠE, K. Adlera

Západoslovenský kraj:

A: Berek Gejza
Síkela Róbert
Mirčák Ján
Mužila Peter
Kolník Pavol
Müller Péter
Vasilenko Peter
Gábris Roman
Kažimír Miroslav
Szabó Andrea

– G maďarské, Želiezovce
– G Levice
– G Nitra-Párovce
– G Nitra-Párovce
– G Nové Mesto nad Váhom
– G maďarské, Komárno
– G Nitra-Párovce
– G Levice
– G Nitra-Párovce
– G maďarské, Komárno

B: Kolník Pavol
Vazsonyiiová Ildikó
Rovenský Pavol
Štěpka Martin
Konc Richard
Áč Vladimír
Škultéty Rastislav
Répás Norbert
Szabóová Andrea
Andruskó Imrich

– G Nové Mesto nad Váhom
– G maďarské, Komárno
– G Piešťany
– G Piešťany
– G Nitra-Párovce
– G Piešťany
– SPŠ Trnava
– G maďarské, Komárno
– G maďarské, Komárno
– G maďarské, Komárno

- C:** Básti Zoltán – G maďarské, Komárno
Adam Rudolf – G Levice
Hladký Branislav – G Trenčín
Ferciszová Aranka – G maďarské, Komárno
Trubač Ondrej – G Senec
Kis Petiková K. – G maďarské, Komárno
Horanský Pavol – G Piešťany
Nagyová Eva – G maďarské, Komárno
Malatin Peter – G Modra
Kostecký Kristián – SPŠCH Šaľa
Vančík František – G Šaľa
- D:** Sitár Ivan – G Topoľčany
Obrcian Ján – G Nitra-Párovce
Guller Dušan – G Trenčín
Varga Gabriel – G maďarské, Šamorín
Zimmer Karol – G E. Gudernu, Nitra
Lúčny Andrej – G Piešťany
Joch Pavol – SPŠE Stará Turá
Drobný Vladimír – G Trenčín
Berky Robert – SPŠ Komárno
Opavský Rudolf – SPŠ Trnava

Stredoslovenský kraj:

- A:** Radler Vladimír – G Zvolen
Hanes Dušan – G Prievidza
Kulla Róbert – G Žilina, Wolkerova
Barkeš Ivan – G Zvolen
Kmeczek Szrlárd – G Banská Štiavnica
Kováčik Andrej – G Martin
Kubala Milan – G Žilina, Veľká Okružná
Čaňo Ľubomír – G Zvolen
Melicherčík Igor – G B. Bystrica, Tajovského
Štrba Frídrieh – G Žilina, Wolkerova
- B:** Hanes Dušan – G Prievidza
Hlavatý Pavol – VG Banská Bystrica
Šimek Jozef – G Vrútky
Drenka Ľudovít – G B. Bystrica, Tajovského
Krajčoviech Richard – G Považská Bystrica

- | | |
|-----------------------|-----------------------------|
| Škvarček Jozef | – G Ružomberok |
| Harvanka Miroslav | – G B. Bystrica, Tajovského |
| Kulla Róbert | – G Žilina, Wolkerova |
| Štrba Fridrich | – G Žilina, Wolkerova |
| Lényi Peter | – G B. Bystrica, Tajovského |
| C: Grega Milan | – G Považská Bystrica |
| Šošovička Vladimír | – G Žilina, Veľká Okružná |
| Saniga Jozef | – G Žilina, Veľká Okružná |
| Radler Jozef | – G Zvolen |
| Filip Norbert | – G Veľký Krtíš |
| Waclawek Ján | – G Lučenec |
| Pohranc Richard | – G Banská Bystrica |
| Porubčan Róbert | – G Dubnica nad Váhom |
| Tomášek Peter | – G Martin |
| Heleyová Zuzana | – G Žilina, Wolkerova |
| Plameňová Martina | – G B. Bystrica, Tajovského |
| D: Černý Aleš | – G Žilina, Veľká Okružná |
| Korbačka Peter | – G Žilina, Veľká Okružná |
| Karcolová Monika | – G Dolný Kubín |
| Chuchút Emil | – G B. Bystrica, Tajovského |
| Garaj Radoslav | – G B. Bystrica, Tajovského |
| Ondruška Roman | – G Prievidza |
| Ciklamíni Ľuboš | – G Žilina, Veľká Okružná |
| Michalko Peter | – G Vrútky |
| Šturcová Adriana | – G Čadca |
| Hubina Ľuboš | – G Žilina, Wolkerova |

Východoslovenský kraj:

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| A: Matta Peter | – G Michalovce |
| Kniš Dalibor | – G Košice, Šmeralova |
| Hašík Vladimír | – SPŠE Košice |
| Bilák Igor | – G Prešov, Konštantínova |
| Szabari Alexander | – G Košice, Šmeralova |
| Vavrinčíková Beata | – G Košice, Šmeralova |
| Jurčišín František | – G Bardejov |
| Čirip Peter | – G Prešov, Konštantínova |
| Kintzler Oskar | – G Poprad, Zápotockého |

- B:** Hámorský Jozef – G Košice, Šrobárova
Šteffko Ladislav – G Košice, Šrobárova
Kniš Dalibor – G Košice, Šmeralova
Bukšár Ľuboš – G Spišská Nová Ves
Kačír Miroslav – G Košice, Šrobárova
Drosc Mário – G Michalovce
Urban Michal – G Prešov, Konštantínova
Rozložník Miroslav – G Rožňava
Senderák Rastislav – G Prešov, Konštantínova
Soták Roman – G Košice, Šmeralova
Sekorová Daniela – G Košice, Šmeralova
- C:** Marko Peter – G Košice, Šrobárova
Katreniaková Oľga – G Košice, Šrobárova
Vávra Roman – G Rožňava
Eliáš Peter – G Prešov, Konštantínova
Semanišin Gabriel – G Bardejov
Krajčí Stanislav – G Košice, Šmeralova
Schreiber Pavol – G Krompachy
Sedlák Erik – G Snina
Maraček Richard – G Košice, Šrobárova
Flak Karol – G Košice, Šmeralova
Tomasch Patrik – G Košice, Šrobárova
Zatroch Július – G Poprad, Zápotockého
Korpa Róbert – G Bardejov
Magdziak Tomáš – G Svidník
- D:** Franek Ján – G Košice, Šmeralova
Sihotský Vladislav – G Košice, Šrobárova
Segeďa Viliam – SPŠE Košice
Gajdová Zuzana – SPŠ drev., Spišská Nová Ves
Kula Ján – G Poprad, Leninovo nám.
Šimon Róbert – G Košice, Šrobárova
Urban Karol – G Košice, Kuzmányho
Fusek Peter – G Poprad, Leninovo nám.
Knežo Emil – G Michalovce
Ragan Emil – G Humenné

c) Třetí kolo kategorie A

Třetí kolo FO kategorie A probíhalo ve dnech 3. až 6. dubna 1986 v Českých Budějovicích.

Soutěž byla slavnostně zahájena 3. dubna ve velké zasedací síni JČ KNV předsedou ÚV FO doc. RNDr. Ing. Danielem Kluvancem, CSc., za účasti zástupců krajského města, zástupců školské správy OŠ Jihočeského kraje, pedagogické fakulty, JČSMF a dalších složek.

Vlastní soutěž a zasedání ÚV FO probíhala na SPŠ stavební v Českých Budějovicích, ubytování a stravování bylo zajištěno v DM, Holečkova ulice. Organickou součástí soutěže byla řada akcí společensko-kulturních; účastníci např. navštívili divadelní představení, zámek Hluboká a v Třeboni, byli na exkurzi v závoďe GAMA, v sanatoriu Aurora, vyslechli přednášku o výstavbě jaderné elektrárny v Temelíně, členové ÚV FO byli přijati primátorem města.

Tabulka 4

Výsledky 3. kola kategorie A

Kraj	Počet všech pozvaných řešitelů	Počet všech úspěšných řešitelů	Z toho počet vítězů
Praha	9	4	3
StřČ	1	0	0
JČ	6	3	2
ZČ	7	2	1
SČ	4	3	1
VČ	7	2	1
JM	6	3	2
SM	8	4	3
Bratislava	5	4	2
ZS	11	5	3
StřS	11	6	0
VS	8	4	2
Celkem	83	40	20

Celá soutěž byla dobře organizačně připravena a zajištěna. Proběhla bez rušivých vlivů. ÚV FO vysoce ohodnotil celý průběh soutěže po všech stránkách, ocenil též publicitu, kterou si toto setkání mladých fyziků zaslouží. Patří tedy díky všem organizátorům 3. kola, všem složkám, které se podílely na úspěšném průběhu soutěže, zejména pak předsedovi KV FO RNDr. P. Davidovi, CSc.

Na třetí – celostátní – kolo FO bylo pozváno celkem 83 řešitelů krajských kol kategorie A. Všichni pozvaní se dostavili. Soutěžící měli za úkol vyřešit čtyři teoretické a jednu praktickou úlohu. Celkem mohli získat 60 bodů. Dvacet nejlepších řešitelů bylo vyhlášeno za vítěze 27. ročníku FO. Hodnocení krajů a řešení úloh je uvedeno v tabulkách č. 4, 5. Přehled hodnocení úloh je zkrácen vzhledem k tomu, že bodové hodnocení jednotlivých úloh mělo přesnost 0,5 bodu.

Tabulka 5

Bodové hodnocení jednotlivých úloh 3. kola kategorie A

Body	1. úloha max. 10	2. úloha max. 10	3. úloha max. 10	4. úloha max. 10	5. úloha max. 20		
0	3	7	56	48	9	body	
1	6	8	6	6	13	11	4
2	21	16	3	6	5	12	1
3	8	15	5	1	10	13	2
4	7	13	4	2	6	14	3
5	1	2	1	5	4	15	2
6	6	1	1	1	7	16	0
7	1	3	2	3	8	17	1
8	1	1	0	6	1	18	0
9	3	5	4	4	3	19	0
10	26	2	1	1	4	20	0
Průměr bodů	5,49	4,18	1,37	2,10	5,31		

Výsledky 3. kola kategorie A 27. ročníku FO

a) Vítězové 27. ročníku FO

Pořadí	Jméno	Škola	Ročník	Počet
1.	Jan Novák	G Praha 10, Voděradská	4.	47,5
2.	Radek Adamec	G Kroměříž	4.	45,0
3.	Tomáš Ledvinka	SPŠ Praha 1, Na příkopě	4.	44,5
4.	Pavel Kolník	G Nové Město nad Váhom	3.	43,0
5.	Martin Zápotocký	G Praha 3, Sladkovského	4.	37,5
6.	Dušan Spurný	G J. Hronca, Bratislava	4.	36,5
7.	Vladimír Hašík	SPŠE Košice	4.	35,5
8.	Vladimír Kordula	G Bílovec	4.	34,0
9.	Stanislav Meduna	G J. Hronca, Bratislava	4.	31,5
10.–11.	Jaroslav Hora	G Brno, kpt. Jaroše	3.	31,0
	Peter Müller	G maď., Komárno	4.	31,0
12.–13.	Petr Šleich	G Děčín	4.	29,5
	Pavel Dvořák	G K. Šátala, Č. Budějovice	4.	29,5
14.–16.	Nataša Formanová	G Rychnov nad Kněžnou	4.	29,0
	Daniel Rypl	G Plzeň, Pionýrů	4.	29,0
	Peter Matta	G Michalovce	4.	29,0
17.	Petr Jaroš	G Pelhřimov	4.	28,0
18.	Waldemar Ježík	G Karviná	4.	27,0
19.–20.	Pavel Brož	G Karviná	4.	26,0
	Peter Mužila	G Nitra-Párovce	4.	26,0

b) Úspěšní řešitelé 27. ročníku FO kategorie A

Pořadí	Jméno	Škola	Ročník	Počet
21.	Anton Gromózki	SPŠE Košice	4.	25,0
22.	Ivana Oltová	G Děčín	4.	24,5
23.	Róbert Kulla	G Žilina, Wolkerova	3.	23,0
24.	Petr Jelínek	G Pardubice	3.	22,5
25.	Pavel Novák	G Děčín	4.	22,0
26.–27.	Igor Melicherčík	G Banská Bystrica	4.	21,0
	Igor Štanga	G Prievidza	4.	21,0
28.–29.	Jana Koncová	G J. Hronca, Bratislava	3.	20,5
	Petr Johánek	G Domažlice	4.	20,5
30.–34.	Mário Drosc	G Michalovce	3.	20,0
	Róbert Síkela	G Levice	4.	20,0
	Roman Gábriš	G Levice	4.	20,0
	Dušan Hanes	G Prievidza	3.	20,0
	Jan Havel	G Praha 6, Arabská	4.	20,0
35.	Fridrich Štrba	G Žilina, Wolkerova	3.	19,5
36.–37.	Libor Laus	G Brno, Koněvova	4.	19,0
	Jaromír Červenka	SPŠE Frenštát pod Radh.	4.	19,0
38.–39.	Alexander Kováč	G J. Hronca, Bratislava	3.	18,5
	Vladimír Radler	G Zvolen	4.	18,5
40.	Jindra Matoušková	G K. Šatala, Č. Budějovice	4.	18,0

d) Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo od září 1985 do ledna 1986. Texty soutěžních úloh byly uveřejněny v letáku, který vydalo SPN v Praze a v Bratislavě. Pro referenty FO na školách zabezpečil ÚV FO instrukční řešení.

Druhé kolo se konalo 12. 2. 1986 v okresních městech, popřípadě v dalších střediscích. Organizačně 2. kolo zabezpečovaly OV FO.

Třetí kolo FO kategorie E se konalo 26. 4. 1986 a jeho organizaci zabezpečovaly KV FO. Podle možností krajů byl na krajské kolo pozván nesterýný počet řešitelů, minimálně však 40 účastníků. Přehled o účasti škol a počtech řešitelů uvádějí tabulky 6 a 7.

Tabulka 6

Počet ZŠ, které se zúčastnily 27. ročníku FO v kategorii E

Kraj	Počet ZŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo	2. kola se zúčastnilo	3. kola se zúčastnilo
Praha	210	182	176	38
StřČ	276	193	167	44
JČ	185	167	167	38
ZČ	215	172	149	38
SČ	294	225	172	36
VČ	319	250	191	44
JM	462	368	333	55
SM	472	416	366	55
Bratislava	79	72	71	28
ZS	743	366	341	36
StřS	414	298	263	39
VS	395	321	281	43
Celkem	4 064	3 030	2 677	494

Ve třetím kole FO kategorie E se v jednotlivých krajích umístili mezi nejlepšími tito žáci:

Praha:

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. Toman Petr | ZŠ Praha 8, Burešova |
| 2. Kalenda Ondřej | ZŠ Praha 5, N. Belojanise |
| 3. Gemperle František | ZŠ Praha 4, Na planině |
| 4. Maruška Michal | ZŠ Praha 4, Horáčkova |
| 5. Blecha Zbyněk | ZŠ Praha 4, Na planině |

Středočeský kraj:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. Glasnák Marián | ZŠ Štěchovice |
| 2. Melechovský David | ZŠ Poděbrady |
| 3.-5. Brychta Jan | ZŠ 7, Kolín |
| Cinek Ondřej | ZŠ 6, Mladá Boleslav |
| Šolc Vladimír | ZŠ 1, Beroun |

Tabulka 7

Počet účastníků 1., 2. a 3. kola 27. ročníku FO v kategorii E

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	1 250	891	544	433	52	35
StřČ	1 173	718	465	366	60	35
JČ	986	527	408	302	41	33
ZČ	1 199	590	339	269	41	26
SČ	1 451	689	433	339	42	18
VČ	1 500	810	568	459	49	25
JM	2 507	1 389	936	345	64	36
SM	3 715	1 834	936	671	69	44
Bratislava	603	428	401	332	53	42
ZS	2 119	1 239	938	712	43	30
StřS	1 709	932	740	514	40	25
VS	1 874	1 088	748	586	55	38
Celkem	20 086	11 135	7 456	5 338	609	387
% úsp.		55,4		71,6		63,5
26. ročník	20 780	11 227	7 606	4 605	587	458
% úsp.		54,0		60,5		78,0

Jihočeský kraj:

- 1.-2. Balák Jan
 Řehout Martin
 3.-4. Macháček Jan
 Netočný Karel

ZŠ České Budějovice, Nerudova
 ZŠ České Budějovice, Nerudova
 3. ZŠ Pelhřimov
 ZŠ Besednice

Západočeský kraj:

1. Svoboda Alan
 2. Kraus Martin
 3. Šaffer Martin
 4. Švejc Jiří
 5. Švejc Milan

12. ZŠ Plzeň, Jiráskovo nám.
 ZŠ Karlovy Vary, Tuhnice
 ZŠ Karlovy Vary, Tuhnice
 ZŠ Karlovy Vary, Tuhnice
 25. ZŠ Plzeň, Chválenická

Severočeský kraj:

- | | | |
|-------|-----------------|--------------------------|
| 1. | Burger Tomáš | ZŠ Teplice, Buzulucká |
| 2. | Flokočník Petr | 8. ZŠ Jablonec nad Nisou |
| 3.-4. | Šubr Ladislav | ZŠ Liberec, Husova |
| | Máchal Jaroslav | ZŠ Liberec, U soudu |
| 5. | Musilová Romana | ZŠ Liberec, J. Švermy |

Východočeský kraj:

- | | | |
|-------|-------------------|-------------------------------|
| 1. | Holoubek Aleš | ZŠ Rychnov nad K., Komenského |
| 2. | Dryák Aleš | ZŠ Nový Bydžov |
| 3.-4. | Vomlel Jan | ZŠ Česká Bělá |
| | Čermák Petr | ZŠ Choceň, Choceňského |
| 5.-7. | Vobořil René | ZŠ Hradec Králové, Pouchov |
| | Řezníček Jaroslav | ZŠ Trutnov II |
| | Havran Vlastimil | ZŠ Litomyšl III |

Severomoravský kraj:

- | | | |
|-------|------------------|-------------------------------|
| 1. | Dorůška Pavel | ZŠ Rožnov pod R., Videčská |
| 2.-4. | Gemrot Rostislav | ZŠ Havířov, Mládežnická |
| | Lapka Radovan | ZŠ Rožnov pod R., Pod Skalkou |
| | Pavlica Martin | ZŠ Valašské Meziříčí, Křížná |
| 5.-6. | Janeba Daniel | ZŠ Valašské Meziříčí, Křížná |
| | Urbánek Michal | ZŠ Olomouc, Fr. Stupky |

Bratislava:

- | | | |
|-------|------------------|--------------------------|
| 1. | Dindoš Martin | ZŠ Bratislava, Košická |
| 2.-6. | Đuračka Vladimír | ZŠ Bratislava, Košická |
| | Mihál Martin | ZŠ Bratislava, Nevädzová |
| | Ševera Pavol | ZŠ Bratislava, Nevädzová |
| | Pavlík Martin | ZŠ Bratislava, J. Fučíka |
| | Vallo Michal | ZŠ Bratislava, Lysenkova |

Západoslovenský kraj:

- | | | |
|----|--------------------|-------------------|
| 1. | Klukavec Ivo | ZŠ Nitra-Topoľová |
| 2. | Gutta Andrej | ZŠ Kúty |
| 3. | Šedivý Ondrej | ZŠ Nitra-Zobor |
| 4. | Žitňanský Vladimír | ZŠ Šišov |
| 5. | Milianová Soňa | 2. ZŠ Holíč |

Stredoslovenský kraj:

- | | | |
|----|-------------|----------------------|
| 1. | Šuch Ondrej | ZŠ Martin, Mládeže |
| 2. | Marčák Ivan | ZŠ Žilina, Moskevská |

- | | | |
|-------|-----------------|----------------------------|
| 3. | Omasta Eduard | ZŠ Ružomberok, Hruboňova |
| 4. | Bizoň Martin | ZŠ B. Bystrica, nám. ČA 23 |
| 5.-6. | Šerešová Elena | 5. ZŠ Zvolen |
| | Mikula Vladimír | ZŠ Námestovo |

Východoslovenský kraj:

- | | | |
|----|------------------|----------------------------|
| 1. | Skalský Vladimír | ZŠ Prešov, Gottwaldova |
| 2. | Žilavý Peter | ZŠ Košice, Dneperská |
| 3. | Feciskanin Peter | 1. ZŠ Bardejov, Komenského |
| 4. | Vodila Vladimír | ZŠ Košice, Steinerova |
| 5. | Barczy Peter | ZŠ Čierna nad Tisou |

KV FO Jihomoravského kraje nezaslal výsledky kategorie E.

5. Závěr 27. ročníku FO

ÚV FO a KV FO organizovaly v úzké spolupráci s pobočkami JČSMF, KPÚ a DPM řadu seminářů pro učitele a řešitele fyzikální olympiády. Ve všech krajích se uskutečnila krajská soustředění pro kategorie D, C, B a v některých krajích i krajská soustředění pro kategorii A. V celostátním měřítku organizoval ÚV FO celkem tři soustředění před MFO jako přípravu družstva. Dvě soustředění se konala již tradičně v Nitře a jedno v Hradci Králové. Významnou pomocí řešitelům byl korespondenční seminář a celostátní soustředění úspěšných řešitelů kategorie B. Toto soustředění zabezpečoval organizačně ÚV FO ve spolupráci s ÚDPM v Bratislavě. Soustředění se uskutečnilo v druhé polovině června v Banské Štiavnici. Poděkování za organizaci patří především Evě Bittnerové, člence ÚV FO a pracovníci ÚDPM. Účastníci byli rozděleni do 4 tříd: dvě třídy M–F, jedna matematická a jedna fyzikální. Přednášky a besedy z fyziky vedli: doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., RNDr. Rastislav Baník, CSc., RNDr. Ivan Baník, CSc., Ing. Ivo Čáp, CSc., RNDr. Zdeněk Ungermann.

27. ročník FO svými výsledky i výsledky našich soutěžících v MFO splnil svoje poslání. Projevila se dobrá práce nejen ÚV FO, KV a OV fyzikální olympiády, ale i stovky dalších dobrovolných pracovníků na všech typech škol.

ÚV FO proto děkuje všem učitelům fyziky, kteří intenzivně pracovali se žáky na školách, všem pracovníkům okresních a krajských výborů FO za vykonanou práci, za práci pro naši mládež, pro naši společnost.

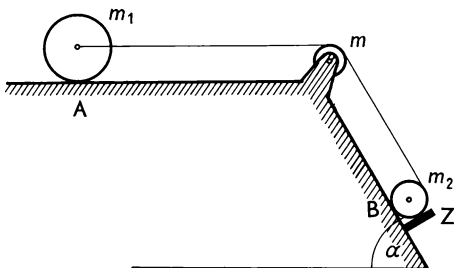
II. SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. Úlohy kategórie A

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhli Daniel Kluvanec ml. a RNDr. Barnabáš Ipóth)

Rovnorodé valce A, B s hmotnosťami m_1 , m_2 sú navzájom spojené vláknom vedeným cez valcovú kladku s hmotnosťou m (obr. 1). Valec A je položený na vodorovnej podložke, valec B na naklonenej podložke, ktorá zvierá s vodorovnou rovinou uhol α . Časti vlákna medzi kladkou a valcami sú rovnobežné s príslušnou podložkou. Vlákno je spojené s valcom A v mieste geometrickej osi, súčasne je vlákno navinuté na povrch valca B. Ak uvoľníme zádržku Z, sústava telies sa dá do pohybu.



Obr. 1

- Určte veľkosti zrýchlení a_1 , a_2 posuvného pohybu valca A a valca B.
- Určte veľkosti síl F_1 , F_2 , ktoré počas pohybu napínajú vodorovnú a šikmú časť vlákna.

Vláknó je dokonale ohybné a neklíže po obvode kladky. Hmotnosť vlákna a jeho predĺženie sú zanedbateľné. Valivý odpor pri pohybe valcov po podložkách je veľmi malý. Valce sa pohybujú po podložkách bez klzania. Trenie v ložiskách je zanedbateľné.

Riešenie:

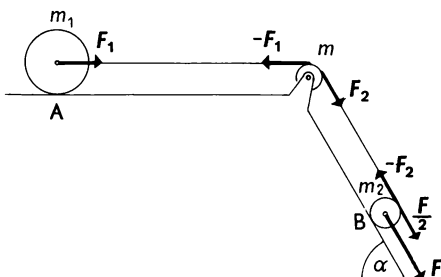
Úlohu budeme riešiť fyzikálnou substitúciou, ktorej princíp spočíva v tom, že zložené alebo otáčavé pohyby telies nahradíme fyzikálne ekvivalentnými posuvnými pohybmi. Kritérium náhrady: náhradná hmotnosť m_n telesa, ťahaného pomocou vlákna silou F , ak vlákno je ľubovoľným spôsobom spojené s telesom, je definovaná vzťahom

$$m_n = \frac{F}{a} \quad ,$$

kde a je veľkosť zrýchlenia pohybu vlákna.

Valivý pohyb valca A je spôsobený momentom sily F_1 (obr. 2) vzhľadom na okamžitú os otáčania. Tento moment má veľkosť $M = F_1 r_1$, kde r_1 je polomer valca. Vzhľadom na rotačnú os má valec moment zotrvačnosti $\frac{1}{2} m_1 r_1^2$, vzhľadom na okamžitú os otáčania (podľa Steinerovej vety) moment zotrvačnosti

$$I = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 + m_1 r_1^2 = \frac{3}{2} m_1 r_1^2$$



Obr. 2

Uhlové zrýchlenie otáčajúceho sa valca $\varepsilon = \frac{a}{r_1}$. Z rovnosti $M = I\varepsilon$ vyjadríme $F_1 = \frac{3}{2}m_1a$, takže $m_{n1} = \frac{3}{2}m_1$. Na kladku s polomerom r pôsobí výsledná sila veľkosti $F_2 - F_1$, jej moment zotrvačnosti vzhľadom na os otáčania je $\frac{1}{2}mr^2$. Z rovnosti $(F_2 - F_1)r = \frac{1}{2}mr^2\frac{a}{r}$ vyjadríme $F_2 - F_1 = \frac{1}{2}ma$. Náhradná hmotnosť kladky $m_n = \frac{1}{a}(F_2 - F_1) = \frac{1}{2}m$.

Valivý pohyb valca B, ktorý má polomer $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, je spôsobený silou, ktorej veľkosť je $\frac{F}{2} - F_2$, kde F je sila pôsobiaca na ťažisko valca v smere šikmej podložky, $F = m_2g \sin \alpha$.

Výsledná sila pôsobí na valec s polomerom r_2 momentom veľkosti $(\frac{F}{2} - F_2)2r_2$ vzhľadom na okamžitú os otáčania. Vzhľadom na túto os má valec moment zotrvačnosti $\frac{3}{2}m_2r_2^2$.

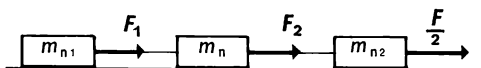
Posuvné zrýchlenie má veľkosť $a' = \frac{a}{2}$, ak a je veľkosť zrýchlenia pohybu vlákna. Z rovnosti

$$\left(\frac{F}{2} - F_2\right)2r_2 = \frac{3}{2}m_2r_2^2 \cdot \frac{a'}{r_2} = \frac{3}{4}m_2r_2a$$

vyjadríme náhradnú hmotnosť

$$m_{n2} = \frac{3}{8}m_2$$

Sústavu pozostávajúcu z valcov a kladky možno nahradiť sústavou troch telies s hmotnosťami m_{n1} , m_n , m_{n2} spojených vláknami, na ktorú pôsobí sila $\frac{F}{2}$ (obr. 3).



Obr. 3

a) Pre túto sústavu platí

$$\frac{m_2g \sin \alpha}{2} = (m_{n1} + m_n + m_{n2})a$$

Veľkosť a_1 zrýchlenia a_1 valca A

$$a_1 = a = \frac{m_2 g \sin \alpha}{2 \left(\frac{3}{2} m_1 + \frac{1}{2} m + \frac{3}{8} m_2 \right)} = \frac{4 m_2 g \sin \alpha}{12 m_1 + 4 m + 3 m_2}$$

Veľkosť a_2 zrýchlenia a_2 valca B

$$a_2 = \frac{a}{2} = \frac{2 m_2 g \sin \alpha}{12 m_1 + 4 m + 3 m_2}$$

b) Veľkosť F_1 sily F_1 , ktorou je napínaná vodorovná časť vlákna

$$F_1 = m_{n1} a_1 = \frac{6 m_1 m_2 g \sin \alpha}{12 m_1 + 4 m + 3 m_2}$$

Veľkosť F_2 sily F_2 , ktorou je napínaná šikmá časť vlákna

$$F_2 = (m_{n1} + m_n) a_1 = \frac{2(3 m_1 + m) m_2 g \sin \alpha}{12 m_1 + 4 m + 3 m_2}$$

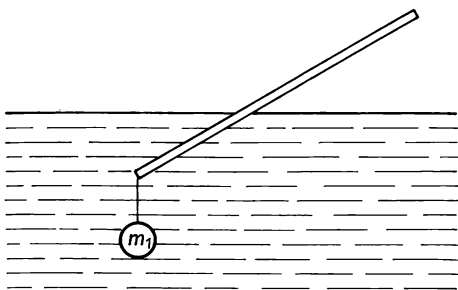
Metóda je vyložená v RMF 67, 1988/89, č. 5 a 6.

2. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

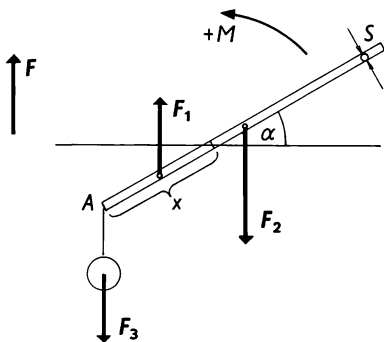
Rovnorodá tyč s dĺžkou d a kolmým rezom s obsahom S má hustotu ρ . Na jeden koniec tyče priviažeme pomocou jemného lana teleso z ocele s hustotou ρ_1 . Tyč spolu s telesom položíme na hladinu jazera, ktorého voda má hustotu ρ_0 , $\rho_0 > \rho$ (obr. 4).

- Určte hmotnosť m_1 telesa tak, aby tyč bola v rovnovážnej polohe stálej so zvislou osou.
- Určte hmotnosť m_1 telesa tak, aby tyč bola v rovnovážnej polohe voľnej so zvislou osou.
- Určte hmotnosť m_1 telesa tak, aby tyč bola v rovnovážnej polohe vratkej so zvislou osou.

Povrchové napätie vody a hmotnosť lana v riešení úlohy neuvažujeme. Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $d = 4,0$ m, $S = 2,0 \cdot 10^{-3}$ m², $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3$ kg · m⁻³, $\rho = 0,50 \cdot 10^3$ kg · m⁻³, $\rho_1 = 7,8 \cdot 10^3$ kg · m⁻³.



Obr. 4



Obr. 5

Riešenie:

Z obr. 5 je zrejmé, ktoré sily a ktoré momenty síl budeme považovať za kladné. Pri riešení vychádzame z podmienky rovnováhy tuhého telesa: Súčet všetkých síl a súčet všetkých momentov síl je nulový.

Označíme x strednú dĺžku ponorenej časti tyče, F_1 vztlakovú silu pôsobiacu na ponorenú časť tyče, F_2 tiažovú silu pôsobiacu na tyč; F_3 je rozdiel tiažovej a vztlakovej sily pôsobiacej na teleso z ocele.

Pro veľkosť F výslednice $\mathbf{F}$ síl pôsobiacich na tyč platí

$$F = F_1 - F_2 - F_3 \quad ,$$

kde $F_1 = Sx\rho_0g$, $F_2 = Sd\rho g$, $F_3 = m_1g - m_1g\frac{\rho_0}{\rho_1}$, lebo $\frac{m_1}{\rho_1}$ je objem zaveseného telesa. Odtiaľ

$$F = Sg(x\rho_0 - d\rho) - m_1g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right)$$

Pre veľkosť M výsledného momentu síl $\mathbf{M}$ vzhľadom na bod A máme

$$M = F_1\frac{x}{2}\cos\alpha - F_2\frac{d}{2}\cos\alpha = \frac{1}{2}Sg\cos\alpha(x^2\rho_0 - d^2\rho). \quad (1)$$

Z rovnováhy síl vyplýva

$$m_1\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) = S(x\rho_0 - d\rho). \quad (2)$$

Z rovnováhy momentov síl vyplýva

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \text{ lebo tiež } x^2\rho_0 = d^2\rho$$

V prvom prípade je tyč zvislá, hĺbka ponoru, ako to vyplýva z (2), môže byť od $x = d\frac{\rho}{\rho_0}$, kedy $m_1 = 0$ kg, až po $x = d$, kedy

$$m_1 = m_1'' = \frac{Sd(\rho_0 - \rho)}{1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}} \quad ;$$

v tomto prípade je tyč celá pod vodou a vznáša sa.

- a) Tyč je v rovnovážnej polohe stálej so zvislou osou, ak pri náhodnom vychýlení zo zvislej polohy sa do tejto polohy vracia, t.j. ak $M > 0$ pre $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $M < 0$ pre $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, t.j. pre $x^2 \varrho_0 - d^2 \varrho > 0$.

$$x > d \sqrt{\frac{\varrho}{\varrho_0}} = x'$$

Oceľové teleso má potom, podľa (2), hmotnosť

$$m_1 > \frac{Sd(\sqrt{\varrho\varrho_0} - \varrho)}{1 - \frac{\varrho_0}{\varrho_1}} = m'_1, m_1 < m''_1$$

- b) Tyč je v rovnovážnej polohe voľnej, ak $M = 0$ pre ľubovoľný uhol vychýlenia, t.j. pre $m_1 = m'_1$, hĺbka ponoru je x' .
 c) Tyč je v rovnovážnej polohe vratkej so zvislou osou, ak $M < 0$ pre $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $M > 0$ pre $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, moment otáča smerom ku hladine – tyč padá na hladinu jazera, kde zaujme rovnovážnu polohu stálu (nie však so zvislou osou).

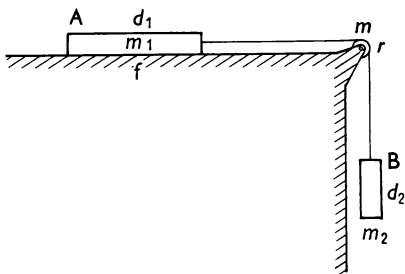
Pre zadané hodnoty (približne):

- a) $4,6 \text{ kg} > m_1 > 1,9 \text{ kg}$... rovnovážna poloha stála so zvislou osou, hĺbka ponorenia $4 \text{ m} > x > 2,8 \text{ m}$;
 b) $m_1 \doteq 1,9 \text{ kg}$, $x \doteq 2,8 \text{ m}$... rovnovážna poloha voľná;
 c) $0 \text{ kg} < m_1 < 1,9 \text{ kg}$... rovnovážna poloha vratká so zvislou osou.

3. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Dve tyče z medi s hmotnosťami m_1 , m_2 a dĺžkami d_1 , d_2 sú spojené vláknom vedeným cez valcovú kladku s hmotnosťou m a polomerom r (obr. 6). Časť vlákna nad podložkou, na ktorej je položená tyč A, je vodorovná. Súčiniteľ klzného trenia medzi tyčou a podložkou je f . Ak sústavu telies uvoľníme, začne sa pohybovať.

- a) Ako sa zmení rozloženie voľných elektrónov v tyčiach v porovnaní so stavom, keď obidve tyče boli v pokoji?
 b) Určte elektrické napätie U_1 medzi koncami tyče A a elektrické napätie U_2 medzi koncami tyče B.



Obr. 6

- c) Určte kladne a záporne zelektrované časti tyčí.
d) Určte maximálne hodnoty napätí U_1 , U_2 a zodpovedajúce podmienky.
Hmotnosť vlákna a trenie v ose kladky neuvažujte.

Riešenie:

Označíme a veľkosť zrýchlenia sústavy. Kladka má moment zotrvačnosti $\frac{1}{2}mr^2$ a pre jej pohyb platí, ak F_k je veľkosť sily pôsobiacej na jej obvode:

$$F_k r = \frac{1}{2}mr^2 \frac{a}{r}, \text{ teda } F_k = \frac{1}{2}ma$$

Pre sústavu platí pohybová rovnica

$$m_2 g - f m_1 g - F_k = (m_1 + m_2)a,$$

odtiaľ, po dosadení za F_k a úprave

$$a = g \frac{2(m_2 - m_1 f)}{2m_1 + m + 2m_2} \quad (1)$$

- a) Ak sú tyče v pokoji, pôsobí na každý voľný elektrón tiažová sila s veľkosťou $m_e g$, kde m_e je hmotnosť elektrónu. Vo vodorovnej tyči A sú elektróny priťahované vo smere zvislo nadol. V tyči sa vytvorí elektrické pole, ktorého intenzita E_1 má zvislý smer a je v rovnováhe s tiažovou silou: $E_1 e = m_e g$.

Medzi koncami tyče sa nevytvorí elektrické napätie. Vo zvislej tyči B sú voľné elektróny priťahované vo smere zvislo nadol, intenzita $\mathbf{E}_2$ elektrického poľa má zvislý smer a veľkosť

$$E'_2 = \frac{m_e g}{e}$$

Napätie medzi koncami tyče

$$U'_2 = E'_2 d_2 = \frac{m_e g}{e} d_2$$

Pri rovnomerne zrýchlenom pohybe sústavy pôsobí na voľný elektrón okrem tiažovej sily tiež zotrvačná sila $F_s = m_e a$. V tyči A tiahne táto sila elektróny vo vodorovnom smere k ľavému koncu, v tyči B vo zvislom smere nahor. U ľavého konca tyče A je koncentrácia elektrónov väčšia ako na opačnej strane, v tyči B sa koncentrácia elektrónov nahore zväčší, dole zmenší. Napätie na tyči B sa pri pohybe vzhľadom na stav v pokoji zmenší.

b) Označíme E_1 veľkosť intenzity elektrického poľa v tyči A, E_2 jej veľkosť v tyči B. V tyči A pôsobí na každý voľný elektrón zotrvačná sila veľkosti $m_e a$, ktorá je v rovnováhe so silou elektrického poľa $E_1 e$, kde e je elementárny náboj. Odtiaľ, s prihliadnutím k (1)

$$U_1 = E_1 d_1 = \frac{m_e}{e} a d_1 = \frac{2m_e g d_1 (m_2 - f m_1)}{e(2m_1 + m + 2m_2)}$$

Podobne, opäť s prihliadnutím k (1)

$$U_2 = E_2 d_2 = m_e \frac{g - a}{e} d_2 = \frac{m_e g}{e} d_2 \left(1 - \frac{2(m_2 - f m_1)}{2m_1 + m + 2m_2} \right)$$

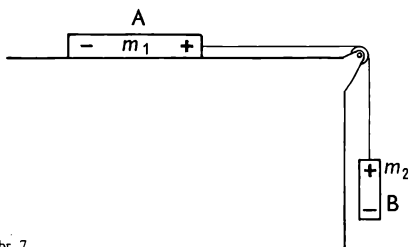
c) Kladné a záporné zelektizovanie tyčí vyplýva z riešenia časti a) a je znázornené na obr. 7.

d) Vždy platí $a < g$; v prípade, že $m_2 \gg m_1$, $m_2 \gg m$, potom $a \doteq g$. Pre napätie U_1 vždy platí

$$U_1 < \frac{m_e g}{e} d_1 ; \text{ ak } a \doteq g, \text{ potom } U_1 \doteq \frac{m_e g}{e} d_1$$

Napätie U_2 má najväčšiu hodnotu $\frac{m_e g}{e} d_2$, ak $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

V prípade, že $a > 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, je $U_2 < \frac{m_e g}{e} d_2$, ak $a \doteq g$, vtedy $U_2 \doteq 0 \text{ V}$.



Obr. 7

4. úloha (navrhl doc. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc.)

Jedna deska deskového kondenzátoru může konat harmonické kmity s úhlovou frekvencí ω a amplitudou Δd ve směru kolmém k rovině desky. Druhá deska kondenzátoru je nepohyblivá. Obsah plochy každé z desek kondenzátoru je S , jejich vzájemná vzdálenost v čase $t = 0$ s je d_0 . Mezi deskami kondenzátoru je vzduch.

- Deska kondenzátoru kmitá. Kondenzátor připojíme ke zdroji s konstantním napětím U . Určete kapacitu kondenzátoru. Určete proud procházející obvodem zdroje s kondenzátorem.
- Kondenzátor při stálé vzdálenosti d_0 desek nejprve připojíme ke zdroji se stejnosměrným napětím U . Potom zdroj napětí odpojíme od kondenzátoru a desku rozkmitáme. Určete v tomto případě napětí mezi deskami kondenzátoru a charakterizujte jeho průběh.
- Kondenzátor, jehož jedna deska kmitá, připojíme do obvodu s cívkou s vlastní indukčností L . Určete vlastní frekvenci f_0 oscilačního obvodu tvořeného kondenzátorem a cívkou. Určete interval, v němž se bude rezonanční frekvence obvodu měnit.
- Jak se změní výsledky úloh a), b), c) za předpokladu $\frac{\Delta d}{d_0} \ll 1$? Vnitřní odpor zdroje, odpor kondenzátoru a odpor cívky neuvažujte.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $S = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $d_0 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $\Delta d = 0,10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $L = 20 \cdot 10^{-6} \text{ H}$, $U = 50 \text{ V}$, $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$.

Pro uvedené hodnoty vypočítejte maximální a minimální kapacitu kondenzátoru, amplitudu střídavé složky napětí v úloze b), maximální a minimální vlastní frekvenci oscilačního obvodu v úloze c).

Řešení:

a) Kapacita kondenzátoru je

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \epsilon_0 \frac{S}{d_0 + \Delta d \sin \omega t} =$$

$$= \epsilon_0 \frac{S}{d_0} \frac{1}{1 + \frac{\Delta d}{d_0} \sin \omega t} = C_0 \frac{1}{1 + \frac{\Delta d}{d_0} \sin \omega t} \quad , \quad (1)$$

kde $C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d_0}$.

