

PAEDDR. KAREL ŽAMPA

DOC. RNDR. ING. DANIEL KLUVANEC, CSC.

MOJMÍR SIMERSKÝ

RNDR. IVO VOLF

XXV. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH ZE SOUTĚŽE
KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE 1983/84

STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ PRAHA

Vektory jsou vysazeny z výrobních důvodů stojatě, polotučně, např. **F**, **v**.

Zpracovali: PaedDr. Karel Žampa, doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., Mojmír Simerský, RNDr. Ivo Volf

Lektorovali: Ing. Ivo Čáp, RNDr. Zdeněk Ungermann, RNDr. Václav Šůla

© Karel Žampa za autorský kolektiv, 1988

1. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

1 Dvacet pět let fyzikální olympiády v ČSSR

Fyzikální olympiáda v ČSSR plní od svého vzniku významný úkol: vyhledávat talentované a nadané žáky základních a středních škol a pečovat o jejich odborný růst. Cílem fyzikální olympiády je tedy v souladu s úkoly vědeckotechnické revoluce vést žáky k hlubšímu samostatnému studiu fyziky, rozvíjet jejich schopnosti a pracovní návyky, využívat získané poznatky k samostatnému řešení fyzikálních úloh a vzbuzovat u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů na středních a vysokých školách.

Ve školním roce 1983/84 uplynulo od celostátního zahájení fyzikální olympiády u nás 25 let.

Některé kraje zahájily fyzikální olympiádu pokusně již dříve. V roce 1957 zorganizoval Olomoucký kraj fyzikální olympiádu pro nejvyšší ročník JSS (dnešní gymnázium), v roce 1958 pak Praha rovněž pro nejvyšší ročník JSS a Brněnský kraj pro všechny tři ročníky JSS. V roce 1959 byla fyzikální olympiáda zavedena celostátně pro všechny ročníky JSS podle vzoru Brněnského kraje.

Na začátky fyzikální olympiády v Praze vzpomíná člen ÚV FO a zakládající člen KV FO v Praze Karel Šebela.

»Bylo to 10. září 1958 na tehdejší JSS na Zatlane v Praze 5, kdy se nás sešlo v kabinetě prof. Tesaře asi deset fyziků z pražských středních škol a ze škol vysokých. Mezi nimi byli např. prof. Cimbůrek, pozdější člen ÚV FO, prof. Říman z ČVUT, prof. Javůrek z JSS Sladkovského nám. a další.

V tichu fyzikální posluchárny jsme pak naslouchali výkladu prof. Tesaře o poslání a náplni fyzikální olympiády. Zvýraznil nutnost zvýšit zájem o fyziku a techniku vůbec, ukázat studentům cestu ke studiu fyziky mimo učební osnovy a ve větším rozsahu, než poskytovaly standardní učebnice fyziky.

Profesor Tesař pak rozebíral některé fyzikální příklady, které nejsou žáky správně chápány, a proto nejsou ani dobře odborně řešeny. Poukázal dále na to, že mnozí žáci mají malé zkušenosti, nedovedou správně hodnotit zkoumaný fyzikální děj, jejich zápis protokolu z měření a jeho grafické ztvárnění má četné nedostatky. Proto byla soutěž fyzikální olympiáda rozšířena i o experimentální úlohu, kterou musel žák vykonat.

Profesor Tesař zároveň zdůraznil nutnost vyžadovat při řešení úloh správnou matematickou formulaci fyzikálních dějů a fyzikálních zákonů. Kladl tak základy metodiky řešení fyzikálních úloh tak, jak jsou v současné době řešeny v rámci fyzikální olympiády v celé ČSSR.

Od této schůzky uplynulo 25 let. Fyzikální olympiáda prokázala svou opodstatněnost a její myšlenky získaly stovky obětavých spolupracovníků a propagátorů.

Žáci středních škol řešící FO v jejich prvních ročnících byli proti žákům řešícím MO v nevýhodě v tom, že neměli předběžnou přípravu v olympiádě na školách 1. cyklu. Proto krajský výbor fyzikální olympiády Jihomoravského kraje zavedl v r. 1961 pokusně kategorii D pro nejvyšší ročník ZDŠ. V roce 1963 byla tato kategorie zavedena celostátně (5. ročník FO).

Zákonem č. 168/1968 Sb. byla zřízena gymnázia a tříleté SVVŠ postupně zanikly. To si vynutilo změnu organizace FO. Pro střední školy byly zavedeny čtyři kategorie (A, B, C, D) a pro ZDŠ pátá kategorie, kategorie E. Tato organizace zůstala zachována i ve 25. ročníku FO.

Historie dvaceti pěti let fyzikální olympiády byla podrobně uvedena v 10. čísle časopisu Fyzikálně obzory, roč. 1984,

který je celý věnován problematice fyzikální olympiády. Historie fyzikální olympiády v Severomoravském kraji je podrobně zpracována v publikaci Františka Kamenčáka 25 let fyzikální olympiády v Severomoravském kraji, kterou vydal KPÚ v Olomouci v r. 1984.

25 let trvání FO je dostatečně dlouhá doba k tomu, aby bylo možno posoudit, jak se podařilo splnit úkoly, které byly dány FO schválenými organizačními řády. Výstižně zhodnotila práci širokého aktivu pracovníků ve FO jménem ministerstva školství ČSR i SSR na shromáždění v Nitře i v uvedeném 10. čísle časopisu Fyzikálne obzory PhDr. Marta Vlačihová, CSc.: »Pri príležitosti štvrtstoročného jubilea založenia fyzikálnej olympiády s radosťou konštatujeme, že v hodnotenom období fyzikálna olympiáda úspešne plnila úlohy, ktoré mala stanovené v organizačných poriadkoch. Fyzikálna olympiáda má podiel na úspešnej výchovno-vzdelávacej práci našich škôl a rozhodujúci podiel na rozvíjaní schopností a talentu žiakov základných a stredných škôl vo fyzike.«

FO pro žáky základních škol byla celostátně organizována od 5. ročníku. Z tohoto ročníku nejsou statistické údaje. Uváděné údaje jsou počty soutěžících v jednotlivých kolech, nikoliv počty úspěšných řešitelů.

Dokumentují to i výsledky dosažené při zapojení žáků základních a středních škol do jednotlivých ročníků fyzikální olympiády.

25. ročník FO byl současně příležitostí k ocenění dlouholeté obětavé práce funkcionářů výborů FO jednotlivých stupňů, referentů FO i učitelů fyziky, pracujících soustavně s nadanými žáky. Nejvyššího ocenění se pracovníkům ve fyzikální olympiádě dostalo z úst náměstkyně ministra školství SSR PhDr. Marty Vlačihové, CSc., na slavnostním shromáždění u příležitosti 25. ročníku FO v Nitře i v úvodním článku 10. čísla časopisu Fyzikálne obzory, kde práci

Tabulka 1. Počet žáků soutěžících v 1. kole FO kategorií A – D
v I. – XXV. ročníku FO

Ročník	Kat. A	Kat. B	Kat. C	Kat. D	Celkem
1.	1 213	788	1 202	—	3 203
2.	608	509	822	—	1 939
3.	692	436	1 112	—	2 240
4.	711	572	2 169	—	3 452
5.	430	1 029	2 215	—	3 674
6.	696	888	1 940	—	3 524
7.	767	931	1 439	—	3 137
8.	985	977	2 138	—	4 100
9.	943	1 014	1 944	—	3 901
10.	678	865	1 274	—	2 817
11.	636	463	1 390	—	2 489
12.	537	1 146	1 474	—	3 157
13.	360	896	966	2 088	4 310
14.	521	935	1 210	2 602	5 568
15.	724	981	1 212	2 628	5 545
16.	846	1 038	1 376	2 538	5 798
17.	809	1 089	1 404	2 909	6 211
18.	1 021	1 237	1 921	2 321	6 500
19.	1 015	1 486	1 551	3 129	7 181
20.	967	1 184	1 681	2 469	6 301
21.	657	1 395	1 464	1 870	5 386
22.	876	1 295	1 395	2 847	6 413
23.	983	1 327	1 726	3 084	7 120
24.	927	1 230	1 705	2 631	6 493
25.	1 047	1 271	1 894	3 090	7 302
	19 949	24 982	38 624	34 206	117 761

Kategorie D byla pro žáky středních škol zavedena od XIII. roč. Údaje zachycují počet žáků, kteří řešili úlohy 1. kola, bez ohledu na to, zda úspěšně či neúspěšně.