Obvodem bude procházet proud

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(UC)}{dt} = U \frac{dC}{dt} \quad ;$$

s použitím (1)

$$i = -UC_0\omega \frac{\cos \omega t}{\left(1 + \frac{\Delta d}{d_0} \sin \omega t\right)^2} \frac{\Delta d}{d_0} \quad (2)$$

b) Deska kondenzátoru má náboj

$$Q = C_0 U$$

Když potom jedna deska kmitá, mění se kapacita kondenzátoru podle (1), proto se mění i napětí mezi jeho deskami:

$$u = \frac{Q}{C} = \frac{C_0 U}{C_0 \frac{1}{1 + \frac{\Delta d}{d_0} \sin \omega t}} = U \left(1 + \frac{\Delta d}{d_0} \sin \omega t\right) \quad (3)$$

Mezi deskami bude napětí, jehož stejnosměrná složka je U a harmonická střídavá složka má amplitudu $U \frac{\Delta d}{d_0}$.

c) Pro vlastní frekvenci platí

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}} \sqrt{1 + \frac{\Delta d}{d_0} \sin \omega t}$$

Vlastní frekvence bude funkcí času. Bude nabývat největší, popř. nejmenší hodnoty

$$f_{0\max} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\Delta d}{d_0}}}{2\pi\sqrt{LC_0}}, \text{ popř. } f_{0\min} = \frac{\sqrt{1 - \frac{\Delta d}{d_0}}}{2\pi\sqrt{LC_0}}, \quad (4)$$

když $\sin \omega t = 1$, popř. $\sin \omega t = -1$.

d) Jestliže $\Delta d \ll d_0$, zjednoduší se vztahy (1), (2), (4), protože můžeme použít aproximaci $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, a to pro každý exponent n . S touto aproximací dostáváme kapacitu

$$C' = C_0 \left(1 - \frac{\Delta d}{d_0} \sin \omega t \right)$$

Proud

$$i' = U \frac{dC'}{dt} = -UC_0\omega \frac{\Delta d}{d_0} \cos \omega t = -I_m \cos \omega t$$

je harmonický s amplitudou $I_m = UC_0\omega \frac{\Delta d}{d_0}$,
vlastní frekvence

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}} \left(1 + \frac{\Delta d}{2d_0} \sin \omega t \right),$$

$$f'_{0\max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}} \left(1 + \frac{\Delta d}{2d_0} \right),$$

$$f'_{0\min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}} \left(1 - \frac{\Delta d}{2d_0} \right)$$

Střídavá složka je proti stejnosměrné zanedbatelná. Pro zadané hodnoty: $C_{\max} \doteq 140$ pF, $C_{\min} \doteq 126$ pF, amplituda střídavé složky napětí $U_m = 2,5$ V, $f_{0\max} \doteq 3,2$ MHz, $f_{0\min} \doteq 3,0$ MHz.

5. úloha (navrhl Ing. Miloš Rabas)

V rentgence jsou elektrony emitovány z katody. Mezi anodou a katodou rentgenky je napětí U .

- Určete hmotnost m elektronu v okamžiku před dopadem na anodu. Určete podíl $\frac{m}{m_0}$, kde m_0 je klidová hmotnost elektronu.
- Určete velikost rychlosti elektronu v v okamžiku před dopadem na anodu. Určete podíl $\frac{v}{v_0}$, kde v_0 je velikost rychlosti elektronu v okamžiku před dopadem na anodu, jestliže neuvažujeme relativistickou změnu hmotnosti elektronu.
- Při jakém napětí U' bude mít elektron v okamžiku před dopadem na anodu hmotnost $2m_0$? Jaká bude v tomto případě jeho rychlost?

Rychlost elektronu při výstupu z katody je velmi malá.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnotu $U = 150$ kV.

Řešení:

- Pohybová energie elektronu v okamžiku před dopadem na anodu je

$$E_k = eU = (m - m_0)c^2 = \Delta mc^2 ,$$

$$m = m_0 + \frac{eU}{c^2}, \quad \frac{m}{m_0} = 1 + \frac{eU}{m_0 c^2}$$

- Z relativistické závislosti hmotnosti na rychlosti vyplývá

$$m_0 + \frac{eU}{c^2} = m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} ,$$

odtud

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + eU} \right)^2} , \quad (1)$$

a protože

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}} , \quad (2)$$

vyjádříme podíl $\frac{v}{v_0}$ pomocí (1) a (2):

$$\frac{v}{v_0} = c \sqrt{\frac{m_0}{2eU}} \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + eU} \right)^2}$$

c) V tomto případě $\Delta m = m_0 = \frac{eU'}{c^2}$, $U' = \frac{m_0 c^2}{e}$.
Rychlost elektronu, podle vztahu (1)

$$v' = \frac{c}{2} \sqrt{3}$$

Pro zadané hodnoty: a) $\frac{m}{m_0} \doteq 1,3$; b) $v \doteq 1,9 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\frac{v}{v_0} \doteq 0,83$;
c) $U' \doteq 5,1 \cdot 10^5 \text{ V}$, $v' \doteq 2,6 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

6. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Vyšetrovanie závislosti kolektorového prúdu tranzistoru od napätia medzi emitorom a bázou.

P o m ô c k y:

Tranzistor KU 611, katalóg polovodičových súčiastok, jednoduchý termostat (termoska), miliampérmetr s zanedbateľným vnútorným odporom, voltmeter, potenciometer, rezistor s odporom asi $1 \text{ k}\Omega$, zdroj napätia, milimetrový papier, spojovacie vodiče.

Úloha:

Vyšetrenie fyzikálnej závislosti $I_C = f(U_{EB})$ kolektorového prúdu tranzistora pri konštantnom kolektorovom napätí U_k od napätia U_{EB} medzi emitorom a bázou.

- Navrhnete zapojenie a vykonajte meranie aspoň pri troch rôznych teplotách.
- Získané údaje zapíšete do tabuliek.
- Vyneste namerané údaje do priamkového grafu za predpokladu, že

$$I_C = I_0 \exp\left(\frac{eU_{EB}}{kT}\right), \text{ ak } U_{EB} \gg \frac{kT}{e}, \quad (1)$$

kde e je elementárny náboj, k Boltzmannova konštanta, T termodynamická teplota.

Z grafu určte konštantu $b = \frac{e}{kT}$.

- d) Pomocou výsledkov úlohy c) určte Boltzmannovu konštantu k .
e) Odhadnite odchýlku vypočítanej hodnoty konštanty k .

Riešenie:

Vyšetrovaná závislosť je daná funkciou

$$I_C = I_0 \exp\left(\frac{eU_{EB}}{kT}\right) = I_0 \exp(bU_{EB}) \quad , \quad (2)$$

pretože

$$\exp\left(\frac{eU_{EB}}{kT}\right) \gg 1$$

Veličiny I_0, b sú závislé od teploty, pri stálej teplote sú konštantné. Po logaritmovaní funkcie (2) dostávame

$$\ln\{I_C\} = \ln\{I_0\} + bU_{EB}$$

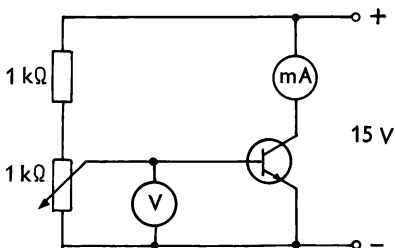
Ak vyjdeme z dvojíc hodnôt veličín I_C a U_{EB} , nameraných pri určitej teplote, dostávame

$$\ln\{I_{C2}\} - \ln\{I_{C1}\} = b(U_{EB2} - U_{EB1})$$

Z tohto vzťahu možno vyjadriť konštantu b , resp. možno stanoviť Boltzmannovu konštantu

$$k = \frac{e}{bT} \quad (3)$$

- a) Tranzistor pripevníme na chladič z hliníkového plechu, aby sme zabezpečili stálu teplotu tranzistora, a opatríme prívodnými vodičmi s banánikmi. Zostavíme obvod podľa schémy na obr. 8, tranzistor aj s chladičom umiestníme do termosky. Prívodné vodiče k tranzistoru vedieme napr. cez otvory v uzávere termosky. Meriame najprv pri izbovej teplote, potom pri teplote 0°C a nakoniec pri 50°C . Rozličné teploty tranzistora realizujeme tak, že chladič ponoríme do vody s určenou teplotou. Reguláciu vykonávame podľa údajov miliampérmetra, hodnoty I_C zvyšujeme geometrickou postupnosťou. Meriame veľmi rýchlo, aby bola zaistená konštantná teplota počas merania.

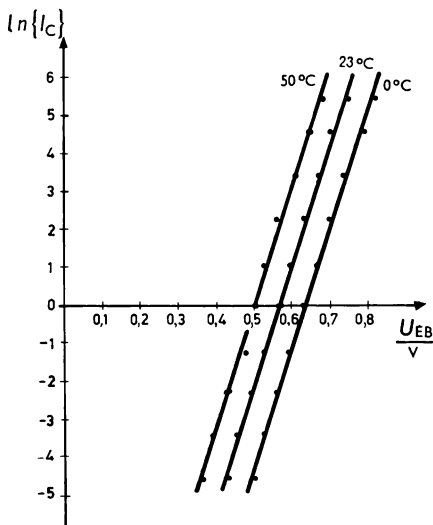


Obr. 8

b) Tabulka nameraných hodnot pre určitý tranzistor – tab. 8.

Tabulka 8

$\frac{I_C}{\text{mA}}$	$\ln\{I_C\}$	$t = 0^\circ\text{C}$ $\frac{U_{EB}}{\text{V}}$	$t = 23^\circ\text{C}$ $\frac{U_{EB}}{\text{V}}$	$t = 50^\circ\text{C}$ $\frac{U_{EB}}{\text{V}}$
0,010	-4,60	0,50	0,43	0,35
0,030	-3,51	0,52	0,46	0,38
0,10	-2,30	0,56	0,50	0,42
0,30	-1,20	0,59	0,53	0,47
1,0	0,00	0,63	0,58	0,50
3,0	1,10	0,66	0,60	0,53
10	2,30	0,70	0,64	0,57
30	3,40	0,73	0,68	0,62
100	4,60	0,78	0,71	0,66
300	5,70	0,82	0,76	0,70



Obr. 9

c) Z grafov závislostí $\ln\{I_C\} - f(U_{BE})$, ktoré sú na obr. 9, vypočítame podľa vzťahu (5) hodnoty konštánt b pre jednotlivé teploty:

$$T_1 = 296 \text{ K} \cdots b_1 = 31,2 \text{ V}^{-1} ,$$

$$T_2 = 323 \text{ K} \cdots b_2 = 29,4 \text{ V}^{-1} ,$$

$$T_3 = 273 \text{ K} \cdots b_3 = 32,2 \text{ V}^{-1}$$

d) Boltzmannovu konštantu vypočítame pomocou vzťahu (3) na základe vypočítaných hodnôt b . Vypočítané hodnoty sú

$$k_1 \doteq 1,73 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad ,$$

$$k_2 \doteq 1,68 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad ,$$

$$k_3 \doteq 1,82 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Stredná hodnota:

$$k \doteq 1,74 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Tabulková hodnota:

$$k \doteq 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

- e) Odchýlka vypočítanej hodnoty k bola spôsobená tým, že
- meranie napätia U_{BE} bolo zaťažené krajinou odchýlkou 2 %,
 - meranie teploty bolo zaťažené taktiež odchýlkou 2 %,
 - vzťah (1) je zjednodušený a platí len pre ideálne prechody PN. V skutočnosti v exponente vzťahu (1) vystupuje konštanta a :

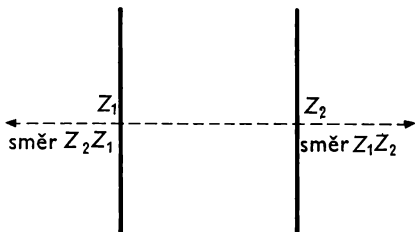
$$I_C = I_0 \exp \left(\frac{aeU_{BE}}{kT} \right), \quad (a > 1)$$

Táto konštanta súvisí so štruktúrou polovodiča použitého v tranzistore.

7. úloha (navrhl Ing. Miloš Rabas)

Směrová anténa je sestavena ze dvou rovnoběžných kovových tyčí (obr. 10), které jsou připojeny ke zdroji vysokofrekvenčního proudu jako vysílači. Vlnová délka elektromagnetické vlny vyzařované anténou je λ . Proud procházející oběma částmi antény mají stejné frekvence.

- a) Proud procházející druhou tyčí je fázově opožděn o $\frac{\pi}{2}$ vzhledem k proudu procházejícímu první tyčí. Do jaké vzájemné vzdálenosti d_1 musíme tyče antény umístit, aby elektrická složka elektromagnetického vlnění ve směru polopřímky Z_1Z_2 v rovině antény byla maximální?



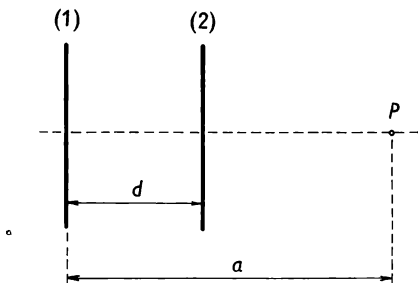
Obr. 10

- b) Proud procházející druhou tyčí fázově předbíhá o $\frac{\pi}{2}$ proud procházející první tyčí. Do jaké vzájemné vzdálenosti d_2 musíme tyče umístit, aby elektrická složka elektromagnetického vlnění ve směru polopřímky Z_1Z_2 v rovině antény byla znovu maximální?
- c) Vzdálenost tyčí antény zvolíme podle úlohy a), soustavou však procházejí proudy způsobem uvedeným v úloze b). Jaká je v tomto případě elektrická složka elektromagnetického vlnění ve směru polopřímky Z_1Z_2 ? Podle tohoto výsledku usudte, jaká je elektrická složka elektromagnetického vlnění v úloze a) ve směru polopřímky Z_2Z_1 .

Řešení: (obr. 11)

- a) Intenzity elektrické složky elektromagnetické vlny v bodě P , který má od první tyče antény vzdálenost a , se sečítají. Velikost výsledné intenzity je závislá na fázovém posunutí mezi oběma složkami v tomto bodě. Bod P má od první tyče vzdálenost a , od druhé tyče má vzdálenost $a - d$. Elektrická složka elektromagnetické vlny od první tyče má v bodě P počáteční fázi

$$\varphi_1 = \frac{a}{\lambda} 2\pi$$



Obr. 11

Podobně elektrická složka od druhé tyče má v bodě P počáteční fázi

$$\varphi_2 = \frac{a - d}{\lambda} 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

V bodě P tato vlnění interferují. Rozdíl ψ jejich počátečních fází je

$$\psi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi d}{\lambda} - \frac{\pi}{2}$$

Výsledná intenzita v bodě P je největší, když

$$\frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{\pi}{2} = 2k\pi \quad ,$$

kde $k = 0, 1, 2, \dots$ Z této podmínky dostaneme

$$d_1 = \lambda \left(k + \frac{1}{4} \right) \quad ,$$

za d_1 můžeme volit $\frac{1}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \frac{9}{4}\lambda, \dots$

b) Podobně jako v předchozím případě máme

$$\varphi_1 = \frac{a}{\lambda} 2\pi, \quad \varphi_2 = \frac{a-d}{\lambda} \cdot 2\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}$$

Z podmínky maxima interference

$$\frac{2\pi d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = 2k\pi, \quad ,$$

$$d_2 = \lambda \left(k - \frac{1}{4} \right) \quad ,$$

kde $k = 1, 2, 3, \dots$;

d_2 je např. $\frac{3}{4}\lambda, \frac{7}{4}\lambda, \frac{11}{4}\lambda, \dots$

c) Z rozdílu počátečních fází v případě b) je zřejmé, že vyzařování ve směru Z_1Z_2 je minimální pro

$$\psi = \frac{2\pi d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = (2k+1)\pi \quad ,$$

kde $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Z toho

$$d_2 = \lambda \left(k + \frac{1}{4} \right)$$

Kdybychom zvolili vzájemnou vzdálenost tyčí antény podle úlohy a) $d_1 = d_2 = \lambda \left(k + \frac{1}{4} \right)$ a proudy v anténě podle úlohy b), pak by ve směru Z_1Z_2 bylo vyzařování antény minimální. Z toho vyplývá, že anténa v případě a) nebo v případě b) má nejlepší vyzařování elektromagnetického signálu ve směru Z_1Z_2 . V opačném směru je vyzařování malé.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl doc. Ing. Bohumil Vybíral, CSc.)

Elektron má při vstupu do elektrostatického pole urychlovače rychlost v_1 , která má opačný směr než intenzita elektrostatického pole.

- Určete hmotnost m elektronu po výstupu z elektrostatického pole urychlovače. Při výstupu má v témž směru rychlost v_2 , $v_2 > v_1$.
- Určete změnu Δm hmotnosti elektronu během jeho pohybu v elektrostatickém poli urychlovače.
- Určete napětí U mezi elektrodami urychlovače tak, aby elektron po výstupu z elektrostatického pole měl rychlost v_2 .

Klidová hmotnost elektronu je m_0 , náboj elektronu $-e$.

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty $v_1 = 0,650c$, $v_2 = 0,850c$, $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C, $c = 3,00 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

Řešení:

- Hmotnost m elektronu po vystoupení z urychlovače je

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{c}\right)^2}} \doteq 1,73 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

- Změna Δm hmotnosti elektronu

$$\begin{aligned} \Delta m &= m - \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{c}\right)^2}} = \\ &= m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{c}\right)^2}} \right) \end{aligned}$$

$$\Delta m \doteq 0,582m_0 \doteq 5,30 \cdot 10^{-31} \text{ kg.}$$

- Ze zákona zachování energie elektronu máme

$$m_1 c^2 + \Delta E_k = m c^2 \quad , \quad (1)$$

kde m_1 je hmotnost elektronu při vstupu do elektrostatického pole urychlovače, ΔE_k je pohybová energie, kterou elektron

získá v elektrostatickém poli urychlovače. Platí však $\Delta E_k = -eU$, dosazením do (1) a úpravou dostaneme

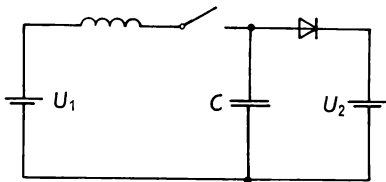
$$U = \frac{\Delta E_k}{e} = -\frac{\Delta mc^2}{e},$$

$U \doteq -0,298 \text{ MV}$.

Záporné znaménko ve výsledku odpovídá počátečnímu předpokladu, že elektron se pohybuje proti směru intenzity elektrostatického pole.

2. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

V elektrickom obvodu, ktorého schéma je na obr. 12, sú spojené dva zdroje s napätiami U_1, U_2 , cievka, dióda, kondenzátor s kapacitou C a spínač. Predpokladáme, že pre napätie U_2 platí $U_1 < U_2 < 2U_1$.

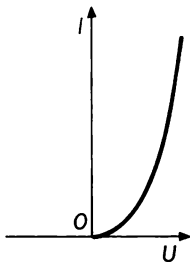


Obr. 12

Kondenzátor pred zapnutím spínača má nulové elektrické napätie. V obvode zapneme spínač.

- Opíšte a fyzikálne zdôvodnite deje, ktoré sa uskutočnia v elektrickom obvode.
- Určte náboj elektrónov, ktoré prešli zdrojom s napätím U_2 . Vnútny odpor zdroja, odpor spojovacích vodičov a odpor cievky sú veľmi malé, dióda má charakteristiku znázornenú na obr. 13. Predpokladajte, že v okamihu po zapnutí spínača obvodom neprechádza prúd.

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom časť b) pre hodnoty $C = 2,1 \mu\text{F}$, $U_1 = 6,4 \text{ V}$, $U_2 = 8,5 \text{ V}$.



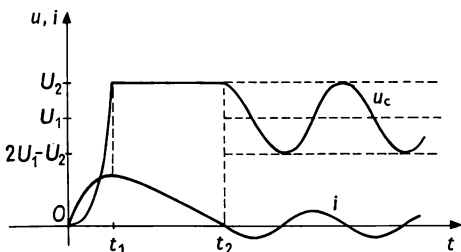
Obr. 13

Riešenie:

- a) Po zapnutí spínača začne prechádzať obvodom prvého zdroja, cievky a kondenzátora striedavý prúd. Kondenzátor sa postupne nabíja, jeho napätie se zväčšuje na hodnotu U_1 a ďalej na vyššie hodnoty pôsobením indukovaného napätia cievky. Kondenzátor by mohol dosiahnuť až napätie $2U_1$, keby paralelne k nemu nebol pripojený obvod s diódou a druhým zdrojom. Ako náhle napätie u_C kondenzátora prekročí hodnotu napätia U_2 , začne prechádzať diódou a druhým zdrojom postupne klesajúci prúd. Tento dej je ukončený vtedy, keď prúd klesne na nulu. Ďalej zdrojom s napätím U_2 prúd už neprechádza. Napätie u_C na kondenzátore ako funkcia času t je znázornené na obr. 14. Druhým zdrojom napätia prechádza prúd v intervale (t_1, t_2) . Po čase t_2 sa v obvode ustáli periodicky premenný stav, kedy napätie na kondenzátore sa mení podľa grafu na obr. 14 a obvodom prechádza tomu zodpovedajúci prúd. Najväčšie napätie na kondenzátore je $u_{C \max} = U_2$. Harmonická zložka napätia u_C má amplitúdu $U_2 - U_1$. Pretože stredná hodnota tohto napätia je U_1 , má napätie u_C minimálnu hodnotu

$$u_{C \min} = U_1 - (U_2 - U_1) = 2U_1 - U_2$$

Pre napätie na kondenzátore platí



Obr. 14

$$u_c = U_1 + (U_2 - U_1) \cos(\omega t + \varphi) \quad ,$$

kruhová frekvencia

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- b) Označme Q_1 náboj elektrónov, ktoré prešli prvým zdrojom, Q náboj elektrónov, ktoré prešli druhým zdrojom za čas t_2 . Zo zákona zachovania energie a zákona zachovania náboja za čas t_2 platí

$$Q_1 U_1 = \frac{1}{2} C U_2^2 + Q U_2 \quad ,$$

$$Q_1 = C U_2 + Q$$

Z týchto vzťahov určíme Q

$$Q = \frac{1}{2} C U_2 \frac{2U_1 - U_2}{U_2 - U_1} \doteq 18 \mu\text{C}$$

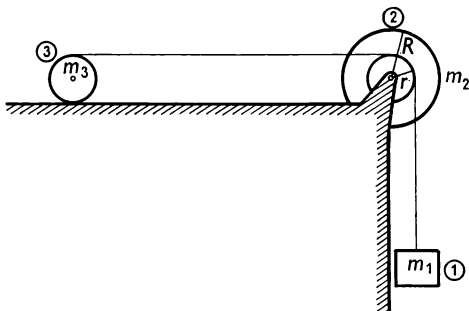
3. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Rovnorodé telesá, hranol (1), kladka (2) a valec (3) sú spojené vláknom podľa obr. 15. Vlákno je navinuté na valci a vedené cez kladku s hlbokým výrezom ku hranolu, s ktorým je pevne spojené. Ťažiská všetkých troch telies a vlákno sú v jednej zvislej rovine. Hmotnosť hranola je m_1 , hmotnosť kladky m_2 , hmotnosť valca m_3 , polomer kladky R , hĺbka výrezu kladky je $R - r$. Vlákno nad vodorovnou podložkou je vodorovné.

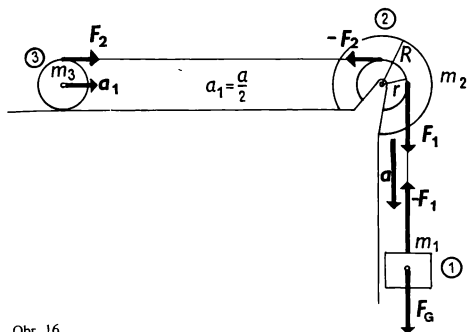
- Určte zrýchlenie a hranola, zrýchlenie a_1 osi valca a uhlové zrýchlenie α_k kladky.
- Určte silu F_1 , ktorou je napínané vlákno medzi hranolom a kladkou, a silu F_2 napínajúcu vlákno medzi kladkou a valcom.

Vlákno je dokonale ohybné a nekľže po obvodě kladky, jeho hmotnosť a predĺženie sú zanedbateľné. Šmykové trenie medzi valcom a podložkou je tak veľké, že valec nekľže. Valivý odpor pri pohybe valca a trenie v osi kladky neuvažujte. Moment zotrvačnosti kladky $I_k = \frac{1}{2}m_2R^2$.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $m_1 = 0,100 \text{ kg}$, $m_2 = 0,800 \text{ kg}$, $m_3 = 0,400 \text{ kg}$, $R = 0,100 \text{ m}$, $r = 0,050 \text{ m}$.



Obr. 15



Obr. 16

Riešenie:

Zrýchlenia a sily označíme podľa obr. 16.

Pre pohyb telies (1) až (3) platia vzťahy

$$F_G - F_1 = m_1 a \quad , \quad (1)$$

$$M_1 = (F_1 - F_2)r = I_k \alpha_k = \frac{1}{2} m_2 R^2 \frac{a}{r} \quad , \quad (2)$$

$$M_2 = F_2 \cdot 2R_2 = I_v \alpha_v = \frac{3}{2} m_3 R_2^2 \frac{a}{2R_2} \quad (3)$$

$I_k, I_v, \alpha_k, \alpha_v$ sme označili momenty zotrvačnosti kladky a valca vzhľadom na ich osi otáčania a príslušné uhlové zrýchlenia, R_2 polomer valca, $R_2 = r$; M_1, M_2 sú veľkosti príslušných momentov síl.

a) Z (1) vyjadríme F_1 , z (3) F_2 , dosadíme do (2), úpravou dostaneme

$$a = \frac{8m_1 r^2}{(8m_1 + 3m_3)r^2 + 4m_2 R^2} g \quad (4)$$

Potom určíme a_1, α_k :

$$a_1 = \frac{a}{2} = \frac{4m_1 r^2}{(8m_1 + 3m_3)r^2 + 4m_2 R^2} g,$$

$$\alpha_k = \frac{a}{r} = \frac{8m_1 r}{(8m_1 + 3m_3)r^2 + 4m_2 R^2} g$$

b) Z (1) určíme F_1 , za a dosadíme zo vzťahu (4)

$$F_1 = m_1(g - a) = m_1 \frac{3m_3 r^2 + 4m_2 R^2}{(8m_1 + 3m_3)r^2 + 4m_2 R^2} g$$

Z (3) vyplýva, s prihliadnutím k (4)

$$F_2 = \frac{3}{8} m_3 a = \frac{3m_1 m_3 r^2}{(8m_1 + 3m_3)r^2 + 4m_2 R^2} g$$

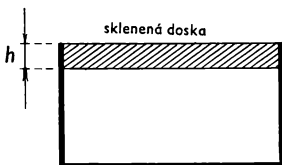
Pre zadané hodnoty veličín

- a) $a \doteq 1,44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 $a_1 \doteq 0,718 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 $\alpha_k \doteq 28,8 \text{ s}^{-2}$,
 b) $F_1 \doteq 2,51 \text{ N}$,
 $F_2 \doteq 0,215 \text{ N}$.

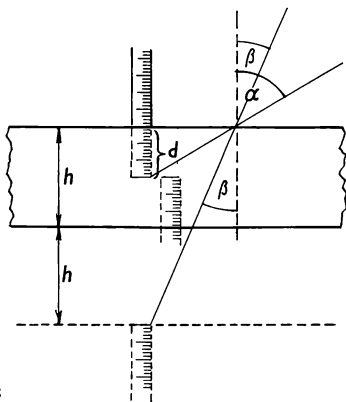
4. úloha (navrhol doc. RNDr. Árpád Kecskés, CSc.)

Index lomu n a hrúbku h sklenenej planparalelnej dosky, ku ktorej máme prístup len z jednej strany a nemáme prístup k jej okrajom (obr. 17), možno určiť nasledovným postupom: Pravítko postavíme kolmo na sklenenú stenu. Získame dva obrazy pravítka – na 1. i na 2. rozhraní (obr. 18). Začiatok pravítka v obraze na 2. rovinnom rozhraní sa nám javí pod uhlom α a nie pod uhlom β , kde by sa v skutočnosti obraz začiatku pravítka nachádzal. Polohu obrazu začiatku pravítka na 2. rozhraní môžeme určiť odčítaním vzdialenosti d na obraze pravítka na 1. rozhraní.

Ak k dvom hodnotám d , napr. d_1, d_2 určíme uhly α_1, α_2 , pod ktorými pozorujeme obraz začiatku pravítka zobrazený druhým rozhraním, možno z týchto veličín určiť index lomu n a hrúbku h sklenenej dosky.



Obr. 17



Obr. 18

- Ak poznáte veličiny $d_1, d_2, \alpha_1, \alpha_2$,
 a) určte index lomu n sklenenej dosky,
 b) určte hrúbku h sklenenej dosky.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $d_1 = 3,0$ cm,
 $d_2 = 2,0$ cm, $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 60^\circ$.

Riešenie:

a) Z obr. 18 vyplýva

$$2h \operatorname{tg} \beta = d \operatorname{tg} \alpha, \\ h = \frac{d \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \beta} \quad (1)$$

Ak uvážime, že $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$, potom vzťah (1) možno upraviť

$$h = \frac{d}{2} \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} \quad (2)$$

Ak uvážime vzťah (2) pre dve rôzne dvojice sebeodpovedajúcich hodnôt veličín $d_1, \alpha_1; d_2, \alpha_2$, potom z (2) možno určiť

$$n = \sqrt{\frac{d_2^2 \sin^2 \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 - d_1^2 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2}{d_2^2 \cos^2 \alpha_1 - d_1^2 \cos^2 \alpha_2}} \quad (3)$$

b) Dosadením (3) do (2) napísané napr. pre d_1, α_1 máme

$$h = \frac{d_1 d_2}{2} \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha_2 - \sin^2 \alpha_1}{d_2^2 \cos^2 \alpha_1 - d_1^2 \cos^2 \alpha_2}} \quad (4)$$

Hodnoty veličín $d_1, d_2, \alpha_1, \alpha_2$ sú dané konkrétnym meraním, sú to veličiny vzájomne závislé. Napriek tomu možno určiť pre veličiny $d_1, d_2, \alpha_1, \alpha_2$ podmienky, aby výsledky (3) a (4) boli reálne:

$$\alpha_2 > \alpha_1, \quad d_2 \cos \alpha_1 > d_1 \cos \alpha_2$$

alebo

$$\alpha_1 > \alpha_2, \quad d_1 \cos \alpha_2 > d_2 \cos \alpha_1$$

Pre dané hodnoty $h \doteq 2,45 \text{ cm}$, $n \doteq 1,50$.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl doc. Ing. Bohumil Vybíral, CSc.)

Neutron s klidovou hmotností m_n , pohybující se rychlostí v ve vakuu, se nepružně srazí s jiným neutronem, který byl před srážkou v klidu.

- Určete velikost v_1 rychlosti soustavy spojených neutronů po srážce.
- Určete klidovou hmotnost m_0 soustavy neutronů po srážce.
- Určete kinetickou energii E_{k1} soustavy neutronů před srážkou a kinetickou energii E_{k2} soustavy neutronů po srážce.

Řešte pokud možno obecně a potom pro hodnoty $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $v = 0,800c$, $c = 3,00 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

Řešení:

- Pro srážku neutronů platí zákon zachování hybnosti (1) a zákon zachování energie (2)

$$m_1 v = m v_1 \quad , \quad (1)$$

$$m_1 c^2 + m_n c^2 = m c^2 \quad , \quad (2)$$

tj.

$$m_1 + m_n = m$$

m_1 je hmotnost pohybujícího se neutronu před srážkou, m hmotnost spojené soustavy neutronů po srážce.

Předpokládáme, že rychlosti v a v_1 mají stejný směr. Z (1), (2) dosazením za

$$m_1 = \frac{m_n}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dostaneme

$$v_1 = \frac{v}{1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad ,$$

po dosazení $v = 0,800c$:

$$v_1 = \frac{c}{2}, \quad v_1 = 1,5 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (3)$$

- b) Pro klidovou hmotnost m_0 soustavy neutronů po srážce, jak vyplývá z (1), platí

$$\frac{m_n}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{v}{v_1} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} ;$$

uvážíme-li, že $\frac{v_1}{c} = 0,500$, $\frac{v}{c} = 0,800$, $\frac{v}{v_1} = 1,60$, dostaneme

$$m_0 \doteq 2,31m_n, \quad m_0 \doteq 3,86 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (4)$$

- c) Kinetická energie E_{k1} soustavy neutronů před srážkou je rozdíl celkové kinetické energie neutronů před srážkou a klidové energie neutronů

$$E_{k1} = (m_1 + m_n)c^2 - 2m_nc^2 = (m_1 - m_n)c^2$$

$$E_{k1} = m_n \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) c^2 \doteq 0,667m_nc^2$$

Pro dané hodnoty

$$E_{k1} \doteq 1,00 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Podobně určíme kinetickou energii E_{k2} soustavy neutronů po srážce:

$$E_{k2} = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0)c^2 ,$$

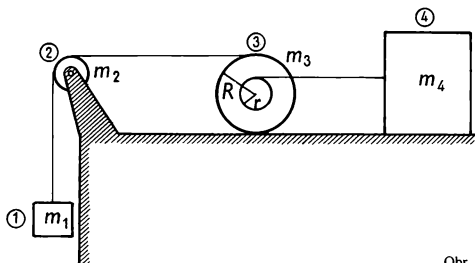
$$E_{k2} = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad (5)$$

Dosazením (3), (4) do (5) dostaneme

$$E_{k2} \doteq 0,357m_nc^2, \quad E_{k2} \doteq 5,35 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

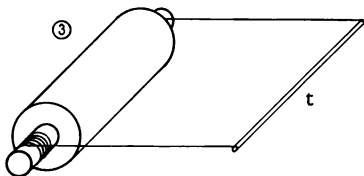
2. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Rovnorodé telesá, hranoly 1, 4 a valec 3, sú navzájom spojené vláknami podľa obr. 19. Hmotnosti hranolov sú m_1 , m_4 , hmotnosť valcovej kladky 2 je m_2 a hmotnosť valca m_3 .



Obr. 19

Polomer valca je R , polomer súosej hriadeľky valca je r . Vlákna, ktoré sú čiastočne natočené na hriadeľke, sú navzájom rovnobežné a spájajú valec s tyčkou t . Stred tyčky je spojený vláknom s hranolom 4 (obr. 20). Vlákna nad vodorovnou podložkou sú vodorovné.



Obr. 20

- a) Určte veľkosti zrýchlení a_1 , a_4 , a_3 hranola 1, hranola 4 a osi valca 3.
 b) Určte veľkosť sily F_1 , ktorou je napínané vlákno medzi telesami 1 a 2, veľkosť sily F_2 , ktorou je napínané vlákno medzi telesami 2 a 3, veľkosť sily F_3 , ktorou je napínané vlákno medzi telesami 3 a 4.

Vlákná sú dokonale ohybné a nekĺžu po povrchoch valca, hriadelky a kladky. Hmotnosti vlákien, tyčky a predĺženie vlákien sú zanedbateľné. Valivý odpor pri pohybe telies neuvažujte. Moment zotrvačnosti plného rovnorodého valca s hmotnosťou m a polomerom R vzhľadom na jeho rotačnú os je $I = \frac{1}{2}mR^2$. Moment zotrvačnosti hriadelky neuvažujeme. Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $m_1 = 0,200$ kg, $m_2 = 0,030$ kg, $m_3 = 0,300$ kg, $m_4 = 0,400$ kg, $R = 0,050$ m, $r = 0,020$ m.

Riešenie:

Označme sily a zrýchlenia podľa zadania úlohy (obr. 21). Pre pohyb telies 1 až 4 platia vzťahy

$$F_G - F_1 = m_1 a \quad , \quad (1)$$

$$M_2 = (F_1 - F_2)R_2 = I_2 \alpha_2 = \frac{1}{2}m_2 R_2^2 \frac{a_1}{R_2} \quad , \quad (2)$$

$$M_3 = F_2 2R - F_3 (R + r) = I_3 \alpha_3 = \frac{3}{2}m_3 R^2 \frac{a_1}{2R} \quad , \quad (3)$$

$$F_3 = m_4 a_4 \quad (4)$$

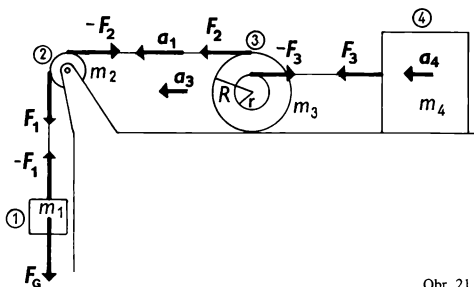
Označili sme I_2 , I_3 momenty zotrvačnosti kladky a valca vzhľadom na príslušné otáčania osi, α_2 , α_3 ich uhlové zrýchlenia, R_2 polomer kladky, M_2 , M_3 veľkosti príslušných momentov síl.

Vzťahy (1) až (4) upravíme tak, aby v nich zostali neznáme veličiny napr. F_1 , F_2 , F_3 , a_1 :

$$F_1 = (g - a_1)m_1 \quad , \quad (1a)$$

$$F_1 - F_2 = \frac{1}{2}m_2 a_1 \quad , \quad (2a)$$

$$F_2 2R - F_3 (R + r) = \frac{3}{2}m_3 R^2 \frac{a_1}{2R} \quad , \quad (3a)$$



Obr. 21

$$F_3 = m_4 \frac{R + r}{2R} a_1 \quad (4a)$$

V úprave sme použili vzťahy $F_G = m_1 g$,

$$a_4 = \frac{R + r}{2R} a_1 \quad (5)$$

Zo sústavy rovníc (1a) až (4a), (5) a vzťahu $a_3 = \frac{a_1}{2}$ môžeme určiť všetky žiadané veličiny.

a) Budeme najskôr počítať napr. a_1 . Za F_1 z (1a) dosadíme do (2a). Tento upravený vzťah dosadíme za F_2 do (3a). Do (3a) za F_3 dosadíme zo (4a). Úpravou vzťahu (3a) máme

$$a_1 = \frac{8R^2 m_1}{(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)R^2 + 2m_4(R + r)^2} g \quad (6)$$

Z (5) dosadíme do (6) za a_1 a úpravou máme

$$a_4 = \frac{4R(R + r)m_1}{(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)R^2 + 2m_4(R + r)^2} g$$

Ďalej platí

$$a_3 = \frac{a_1}{2} = \frac{4R^2 m_1}{(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)R^2 + 2m_4(R + r)^2} g$$

b) Silu F_1 určíme z (1a), ak dosadíme za a_1 vzťah (6):

$$F_1 = m_1 \frac{(4m_2 + 3m_3)R^2 + 2m_4(R + r)^2}{(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)R^2 + 2m_4(R + r)^2} g \quad ,$$

silu F_2 z (1a), (2a) a (6):

$$F_2 = m_1 \frac{3m_3 R^2 + 2m_4(R + r)^2}{(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)R^2 + 2m_4(R + r)^2} g \quad ,$$

silu F_3 zo (4a) a (6):

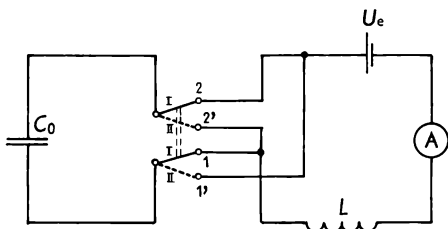
$$F_3 = \frac{4R(R + r)m_1 m_4}{(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)R^2 + 2m_4(R + r)^2} g$$

Pre zadané hodnoty: $a_1 \doteq 3,74 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_4 \doteq 2,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 $a_3 \doteq 1,87 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $F_1 \doteq 1,21 \text{ N}$, $F_2 \doteq 1,16 \text{ N}$, $F_3 \doteq 1,05 \text{ N}$.

3. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Kondenzátor s nulovým začiatočným nábojom a kapacitou C_0 , cievka s indukčnosťou L , zdroj s elektromotorickým napätím U_e sú spojené v obvode spolu s komutačným prepínačom a ampérmetrom A podľa obr. 22.

- Prepínač dáme do polohy (I), prúd v obvode začne narastať až dosiahne maximálnu hodnotu, a potom klesá. V okamihu, keď prúd dosiahne nulovú hodnotu, kondenzátor pomocou prepínača odpojíme od obvodu. Určte maximálnu hodnotu I_1 prúdu, ktorý prechádzal obvodom počas uvedeného deja.
- Prepínač dáme do polohy (II), obvodom znova prechádza prúd. Kondenzátor pomocou prepínača odpojíme od obvodu v okamihu, keď prúd prvýkrát dosiahne nulovú hodnotu. Určte maximálnu hodnotu I_2 prúdu, ktorý prechádzal obvodom.



Obr. 22

- c) Podobne ako v prípadoch a), b), postupujeme ďalej. Kondenzátor najskôr pripojíme ku obvodu a potom ho odpojíme od obvodu v okamihu, keď prúd v obvode klesol na nulovú hodnotu. Kondenzátor v obvode striedavo pripájame ku svorkám 1, 1' a ku svorkám 2, 2' pomocou komutačného prepínača. Určte maximálnu hodnotu I_n prúdu, ktorý prechádza obvodom po n -tom prepnutí prepínača, ak za prvé prepnutie považujeme dej opísaný v časti a) úlohy.

Odpor ampérmetra, cievky, zdroja napätia, kondenzátora a spojovacích vodičov neuvažujte.

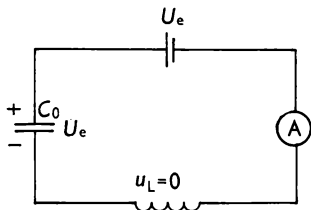
Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $U_e = 1,5 \text{ V}$, $C_0 = 20 \text{ nF}$, $L = 12 \text{ mH}$.

Riešenie:

- a) Pri zapnutí prepínača do polohy (I) začne obvodom prechádzať prúd, ktorý dosiahne maximálnu hodnotu I_1 a potom klesá na nulu.

V okamihu, keď obvodom prechádza maximálny prúd I_1 , je napätie na cievke nulové (obr. 23):

$$u_L = L \frac{\Delta i}{\Delta t}, \quad \Delta i = 0, \quad u_L = 0$$



Obr. 23

Z 2. Kirchhoffovho zákona pre tento okamih vyplýva

$$U_e - u_C = 0, \quad \text{t.j.} \quad u_C = U_e$$

Kondenzátor získal náboj $q_1 = C_0 u_C = C_0 U_e$.