Tabulka 2. Počet žáků soutěžících v 1. a 2. kole FO kategorie E od založení soutěže pro žáky základní školy

Ročník	Počet soutěžících	
	v 1. kole	ve 2. kole
6.	7 384	2 386
7.	12 773	4 851
8.	11 921	4 812
9.	10 633	3 935
10.	8 150	3 598
11.	7 856	3 002
12.	10 430	4 409
13.	10 567	5 141
14.	12 716	5 928
15.	15 157	7 410
16.	13 963	6 662
17.	13 835	6 170
18.	16 474	7 800
19.	17 506	6 669
20.	17 327	6 185
21.	16 096	5 902
22.	14 335	5 818
23.	14 861	5 857
24.	15 284	5 344
25.	17 536	7 246
	265 554	109 575

širokého aktivu v FO hodnotí takto: »Doterajšiu prácu celého aktívu učiteľov, školských, odborných a vedeckých pracovníkov vo fyzikálnej olympiáde vysoko hodnotíme ako spoločensky angažovanú činnosť, ktorá je prejavom ich politickej vyspelosti a uvedomenia.«

Při příležitosti 25. ročníku FO byla MŠ ČSR a MŠ SSR oceněna práce zasloužilých pracovníků v FO resortními vyznamenáními. Další ocenění bylo uděleno JČSMF a ÚV

SSM. Obdobně byli odměněni i pracovníci v rámci krajů čestnými uznáními OŠ KNV a medailemi Za socialistickou výchovu KV SSM.

Přehled nejvyšších ocenění předaných za práci ve FO

	Zasloužilý učitel	Vzorný učitel	Čestné uznání MŠ
ČSR	2	11	20
SSR	2	5	10



Obr. 1 Čestné předsednictvo na oslavách XXV. výročí FO



Obr. 2 Slavnostní projev přednesla s. PhDr. Marta Vlačíhová, CSc.,
I. náměstkyně ministra školství SSR



Obr. 3 Předávání resortních vyznamenání zasloužilý učitel a vzorný učitel



Obr. 4 Účastníci slavnostního shromáždění u příležitosti
XXV. výročí FO

2 Dvacátý pátý ročník FO

Ve školním roce 1983/84 vstoupila fyzikální olympiáda do svého jubilejního, XXV. ročníku. Ve XXV. ročníku probíhala FO v pěti kategoriích pro žáky středních, základních a základních devítiletých škol.

A. CÍL SOUTĚŽE A JEJÍ ORGANIZACE

Cílem fyzikální olympiády je od jejího vzniku získávat žáky k hlubšímu samostatnému studiu fyziky, rozvíjet jejich nadání a schopnosti, využívat získané poznatky k samostatnému řešení úloh. Současně FO vzbuzuje u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů na středních a vysokých školách. Tím plní FO úkol, který v oblasti vý-

chovy mimo vyučování při péči o rozvoj talentů vytyčilo usnesení PÚV KSČ ze 4. 6. 1976 v souvislosti s přijetím Dokumentu o dalším rozvoji československé výchovně vzdělávací soustavy.

Úkoly soutěže fyzikální olympiády jsou dány organizačním řádem matematické a fyzikální olympiády, který nabyl účinnosti dnem 1. září 1976 výnosem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76 - 2110, a výnosem MŠ SSR ze dne 25. května 1976, č. j. 5 835/76 - II/I.

Podrobné rozvedení cílů soutěže fyzikální olympiáda bylo uvedeno v Ročence XXI. ročníku FO spolu s celkovou organizací soutěže a klasifikačními stupnicemi.

První kolo všech kategorií probíhalo přímo na škole formou samostatné domácí práce žáků. V prvním kole všech kategorií řešili žáci 7 úloh, z nichž jedna byla laboratorní.

Řešitelé kategorií A—D měli za úkol prostudovat zadané studijní téma, na něž navazovala úloha ve druhém kole soutěže a u kategorie A i ve třetím kole soutěže. Řešitelé kategorie E neměli stanoveno studijní téma.

Úlohy pro jednotlivé kategorie FO byly zveřejněny v letácích a v časopisech Matematika a fyzika ve škole, roč. 13, č. 10, a Rozhledy matematicko-fyzikální roč. 61, č. 10 a roč. 62, č. 1.

Ve XXV. ročníku FO byly publikovány tyto studijní texty pro žáky:

pro kat. A: Simerský, M.: Neharmonické periodické elektrické veličiny

pro kat. B: Simerský, M.: Teorémy při řešení elektrických obvodů

pro kat. C: Chytilová, M.: Umíme správně používat stavovou rovnici ideálního plynu?

Tyto studijní texty byly publikovány jako studijní účelový tisk ÚV FO.

Pro kategorii D zůstal v platnosti studijní text dr. Volfa: Jak řešit úlohy fyzikální olympiády (zveřejněn v letáku XXIII. ročníku FO pro kategorie A–D, šk. rok 1981/82).

Druhé kolo FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády. Druhé kolo soutěže se uskutečnilo ve dvou termínech:

pro kategorii A 18. února 1984,

pro kategorie B, C a D 28. dubna 1984.

Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech 8. února 1984 a bylo řízeno okresními výbory fyzikální olympiády.

Třetí kolo soutěže bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil ústřední výbor fyzikální olympiády a jejím provedením pověřil KV FO Západoslovenského kraje. Bylo uskutečněno ve dnech 6.–10. dubna 1984 v Nitře a jeho účastníci řešili 4 úlohy teoretické a 1 úlohu praktickou.

Třetí kolo FO kategorie E bylo organizováno v krajích a řízeno KV FO. Bylo uskutečněno 19. května 1984 a jeho účastníci řešili 4 teoretické úlohy.

V prvním kole soutěže FO se ve všech kategoriích hodnotily úlohy třístupňovou klasifikační stupnicí, ve druhém kole všech kategorií a ve třetím kole kategorie E čtyřstupňovou klasifikační stupnicí.

Řešení úloh 3. kola kategorie A byla hodnocena bodovým systémem.

Podrobné hodnocení klasifikačních stupňů, stanovení pořadí při čtyřstupňové klasifikační stupnici a bodový systém byly zveřejněny v Ročence XXI. ročníku FO.

Pořadatelé XXV. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků, Jednotou slovenských matematiků a fyziků a Socialistickým svazem mládeže.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory fyzikální olympiády a v rámci okresů řídily soutěž FO kategorie E

v 1. a ve 2. kole okresní výbory fyzikální olympiády. Na základních školách a středních školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

B. SLOŽENÍ ÚSTŘEDNÍHO VÝBORU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY VE ŠKOLNÍM ROCE 1983/84

ÚV FO byl jmenován ministerstvy školství ČSR a SSR na funkční období 1983–1986.

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF, JSMF, SSM) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhů JČSMF a JSMF na tříleté funkční období. Kromě toho jsou členy širšího ÚV FO i všichni předsedové KV FO.

Sídlem ÚV FO je v tomto funkčním období Nitra, sekretariát ÚV FO je rozdělen na pracoviště v Nitře a pracoviště v Hradci Králové.

Složení ÚV FO

a) Předsednictvo ÚV FO:

předseda ÚV FO:	doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., Nitra
místopředsedové:	RNDr. Ivo Volf, Hradec Králové doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc., Bratislava
jednatelé:	prof. RNDr. Vladimír Majerník, DrSc., Nitra RNDr. Zdeněk Ungermann, Hradec Králové
zástupce MŠ ČSR:	RNDr. Václav Šůla, Praha
zástupce MŠ SSR:	Michal Zöldy, Bratislava
zástupce JČSMF:	RNDr. Karel Bartuška, Praha

zástupce JSMF: RNDr. Viktor Bezák, DrSc.,
Bratislava
zástupce ÚV SSM: doc. Ing. Bohumil Vybíral, CSc.,
Hradec Králové
zástupce ÚDPM: Eva Bittnerová, Bratislava
redaktor ŠMF: Mojmír Simerský, Pečky

b) Členové ÚV FO:

RNDr. Miroslav Bartošek, Přerov
RNDr. Rastislav Baník, Banská Bystrica
RNDr. Milan Bednařík, CSc., Olomouc
RNDr. Marta Chytilová, CSc., Brno
doc. RNDr. Árpád Kecskés, CSc., Nitra
doc. RNDr. Ivan Náter, Bratislava
Barnabáš Ipóth, Komárno
Miroslav Ouhrabka, CSc., Hradec Králové
RNDr. Evžen Růžička, CSc., Olomouc
PaedDr. Alexandra Svátová, Praha
doc. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., Praha
Karel Šebela, Praha
RNDr. Pavol Škrinár, Prievidza
Eva Tokáriková, Bratislava
RNDr. Erich Wiszt, CSc., Martin
PaedDr. Karel Žampa, Brno

Ústřední výbor FO se během roku sešel na dvou řádných zasedáních, a to na ustavujícím podzimním zasedání v Brně a na jarním zasedání u příležitosti XXV. ročníku FO v Nitře. Předsednictvo ÚV FO se scházelo podle pracovního plánu.

Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1983/84

Předsedy a členy KV FO jmenovaly na návrh poboček JČSMF a JSMF za spolupráce krajských pedagogických ústavů odbory školství příslušných KNV. Funkční období

KV FO a OV FO je tříleté a časově shodné s funkčním obdobím ÚV FO.

KV FO řídily FO v kraji, a to kategorii A – D přímo a kategorii E prostřednictvím OV FO. V kategorii E přímo řídily a organizovaly 3. kolo této soutěže.

OV FO jmenovaly na návrh okresních pedagogických středisek odbory školství příslušných okresních národních výborů. OV FO organizovaly 2. kolo FO.

KV FO a OV FO zabezpečovaly práci s referenty FO na školách a organizovaly akce pro soutěžící žáky.

Předsedové KV FO

Praha: doc. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF UK
Praha

StřČ: Ing. Jiří Machalický, CSc., KF strojní fakulty
ČVUT Praha

JČ: RNDr. Pavel David, PF České Budějovice

ZČ: Olga Mašková, KF VŠSE Plzeň

VČ: RNDr. Josef Hubeňák, SPŠ stav. Hradec Králové

SČ: Bohumil Daniel, G Česká Lípa

JM: doc. RNDr. Jan Schwarz, Brno

SM: doc. František Kamenčák, PF Ostrava

Brat.: doc. RNDr. Jozef Zámečník, CSc., KF SVŠT
Bratislava

StřS: Ing. Ivo Čáp, CSc., KF VŠDS Žilina

ZS: doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., KF a ZT PF
Nitra

VS RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc., PF UPJŠ Košice

C. PRŮBĚH SOUTĚŽE V JUBILEJNÍM

XXV. ROČNÍKU FO - ŠKOLNÍ ROK 1983/84

Celospolečenská potřeba získat u mladých lidí zájem o přírodovědné a technické obory se v tomto ročníku FO projevila v činnosti výborů FO všech stupňů a referentů FO na školách. Výsledkem této činnosti bylo nejen prohloubení

práce s řešiteli, ale především jejich neustálé získávání k účasti na soutěži, a tím k získávání hlubších vědomostí nejen z fyziky, ale i matematiky a k návyku samostatné práce. Odrazem této práce byla účast žáků v soutěži, která v tomto ročníku byla největší ze všech doposud probíhajících ročníků.

Současně OV FO, KV FO i ÚV FO využily průběhu celého XXV. ročníku FO k propagaci FO mezi širokou veřejností.

a) Kategorie A – D

První kola všech kategorií probíhala na školách. Práci referentů ovlivňovaly v tomto ročníku mnohem více KV FO, které pořádaly ve spolupráci s KPÚ semináře pro referenty FO, popř. je spojovaly s akcemi KPÚ při dalším vzdělávání učitelů středních škol.

Druhá kola zabezpečily KV FO. K jejich dobrému průběhu i ke zvýraznění významu FO přispěla účast zástupců stranických, svazáckých a školských orgánů kraje.

Podle možnosti byli do organizace 2. kola zapojeni i studenti fyziky vysokých škol. Jejich práce při organizaci soutěže je považována za součást jejich pedagogické praxe a současně i za způsob jejich zapojení do společensky prospěšné činnosti.

Údaje o účasti škol a žáků jsou uvedeny v tabulkách 3, 4 a 5.

Zvýšila se sice účast žáků z gymnázií v soutěži, nedaří se však ve větší míře zapojit žáky ostatních středních škol a středních odborných učilišť. Především pro žáky SOU jsou úlohy jednotlivých kategorií značně obtížné a obsahově nekorespondují s obsahem učiva fyziky těchto škol. Proto KV FO Severočeského kraje pořádá pro žáky SOU již druhý ročník FO. Tato soutěž je označena jako kategorie U a je dvoukolová. V 1. kole bylo 46 úspěšných řešitelů, ve 2. kole 17.

Tabulka 3. Počet středních škol, které se zúčastnily XXV. ročníku FO v kategoriích A – D

Kraj	Poč. G	Gymnázia				Zapojeno SPŠ				Ostatní stř. školy				Celkový počet škol zapojených						
		v kategorii			Celkem	v kategorii			Celkem	v kategorii			Celkem	v kategorii			Celkem			
		A	B	C		D	A	B		C	D	A		B	C	D				
Praha StřČ JČ ZČ SČ VČ JM SM Brat. ZS StřS VS	22	14	15	14	17	17	—	1	1	4	4	—	—	—	—	14	16	15	21	21
	23	14	15	21	23	23	—	1	2	3	3	—	—	1	4	14	16	24	28	30
	19	12	14	18	19	19	1	2	2	4	4	—	—	—	1	13	16	20	24	24
	15	13	12	13	15	15	—	—	—	2	2	—	—	—	—	13	12	13	15	17
	21	18	16	18	20	20	—	2	1	9	9	—	—	—	—	18	18	19	29	29
	35	13	15	22	24	27	2	4	1	7	9	—	—	—	—	15	19	23	31	36
	39	26	28	35	36	36	1	—	4	8	8	1	—	2	3a)	28	28	39	45	47
	39	31	38	38	38	39	2	—	7	18	18	—	—	—	—	33	38	45	56	57
	11	8	7	10	10	11	—	—	1	5	5	—	—	—	1	8	7	11	16	17
	38	32	36	36	35	36	1	2	7	17	17	1	3	8	15b)	34	41	51	64	68
37	22	28	29	33	34	—	—	—	4	4	4	1	—	3	23	28	30	40	41	
38	15	24	27	28	33	2	1	3	16	17	—	—	—	1	17	25	31	45	51	
Celkem 1982/83	337	218	248	281	293	310	9	13	29	97	100	3	3	11	24	230	264	321	414	438
	329	208	243	265	265	322	8	13	26	85	94	7	4	9	14	223	260	303	364	433

Poznámka: Členění středních škol v tabulce neodpovídá současnému rozdělení. Vzhledem k tomu, že z ostatních středních škol se účastní převážně žáci SPŠ, jsou tyto školy vedeny samostatně.

Vysvětlivky: a)) - účast žáků SOU (údaje jsou v textu)

Tabulka 4. Počet soutěžících žáků a počet úspěšných řešitelů v 1. kole FO kategorie A – D ve XXV. ročníku FO

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	51	32	43	26	124	100	197	92	415	250
StřČ	46	34	64	46	84	62	138	68	332	210
JČ	42	33	58	40	96	66	112	72	308	211
ZČ	53	37	72	44	69	48	64	40	258	169
SČ	73	42	76	27	137	76	191	83	477	228
VČ	62	48	68	59	93	87	195	184	418	378
JM	88	63	107	59	192	114	308	74	695	310
SM	153	74	217	87	346	168	633	187	1349	516
Bratislava	64	64	66	58	108	102	159	148	397	372
ZS	237	66	303	107	403	141	733	261	1676	575
StřS	120	74	106	75	134	90	170	122	530	361
VS	58	58	91	72	108	89	190	136	447	355
Celkem	1047	625	1271	700	1894	1143	3090	1467	7302	3935
1982/83	927	598	1230	677	1705	831	2631	1217	6493	3323

S – počet soutěžících žáků

Ú – počet úspěšných řešitelů

Tabulka 5. Počet soutěžících žáků a počet úspěšných řešitelů ve 2. kole FO kategorie A – D ve XXV. ročníku FO

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	28	10	24	10	96	69	90	62	238	151
StřČ	29	1	36	2	47	15	60	35	172	53
JČ	33	5	40	6	66	16	72	28	211	55
ZČ	36	0	44	9	45	23	35	20	160	52
SČ	37	2	26	10	69	19	77	53	209	84
VČ	48	12	59	11	87	31	184	63	378	117
JM	59	7	57	5	114	50	72	38	302	100
SM	63	8	83	11	152	66	166	80	464	165
Bratislava	61	4	55	6	95	40	135	55	346	105
ZS	66	8	98	3	138	18	154	43	456	72
StřS	60	3	60	5	60	21	60	28	240	57
VS	58	6	72	7	89	19	136	33	355	65
Celkem	578	66	654	85	1058	387	1241	538	3531	1076
1982/83	557	115	602	291	739	272	1056	414	2953	1092

S – počet soutěžících žáků

Ú – počet úspěšných řešitelů

b) Třetí kolo soutěže FO v kategorii A

Třetí kolo FO kategorie A bylo uspořádáno v Nitře ve dnech 6. – 10. dubna 1984.