Zdroj vykonal prácu

$$q_1 U_e = C U_e^2, \quad ,$$

ktorá je rovná súčtu energií elektrického poľa kondenzátora a magnetického poľa cievky

$$\frac{1}{2} C_0 U_e^2 + \frac{1}{2} L I_1^2 = C_0 U_e^2$$

Úpravou máme

$$I_1 = U_e \sqrt{\frac{C_0}{L}}$$

- b) V okamihu, v ktorom prúd po prvom zapnutí dosiahol nulovú hodnotu, je energia magnetického poľa cievky nulová, práca zdroja $Q U_e$ je rovná energii elektrického poľa kondenzátora, teda

$$Q U_e = \frac{Q^2}{2 C_0}, \quad ,$$

kde Q je náboj častíc, ktoré prešli zdrojom, t.j. i náboj kondenzátora. Z toho

$$Q = 2C_0U_e$$

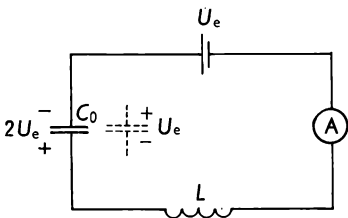
Kondenzátor v okamihu vypnutia obvodu mal napätie $2U_e$. Prepínač zapneme do polohy (II), obr. 24. Začiatkové napätie kondenzátora je $2U_e$, polarita napätia podľa obr. 24, začiatkový prúd v obvode je nulový. Prúd v obvode bude narastať. V okamihu, keď dosiahne maximálnu hodnotu I_2 , je napätie na cievke nulové, napätie na kondenzátore sa však zmenilo na U_e , ako to vyplýva z 2. Kirchhoffovho zákona (obr. 24 – čiarkovane). Obvodom prešli od zapnutia obvodu do tohto okamihu častice s nábojom $3C_0U_e$. Práca W vykonaná zdrojom je rovná zmene energií ΔE_C a ΔE_L kondenzátora a cievky

$$W = \Delta E_C + \Delta E_L \quad , \quad (1)$$

$$3C_0U_e^2 = -\frac{1}{2}C_0(2U_e)^2 + \frac{1}{2}CU_e^2 + \frac{1}{2}LI_2^2 \quad ,$$

úpravou

$$I_2 = 3U_e\sqrt{\frac{C_0}{L}} = 3I_1$$

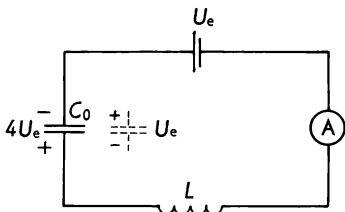


Obr. 24

- c) Označme q_2 náboj, ktorý prešiel v celom intervale po 2. prepnutí prepínača. Zdroj vykonal prácu $U_e q_2$, kondenzátor mal na začiatku deja napätie $-2U_e$ (vzhľadom na zmenenú polaritu), na konci deja mal náboj q_2 . Pretože energia magnetického poľa cievky je nulová, platí

$$q_2 U_e = \frac{q_2^2}{2C_0} - C_0(2U_e)^2$$

Táto kvadratická rovnica má korene $-2C_0 U_e$ a $4C_0 U_e$. Prvý koreň zodpovedá začiatku deja. Pre konečný stav, keď bol prúd nulový, platí $q_2 = 4C_0 U_e$, kondenzátor má v okamihu prerušenia obvodu napätie $4U_e$. Prepne prepínač znovu do polohy (I), začiatočná situácia je zobrazená na obr. 25. Prúd v obvode narastá.



Obr. 25

V okamihu, keď dosiahne maximálnu hodnotu I_3 platí podľa (1), pretože zdroj vykonal prácu $5C_0 U_e^2$

$$5C_0 U_e^2 = \frac{1}{2} C_0 U_e^2 - \frac{1}{2} C_0 (4U_e)^2 + \frac{1}{2} L I_3^2$$

Z toho

$$I_3 = 5U_e \sqrt{\frac{C_0}{L}} = 5I_1$$

Kondenzátor pred n -tým prepnutím prepínača má napätie $2nU_e$. Pre okamih, v ktorom po n -tom prepnutí prepínača prechádza obvodom najväčší prúd, platí

$$(2n + 1)C_0U_e^2 = \frac{1}{2}C_0U_e^2 - \frac{1}{2}C_0(2nU_e)^2 + \frac{1}{2}LI_n^2$$

Úpravou máme

$$I_n = (2n - 1)U_e\sqrt{\frac{C_0}{L}} = (2n - 1)I_1$$

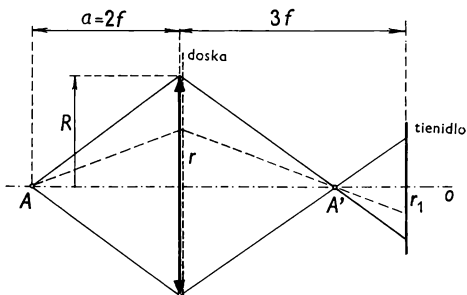
Pre zadané hodnoty: $I_1 \doteq 1,9 \text{ mA}$, $I_2 \doteq 5,7 \text{ mA}$.

4. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Bodový zdroj svetla, ktorý má vo všetkých smeroch rovnakú svietivosť, umiestnime do predmetovej vzdialenosti $a = 2f$ na optickú os tenkej spojnej šošovky. Ohnisková vzdialenosť šošovky je f , polomer obvodu šošovky je R .

- Zdôvodnite, prečo obraz tohto bodového zdroja je bodový zdroj svetla s konštantnou svietivosťou v smeroch vymedzených určitým priestorovým uhlom.
- Do obrazového priestoru šošovky vo vzdialenosti $3f$ od šošovky umiestnime kolmo na optickú os tienidlo. Bude tienidlo rovnomerne osvetlené? Odpoveď zdôvodnite a nájdite funkciu $E(r_1)$ vyjadrujúcu závislosť osvetlenia E bodu tienidla od vzdialenosti r_1 tohto bodu od optickej osi. Určte podiel k maximálneho a minimálneho osvetlenia na osvetlenej ploche tienidla za uvedených podmienok.
- Na dosiahnutie rovnomerného osvetlenia celej osvetlenej plochy tienidla umiestnime do obrazového priestoru šošovky, blízko k šošovke, kolmo na jej optickú os, veľmi tenkú kruhovú dosku s polomerom väčším ako je polomer šošovky. Kruhovú dosku prepúšťa svetlo nerovnomerne. Určte koeficient priepustnosti p dosky ako funkciu vzdialenosti r jej ľubovoľného bodu od optickej osi tak, aby sme dosiahli rovnomerné a v daných podmienkach maximálne osvetlenie celej osvetlenej plochy tienidla.

Predpokladajte, že šošovka nemá otvorovú chybu, t.j. pre prechod lúčov celou jej plochou platí šošovková rovnica. Odraz svetla na šošovke a doske a pohlcovanie svetla šošovkou neuvažujte.



Obr. 26

Riešenie:

- a) Pretože šošovka nemá otvorovú chybu, vytvorí (obr. 26) skutočný bodový obraz A' svietiaceho bodového zdroja A vo vzdialenosti $a = 2f$ od šošovky v jej obrazovom priestore (podľa šošovkovej rovnice). Vzhľadom na zrkadlovú symetriu usporiadania má bodový zdroj A' rovnakú svietivosť vo všetkých smeroch vymedzených priestorovým uhlom s vrcholom A' a krajnými lúčami zobrazujúcimi bodový svetelný zdroj A .
- b) Tienidlo nebude rovnomerne osvetlené, lebo optické dráhy lúčov vychádzajúcich z bodového zdroja A' sú rôzne. Nech svietivosť bodového zdroja svetla A' je I . Osvetlenie bodov na tienidle, vo vzdialenosti r_1 od optickej osi (podľa Lambertovho zákona), je

$$E(r_1) = \frac{If}{(r_1^2 + f^2)\sqrt{r_1^2 + f^2}} = \frac{If}{(r_1^2 + f^2)^{3/2}} \quad (1)$$

Zo vzťahu (1) vyplýva, že najväčšie osvetlenie tienidla bude na optickej osi ($r_1 = 0$ m)

$$E_{\max} = \frac{I}{f^2}$$

a najmenšie na okraji svetelnej škvry ($r_1 = \frac{R}{2}$)

$$E_{\min} = \left(\frac{If}{f^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2} \right)^{3/2}$$

Podiel k je

$$k = \left(1 + \left(\frac{R}{2f} \right)^2 \right)^{3/2}$$

- c) Na dosiahnutie rovnomerného osvetlenia tienidla je potrebné, aby funkcia (1) bola konštantná, teda

$$\frac{If}{(r_1^2 + f^2)^{3/2}} = \text{konšt.} = K \quad (2)$$

Osvetlenie škvry má byť nielen rovnomerné, ale v daných podmienkach aj maximálne. Môžeme však dosiahnuť len také rovnomerné maximálne osvetlenie, aké majú okraje škvry. Zo vzťahu (2) potom vyplýva, že svietivosť I v tomto prípade je vyjadrená funkciou

$$I(r_1) = \frac{(r_1^2 + f^2)^{3/2}}{f} K$$

Táto funkcia však môže nadobudnúť len takú najväčšiu hodnotu, akú má na okrajoch škvry ($r_1 = \frac{R}{2}$), teda

$$I\left(\frac{R}{2}\right) = K \frac{(R^2 + 4f^2)^{3/2}}{8f}$$

Z posledného vzťahu vyjadríme K a dosadíme do vzťahu (2).

Úpravou máme

$$I(r_1) = I\left(\frac{R}{2}\right) \cdot 8 \left(\frac{r_1^2 + f^2}{R^2 + 4f^2}\right)^{3/2} = I\left(\frac{R}{2}\right) p$$

Uvedenú funkciu svietivosti bodového zdroja A' v rôznych smeroch možno dosiahnuť vtedy, ak doska umiestnená tesne vedľa šošovky bude mať priepustnosť

$$p = 8 \left(\frac{r_1^2 + f^2}{R^2 + 4f^2}\right)^{3/2} \quad (3)$$

Bod na svetelnej škvrne, ktorého vzdialenosť od optickej osi je r_1 , zodpovedá bodu na doske, ktorého vzdialenosť od optickej osi je $r = 2r_1$. Vzťah (3) pre $r_1 = \frac{r}{2}$ možno vyjadriť

$$p = \left(\frac{r^2 + 4f^2}{R^2 + 4f^2}\right)^{3/2}$$

Koeficient priepustnosti v strede dosky (pre $r = 0$ m)

$$p_1 = \frac{8f^3}{(R^2 + 4f^2)^{3/2}}$$

a na okraji dosky (pre $r = R$) má hodnotu

$$p_2 = 1$$

5. úloha (navrhli RNDr. J. Blažek, RNDr. V. Stach, CSc., RNDr. J. Tesař)

Měření dynamické viskozity vody

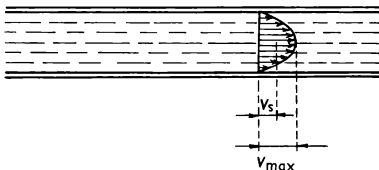
Ú v o d:

O ideální kapalině předpokládáme, že její částice se mohou po sobě posunovat bez tření. Avšak reálné kapaliny vždy jeví odpor proti posouvání jednotlivých vrstev po sobě, jsou viskózní.

Velikost tohoto vnitřního tření vystihuje veličina, kterou nazýváme dynamická viskozita, značíme η ; jednotkou této veličiny je $\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$.

Dynamická viskozita η vystupuje ve fyzikálních vztazích, týkajících se pohybu reálné tekutiny, a na základě těchto vztahů ji lze také experimentálně určit.

Při laminárním průtoku kapaliny trubicí kruhového průřezu je rychlost proudění u stěn trubice nulová a směrem k ose trubice její velikost postupně roste až do své maximální hodnoty $v_{\max}$ (obr. 27).



Obr. 27

Velikost střední výtokové rychlosti v_s je určena Poiseuillovým zákonem

$$v_s = \frac{1}{8\pi\eta} \cdot \frac{S \Delta p}{L} \quad , \quad (1)$$

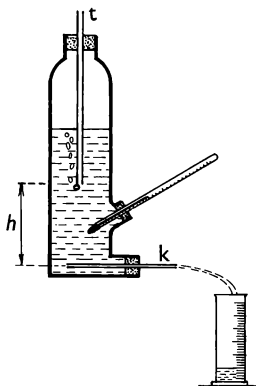
kde η je dynamická viskozita kapaliny, S obsah kolmého řezu trubice, L délka trubice, Δp je rozdíl tlaků mezi začátkem a koncem trubice.

Dynamická viskozita závisí obecně na termodynamické teplotě. Přibližně lze tuto závislost vystihnout vztahem

$$\eta(T) = A \cdot \exp\left(\frac{B}{T}\right) \quad (2)$$

A a B pokládáme za konstantní, T je teplota kapaliny.

Vaším úkolem bude stanovit dynamickou viskozitu vody na základě vztahu (1). Měření budete provádět pomocí Mariottovy láhve, jejíž uspořádání je na obr. 28.



Obr. 28

Pomůcky:

Destilovaná voda, Mariottova láhev s trubicí, kapilára, odměrný válec, délkové měřidlo, stopky, teploměr, nádoba na přípravu vodní lázně, kapesní kalkulačka.

Úkoly:

- Vyložte účel Mariottovy láhve. Podle výsledku své úvahy vyjádřete viskozitu ze vztahu (1) pomocí veličin přímo měřených nebo určených při popisovaném měření.
- Určete dynamickou viskozitu destilované vody pro původní teplotu vody. Měření opakujte desetkrát. Určete odchylku měření a diskutujte přesnost metody.
- Najděte závislost dynamické viskozity vody na teplotě měřením viskozity aspoň pro pět různých teplot z intervalu od 5 °C do 60 °C. Závislost $\eta = \eta(T)$ graficky znázorněte.

- d) Graficky ověřte přibližnou platnost vztahu (2) a z grafu určete hodnoty konstanty A, B .

P o k y n y:

Hustota vody $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, povrchové napětí vody $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$, úhel smáčivosti vody se sklem $\vartheta = 0^\circ$.

Tyto veličiny pokládejte za přesné a nezávislé na teplotě. Poloměr r kapiláry určíme pomocí jevu kapilární elevace. Konec kapiláry ponoříme dostatečně hluboko do vody a pomalu jej vysuneme. V kapiláře zůstane vodní sloupec, jehož výška z souvisí s poloměrem kapiláry vztahem

$$r = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{\rho g z}$$

Řešení:

- a) Mariottova láhev zajišťuje stálou hodnotu rozdílu tlaků mezi konci kapiláry $\Delta p = h \rho g$, kde h je výšková odlehlost spodního konce trubice t od kapiláry k , ρ je hustota kapaliny, tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Odteče-li totiž z láhve tolik vody, že trubicí t začne probublávat vzduch, potom u dolního okraje trubice bude atmosférický tlak p_a stejný jako u výtokového konce kapiláry k . Na vnitřním konci kapiláry působí tlak $p_a + h \rho g$, takže rozdíl tlaků

$$\Delta p = p_a + h \rho g - p_a = h \rho g$$

Označme V objem kapaliny vyteklé do odměrného válce, τ dobu výtoky kapaliny, r poloměr kapiláry. Pro střední výtokovou rychlost v_s dostáváme

$$v_s = \frac{V}{\pi r^2 \tau}$$

Po dosazení za v_s a Δp do vztahu (1) dostaneme

$$\eta = \frac{\pi \rho g}{8} \cdot \frac{hr^4 \tau}{LV}$$

V tomto vztahu jsou všechny veličiny buď známé, nebo měřitelné.

- b) Z deseti měření výšky z vodního sloupce použité kapiláry vyšlo

$$z = (24,7 \pm 0,3) \text{ mm} ,$$

tj. relativní odchylka

$$\frac{\Delta z}{z} \doteq 1,2 \%$$

a odtud

$$r = (0,603 \pm 0,007) \text{ mm} ,$$

opět s relativní odchylkou asi 1,2 %.

Měření doby výtoku bylo provedeno desetkrát pro teplotu $t = 20^\circ\text{C}$ a objem $V = 25 \text{ ml}$. Výškovou odlehlost h jsme volili tak, aby výtok kapaliny byl rovnoměrný.

Naměřené hodnoty:

$$t = 20^\circ\text{C}$$

$$V = 25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3, \frac{\Delta V}{V} = 1 \%$$

$$r = (0,603 \pm 0,007) \cdot 10^{-3} \text{ m}, \frac{\Delta r}{r} = 1,2 \%$$

$$h = (200 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}, \frac{\Delta h}{h} = 0,5 \%$$

$$L = (150 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ m}, \frac{\Delta L}{L} = 0,7 \%$$

$$\tau = (39,2 \pm 0,1) \text{ s}, \frac{\Delta \tau}{\tau} = 0,2 \%$$

Odchylky ΔV , Δh , ΔL byly odhadnuty na základě cejchování použitých měřidel, odchylky Δr , $\Delta \tau$ jsme určili jako střední kvadratické odchylky aritmetického průměru. Pro viskozitu vychází hodnota

$$\eta = 1,065 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$$

Pro střední odchylku měření dostáváme

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta V}{V} + 4\frac{\Delta r}{r} = 7,2 \%$$

a tedy

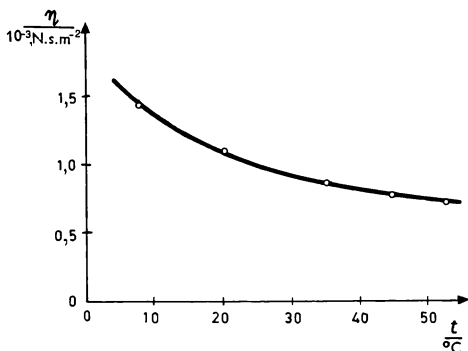
$$\eta = (1,065 \pm 0,077) \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$$

Podstatný vliv na přesnost má odchylka Δr měření poloměru kapiláry (přispívá téměř 5 %). Je to způsobeno tím, že veličina r , sama o sobě obtížně měřitelná, vystupuje ve vztahu pro viskozitu ve čtvrté mocnině.

Tabulka 9

Číslo měření	t °C	τ s	h mm	η $10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$
1	8	38,8	275	1,449
2	20	39,2	200	1,065
3	35	33,4	200	0,907
4	45	30,3	200	0,823
5	54	27,6	200	0,749

- c) Výsledky měření závislosti viskozity na teplotě jsou uvedeny v tabulce 9. Pro každou náplň Mariottovy láhve bylo měření doby výtoku a měření teploty provedeno několikrát a do tabulky byly vzaty jejich střední hodnoty. Veličiny r, L, V bereme stejné jako v části b), veličinu h měníme takovým způsobem, aby výtok kapilárou byl rovnoměrný a laminární. Závislost viskozity na teplotě je graficky znázorněna na obr. 29.



Obr. 29

d) Při ověřování vztahu (2) upravíme nejprve tuto rovnici na tvar

$$\ln\{10\,000\eta\} = \frac{B}{10\,000} \cdot \frac{10\,000}{T} + \ln\{10\,000A\}$$

Nyní stačí zakreslit do grafu hodnoty veličiny

$$y = \ln\{10\,000\eta\}$$

v závislosti na veličině

$$x = \frac{10\,000}{T}$$

Použijeme k tomu hodnoty z tabulky 9 a sestavíme tabulku 10. Grafické znázornění funkce $y = y(x)$ je na obr. 30. Z grafu je patrné, že závislost $y = y(x)$ lze přibližně pokládat za lineární, $y = kx + q$. Z grafu po proložení přímkou zakreslenými body přečteme:

$$q = \ln\{10\,000A\} = -1,9$$

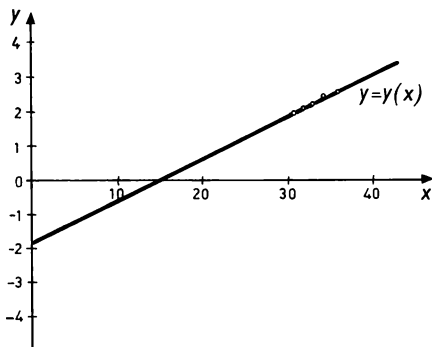
$$k = \frac{B}{10\,000} = 0,13$$

$$A \doteq 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2},$$

$$B \doteq 1,3 \cdot 10^3 \text{ K}.$$

Tabulka 10

Číslo měření	x	y
1	35,57	2,673
2	34,11	2,366
3	32,45	2,205
4	31,43	2,108
5	30,57	2,014



Obr. 30

2. Úlohy kategorie B

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Vlak byl vypraven přesně ve 12 h 00 min 00 s. U předního konce lokomotivy stál pozorovatel, jehož digitální hodinky mají trvalou odchylku od přesného času. Když jeho hodinky ukazovaly právě 12 h 00 min 00 s, začal kolem něj už projíždět předposlední vagón, který projel za 10 s. Poslední vagón minul pozorovatele za dobu 8,0 s. Vlak se pohyboval rovnoměrně zrychleně.

Stanovte, o kolik sekund ukazují pozorovatelovy hodinky méně, než je přesný čas.

Vagóny vlaku jsou stejně dlouhé, vzdálenost zadního konce vagónu od předního konce následujícího vagónu je zanedbatelná.

Řešení:

Označíme L délku vagónu, a stálé zrychlení vlaku, v rychlost vlaku v okamžiku, kdy pozorovatele začne míjet předposlední vagón. Dané veličiny označíme $t_1 = 10$ s, $t_2 = 8$ s. Máme stanovit dobu t , za kterou vlak dosáhl rychlosti v , neboť o tuto dobu ukazují pozorovatelovy hodinky méně, $t = \frac{v}{a}$.

Pro předposlední vagón platí

$$L = vt_1 + \frac{1}{2}at_1^2,$$

pro poslední vagón

$$L = (v + at_1)t_2 + \frac{1}{2}at_2^2$$

Z těchto vztahů vyjádříme

$$v = a \frac{t_2^2 + 2t_1t_2 - t_1^2}{2(t_1 - t_2)},$$

takže

$$t = \frac{t_2^2 + 2t_1t_2 - t_1^2}{2(t_1 - t_2)} = 31 \text{ s}$$

2. úloha (navrhli RNDr. K. Sandler, CSc.

a RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Kyvadlo je tvořeno malou mosaznou kuličkou o hmotnosti m , zavěšenou na vlákně zanedbatelné hmotnosti vzhledem ke hmotnosti m , a stálé délky l . Kyvadlo považujeme za matematické kyvadlo.

- Doba kyvu tohoto kyvadla ve vakuu je t_0 . Určete jeho délku l .
- Jaká je doba kyvu t tohoto kyvadla ve vzduchu za normálních atmosférických podmínek, tj. při tlaku $p_h = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_0 = 173 \text{ K}$?
- Jak se změní počet kyvů za 1 den, jestliže se při téže teplotě T_0 tlak vzduchu změní o 3 %?
- Jak se změní počet kyvů za 1 den, jestliže se při témž tlaku teplota vzduchu změní o 3 K?

Řešte obecně, potom pro hodnoty $t_0 = 1,00 \text{ s}$, $m = 10 \text{ g}$, hustota mosazi $\rho_k = 8,60 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Odpor vzduchu při pohybu kyvadla neuvažujte.

Řešení:

- Délku l kyvadla vyjádříme ze vztahu platného pro dobu kyvu matematického kyvadla ve vakuu:

$$t_0 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ tedy } l = \frac{g t_0^2}{\pi^2} \doteq 0,994 \text{ m}$$

(sekundové kyvadlo).

- Vztah pro dobu kyvu ve vakuu vyjádříme ve tvaru

$$t_0 = \pi \sqrt{\frac{ml}{mg}},$$

z něhož je zřejmé, že ve jmenovateli je síla, která působí na kuličku. Ve vzduchu je však tato síla menší, neboť v opačném směru působí aerostatická vztlaková síla. Označíme $\rho_{vo} = 1,28 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ hustotu vzduchu za normálních podmínek, ρ_k hustotu kuličky, V objem kuličky. Směrem svisle dolů působí na kuličku síla o velikosti

$$F = mg - V \rho_{vo} g = m \left(1 - \frac{\rho_{vo}}{\rho_k} \right) g$$

Doba kyvu se proto změní na

$$t'_0 = \pi \sqrt{\frac{l}{\left(1 - \frac{\rho_{vo}}{\rho_k}\right) g}} = t_0 \left(1 - \frac{\rho_{vo}}{\rho_k}\right)^{-1/2}$$

Protože $\frac{\rho_{vo}}{\rho_k} \ll 1$, můžeme použít aproximaci pomocí vztahu

$$(1 + h)^n \approx 1 + nh \quad ,$$

který platí pro $|h| \ll 1$ a libovolný exponent n . S touto aproximací máme

$$t'_0 = t_0 \left(1 + \frac{\rho_{vo}}{2\rho_k}\right) = t_0(1 + x)$$

zavedeme-li označení

$$x = \frac{\rho_{vo}}{2\rho_k}$$

Pro zadané hodnoty $t'_0 \doteq 1,000\,07$ s.

- c) Označíme M_m molární hmotnost vzduchu, p_h normální atmosférický tlak, T_0 normální teplotu, V_{om} molární objem vzduchu za normálních podmínek. Jeho hustota potom, podle stavové rovnice,

$$\rho_{vo} = \frac{M_m}{V_{om}} = \frac{M_m p_h}{R_m T_0}$$

Při zvýšení tlaku o p % má vzduch hustotu

$$\rho_{v1} = \rho_{vo} \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Doba kyvu se změní na

$$t_{01} = t_0 \left[1 + x \left(1 + \frac{p}{100}\right)\right]$$

Počet kyvů za 1 den, tj. za dobu $\tau = 86\,400$ s, je za normálních podmínek

$$n = \frac{\tau}{t'_0} = \frac{\tau}{t_0(1+x)} \approx \frac{\tau}{t_0}(1-x)$$

a při zvětšeném tlaku

$$n' = \frac{\tau}{t_0} \left[1 - x \left(1 + \frac{p}{100} \right) \right]$$

Zmenšení počtu kyvů za 1 den

$$\Delta n_1 = n - n' = \frac{\tau}{t_0} x \frac{p}{100} \doteq 0,19$$

Při zmenšení tlaku o 3 % dostaneme výsledek opačný, tj. počet kyvů za 1 den se zvětší o 0,19.

d) Při zvýšení teploty o ΔT , $\Delta T \ll T_0$ má vzduch hustotu

$$\varrho_{v2} \approx \varrho_{v0} \left(1 - \frac{\Delta T}{T_0} \right) ,$$

doba kyvu

$$t_{02} = t_0 \left[1 + x \left(1 - \frac{\Delta T}{T_0} \right) \right]$$

Počet kyvů za 1 den se zvětší na

$$n'' = \frac{\tau}{t_0} \left[1 - x \left(1 - \frac{\Delta T}{T_0} \right) \right] ,$$

$$\Delta n_2 = n'' - n = \frac{\tau}{t_0} x \frac{\Delta T}{T_0} \doteq 0,07$$

Při snížení teploty dostaneme výsledek opačný, tj. počet kyvů za 1 den se zmenší o 0,07.

3. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Geostacionární družice se pohybuje po kruhové trajektorii v rovině rovníku.

- Jaká je doba T oběhu družice? Zdůvodněte, proč tato doba není 24 h.
- Určete výšku h družice nad povrchem Země, její úhlovou rychlost ω a její rychlost v .

- c) Určete maximální vzájemnou vzdálenost $d_{\max}$ dvou míst na povrchu Země, z nichž lze družici použít ke spojovacím účelům.
- d) Družice se stejnou dobou oběhu jako v části a) se pohybuje po kruhové trajektorii v rovině, v níž leží oba póly Země. Popište její pohyb. Ve vhodném měřítku (při pohledu na povrch Země z místa nad severním pólem) načrtněte, nad kterými místy na povrchu Země družice prolétla. Na počátku pozorování byla družice právě nad severním pólem a její okamžitá rychlost byla v rovině nultého poledníku.

Řešení:

- a) Doba 24 h se vztahuje k tzv. střednímu slunečnímu času. Doba otočení Země kolem osy je ve vztažné soustavě spojené s hvězdami kratší. Země oběhne kolem Slunce, tj. průvodič jejího středu opíše úhel 360° , za dobu 365,24 d. Za jeden den opíše úhel

$$\delta = \frac{360^\circ}{365,24} \doteq 0,985\,68^\circ$$

Tomuto úhlu odpovídá doba ($1 \text{ d} = 86\,400 \text{ s}$)

$$t = 86\,400 \frac{\delta}{360} \text{ sekund} \doteq 236 \text{ s} ,$$

protože úhlu 360° odpovídá doba 86 400 s.
Doba otáčení Země je tedy

$$T = 86\,400 \text{ s} - 236 \text{ s} = 86\,164 \text{ s}$$

Doba oběhu geostacionární družice je stejná.

- b) Označíme r poloměr dráhy družice, $M_Z = 5,983 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ hmotnost Země, $R_Z = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ střední poloměr Země, $\kappa = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ gravitační konstantu. Protože gravitační síla je silou dostředivou, platí pro družici o hmotnosti m vztah

$$\kappa \frac{mM_Z}{r^2} = mr\omega^2 = mr \frac{4\pi^2}{T^2} ,$$

kde ω je úhlová rychlost družice. Odtud poloměr dráhy družice

$$r = \sqrt[3]{\frac{\kappa M_Z T^2}{4\pi^2}} \doteq 4,218 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Výška družice nad povrchem Země

$$h = r - R_Z \doteq 3,581 \cdot 10^7 \text{ m}$$

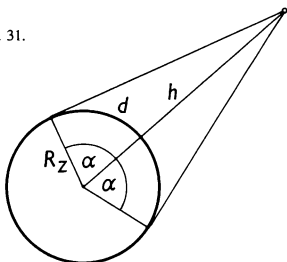
Úhlová rychlost družice

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \doteq 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

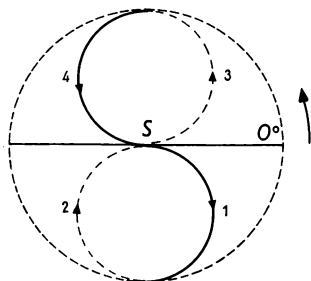
Rychlost družice

$$v = \omega r \doteq 3,076 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Obr. 31.



- c) Z obr. 31 je zřejmé, že $d_{\max} = 2R_Z\alpha$, přičemž $\cos \alpha = \frac{R_Z}{R_Z + h}$, $\alpha^0 \doteq 81,3^0$, tedy $\alpha \doteq 1,42 \text{ rad}$, $d_{\max} \doteq 1,81 \cdot 10^4 \text{ km}$.
- d) Družice se pohybuje ve vzdálenosti $r \doteq 4,22 \cdot 10^7 \text{ m}$ od středu Země, ale po trajektorii vinoucí se kolem osy Země. Spojnice družice se středem Země protíná zemský povrch v místě, které se pohybuje rychlostí stejnou jako na rovníku, tj. asi $465 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Náčrt je na obr. 32, nultý poledník se do roviny



Obr. 32

rovníku zobrazuje jako úsečka označená 0° . Při otáčení Země ve smyslu vyznačeném na obrázku se průsečík pohybuje nejprve z bodu S (severní pól) po úseku 1 na severní polokouli. Nad rovníkem proletuje družice v čase, v němž Země vykonala čtvrtinu své otáčky.

Průsečík se pak pohybuje po úseku 2 na jižní polokouli (vyznačeno čárkovaně), dostane se do jižního pólu, jehož obraz je v obr. 32 totožný s bodem S , potom po úseku 3 rovněž na jižní polokouli. Nad rovníkem proletuje družice v čase, v němž Země vykonala $3/4$ otáčky.

Průsečík přechází po úseku 4 do severního pólu, načež se vše cyklicky opakuje.

4. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

V pohádce o Zlatovlásce dostal princ za úkol přelévat vodu z rybníka sítím. Šlo zřejmě o rovinné síto, jehož stěny byly kolmé k rovině síta. Předpokládáme, že síto bylo zhotoveno z látky, kterou voda nesmáčí.

- Určete objem vody, která zůstala v sítu o obsahu podstavy $0,10 \text{ m}^2$ s kruhovými otvory o průměru $1,0 \text{ mm}$. Dno síta je vodorovné.
- Může princ za těchto podmínek naplnit vodou bazén rozměrů $2,0 \times 6,0 \text{ m}$ do výšky 60 cm za 12 hodin? Vodu nabírá z rybníka jednou za 20 s .

- c) Princ změnil sklon stěn síta vzhledem k vodorovné podstavě, aby úkol splnil. Zdůvodněte.
 d) Co by se stalo, kdyby princ nadržel síto vodorovně? Co by se stalo, kdyby voda síto smáčela?

Řešení:

Označíme $d = 1,0$ mm průměr otvoru, $\alpha = 7,3 \cdot 10^{-2}$ N $\cdot$ m⁻¹ kapilární konstantu (povrchové napětí) vody, $\rho = 1,00 \cdot 10^3$ kg $\cdot$ m⁻³ hustoty vody. Kapilární tlak

$$p_i = \frac{2\alpha}{r} = \frac{4\alpha}{d}$$

- a) Voda nebude sítem právě ještě protékat, když

$$p_i = \frac{4\alpha}{d} = \rho gh; \quad h = \frac{4\alpha}{\rho g d}$$

Objem vody v sítu

$$V = Sh = \frac{4\alpha S}{\rho g d} \doteq 2,98 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

- b) Princ má přelít vodu o objemu $V_1 = S_1 h_1$, kde $S_1 = 2 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$, $h_1 = 0,6 \text{ m}$, $V_1 = 7,2 \text{ m}^3$.
 Za 1 minutu přeleje vodu o objemu $3V$, za 12 hodin vodu o objemu

$$V_2 = 12 \cdot 60 \cdot 3V \doteq 6,44 \text{ m}^3 < V_1, \quad ,$$

takže úkol nesplní.

- c) Princ změnil sklon stěn síta tak, aby stěny svíraly s rovinou síta tupý úhel. Voda, která se v takto upraveném sítu právě ještě udrží, má objem

$$V' = \frac{h}{3} (S + \sqrt{SS'} + S') \quad ,$$

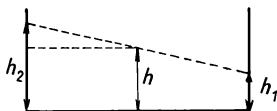
kde $S' > S$ je obsah větší podstavy komolého tělesa (jehlanu nebo kužele). Potom, jestliže výška komolého tělesa $\geq h$,

$$\frac{V'}{V} = \frac{1}{3} \left(1 + \sqrt{\frac{S'}{S}} + \frac{S'}{S} \right) > \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

Teoreticky postačí sklon stěn 30° .

- d) Kdyby princ nedržel síto vodorovně, byly by výšky volného povrchu vody nad sítím různé (obr. 33); uvážíme, že $h_1 < h < h_2$. Hydrostatický tlak vody by byl v různých místech různý. Na hlubší straně by voda protékala sítím, takže objem nabrané vody by byl menší než V . Kdyby voda síto dokonale smáčela, nedržel by se v něm.

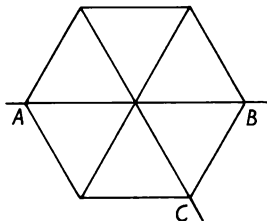
Obr. 33



5. úloha (navrhl RNDr. J. Adam, CSc.)

Rezistory téhož odporu R tvoří soustavu znázorněnou na obr. 34. Určete odpor soustavy

- mezi body A, B ,
- mezi body A, C ,
- mezi body B, C .



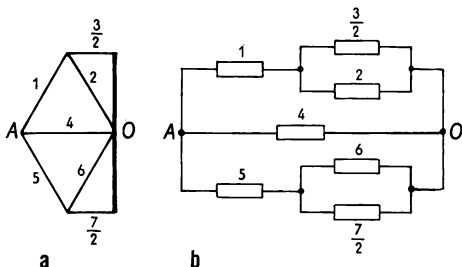
Obr. 34

Nakreslete zjednodušené schéma pro každý případ.

Pokyn: Pro každý případ najděte osu souměrnosti obvodu, na které leží body se stejným potenciálem.

Řešení:

V následujících obrázcích jsou rezistory o odporu R značeny číslicemi, rezistory o odporu $\frac{R}{2}$ jsou značeny číslicemi lomenými dvěma.



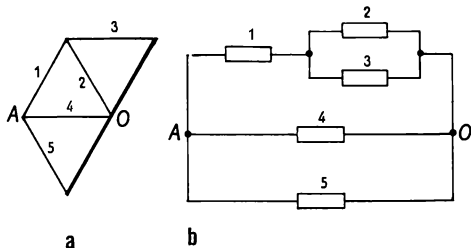
Obr. 35

- a) Osa souměrnosti obvodu je osou úsečky AB . V obr. 35a je zakreslena polovina obvodu mezi bodem A a spojnicí bodů stejného potenciálu O . V obr. 35b je překreslené schéma poloviny obvodu. Horní větev (stejně tak i dolní) má odpor

$$R + \left(\frac{1}{R} + \frac{2}{R} \right)^{-1} = \frac{4R}{3}$$

Odpor obvodu

$$R_{AB} = 2 \left(\frac{1}{R} + \frac{3}{4R} + \frac{3}{4R} \right)^{-1} = \frac{4}{5}R$$



Obr. 36

b) – obr. 36a, b. Osou souměrnosti je osa úsečky AC . Horní větev má odpor

$$R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)^{-1} = \frac{3R}{2}$$

Odpor obvodu

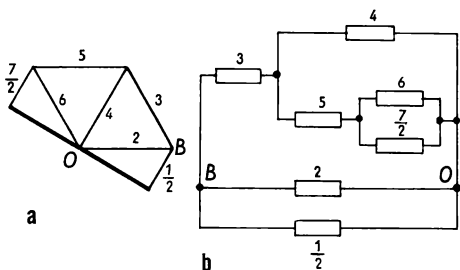
$$R_{AC} = 2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} \right)^{-1} = \frac{3}{4}R$$

c) – obr. 37a, b. Osou souměrnosti je osa úsečky BC . Horní větev má odpor

$$R + \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R + \left(\frac{1}{R} + \frac{2}{R} \right)^{-1}} \right]^{-1} = \frac{11}{7}R$$

Odpor obvodu

$$R_{BC} = 2 \left(\frac{7}{11R} + \frac{1}{R} + \frac{2}{R} \right)^{-1} = \frac{11}{20}R$$



Obr. 37

6. úloha (navrhli RNDr. R. Baník, CSc. a RNDr. J. Podobský)

Stanovení závislosti frekvence základního tónu struny na napínající síle

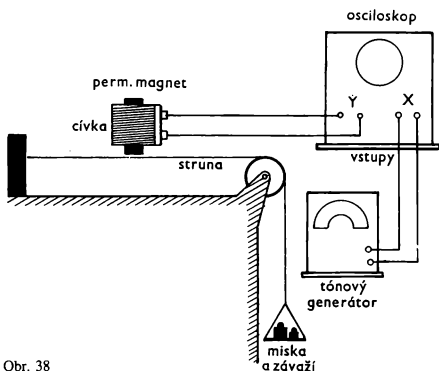
Ú v o d:

Frekvence základního tónu struny závisí na délce d struny, na hmotnosti 1 m délky struny $\mu = \frac{m}{d}$ a na napínající síle F :

$$f = \frac{1}{2d} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{md}}$$

P o m ů c k y:

Ocelová kytarová struna, kladka, upevňovací svorka, trojboký hranol (pražec), cívka 12 000 závitů, tyčový magnet nebo jádro z rozkladného transformátoru, spojovací vodiče, osciloskop, tónový frekvenční generátor, váhy se sadou závaží, ocelové délkové měřidlo, mikrometrické měřidlo, miska na závaží.



Obr. 38

Úkoly:

1. Sestavte měřicí aparaturu podle obr. 38.
2. Změřte veličiny m , d , F . Navrhněte způsob, jak určit hmotnost kmitající části struny. Určete frekvenci základního tónu struny výpočtem.
3. Seznamte se s činností osciloskopu.
4. Na jeden vstup osciloskopu připojte výstup ze snímače, na druhý vstup připojte výstup z frekvenčního generátoru. Změnou frekvence na generátoru se snažte docílit některé jednoduché Lissajousovy křivky a stanovte poměr frekvence struny f_s a frekvence kmitů z generátoru f_g .
5. Porovnejte oba získané výsledky.

Řešení:

Navrhli jsme metodu na zjištění hmotnosti m kmitající části struny, při níž nepotřebujeme mikrometrické měřidlo. Změříme délku d_0 celé struny, délku d její kmitající části (dá se nastavit polohou pražce) a hmotnost m_0 celé struny. Potom $m : m_0 = d : d_0$, tedy $m = m_0 \frac{d}{d_0}$.

Bylo změřeno: $m_0 = 3,2 \text{ g}$, $d_0 = 174 \text{ cm}$, $d = 120 \text{ cm}$, takže $m = 2,2 \text{ g}$.

Je ovšem možné zjistit hmotnost m z délky kmitající části struny, poloměru jejího (kruhového) kolmého řezu a tabulkové hodnoty hustoty ocele. My jsme však metodu, kterou jsme navrhli, považovali za jednodušší a přesnější, protože její přesnost není zatížena odchylkou při měření průměru struny a není závislá na hodnotě hustoty použité ocele, která nemusí souhlasit s její hodnotou tabulkovou.

Miska na závaží, jak jsme zjistili, měla hmotnost $m_m = 40 \text{ g}$. Označíme nyní m_z celkovou hmotnost závaží, která byla na misku položena. Napínací síla má velikost

$$F = (m_m + m_z)g$$

K napínací síle ovšem přispívá i tíhová síla působící na nekmitající část struny. Tu jsme však neuvažovali, protože nekmitající část struny má hmotnost řádově menší než m_m a m_z . Kmitající část struny jsme rozkmitávali drnkáním, protože např. při rozkmitávání smyčcem by se objevily významné alikvotní tóny.

Při vlastním pokusu jsme nastavovali frekvenci generátoru tak, aby na stínítku obrazovky se objevila nejjednodušší Lissajousova křivka, tj. jednoduchá uzavřená kuželosečka – elipsa. V tomto případě je frekvence f_s kmitající struny rovna frekvenci f_g generátoru. Frekvenci f_g můžeme spojitě měnit a její hodnotu číst na stupnici.

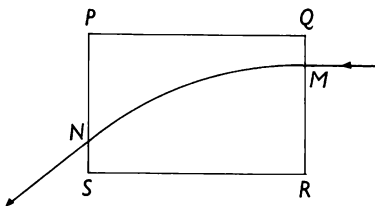
V následující tabulce 11 jsou uvedeny výsledky jednak vypočítané podle teoretického vztahu, jednak výsledky získané měřením. Porovnáním zjišťujeme, že vypočítané hodnoty dobře souhlasí s naměřenými.

Tabulka 11

Číslo měření	$\frac{m_m + m_z}{\text{kg}}$	$\frac{F}{\text{N}}$	$\frac{f_s}{\text{Hz}}$	$\frac{f_g}{\text{Hz}}$
1	0,660	6,47	24,4	24,5
2	1,202	11,9	33,4	33
3	1,815	17,8	41,0	41
4	3,402	33,3	56,1	57
5	3,650	35,8	58,1	59

7. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Abychom určili velikost rychlosti v elektronů při jejich pohybu v Crookesově trubici, použili jsme vliv homogenního magnetického pole o známé indukci B na trajektorii elektronu. Magnetická indukce B je kolmá k rovině, v níž leží trajektorie elektronů. Elektronové vstupují do magnetického pole v bodě M , ve směru kolmém k úsečce QR , vystupují z magnetického pole v bodě N (obr. 39). Změřili jsme délky úseček PQ , QM , PN . Tíhovou sílu působící na elektron neuvažujeme. Před vstupem do magnetického pole se elektron pohybuje stálou rychlostí v .



Obr. 39

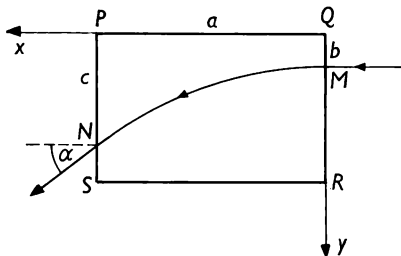
- Popište síly, které působí na elektron pohybující se v jednotlivých úsecích trajektorie, tj. před bodem M , mezi body M , N , za bodem N . Popište tvar trajektorie v jednotlivých úsecích.
- Určete rychlost elektronu před vstupem do magnetického pole.
- Určete úhel mezi vektorovou přímkou rychlosti elektronu v bodě M a vektorovou přímkou jeho rychlosti v bodě N .