Organizačně bylo velmi dobře připraveno a svým programem a zapojením veřejnosti přispělo k dobré popularizaci FO. Bylo důstojným vyvrcholením akcí u příležitosti XXV. ročníku FO a současně hodnocením přínosu FO při výchově žáků základních a středních škol a při jejich přípravě na uskutečňování úkolů vědeckotechnické revoluce.

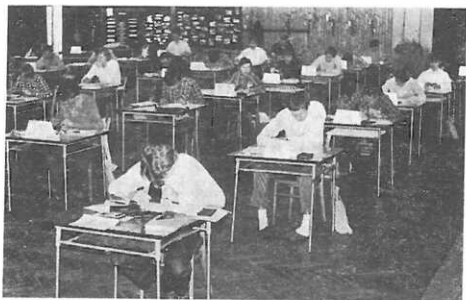
Pracovní náplň tohoto kola byla vyvážena exkurzní

činností, účastí na kulturních akcích, ale i ideově výchovnými akcemi k nadcházejícímu 40. výročí SNP. Nejvýznamnější akcí byla návštěva památných míst SNP s položením květin k památníkům padlých a umučených hrdinů SNP. K poznání kulturního bohatství kraje přispěla vystoupení souboru pedagogické fakulty.

Součástí 3. kola FO kategorie A byla i konference o péči o talentované žáky ve fyzice. Této celostátní konference se zúčastnilo 120 zájemců. Materiály z této konference včetně přijatého usnesení byly jako součást materiálů o XXV. ročníku FO zveřejněny v samostatném sborníku.

Třetí kolo FO i celostátní konference o péči o žáky nadané ve fyzice byly středem pozornosti stranických, státních i společenských organizací města i kraje.

Význam FO a společensky angažované práce všech, kteří se v rámci FO věnují žákům na středních a základních školách, zdůraznila účast náměstkyně ministra školství SSR s. PhDr. Marty Vlačihové, CSc., která ve svém projevu ocenila práci zasloužilých pracovníků ve fyzikální olympiádě. Na slavnostním shromáždění byli oceněni pracovníci ve FO resortními vyznamenáními MŠ SSR, čestnými uznáními MŠ ČSR a MŠ SSR, vyznamenáními ÚV JČSMF a ÚV SSM. Resortní vyznamenání MŠ ČSR byla předána při Dni učitelů 1984. Na slavnostním shromáždění byli vyhodnoceni i vítězové a úspěšní řešitelé 3. kola kategorie A.



Obr. 5 Účastníci XXV. ročníku FO - řešitelé teoretických úloh



Obr. 6 Vítězka celostátního kola XXV. ročníku FO Dagmar Kluvancová, studentka 4. ročníku gymnázia v Nitře, Párovská ul.

**Přehled úspěšnosti řešitelů 3. kola kategorie A
z jednotlivých krajů**

Kraj	Pozváno	Účastnilo se	Vítězové	Úspěšní
Praha	10	10	5	1
StřČ	1	1	1	—
JČ	5	5	2	2
ZČ	1	1	1	—
SČ	2	2	—	1
VČ	12	11	1	4
JM	7	7	1	4
SM	8	8	3	2
Brat.	4	4	—	2
ZS	8	8	2	4
StřS	3	3	2	1
VS	4	4	2	1
	65	64	20	22

Vzhledem k malé úspěšnosti řešitelů 2. kola kategorie A bylo pozváno pouze 65 účastníků. Výjimka u úspěšných řešitelů byla udělena u pozvaného žáka ze Západočeského kraje.

Přehled vítězů celostátního kola FO kategorie A

Pořadí	Jméno	Škola	Body	Ročník	Zaměření
1.	Klůvancová Dagmar	G Nitra, Párovská	50	4	MF
2.	Šichman Viliam	G Prešov, Konstantinova	47	4	
3.	Čermák Ivo	G Bílovec	46	4	M
4. — 5.	Lúzný Ján	SPŠE Prešov	45	3	
	Pelikán Josef	G Čes. Budějovice	45	4	MF
6. — 7.	Ryška Miroslav	G Frýdek-Místek	44	4	MF
	Španěl Patrik	G Praha, W. Piecka	44	3	M
8.	Bajer Ivo	G Frýdek-Místek	43	4	
9. — 12.	Adamec František	G Ostrov n. Ohří	42	4	
	Bezák Martin	G Prievidza	42	4	MF
	Kecskés Szilárd	G B. Štiavnica	42	4	
	Linhart Zbyněk	G Pardubice	42	4	
13.	Plava Richard	G Praha, Sladkovského n.	40	4	MF
14.	Vokrouhlický David	G Praha, Libeň	39	4	
15. — 16.	Pelc Radek	G Mělník	38	4	
	Jungwirth Pavel	G Praha, W. Piecka	38	4	M
17. — 18.	Beluský Pavel	G Nitra, Párovská	37	4	MF
	Zemčík Pavel	SPŠE Brno	37	4	
19. — 20.	Janoušek Martin	G Praha 10	36	4	
	Kunžák Jiří	G Pelhřimov	36	4	

Úspěšní řešitelé celostátního kola

21. – 22.	Belohorec Peter	G Bratislava,			
		J. Hronca	34	4	MF
	Picek Ivan	G Hradec Králové,			
		Šimkova ul.	34	3	MF
23.	Kučera Roman	G Žilina,			
		Velká Okružná	33	4	M
24. – 26.	Bartoň Jaroslav	G Žďár n. Sáz.	32	4	
	Grajcar Martin	G Bílovec	32	4	M
	Marsa Petr	G Jindř. Hradec	32	4	
27. – 29.	Hubeňák Jiří	G Hradec Králové,			
		J. K. Tyla	31	3	MF
	Kos Petr	G Praha,			
		Sladkovského n.	31	4	MF
	Kuběna Alan	SPŠE Brno	31	4	
30.	Varga Stanislav	G Topolčany	30	4	
31.	Smutný Vladimír	G Liberec	29	4	MF
32.	Gašparín Michal	G Nové Mesto n.V.	28	3	
33. – 34.	Sládek Bohumír	SPŠ stroj. Písek	27	4	
	Svitalský Marcel	G Trutnov	27	4	
35. – 41.	Czöplö Ladislav	G Komárno - maď.	26	4	
	Pifka Aleš	G Hradec Králové,			
		J. K. Tyla	26	4	M
	Honzátko Pavel	G Žďár n. Sáz.	26	4	
	Kvasnica Bronislav	G Košice,			
		Šrobárova	26	4	M
	Marek Ján	G Nové Mesto n.V.	26	4	
	Opatrný Tomáš	G Olomouc, Hejčín	26	4	
	Váškovic Dušan	G Uherský Brod	26	4	
42.	Šefčík Ján	G Bratislava,			
		A. Markuša	25	3	MF

**c) Přehled nejúspěšnějších řešitelů FO
ve 2. kolech FO kategorií A, B, C a D**

V přehledu je uváděno deset nejúspěšnějších řešitelů krajského kola FO v každé kategorii. Pouze při rovnosti pořadí řešitelů (například při jejich umístění na 8. – 15. místě se stejným hodnocením) je uváděn vyšší počet úspěšných řešitelů. V případě, že počet úspěšných řešitelů v některé kategorii v kraji byl nižší, jsou v přehledu uváděni pouze tito úspěšní řešitelé.

U úspěšných řešitelů z řad žáků gymnázií jsou uváděny u žáků specializovaných tříd následující zkratky:

M — studijní zaměření žáka na matematiku,

MF — studijní zaměření žáka na matematiku a fyziku.

Zařazení žáků je uváděno podle zpráv z jednotlivých krajů.