Úlohu řešte obecně, potom pro hodnoty $B = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $PQ = 50 \text{ mm}$, $QM = 7,0 \text{ mm}$, $PN = 25 \text{ mm}$.

Řešení:

- Před vstupem do magnetického pole se elektron pohybuje rovnoměrně přímočaře rychlostí v , nepůsobí na něj žádná síla. V magnetickém poli působí na elektron Lorentzova síla F

o velikosti $F = Bev$. Směr této síly je kolmý k vektoru $\mathbf{B}$ i k rychlosti $\mathbf{v}$ elektronu v uvažovaném bodě trajektorie. Lorentzova síla mění směr rychlosti elektronu, tj. zakřivuje trajektorii, ale nemění velikost této rychlosti, protože nekoná práci. Po výstupu z magnetického pole v bodě N nepůsobí na elektron žádná síla, tj. elektron se pohybuje rovnoměrně přímočaře rychlostí, kterou má v bodě N .



Obr. 40

- b) Soustavu souřadnic zvolíme podle obr. 40. Počátek je v bodě Q , osa x je určena spojnicí QP , osa y spojnicí QR . Označíme délky: $QP = a$, $QM = b$, $PN = c$.

Při pohybu po kruhové trajektorii o poloměru r působí Lorentzova síla jako dostředivá. Z rovnosti

$$Bev = m_e \frac{v^2}{r}$$

vyjádříme

$$v = \frac{Ber}{m_e} \quad (1)$$

Musíme tedy stanovit poloměr r kruhového oblouku MN . Jeho střed leží na ose y , takže má souřadnice $(0; r + b)$. Trajektorie má rovnici

$$x^2 + (y - r - b)^2 = r^2$$

Na trajektorii leží bod $N(a; c)$, proto

$$a^2 + (c - r - b)^2 = r^2, \quad ,$$

odtud

$$r = \frac{a^2}{2(c - b)} + \frac{1}{2}(c - b) \doteq 7,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Dosazením do (1) dostaneme rychlost $v \doteq 2,8 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Protože $2,8 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} : 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 0,09$ není třeba přihlížet k relativistickým efektům.

c) Označíme S střed kruhového oblouku MN . Spojnice NS má směrnici

$$k = \frac{y_N - y_S}{x_N - x_S} = \frac{c - r - b}{a}$$

Tečna v bodě N je k této spojnici kolmá; proto svírá s osou x úhel α , pro který platí

$$\text{tg} \alpha = -\frac{1}{k} = \frac{a}{r + b - c} \doteq 0,82; \quad \alpha \doteq 39,3^\circ$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

V ručnej elektrickej vŕtačke je upnutý nechránený brúsny kotúč, s ktorým robotník obrusuje nerovnosti vzniklé pri zváraní na ocelevej konštrukcii. Takýto pracovný postup je veľmi nebezpečný, pri poškodení brúsneho kotúča môžu spôsobiť jeho úlomky vážny pracovný úraz. Poznáme frekvenciu otáčania f brúsneho kotúča na vŕtačke, polomer r brúsneho kotúča, výšku h pracovného miesta na kotúči nad podlahou dielni. Os kotúča je vodorovná, odpor vzduchu neuvažujeme.

- a) Zistíte, do akej najväčšej výšky sa môže dostať úlomok kotúča.
 b) Určte, do akej najväčšej vzdialenosti meranej na podlahe dielni sa úlomok dostane, keď odletí vo vodorovnom smere.
 c) Určte, do akej najväčšej vzdialenosti meranej na podlahe dielni sa úlomok dostane, keď odletí šikmo nahor pod uhlom 45° k vodorovnej rovine.

Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty $f = 2\,100\text{ min}^{-1}$, $r = 5,0\text{ cm}$, $h = 10\text{ m}$.

- d) Určte diaľku vrhu pre interval uhlov $\alpha \in (30^\circ; 40^\circ)$ nad vodorovnou rovinou. Odhadnite uhol, ktorý zvierajú začiatková rýchlosť úlomku s vodorovnou rovinou, keď je diaľka vrhu najväčšia.

Riešenie:

- a) Ide o vrh zvislo nahor z výšky h . Počiatočná rýchlosť úlomka má veľkosť

$$v = 2\pi r f \doteq 11\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Najväčšia výška

$$h_1 = h + \frac{v^2}{2g} \doteq 16,2\text{ m}$$

- b) Vrh vodorovný z výšky $h + r$ alebo $h - r$. Pretože $h \gg r$, môžeme použiť aproximáciu $h \pm r \doteq h$. Diaľka vrhu

$$d = v \sqrt{\frac{2h}{g}} \doteq 15,7\text{ m}$$

- c) Vrh šikmo nahor s počiatočnou rýchlosťou v s elevačným uhlom α . Pre trajektóriu platia parametrické rovnice

$$x = vt \cos \alpha \quad , \quad (1)$$

$$y = h + vt \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Pohyb trvá dobu t , pre ktorú $y = 0$. Z (2) stanovíme vyhovujúci koreň

$$t = \frac{v \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{v \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} \quad (3)$$

Druhý koreň nevyhovuje, pretože musí byť $t > 0$ s. Diaľku vrhu určíme z (1) pre t podľa (3) pre $\alpha = 45^\circ$. Výsledok je $d_0 \doteq 18,9$ m.

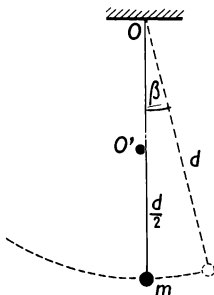
- d) Výsledky výpočtov sú zostavené v tabuľke 12 (informatívne). Diaľka vrhu je najväčšia pre niektorý elevačný uhol okolo 32° .

Tabuľka 12

$\frac{\alpha}{^\circ}$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$\frac{d}{\text{m}}$	19,94	19,95	19,95	19,95	19,93	19,89	19,79	19,79	19,72	19,64	19,54

2. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Na niti dĺžky $d = 1,5$ m zaväšené v bode O je kulička o hmotnosti $m = 20$ g. Ve vzdálenosti $h = \frac{d}{2}$ od bodu O svisle dolů je zádržka O' (obr. 41).



Obr. 41

- Napjatou nit s kuličkou odkloníme o malý úhel β od svislého směru a uvolníme. Jak se bude kulička pohybovat? Za jakou dobu Δt se vrátí zpět do místa, v němž jsme ji uvolnili?
- Do kterého bodu O' musíme přemístit zarážku ve svislém směru, aby se kulička vrátila zpět do místa, v němž byla uvolněna, za dobu $\Delta t = 2,0$ s?
- Zarážku vrátíme zpět do původní polohy. Napjatou nit odkloníme o úhel $\beta = 90^\circ$ od svislého směru a uvolníme. Jak se bude kulička pohybovat? Do jaké výšky nad rovnovážnou polohou vystoupí kulička nejvýše?
- Jak musíme přemístit zarážku O' ve svislém směru, aby se kulička pohybovala po trajektorii tvaru kružnice se středem v bodě O' ?

Řešení:

Kulička se pohybuje po dvou kruhových obloucích, z nichž jeden má poloměr d , druhý má poloměr daný vzdáleností zarážky od kuličky při jejím průchodu rovnovážnou polohou.

- Hledaná doba $T = T_1 + T_2$, kde T_1 je poloviční doba kmitu matematického kyvadla délky d , T_2 poloviční doba kmitu matematického kyvadla délky $\frac{d}{2}$:

$$T = \pi \left(\sqrt{\frac{d}{g}} + \sqrt{\frac{d}{2g}} \right) = \pi \sqrt{\frac{d}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \doteq 2,10 \text{ s}$$

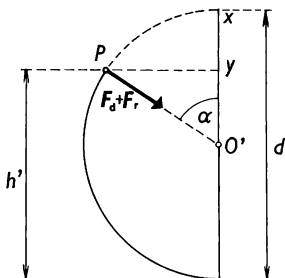
- Vzdálenost zarážky od kuličky při průchodu rovnovážnou polohou označíme x . Potom

$$\Delta t = \pi \left(\sqrt{\frac{d}{g}} + \sqrt{\frac{x}{g}} \right) ,$$

odtud

$$x = g \left(\frac{\Delta t}{\pi} - \sqrt{\frac{d}{g}} \right)^2 \doteq 0,59 \text{ m}$$

Zarážku tedy musíme posunout o $75 \text{ cm} - 59 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$ směrem dolů.



Obr. 42

- c) Označíme v rychlost kuličky v obecném bodě P kruhové trajektorie o poloměru $\frac{d}{2}$ (obr. 42). Pro rychlost kuličky v místě ve výšce h' nad její nejnižší polohou pak podle ZZE (zákon zachování energie) platí

$$mgd = \frac{1}{2}mv^2 + mgh' \quad (1)$$

Přitom na kuličku působí složka tíhové síly F_r do spojnice $O'P$ a dostředivá tahová síla vlákna F_d , takže pro $h' > \frac{d}{2}$ je

$$\frac{2mv^2}{d} = F_r + F_d$$

V těchto místech roste F_r s rostoucí h' zatímco podle (1) velikost rychlosti kuličky v se bude zmenšovat, pak se však musí zmenšovat F_d . Kulička se bude po uvedené kružnici pohybovat jen pokud $F_d \geq 0$. V místě $h' = h$, kde $F_d = 0$, se bude kulička pohybovat rychlostí

$$\frac{2mv^2}{d} = mg \cos \alpha_0 \quad , \quad (2)$$

kde $\cos \alpha_0 = \frac{h - \frac{d}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{2h - d}{d}$. V (1) položíme $h' = h$ a po dosazení za $\cos \alpha_0$ v (2) vyloučíme z obou rovnic veličinu v . Úpravou dostaneme $h = \frac{5}{6}d = 1,25 \text{ m}$.

Od tohoto místa se pohybuje kulička jako při šikmém vrhu s počáteční rychlostí v_0 , pro kterou z (1) při $h' = h = \frac{5}{6}d$ dostaneme $v_0^2 = \frac{1}{3}gd$, a s elevačním úhlem α_0 . Kulička tak vystoupí ještě o

$$\Delta h = \frac{(v_0 \sin \alpha_0)^2}{2g} = \frac{d \sin^2 \alpha_0}{6} = \frac{5}{54}d$$

Maximální výška, do které kulička vystoupí, tak je

$$h_{\max} = h + \Delta h = \frac{5}{6}d + \frac{5}{54}d = \frac{25}{27}d \doteq 1,4 \text{ m}$$

- d) Označíme y vzdálenost zarážky od nejnižšího bodu trajektorie a uvažíme případ, že kulička právě ještě dosáhne výšky $2y$. Pro energii platí

$$mgd = \frac{1}{2}mv^2 + 2mgy \quad (3)$$

a pro síly

$$mg = \frac{mv^2}{y} \quad (4)$$

Z (3) a (4) vyloučíme veličinu v a vyjádříme

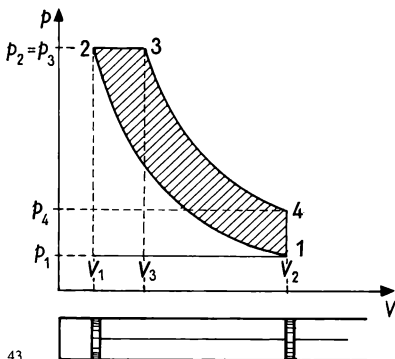
$$y = \frac{2}{5}d = 60 \text{ cm}$$

Vzdálenost zarážky od nejnižšího bodu trajektorie musí být $\leq \frac{2}{5}d = 60 \text{ cm}$.

3. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Činnost čtyřdobého motoru vznětového si můžeme představit jako dva děje adiabatické (komprese a expanze), děj izobarický (hoření paliva) a děj izochorický (před výfukem). Sání a výfuk umožňují výměnu spálených plynů za nové palivo, takže zbývajícím dějem lze považovat za děj kruhový.

Do válce se nasává vzduch o teplotě $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ a tlaku 100 kPa , po dosažení objemu V_2 se vzduch stlačuje na objem V_1 tak, že je $V_2 : V_1 = \varepsilon = 12$, kde ε je tzv. kompresní poměr. Hoření paliva probíhá izobaricky, přičemž se objem zvětší na dvojnásobek, $V_3 : V_1 = \varphi = 2$, kde φ je tzv. plnicí poměr. Při adiabatických dějích uvažujeme $\kappa = 1,40$, $pV^{\kappa} = p_0V_0^{\kappa} = \text{konst.}$



Obr. 43

- Určete teploty plynu ve všech stavech 1, 2, 3, 4 podle obr. 43.
- Určete tlaky plynu ve všech stavech 1, 2, 3, 4 podle obr. 43.

c) V kterých dějích plyn teplo přijímá a v kterých odevzdává? Určete účinnost kruhového děje motoru.

d) Zlepšovatel navrhl zvýšit kompresní poměr na 15, plnicí poměr na hodnotu 2,5, a to zmenšením objemu V_1 . Zvětší se účinnost kruhového děje motoru?

Úlohu řešte pro dané hodnoty s využitím vztahů, které znáte. Obecné řešení je vítáno, nemusíte však vyvozovat složité vztahy. Své úvahy zdůvodněte.

Řešení:

a) Vstupní teplota $T_1 = 290$ K. Pro adiabatický děj 1–2 platí

$$p_1 V_2^\kappa = p_2 V_1^\kappa, \quad p_1 V_2 = n R_m T_1, \quad p_2 V_1 = n R_m T_2$$

Odtud vyjádříme

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \varepsilon^\kappa \varepsilon^{-1} = \varepsilon^{\kappa-1},$$

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \doteq 784 \text{ K}$$

Při izobarickém ději 2–3 platí

$$T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_1} = T_2 \varphi \doteq 1\,567 \text{ K}$$

Následuje adiabatický děj 3–4, pro který platí

$$p_2 V_3^\kappa = p_4 V_2^\kappa, \quad p_2 V_3 = n R_m T_3, \quad p_4 V_2 = n R_m T_4,$$

odtud

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{p_4 V_2}{p_2 V_3} = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^\kappa \frac{V_2}{V_3} = \left(\frac{\varphi}{\varepsilon} \right)^\kappa \frac{\varepsilon}{\varphi} = \left(\frac{\varphi}{\varepsilon} \right)^{\kappa-1},$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{\varphi}{\varepsilon} \right)^{\kappa-1} \doteq 765 \text{ K}$$

b) Adiabatický děj 1–2:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\kappa, \quad p_2 = p_1 \epsilon^\kappa \doteq 3,24 \text{ MPa}$$

Izobarický děj 2–3: $p_3 = p_2 \doteq 3,24 \text{ MPa}$.

Adiabatický děj 3–4:

$$\frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^\kappa, \quad p_4 = p_3 \left(\frac{\varphi}{\epsilon} \right)^\kappa \doteq 264 \text{ kPa}$$

c) Při ději izobarickém přijme plyn teplo

$$Q_1 = nC_p(T_3 - T_2) \quad ,$$

při ději izochorickém odevzdá teplo

$$Q_2 = nC_v(T_4 - T_1)$$

Účinnost kruhového děje

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \doteq 0,567 \doteq 56,7 \%$$

d) Změní-li se ϵ na $\epsilon' = 15$, φ na $\varphi' = 2,5$, změní se T_2 na $T_2' \doteq 857 \text{ K}$, T_3 na $T_3' \doteq 2\,142 \text{ K}$, T_4 na $T_4' \doteq 1\,046 \text{ K}$. S těmito hodnotami vyjde účinnost $\eta \doteq 58 \%$. Zvýšením kompresního a plnicího poměru se tedy účinnost kruhového děje o něco zvětší, ale teplota T_3' by byla neúnosně vysoká.

4. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

V elektrickém obvodu je zapojen zdroj střídavého napětí 220 V, žárovka a tavná pojistka, které jsou spojeny dvouvodičovým měděným vedením délky 10 m, každý vodič má obsah kolmého řezu 2 mm^2 . Tavná pojistka obsahuje drátek délky 4 cm s obsahem kolmého řezu $0,2 \text{ mm}^2$. Žárovka dosahuje při napětí 220 V příkonu 200 W, přičemž teplota vlákna je $2\,700^\circ\text{C}$, teplotní součinitel odporu vlákna žárovky je $0,004\,2 \text{ K}^{-1}$. Při sepnutí obvodu došlo k náhlému proudovému impulsu, v jehož důsledku se pojistka přetavila. Teplota vlákna a přívodních vodičů je 20°C .

- Určete velikost proudu procházejícího vodiči v okamžiku sepnutí spínače v obvodu.
- Za jak dlouho po sepnutí spínače se pojistka přetavila, předpokládáme-li, že se proud po sepnutí nemění?
- O jaký teplotní rozdíl se za tuto dobu ohřejí měděné vodiče?

Měrná tepelná kapacita drátku je $134 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita mědi je $381 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrný odpor drátku je $0,22 \text{ } \mu\Omega \cdot \text{m}$, mědi $0,017 \text{ } \mu\Omega \cdot \text{m}$, hustota drátku $11,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, mědi $8,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, měrné skupenské teplo tání drátku je $24,7 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, mědi $174 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, teplota tání drátku $327 \text{ }^\circ\text{C}$, mědi $1083 \text{ }^\circ\text{C}$. Vnitřní odpor zdroje je zanedbatelný.

Řešení:

Označení veličin: $U = 220 \text{ V}$... efektivní napětí v síti, $l_1 = 10 \text{ m}$... délka měděného vedení, $S_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$... obsah kolmého řezu měděných vodičů, $l_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$... délka drátku v pojistce, $S_2 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$... obsah jeho kolmého řezu, $P = 200 \text{ W}$... příkon žárovky při svícení, $t = 2700 \text{ }^\circ\text{C}$... teplota svítícího vlákna, $\alpha = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$... teplotní součinitel odporu vlákna žárovky, $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$... počáteční teplota vlákna žárovky, vodičů a drátku v pojistce, $c_1 = 381 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$... měrná tepelná kapacita mědi, $c_2 = 134 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$... měrná tepelná kapacita drátku, $\rho_1^* = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$... hustota mědi, $\rho_2^* = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$... hustota drátku, $\rho_1 = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$... měrný odpor mědi, $\rho_2 = 2,2 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$... měrný odpor drátku, $t_2 = 327 \text{ }^\circ\text{C}$... teplota tání drátku.

- Je třeba stanovit odpor celého obvodu:

$$R_c = R_0 + R_1 + R_2 \quad ,$$

kde R_0 je odpor vlákna žárovky při teplotě t_0 , R_1 odpor vedení, R_2 odpor drátku v pojistce. Odpor vlákna žárovky při svícení je

$$R = \frac{U^2}{P} \quad ,$$

jeho odpor při teplotě t_0

$$R_0 = \frac{U^2}{P[1 + \alpha(t - t_0)]} \doteq 19,75 \Omega \quad ;$$

$$R_1 = 2\rho_1 \frac{l_1}{S_1} \doteq 0,17 \, \Omega, \quad R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S_2} \doteq 0,044 \, \Omega, \quad R_c \doteq 20,0 \, \Omega$$

Obvodem prochází proud

$$I = \frac{U}{R_c} \doteq 11,0 \, \text{A}$$

- b) Proud I prochází drátkem o odporu R_2 ; označíme τ dobu, po kterou proud prochází. Drátek se za tuto dobu ohřeje teplem $Q_1 = R_2 I^2 \tau$. K dosažení teploty tání potřebuje teplo $Q_2 = c_2 \rho_2^* l_2 S_2 (t_2 - t_0)$. Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ vyjádříme

$$\tau = \frac{c_2 \rho_2^* l_2 S_2 (t_2 - t_0)}{R_2 I^2} \doteq 0,2 \, \text{s}$$

Předpokládá se, že odpor drátku se při zahřívání nemění.

- c) Za dobu τ se vedení ohřeje teplem $Q_3 = R_1 I^2 \tau$ a ohřeje se o Δt . Přijaté teplo $Q_4 = 2c_1 \rho_1^* l_1 S_1 \Delta t$. Z rovnosti $Q_3 = Q_4$ máme

$$\Delta t = \frac{R_1 I^2 \tau}{2c_1 \rho_1^* l_1 S_1} \doteq 0,11 \, ^\circ\text{C}$$

3. Úlohy kategorie C

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl PhDr. M. Řešátko)

Technika měření času umožňuje dnes měřit čas při sportovních závodech s přesností na 0,01 s, tj. s odchylkou 0,005 s.

- a) S jakou maximální odchylkou musí být změřena závodní dráha v případech:

- pro běh na 100 m při naměřeném čase $t_1 = 9,93 \, \text{s}$;
- pro běh na 10 000 m při naměřeném čase $T_2 = 27 \, \text{min} \, 22,50 \, \text{s}$;
- pro plavecký závod žen na 200 m - motýlek - při naměřeném čase $t_3 = 3 \, \text{min} \, 10,44 \, \text{s}$?

- b) Ve třetím případě určete maximální odchylku měření plavecké dráhy v bazénu o délce 50,0 m.
 c) Domníváte se, že existují technické možnosti měření závodní dráhy s odchylkou určenou v jednotlivých případech úlohy a), b)?

Řešení:

- a) Pro běh na dráze $s_1 = 100$ m byl změřen čas $t_1 = 9,93$ s; $\Delta t = 0,005$ s.

Relativní odchylka měření času je $\frac{\Delta t}{t_1} \doteq 5,04 \cdot 10^{-4}$.

Dráha s_1 by měla být změřena s relativní odchylkou nejvýše stejně velkou:

$$\Delta s_1 \leq s_1 \frac{\Delta t}{t_1}, \quad \Delta s_1 \leq 10^2 \cdot 5,04 \cdot 10^{-4} \text{ m} \doteq 5 \text{ cm}$$

Pro běh na dráze $s_2 = 10\,000$ m byl naměřen čas $t_2 = 27 \text{ min } 22,50 \text{ s} = 1\,642,50$ s. Relativní odchylka měření času je

$$\frac{\Delta t}{t_2} \doteq 3,04 \cdot 10^{-6}; \quad \Delta s_2 < s_2 \frac{\Delta t}{t_2},$$

$$\Delta s_2 \leq 10^4 \cdot 3,04 \cdot 10^{-6} \text{ m} \doteq 3 \text{ cm}$$

Pro trať $s_3 = 200$ m byl naměřen čas $t_3 = 2 \text{ min } 10,44 \text{ s} = 130,44$ s, $\Delta t = 0,005$ s. Relativní odchylka měření času je $\frac{\Delta t}{t_3} \doteq 3,83 \cdot 10^{-5}$; $\Delta s_3 \leq s_3 \frac{\Delta t}{t_3}$,

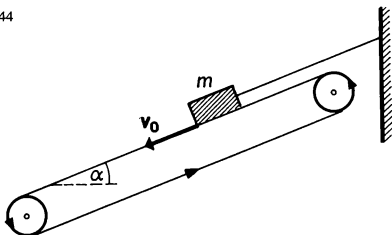
$$\Delta s_3 \leq 2 \cdot 10^2 \cdot 3,83 \cdot 10^{-5} \text{ m} \doteq 8 \text{ mm}$$

- b) Délka bazénu $s = 50,0$ m; relativní odchylka měření $\frac{\Delta s}{s} \doteq 3,83 \cdot 10^{-5}$; $\Delta s \leq 50,0 \cdot 3,83 \cdot 10^{-5} \text{ m} \doteq 2 \text{ mm}$.
 c) Měření dráhy $s_1 = 100$ m s odchylkou $\Delta s_1 = 5$ cm (tj. 0,05 %) je technicky reálné, např. s použitím laseru. Měření dráhy $s_2 = 10\,000$ m s odchylkou $\Delta s_2 = 3$ cm (tj. 0,003 %) není reálné. Měření dráhy $s_3 = 200$ m s odchylkou $\Delta s_3 = 8$ mm a dráhy $s = 50$ m s odchylkou $\Delta s = 2$ mm (tj. 0,004 %) nejsou reálná; kromě technických možností měření délky ovlivňuje přesnost měření také stavební provedení bazénu. Přesnost měření času 0,01 s se nevyužije.

2. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Pás transportéru, jehož rovina svírá s vodorovnou rovinou ostrý úhel α , se pohybuje stálou rychlostí v_0 vzhledem k povrchu Země. Na pásu leží těleso o hmotnosti m (např. cihla), které je upoutáno vláknem k nehybné stěně (obr. 44). Přestříháme-li vlákno, pohybuje se těleso po pásu, až dosáhne rychlosti v_0 vzhledem k povrchu Země. Označíme t_0 dobu trvání tohoto děje.

Obr. 44

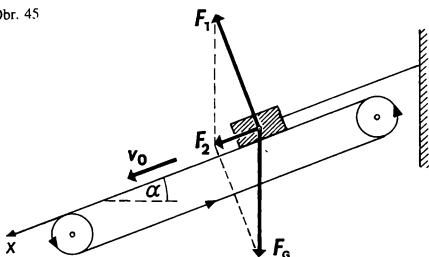


- Jak se mění rychlost tělesa vzhledem k pásu během doby t_0 ? Jakou kinetickou energii má těleso na počátku a na konci doby t_0 vzhledem k povrchu Země, vzhledem k pásu?
- Určete směr a velikost třecí síly F_t působící na těleso během doby t_0 , je-li f součinitel smykového tření mezi tělesem a pásem. Jaká výsledná síla působí na těleso během doby t_0 ? Jaký pohyb koná těleso vzhledem k povrchu Země, vzhledem k pásu během doby t_0 ?
- Jakou práci vykoná výsledná síla působící na těleso během doby t_0 ? Jakou částí se na tom podílí třecí síla F_t ?

Řešení:

- Zvolíme osu souřadnic x souhlasně rovnoběžnou s rychlostí v_0 pásu (obr. 45). Na počátku doby t_0 je rychlost tělesa vzhledem k pásu $-v_0$, na konci doby t_0 je tato rychlost nulová. Na počátku doby t_0 je kinetická energie tělesa vzhledem k povrchu Země $E_{k1} = 0$ J, na konci doby t_0 je tato energie $E_{k2} = \frac{1}{2}mv_0^2$. Na počátku doby t_0 je kinetická energie tělesa vzhledem k pásu $E'_{k1} = \frac{1}{2}mv_0^2$, na konci doby t_0 je tato energie $E'_{k2} = 0$ J.

Obr. 45



- b) Rychlost v tělesa vzhledem k pásu během doby t_0 je rovnoběžná s rovinou pásu a směřuje šikmo vzhůru. Třecí síla směřuje tedy šikmo dolů a má velikost

$$F_t = fmg \cos \alpha \quad (1)$$

Během doby t_0 působí na těleso: třecí síla F_t , tíhová síla F_G a tlaková síla F_1 podložky, kolmá k rovině pásu. Výslednice F_2 tíhové síly F_G a tlakové síly F_1 je souhlasně rovnoběžná s osou souřadnic $+x$ a má velikost $F_2 = mg \sin \alpha$. Výslednice F sil působících na těleso během doby t_0 je souhlasně rovnoběžná s osou $+x$ a má velikost

$$F = mg(\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

Protože tato síla je konstantní, koná těleso

- vzhledem k povrchu Země pohyb rovnoměrně zrychlený s počáteční rychlostí nulovou a s konečnou rychlostí v_0 ,
- vzhledem k pásu pohyb rovnoměrně zpomalený s počáteční rychlostí $-v_0$ a s konečnou rychlostí nulovou.

- c) Výsledná síla $\mathbf{F}$ vykoná za dobu t_0 práci, která se rovná změně kinetické energie tělesa:

$$W = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = \frac{mv_0^2}{2} ,$$

kterou můžeme vyjádřit také vztahem $W = Fs$, kde s je dráha, kterou těleso urazí za dobu t_0 . Na této práci se podílí třecí síla F_t částí $W_1 = F_t s$. Vyjádříme dráhu s :

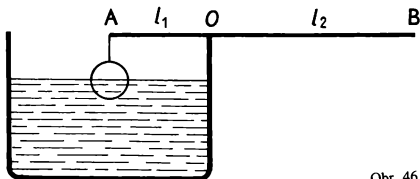
$$s = \frac{W}{F} = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + f \cos \alpha)} , \quad (2)$$

$W_1 = F_t s$; po dosazení z (1) a (2) a po úpravě

$$W_1 = \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{f}{\tan \alpha + f}$$

3. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Na stejnorodé tenké tyči AB o hmotnosti m je zavěšena stejnorodá koule o poloměru R a hustotě ρ_1 . Tyč je podepřena v bodě O na okraji válcové nádoby o velkém průměru s kapalinou o hustotě ρ_2 . Bod O rozděluje tyč na dvě části o délkách l_1 a l_2 . Hmotnost vlákna je zanedbatelná. Soustava je v rovnováze, je-li tyč vodorovná a je-li koule ponořena do kapaliny polovinou svého objemu (obr. 46).



Obr. 46

- a) Určete podíl $\frac{l_1}{l_2}$.
- b) Proveďte diskusi určeného vztahu pro $\frac{l_1}{l_2}$ vzhledem k parametrům ϱ_1 a ϱ_2 .
- c) Řešte úlohu a) pro hliníkovou kuličku o poloměru $R = 0,50$ cm a vodu, je-li hmotnost tyče $m = 4,0$ g. Rozhodněte, který z případů diskutovaných v úloze b) v tomto případě platí.

Řešení:

- a) Tyč otáčivá kolem osy O je ve vodorovné rovnovážné poloze, jestliže výsledný moment M_1 vzhledem k této ose, otáčející tyčí v záporném smyslu, a výsledný moment M_2 vzhledem k téže ose, otáčející tyčí v kladném smyslu, mají stejné velikosti $M_1 = M_2$. Protože tyč je stejnorodá a velmi tenká, je hmotnost části OA , popř. části OB

$$m_1 = \frac{m}{l_1 + l_2} l_1, \text{ popř. } m_2 = \frac{m}{l_1 + l_2} l_2$$

Na kouli ponořenou polovinou svého objemu do kapaliny působí výsledná síla F_1 svisle dolů, její velikost je

$$F_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 \left(\varrho_1 - \frac{1}{2} \varrho_2 \right) g$$

Velikosti momentů

$$M_1 = F_1 l_1 + m_1 g \frac{l_1}{2} = \frac{4}{3} \pi R^3 l_1 \left(\varrho_1 - \frac{\varrho_2}{2} \right) g + \frac{m l_1^2}{2(l_1 + l_2)} g, \quad ,$$

$$M_2 = m_2 g \frac{l_2}{2} = \frac{m l_2^2}{2(l_1 + l_2)} g$$

Z rovnosti $M_1 = M_2$ dostaneme po úpravě

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \left(\varrho_1 - \frac{\varrho_2}{2} \right) l_1 = \frac{m}{2} (l_2 - l_1)$$

Obě strany této rovnice dělíme veličinou l_2 , pak vyjádříme

$$\frac{l_1}{l_2} = x = \left[\frac{4}{3m} \pi R^3 (2\rho_1 - \rho_2) + 1 \right]^{-1} \quad (1)$$

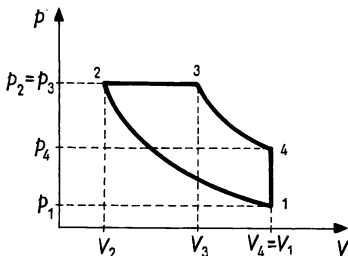
b) Diskuse podílu x vzhledem k parametrům ρ_1 a ρ_2 :

- Pro $2\rho_1 - \rho_2 = 0$ je $x = 1$, $l_1 = l_2$. V tomto případě je osa otáčení o v těžišti tyče. Kulička i bez vlákna by plavala v kapalině ponořená polovinou svého objemu.
- Pro $2\rho_1 - \rho_2 > 0$ je $x < 1$, $l_1 < l_2$; horní mez pro ρ_1 , s přihlédnutím k podmínce $l_1 > 0$, závisí i na rozměrech tyče a koule.
- Pro $2\rho_1 - \rho_2 < 0$ je $x > 1$, $l_1 > l_2$; dolní mez pro ρ_1 , s přihlédnutím k podmínce $l_2 > 0$, závisí i na rozměrech tyče a koule.

c) Pro $m = 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $R = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\rho_2 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ platí $2\rho_1 > \rho_2$, podle výsledků diskuse bude $l_2 > l_1$. Podle (1) skutečně vychází $x \approx 0,6$.

4. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

V ideálním plynu stálé hmotnosti proběhl děj 1–2–3–4 znázorněný grafem funkce $p = f(V)$ na obr. 47. Úseky 1–2 a 3–4 odpovídají izotermickým dějům.



Obr. 47

- Napište vztahy mezi parametry p , V , T v krajních bodech každého úseku děje. Jaký vztah platí mezi teplotami izotermických dějů 1–2 a 3–4? Ve kterém úseku děje plyn koná práci? Ve kterém úseku děje plyn odevzdává teplo svému okolí? Odpovědi zdůvodněte.
- Znázorněte děj 1–2–3–4 na milimetrový papír grafem $p = f(T)$.
- Znázorněte děj 1–2–3–4 na milimetrový papír grafem funkce $V = f(T)$.
- Znázorněte děj 1–2–3–4 grafy funkcí $U = f(V)$ a $U = f(p)$, kde U je vnitřní energie plynného tělesa.
Hodnoty V_1 až V_4 a p_1 až p_4 v grafech b), c) se shodují s odpovídajícími hodnotami na obr. 47.

Poznámky:

- Jestliže při izotermickém ději, který probíhá při teplotě T , změní plyn o látkovém množství n svůj objem z V_a na V_b , $V_a < V_b$, vykoná plyn práci $W = nR_m T \ln \frac{V_b}{V_a}$. V případě $V_a > V_b$ plyn spotřebuje práci $W' = nR_m T \ln \frac{V_a}{V_b}$.
- Vnitřní energie plynu o látkovém množství n při teplotě T je $U = nM_m C_V T$, kde M_m je molární hmotnost plynu.

Řešení:

- Ve všech případech jde o stavy plynu téhož látkového množství n a použijeme proto stavovou rovnici $pV = nR_m T$.

$$\text{Stav 1, parametry } p_1, V_1, T_1; \quad p_1 V_1 = nR_m T_1. \quad (1)$$

$$\text{Stav 2, parametry } p_2, V_2, T_1; \quad p_2 V_2 = nR_m T_1. \quad (2)$$

$$\text{Stav 3, parametry } p_2, V_3, T_2; \quad p_2 V_3 = nR_m T_2. \quad (3)$$

$$\text{Stav 4, parametry } p_4, V_1, T_2; \quad p_4 V_1 = nR_m T_2. \quad (4)$$

Děj 1–2 je izotermický, probíhá při teplotě T_1 , ze vztahů (1) a (2) dostaneme: $p_1 V_1 = p_2 V_2$.

Děj 2–3 je izobarický, probíhá při tlaku p_2 , ze vztahů (2) a (3) dostaneme

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{T_1}{T_2}$$

Protože $V_3 > V_2$, platí $T_2 > T_1$.

Děj 3–4 je izotermický, probíhá při teplotě T_2 , ze vztahů (3) a (4) dostaneme $p_2 V_3 = p_4 V_1$.

Plyn koná práci během dějů 2–3 a 3–4, poněvadž při obou dějích zvětšuje svůj objem. Plyn koná práce

$$W'_{23} = p_2(V_3 - V_2) = nR_m(T_2 - T_1) \quad ,$$

$$W'_{34} = nR_m T_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

Plyn odevzdává teplo svému okolí při ději 1–2, a to

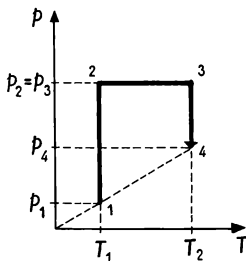
$$Q'_{12} = nR_m T_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Toto teplo je totiž rovno práci, kterou plyn spotřebovává, protože jeho vnitřní energie se nemění.

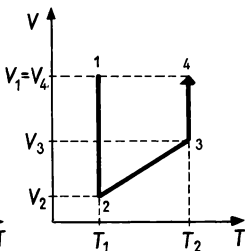
b) – obr. 48.

c) – obr. 49.

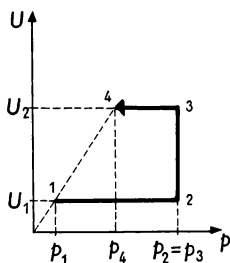
d) Při teplotě T_1 má plyn vnitřní energii U_1 , při teplotě T_2 má vnitřní energii U_2 , přičemž $T_2 > T_1$. Grafy funkcí $U = f(p)$ a $U = f(V)$ jsou na obr. 50 a obr. 51.



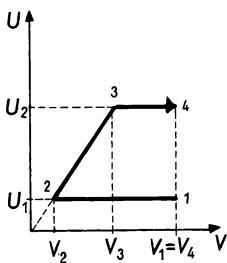
Obr. 48



Obr. 49



Obr. 50

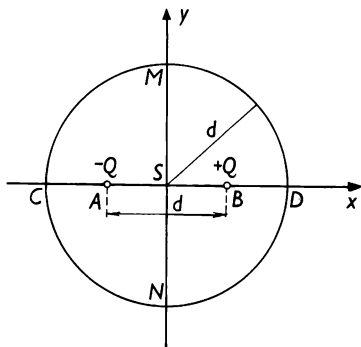


Obr. 51

5. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Elektrický dipól je složený ze dvou navzájem opačných bodových nábojů Q a $-Q$, $Q > 0$, jejichž vzájemná vzdálenost je d . Kolem středu S dipólu je opsána myšlená koule o poloměru d . Dipól se nachází ve vakuu (obr. 52).

Obr. 52



- Určete intenzitu $\mathbf{E}_S$ elektrického pole dipólu v bodě S .
- Určete intenzitu $\mathbf{E}_C$, $\mathbf{E}_D$ elektrického pole dipólu v bodech C a D .
- Určete intenzitu $\mathbf{E}_M$, $\mathbf{E}_N$ elektrického pole dipólu v bodech M a N .
- Pomocí definice elektrického potenciálu v daném místě elektrického pole dokažte úvahou, že elektrický potenciál φ_S elektrického pole dipólu v bodě S a potenciál φ ve všech bodech spojnice MN je konstantní a lze jej považovat za nulový.
- Po obecném vyřešení řešte úlohy a), b), c) pro hodnoty:

$$Q = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}, \quad d = 2,0 \text{ cm},$$

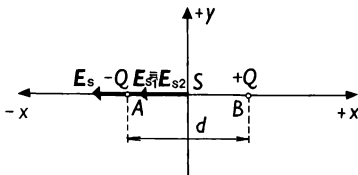
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

Na milimetrový papír narýsujte v tomto případě obrázky znázorňující výsledek úlohy a), úlohy b) a úlohy c).

Řešení:

- Označíme $\mathbf{E}_{S1}$ intenzitu elektrického pole náboje $-Q$ v bodě S , $\mathbf{E}_{S2}$ intenzitu elektrického náboje Q v bodě S . Protože $SA = SB = \frac{d}{2}$, mají oba vektory stejné velikosti $E_{S1} = E_{S2} = \frac{4kQ}{d^2}$. Vektory $\mathbf{E}_{S1}$ i $\mathbf{E}_{S2}$ mají směr nesouhlasný se směrem osy x , proto má vektor $\mathbf{E}_S = \mathbf{E}_{S1} + \mathbf{E}_{S2}$ stejný směr (obr. 53) a jeho velikost je

$$E_S = \frac{8kQ}{d^2}$$



Obr. 53

b)

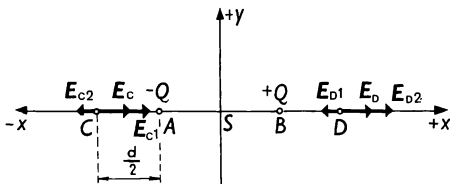
$$CA = \frac{d}{2}, \quad CB = \frac{3d}{2}, \quad E_{C1} = \frac{4kQ}{d^2}, \quad E_{C2} = \frac{4kQ}{9d^2}$$

Vektor $\mathbf{E}_{C1}$ má směr souhlasně rovnoběžný se směrem osy x , vektor $\mathbf{E}_{C2}$ má směr opačný (obr. 54). Protože $E_{C1} > E_{C2}$, má výsledný vektor $\mathbf{E}_C$ směr souhlasně rovnoběžný s osou x a velikost

$$E_C = E_{C1} - E_{C2} = \frac{32kQ}{9d^2}$$

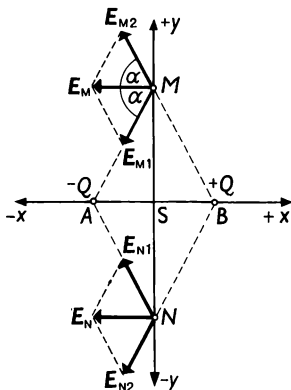
V bodě D : $E_{D1} = \frac{4kQ}{9d^2}$, $E_{D2} = \frac{4kQ}{d^2}$, $E_{D2} > E_{D1}$.

Vektor $\mathbf{E}_{D1}$ má směr nesouhlasně rovnoběžný s osou x , vektor $\mathbf{E}_{D2}$ má směr opačný. Výsledný vektor $\mathbf{E}_D = \mathbf{E}_{D1} + \mathbf{E}_{D2}$ má tedy směr souhlasně rovnoběžný se směrem osy x a velikost $E_D = E_C$.



Obr. 54

c) Úsečky $MA = MB$ mají délku $\frac{d}{2}\sqrt{5}$. Intenzita $\mathbf{E}_{M1}$ (obr. 55) má velikost $E_{M1} = \frac{4kQ}{5d^2}$ a směřuje z bodu M k bodu A . Intenzita $\mathbf{E}_{M2}$ má velikost stejnou a směřuje z bodu B do bodu M . Výsledný vektor $\mathbf{E}_M$ má směr nesouhlasně rovnoběžný s osou x .



Obr. 55

Jeho velikost je rovna délce kratší úhlopříčky kosočtverce o délce strany $E_{M1} = E_{M2}$. Úhlopříčka svírá se stranou úhel α , pro který platí

$$\cos \alpha = \frac{AS}{AM} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Pak platí

$$E_M = 2E_{M1} \cos \alpha = \frac{8kQ}{5d^2\sqrt{5}}$$

Pro bod N platí stejná úvaha, $E_N = E_M$.

- 1) Vzhledem k symetrii elektrického pole bodového náboje je $\varphi = \text{konst.}$ ve všech místech stejně vzdálených od náboje. Pro bod S platí $\varphi_{1s} = -\varphi_{2s}$ a $\varphi_s = \varphi_{s1} + \varphi_{s2}$, tudíž $\varphi_s = 0$.
- 2) Pro zadané hodnoty: $E_S \doteq 18 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $E_C = E_D \doteq 8,0 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $E_M = E_N \doteq 1,6 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ (obr. 56).



Obr. 56

6. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Určení kapacity kondenzátoru

Ú v o d:

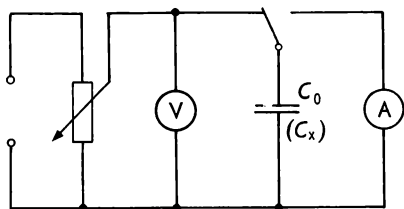
Kondenzátor o kapacitě C je nabit na napětí U , takže každá jeho deska má elektrický náboj $Q = CU$. Když kondenzátor vybíjíme, pak vybíjecí proud má počáteční (nárazovou) hodnotu I_m , načež klesá a posléze zanikne. Z teoretického rozboru vyplývá, že proud I_m je přímo úměrný náboji Q , tedy $I_m \sim Q = CU$. Při $C = \text{konst.}$ platí $I_m \sim U$, při $U = \text{konst.}$ platí $I_m \sim C$. Tento vztah se dá použít ke zjištění neznámé kapacity C_x nějakého kondenzátoru, máme-li k dispozici kondenzátor se známou kapacitou C_0 . Vybíjíme-li kondenzátor s kapacitou C_x nabitý na určité napětí U , má nárazový proud velikost $I_{mx} \sim C_x$, neboli $I_{mx} = kC_x$. Při vybíjení kondenzátoru s kapacitou C_0 , který je nabit na stejné napětí U , je nárazový proud $I_{m0} = kC_0$. Z toho vyplývá, že $C_x : C_0 = I_{mx} : I_{m0}$.

P o m ů c k y:

Stejnoseměrný zdroj, potenciometr, voltmetr, ampérmetr, přepínač, kondenzátor se známou kapacitou C_0 , kondenzátor s neznámou kapacitou C_x , spojovací vodiče. Schéma zapojení – obr. 57.

Úkoly

1. Ověřte vztah $I_m \sim U$ při $C = \text{konst.}$
2. Stanovte kapacitu C_x kondenzátoru pomocí známé kapacity C_0 . Měření několikrát opakujte při různých hodnotách napětí U a určete průměrnou hodnotu C_{xp} . Odhadněte odchylku zjištěné hodnoty C_{xp} .



Obr. 57

Poznámky:

Kapacity C_0 a C_x volte tak, aby nebyly řádově odlišné. Při měření nepřepínejte rozsah měřicího přístroje.

Řešení:

1. V zapojení podle obr. 57 byl použit kondenzátor, jehož kapacita byla změřena elektronickým můstkem a nalezeno $C_0 = 10,8 \mu\text{F}$. Výsledky měření jsou sestaveny v tabulce 13. Podle hodnot ve třetím řádku tabulky můžeme usoudit, že přímá úměrnost $I_m \sim U$ byla v mezích přesnosti při čtení hodnot I_{m0} ověřena.

Tabulka 13

$\frac{U}{V}$	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{I_{m0}}{\mu A}$	47	92	128	157	188	230	278
$\frac{I_{m0} \cdot U^{-1}}{\mu A \cdot V^{-1}}$	47	46	43	39	38	38	40

Tabulka 14

$\frac{U}{V}$	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{I_{mo}}{\mu A}$	47	95	128	157	188	230	278
$\frac{I_{mx}}{\mu A}$	10	18	27	34	42	50	57
$\frac{C_x}{\mu F}$	2,30	2,05	2,24	2,33	2,40	2,35	2,22

2. Výsledky měření jsou sestaveny v tabulce 14.

Aritmetický průměr: $C_{xp} = 2,27 \mu F$.

Střední odchylka aritmetického průměru byla vypočítána ze vztahu

$$\Delta C_x = \sqrt{\frac{\sum \Delta k^2}{n(n-1)}} ,$$

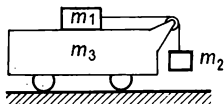
kde Δk jsou odchylky jednotlivých naměřených hodnot od vypočteného aritmetického průměru, $n = 7$ je počet měření. Výpočtem vyjde $\Delta C_x = 0,04 \mu F$, takže

$$C_x = (2,27 \pm 0,04) \mu F$$

7. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

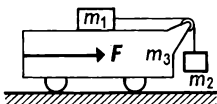
Na vodorovné hladké desce stolu je vozíček, na jehož horní hladké vodorovné desce je tuhé těleso o hmotnosti m_1 , spojené vláknem s tělesem o hmotnosti m_2 . Hmotnost vozíčku je m_3 , hmotnost vlákna neuvažujeme, $m_1 < m_2 < m_3$ (obr. 58).

Obr. 58

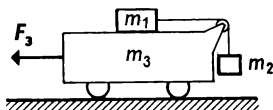


- a) Vozíček je zabrzděn. Určete velikost a směr zrychlení a_1 pohybu tělesa o hmotnosti m_1 vzhledem k vozíčku.
- b) Vozíček je uvolněn a na jeho stěnu působí kolmo stálá tlaková síla F (obr. 59). Určete velikost síly F tak, aby zrychlení pohybu tělesa o hmotnosti m_1 vzhledem k vozíčku bylo nulové. Popište pohyb tělesa o hmotnosti m_1 vzhledem k vozíčku, působí-li na vozíček místo síly F stálá síla F_1 nebo F_2 stejného směru jako síla F , pro jejichž velikost platí $F_1 < F$, $F_2 < F$.
- c) Popište pohyb tělesa o hmotnosti m_1 vzhledem k vozíčku, na který působí stálá síla F_3 (obr. 60).

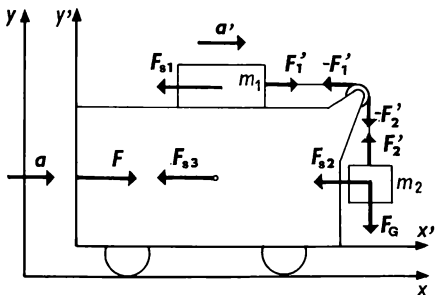
Obr. 59



Obr. 60



- d) Na konkrétním případě úlohy b) (pro $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 3m$, $F_1 = \frac{F}{2}$, $F_2 = 2F$) si ověřte, že jste úlohu b) správně řešili.



Obr. 61

Řešení:

Zvolme (obr. 61) vztažné soustavy: S – inerciální vztažná soustava spojená se Zemí, S' – soustava spojená s vozíčkem. Zavedeme označení:

a – x -ová souřadnice zrychlení vozíčku v soustavě S ,

a' – x -ová souřadnice zrychlení tělesa o hmotnosti m_1 v soustavě S' ,

F' – velikost sil, kterými působí vlákno na jednotlivá tělesa.

Děje budeme popisovat v soustavě S' s přihlédnutím k setrvačným silám o x -ových souřadnicích $F_{s1} = -m_1 a$, $F_{s2} = -m_2 a$, $F_{s3} = -m_3 a$.

a) Vozík je v klidu, $a = 0$. V tomto případě platí

$$m_1 a' = F' \quad ,$$

$$m_2 a' = F_G - F' = m_2 g - F' \quad ,$$

odtud vyjádříme

$$a' = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

b) V tomto případě platí

$$m_1 a' = F' + F_{s1} = F' - m_1 a \quad , \quad (1)$$

$$m_2 a' = F_G - F' = m_2 g - F' \quad (2)$$

a ve smyslu zadání

$$m_1 a' = F - F' + F_{s2} + F_{s3} = F - F' - m_2 a - m_3 a = 0 \quad (3)$$

Z (2) vyjádříme

$$F' = m_2(g - a') \quad ,$$

potom z (1)

$$m_1 a = m_2(g - a') - m_1 a'$$

a nakonec z (3)

$$-(m_3 + m_2) \frac{m_2 g - (m_1 + m_2) a'}{m_1} + F - m_2 g + m_2 a' = 0$$

Odtud dostaneme

$$a' = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)m_2 g - m_1 F}{(m_2 + m_3)(m_1 + m_2) + m_1 m_2} \quad (4)$$

D i s k u s e:

$$a' = 0, \text{ jestliže } F = F_0 = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)m_2 g}{m_1},$$

$$a' > 0, \text{ jestliže } F = F_1 < F_0,$$

$$a' < 0, \text{ jestliže } F = F_2 > F_0.$$

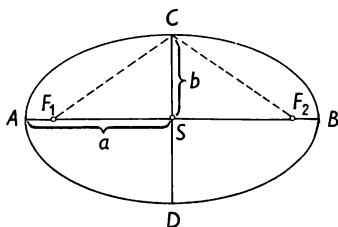
- c) Pokud zajistíme vedením tělesa o hmotnosti m_2 , že závěs zůstane svislý, můžeme rozšířit předchozí výsledek (4) i pro $F = F_3 < 0$, tedy $a' > 0$. Síla F_3 však nesmí být tak velká, aby platilo $a' > g$, neboť v tomto případě by vlákno přestalo být napnuto.
- d) V konkrétním případě $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 3m$ vychází $F_0 = 12mg$. Pro $F_1 = 6mg$ dostáváme z (4) výsledek $a' = \frac{6}{17}g$, pro $F_2 = 24mg$ dostáváme $a' = -\frac{12}{17}g$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Halleyova kometa obíhá kolem Slunce po elipse, v jejímž jednom ohnisku je Slunce. Největší vzdálenost komety od Slunce je $r_a = 35,33$ AU, nejmenší vzdálenost komety od Slunce je $r_p = 0,59$ AU. Velikost rychlosti komety vzhledem ke Slunci v aféliu je $v_a = 910 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Elipsa je množina bodů v rovině, které mají od dvou různých bodů F_1, F_2 této roviny stálý součet vzdáleností rovný $2a$. F_1, F_2 jsou ohniska elipsy, a je hlavní poloosa elipsy (obr. 62). $1 \text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$.



$$CF_1 = CF_2 = a$$

$$AF_1 = r_p$$

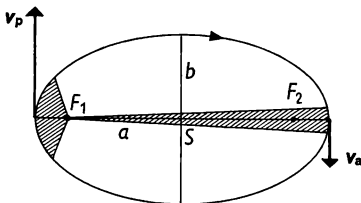
$$F_1B = r_a$$

Obr. 62

- a) Pro Halleyovu kometu určete délku hlavní poloosy a , vedlejší poloosy b . Načrtněte elipsu ve vhodném měřítku. Načrtněte do obrázku části trajektorií Jupitera a Neptuna, pro jejichž střední vzdálenost od Slunce platí $r_J = 5,20$ AU, $r_N = 30,06$ AU.
- b) Použitím třetího Keplerova zákona určete oběžnou dobu T_H komety.

Poznámka: Pohyb Země kolem Slunce považujte za rovnoměrný pohyb po kružnici o poloměru $r_Z = 1,5 \cdot 10^{11}$ m s oběžnou dobou $T_Z = 1,00$ r. Střední rychlost Země vzhledem ke Slunci $v_Z = 3,00 \cdot 10^4$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

- c) Jak velkou rychlostí v_p se pohybuje kometa vzhledem ke Slunci v perihéliu (obr. 63)? Určete poměr $v_p : v_Z$. Jaká by musela být velikost rychlosti komety vzhledem ke Slunci v perihéliu, aby se kometa od tohoto místa trvale vzdalovala od Slunce?



Obr. 63

Řešení:

- a) Podle obr. 62 platí: $2a = r_a + r_p$, proto

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} \doteq 17,96 \text{ AU}. \quad (1)$$

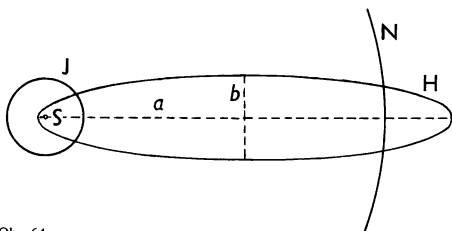
Z pravoúhlého trojúhelníku F_1SC , protože $CF_1 = CF_2 = a$:

$$b^2 = a^2 - (a - r_p)^2$$

a s použitím (1)

$$b = \sqrt{r_a r_p} \doteq 4,57 \text{ AU}.$$

Náčrt je na obr. 64.



Obr. 64

- b) Země i kometa se pohybují v centrálním gravitačním poli Slunce a platí tedy podle 3. Keplerova zákona

$$\left(\frac{T_H}{T_Z}\right)^2 = \left(\frac{a}{r_Z}\right)^3 = \left(\frac{r_a + r_p}{2r_Z}\right)^3,$$

odtud

$$T_H = T_Z \sqrt{\left(\frac{r_a + r_p}{2r_Z}\right)^3} \doteq 75,8 \text{ r}$$

- c) Označme S_p obsah plochy opsané průvodičem délky r_p v perihéliu za velmi krátkou dobu Δt , S_a obsah plochy opsané za touž dobu průvodičem délky r_a v aféliu. Rychlosti v_p , v_a mají směry kolmé k příslušným průvodičům. Obsah S_p vyjádříme jako obsah pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami délek r_p , $v_p \Delta t$, podobně vyjádříme obsah S_a :

$$S_p = \frac{1}{2} r_p v_p \Delta t, \quad S_a = \frac{1}{2} r_a v_a \Delta t.$$

Podle 2. Keplerova zákona $S_p = S_a$, odtud

$$v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a \doteq 5,45 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Potom

$$p = \frac{v_p}{v_z} \doteq 1,8$$

Parabolická rychlost vzhledem ke Slunci ve vzdálenosti r_p má velikost

$$v_{\text{par}} = \sqrt{\frac{2\kappa M_S}{r_p}},$$

kde κ je gravitační konstanta, $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg hmotnost Slunce. Pro uvažované hodnoty vyjde $v_{\text{par}} \doteq 5,49 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Kometa by musela v perihéliu mít rychlost $v \geq 5,49 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ve směru kolmém k trajektorii.

2. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

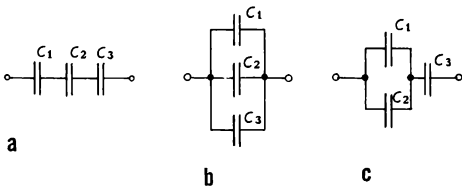
Máte k dispozici tři kondenzátory o různých kapacitách C_1 , C_2 , C_3 .

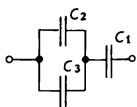
- Schematicky nakreslete všechna možná spojení těchto tří kondenzátorů.
- Určete kapacitu každé soustavy nalezené v úloze a) pro hodnoty $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$, $C_3 = 3 \mu\text{F}$.
- Uspořádejte soustavy podle velikostí jejich kapacit.

Řešení:

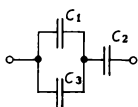
- Soustava může být uspořádána osmi způsoby schematicky znázorněnými na obr. 65a) až 65h).

Obr. 65

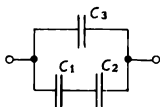




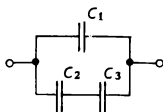
d



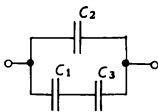
e



f



g



h

b) Kapacity znázorněných soustav označíme C_a až C_h .

$$\frac{1}{C_a} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}, \quad C_a = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} = \frac{6}{11} \mu\text{F} ,$$

$$C_b = C_1 + C_2 + C_3 = 6 \mu\text{F} ,$$

$$\frac{1}{C_c} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3}, \quad C_c = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{3}{2} \mu\text{F} ,$$

$$C_d = \frac{(C_2 + C_3)C_1}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{5}{6} \mu\text{F} ,$$

$$C_e = \frac{(C_1 + C_3)C_2}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{4}{3} \mu\text{F} ,$$

$$C_f = C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_1 + C_2} = \frac{11}{3} \mu\text{F} ,$$

$$C_g = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_2 + C_3} = \frac{11}{5} \mu\text{F} ,$$

$$C_h = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_1 + C_3} = \frac{11}{4} \mu\text{F}$$

c)

$$C_a < C_d < C_e < C_c < C_g < C_h < C_f < C_b$$

3. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Ideální plyn o látkovém množství n má při teplotě T_1 tlak p_1 a objem V_1 . Tento plyn byl nejprve izotermicky stlačen, a tím se jeho objem změnil na V_2 a tlak na p_2 . Potom byl izobarickým dějem ochlazen na teplotu T_3 . Nakonec se izotermickým dějem změnil jeho objem na V_4 , $V_4 < V_1$.

a) Napište stavovou rovnici pro stavy 1, 2, 3, 4. Napište vztahy mezi stavovými veličinami pro děje 1–2, 2–3, 3–4.

o) Určete konečný tlak p_4 , znáte-li hodnoty: $T_1 = 400 \text{ K}$,
 $p_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_1 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_3 = 200 \text{ K}$,
 $V_4 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

c) Načrtněte graf děje 1–2–3–4 v soustavě souřadnic (T, p) , kde T je nezávisle proměnná, pro hodnoty veličin z úlohy b). Je to graf pro dané hodnoty určen jednoznačně? Má úloha b) jediné řešení? Odpovědi zdůvodněte.

Řešení:

a) Počáteční stav plynu je dán stavovými veličinami T_1 , p_1 , V_1 , jimž odpovídá stavová rovnice

$$p_1 V_1 = n R_m T_1 \quad (1)$$

Při ději 1–2 se teplota nezmění, tedy $T_2 = T_1$, objem se změní na $V_2 < V_1$, tlak se změní na $p_2 > p_1$:

$$p_2 V_2 = n R_m T_1$$

Při ději 2–3 se nezmění tlak, proto $p_3 = p_2$, teplota se změní na $T_3 < T_1$, objem se změní na $V_3 < V_2$:

$$p_2 V_3 = n R_m T_3$$

Při ději 3–4 se teplota nezmění, tedy $T_4 = T_3$, objem se změní na $V_4 < V_1$, tlak se změní na $p_4 > p_2$:

$$p_4 V_4 = n R_m T_3 \quad (2)$$

b) Z (1) vyjádříme

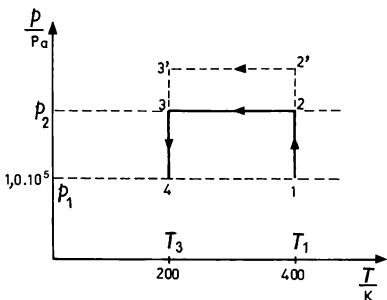
$$n R_m = \frac{p_1 V_1}{T_1} \quad ,$$

dosadíme do (2) a odtud

$$p_4 = \frac{p_1 V_1 T_3}{V_4 T_1} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} = p_1$$

c) obr. 66. Graf není určen jednoznačně, protože tlak $p_2 = p_3$ není dán. Celý děj je znázorněn nejenom grafem 1–2–3–4, nýbrž i jakýmkoli jiným grafem 1–2'–3'–4, v němž úsečka 2'3' je rovnoběžná s úsečkou 2 3.

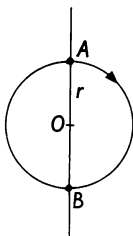
Úloha b) má pro dané hodnoty T_3 a V_4 jediné řešení.



Obr. 66

4. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

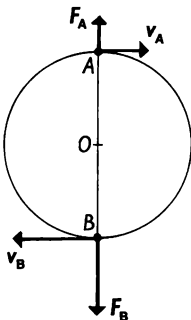
Kulička o hmotnosti m je upevněna na vlákně neměnné délky r . Hmotnost vlákna je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti m . Kulička koná pohyb ve svislé rovině po kružnici se středem O (obr. 67). Označíme F_B , popř. F_A síly, které napínají vlákno, když kulička prochází bodem B , popř. bodem A .



Obr. 67

- a) Určete rozdíl velikostí sil ($F_B - F_A$), má-li kulička v nejvyšším bodě své trajektorie rychlost v_A .
b) Jakou nejmenší velikost $v_{A \min}$ může mít rychlost v_A ?

Řešení: – obr. 68



Obr. 68

a) V bodě A trajektorie platí

$$m \frac{v_A^2}{r} = mg + F_A \quad ,$$

obdobně v bodě B :

$$m \frac{v_B^2}{r} = -mg + F_B \quad ,$$

takže

$$F_B - F_A = m \left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{r} + 2g \right) \quad (1)$$

Ze zákona zachování energie

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + 2mgr = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad ,$$

neboli

$$v_B^2 - v_A^2 = 4gr$$

Dosazením do (1):

$$F_B - F_A = 6gr$$

b) Nejmenší velikost má rychlost v_A tehdy, když vlákno v místě A není napínáno, dostředivá síla je v rovnováze se silou tíhovou

$$m \frac{v_{A\min}^2}{r} = mg \quad ,$$

tedy

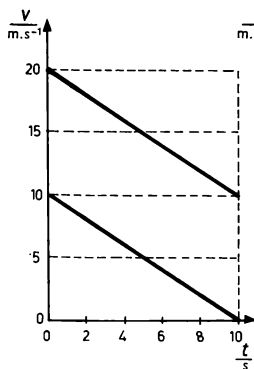
$$v_{A\min} = \sqrt{gr}$$

4. Úlohy kategorie D

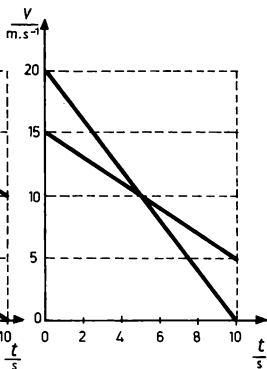
a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Prostudujte grafy rychlosti jako funkce času přímočarých pohybů podle obr. 69, 70, 71, 72.

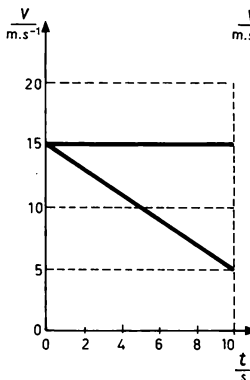


Obr. 69

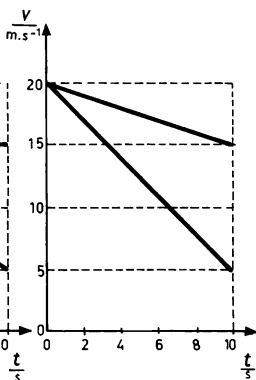


Obr. 70

- Popište oba pohyby znázorněné v každém obrázku a stanovte, v čem se shodují a v čem se liší.
- Určete velikost počáteční rychlosti v_0 a velikost koncové rychlosti v_k každého z obou pohybů na obrázcích. Stanovte dále velikost zrychlení a , dobu trvání pohybu Δt a dráhu pohybu s jako funkce času. Všechny výsledky sestavte do tabulky:



Obr. 71



Obr. 72

Obr.	v_{01}	v_{02}	v_{k1}	v_{k2}	Δt_1	Δt_2	a_1	a_2	s_1	s_2
	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$				s		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$		m	
69										
70										
71										
72										

Řešení:

- a) V grafech rychlostí jako funkcí času vyznačuje úsečka rovnoběžná s osou času záznam pohybu se stálou rychlostí. Další úsečky zaznamenávají pohyby rovnoměrně zpomalené. Obr. 69 – oba pohyby rovnoměrně zpomalené se zrychlením $-1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, jeden s počáteční rychlostí $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, druhý s počáteční rychlostí $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Obr. 70 – oba pohyby jsou rovnoměrně zpomalené, jeden s počáteční rychlostí $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a zrychlením $-2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, druhý s počáteční rychlostí $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a se zrychlením $-1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Obr. 71 – jeden pohyb je rovnoměrný s rychlostí $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, druhý pohyb je rovnoměrně zpomalený s počáteční rychlostí $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a se zrychlením $-1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Obr. 72 – oba pohyby jsou rovnoměrně zpomalené s touž počáteční rychlostí $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, jeden se zrychlením $-5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, druhý se zrychlením $-1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

b) – tabulka 15

Tabulka 15

Obr.	v_{01}	v_{02}	v_{k1}	v_{k2}	Δt_1	Δt_2	a_1	a_2	s_1	s_2
	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$				s		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$		m	
69	20	10	10	0	10	10	-1	-1	150	50
70	20	15	0	5	10	10	-2	-1	100	100
71	15	15	15	5	10	10	0	-1	150	100
72	20	20	15	5	10	10	-0,5	-1,5	175	125

2. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf, CSc.)

Najděte v jízdním řádu ČSD trať 010 Praha – Kolín – Česká Třebová. V tomto traťovém úseku vyberte rychlíky jedoucí z Prahy v době od 13 h 00 min do 18 h 00 min, dále všechny rychlíky vyjíždějící ve stejné době z České Třebové do Prahy.

- Sestavte tabulku odjezdů rychlíků ze stanice Praha, příjezdů a odjezdů ve stanicích Kolín, Pardubice, Choceň a příjezdů do stanice Česká Třebová; podobně odjezdů rychlíků v opačném směru z České Třebové, příjezdů a odjezdů ve stanicích Choceň, Pardubice, Kolín a příjezdů do Prahy. Na milimetrový papír sestrojte grafikon jízdy těchto vlaků.
- Podobnou tabulku sestavte pro tytéž stanice pro osobní vlaky 5004 a 5011. Do grafikonu rychlíků nakreslete grafikon těchto osobních vlaků pro tytéž stanice.
- Použitím grafikonu určete průměrnou rychlost obou osobních vlaků a srovnajte ji s průměrnou rychlostí Ostravanu (R 105).

Řešení:

- a), b) Vypsání údajů z jízdního řádu jsou v tabulce 16, graf je na obr. 73.

Tabulka 16

Rychlík	1103	605	675	805	10525	105	525
Praha odj.	13.02	13.52	14.21	15.11	15.21	15.40	16.06
Kolín příj.	13.58	14.40	15.17				16.55
Kolín odj.	14.00	14.42	15.19				16.58
Pardubice příj.	14.34	15.14	15.53	16.29	16.44	17.02	17.30
Pardubice odj.	14.39	15.19	16.01	16.32	16.48	17.06	17.33
Choceň příj.	15.09	15.46	16.28				17.59
Choceň odj.	15.10	15.47	16.29				18.00
Č. Třebová příj.	15.40	16.15	17.01	17.19	17.41	17.56	18.23

Rychlík	21	645	1	1107	os. vl. 5011
Praha odj.	16.32	16.43	17.30	17.43	13.00
Kolín příj.		17.35		18.35	14.24
Kolín odj.		17.37		18.37	14.47
Pardubice příj.	17.59	18.09	18.34	19.10	15.48
Pardubice odj.	18.04	18.13	18.39	19.15	16.06
Choceň příj.		18.42		19.43	16.52
Choceň odj.		18.44		19.44	17.02
Č. Třebová příj.	19.02	19.11	19.31	20.10	17.36

Rychlík	674	10524	524	1102	602	678
Č. Třebová odj.	13.28	14.24	15.00	15.12	15.49	15.56
Choceň příj.	13.55			15.33		16.22
Choceň odj.	13.56			15.34		16.24
Pardubice příj.	14.21	15.11	15.44	15.58	16.32	16.48
Pardubice odj.	14.25	15.18	15.49	16.04	16.38	16.51
Kolín příj.	14.57	15.48	16.20	16.37	17.08	17.22
Kolín odj.	15.01	15.50	16.24	16.41	17.10	17.24
Praha příj.	16.04	16.44	17.25	17.38	18.10	18.18

Rychlík	124	1106	os. vl. 5004
Č. Třebová odj.	17.18	17.38	14.00
Choceň příj.		18.04	14.36
Choceň odj.		18.05	14.40
Pardubice příj.	18.00	18.30	15.22
Pardubice odj.	18.04	18.34	15.31
Kolín příj.		19.05	16.29
Kolín odj.		19.07	16.33
Praha příj.	19.28	20.10	17.44

- c) Tarifní vzdálenost mezi Prahou a Českou Třebovou je 164 km. Z číselných hodnot a z grafikonu dostáváme průměrné rychlosti:

osobní vlak 5011 ... asi $35,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$,

osobní vlak 5004 ... asi $40,3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$,

Ostravan R 105 ... asi $72,2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

3. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

Oceľová guľa hmotnosti M je zavesená na lanko. Lanko je nemennej dĺžky d a zanedbateľnej hmotnosti. Na túto guľu, ktorá je v pokoji v rovnovážnej polohe stálej, narazí oceľová guľôčka hmotnosti m , ktorá sa pohybuje rýchlosťou v_0 vo vodorovnom smere. Ide o stredový dokonale pružný zraz.

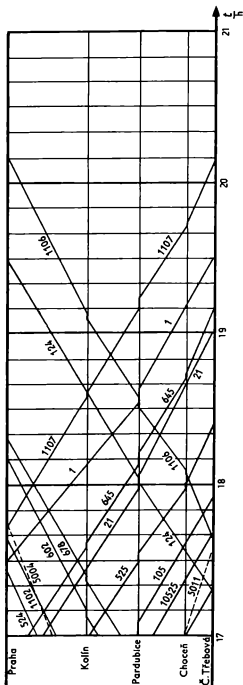
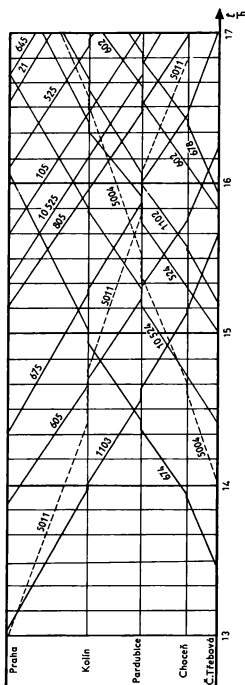
- a) Akú rýchlosť v_1 získa guľa po zraze a akú rýchlosť v_2 bude mať guľôčka? Urobte diskusiu vzhľadom na pomer hmotností $\frac{m}{M}$.

- b) O aký najväčší úhol α od rovnovážnej polohy stálej sa vychýli lanko po zraze obidvoch telies?

Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty $M = 10 \text{ kg}$,

$m = 20 \text{ g}$, $d = 2,0 \text{ m}$, $v_0 = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pri riešení sa môžete pozrieť do učebnice Fyzika pre I. ročník gymnázia, cvičenie 9.



Obr. 73

Riešenie:

- a) Smer rýchlosti v_0 považujeme za kladný. Podľa zákona zachovania hybnosti

$$Mv_1 + mv_2 = mv_0 \quad (1)$$

a podľa zákona zachovania energie

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (2)$$

Ak z (1) vyjadríme v_2 a dosadíme do (2), dostaneme pre v_1 kvadratickú rovnicu bez absolútneho členu. Jej nulový koreň nemá fyzikálny zmysel, vyhovuje len

$$v_1 = \frac{2m}{M + m}v_0 \quad (3)$$

Dosadíme do (1) a dostaneme

$$v_2 = \frac{m - M}{m + M}v_0 \quad (4)$$

Pre zadané hodnoty: $v_1 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = -498 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; guľočka sa odrazí späť.

Označíme $\frac{m}{M} = p$; z (3) a (4) dostaneme

$$v_1 = \frac{2p}{p + 1}v_0, \quad v_2 = \frac{p - 1}{p + 1}v_0$$

Ak $p \rightarrow 0$, potom $v_1 \rightarrow 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 \rightarrow -v_0$.

Ak $p = 1$, potom $v_1 = v_0$, $v_2 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pre $p \in (0; 1)$ je $v_1 \in (0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; v_0)$, $v_2 \in (-v_0; 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$.

Pre $p \in (1; \infty)$ je $v_1 \in (v_0; 2v_0)$, $v_2 \in (0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; v_0)$.

- b) Zrážkou získala guľa kinetickú energiu, ktorá sa vychýlením lanka premení na potenciálnu energiu ťažovú. Zo vzťahu

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 = Mgd(1 - \cos \alpha)$$

vyjadríme s prihliadnutím k (3)

$$\cos \alpha = 1 - \frac{2}{gd} \left(\frac{mv_0}{M + m} \right)^2$$

Pre zadané hodnoty: $\alpha \doteq 27,8^\circ$.

4. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

Dvaja robotníci nesú tenkú rovnorodú kladu dĺžky d , hmotnosti m . Držia kladu vo vzdialenostiach x , y od koncov (obr. 74).



Obr. 74

- Určte sily F_A , F_B , ktorými pôsobia robotníci na kladu.
- Určte prácu, ktorú vykonajú robotníci, ak prenesú kladu na vzdialenosť s , keď sa pohybujú po vodorovnej rovine.
- Určte prácu, ktorú vykonajú robotníci, ak prenesú kladu na vzdialenosť s , keď sa pohybujú hore zvaňom, ktorý zvierá s vodorovnou rovinou uhol α .
- Určte prácu, ktorú vykonajú robotníci, ak prenesú kladu na vzdialenosť s , keď sa pohybujú dolu zvaňom, ktorý zvierá s vodorovnou rovinou uhol β .

Úlohu riešte pre údaje: $d = 8,0$ m, $m = 70$ kg, $x = 1$ m, $y = 1,5$ m, $s = 200$ m, $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 15^\circ$.

Riešenie:

- a) Z rovnosti momentov síl vzhľadom na bod B plynie

$$F_A(d - x - y) = mg \left(\frac{d}{2} - y \right) \quad , \quad (1)$$

odtiaľ

$$F_A = \frac{mg}{d - x - y} \left(\frac{d}{2} - y \right) \doteq 312 \text{ N} ;$$

pretože $F_A + F_B = mg$, máme ďalej

$$F_B = mg \left[1 - \frac{1}{d - x - y} \left(\frac{d}{2} - y \right) \right] \doteq 375 \text{ N}$$

b) Pri nesení po vodorovnej rovine je vykonaná práca nulová.

c) Ťažisko klady sa zdvihne o výšku $h = s \sin \alpha$, vykonaná práca

$$W = mgs \sin \alpha \doteq 47 \text{ kJ}$$

a jednotlivo

$$W_A = F_A s \sin \alpha \doteq 21 \text{ kJ}; \quad W_B = F_B s \sin \alpha \doteq 26 \text{ kJ}$$

d) Analogicky pre uhol β , lenže prácu koná gravitačné pole Zeme a práca robotníkov je záporná:

$$W = -mgs \sin \beta \doteq -36 \text{ kJ}$$

a jednotlivo

$$W_A = -F_A s \sin \beta \doteq -16 \text{ kJ} ,$$

$$W_B = -F_B s \sin \beta \doteq -20 \text{ kJ}$$

Poznámka 1:

I keď je vykonaná práca nulová alebo záporná, robotníci sa unavia a ich energia sa nezväčší; súvisí to s činnosťou mechanizmu ľudskej svalovej sily.

Poznámka 2:

Sily F_A, F_B sú vo všetkých troch prípadoch rovnaké. Pri šikmej polohe klady by sa rovnosť momentov zapísala rovnakým zápisom ako (1), len na oboch stranách by bol ešte činiteľ $\cos \alpha$, popr. $\cos \beta$. Tie sa však zkrátia, pokiaľ $\cos \alpha \neq 0$, popr. $\cos \beta \neq 0$. Takýto prípad by nenastal, keby sa klada prenášala zvislo nahor, popr. nadol, napr. po zvislom rebríku. Potom by sa výpočet musel robiť ináč; sily F_A, F_B by v takom prípade neboli jednoznačne zistiteľné – súčet síl by bol rovný mg , a možnosť by bolo pri tom veľa:

$$F_A \in \langle 0 \text{ N}; mg \rangle, \quad F_B \in \langle mg; 0 \text{ N} \rangle$$

5. úloha (navrhl RNDr. Josef Jírů)

Na bramborové brigádě potřebovali dva chlapci přemístit dřevěnou bednu po vodorovné rovině na poměrně velkou vzdálenost. Rozhodli se, že ji budou pomalu převalovat vždy kolem hrany téže délky. Zvolili hranu střední délky. Dokažte, že při zvoleném způsobu převalování vykonají největší práci. Při řešení úlohy považujte bednu za stejnorodý kvádr o hranách $a, b, c, a > b > c$.

Řešení:

Střední délku má hrana b . Při překlopení bedny o plný úhel 360° je třeba překloupit bednu čtyřikrát kolem hrany o délce b . Při prvním překlopení je nutné pozvednout těžiště bedny z výšky $\frac{c}{2}$ do výšky rovné polovině úhlopříčky obdélníku o stranách a, c , tedy do výšky $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + c^2}$. Obdobně při druhém překlopení je třeba pozvednout těžiště z výšky $\frac{a}{2}$ do výšky $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + c^2}$. Při překlopení o plný úhel se vykoná práce

$$W_b = mg[2\sqrt{a^2 + c^2} - (a + c)]$$

Obdobně: Při překlopení kolem hrany c se vykoná práce

$$W_c = mg[2\sqrt{a^2 + b^2} - (a + b)]$$

a kolem hrany a

$$W_a = mg[2\sqrt{b^2 + c^2} - (b + c)]$$

Při překlopení o plný úhel se těžiště bedny posune o délky

$$s_b = 2(a + c), \quad s_a = 2(b + c), \quad s_c = 2(a + b)$$

Zavedeme si nyní označení w_b, w_a, w_c pro jakousi měrou práci potřebnou k přemístění těžiště o jednotkovou délku ve vodorovném směru:

$$w_b = \frac{W_b}{s_b} = \frac{1}{2}mg \left(\frac{2\sqrt{a^2 + c^2}}{a + c} - 1 \right),$$
$$w_a = \frac{1}{2}mg \left(\frac{2\sqrt{b^2 + c^2}}{b + c} - 1 \right),$$

$$w_c = \frac{1}{2}mg \left(\frac{2\sqrt{a^2 + b^2}}{a + b} - 1 \right)$$

Máme nyní dokázat, že $w_b > w_a > 0$. Postačí uvažovat rozdíl

$$\frac{a^2 + c^2}{(a + c)^2} - \frac{b^2 + c^2}{(b + c)^2}$$

Převědeme oba zlomky na společného jmenovatele, který je kladný, a budeme vyšetřovat čitatele

$$\begin{aligned} D_a &= (a^2 + c^2)(b + c)^2 - (b^2 + c^2)(a + c)^2 = \\ &= [(a + c)^2 - 2ac](b + c)^2 - [(b + c)^2 - 2bc](a + c)^2 = \\ &= 2c[b(a + c)^2 - a(b + c)^2] = 2c[ab(a - b) - c^2(a - b)] = \\ &= 2c(a - b)(ab - c^2) > 0, \end{aligned}$$

protože $a > b$, $c^2 < ab$ je $w_b > w_a > 0$.

Obdobně dokážeme, že $w_b > w_c > 0$:

$$\begin{aligned} D_c &= (a^2 + c^2)(a + b)^2 - (a + c)^2(a^2 + b^2) = \\ &= 2a(b - c)(a^2 - bc) > 0, \end{aligned}$$

protože $b > c$, $bc < a^2$?

6. úloha (navrhla RNDr. M. Toufarová)

Stanovení hustoty plastelíny

Ú v o d

Ponoříme-li do kapaliny těleso, jehož střední hustota je rovna hustotě kapaliny, pak se těleso v kapalině vznáší. Hustota plastelíny je větší než hustota vody, proto stejnorodé těleso z plastelíny klesá ve vodě ke dnu; naopak míček na stolní tenis plave na vodě. Jestliže míček obalíme plastelínou vhodného objemu, získáme těleso, které se ve vodě vznáší. Hustotu ϱ_p plastelíny určíme ze vztahu

$$\varrho_p = \frac{\varrho_v(V_m + V_p) - m_m}{V_p},$$

kde ρ_v je hustota vody, V_m objem míčku, V_p objem plastelíny, m_m hmotnost míčku.

P o m ů c k y :

Míček na stolní tenis, plastelína, odměrný válec s dostatečně velkým obsahem příčného řezu, nádoba s vodou (např. větší kádinka), kousek drátu.

Úkoly:

- Odvoďte výše uvedený vztah pro výpočet hustoty plastelíny.
- Určete objem míčku jeho úplným ponořením do vody v odměrném válci.
- Obalte míček plastelínou, ponořte jej do nádoby s vodou a tak dlouho plastelínu přidávejte a ubírejte, až se míček obalený plastelínou ve vodě vznáší. Protože dosáhnout rovnovážné polohy míčku vznášejícího se ve vodě je obtížné, stačí, aby míček velmi pomalu stoupal či klesal ve vodě.
- Pokus a měření opakujte aspoň pětkrát. Určete průměrnou hustotu plastelíny. Na kolik platných číslic jste mohli stanovit číselnou hodnotu hustoty? Odhadněte relativní odchylku měření.

Řešení:

Míček obalený plastelínou má hmotnost $m_m + m_p$, kde m_p je hmotnost plastelíny, a objem $V = V_m + V_p$. Vztaková hydrostatická síla $F_{vz} = -V \rho_v g$ je v rovnováze s tíhovou silou $F_G = (m_m + m_p) g$. Odtud

$$(V_m + V_p) \rho_v = m_m + m_p = m_m + V_p \rho_p$$

Odtud dostaneme vztah uvedený v zadání.

Hmotnost m_m můžeme přímo změřit vážením. Pomocí odměrného válce určíme objem míčku V_m a objem míčku obaleného plastelínou $V_m + V_p$, odečtením dostaneme V_p . Tím máme všechny veličiny potřebné k dosazení do vztahu uvedeného v zadání, pro ρ_v vezmeme, s dostatečnou přesností, hodnotu $\rho_v = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Změřené hodnoty jsou sestaveny v tabulce 17, pro průměrnou hodnotu hustoty plastelíny vychází $\rho_p = 1\,570 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Absolutní odchylky měřených veličin byly odhadnuty takto:

$\Delta m_m = 0,01 \text{ g}$, $\Delta V = 0,5 \text{ cm}^3$, $\Delta V_m = 0,5 \text{ cm}^3$. Absolutní odchylka čitatele vychází potom $\Delta_\varepsilon = 0,51 \text{ g}$, absolutní odchylka jmenovatele $\Delta_j = 1,0 \text{ cm}^3$, relativní odchylka čitatele

Tabulka 17

Číslo měření	$\frac{m_m}{g}$	$\frac{V_m}{cm^3}$	$\frac{V}{cm^3}$	$\frac{V_p}{cm^3}$	$\frac{\rho_p}{g \cdot cm^{-3}}$
1	2,45	25	65	40	1,56
2	2,45	26	66	40	1,58
3	2,50	26	66	40	1,54
4	2,45	26	67	41	1,61
5	2,50	26	67	41	1,57

$\delta_\xi = 0,008$, relativní odchylka jmenovatele $\delta_j = 0,025$, relativní odchylka výsledku $\delta = 0,033$, absolutní odchylka výsledku $\Delta = 0,05 g \cdot cm^{-3}$, takže výsledek můžeme zapsat

$$\rho_p = (1,57 \pm 0,05) g \cdot cm^{-3}.$$

Výsledek je proto uveden s třemi platnými číslicemi.

7. úloha (navrhl RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

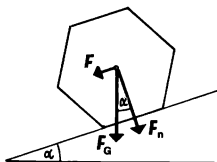
Na nakloněnou rovinu, která svírá s vodorovnou rovinou úhel α , položíme šestiboký pravidelný stejnorodý hranol jednou boční stěnou tak, že boční hrany jsou kolmé ke spádnicí nakloněné roviny. Součinitel smykového tření mezi boční stěnou, na které hranol leží, a nakloněnou rovinou je f , součinitel klidového tření je f_0 , $f_0 > f$.

- Hranol se bude posouvat po nakloněné rovině, nebo se bude odvalovat, anebo zůstane na nakloněné rovině v klidu. Popište situaci, ve které nastane vždy právě jeden z uvedených případů.
- Řešte úlohu pro daný hranol, $f = 0,30$, $f_0 = 0,50$, $\alpha = 20^\circ$, 30° , 40° .

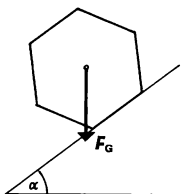
Výsledek zobecněte pro $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Řešení:

- Jsou dva zásadně různé případy znázorněné na obr. 75 a obr. 76 a to buď $\alpha < 30^\circ$, nebo $\alpha > 30^\circ$. V prvním případě protíná těžnice hranolu nakloněnou rovinu uvnitř stěny, na které hranol spočívá, ve druhém případě ji protne mimo tuto stěnu.