Úspěšní řešitelé z jednotlivých krajů

Praha:

A:	Španěl Patrik	G Praha, W. Piecka	3 M
	Pleva Richard	G Praha, Sladkovského n.	MF
	Jungwirth Pavel	G Praha, W. Piecka	
	Vokrouhlický David	G Praha, U Libeňského zámku	MF
	Janoušek Martin	G Praha, Voděradská	MF
	Štěpán Pavel	G Praha, Na Pražačce	M
	Aubrecht Ivo	G Praha, U Libeňského zámku	MF
	Čulík Zdeněk	G Praha, W. Piecka	M
	Loucký Petr	G Praha, W. Piecka	3 M
	Kos Petr	G Praha, Sladkovského nám.	MF
B:	Loucký Petr	G Praha, W. Piecka	M
	Myslivec Ivo	G Praha, Budějovické nám.	
	Španěl Patrik	G Praha, W. Piecka	M
	Tůma Roman	G Praha, W. Piecka	M
	Kvítek Zdeněk	G Praha, Parléřova	
	Mlynář Jan	G Praha, Na Pražačce	M

Fexa Petr	G Praha, Sladkovského nám.	
Šlesinger Jaromír	G Praha, Nad štolou	
Loos Jan	G Praha, Radotín	
Hamplová Alena	G Praha, Botičská	
C: Fisner Jan	G Praha, W. Piecka	M
Hájek Petr	G Praha, W. Piecka	M
Vanko Martin	G Praha, Na vítězné pláni	
Čep Daniel	G Praha, W. Piecka	M
Jiříčka Petr	G Praha, W. Piecka	M
Obdržálek Adam	G Praha, W. Piecka	M
Ledvinka Tomáš	SPŠE Praha, Na příkopě	
Nekola Michal	G Praha, Voděradská	MF
Matejič Ivo	G Praha, W. Piecka	M
Roskovec Jakub	G Praha, Nad alejí	
Zavoral Filip	G Praha, Voděradská	MF
D: Král Filip	G Praha, W. Piecka	M
Holásek Aleš	G Praha, W. Piecka	M
Král Robert	G Praha, W. Piecka	M
Hnát Jiří	G Praha, W. Piecka	M
Kočí Vratislav	G Praha, Sladkovského nám.	MF
Šmejkal Zbyšek	G Praha, W. Piecka	M
Gabriel Petr	G Praha, W. Piecka	M
Čížek David	G Praha, Parléřova	
Frei Dominik	G Praha, W. Piecka	M
Lövenhöfer Petr	G Praha, W. Piecka	M
Mazel Tomáš	G Praha, W. Piecka	M
Novotný Martin	G Praha, Litoměřická	
Sejkora Jiří	G Praha, Na vítězné pláni	
Šmejkal David	G Praha, Voděradská	MF
Šroubek Jan	G Praha, Nad alejí	

Středočeský kraj:

A: Pelc Radek	G Mělník
B: Turinský Milan	G Brandýs n. Labem
Prokeš Radomír	G Kralupy
C: Opršalová Hana	G Český Brod

	Veselý Vladimír	G Hořovice	
	Kopelent Pavel	G Kolín	
	Herčík Michal	G Mladá Boleslav	MF
	Drahorád Jiří	G Český Brod	
	Zikmund Petr	G Český Brod	
	Liebzeit Martin	G Kladno	MF
	Urban Jan	G Vlašim	
	Fencel Pavel	SPŠ Kolín	
	Malík Michal	SPŠ Kutná Hora	
D:	Lenc Zdeněk	SPŠ Kutná Hora	
	Aurel Radoslav	SPŠ stroj. Kladno	
	Rosický Tomáš	G Kutná Hora	
	Bílý Miloslav	G Benešov	
	Matějková Libuše	G Čáslav	
	Šimůnek Josef	SPŠ Kutná Hora	
	Modr Martin	G Kladno	MF
	Brejlová Daniela	SPŠ Kutná Hora	
	Mekleš Josef	SPŠ Kutná Hora	
	Pernet Pavel	G Mladá Boleslav	MF
Jihočeský kraj:			
A:	Sládek Bohumír	SPŠE Písek	
	Pelikán Josef	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
	Marsa Petr	G Jindřichův Hradec	
	Dunda Jan	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
	Kumžák Jiří	G Pelhřimov	
B:	Levý Vít	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
	Šindelářová Štěp.	G Č. Budějovice, Jírovčova	M
	Coufal Pavel	G Pelhřimov	
	Husek Stanislav	SPŠS a E Č. Budějovice	
	Malad Martin	SPŠE Písek	
	Česalová Vladimíra	G Č. Budějovice, Jírovčova	M
C:	Jaroš Petr	G Pelhřimov	
	Štech Milan	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
	Beránek Aleš	G Tábor	
	Böhm Michal	G Tábor	

Benda Stanislav	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
Kos Vladimír	G Jindřichův Hradec	
Dvořák Pavel	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
Turek Petr	G Tábor	
Moravec Michal	G Prachatice	
Novotný Miloš	SPŠE Písek	
Pešička Jiří	G Milevsko	
D: Klíma Filip	G Č. Budějovice, Jírovčova	M
Kostohryz Jakub	G Č. Budějovice, Jírovčova	M
Zíka Aleš	G Pelhřimov	
Zítek Martin	G Milevsko	
Benda Luděk	G Písek	
Urban Daniel	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
Flachs Stanislav	G Strakonice	MF
Kropš Stanislav	G Strakonice	MF
Veselý Jiří	G Strakonice	MF
Broum Milan	G Tábor	
Holý Petr	G Č. Budějovice, Jírovčova	M
Chrdle Aleš	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF
Ondřichová Zuzana	G Č. Budějovice, K. Šatava	MF

Západočeský kraj:

A: —

B: Hanyk Ladislav	G Karlovy Vary	
Čihák Radomír	G Rokycany	
Zahradník Zbyněk	G Plzeň, J. Fučíka	MF
Nová Šárka	G Karlovy Vary	
Boček Jan	G Plzeň, ul. Pionýrů	MF
Marek Bohuslav	G Sušice	
Tuchanová Milena	G Karlovy Vary	
Matějka Miroslav	G Karlovy Vary	
Škrla Petr	G Mariánské Lázně	
C: Kohout Václav	G Plzeň, ul. Pionýrů	MF
Pittner Jiří	G Plzeň, J. Fučíka	MF
Chval Josef	G Plzeň, ul. Pionýrů	MF
Rypl Daniel	G Plzeň, ul. Pionýrů	MF

Wittner Michal	G Karlovy Vary	
Kučera Luboš	G Klatovy	MF
Osoba Radovan	G Plzeň, ul. Pionýrů	MF
Konrádová Iveta	G Klatovy	MF
Meisl Kamil	G Plzeň, ul. Pionýrů	MF
Kovář Jindřich	G Cheb	M1
D: Mužík Tomáš	G Ostrov n. Ohří	
Šmíd Jiří	G Ostrov n. Ohří	
Zeman Marek	SPŠE Plzeň	
Petrák Milan	G Mariánské Lázně	
Skořepa Luděk	G Karlovy Vary	
Fleischhansová Věra	G Plzeň, J. Fučíka	MF
Froněk Martin	G Karlovy Vary	
Holub Přemysl	G Plzeň, ul. Pionýrů	MF
Růžicková Ilona	G Sušice	
Ježek David	G Ostrov n. Ohří	
Briknarová Klára	G Plzeň, Opavská	

Severočeský kraj:

A: Smutný Vladimír	G Liberec	M
Chroustovský Jiří	G Rumburk	3 MF
B: Krtouš Pavel	G Liberec	M
Chroustovský Jiří	G Rumburk	MF
Breuerová Marcela	G Rumburk	MF
Krejčí Michal	G Ústí n. Labem	
Zimmer Petr	G Rumburk	MF
Steirand Pavel	G Liberec	M
Procházka Stanislav	G Chomutov	
Klíma Miloš	G Ústí n. Labem	
Vlček Stanislav	G Teplice	
Táborská Eva	G Děčín	
C: Pánek Libor	SPŠE Liberec	
Beneš Martin	G Teplice	
Zámečník Karel	G Teplice	
Oltová Ivana	G Děčín	
Novák Pavel	F Děčín	

Šleich Petr	G Děčín	
Švanda Jiří	G Rumburk	
Štajner Václav	G Liberec	M
Nachtmanová Šárka	G Teplice	
Šuma Radek	G Liberec	M
Rejmanová Jana	G Ústí n. Labem	
D: Lorenc František	SPŠ Chomutov	
Volejník Libor	G Ústí n. Labem	
Láznická Mirka	G Teplice	
Zelinka Jiří	SPŠE Liberec	
Hájek Karel	G Ústí n. Labem	
Zázvorka Pavel	SPŠ Chomutov	
Sedláček Petr	G Roudnice	
Hrdlička Bohumil	G Louny	
Fixová Iva	G Louny	
Dufková Dana	G Česká Lípa	MF
Došlá Miroslava	G Děčín	