Obr. 75



Obr. 76

Případ $\alpha = 30^\circ$ představuje mezní situaci. V situaci podle obr. 75 je hranol tažen dolů silou F ; je to složka tíhové síly F_G ve směru spádnicí nakloněné roviny. Síla F_n kolmá ke spádnicí vyvolává třecí sílu o velikosti $F_t = fF_n$, popř. $F_{t0} = f_0F_n$. Poněvadž $F = F_G \sin \alpha$, $F_n = F_G \cos \alpha$, dostáváme porovnáním velikostí sil F a F_t následující možnosti:

1. $\alpha < 30^\circ$:

- 1.a $\operatorname{tg} \alpha < f_0$... hranol je na nakloněné rovině trvale v klidu;
- 1.b $\operatorname{tg} \alpha = f_0$... hranol je v klidu, ale po postrčení směrem dolů se pohybuje rovnoměrným klouzavým pohybem;
- 1.c $f_0 \geq \operatorname{tg} \alpha > f$... hranol je v klidu, ale po postrčení se pohybuje rovnoměrně zrychleným klouzavým pohybem;
- 1.d $\operatorname{tg} \alpha > f_0$... hranol klouže rovnoměrně zrychleným pohybem.

2. $\alpha = 30^\circ$:

Diskuse je obdobná jako v případě 1., ale při jakémkoli pootočení se hranol počne na nakloněné rovině převracet.

3. $\alpha > 30^\circ$ – obr. 76

Hranol se na nakloněné rovině převrací, při $\alpha = 90^\circ$ volně padá.

- b) Pro $\alpha = 20^\circ$ platí případ 1. c, protože součinitelům f_0, f odpovídají přibližně úhly $26^\circ 34'$ a $16^\circ 42'$. Pro $\alpha = 30^\circ$ platí případ 2., pro $\alpha > 30^\circ$ případ 3.

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

Strela sa pohybuje rovnomerným priamočiarým pohybom s rýchlosťou o veľkosti $v_0 = 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a zavŕta sa do hrubej dosky, v ktorej vykoná dráhu $d_1 = 0,10 \text{ m}$ a zastaví sa. Taká istá strela s takou istou rýchlosťou sa zavŕta do inej dosky s hrúbkou $d_2 < d_1$, $d_2 = 0,064 \text{ m}$. Brzdenie strely je rovnaké v oboch prípadoch.

- Akou veľkou rýchlosťou sa bude strela pohybovať po výstupe z dosky s hrúbkou d_2 ?
 - Aký čas sa bude strela pohybovať v doske s hrúbkou d_2 ?
 - Nakreslite graf rýchlosti ako funkcie času pre hodnoty času $t \in (-0,002 \text{ s}; 0,003 \text{ s})$, keď čas $t = 0,000 \text{ s}$ uvažujeme v okamihu, keď strela vletí do dosky.
- Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre dané hodnoty.

Riešenie:

- V doske veľkej hrúbky vykoná strela dráhu d_1 za čas, ktorý označíme t_1 . Predpokladáme, že strela koná v doske pohyb rovnomerne zrýchlený, ktorého (záporné) zrýchlenie označíme $-a$. Potom

$$d_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2, \quad v_0 - a t_1 = 0$$

Z týchto rovníc určíme

$$a = \frac{v_0^2}{2d_1} \quad (1)$$

Rýchlosť strely po výstupe z dosky s hrúbkou d_2 označíme v , čas jej pohybu v doske t_2 , takže $v = v_0 - a t_2$, odtiaľ

$$t_2 = \frac{v_0 - v}{a} \quad (2)$$

Pre pohyb v doske platí vzťah

$$d_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2$$

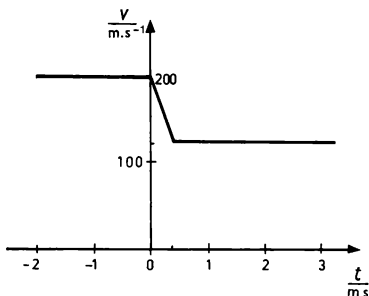
Dosadíme z (1) a (2) a vyjadríme

$$v = v_0 \sqrt{\frac{d_1 - d_2}{d_1}} = 120 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (3)$$

b) Čas t_2 je určený vztahom (2); po dosadení z (1) a (3)

$$t_2 = \frac{2d_1}{v_0} \left(1 - \sqrt{\frac{d_1 - d_2}{d_1}} \right) = 0,4 \text{ ms}$$

c) – obr. 77.



Obr. 77

2. úloha (navrhl RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

Těleso o hmotnosti m_1 je zavěšeno na vlákne připevněném ke stropu kabiny výtahu. Toto těleso se při pohybu nachází ve vzdálenosti h od podlahy výtahu. Vlákno má trvale svislý směr. Hmotnost kabiny výtahu je m_2 . Na kabinu výtahu působí směrem vzhůru stálá vnější síla F , $F > (m_1 + m_2)g$.

- Určete zrychlení a soustavy.
- Určete velikost F_1 síly, kterou je namáháno vlákno při pohybu kabiny výtahu.
- Určete zrychlení a_1 tělesa a zrychlení a_2 kabiny výtahu po náhlém přetržení vlákna (síla F působí i nadále na kabinu).

- d) Určete dobu t mezi okamžiky přetržení vlákna a dopadu tělesa na podlahu kabiny.

Úlohu řešte vzhledem k inerciální vztažné soustavě spojené s povrchem Země. Tření a odpor prostředí neuvažujte.

Úlohu řešte obecně, potom pro hodnoty: $m_1 = 50 \text{ kg}$, $m_2 = 200 \text{ kg}$, $F = 3000 \text{ N}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $h = 0,75 \text{ m}$.

Řešení:

- a) Pro pohyb soustavy platí

$$(m_1 + m_2)a = F - (m_1 + m_2)g \quad ,$$

takže

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - g \doteq 2,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (1)$$

- b) Při pohybu působí na vlákno, podle principu akce a reakce, svisle vzhůru síla F_1 a platí $m_1 a = F_1 - m_1 g$; odtud po dosazení z (1) $F_1 = F \frac{m_1}{m_1 + m_2} \doteq 600 \text{ N}$

- c) Po přetržení vlákna se těleso pohybuje volným pádem se zrychlením $\mathbf{a}_1 = \mathbf{g}$ svisle dolů. Kabina výtahu koná ve směru svisle vzhůru pohyb rovnoměrně zrychlený, pro jehož zrychlení $\mathbf{a}_2$ platí

$$m_2 a_2 = F - m_2 g \quad ,$$

$$a_2 = \frac{F}{m_2} - g \doteq 5,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- d) Po přetržení vlákna se těleso přibližuje k podlaze kabiny se zrychlením o velikosti

$$a_r = a_1 + a_2 = \frac{F}{m_2} \quad (2)$$

Za dobu t proběhne těleso vzhledem ke kabině dráhu h , takže

$$h = \frac{1}{2} a_r t^2$$

Odtud po dosazení z (2)

$$t = \sqrt{\frac{2hm_2}{F}} \doteq 0,32 \text{ s}$$

3. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

V nádrži s vodorovným dnom je voľný povrch kvapaliny udržiavaný plavákovým zariadením v stále rovnakej výške nad dnom. V dne je malý otvor kruhového tvaru s priemerom d_0 , ktorým vyteká voda. Pramienok vytekajúcej vody sa postupne zužuje a v hĺbke h_1 pod otvorom je ešte spojitý.

- Určte veľkosť rýchlosti vody v_0 , ktorou voda vyteká z otvoru.
- Určte objemový prietok Q_V vody otvorom (objem vody, ktorá vytečie za 1 s, $Q_V = V : t$).
- Určte priemer d vodného pramienka v hĺbke h_1 pod otvorom.
- Načrtnite jednoduché plavákové zariadenie, ktoré udržiava voľný povrch vody v nádrži v stálej výške nad dnom.

Vodu považujte za ideálnu kvapalinu. Riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $h = 2,0$ m, $d_0 = 2,0$ cm, $h_1 = 1,0$ m.

Riešenie:

- Pre rýchlosť vytekania vody z otvoru platí Torricelliho vzťah

$$v_0 = \sqrt{2hg} \doteq 6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Objemový prietok vody

$$Q_V = \frac{1}{4} \pi d_0^2 v_0 \doteq 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

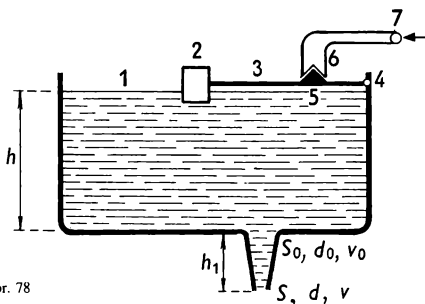
- Podľa rovnice kontinuity $S_0 v_0 = S_v$, a teda

$$\frac{1}{4} \pi d_0^2 \sqrt{2hg} = \frac{1}{4} \pi d^2 \sqrt{2(h+h_1)g} \quad ,$$

odtiaľ

$$d = d_0 \sqrt[4]{\frac{h}{h+h_1}} \doteq 1,8 \text{ cm}$$

- Príklad schémy zariadenia je na obr. 78, v ktorom 1 je hladina vody v nádobe, 2 plavák, 3 rameno plaváka, 4 os ramena, 5 kužeľ, 6 rúrka so sedlom, 7 prítoková hadica.



Obr. 78

4. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník, CSc.)

Z hnacieho kola polomeru r , poháňaného elektromotorom, sa prenáša otáčavý pohyb prostredníctvom remeňa na hnané koleso polomeru R , $R > r$. Hnacie koleso je nasadené na osi elektromotora. Vzájomná vzdialenosť osí oboch kolies je s . Elektromotor má frekvenciu otáčania f_1 .

- Určte frekvenciu otáčania f_2 hnaného kolesa.
- Určte pomer frekvencií otáčania hnaného a hnacieho kolesa.
- Určte dĺžku d remeňa. Pre jednoduchosť predpokladáme, že remeň je napnutý a nemá žiadny previs.
- Určte veľkosť rýchlosti v , s ktorou sa pohybuje každý bod remeňa.
- Určte bod T obehu remeňa.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $r = 6,0$ cm, $R = 30$ cm, $s = 80$ cm, $f_1 = 10$ s⁻¹.

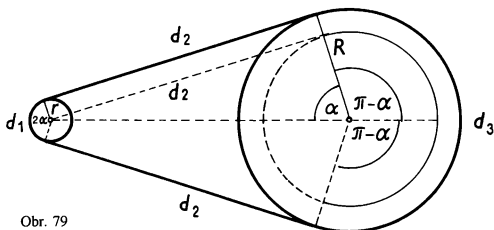
Riešenie:

- Pretože obvodové rýchlosti na oboch koliesách sú rovnaké, platí vzťah $2\pi r f_1 = 2\pi R f_2$, odtiaľ

$$f_2 = \frac{r}{R} f_1 = 120 \text{ min}^{-1} = 2 \text{ s}^{-1}$$

b) Pomer frekvencií

$$k = \frac{f_2}{f_1} = \frac{r}{R} = 0,2$$



Obr. 79

c) Vychádzame z obr. 79. Dĺžka remeňa $d = d_1 + 2d_2 + d_3$, kde d_1 je dĺžka kruhového oblúka opásaného remeňom na malom kolese, d_3 dĺžka kruhového oblúka opásaného remeňom na veľkom kolese. Označíme 2α stredový uhol oblúka dĺžky d_1 ; oblúk dĺžky d_3 potom prislúcha stredovému uhlu $2\pi - 2\alpha = 2(\pi - \alpha)$. Najprv zistíme uhol α (obr. 79):

$$\cos \alpha = \frac{R - r}{s} = 0,3, \alpha \doteq 1,27 \text{ rad.}$$

Teraz máme

$$d_1 = 2r\alpha \doteq 15 \text{ cm} ,$$

$$2d_2 = 2\sqrt{s^2 - (R - r)^2} \doteq 167 \text{ cm} ,$$

$$d_3 = 2R(\pi - \alpha) \doteq 112 \text{ cm}$$

Dĺžka remeňa $d \doteq 2,9 \text{ m}$.

d) Každý bod remeňa sa pohybuje tou istou rýchlosťou ako bod na obode malého kola:

$$v = 2\pi r f_1 \doteq 3,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

e) Čas oběhu remeňa

$$T = \frac{d}{v} \doteq 0,76 \text{ s}$$

5. Úlohy kategorie E

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl K. Hodulík)

Měděný drát o průměru $d = 2,0 \text{ mm}$ má délku $l_1 = 20 \text{ m}$.

- Určete hmotnost drátu.
- Drát svineme do cívky a položíme na jednu misku rovnoramenných vah. Položíme-li na druhou misku vah cívku z hliníkového drátu téhož průměru, ustálí se jazýček vah v rovnovážné poloze. Určete délku l_2 hliníkového drátu.
- Určete podíl $\frac{l_1}{l_2}$ pomocí hustot ϱ_1, ϱ_2 drátů.

Řešení:

Hustota mědi $\varrho_1 = 8\,900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,
hustota hliníku $\varrho_2 = 2\,700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- a) Hmotnost měděného drátu

$$m_1 = \frac{1}{4} \pi d^2 l_1 \varrho_1 \doteq 0,56 \text{ kg}$$

- b) Z rovnosti $m_1 = m_2$, kde $m_2 = \frac{1}{4} \pi d^2 l_2 \varrho_2$ vyjádříme

$$l_2 = l_1 \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \doteq 66 \text{ m}$$

- c) Z výsledku úlohy b):

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$$

2. úloha (navrhla doc. RNDr. M. Rakovská, CSc.)

Do nádoby tvaru válce přitéká potrubím voda. Výška h volného povrchu vody nad dnem nádoby se zvětšuje s časem t podle tabulky:

$\frac{t}{\text{min}}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{h}{\text{cm}}$	0	11	20	29	40	50	56	61	65	70	75

V čase $t_1 = 5$ min je nádoba naplněna do poloviny své výšky.

- Podle tabulky nakreslete na milimetrový papír graf závislosti výšky h na čase t .
- Jak velkou průměrnou rychlostí v_1 se zvětšuje výška h v prvních pěti minutách podle tabulky? Jak velkou rychlostí v_2 se zvětšuje výška h ve zbývajícím čase podle tabulky?
- Dokreslete další průběh grafu po 10. minutě, zvětšuje-li se dále výška h rychlostí v_2 .
- Podle grafu určete dobu, za kterou se nádoba naplní vodou.
- Podle grafu určete výšku h_2 volného povrchu vody v čase $t_2 = 12$ min.

Řešení:

a), c) – obr. 80

b) $v_1 = 0,1 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, $v_2 = 0,05 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$

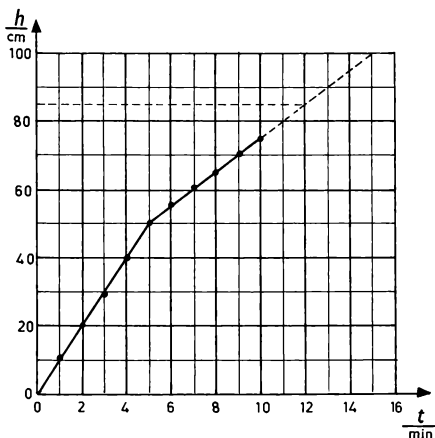
d) Nádoba se naplní vodou za 15 minut.

e) Výška $h_2 = 85 \text{ cm}$.

3. úloha (navrhl M. Simerský)

Stejnorodé těleso je zavěšeno na pružině siloměru. Na stupnici siloměru čteme velikost síly $F = 5,0 \text{ N}$. Ponoříme-li těleso zcela do vody, čteme na stupnici siloměru velikost síly $F_1 = 3,0 \text{ N}$, ponoříme-li těleso zcela do glycerolu, čteme velikost síly $F_2 = 2,5 \text{ N}$.

- Určete objem V tělesa.
- Určete hustotu ρ tělesa.
- Určete hustotu ρ_1 glycerolu.
- Jaký údaj čteme na siloměru, ponoříme-li těleso zcela do petroleje?



Obr. 80

Hustota vody je $\varrho_0 = 1\,000\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota petroleje $\varrho_2 = 825\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

Na těleso o hmotnosti m působí v tíhovém poli síla $F = mg$, kde $g = 10\text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ (učebnice Fyzika pro 7. ročník).

a) Ve vodě působí na těleso gravitační síla svisle dolů a hydrostatická vztlaková síla svisle vzhůru. Její velikost je $F_{vz} = V \varrho_0 g$, kde V je objem tělesa. Svisle dolů tedy působí síla

$$F_1 = F - V \varrho_0 g, \quad (1)$$

odtud

$$V = \frac{F - F_1}{\varrho_0 g} = 0,0002\text{ m}^3,$$

b) Protože $F = V\rho g$, dostaneme z (1)

$$\frac{F - F_1}{F} = \frac{\rho_0}{\rho} \quad ,$$

odtud

$$\rho = \rho_0 \frac{F}{F - F_1} = 2\,500 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

c) Obdobně jako v úloze a): $F_2 = F - V\rho_1 g$ a s přihlédnutím k (2) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{F - F_2}{F - F_1} = 1\,250 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

d) Vztaková síla v petroleji $F_{vzp} = V\rho_2 g$, siloměr ukáže sílu

$$F_3 = F - F_{vzp} = F - \frac{F - F_1}{\rho_0} \rho_2 = 3,35 \text{ N}$$

4. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Do nádoby s vodou jsme vložili ponomý elektrický ohříváč a teploměr. Po zapojení ohříváče k elektrické síti jsme měřili teplotu vody vždy po jedné minutě. Naměřené hodnoty jsou v tabulce:

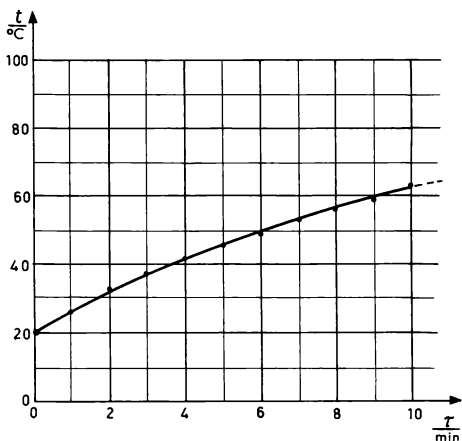
$\frac{\text{čas}}{\text{min}}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{\text{teplota}}{^{\circ}\text{C}}$	20,0	26,2	31,7	36,8	41,4	45,6	49,3	52,7	55,8	58,5	61,3
Změna teploty za 1 min											

a) Podle tabulky nakreslete na milimetrový papír graf závislosti teploty na čase.

- b) Určete změnu teploty za každou minutu a doplňte údaje ve třetím řádku tabulky.
- c) Změnu teploty vody za každou minutu znázorněte sloupcovým grafem na milimetrový papír. Šířka sloupce např. 1 cm odpovídá jedné minutě, výška sloupce změně teploty vody.
- d) Příkon ohřívače je stálý, tzn., že ohřívač připojený k elektrické síti odevzdá každou minutu stejné teplo. Proto by se měla teplota vody zvětšovat za každou minutu o stejnou hodnotu. Odpovídá to výsledku úlohy b), c)? Vysvětlete tento nesoulad.
- e) Domníváte se, že dojde k varu vody, zůstane-li ohřívač připojen k elektrické síti libovolně dlouhou dobu? Odpověď zdůvodněte s použitím tabulky a grafů z úlohy a), c).

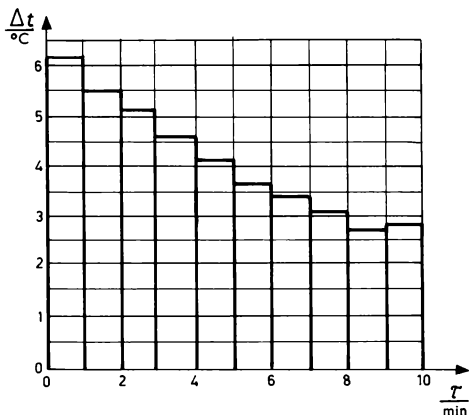
Řešení:

a) – obr. 81



Obr. 81

- b) třetí řádek tabulky: 6,2, 5,5, 5,1, 4,6, 4,2, 3,7, 3,4, 3,1, 2,7, 2,8
 c) – obr. 82.



Obr. 82

- d) Při vyšší teplotě dochází k rychlejší výměně tepla s okolím a část přijatého tepla se spotřebuje na vypařování vody.
 e) Teplota vody podle grafu na obr. 81 stoupá, ale přírůstky teploty jsou podle grafu na obr. 82 stále menší. V grafu na obr. 81 vyznačíme vodorovnou polopřímku teplotu varu vody 100 °C. Z průběhu křivky však nelze usoudit, že křivka zůstane i nadále pod polopřímkou, jestliže na ni nenaváže vodorovný úsek při teplotě < 100 °C.

5. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

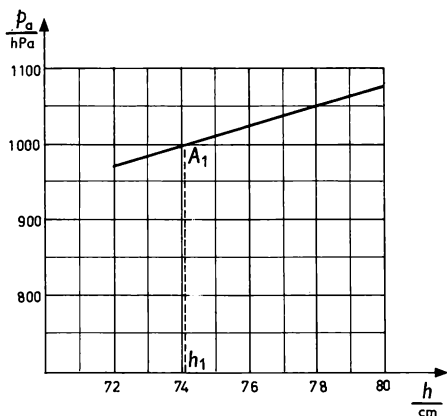
Stupnice aneroidu je sestrojena pokusně podle měření atmosférického tlaku provedených rtuťovým tlakoměrem. Aneroid má číselnou stupnici od 72 do 80. Tato čísla znamenají výšku h v centimetrech rtuťového sloupce v trubici nad volným povrchem rtuti v rozšířeném rameni tlakoměru.

$\frac{h}{\text{cm}}$	72	73	74	75	76	77	78	79	80
$\frac{p_h}{\text{Pa}}$									
$\frac{p_a}{\text{hPa}}$									

- Určete hydrostatický tlak rtuti odpovídající příslušným výškám h v prvním řádku tabulky a doplňte druhý řádek tabulky.
- V předpovědích počasí v televizi se vyjadřuje atmosférický tlak v hektopascalech (hPa). K hodnotám atmosférického tlaku ve druhém řádku tabulky doplňte třetí řádek hodnotami v hektopascalech.
- Ze společného bodu nakreslete na milimetrový papír dvě osy k sobě kolmé. Na vodorovnou osu sestrojte stupnici hodnot h v centimetrech podle prvního řádku tabulky. Na svislou osu sestrojte stupnici hodnot p_a v hektopascalech podle třetího řádku tabulky. Nakreslete příslušný graf.
- Určete měřicí rozsah stupnice aneroidu v hektopascalech. Na grafu vyznačte bod A_1 , jemuž odpovídá atmosférický tlak 1 000 hPa. Přečtěte z grafu, které výšce h_1 tento bod odpovídá.

Řešení:

- Hodnoty druhého řádku tabulky vypočítané pro hustotu rtuti $\rho_{\text{Hg}} = 13\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$:
97 200; 98 550; 99 900; 101 250; 102 600; 103 950; 105 300; 106 650; 108 000.
- Hodnoty třetího řádku tabulky:
972; 985,5; 999; 1 012,5; 1 026; 1 039,5; 1 053; 1 066,5; 1 080.
- obr. 83.
- obr. 83; tlaku 1 000 hPa odpovídá výška $h_1 \doteq 74,1 \text{ cm}$.



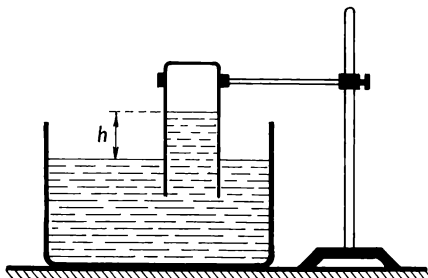
Obr. 83

6. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Určení tlaku vzduchu v uzavřeném prostoru (bez použití manometru)

Máte k použití: kádinku, stojan s držákem, nádobu většího objemu, pravítko s milimetrovou stupnicí, aneroid.

- Sestavte pokus podle obr. 84 a upevněte kádinku držákem ke stojanu.
- Pomocí aneroidu změřte atmosférický tlak p_a , jaký právě je v okolí pokusu. S využitím výsledků úlohy 5 vyjádřete p_a v hektopascalech.
- Určete hydrostatický tlak p_h vody v kádince, který odpovídá výšce h . Které veličiny k tomu potřebujete? Vyjádřete tlak p_h v hektopascalech.
- Je tlak vzduchu nad ustáleným povrchem vody v kádince větší, nebo menší než atmosférický tlak p_a v okolí kádinky, nebo je stejný? Odpověď zdůvodněte.



Obr. 84

- e) Vyjádřete tlak p pomocí atmosférického tlaku p_a a hydrostatického tlaku p_h . Dosadte do nalezeného vztahu hodnoty určené v úloze b), c) a určete tlak v hektopascalech.

7. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Většina stanic pražského metra je vybavena pohyblivými schodišti, tzv. eskalátory, které urychlují provoz ve stanicích metra. Cestující obvykle na eskalátoru stojí, mohou však také vystupovat nebo sestupovat po schodech ve směru pohybu eskalátoru. Petr a Pavel vystupují po určitém eskalátoru. Petr dokázal vystoupit po $n = 130$ schodech za dobu $t = 30$ s, zatímco Pavel vyšel po polovičním počtu schodů za dvojnásobnou dobu. Eskalátor se pohybuje stálou rychlostí v .

- Kolik schodů má eskalátor v klidu?
- Jak velkou rychlostí v se eskalátor pohyboval, když po něm Petr a Pavel vystupovali? Rychlost vyjádřete počtem schodů za sekundu.
- Za jakou dobu t se dopraví po tomto eskalátoru stojící osoba?
- Jak velkou rychlostí v_1 se pohyboval Petr a jak velkou rychlostí v_2 se pohyboval Pavel vzhledem ke stěnám výstupní chodby metra? Obě rychlosti vyjádřete počtem schodů za sekundu.

Řešení:

- a) Počet schodů, které jsou v daném okamžiku vidět, označíme N . Za dobu t se eskalátor posune o $N - n$ schodů, rychlost jeho výstupu $v = \frac{N-n}{t}$ schodů za sekundu, kde t je doba, za kterou Petr vystoupí o n schodů. Obdobně pro Pavla:

$$v = \frac{N - \frac{n}{2}}{2t}$$

Porovnáním vyjádříme $N = \frac{3}{2}n = 195$ schodů.

- b) Podle výsledků úlohy a): $v = \frac{N-n}{t} \doteq 2,17$ schodů za sekundu.
c) Osoba stojící na eskalátoru se dopraví z nejnižšího do nejvyššího místa za dobu

$$t' = \frac{N}{v} = \frac{Nt}{N-n} = 3t = 90 \text{ s}$$

- d) Vzhledem ke stěnám chodby se Petr pohybuje rychlostí

$$v_1 = \frac{n}{t} + v = \frac{3n}{2t} = 6,5 \text{ schodů za sekundu,}$$

Pavel rychlostí

$$v_2 = \frac{n}{4t} + v = \frac{3n}{4t} = 3,25 \text{ schodů za sekundu.}$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

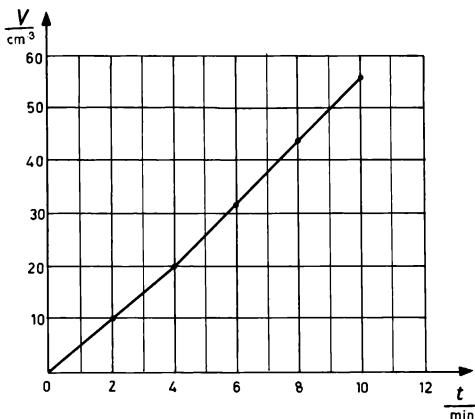
Do odměrného válce se stupnicí v krychlových centimetrech odkapávají z nedostatečně utěsněného vodovodního kohoutku kapky vody. Byl změřen počet kapek p , které spadly do odměrného válce v čase t . Výsledky měření jsou v 1. a 2. řádce tabulky. Ve 3. řádce tabulky jsou odpovídající naměřené objemy V .

$\frac{t}{\text{min}}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	25	50	75	100	130	160	190	220	250	280
$\frac{V}{\text{cm}^3}$	0	5	10	15	20						

- Jaký průměrný počet kapek p_1 spadl do odměrného válce za 1 minutu během počátečních 4 minut měření? Jaký průměrný počet kapek p_2 spadl za 1 minutu zbývajcího času?
- Jaká doba t_1 uplyne mezi dvěma po sobě následujícími kapkami během počátečních 4 min měření? Jaká doba t_2 uplyne mezi dvěma po sobě následujícími kapkami během zbývajcího času?
- Jaký je průměrný objem V_0 jedné kapky? Podle výsledku doplňte třetí řádek tabulky za předpokladu, že objem kapky se nemění.
- Nakreslete na milimetrový papír graf závislosti objemu V na čase t . Za jakou dobu t_3 bude ve válci voda o objemu 35 cm^3 ? Odhadněte, za jakou dobu t_4 se naplní nevyužitou vodou nádoba o objemu 1 litru, jestliže počet kapek za minutu od 4. minuty byl přibližně konstantní.

Řešení:

- Průměrný počet kapek $p_1 = 25$, $p_2 = 30$.
- Doba mezi po sobě následujícími kapkami $t_1 = 2,4 \text{ s}$, $t_2 = 2,0 \text{ s}$.
- Objem jedné kapky $V_0 = 0,2 \text{ cm}^3$.
- Doplníme třetí řádek tabulky: 26, 32, 38, 44, 50, 56, graf je na obr. 85. Objem 35 cm^3 nakape za 6 min 30 s. Objem 1 litru nakape za 2 h 47 min 20 s.



Obr. 85

2. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Zavěsíme-li na pružinu siloměru stejnorodý dřevěný kvádr, čteme na stupnici siloměru velikost síly F_1 . Ponoříme-li kvádr zavěšený na siloměru do vody tak, aby polovina jeho objemu byla pod volným povrchem vody, čteme na stupnici siloměru velikost síly F_2 .

- Určete hustotu ρ dřeva, z něhož je kvádr zhotoven.
- Jak velkou část objemu kvádru je třeba ponořit do vody, aby siloměr ukázal nulovou sílu?

Řešte pro hodnoty: $F_1 = 12 \text{ N}$, $F_2 = 2,0 \text{ N}$, hustota vody $\rho_0 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

Objem hranolu označíme V , jeho hmotnost m .

a) Pro velikost síly F_1 platí $F_1 = mg = \rho Vg$, tedy objem

$$V = \frac{F_1}{\rho g}$$

Ponoříme-li hranol do poloviny jeho objemu do vody, působí na něj hydrostatická vztlaková síla $F_{vz} = \frac{1}{2}\rho_0 Vg = F_1 - F_2$, takže objem

$$V = \frac{2(F_1 - F_2)}{\rho_0 g}$$

a pro hustotu dostaneme

$$\rho = \frac{F_1 \rho_0}{2(F_1 - F_2)} = 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

b) Označme xV , $x < 1$ část objemu hranolu; hranol se ponoří svou částí o objemu $V' = xV$, siloměr ukáže nulovou hodnotu síly. Platí $F'_{vz} = \rho_0 xVg = F_1$ odtud

$$x = \frac{F_1}{\rho_0 Vg} = \frac{F_1}{2(F_1 - F_2)} = 0,6$$

3. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Pohyblivé schodiště (eskalátor) v jedné stanici pražského metra má délku d . Osoba A stojící na eskalátoru, který se pohybuje směrem vzhůru, se po něm dopraví za dobu t_1 . Osoba B současně vystupuje po tomto eskalátoru ve směru jeho pohybu stálou rychlostí a dopraví se po něm za dobu t_2 . Osoba C v první polovině délky schodiště stojí a ve druhé polovině vystupuje po eskalátoru stejně velkou rychlostí jako osoba B.

- Určete velikost rychlosti v_1 osoby A vzhledem ke stěnám chodby.
- Určete velikost rychlosti v_2 osoby B vzhledem ke stěnám chodby.
- Určete velikost průměrné rychlosti v_3 osoby C vzhledem ke stěnám chodby.
- Určete velikost rychlosti v'_2 osoby B vzhledem ke schodům eskalátoru.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $d = 60 \text{ m}$, $t_1 = 50 \text{ s}$, $t_2 = 40 \text{ s}$.

Řešení:

a) Rychlost $v_1 = \frac{d}{t_1} = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Rychlost $v_2 = \frac{d}{t_2} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

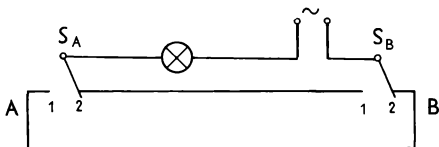
c) Je-li $\frac{1}{2}t_1$ doba, za kterou se dopraví osoba C v první polovině schodiště eskalátoru, $\frac{1}{2}t_2$ doba, za kterou se dopraví osoba C ve druhé polovině schodiště eskalátoru, pak velikost průměrné rychlosti

$$v_3 = \frac{\frac{1}{2}d + \frac{1}{2}d}{\frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2} = \frac{2d}{t_1 + t_2} \doteq 1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

d) Rychlost vzhledem ke schodům $v'_2 = v_2 - v_1 = 0,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Na obr. 86 je zařízení, kterým je možno rozsvítit nebo zhasnout žárovku na jednom nebo na druhém konci chodby.



Obr. 86

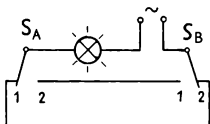
- Vysvětlete, proč žárovka v zapojení podle obrázku nesvítí.
- Vejdete do chodby v místě A a přepnete přepínač S_A do polohy 1. Bude žárovka svítit? Nakreslete schéma zapojení a zdůvodněte.
- Potom vyjdete z chodby v místě B a přepnete přepínač S_B do polohy 1. Bude žárovka svítit? Nakreslete schéma zapojení a zdůvodněte.

- d) Nakreslete všechny kombinace poloh přepínačů S_A , S_B a u každé možnosti uvažte, zda žárovka svítí, či nesvítí. Tvrzení zdůvodněte.

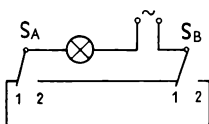
Řešení:

Jde o tzv. schodišťový vypínač.

- a) V zapojení podle obr. 87 je obvod rozpojen; proto žárovkou neprochází elektrický proud a žárovka nesvítí.
 b) Když se přepne přepínač S_A do polohy 1, zapojí se elektrický obvod a žárovka bude svítit (obr. 87).
 c) Při přepnutí přepínače S_B do polohy 1 se obvod opět rozpojí a žárovka svítit nebude (obr. 88).
 d) Jsou následující možné kombinace:
 S_A v poloze 1, S_B v poloze 1 – obvod je rozpojen;
 S_A v poloze 1, S_B v poloze 2 – obvod zapojen;
 S_A v poloze 2, S_B v poloze 1 – obvod zapojen;
 S_A v poloze 2, S_B v poloze 2 – obvod rozpojen.



Obr. 87

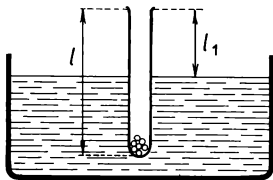


Obr. 88

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Pavel vydumal, jak určit hmotnost malé skleněné kuličky, aniž by k tomu použil váhy. Zkumavku se stejnými skleněnými kuličkami umístil do nádoby s vodou tak, aby plovla ve svislé poloze (obr. 89). Nejprve změřil délku l_1 části zkumavky nad volným povrchem vody. Potom přidal do zkumavky deset dalších kuliček tak, že zkumavka opět plovla ve svislé poloze. Změřil délku l_2 části zkumavky nad volným povrchem vody v nádobě. Nakonec změřil ještě průměr d zkumavky.



Obr. 89

- Vysvětlete, jak z naměřených hodnot veličin a ze známé hustoty vody ϱ_0 určil hmotnost jedné skleněné kuličky.
- Zjistěte hmotnost kuličky pro hodnoty $l_1 = 7,0$ cm, $l_2 = 6,2$ cm, $d = 2,0$ cm.

Řešení:

Označíme délku zkumavky l , označení ostatních veličin je v zadání úlohy.

- Podle obr. 89 působí na zkumavku hydrostatická vztlaková síla

$$F_{vz1} = \frac{1}{4} \pi d^2 (l - l_1) g \varrho_0$$

Po přidání deseti kuliček působí na zkumavku hydrostatická vztlaková síla

$$F_{vz2} = \frac{1}{4} \pi d^2 (l - l_2) g \varrho_0$$

Hydrostatická vztlaková síla se zvětšila o hodnotu

$$F_{vz} = F_{vz2} - F_{vz1} = \frac{1}{4} \pi d^2 (l_1 - l_2) g \varrho_0 \quad ,$$

kteřá se rovná tíze $F_g = mg$ přidaných kuliček. Z rovnosti $F_{vz} = F_g$ určíme hmotnost těchto kuliček

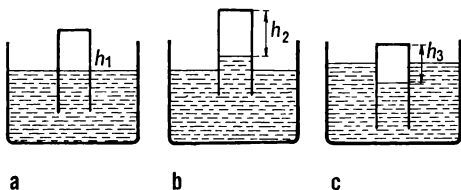
$$m = \frac{1}{4} \pi d^2 (l_1 - l_2) \varrho_0$$

b) Hmotnost jedné kuličky

$$m_1 = \frac{1}{40} \pi d^2 (l_1 - l_2) \rho_0 \doteq 0,24 \text{ g}$$

2. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Na obr. 90 je znázorněna nádoba s vodou a v ní je částečně ponořená kádinka obrácená dnem vzhůru. Atmosférický tlak byl změřen aneroidem a činí $p_a = 1\,022 \text{ hPa}$.



Obr. 90

- Určete tlak p_1 vzduchu nad ustáleným povrchem vody v kádince v případě podle obr. 90a, $h_1 = 0 \text{ cm}$.
- Určete tlak vzduchu nad ustáleným povrchem vody v kádince v případě na obr. 90b, $h_2 = 12 \text{ cm}$.
- Určete tlak p_3 vzduchu nad ustáleným povrchem vody v kádince v případě na obr. 90c, $h_3 = 10 \text{ cm}$.

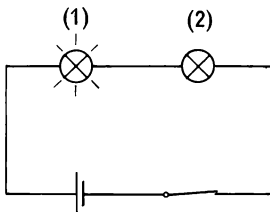
Řešení:

Označíme hustotu vody ρ_0 , označení ostatních veličin je v zadání.

- Pro $h_1 = 0 \text{ cm}$ je tlak vzduchu v kádince $p_1 = p_a$, tedy $p_1 = 1\,022 \text{ hPa}$.
- Pro $h_2 = 12 \text{ cm}$ je tlak vzduchu $p_2 = p_a - \rho_0 g h_2$, tedy $p_2 = 1\,022 \text{ hPa} - 12 \text{ hPa} = 1\,010 \text{ hPa}$.
- Pro $h_3 = 10 \text{ cm}$ je tlak vzduchu $p_3 = p_a + \rho_0 g h_3$, tedy $p_3 = 1\,022 \text{ hPa} + 10 \text{ hPa} = 1\,032 \text{ hPa}$.

3. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Na žárovce (1) jsou údaje 6 V, 0,1 A, na žárovce (2) jsou údaje 6 V, 0,4 A. Žárovky zařadíme do elektrického obvodu podle schématu na obr. 91. Napětí zdroje je 7,5 V.



Obr. 91

- Po uzavření obvodu zjistíme, že svítí jen žárovka (1), i když obě žárovky jsou v dobrém technickém stavu. Proč nesvítí žárovka (2)? Zdůvodněte.
- Nesvítící žárovku nahradíme stejnou žárovkou, jako je žárovka (1). Co zjistíme? Zdůvodněte.
- V původním obvodu nahradíme svítící žárovku (1) stejnou žárovkou jako je žárovka (2). Co zjistíme? Zdůvodněte.

Poznámka: Údaje na žárovce znamenají, že každá z obou žárovek může být zapojena nejvýše k napětí 6 V; v tomto případě prochází žárovkou (1) proud 0,1 A, žárovkou (2) proud 0,4 A. Napětí mezi svorkami jedné žárovky musí být nejméně 3,0 V, aby žárovka svítila.

Řešení:

- Ze jmenovitých údajů na žárovkách určíme jejich odpory $R_1 = 60 \, \Omega$, $R_2 = 15 \, \Omega$. Dané napětí $U = 7,5 \, \text{V}$ se rozdělí v poměru $U_1 : U_2 = R_1 : R_2$, odtud $U_1 = 6 \, \text{V}$, $U_2 = 1,5 \, \text{V}$. Protože napětí na druhé žárovce $U_2 < 3 \, \text{V}$, žárovka nesvítí. Oběma žárovkami prochází proud

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = 0,1 \, \text{A}$$

- b) Odpor žárovek jsou $R_1 = R_2 = 60 \, \Omega$, napětí na žárovkách $U_1 = U_2 = 3,75 \, \text{V}$. Protože $U_1 > 3 \, \text{V}$, $U_2 > 3 \, \text{V}$ a žárovkami prochází proud

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} \doteq 0,06 \, \text{A} \quad ,$$

obě žárovky svítí.

- c) Odpor žárovek jsou nyní $R_1 = R_2 = 15 \, \Omega$, napětí na žárovkách $U_1 = U_2 = 3,75 \, \text{V}$. Protože $U_1 > 3 \, \text{V}$, $U_2 > 3 \, \text{V}$ a žárovkami prochází proud

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = 0,25 \, \text{A} \quad ,$$

který je větší než proud $0,1 \, \text{A}$, žárovky se rozsvítí jasněji než v případě úlohy b).

4. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Na jedné stanici pražského metra napočítal Jirka na stojícím eskalátoru $N = 30$ schodů. Pak se dal eskalátor do pohybu směrem vzhůru a Jirka se na něm dopravil na druhý konec chodby. Použil eskalátor dvakrát: Poprvé stál na schodu eskalátoru a dopravil se za dobu $t_1 = 12 \, \text{s}$. Podruhé současně vystupoval stálou rychlostí po $n = 10$ schodech a dopravil se za dobu t_2 .

- Jak velkou rychlostí v_1 vzhledem ke stěnám chodby se eskalátor pohyboval? Velikost rychlosti vyjádřete počtem schodů za sekundu.
- Za jakou dobu t_2 se Jirka dopravil po eskalátoru ve druhém případě?
- Jak velkou rychlostí v_2 vzhledem ke stěnám chodby se Jirka pohyboval ve druhém případě? Velikost rychlosti vyjádřete opět počtem schodů za sekundu.

Řešení:

- a) Dopraví-li se Jirka po eskalátoru s $N = 30$ schody za dobu $t_1 = 12 \, \text{s}$, je rychlost eskalátoru

$$v_1 = \frac{N}{t_1} = 2,5 \text{ schodů za sekundu.}$$

- b) Vystoupí-li Jirka na jedoucím eskalátoru po $n = 10$ schodech, posune se eskalátor o $(N - n)$ schodů za dobu

$$t_2 = \frac{N - n}{v_1} = \frac{N - n}{N} t_1 = 8 \text{ s}$$

- c) Jirka se dopravil po eskalátoru za dobu $t_2 = 8$ s. Vzhledem ke stěním chodby se Jirka pohyboval rychlostí

$$v_2 = v_1 + \frac{n}{t_2} = \frac{N}{t_1} + \frac{Nn}{(N - n)t_1} = \frac{N}{t_1} \cdot \frac{N}{N - n} ,$$

$$v_2 = 3,75 \text{ schodů za sekundu.}$$

III. SEDMNÁCTÁ MEZINÁRODNÍ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA

1. Průběh a výsledky soutěže

Sedmnáctá mezinárodní fyzikální olympiáda (17. MFO) proběhla ve dnech 13.–20. července 1986 v hlavním městě Spojeného království Velké Británie a Severního Irska Londýně. Uspořádal ji národní výbor britské fyzikální olympiády pod vedením prof. dr. Cyrila Isenberga z fyzikální laboratoře z Kentské univerzity v Canterbury. Dějiště soutěže bylo situováno do soukromé střední školy v Harrow on the Hill, které leží v severozápadní části velkého Londýna, asi 16 km od centra hlavního města. Tuto světoznámou střední školu absolvovaly význačné osobnosti, např. Lord Byron, W. Churchill a D. Néhrú. Škola má k dispozici několik budov internátů, jídelnu, velké golfové hřiště a sportovní halu s bazénem. Nedaleko školních budov je i vhodná shromažďovací místnost. Výhodu této aglomerace pocítili všichni účastníci při organizačním zabezpečení soutěže. Na finančním zajištění 17. MFO se podílela řada mecenášů – kromě ministerstva školství to byly firmy výpočetní techniky a elektroniky, fyzikální fakulty či katedry většiny britských univerzit, různé koleje, některé britské banky, firma Rank Xerox, dokonce některá zahraniční družstva, jež se soutěže zúčastnila, a UNESCO.

Na 17. MFO přijela družstva z 21 států: Bulharská lidová republika (BG), Československá socialistická republika (CS), Čínská lidová republika (TJ), Finská republika (SF), Islandská republika (IS), Socialistická federativní republika Jugoslávie (YU), Kanada (CND), Kubánská republika (CU), Maďarská lidová republika (H), Německá demokratická republika (DDR), Německá spolková republika (D), Nizozemské království (NL), Norské království (N), Polská lidová republika (PL), Rakouská republika (A), Rumunská socialistická republika (RO), Spojené státy americké (USA), Svaz sovětských socialistických republik (SU), Švédské království (S), Turecká republika (TK), Spojené království Velké Británie a Severního Irska (GB).

Kromě těchto oficiálních delegací se soutěžícími přijeli na 17. MFO pozorovatelé z Australského svazu a Kuvajtského státu, dále jako hosté 17. MFO byli A. Žerjal z Jugoslávie, jeden z organizátorů předcházející 16. MFO, E. Gojzago z Maďarska. 17. MFO se zúčastnil také pracovník UNESCO dr. A. Pokrovski.

Ústřední výbor fyzikální olympiády navrhl ministerstvům školství ČR a SR, aby vedoucím československé delegace byl předseda ÚV FO doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Nitře, pedagogickým vedoucím RNDr. Ivo Volf, CSc., odborný asistent katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové.

Příprava československého reprezentačního družstva na 17. MFO proběhla již osvědčeným způsobem. V období od konce září do konce listopadu absolvovalo asi 50 členů širšího výběru korespondenční přípravu, v níž dostali k řešení 10 náročných úloh z různých oborů fyziky. Tito účastníci byli vybráni krajskými výbory fyzikální olympiády, a to na základě svých výsledků v krajském kole FO v kategorii B v loňském roce, řešení úloh ve fyzikální korespondenční škole a podle pozorování na celostátním soustředění. Do tohoto výběru postoupili i mladší účastníci celostátního kola v kategorii A. Podle výsledků této přípravy byla dvacítká nejlepších pozvána v prosinci 1985 na 1. přípravné soustředění do Nitry. Pak všichni členové širšího výběru absolvovali krajské kolo fyzikální olympiády v kategorii A, poté celostátní kolo FO. Nejlepší řešitelé z celostátního kola byli nejprve pozváni do Hradce Králové, kde proběhlo týdenní soustředění, a v červnu do Nitry, kde bylo dvoutýdenní přípravné soustředění. Na organizaci a odborném zajištění přípravných soustředění se podíleli členové ÚV FO a další pracovníci fyzikální olympiády, kteří pracují ve dvou školicích střediscích – na katedrách fyziky a základů techniky pedagogických fakult v Nitře pod vedením doc. RNDr. ing. D. Kluvance, CSc., a v Hradci Králové pod vedením RNDr. Ivo Volfa, CSc. Program všech soustředění a dalších forem přípravy vytváří určitý ucelený systém přípravy, přednášející rozšiřují poněkud poznatky účastníků z fyziky, ale především je prohlubují při řešení náročnějších úloh a netradičních tvůrčích laboratorních prací. Přitom je nutno zajistit, aby budoucí soutěžící na MFO ovládli středoškolskou fyziku v souladu s učební osnovou, která pro následující mezinárodní fyzikální olympiády byla schválena na 16. MFO v Portoroži (jak část teoretická, tak také experimentální). Účastníci soustředění absolvovali několik náročných teoretických i experimentálních testů zaměřených na

tvůrčí aplikaci poznatků ze středoškolské fyziky. Jednotliví přednášející sdělovali vedoucím soustředění výsledky svých pozorování účastníků soustředění při individuálním či společném řešení předkládaných problémů. V závěrečném soustředění byly zpracovány i psychologické testy, které se zaměřily nejen na stanovení IQ, ale bylo třeba charakterizovat jednání účastníků v tzv. zátěžových situacích. Výsledky testů z fyziky, pozorování i psychologické zkoumání poskytly důkladné podklady pro rozhodování o výběru účastníků 17. MFO. Na základě rozboru získaných materiálů stanovilo předsednictvo ÚV FO na svém zasedání v závěru červnového soustředění reprezentační družstvo ČSSR:

1. Radek Adamec, 4. roč. gymnázia v Kroměříži
2. Pavol Kolník, 3. roč. gymnázia v Novém Meste nad Váhom
3. Tomáš Ledvinka, 4. roč. SPŠ elektrotechnické, Praha 1, Na příkopech
4. Stanislav Meduna, 4. roč. gymnázia J. Hronca, Bratislava
5. Martin Zápotocký, 4. roč. gymnázia v Praze, Sladkovského nám.

Náhradníky byli Jan Novák z gymnázia v Praze, Voděradská, Jaroslav Hora, gymnázium Brno, kpt. Jaroše.

Studenti byli ubytováni v internátních zařízeních (penzionech) školy, a to v jednolůžkových pokojích se společným příslušenstvím. Vedoucí byli ubytováni odděleně od studentů, i když se s nimi mohli setkávat během oběda i volného času. Každá delegace měla k dispozici tlumočníka.

Předsedou mezinárodní komise, v níž jsou zastoupeny všechny zúčastněné státy prostřednictvím svých vedoucích a pedagogických vedoucích, byl prof. dr. Cyril Isenberg z Kentské univerzity v Cantebury. Členy komise pro výběr úloh byli vyučující z kateder fyziky vysokých škol ve Velké Británii. Jednacími jazyky mezinárodní komise byl ruský a anglický jazyk, do nichž měl být zajištěn simultánní překlad. Tento požadavek z organizačního řádu nebyl na 17. MFO vždy dodržen.

17. mezinárodní fyzikální olympiáda byla oficiálně zahájena ve společenském sále úvodním ceremoniálem 14. července 1986. Na zahájení byli přítomni kromě soutěžících a mezinárodní komise zástupci školské správy, představitelé Harrow School, zástupci mecenášských institucí a správních orgánů. Přítomni byli ve velkém počtu organizátoři soutěže. Na zahájení promluvil britský fyzik prof. Maurice Wilkins, nositel Nobelovy ceny. V průběhu slavnostního zahájení byl koncert mladých hudebníků z Pur-

cell School. Poté se vedoucí delegací sešli s představiteli britské veřejnosti na malém koktejlu.

Týž den proběhlo první zasedání mezinárodní komise. Kromě procedurálních otázek byly diskutovány teoretické úlohy, které připravila skupina vysokoškolských učitelů. Každou úlohu a její řešení představil její autor, uvedl také bodové hodnocení. Diskuse spojená s úpravami textu a bodování, překlady do národních jazyků soutěžících a přepis (vedoucí dostali k dispozici mikro-počítače, tiskárnu a rozmnožovací zařízení firmy Rank Xerox) trvaly až do 6 hodin ráno následujícího dne.

Mezinárodní komisi vytvořili kromě zástupců hostující země vedoucí delegací:

- BG Gleb Zadorožnyj, univerzita Sofia
 Nikola Velčev, ministerstvo lidového vzdělávání, Sofia
- CS Daniel Kluvanec, Pedagogická fakulta Nitra
 Ivo Volf, Pedagogická fakulta Hradec Králové
- TJ Z. Kaihua, univerzita Peking
 Chen Ximon, univerzita Peking
- SF Maija Ahtee, univerzita Helsinky
 Jukka Mattila, gymnázium Eurajoki
- IS E. Juliusson, Islandská fyzikální společnost, Reykjavík
 Vidar Augustsson, střední škola Reykjavík
- YU Draško Gružić, fyzikální institut Bělehrad
 Bojan Golli, univerzita Ljubljana
- CND Henry Giles, střední škola Toronto
 John Wylie, střední škola Toronto
- CU P. V. Castro, univerzita Habana
 A. E. Santiestdan, střední škola Habana
- H Peter Gnädig, univerzita Budapešť
 G. Honyek, střední škola Budapešť
- DDR Rudolf Gau, Vysoká škola pedagogická Güstrow
 Kurt Müller, ministerstvo lidového vzdělávání Berlín
- D Günter Lind, univerzita Kiel
 Harri Heise, gymnázium Kiel
- NL Hans Jordens, gymnázium Haren
 Anne Holvast, univerzita Groningen
- N V. Horsfjord, norská fyzikální společnost Blindenn
 Ingrid Helstrup, gymnázium Bergen
- PL Waldemar Gorzkowski, polská akademie věd Varšava
 Andrzej Nadolny, polská akademie věd Varšava
- A Helmuth Mayr, spolkové ministerstvo pro výuku,
 kulturu a sport, Vídeň

	Günter Lechner, gymnázium Wörgel
RO	Ion Dima, univerzita Bukurešť Alexandru Burcin, ministerstvo vzdělávání Bukurešť
USA	Ronald Edge, univerzita Columbia Arthur Eisenkraft, střední škola New York
SU	Oleg Kabardin, Akademie pedagogických věd Moskva Vladimír Orlov, Akademie pedagogických věd Moskva
S	Lars Gislén, univerzita Lund Lars Silverberg, univerzita Lund
TK	Ordal Demokan, univerzita Ankara H. Gunes, Vědecká a technická výzkumná rada Ankara
GB	John Miller, střední škola Haverfordwest Guy Bagnall, střední škola Harrow on the Hill

Jako pozorovatelé se zúčastnili porad mezinárodní komise za Australský svaz R. L. Jory, za Kuvajt Jaber M. Shaqalah.

V úterý 15. července proběhla teoretická část soutěže. Na řešení tří teoretických úloh dostali účastníci 4,5 hodin času. V podvečer byli soutěžící i vedoucí delegací přijati na městské radnici v Harrow on the Hill. Večer se všichni zúčastnili koncertu, v němž vystupovali mladí hudebníci.

Ve středu 16. července byl odpočinkový den, spojený s výletem do známého univerzitního města Oxford. V dopoledních hodinách, cestou do Oxfordu, navštívili účastníci 17. MFO Ruthefordovy výzkumné laboratoře, odpoledne si prohlédli pamětihodnosti v Oxfordu. Po návratu ve večerních hodinách se uskutečnilo druhé velké zasedání mezinárodní komise, na němž proběhlo posouzení a překlad experimentálních úloh.

Ve čtvrtek 17. července řešili účastníci dvě experimentální úlohy, na jejichž řešení bylo vymezeno více než 5 hodin času. Vedoucí delegací se zatím připravovali na jednání s korektory úloh: opravili xeroxové kopie vyřešených úloh. V odpoledních hodinách proběhlo vyladění oprav protokolů o řešení, provedených korektory, a oprav, jež provedli vedoucí delegací. Pro soutěžící byly v podvečer uspořádány sportovní soutěže. Večer připravil Charles Taylor pro zájemce přednášku s demonstracemi na téma Fyzika a zvuky v hudbě.

Pátek 18. července byl věnován kulturnímu a exkurznímu programu. Všichni soutěžící a vedoucí odjeli na okružní prohlídku Londýna, potom následovala projížďka motorovou lodí po řece Temži, s níž dojela jedna skupina až do Greenwiche, prohlédli si tam hvězdárnu a námořní muzeum. Menší skupina účastníků 17. mezinárodní fyzikální olympiády měla možnost navštívit

Parlament. Při prohlídce Londýna se účastníci zastavili na univerzitě, kde si prohlédli Faradayovo muzeum a vyslechli přednášku dr. Cyrila Isenberga o fyzice mýdlových bublin a praktickém využívání povrchových jevů. Ještě ve večerních hodinách proběhlo jednání vedoucích delegací s korektory experimentálních úloh.

V sobotu 19. července dopoledne jednala mezinárodní komise o závěrečných plynuoucích z příprav úloh pro soutěž a stanovila výsledky 17. mezinárodní fyzikální olympiády. Nejlepší řešitel na 17. MFO získal 37,9 bodu, čímž byly stanoveny limity pro úspěšnou účast, ale také i pro stanovení hranice jednotlivých cen.

I. cena: 37,9 až 34,0 bodu

II. cena: 33,9 až 29,0 bodu

III. cena: 28,9 až 24,0 bodu

Pochvalné uznání: 23,9 až 18,0 bodu

První cenu obdrželi 4 účastníci, druhou cenu 5 soutěžících. Třetí cenu získalo 22 účastníků. Tito všichni obdrželi diplomy vítězů 17. mezinárodní fyzikální olympiády a malý upomínkový dárek. Dalších 27 soutěžících si odváželo pochvalné uznání. Potvrzení o účasti na 17. MFO v Londýně dostalo 44 účastníků, kteří získali v soutěži méně než 50 % bodů nejlepšího řešitele.

V odpoledních hodinách v sobotu 19. července proběhl závěrečný ceremoniál předání diplomů a pochvalných uznání řešitelům. Poté následovala slavnostní večeře a závěrečný večírek na rozloučenou.

V neděli 20. července 1986 většina delegací odjížděla či odlétala domů; vzhledem k termínu odletu československého letadla zůstala naše delegace v Harrow do pondělí 21. července a získaný čas věnovala prohlídce Londýna.

17. mezinárodní fyzikální olympiáda patřila mezi velmi náročné soutěže s dosud zatím největším počtem účastníků. Soutěže se zúčastnilo 102 účastníků, z toho jen jedna dívka (L. Beskow ze Švédska, která byla v soutěži úspěšná). Družstva jednotlivých států byla podle statutu MFO pětičlenná, jen z Čínské lidové republiky přijeli pouze 3 soutěžící, z Islandu pouze 4 účastníci. O náročnosti se sami můžete přesvědčit, když začnete bez pomoci řešit úlohy, jejichž text si dále prostudujete. V tabulce 18 uvádíme přehledné výsledky soutěže:

Tabulka 18

Údaj	Teoretické úlohy				Praktické úlohy			Celkem
	1	2	3	Celkem	4	5	Celkem	
Dosažitelný počet bodů všemi účastníky	1 020,00	1 020,00	1 020,00	3 060,00	1 020,00	1 020,00	2 040,00	5 100,00
Dosažený počet bodů všemi účastníky	531,78	485,53	275,61	1 292,92	251,30	426,20	677,50	1 970,42
Procento úspěšnosti	52,14	47,60	27,02	42,25	24,64	41,78	33,21	38,64
Průměr družstva	5,21	4,76	2,71	12,68	2,46	4,18	6,64	19,32
Výsledek družstva CS	6,08	6,13	2,24	14,45	3,70	3,72	7,42	21,87
Výsledek nejlepšího družstva	8,37	7,27	6,59	21,36	5,60	5,72	11,32	32,68

Z tabulky je možno pozorovat, že procento úspěšnosti při řešení úloh je značně nízké. Z celkového počtu 5 100 možných bodů ocenění bylo dosaženo asi 39 %. Přitom výsledky československého družstva byly lepší než průměrné, měly však daleko do výsledků družstva nejlepšího.

Nejlepším řešitelem se stal O. Volkov (SU), který dosáhl 37,93 bodů z 50 možných, tj. 75,9 %. Nejvyšší hodnocení při řešení teoretických úloh měl C. Necula (RO) – 25,7 bodů ze 30 možných bodů, tj. 85,7 %, při řešení experimentálních úloh S. Mjačilov (SU) – 13,9 bodů ze 20 možných, tj. 69,5 %.

Tři nejlepší družstva při řešení úlohy z vlnové optiky (1. úloha): SU, RO, PL (CS na 9. místě).

Tři nejlepší družstva při řešení úlohy o seismických vlnách (2. úloha): H, SU, SF (CS na 4. místě).

Tři nejlepší družstva při řešení úlohy o kuličkách a pružinách (3. úloha): SU, D, RO (CS na 11. místě).

Tři nejlepší družstva při řešení teoretických úloh: SU, RO, D (CS na 8. místě).

Tři nejlepší družstva při řešení experimentální úlohy z optiky (4. úloha): SU, DDR, CS.

Tři nejlepší družstva při řešení experimentální úlohy na ověřování zákonů platných pro pohyb souboru částic s využitím mikropočítače (5. úloha): SU, D, GB (CS na 13. místě).

Tři nejlepší družstva při řešení obou experimentálních úloh: SU, DDR, GB (CS na 8. místě).

Celkové pořadí družstev uvádí následující tabulka. Připomínáme, že mezinárodní fyzikální olympiády jsou soutěží jednotlivců, takže stanovování výsledků za celé družstvo je jen porovnáváním výsledků, nemá však žádnou oficiální platnost. Je pravda, že vedoucí delegací tak usuzují o úrovni vzdělávání ve fyzice v jednotlivých státech. Mnohem důležitější je skutečnost, že z 21 států bylo na 17. MFO celkem 7 družstev, které neměly neúspěšné řešitele. Naopak družstva ze 4 států neměla žádné úspěšné řešitele. Poznamenejme, že družstva Číny a Islandu byla neúplná.

Výsledky československých účastníků jsou uvedeny v tabulce:

Soutěžící	Teoretické úlohy				Experimentální			Celkem	Pořadí	
	1	2	3	Celkem	4	5	Celkem			
R. Adamec	6,00	8,61	0,92	15,53	2,70	3,40	6,10	21,63	ú	42
P. Kolník	9,13	8,48	0,92	18,53	5,20	3,60	8,80	27,33	III	15
T. Ledvinka	6,38	5,06	8,15	19,59	1,90	5,50	7,40	26,99	III	16
S. Meduna	4,38	3,16	0,92	8,46	6,80	2,90	9,70	18,16	ú	58
M. Zápotocký	4,50	5,32	0,31	10,13	1,90	3,20	5,10	15,23	n	67

Odtud pro další přípravu na mezinárodní fyzikální olympiády plyne řada poučení, která se budou řešit při přípravě na další MFO – jde především o hlubší provázanost činností obou středisek o zvýšení náročnosti na přípravu včetně korespondenční části. Všechny připomínky zapracovalo předsednictvo do přípravy na další MFO.

Výsledky 17. mezinárodní fyzikální olympiády – jednotlivci

Pořadí, účastník, stát	Počet bodů za úlohu					Celk. počet bodů
	1	2	3	4	5	
I. cena						
1. O. Volkov (SU)	9,12	7,09	8,62	5,80	7,30	37,93
2. S. Mjačilov (SU)	7,62	7,22	6,92	7,70	6,20	35,66
3. C. Necula (RO)	9,25	8,00	8,46	4,90	4,70	35,31
4. A. Malyčín (SU)	8,50	8,48	7,54	5,80	4,30	34,62
II. cena						
5. M. Pearlman (GB)	7,75	7,72	7,38	2,70	8,10	33,65
6. A. Guščin (SU)	8,87	5,70	7,54	4,40	3,90	30,41
7. A. Maasen v. d. Brink (NL)	6,75	7,72	6,92	2,60	5,40	29,39
8. A. Bot (RO)	7,50	8,86	4,46	3,20	5,10	29,12
9. Lin Čen (TJ)	6,50	7,72	4,00	5,70	5,00	28,92
III. cena						
10. Z. Kantor (H)	7,75	7,97	0,92	4,60	7,70	28,94
11. J. Wojcik (PL)	7,50	7,72	6,15	1,60	5,50	28,47
12. B. de Bakker (NL)	7,13	8,48	5,08	0,80	6,70	28,19
13. D. Vrinceanu (RO)	6,87	5,87	6,62	3,50	4,90	27,76
14. A. Jakovač (H)	8,25	5,32	6,15	2,60	5,20	27,52
15. P. Kolník (CS)	9,13	8,48	0,92	5,20	3,60	27,33
16. T. Ledvinka (CS)	6,38	5,06	8,15	1,90	5,50	26,99
17. P. Schupp	8,62	5,19	3,69	3,90	5,50	26,90
18. P. Graham (USA)	6,62	5,70	5,38	3,30	5,80	26,80
19. N. Ketzl (DDR)	7,50	6,84	2,62	3,60	5,80	26,36
20. Z. Gagyi-Salffy (RO)	9,12	2,25	8,77	2,90	3,30	26,34
21. Wei Xing (TJ)	6,25	5,44	5,23	4,40	4,90	26,22
22. M. Andrews (GB)	4,12	6,24	8,30	3,10	4,40	26,16
23. J. Schüth (D)	6,37	4,81	8,77	1,40	4,60	25,95
24. A. Kaiser (H)	5,75	7,85	6,00	2,60	3,60	25,80
25. J. Zucker (USA)	8,12	2,91	5,85	3,20	5,70	25,78
26. F. Fisher (D)	8,12	4,05	7,08	0,50	6,20	25,95
27. P. Mauskopf (USA)	6,50	3,42	5,85	4,80	4,70	25,27
28. G. Nikolajšvili (SU)	7,75	3,54	2,31	4,30	6,90	24,80
29. D. Joyce (GB)	8,50	4,68	3,85	1,50	7,60	24,13
30. W. Skiba (PL)	7,00	7,09	4,00	1,60	4,40	24,09
31. M. P. Ertas (TR)	6,75	2,28	2,77	7,20	5,10	24,10

Pořadí Stát	Hodnocení jednotlivých úloh						Celkem	Získané výsledky					
	1	2	3	Teor.	4	5		Exp.	I.	II.	III.	úsp.	neúsp.
1. SU	41,86	32,03	32,93	106,82	28,00	28,60	56,60	163,42	3	1	1	-	-
2. RO	39,86	29,66	28,93	98,45	15,30	23,40	38,70	137,15	1	1	2	1	-
3. GB	34,74	25,47	24,60	84,81	15,10	25,40	40,50	125,31	-	1	2	2	-
4. H	32,62	36,33	15,37	84,32	14,60	25,00	39,60	123,92	-	-	3	2	-
5. D	34,48	23,17	29,41	87,06	8,10	26,50	34,60	121,66	-	-	3	2	-
6. NL	28,01	27,34	25,85	81,20	11,90	25,30	37,20	118,40	-	1	1	2	1
7. PL	35,13	30,25	14,92	80,30	10,50	24,10	34,60	114,90	-	-	2	3	-
8. USA	29,36	20,51	22,00	71,87	13,90	23,80	37,70	109,57	-	-	3	-	2
9. CS	30,39	30,63	11,22	72,24	18,50	18,60	37,10	109,34	-	-	2	2	1
10. DDR	32,73	21,39	8,46	62,58	20,80	23,20	44,00	106,58	-	-	1	3	1
11. BG	32,88	15,82	19,37	68,07	7,60	16,70	24,30	92,37	-	-	-	3	2
12. S	21,74	22,14	1,53	45,41	13,90	20,50	34,40	79,81	-	-	-	2	3
13. TJ	20,00	19,24	13,69	52,93	12,00	14,00	26,00	78,93	-	-	2	1	-
14. TK	24,12	15,96	6,92	47,00	14,60	16,40	31,00	78,00	-	-	1	-	4
15. SF	9,61	30,75	1,38	41,74	9,10	23,80	32,90	74,64	-	-	-	1	4
16. A	16,99	22,53	4,00	43,52	9,80	16,50	26,30	69,82	-	-	-	1	4
17. CND	9,12	20,75	5,13	35,00	9,40	22,80	32,20	67,20	-	-	-	2	3
18. YU	26,89	14,18	3,08	44,15	1,00	17,10	18,10	62,25	-	-	-	-	5
19. N	7,12	20,80	4,77	32,69	7,60	14,40	22,00	54,69	-	-	-	-	5
20. CU	16,88	14,69	1,84	33,41	6,80	10,50	17,30	50,71	-	-	-	-	5
21. IS	7,75	11,26	0,31	19,32	2,80	9,60	12,40	31,72	-	-	-	-	4
Celkem	531,78	485,53	275,61	1 292,92	251,30	426,20	677,50	1 970,42	4	4	23	27	44

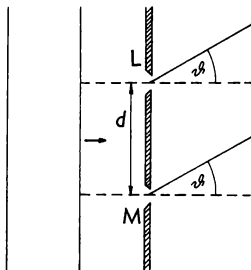
2. Súťažné úlohy

1. úloha

Rovinná monochromatická svetelná vlna s frekvenciou f a vlnovou dĺžkou λ dopadá kolmo na štrbiny L, M, ktorých vzájomná vzdialenosť je d (obr. 92). Svetelné vlny, vychádzajúce vo vzdialenosti x od štrbiny, v čase t sú dané rovnicou

$$y = a \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) \right] ,$$

kde a je amplitúda vlny (pozn. funkcia predstavuje intenzitu elektrickej alebo magnetickej zložky elektromagnetickej vlny).



Obr. 92

a) Dokážte, že dve vlny ohýbajúce sa na štrbinách pod uhlom ϑ , majú po interferencii výslednú amplitúdu A , ktorú možno určiť súčtom dvoch vektorov s veľkosťami a a vzájomným uhlom 2β , pričom 2β je fázový rozdiel interferujúcich vln. Z vektorového grafu dokážte, že

$$A = 2a \cos \beta ,$$

kde $\beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \vartheta$.

b) Dve štrbiny nahradíme mriežkou s N štrbinami s mriežkovou konštantou d . Dokážte, podobne ako v a) časti úlohy, že interferujúce vlny možno modelovať pomocou N – uholníka s vrcholmi na oblúku kružnice s polomerom

$$R = \frac{a}{2 \sin \beta}$$

Dokážte ďalej, že amplitúda výslednej vlny je

$$A = \frac{a \sin(N\beta)}{\sin \beta}$$

Z grafu určte fázový rozdiel medzi výslednou vlnou a vlnou dopadajúcou na mriežku.

c) Do jedného obrázku nakreslite grafy funkcií $a \sin(N\beta) = f_1(\beta)$, $\frac{1}{\sin \beta} = f_2(\beta)$. Pomocou nich nakreslite do ďalšieho obrázku graf funkcie, ktorá vyjadruje závislosť intenzity výslednej vlny od uhla β .

d) Určte hodnoty hlavných maxím intenzity výslednej vlny.

e) Dokážte, že počet hlavných maxím výslednej vlny nemôže byť väčší ako

$$\frac{2d}{\lambda} + 1$$

f) Dokážte, že ak sa zmení vlnová dĺžka λ vlny dopadajúcej na mriežku o $\Delta\lambda$, interferenčné maximum sa posunie o hodnotu

$$\Delta\vartheta = \frac{n\Delta\lambda}{d \cos \vartheta} \quad ,$$

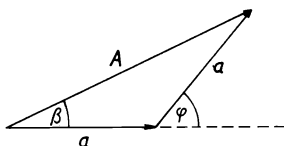
kde n je rád interferencie ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

Vypočítajte uhlový rozdiel $\Delta\vartheta$ pre D čiaru sodíka, ak $\lambda = 589,0 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$, $n = 2$, $d = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Riešenie:

a) Fázový rozdiel φ interferujúcich vln v smere určenom uhlom ϑ je (obr. 93)

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \vartheta$$



Obr. 93

Výsledná vlna je daná rovnicou

$$\begin{aligned}
 y &= y_1 + y_2 = a \cos \left[2\pi \left(f(t) - \frac{x}{\lambda} \right) \right] + \\
 &\quad + a \cos \left[2\pi \left(f(t) - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right] = \\
 &= 2a \cos \frac{\varphi}{2} \cos \left[2\pi \left(f(t) - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\varphi}{2} \right]
 \end{aligned}$$

Výsledná vlna má amplitúdu

$$A = 2a \cos \frac{\varphi}{2} = 2a \cos \left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \vartheta \right) = 2a \cos \beta$$

a fázovú konštantu

$$\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \vartheta = \beta$$

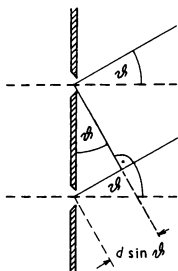
Z vektorového grafu (obr. 94) priamo vyplýva

$$\beta = \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \vartheta \quad , \quad (1)$$

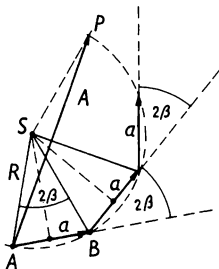
$$A = 2a \cos \beta$$

Súčet dvoch vln možno symbolicky znázorniť zložením dvoch vektorov s veľkosťami a a vzájomným uhlom vektorov $\varphi = 2\beta$.

- b) Každá štrbina je zdrojom vlny s amplitúdou a a s fázovým posunom 2β vzhľadom k vlně vychádzajúcej zo susednej štrbiny. Jednotlivé vlny sú modelované vektormi, ktoré sú, ako to vyplýva z obr. 95, tetivami kružnice s polomerom R . Stredové uhly trojuholníkov, ktorých jedna strana je tetiva, sú 2β .



Obr. 94



Obr. 95

$\triangle ABS$ platí

$$R = \frac{a}{2 \sin \beta} \quad (2)$$

AP je amplitúda výslednej vlny, $\angle ASP = N 2\beta$, potom

$$A = 2R \sin(N\beta)$$

a po dosadení R z (2)

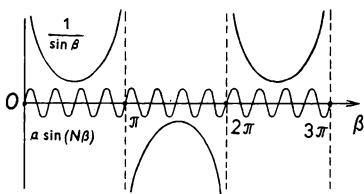
$$A = \frac{a \sin(N\beta)}{\sin \beta}$$

Označme $\angle SAB = \psi_1$, $\angle SAP = \psi_2$, platí

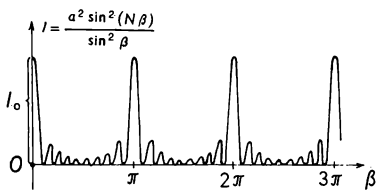
$$\psi_1 = 90^\circ - \beta, \quad \psi_2 = 90^\circ - N\beta$$

a fáza ψ výslednej vlny

$$\psi = \angle PAB = \psi_1 - \psi_2 = (N - 1)\beta$$



Obr. 96a



Obr. 96b

- c) Grafy funkcií $a \sin(N\beta) = f_1(\beta)$ a $\frac{1}{\sin\beta} = f_2(\beta)$ sú na obr. 96a, intenzita výslednej vlny, vzhľadom na (2), je

$$I = A^2 = \frac{a^2 \sin^2(N\beta)}{\sin^2 \beta}$$

Graf funkcie $I = f_3(\beta)$ je na obr. 96b.

- d) Výsledná vlna má hlavné maximá, ako to vyplýva aj z obr. 96b, pri hodnotách uhla β splňujúcich podmienku

$$\beta = n\pi, \text{ kde } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$I_{\max} = \lim_{\beta \rightarrow n\pi} a^2 \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2 \beta} = a^2 \left[\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\sin(N\beta)}{\sin \beta} \right]^2,$$

$$I_{\max} = N^2 a^2$$

ako vyplýva z (1), nadobúda hodnoty

$$-\frac{\pi}{\lambda}d \leq \beta \leq \frac{\pi}{\lambda}d \quad ,$$

ima vyjadruje číslo n , kde $\beta = n\pi$, tj.

$$-\frac{\pi}{\lambda}d \leq n\pi \leq \frac{\pi}{\lambda}d \quad ,$$

$$-\frac{d}{\lambda} \leq n \leq \frac{d}{\lambda}$$

ných maxim je celé číslo $m = \text{Int}\left(\frac{2d}{\lambda}\right) + 1$.

žné maximum n -rádu vzniká v smere určenom uhlom
plňuje podmienku

$$\beta = n\pi = \frac{\pi}{\lambda}d \sin \vartheta \quad ,$$

$$d \sin \vartheta = n\lambda$$

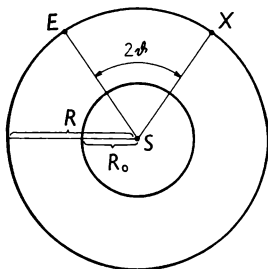
ním a úpravou posledného vzťahu máme

$$\Delta \vartheta = \frac{n \Delta \lambda}{d \cos \vartheta}$$

lnoty máme $\Delta \vartheta \doteq 0,30^\circ$.

lášho storočia jestvoval takýto model Zeme: vnú-
je rovnorodé tekuté jadro s polomerom R_0 , ktoré
norodým pevným plášťom. Polomer Zeme je R .
ia pozdĺžnej seizmickej vlny P v plášti Zeme má
st šírenia priečnej seizmickej vlny T v plášti Ze-
. V jadre Zeme sa pozdĺžna seizmická vlna šíri
sti $v_0 < v_p$. Priečna vlna sa tekutým prostredím

povrchu Zeme vznikne zemetrasenie, ktoré vy-
ry. Pozorovateľ môže seizmografy umiestniť do
X povrchu Zeme (obr. 97). Uhlová odchýlka
lom na stred S Zeme je 2ϑ .



Obr. 97

a) Dokážte, že seizmické vlny, ktoré prechádzajú z bodu E do bodu X po priamej trajektórii, prejdú vzdialenosť EX za čas

$$t = \frac{2R \sin \vartheta}{v},$$

kde $v = v_p$ alebo $v = v_t$, podľa toho, či ide o pozdĺžnu alebo priečnu seizmickú vlnu, $\vartheta \leq \arccos \frac{R_0}{R}$.

b) Ak poloha bodov X je taká, že $\vartheta > \arccos \frac{R_0}{R}$, potom seizmická vlna sa môže dostať k pozorovateľovi v bode X po dvoch lomoch vlny na rozhraní pevného plášťa a tekutého jadra.

Približne nakreslite niektorú trajektóriu prechodu seizmickej vlny Zemou medzi bodmi E, X v tomto prípade.

Určte funkciu $\vartheta = f_1(\alpha)$, ktorá vyjadruje závislosť uhla ϑ od uhla α , kde α je uhol dopadu pozdĺžnej vlny P na tekuté jadro Zeme.

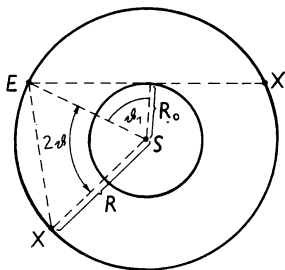
c) Znázornite graf funkcie $\vartheta = f_1(\alpha)$ pre hodnoty veličín $R_0 = 3470$ km, $R = 6370$ km, $v_p = 10,85$ km $\cdot$ s $^{-1}$, $v_t = 6,31$ km $\cdot$ s $^{-1}$, $v_0 = 9,02$ km $\cdot$ s $^{-1}$.

Urobte diskusiu grafu.

Približne znázornite funkciu $t = f_2(\vartheta)$, ktorá vyjadruje závislosť času t prechodu pozdĺžnych vln P a priečných vln T Zemou od uhla ϑ , $0^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$.

d) Pozorovateľ v istom bode X_0 určil zo seizmografu, že pozdĺžna vlna bola zaregistrovaná o čas $t_1 = 2 \text{ min } 11 \text{ s}$ skôr, ako priečna vlna. Určte uhlovú odchýlku $2\vartheta_0$ bodu X_0 od bodu E .

e) Pozorovateľ v bode X_0 zistil, že po príchode prvých vln podľa popisu v časti d), prišli do bodu X_0 ďalšie dve vlny: pozdĺžna P a priečna T, medzi ktorými však bol časový rozdiel $t_2 = 6 \text{ min } 37 \text{ s}$. Vysvetlite tento jav pre uhlovú odchýlku $2\vartheta_0$ bodov E, X_0 .



Obr. 98

Riešenie:

a) Z obr. 98 vyplýva

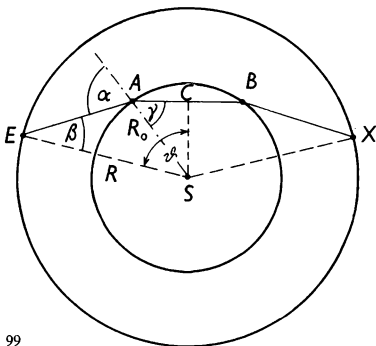
$$t = \frac{2R \sin \vartheta}{v},$$

lebo $EX = 2R \sin \vartheta$. Seizmická vlna sa môže šíriť po priamej trajektórii medzi bodmi E, X len v tom prípade, ak celá trajektória vlny prechádza pevným plášťom Zeme. Z obr. 98 pre najväčší uhol ϑ_1 máme

$$\vartheta \leq \vartheta_1 \arccos \frac{R_0}{R}$$

Pre dané hodnoty $\vartheta_1 = 57,0^\circ$.

- b) $v_0 < v_p$ na rozhraní pri prechode vlny z pevného plášťa do tekutého jadra nastáva lom ku kolmici, pri prechode vlny z jadra do plášťa dochádza k lomu od kolmice. Trajektória jednej vlny je v tomto prípade znázornená na obr. 99.



Obr. 99

Ďalej máme

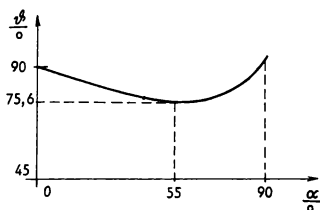
$$\sphericalangle ASC = 90^\circ - \arcsin\left(\frac{v_0}{v_p} \sin \alpha\right), (= 90^\circ - \gamma)$$

$$\sphericalangle ESA = \alpha - \arcsin\left(\frac{R_0}{R} \sin \alpha\right), (= \alpha - \beta)$$

potom

$$\vartheta = \sphericalangle ASC + \sphericalangle ESA, \quad ,$$

$$\vartheta = 90^\circ + \alpha - \arcsin\left(\frac{v_0}{v_p} \sin \alpha\right) - \arcsin\left(\frac{R_0}{R} \sin \alpha\right)$$



Obr. 100

c) Graf funkcie $\vartheta = f_1(\alpha)$ je na obr. 100.

$$\frac{v_0}{v_p} \doteq 0,831, \quad \frac{R_0}{R} \doteq 0,545$$

$\frac{\alpha}{^\circ}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\frac{\vartheta}{^\circ}$	90	86,3	82,8	79,7	77,2	75,9	75,8	77,9	82,6	90,8

Funkcia $\vartheta = f_1(\alpha)$ je na všeobecné skúmanie jej priebehu dosť zložitá. Môžeme sa výpočtom presvedčiť, že minimum $\vartheta_{\min} = 75,6^\circ$ nadobúda niekde v blízkom okolí bodu $\alpha = 55^\circ$.

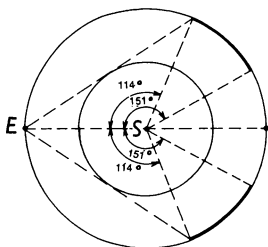
Prechod seizmickej vlny po priamej trajektórii je možný, ak uhlová odchýlka 2ϑ bodov EX splňuje podmienku

$$0^\circ \leq 2\vartheta \leq 2 \arccos \frac{R_0}{R} \doteq 114^\circ \quad (1)$$

Prechod seizmickej vlny lomom cez tekuté jadro Zeme je možný, ako to vyplýva z priebehu funkcie $\vartheta = f_1(\alpha)$, pre uhly 2ϑ splňujúce nerovnosť

$$151^\circ \leq 2\vartheta \leq 180^\circ \quad (2)$$

V intervale uhlov $2\vartheta \in (114^\circ, 151^\circ)$ sa do bodu X zo zdroja E nedostáva ani jedna zo seizmických vln (obr. 101); toto pásmo na povrchu Zeme je znázornené na obr. 101 plnou čiarou.

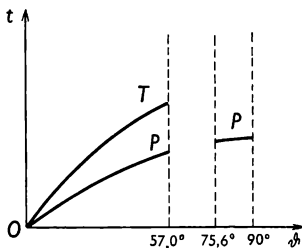


Obr. 101

Grafy funkcií $t = f_2(\vartheta)$ znázorníme osobitne pre pozdĺžnu vlnu P a priečnu vlnu T, pre intervaly uhlov

$$\vartheta \in \langle 0^\circ; 57,0^\circ \rangle \quad \text{a} \quad \vartheta \in \langle 75,6^\circ; 90^\circ \rangle$$

V texte úlohy bola požiadavka na približné znázornenie funkcie $t = f_2(\vartheta)$. Grafy pre prvý interval uhlov ϑ znázorňujú funkciu $t = \frac{2R \sin \vartheta}{v}$ ($v = v_p$ alebo $v = v_t$), graf v druhom intervale uhlov ϑ , znázorňuje zložitejšiu funkciu, lebo pozdĺžna vlna v tomto prípade prechádza po lomenej trajektórii (obr. 102).



Obr. 102

- d) Predpokladajme priamu trajektóriu seizmických vĺn medzi E , X , tj. $\vartheta_0 \leq 57,0^\circ$, potom

$$t_1 = \frac{2R \sin \vartheta_0}{v_t} - \frac{2R \sin \vartheta_0}{v_p},$$

z toho

$$\vartheta_0 = \arcsin \left[\frac{v_t v_p t_1}{2R(v_p - v_t)} \right],$$

pre zadané hodnoty $\vartheta_0 \doteq 8,9^\circ$, $2\vartheta_0 \doteq 17,8^\circ$, tj. náš predpoklad ($\vartheta_0 \leq 57^\circ$), sa potvrdil.