Východočeský kraj:

A: Linhart Zbyněk	G Pardubice	
Hubeňák Jiří	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Fifka Aleš	G Hradec Králové, J. K. Tyla	M
Pecina Tomáš	G Turnov	
Svitalský Marcel	G Trutnov	
Limpouch Aleš	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Krotíl Tomáš	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Stefan Oto	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Píro Jiří	SPŠŽ Česká Třebová	
Pícek Ivan	G Hradec Králové, Šimkova	MF
B: Pícek Ivan	G Hradec Králové, Šimkova	MF
Kopf Tomáš	SPŠCH Pardubice	
Hubeňák Jiří	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Sekyrová Petra	G Hradec Králové, Šimkova	MF
Novák Jiří	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Strmiska Čestmír	SPŠE Pardubice	
Jarešová Miroslava	SPŠS Chrudim	

Langr Jiří	G Ústí n. Orlicí	
Cidlík Zdeněk	G Hradec Králové, Šimkova	MF
Staša Marek	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
C: Hosták Martin	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Dvořák Luboš	G Pardubice	
Neradílek Jan	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Formanová Nataša	G Rychnov n. Kněžnou	
Špelda Michal	G Dobruška	
Bouček Jiří	G Dobruška	
Zábranská Michaela	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Chamzová Jana	G Pardubice	
Hemelík Pavel	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Lichá Michaela	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Blázej Michal	G Trutnov	
D: Majerech Vladan	G Pardubice	
Volf Petr	G Chrudim	
Metelka Pavel	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Dlouhý Pavel	G Litomyšl	
Rousek Rudolf	G Hradec Králové, Šimkova	MF
Hamala Vít	G Žamberk	
Ježková Hana	G Hradec Králové, Šimkova	MF
Kalivodová Boh.	G Litomyšl	
Janáček David	SPŠE Pardubice	
Mynařík Jiří	G Pardubice	
Pinta Martin	G Turnov	
Kyncl Jan	G Trutnov	
Kotrba Richard	G Hradec Králové, Šimkova	MF

Jihomoravský kraj:

A: Kuběna Alan	SPŠE Brno, Leninova	
Bartoň Jaroslav	G Žďár n. Sázavou	MF
Chmelík Radim	G Brno, tř. kpt. Jaroše	
Vaškovice Dušan	G Uherský Brod	
Bílík Jiří	G Gottwaldov	
Zemčík Pavel	SPŠE Brno, Leninova	
Honzátko Pavel	G Žďár n. Sázavou	MF

B:	Kovár Martin	G Brno, tř. kpt. Jaroše	MF
	Pail Josef	G Žďár n. Sázavou	
	Šustek Milan	G Uherský Brod	
	Coufal Svatoš	G Blansko	
	Mayer Petr	G Brno, Lerchova	
C:	Adamec Radek	G Kroměříž	
	Seďa Richard	G Blansko	
	Šupka Tomáš	G Uherské Hradiště	
	Zejda Ladislav	G Jihlava	
	Fuchs Petr	G Brno, tř. kpt. Jaroše	M
	Tuček Jan	G Brno, Táborská	
	Kolařík Pavel	SPŠ stroj. Gottwaldov	
	Kosek Jiří	G Prostějov	
	Zemánek Pavel	G Kroměříž	
	Dokoupilová Silvie	G Brno, tř. kpt. Jaroše	M
D:	Hora Jaroslav	G Brno, tř. kpt. Jaroše	M
	Peňázová Hana	G Brno, tř. kpt. Jaroše	M
	Olšan Vladimír	G Boskovice	
	Munzar Patrik	G Brno, tř. kpt. Jaroše	M
	Zapletal Karel	G Kroměříž	
	Kolouchová Renata	G Velké Meziříčí	
	Holub Miroslav	G Brno, Koněvova	
	Chocholatý Marek	G Uherské Hradiště	
	Kouřil Tomáš	G Brno, Koněvova	MF
	Siegelová Vladimíra	G Velké Meziříčí	

Severomoravský kraj:

A:	Čermák Ivo	G Bílovec	M
	Bajer Ivo	G Frýdek-Místek	
	Ryška Miroslav	G Frýdek-Místek	
	Jašek Vladimír	SPŠE Olomouc	3
	Žalman Lubor	G Ostrava, dr. Šmerala	
	Opatrný Tomáš	G Olomouc-Hejčín	
	Grajcar Martin	G Bílovec	M
	Halata Alan	G Ostrava-Zábřeh	3 MF
B:	Dědic Přemysl	G Bílovec	M

	Adámek Petr	G Bílovec	M
	Kantar Roman	G Bílovec	M
	Brychta Michal	G Bílovec	M
	Sasík Petr	G Bílovec	M
	Hrivňák Jiří	G Ostrava, dr. Šmerala	
	Pánek Petr	G Rožnov p. Radh.	
	Skotnica Marek	G Rožnov p. Radh.	
	Nersta Aleš	G Orlová	MF
	Halata Alan	G Ostrava-Zábřeh	
C:	Pořízka Aleš	G Bílovec	M
	Kordula Vladimír	G Bílovec	M
	Blatný Martin	G Bílovec	M
	Stachovec Karel	G Ostrava-Poruba	
	Jirušová Alice	G Ostrava, dr. Šmerala	
	Novotný Martin	G Ostrava-Hrabůvka	
	Skalický Tomáš	G Olomouc, J. z Poděbrad	M
	Skalický Igor	G Olomouc-Hejčín	
	Červenka Jaromír	SPŠE Frenštát p. Radh.	
	Pavelek Martin	G Bílovec	M
	Švardík Michal	G Bílovec	M
D:	Frýbort Luděk	F Olomouc-Hejčín	
	Velička Lukáš	G Frýdek-Místek	MF
	Šejnoha Radek	G Valašské Meziříčí	
	Hölbling Tomáš	G Frýdek-Místek	MF
	Madea Daniel	G Bílovec	M
	Kuča Radan	G Bílovec	M
	Kašpárek František	G Bílovec	M
	Klouda Martin	G Ostrava, dr. Šmerala	
	Langer Ladislav	G Havířov	
	Šlězka Vojtěch	G Bílovec	M

Bratislava:

A:	Belohorec Peter	G Brat., J. Hronca	MF
	Horváth Ivan	G Brat., A. Markuša	M
	Šefčík Ján	G Brat., A. Markuša	3 M
	Nadraský Kristián	G Brat., J. Hronca	

B:	Foltín Martin	G Brat., A. Markuša	M
	Marko Roman	G Brat., J. Hronca	MF
	Šefčík Ján	G Brat., A. Markuša	M
	Šumšala Marián	G Brat., A. Markuša	M
	Nürnberg Róbert	G Brat., J. Hronca	MF
	Svoboda Roman	G Brat., I. Horvátha	
C:	Spurný Dušan	G Brat., J. Hronca	MF
	Meduna Stanislav	G Brat., J. Hronca	MF
	Leščenko Richard	G Brat., J. Hronca	MF
	Bedlek Miroslav	G Brat., A. Markuša	M
	Seres Pavol	G Brat., L. Novomeského	
	Pukan Ivan	G Brat., L. Novomeského	
	Mikráň Pavel	G Brat., L. Novomeského	
	Lenz Tomáš	G Brat., J. Hronca	MF
	Petrovičová Katar.	G Bat., J. Hronca	MF
	Uher Martin	G Brat., J. Hronca	MF
D:	Mikuš Andrej	G Brat., L. Sárú	
	Zongorová Danica	G Brat., J. Hronca	MF
	Smolen Martin	G Brat., Vazovova	
	Šretter Ladislav	G Brat., A. Markuša	M
	Polakovič Marcel	G Brat., A. Markuša	M
	Franta Pavel	SOU stav., Stará Vajnorská	
	Böhm Radoslav	G Brat., J. Hronca	MF
	Koncová Jana	G Brat., J. Hronca	MF
	Kováč Alexander	G Brat., J. Hronca	MF
	Belan Anton	G Brat., A. Markuša	M
	Budinský Ján	G Brat., A. Markuša	M
	Sitár Rastislav	G Brat., Bilíkova	

Západoslovenský kraj:

A:	Beluský Pavel	G Nitra - Párovce	MF
	Klúvancová Dagmar	G Nitra - Párovce	MF
	Gašparín Michal	G Nové Mesto n. V.	3
	Cséplö Ladislav	G Komárno - maď.	
	Mach Lubomír	G Modra	
	Marek Ján	G Nové Mesto n. V.	