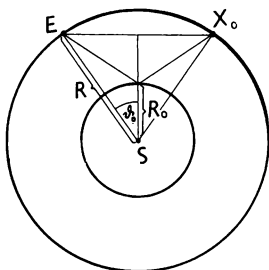
- e) Ďalšie dve vlny mohli byť zaregistrované v bode X_0 po odraze seizmických vĺn na tekutom jadre Zeme (obr. 103). Pre ich dráhu platí

$$s = 2s_1 = 2\sqrt{R^2 + R_0^2 - 2RR_0 \cos \vartheta_0}$$

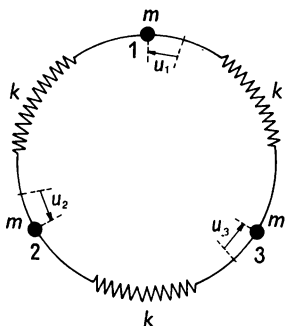
Čas medzi registráciou pozdĺžnej a priečnej vlny

$$t'_2 = 2 \frac{v_p - v_t}{v_p v_t} \sqrt{R^2 + R_0^2 - 2RR_0 \cos \vartheta_0}$$

Výpočtom dostaneme $t'_2 \doteq t_2 = 6 \text{ min } 37 \text{ s}$, čím sme potvrdili realnosť nášho predpokladu.



Obr. 103



Obr. 104

3. úloha

Tri rovnaké guľôčky s hmotnosťami m sú spojené pružinami s tuhosťami k a malými hmotnosťami, obr. 104. Kmitavý pohyb tejto sústavy guľôčiek sa koná po kružnicovej trajektórii.

a) Ak u_1, u_2, u_3 sú malé výchylky guľôčiek vzhľadom na ich rovnovážne polohy, napíšte pre každú guľôčku jej pohybovú rovnicu.

b) Dokážte, že každá guľôčka koná jednoduchý kmitavý pohyb, ktorého výchylka je daná vzťahom

$$u_n = A_n \cos \omega t \quad ,$$

$n = 1, 2, 3$; A_n je amplitúda, ω je uhlová frekvencia. Zrýchlenie pohybu guľôčiek je $-\omega^2 u_n$.

Dokážte, že uhlová frekvencia ω pohybu guľôčiek môže nadobúdať len dve rozličné hodnoty: 0 s^{-1} a $\omega_0 \sqrt{3}$, kde $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, pričom frekvencia $\omega_0 \sqrt{3}$ vystupuje v riešení dvakrát.

c) Majme sústavu N rovnakých pružín, medzi ktorými sú guľôčky s hmotnosťami m . Sústava je usporiadaná do kružnice, podobne ako v predchádzajúcom prípade.

Napíšte pohybovú rovnicu n -tej guľôčky pomocou výchýliek u_{n-1} a u_{n+1} $n-1$ a $n+1$ guľôčky.

Dokážte, že napísaná pohybová rovnica pre n -tú gulôčku má riešenie

$$u_n = A_s \sin \left(\frac{2ns\pi}{N} + \phi \right) \cos \omega_s t \quad ,$$

kde A_s je stála amplitúda kmitov, nezávislá od n ; $s = 1, 2, 3, \dots, N$; $n = 1, 2, 3, \dots, N$; ϕ je fáza kmitov; ω_s je uhlová frekvencia

$$\omega_s = 2\omega_0 \sin \frac{s\pi}{N}$$

Určte počet frekvencií kmitajúcej sústavy N gulôčiek a frekvencií nekonečného počtu gulôčiek ($N \rightarrow \infty$).

d) Určte pre väčší počet gulôčiek podiel

$$\frac{u_n}{u_{n+1}}$$

1. pre nízku frekvenciu ω_s , 2. pre najvyššiu frekvenciu $\omega_s = \omega_{\max}$.

Nakreslite graf znázorňujúci približné výchylky častíc v určitom okamihu v 1. a 2. prípade.

e) Jednu z gulôčiek nahradíme gulôčkou s hmotnosťou $m' \ll m$. Aký vplyv bude mať táto zmena na frekvencie gulôčiek?

Určte frekvenčné spektrum sústavy s dvoma striedajúcimi sa gulôčkami s hmotnosťami m a m' , $m' \ll m$, ktoré sú spojené s rovnakými pružinami s tuhosťou k .

Riešenie:

Trajektórie gulôčiek možno považovať za úsečky.

a) Na 1. gulôčku pôsobia sily pružnosti s veľkosťami

$$F_{12} = -k(u_1 - u_2) \quad ,$$

$$F_{13} = -k(u_1 - u_3)$$

Pohybová rovnica pre 1. gulôčku má tvar

$$F_1 = m \frac{d^2 u_1}{dt^2} = -k(u_1 - u_2) - k(u_1 - u_3) \quad ; \quad (1)$$

podobne pohybové rovnice pre 2. a 3. gulôčku sú

$$m \frac{d^2 u_2}{dt^2} = -k(u_2 - u_3) - k(u_2 - u_1) \quad , \quad (2)$$

$$m \frac{d^2 u_3}{dt^2} = -k(u_3 - u_1) - k(u_3 - u_2) \quad (3)$$

- b) Ak máme dokázať, že rovnica výchylky pre kmity gulôčiek je $u_n = A_n \cos \omega t$, potom pohybové rovnice (1) až (3) musia vyhovovať vzťahu $u_n = A_n \cos \omega t$. Presvedčíme sa o tom dosadením výrazu $u_n = A_n \cos \omega t$, do rovníc (1) až (3), kde $n = 1, 2, 3$.

Po úprave máme

$$\begin{aligned} (2\omega_0^2 - \omega^2)A_1 - \omega_0^2 A_2 - \omega_0^2 A_3 &= 0, \\ -\omega_0^2 A_1 + (2\omega_0^2 - \omega^2)A_2 - \omega_0^2 A_3 &= 0, \\ -\omega_0^2 A_1 - \omega_0^2 A_2 + (2\omega_0^2 - \omega^2)A_3 &= 0. \end{aligned}$$

Z podmienky netriviálnosti riešenia sústavy

$$\begin{vmatrix} 2\omega_0^2 - \omega^2 & -\omega_0^2 & -\omega_0^2 \\ -\omega_0^2 & 2\omega_0^2 - \omega^2 & -\omega_0^2 \\ -\omega_0^2 & -\omega_0^2 & 2\omega_0^2 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

vyplýva

$$(\omega^2 - 3\omega_0^2)^2 \omega^2 = 0,$$

z toho

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{3}, \quad \omega_2 = \omega_0 \sqrt{3}, \quad \omega_3 = 0$$

Pre zrýchlenie pohybu n -tej gulôčky platí

$$a = \frac{d^2 u_n}{dt^2} = -\omega^2 u_n$$

- c) Pohybová rovnica n -tej gulôčky

$$m \frac{d^2 u_n}{dt^2} = -k(u_n - u_{n+1}) - k(u_n - u_{n-1}),$$

$$\frac{d^2 u_n}{dt^2} = -\omega_0^2 (2u_n - u_{n+1} - u_{n-1}),$$

Podobne ako v prípade b), úlohu dokážeme tak, že dosadíme predpokladané riešenie u_n do pohybovej rovnice. Máme

$$\begin{aligned} & -A_s \omega_s^2 \sin \left(\frac{2ns\pi}{N} + \phi \right) \cos \omega_s t = \\ & = -\omega_0^2 \left\{ 2A_s \sin \left[\frac{2ns\pi}{N} + \phi \right] \cos \omega_s t - \right. \\ & \quad - A_s \sin \left[\frac{2(n+1)s\pi}{N} + \phi \right] \cos \omega_s t - \\ & \quad \left. - A_s \sin \left[\frac{2(n-1)s\pi}{N} + \phi \right] \cos \omega_s t \right\} \end{aligned}$$

Úpravou tejto rovnosti dostaneme

$$\omega_s^2 \sin \left(\frac{2ns\pi}{N} + \phi \right) = 2\omega_0^2 \left(1 - \cos \frac{2s\pi}{N} \right) \sin \left(\frac{2ns\pi}{N} + \phi \right) \quad ,$$

z nej vyplýva

$$\omega_s^2 = 2\omega_0^2 \left(1 - \cos \frac{2s\pi}{N} \right) = 4\omega_0^2 \sin^2 \frac{s\pi}{N} \quad ,$$

po odmocnení

$$\omega_s = 2\omega_0 \sin \frac{s\pi}{N}$$

Gulôčky v kmitajúcej sústave môžu nadobúdať uhlové frekvencie ω_s . Dokázali sme, že rovnica výchylek gulôčiek je daná vzťahom zadaným v časti c) úlohy. Počet možných frekvencií pre N gulôčiek je určený nerovnosťou

$$0 \leq \sin \frac{s\pi}{N} \leq 1 \quad ,$$

$$0 \leq \frac{s\pi}{N} \leq \frac{\pi}{2} \quad ,$$

$$0 \leq s \leq \frac{N}{2}$$

t. j. $s = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$. V nekonečnom reťazci sa môžu šíriť kmity s frekvenciami od 0 do $2\omega_0 = 2\frac{k}{m}$ ($\omega_s = 2\omega_0 \sin \frac{\pi}{2} = 2\omega_0$, $N \rightarrow \infty, s = \frac{N}{2}$).

d) Zo zadania máme

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{A_s \sin \left(\frac{2ns\pi}{N} + \phi \right)}{A_s \sin \left[\frac{2(n+1)s\pi}{N} + \phi \right]}$$

Pre malé frekvencie $\frac{s}{N} \rightarrow 0$, potom

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{A_s \sin \phi}{A_s \sin \phi} = 1, \quad \text{graf je na obr. 105a.}$$

Pre frekvenciu $\omega_{max} = 2\omega_0$, $s = \frac{N}{2}$, ak N je párne, máme $\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{\sin(n\pi+\phi)}{\sin[(n+1)\pi+\phi]} = -1$ (obr. 105c). Ak N je nepárne, $s = \frac{N}{2} - 0,5$, napr. pre $\phi = 0$, máme

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = -\frac{\sin \frac{n}{N}\pi}{\sin \frac{n+1}{N}\pi} \quad (\text{obr. 105b}).$$

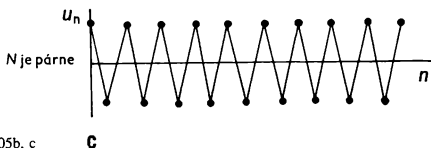
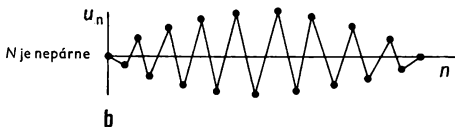
e) Ak nahradíme jednu guľôčku inou s hmotnosťou $m' \ll m$, možno považovať dve susedné veľké guľôčky za nepohyblivé. Guľôčka s hmotnosťou m' bude kmitať s uhlovou frekvenciou ω' .

$$m' \frac{d^2x}{dt^2} = -2kx, \quad ,$$



Obr. 105a

a



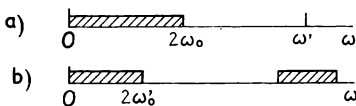
Obr. 105b, c

z toho

$$\omega' = \sqrt{\frac{2k}{m'}}$$

Ak $m' \ll m$ je aj $\omega' \gg \omega_{\max} = 2\omega_0 = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$, pozri obr. 106a.

V prípade, že v reťazci se guľôčky s hmotnosťami m a m' striedajú, frekvencie kmitov guľôčiek určujú dve pásma – pásmo kmitov guľôčiek s hmotnosťami m (0 s^{-2} do $2\omega'_0$) a pásmo kmitov guľôčiek s hmotnosťami m' v okolí frekvencie ω' - obr. 106b.



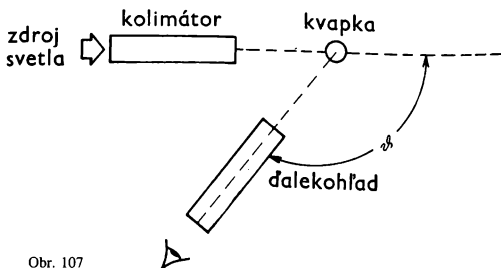
Obr. 106

4. úloha

Skúmanie dúhy 1., 2. a 5. rádu

Pomôcky:

1. Optický spektrometer (stojan, zdroj svetla, kolimátor, otáčajúci sa ďalekohľad na stolíku s uhlovou stupnicou), obr. 107.



Obr. 107

2. Tri injekčné striekačky (na vodu a na kvapaliny A, B).
3. Tri malé kadičky na padajúce kvapky vody a kvapalín A, B.
4. Nádoba s vodou, dve skúmavky s kvapalinami A, B.
5. Čierny kartón, plastelína, páska.
6. Dva štvorce z čiernej fólie v strede s otvormi, dve gumky na fixovanie fólie na okuláry ďalekohľadu.
7. Milimetrový papier.

Príprava merania:

1. Nastavte kolimátor tak, aby ste získali rovnobežný zväzok svetelných lúčov.

a) Zaostríte ďalekohľad na vzdialený objekt. Nitkový kríž ďalekohľadu i pozorovaný objekt musia byť ostro viditeľné.

b) Zdroj svetla postavte za štrbinu kolimátora tak, aby bola štrbina dobre osvetlená. Posúvaním zdroja svetla získate rovnobežný zväzok lúčov vychádzajúci z kolimátora.

c) Štrbinu nastavovacou skrutkou podľa potreby zmenšíte. Zaostríte ju do ohniska ďalekohľadu a do stredu nitkového kríža.

d) Zafixujte vhodnú polohu kruhového stolíka s uhlovou stupnicou. Na tejto stupnici budete určovať uhlové odchýlky ďalekohľadu.

2. Vytiahnite okulár ďalekohľadu. Obidve strany ďalekohľadu potom zakryte čiernou fóliou v strede s otvormi, aby ste zmenšili uhol pozorovania.

3. Otvorte štrbinu kolimátora.

4. Injekčnú striekačku zachyťte do držiaka v strede nad stolíkom vo zvislej polohe. Naplňte ju vodou a na jej výtokovom otvore utvorte kvapku. Posúvaním stojana musíte kvapku umiestniť do zväzku svetla z kolimátora, aby bola čo najlepšie osvetlená.

5. Na centrálnej časti kvapky, po dvoch lomoch a jednom alebo viacerými odrazmi svetla, získate dúhu. Dúha 1. rádu zodpovedá jednému vnútornému odrazu, dúha 2. rádu zodpovedá dvom vnútorným odrazom a všeobecne dúha k -tého rádu zodpovedá k odrazom svetla vo vnútri kvapky. V ďalekohľade môžeme pozorovať len krátky oblúk dúhy, ako svetelné spektrum. Pomocou polohy ďalekohľadu možno určiť smer vzniku dúhy.

Každá dúha vzniká lomom a odrazmi bieleho svetla, ktoré dopadá na povrch kvapky pod rozličnými uhlami.

6. Dúha 1. rádu je dobre viditeľná na pravej strane kvapky, dúha 2. rádu má najväčšiu intenzitu na ľavej strane kvapky (ďalekohľad je vpravo od kolimátora). Dúha 5. rádu má slabú intenzitu, je pozorovateľná na pravej strane kvapky. Rozdiel medzi uhlami pozorovania dúh pre vodu nie je väčší ako 20° .

7. Svetlo odrazené povrchom kvapky sa javí ako biele svetielkovanie v okolí kvapky, ktoré sťažuje pozorovanie.

8. Indexy lomu kvapalín: $n_v = 1,333$ (voda), kvapalina A $n_a = 1,467$, kvapalina B $n_b = 1,534$.

Po ukončení experimentu zostavte protokol o meraní a vyplňte tabuľky výsledkov.

Postup merania:

1. Určte uhly ϑ_i , ktoré zvierajú smer svetelných vln dopadajúcich na kvapku so smerom svetelných vln

a) dúhy 1. rádu ($k = 1$),

b) dúhy 2. rádu ($k = 2$),

c) slabo intenzívnej dúhy 5. rádu ($k = 5$).

2. Určte pre prípady a), b), c) deviačné uhly ϕ_i , tj. uhly, o ktoré sa celkom otočí dopadajúca svetelná vlna lomom a príslušnými odrazmi.

Zostrojte graf funkcie $\phi = f_1(k)$ závislosti veličín ϕ a k .

3. Určte uhly pozorovania dŕh 2. rádu (ϑ_2) pre kvapaliny A, B a tiež deviačné uhly ϕ_2 .

4. Zostrojte graf funkcie $\cos \frac{\phi_2}{6} = f_2\left(\frac{1}{n}\right)$ závislosti veličín $\cos \frac{\phi_2}{6}$ a $\frac{1}{n}$, pre dŕhy 2. rádu, kde použijete výsledky meraní uhlov ϕ_2 pre všetky tri kvapaliny.

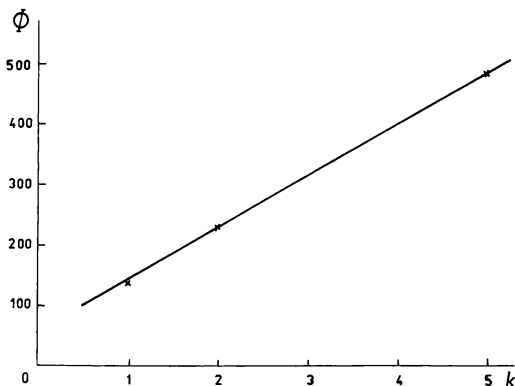
5. Určte uhly ϑ_2 , ϕ_2 pre kvapalinu s indexom lomu $n = 1$.

6. Z grafu v úlohe 4. určte gradient $\frac{d(\cos \frac{\phi_2}{6})}{d(\frac{1}{n})}$ a extrapoláciou uhly ϕ_2 a ϑ_2 pre kvapalinu s indexom lomu $n = 2$.

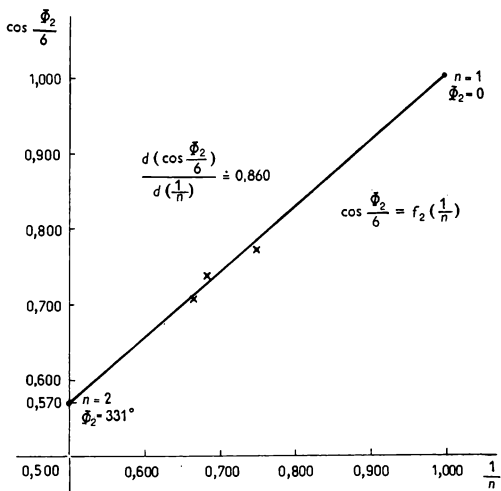
Poznámka: Pri všetkých meraniach je potrebné určovať smer svetelnej vlny červenej časti spektra dŕhy.

Riešenie:

Spektrometer bolo potrebné správne nastaviť podľa pokynov v príprave merania. Potom sa vykonali merania uhlov $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_5$ pre vodu a merania uhlov ϑ_2 pre kvapaliny A, B. Uhly ϕ sa pre všetky prípady vypočítali s uvažovaním, že $\phi_1 = \vartheta_1$, $\phi_2 = 360^\circ - \vartheta_2$, $\phi_5 = 360^\circ + \vartheta_5$.



Obr. 108



Obr. 109

Namerané a vypočítané veličiny riešitelia zaznamenali do tabuľky výsledkov.

Grafy funkcií $\phi = f_1(k)$ a $\cos \frac{\phi}{6} = f_2(\frac{1}{n})$ sú na obr. 108, 109.

Tabuľky výsledkov

1. Voda

k	Rád dĺžky	ϑ_i	ϕ_i
1	1.	137,0°	137,0°
2	2.	129,0°	231,0°
5	5.	126,0°	486,0°

2. Kvapaliny A, B

Kvapalina	ϑ_2	ϕ_2
A	105,0°	255,0°
B	89,5°	270,5°

3. Konštrukcia grafu $\cos \frac{\phi_2}{6} = f_2 \left(\frac{1}{n} \right)$

n	1,333	1,467	1,534
ϕ_2	231,0°	255,0°	270,5°
$\frac{1}{n}$	0,750	0,682	0,652
$\cos \frac{\phi_2}{6}$	0,783	0,737	0,706

gradient $\frac{d(\cos \frac{\phi_2}{6})}{d(\frac{1}{n})}$ a ϕ_2, ϑ_2
pre $n = 1$ a $n = 2$

Gradient	0,860	
$n = 1$	$\phi_2 = 0^\circ$	$\vartheta_2 = 0^\circ$
$n = 2$	$\phi_2 \doteq 331^\circ$	$\vartheta_2 \doteq 29^\circ$

5. úloha

Overovanie zákonov platných pre pohyb súboru častíc.

P o m ô c k y:

1. Mikropočítač RML
 2. 10 listov milimetrového papiera.
- Po ukončení úlohy vyplňte tabuľku výsledkov.

I n f o r m á c i e:

Máme na počítači naprogramovaný model 25 navzájom pôsobiacich a rovnakých častíc v rovine, ktoré sú ohraničené pevnými stenami štvorcovej krabice. Častice sú vzájomne rozlíšiteľné.

V čase $t = 0$ vytvárajú pravidelnú „mriežku”. Súbor častíc možno uviesť do pohybu. Ak častica vyjde za hranice krabice, generuje sa z protiláhlej strany krabice iná častica s rovnakou rýchlosťou.

Grafický model súboru častíc a fyzikálne veličiny, ktoré ho popisujú, sú naprogramované v mikropočítači.

Pre zjednodušenie postupu v riešení úlohy, meraniach a výpočtoch budete používať bezrozmerové veličiny, ktoré budú označené hviezdikou:

dĺžka (vzdialenosť častíc)	R^*
rýchlosť	v^*
čas	t^*
energia	E^*
kinetická energia	E_k^*
vzájomná polohová energia	E_p^*
hmotnosť častice	$m^* = 48$

Program umožňuje vyvolať na obrazovku tri rozličné druhy veličín, ktoré popisujú súbor častíc. K vyvolaniu určitého druhu veličín používame niektoré z programových kláves F1, F2, F3, F4 a F10. Klávesu je potrebné stlačiť len za krátku dobu, mikropočítač reaguje do 1 s.

a) Informácie k úlohám 1-5

Stlačením klávesy F1 môžete vyvolať na obrazovke veličiny

$$\langle v_{x,n} \rangle = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (v_{ix}^*)^n ,$$

$$\langle v_{y,n} \rangle = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (v_{iy}^*)^n ,$$

$$\langle E_p \rangle = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} \sum_{j=1}^{25} E_{p,i,j}^* ,$$

$$i \neq j$$

kde $\langle v_{x,n} \rangle$, $\langle v_{y,n} \rangle$ sú stredné hodnoty súradníc rýchlosti, ak $n = 1$, alebo stredné hodnoty druhých mocnín súradníc rýchlosti, ak $n = 2$. $\langle E_p \rangle$ je stredná hodnota vzájomnej polohovej energie pripadajúca na dve častice.

Hodnoty veličín $\langle v_{x,n} \rangle$, $\langle v_{y,n} \rangle$ a $\langle E_p \rangle$ sa budú zobrazovať pre okamihy $S \Delta t^*$, kde $\Delta t^* = 0, 100\,00$ a $S = 0, 1, 2, \dots$. Veličina S , tzv. celočíselný čas, sa zobrazuje v pravom dolnom rohu obrazovky.

Evolúciu sústavy častíc vyvoláme stlačením dlhej intervalovej klávesy. Ak znova stlačíme klávesu F1, zastaví sa evolúcia sústavy, zastaví sa čas S a zobrazia sa hodnoty

$$\langle v_{x,n} \rangle, \langle v_{y,n} \rangle, \langle E_p \rangle,$$

platné pre okamih S .

Ďalšie pokračovanie evolúcie sústavy častíc možno znova vyvolať stlačením intervalovej klávesy.

Návrat sústavy častíc do začiatočného stavu ($S = 0$) možno dosiahnuť stlačením klávesy F10 dvakrát.

b) Informácie k úlohe 6.

Po dvojnásobnom krátkom stlačení klávesy F2 mikropočítač zostavuje tabuľku počtov ΔN častíc s určitými hodnotami bezrozmernej rýchlosti. Stupnica bezrozmernej rýchlosti sa delí na úseky $\Delta v_c^* = 0,05$. Pre súradnice v_x^* a v_y^* , ktoré označíme spoločným symbolom v_c^* , platí

$$v_c^* = B \Delta v_c^*, \quad B = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Po stlačení intervalovej klávesy sa počíta 25 súradníc v_x^* a 25 súradníc v_y^* , ktoré sa podľa veľkosti rozdelia do príslušných stĺpcov tabuľky. Tento proces pokračuje pre každú časovú jednotku. Môžete ho zastaviť stlačením klávesy F3, kedy sa zobrazia tabuľky hodnôt ΔN a $B \Delta v_c^*$.

Kontinuitné pokračovanie výpočtu možno dosiahnuť novým stlačením intervalovej klávesy.

Návrat na začiatok programu možno dosiahnuť stlačením klávesy F2. Celkový čas môže byť najviac 200 časových jednotiek.

V stave termodynamickej rovnováhy častíc možno funkciu $\Delta N = f(v_c^*)$ vyjadriť

$$\Delta N = A \exp \left[-\frac{24(v_c^*)^2}{\alpha} \right],$$

kde ΔN je počet častíc so súradnicami z intervalu $v_c^* = B \Delta v_c^*$, A je konštanta závislá od celkového počtu súradníc a α je konštanta závislá od teploty súboru častíc.

c) Informácia k úlohe 7.

Ak v ľubovoľnom okamihu evolúcie sústavy stlačíme klávesu F4 a po nej intervalovú klávesu, vyvoláme program potrebný k úlohe 7.

Približne po čase 30 s sa objaví na obrazovke tabuľka hodnôt dvoch veličín

$$\langle R_{x,2} \rangle = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} [x_i^*(S) - x_i^*(SR)]^2 \quad ,$$

$$\langle R_{y,2} \rangle = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} [y_i^*(S) - y_i^*(SR)]^2 \quad ,$$

kde x_i^* , y_i^* sú bezrozmerné súradnice i -tej častice, S – celočíselný čas, SR – celočíselný čas začiatočného okamihu, tj. okamihu stlačenia klávesy F4. Pre zjednodušenie zavedieme celočíselný čas

$$SZ = S - SR$$

$\langle R_{x,2} \rangle$, $\langle R_{y,2} \rangle$ sú priemerné hodnoty druhých mocnín rozdielov x a y súradníc v čase S a SR .

Na obrazovke sa zobrazia hodnoty

$$\langle R_{x,2} \rangle, \quad \langle R_{y,2} \rangle \text{ pre čas } SZ = 0, 2, 4, \dots, 24$$

Po novom stlačení klávesy F4 a intervalovej klávesy sa počíta a zobrazuje nová tabuľka, pričom SR je čas, v ktorom sme klávesu F4 stlačili.

Úlohy

1. Dokážte, že celková hybnosť sústavy častíc sa zachováva. Dôkaz urobte pre časy $S = (0, 40, 80, 120, 160)$.

Aká je presnosť výpočtu mikropočítača?

2. Zostrojte graf funkcie $\langle E_k^* \rangle = f_1(S)$ závislosti bezrozsomernej kinetickej energie $\langle E_k^* \rangle$ častíc od času S , ak $S = 0, 2, 4, 6, 12, 18, 24, 30, 50, 70, 90, 130, 180$.

3. Zostrojte graf funkcie $\frac{\langle E_p^* \rangle}{2} = f_2(S)$ závislosti bezrozsomernej vzájomnej polohovej energie $\langle E_p^* \rangle$ častíc od času S , kde S je tá istá postupnosť časov ako v úlohe 2.

4. Vypočítajte celkovú bezrozmernú energiu $\langle E^* \rangle$ častíc pre časy S podľa úlohy 2.

Zachováva sa celková energia súboru častíc?

Určte chybu výpočtu celkovej bezrozsmernej energie $\langle E^* \rangle$.

5. Na začiatku evolúcie častíc, v čase $S = 0$, súbor nie je v termodynamickej rovnováhe. Po určitom čase sa súbor častíc dostáva do termodynamickej rovnováhy, kedy kinetická energia $\langle E_k^* \rangle$ nadobúda ustálenú hodnotu. Určte túto hodnotu $\langle E_k^* \rangle$ a čas SD , od ktorého možno uvažovať o termodynamickej rovnováhe súboru častíc.

6. Použitím tabuliek z b) časti experimentu zostrojte graf závislosti počtu ΔN súradníc rýchlosti od veľkosti súradníc v termodynamickej rovnováhe súboru. K tomu použite intervaly $B\Delta v_c^*$ a približne 200 časových jednotiek. Zaznamenajte začiatočný celočíselný čas SD .

Preverte platnosť vzťahu

$$\Delta N = A \exp \left[-\frac{24(v_c^*)^2}{\alpha} \right]$$

a určte hodnotu konštanty α .

7. Pre súbor častíc v termodynamickej rovnováhe vypočítajte stredné hodnoty $\langle R^2 \rangle$ druhých mocnín R^2 vzdialenosti R medzi polohou častice v čase S a v čase SR .

Zostrojte graf funkcie $\langle R^2 \rangle = f(SZ)$ vyjadrujúcej závislosti veličín $\langle R^2 \rangle$ a SZ . Vypočítajte gradient tejto funkcie v jej lineárnej oblasti a určte časový interval, v ktorom má gradient fyzikálny zmysel.

Pre zvýšenie presnosti opakujte tieto výpočty pre ďalšie tri hodnoty SR a určte zo štyroch súborov hodnôt strednú hodnotu $\langle R^2 \rangle_s$, tiež gradient a časový interval, v ktorom má gradient fyzikálny zmysel.

Určte použitím riešenia tejto úlohy termodynamický stav skúmanej sústavy častíc, či sa jedná o kvapalinu, alebo o pevnú látku.

Riešenie:

1. Zachovanie hybnosti súboru častíc vyplýva z tab. 21 a 22. Stredná kvadratická rýchlosť častíc súboru, ako to vyplýva z tab. 22, sa zachováva, má hodnotu približne 0,1. Hybnosť súboru častíc je nulová, pozri tab. 21 lebo $\langle v_{x,1} \rangle$, $\langle v_{y,1} \rangle$, sú veličiny blízke k nule. Namerané nenulové hodnoty $\langle v_{x,1} \rangle$, $\langle v_{y,1} \rangle$ považujeme za chyby merania počítača.

Tabuľka 21

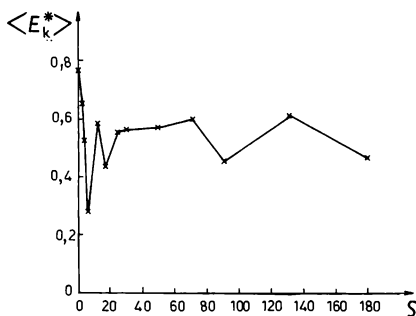
S	$10^7 \langle v_{x,1} \rangle$	$10^7 \langle v_{y,1} \rangle$	$10^6 \langle p_x \rangle$	$10^6 \langle p_y \rangle$	$10^6 \langle p \rangle$
0	0	0	0	0	0
40	10	16	48	77	91
80	18	1	86	5	86
120	14	7	67	34	75
160	16	10	77	48	91

2. K riešeniu úloh 2-5 bolo potrebné z mikropočítača získať súbory hodnôt veličín $\langle v_{x,2} \rangle$, $\langle v_{y,2} \rangle$ a $\langle E_p^* \rangle$ pre určené časy S podľa úlohy 2. Vypočítame $\langle E_k^* \rangle = \frac{1}{2} m^* (\langle v_{x,2} \rangle^2 + \langle v_{y,2} \rangle^2)$ a celkovú energiu $\langle E^* \rangle = \langle E_k^* \rangle + \frac{\langle E_p^* \rangle}{2}$ pripadajúcu na jednu časticu, tab. 22.

Tabuľka 22

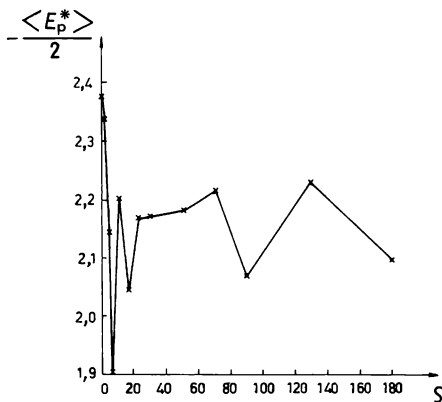
S	$\langle v_{x,2} \rangle$	$\langle v_{y,2} \rangle$	$\langle E_p^* \rangle$	$\langle E_k^* \rangle$	$\langle E^* \rangle$
0	0,017 387 4	0,014 285 1	-4,750 266 0	0,760 140	-1,614 99
2	0,016 250 6	0,013 102 5	-4,666 667 5	0,704 474	-1,628 86
4	0,012 496 6	0,008 956 2	-4,287 301 5	0,514 867	-1,628 78
6	0,007 740 5	0,003 911 3	-4,805 311 3	0,279 643	-1,623 01
12	0,011 874 0	0,012 095 9	-4,408 187 8	0,575 278	-1,628 82
18	0,009 957 9	0,007 585 4	-4,094 062 7	0,421 039	-1,625 99
24	0,010 857 7	0,011 697 8	-4,338 578 2	0,541 332	-1,627 96
30	0,012 606 5	0,010 034 0	-4,340 799 7	0,543 372	-1,627 03
50	0,012 713 8	0,010 333 4	-4,361 316 5	0,553 133	-1,627 53
70	0,008 865 7	0,015 829 2	-4,438 866 9	0,592 678	-1,626 76
90	0,010 774 0	0,007 646 2	-4,135 769 9	0,442 087	-1,625 80
130	0,007 300 8	0,017 744 6	-4,456 433 3	0,601 090	-1,627 13
180	0,009 716 1	0,009 642 6	-4,177 388 2	0,464 609	-1,624 09

Graf závislosti veličín $\langle E_k^* \rangle$ a S je na obr. 110.



Obr. 110

3. Graf závislosti veličin $\langle E_p^* \rangle$ a S je na obr. 111.



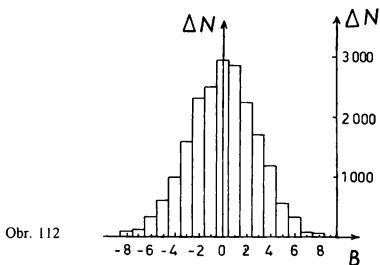
Obr. 111

4. Celková stredná energia $\langle E^* \rangle$ pripadajúca na jednu časticu v čase S je uvedená v tab. 22. Výpočtom určíme $\langle E^* \rangle_s = -1,626 \pm 0,004$.

5. Z obr. 110 vyplýva, že sústava sa dostáva do termodynamickej rovnováhy približne od času $SD = 10$, tj. $t^* = SD \Delta t^* = 1$. Ustálená hodnota bezrozmernej kinetickej energie pripadajúca na jednu časticu sa určí výpočtom z hodnôt v tabuľke, $\langle E_k^* \rangle_s \doteq 0,53 \pm \pm 0,05$.

6. Požadovaný histogram vyjadrujúci závislosť ΔN a $B \Delta v_c^*$ je na obr. 112. K tomu, aby sme overili priebeh funkcie zostrojíme graf z nameraných veličín. Ide o funkciu

$$\ln \Delta N = \ln A - B^2 \frac{24(\Delta v_c^*)^2}{\alpha}$$

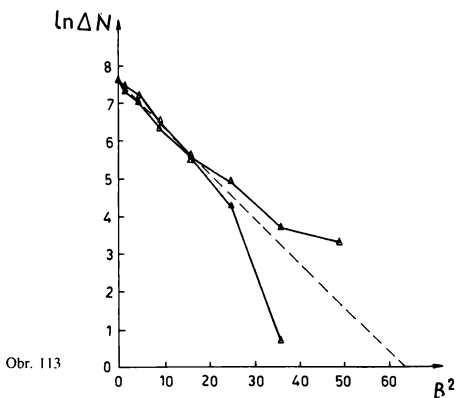


Z grafu funkcie $\ln \Delta N = f_3(B^2)$, ktorý je na obr. 113 vyplýva lineárnosť funkcie. Z grafu možno určiť konštantu α

$$\alpha = 24(\Delta v_c^*)^2 \frac{(B^2)_{\ln \Delta N \rightarrow 0}}{(\ln \Delta N)_{B \rightarrow 0}},$$

$$\alpha = 24(0,05)^2 \frac{64}{7,6} \doteq 0,51$$

$$\alpha = 0,51 \pm 0,02$$



Tabuľka 23

Čas $SZ=S-SR$	$\langle R^2 \rangle \cdot 10^5$ $SR=261$	$\langle R^2 \rangle \cdot 10^5$ $SR=301$	$\langle R^2 \rangle \cdot 10^5$ $SR=334$	$\langle R^2 \rangle \cdot 10^5$ $SR=370$	Priemer $\langle R^2 \rangle, 10^5$
0	0	0	0	0	0
2	88	67	91	79	81
4	287	276	382	298	311
6	523	628	858	623	658
8	797	1 101	1 449	1 039	1 097
10	1 143	1 656	2 095	1 523	1 604
12	1 528	2 235	2 768	2 022	2 138
14	1 874	2 845	3 453	2 564	2 684
16	2 184	3 539	4 157	3 160	3 260
18	2 526	4 293	4 902	3 833	3 889
20	2 979	5 080	5 718	4 532	4 577
22	3 538	5 918	6 605	5 150	5 303
24	4 063	6 784	7 533	5 569	5 987

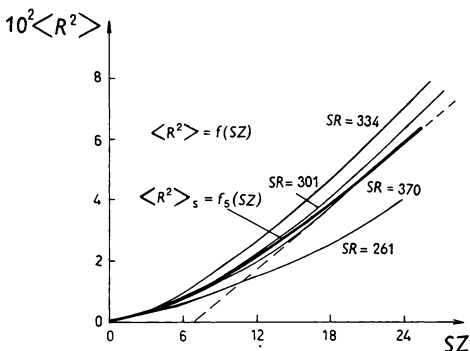
7. Z údajov počítača, ktoré získame podľa informácie c), zostavíme tab. 23 pre štyri rozličné časy SR , pričom

$$\langle R^2 \rangle = \langle R_{x,2} \rangle + \langle R_{y,2} \rangle$$

pre každý okamih SZ .

Grafy funkcií $\langle R^2 \rangle = f_4(SZ)$ pre štyri rozličné hodnoty SR sú na obr. 114. V obr. je tiež graf funkcie $\langle R^2 \rangle_s = f_5(SZ)$. Z grafov určíme ich gradienty v lineárnej oblasti, odhadneme presnosť merania. Vzhľadom na to, že $\langle R^2 \rangle = f(SZ)$ je lineárne rastúca funkcia času, súbor častíc možno označiť za kvapalinu.

Výsledky riešení úloh 1–7 zapíšeme do tabuliek výsledkov.



Obr. 114

Tabuľka výsledkov

1. Zachováva sa hybnosť skúmanej sústavy áno/nie*

Presnosť výpočtov mikropočítača = $100 \frac{0,0000018}{0,1} = 0,002 \%$.

4.

Čas S	Celková energia $\langle E^* \rangle$
0	-1,614 99
2	-1,628 86
4	-1,628 78
6	-1,623 01
12	-1,628 82
18	-1,625 99
24	-1,627 96
30	-1,627 03
50	-1,627 53
70	-1,626 76
90	-1,625 80
130	-1,627 13
180	-1,624 09

Zachováva sa celková energia
sústavy

áno/nie*

5. Rovnovážna hodnota kinetickej
energie $\langle E_k^* \rangle$

$= 0,53 \pm 0,05$

Čas termodynamickkej rovnováhy

$SD \doteq 10$

6. Čas záznamu, SD

> 20 , napr. 60

Hodnota α (pre $SD = 60$)

$= 0,51$

Presnosť

$= \pm 0,02$

7. V ktorej oblasti je graf funkcie

$\langle R^2 \rangle = f(SZ)$ lineárny

$SZ = 18$ do 24

(pre prvú hodnotu SZ)

od 0,027 do 0,047

Gradient lineárnej časti grafu

$= \pm 0,002$

Presnosť gradientu

Gradient lineárnej časti funkcie

$\langle R^2 \rangle_s = f(SZ)$

$= 0,04$

Presnosť gradientu

$= \pm 0,01$

Skúmaný súbor častíc je

kvapalina/pevná látka*

* Prečiarknite nesprávnu odpoveď.

Poznámky:

1. K výpočtom chýb (určovanie presnosti výpočtov):

Pri spracovaní nameraných hodnôt veličín alebo súboru zadanych veličín, napr. z modelového experimentu simulovaného počítačom, sa venuje veľká pozornosť určeniu chýb veličín, na čo vo vyučovaní fyziky ani v FO u nás nie sme zvyknutí. Na zahraničných stredných školách sa zhodnotenie presnosti výpočtu alebo merania od žiakov bezpodmienečne vyžaduje.

Presnosť výpočtu počítača sa určí podielom absolútnej chyby merania rýchlosti ($18 \cdot 10^{-7}$ tab. 21) a hodnoty strednej kvadratickej rýchlosti ($= 0,1$, tab. 22).

Chybu výpočtu konštanty α (úloha 6), ako aj chybu výpočtu gradientu funkcie $\langle R^2 \rangle = f(SZ)$, resp. $\langle R^2 \rangle_s = f(SZ)$ (úloha 7), možno určiť výpočtom z hodnôt veličín v lineárnej časti funkcie alebo odhadom. Ako vyplýva z grafov na obr. 113, 114, gradienty funkcie sa určujú s presnosťou na dve platné číslice, pričom presnosť odčítania veličín je možná na jednotku druhej číslice. Preto chybu gradientu možno odhadnúť na dve jednotky rádu určeného druhou platnou číslicou gradientu.

2. Kompletné texty i riešenia experimentálnych úloh sme uviedli preto, aby účastníci FO získali predstavu o náročnosti úloh MFO, kde je potrebné porozumieť rozsiahlemu textu, uplatniť svoj talent v tvorivosti a spracovať experimentálnych prác v obmedzenom čase 2–3 hodín.

Dĺžka textov a náročnosť experimentálnych úloh na 17. MFO vo Veľkej Británii prekročili všetky predchádzajúce MFO.

OBSAH

I. ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

1. Cíl soutěže a její organizace	3
2. Ústřední výbor fyzikální olympiády	4
3. Krajské a okresní výbory FO	5
4. Průběh a výsledky FO ve školním roce 1985/86	6
a) První kolo soutěže kategorie A, B, C, D	6
b) Druhé kolo kategorie A–D	8
c) Třetí kolo kategorie A	24
d) Kategorie E	27
5. Závěr 27. ročníku FO	31

II. SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. Úlohy kategorie A	33
2. Úlohy kategorie B	84
3. Úlohy kategorie C	110
4. Úlohy kategorie D	138
5. Úlohy kategorie E	158

III. SEDMNÁCTÁ MEZINÁRODNÍ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA

1. Průběh a výsledky soutěže	178
2. Súťažné úlohy	189

**RNDr. Zdeněk Ungermann – Mojmír Simerský –
doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc. –
RNDr. Ivo Volf, CSc.**

27. ROČNÍK FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY brožura

Obálku navrhl Ivan Kyncl
Vydalo Státní pedagogické nakladatelství Praha
roku 1991 jako svou publikaci č. 9-42-18/27
Edice Pomocné knihy pro žáky
Odpovědná redaktorka Milena Osobová
Výtvarná redaktorka Stanislava Perlínová
Technická redaktorka Dita Novotná
Fotosazbou písmem Times vytiskly Moravské tiskárny Olomouc, s. p.
1. vydání

ISBN 80-04-24989-2