	Varga Stanislav	G Topoľčany	
	Zajaček Zdeněk	G Skalica	
B:	Gašparín Michal	G Nové Mesto n. V.	
	Kmeťo Ivan	G Nitra, E. Gudernu	M
	Berta Miklós	SPŠE Nové Zámky	
C:	Berek Géza	G Želiezovce - maď.	
	Somogyi Imrich	G Šala	
	Halász Attila	G Šamorín - maď.	
	Horská Jana	G Piešťany	
	Horváth Peter	G Levice	
	Juríček Štefan	G Skalica	
	Hevesi Erik	G Levice	
	Moravcsík Zoltán	G Nové Zámky	
	Sikela Róbert	G Levice	
	Müller Péter	G Komárno - maď.	
	Jakubík Róbert	G Levice	
	Valach Fridrich	G Komárno	
D:	Božíková Zuzana	SPŠE Piešťany	
	Kormaničová Lubica	SPŠE Piešťany	
	Vázsonyi Ildikó	G Komárno - maď.	
	Répás Norbert	G Komárno - maď.	
	Jorík Dušan	G Myjava	
	Kolník Pavol	G Nové Mesto n. V.	
	Rovenský Pavol	G Piešťany	
	Škultéty Rastislav	SPŠ Trnava	
	Resöová Erika	G Šala	
	Lukáč Marián	G Bánovce n. B.	
	Minárik Marián	G Bánovce n. B.	
	Omachel Juraj	G Trenčín	

Středoslovenský kraj:

A:	Bezák Martin	G Prievidza	MF
	Kecskés Szilárd	G Banská Štiavnica	
	Kučera Roman	G Žilina, V. Okružná	M
B:	Hano Alexander	G B. Bystrica, Tajovského	MF
	Nemec Richard	G B. Bystrica, Tajovského	MF

	Bestenický Peter	G Vrútky	
	Šmihla Marek	G B. Bystrica, Tajovského	MF
	Kuchenová Janka	G Vrútky	
C:	Melicherčík Igor	G B. Bystrica, Tajovského	MF
	Radler Vladimír	G Zvolen	
	Štanga Igor	G Prievidza	MF
	Lešťáková Gabriela	G B. Bystrica, SNP	
	Michalovič Pavel	G Prievidza	MF
	Mikušiak Luboš	G Žilina, V. Okružná	M
	Berkeš Ivan	G Zvolen	
	Kohútek Ivan	G Žilina, V. Okružná	M
	Podolinský Peter	G B. Bystrica, Tajovského	MF
	Čierny Jozef	G Žilina, V. Okružná	M
D:	Hanes Dušan	G Prievidza	MF
	Drenka Ludovít	G B. Bystrica, Tajovského	MF
	Vereš Róbert	G Zvolen	
	Jaroš Jaroslav	G Žilina, V. Okružná	M
	Mózer Anton	G Veľký Krtíš	
	Palková Milota	G Zvolen	
	Lachký Miroslav	G Dubnica n. V.	
	Koreňová Anna	G Žilina, V. Okružná	M
	Krajčoviech Richard	G Považská Bystrica	
	Štrba Fridrich	G Žilina, Wolkerova	
	Harvanka Miroslav	G B. Bystrica, Tajovského	MF
	Škvarček Jozef	G Ružomberok	
	Coch Kamil	G Rimavská Sobota	

Východoslovenský kraj:

A:	Šichman Viliam	G Prešov, Konstantinova	
	Lúžný Ján	SPŠE Prešov	3
	Franková Renáta	G Košice, Šrobárova	M
	Kvasnica Branislav	G Košice, Šrobárova	M
	Habalová Darina	G Košice, Šmeralova	MF
	Petro Michal	G Trebišov	
B:	Lúžný Ján	SPŠE Prešov	
	Maťaš Martin	G V. Kapušany	

Dulák Luboš	G Košice, Šmeralova	M]
Chalúpková Slávka	G Košice, Šrobárova	M
Budzáková Dana	G Košice, Kováčska	
Sciranková Lubica	G Humenné	
Lepko Erich	G Poprad, Zápotockého	
C: Hašík Vladimír	SPŠE Košice	
Vavrinčíková Beata	G Košice, Šmeralova	M]
Katreniak Peter	G Košice, Šrobárova	M
Hanus Miloš	G Košice, Šrobárova	M
Čirip Peter	G Prešov, Konštantínova	
Slanina Alexander	G Košice, Šmeralova	M]
Gabalová Renáta	G Prešov, Konštantínova	
Kintzler Oskar	G Poprad, Zápotockého	
Gromóczky Anton	SPŠE Košice	
D: Rozložník Miroslav	G Rožňava	
Krempaský Slavomír	G Kežmarok	
Urban Michal	G Prešov, Konštantínova	
Bobovníková Alena	G Poprad, Leninovo nábr.	
Nemčík Michal	G Poprad, Leninovo nábr.	
Jacko Daniel	G Košice, Šmeralova	M]
Kniš Dalibor	G Košice, Šmeralova	M]
Polačok Juraj	SPŠE Košice	
Sklenar Peter	G Košice, Šmeralova	M]
Soroková Daniela	G Košice, Šmeralova	M]
Jančošek Luboš	G Bardejov	
Szazar Juraj	SPŠ Košice, Ždanovova	
Demčák Ján	G Trebišov	
Štefko Ladislav	G Košice, Šrobárova	M

Poznámka: Studijní zaměření, pokud bylo ve zprávách krajů uvedeno, je v přehledu úspěšných řešitelů uváděno.
U kategorie A jsou uváděni i žáci z nižších ročníků.

d) Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo ve dvou částech od září 1983 do ledna 1984. Úlohy 1. kola řešili žáci doma

Druhé kolo proběhlo v okresních městech nebo ve stanovených střediscích 8. února 1984. Organizačně ho zabezpečovaly OV FO spolu s referenty ze škol. Druhé kolo soutěže FO bylo poněkud narušeno současným průběhem olympiády v českém jazyce a okresními koly dalších soutěží.

Třetí kolo proběhlo v sobotu dne 19. května 1984 a organizačně ho zabezpečovaly KV FO ve spolupráci s OV FO.

V tomto ročníku FO v kategorii E se poprvé zapojili žáci 8. ročníků základní školy, kteří již prošli úplným cyklem výuky matematiky a fyziky podle nových osnov. Zvýšená účast žáků v obou kolech vytvořila předpoklady k tomu, aby

Tabulka 6. Přehled ZŠ, které se zúčastnily XXV. ročníku FO v kategorii E

Kraj	Počet ZŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo	2. kola se zúčastnilo	3. kola se zúčastnilo
Praha	206	176	165	32
StřČ	274	184	169	36
JČ	184	138	112	43
ZČ	216	170	148	41
SČ	288	201	158	37
VČ	317	231	170	51
JM	457	355	303	43
SM	469a)	395	337	44
Bratislava	72	67	65	30
ZS	485b)	359c)	341d)	35e)
StřS	411	285f)	249g)	39h)
VS	389	314	252	51

Vysvětlivky: a) z toho 13 škol s polským vyučovacím jazykem
 b) z toho 91 škol s maďarským vyučovacím jazykem
 c) z toho 73 škol s maďarským vyučovacím jazykem
 d) z toho 71 škol s maďarským vyučovacím jazykem
 e) z toho 5 škol s maďarským vyučovacím jazykem
 f) z toho 8 škol s maďarským vyučovacím jazykem
 g) z toho 6 škol s maďarským vyučovacím jazykem
 h) z toho 2 školy s maďarským vyučovacím jazykem

Tabulka 7. Přehled soutěžících a úspěšných žáků v 1., 2. a 3. kole XXV. ročníku FO kategorie E

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	1 337	897	520	421	43	43
StřČ	1 013	629	476	348	51	40
JČ	1 080	456	360	241	46	44
ZČ	1 145	570	371	273	37	34
SČ	1 262	648	432	320	50	50
VČ	1 269	696	512	421	51	40
JM	2 351	1 327	959	659	50	38
SM	3 284	1 690	876	650	60	56
Bratislava	510	394	369	230	45	44
ZS	1 073	1 007	951	536	42	41
StřS	1 465	752	707	452	40	40
VS	1 756	803	713	484	61	57
Celkem	17 536	9 869	7 246	5 035	576	527
1982/83	15 284	7 212	5 344	1 621	482	380

S — počet soutěžících

Ú — počet úspěšných řešitelů

se v dalších letech zúčastnil ve vyšších kategoriích FO větší počet žáků. Zájem o řešení úloh FO byl na základních školách vzbuzen, což dokumentují i údaje v tabulkách 6 a 7.

Pro žáky ze škol s polským a maďarským vyučovacím jazykem byly texty úloh přeloženy do těchto jazyků.

3. kola FO kategorie E využily KV FO k ocenění práce učitelů ZŠ a členů OV FO, kteří dlouhodobě pracovali s nadanými žáky ve fyzice při jejich vedení v soutěži FO.

Ve 3. kolech FO kategorie E se v XXV. ročníku FO stali vítězi v jednotlivých krajích tyto žáci:

Praha:

Rosa Jan	ZŠ P. 4, Křesomyslova
Holubička Karel	ZŠ P. 2, Slovenská
Hlava Tomáš	ZŠ P. 1, Uhelný trh
Kopřiva Pavel	ZŠ P. 4, Křesomyslova
Plechšmíd Martin	ZŠ P. 6, Pod Marjánkou
Šimůnek Pavel	ZŠ P. 6, Žernosecká
Kovář Dušan	ZŠ P. 4, Křesomyslova
Pivec Alan	ZŠ P. 4, Na planině
Heroldová Dagmar	ZŠ P. 5, N. Belojanise
Hub Jiří	ZŠ P. 4, Na planině

Středočeský kraj:

Brejlová Renáta	ZŠ Benešov, Jiráskova	7. roč.
Malínský Jan	ZŠ Odolená Voda	
Vaněk Dušan	4. ZŠ Kladno	
Cindr Pavel	6. ZŠ Ml. Boleslav	
Sedláček Michal	ZŠ Dobruška	
Forst Alex	ZŠ K. Hora, K. stezka	
Kříž Bohumil	ZŠ K. Hora, K. stezka	
Pácal Luboš	ZŠ Poděbrady, Na Valech	
Štorek Pavel	5. ZŠ Kladno	
Vyhňák Petr	3. ZŠ Brandýs n. L.	

Jihočeský kraj:

Plecatý Hynek	ZŠ Humpolec, Hálkova
Zítek Radek	ZŠ Kovářov
Pšenčík Josef	ZŠ Dačice
Hlavnička Pavel	1. ZŠ Pelhřimov
Žahourek Jaroslav	2. ZŠ Třeboň
Humpál Michael	ZŠ Č. Budějovice, Nová
Jiříčka Hynek	ZŠ Čkyně
Bejček Luboš	ZŠ Blatná
Matějka David	ZŠ Volyně
Kozlovský Pavel	ZŠ J. Hradec, Janderova

Kuchta Pavel
Novotný Miroslav

ZŠ Chyšky
ZŠ Pacov, Za branou

Západočeský kraj:

Smrk Martin
Georgiev Lukáš
Picka Petr
Jiroušek Petr
Maříková Pavla
Jakešová Václava
Martínek Jaroslav
Bláha Petr
Šilhavý Petr
Baierl Tomáš
Svoboda Václav
Martinovská Jana

ZŠ Ostrov n. Ohří
14. ZŠ Plzeň
24. ZŠ Plzeň
14. ZŠ Plzeň
22. ZŠ Plzeň
ZŠ Dolní Bělá
ZŠ Klatovy, Plánická
ZŠ Spálené Poříčí
4. ZŠ Klatovy
ZŠ Sušice, Lerchova
ZŠ Blovice
6. ZŠ Cheb

7. roč.

Severočeský kraj:

Svigoň David
Hájková Jarmila
Trnka Jaroslav
Šuta Daniel
Schramová Bohdana
Mrkus Zdeněk
Šimon Jindřich
Krčál Pavel
Dvořák Jan
Bláha Jiří
Helikar Martin

ZŠ Liberec, Lesní
ZŠ Liberec, J. Švermy
ZŠ Jablonec, Malá Skála
ZŠ Chomutov, B. Engelse
ZŠ Liberec, J. Švermy
ZŠ Děčín, Březová
ZŠ Rumburk
ZŠ Liberec, Ještědská
12. ZŠ Ústí n. L.
ZŠ Liberec, Vrchlického
ZŠ Rumburk

Východočeský kraj:

Staněk Petr
Nývlt Miroslav
Buczynski Petr
Beneš Miroslav
Žák David

ZŠ Havl. Brod, Rubešovo nám.
4. ZŠ Trutnov
ZŠ Nová Paka, Komenského
3. ZŠ Moravská Třebová
ZŠ Pardubice, Prodloužená

Kábrt Libor
Onderek David
Láznovský Petr
Krákora Petr
Janoušek Jan

ZŠ Chrudim, Olbrachtova
ZŠ Chrudim, U stadiónu
ZŠ Hronov II
ZŠ Trutnov, Školní
ZŠ Hradec Králové, Jih

Jihomoravský kraj:

Pištěk Martin
Tvarůžková Hana
Ošmera Jiří
Pokluda Ondřej
Vystavěl Radek
Kašpárek Daniel
Zejda Jindřich
Kynická Eva
Konvalina Eduard
Langová Alena

ZŠ Veselí n. M., Komenského
2. ZŠ Velké Meziříčí
ZŠ Brno, Nejedlého
12. ZŠ Gottwaldov
ZŠ ČSP Prostějov
7. ZŠ Gottwaldov
ZŠ Jihlava, Semilucká
ZŠ Valtice
ZŠ Brno, Blažkova
ZŠ Třebíč, Sokolovská

Severomoravský kraj:

Grunděl David
Holomčík David
Janků Marie
Krejčí Martin
Miencial Petr
Pokorný Milan
Polách Jiří
Slamjak Ivo
Zatloukal Jiří
Garčic Jan
Jaworski Daniel
Měch Radomír
Slouk Patrik
Šarman Zdeněk

6. ZŠ Frýdek-Místek
ZŠ Přerov, Velká Dlážka
ZŠ Štíty
ZŠ Havířov, M. Kudeřikové
ZŠ Ostrava 1, Matiční
ZŠ Přerov, ul. Optiky
ZŠ Havířov, P. Lumumby
ZŠ Havířov, P. Lumumby
ZŠ Nový Jičín, Jubilejní
5. ZŠ Frýdek-Místek
ZŠ Třinec, Koperníkova - polská
ZŠ Opava, Leninova
ZŠ Karviná, Dělnická
ZŠ Ostrava-Poruba, G. Klimenta

Bratislava:

Šimůnek Stanislav
Stríženec Branislav

ZŠ B., Nevädzová
ZŠ B., Košická

Derka Radoslav	ZŠ B., Košická	
Kuminiak František	ZŠ B., Bajkalská	7. roč.
Blažiček Milan	ZŠ B., Beňovského	
Berko Roman	ZŠ B., Sokolíkova	
Hájek Andrej	ZŠ B., Bierutova	
Pozdech Július	ZŠ B., Krajňáková	
Kurdel Martin	ZŠ B., Nevádzová	
Tomek Radoslav	ZŠ B., Nevádzová	7. roč.
Povicen Peter	ZŠ B., Košická	
Lacko Norbert	ZŠ B., Š. Majora	
Sadovský Michal	ZŠ B., Česká	
Krištofič Martin	ZŠ B., Sokolíkova	
Bernáth Koloman	ZŠ B., Lumumbova	7. roč.

Západoslovenský kraj:

Kamenický Ladislav	ZŠ Šala
Dúbravčíková Natália	ZŠ Sereď
Tóblová Otilia	ZŠ D. Streda
Vodrážka Milan	ZŠ Piešťany, Mojmirova
Hedegüs András	ZŠ Jahodná - maď.
Holeček Martin	ZŠ Levice
Samuhel Jozef	3. ZŠ Nové Mesto n. V.
Žirka Juraj	ZŠ Palárikovo
Horniak Patrik	ZŠ Piešťany, Balakovská
Bútora Jozef	7. ZŠ Trenčín
Godó Štefan	ZŠ Štúrovo - maď.
Niňaj Peter	ZŠ Nitra, Sopotího
Valachová Elena	ZŠ Bánovce n. B.

Středoslovenský kraj:

Šošovička Vladimír	ZŠ Nová Dubnica, J. Kráľa
Lačný Ludovít	ZŠ Žiar n. Hr., J. Žižku
Beňo Peter	ZŠ Ružomberok, Revoluční nám.
Sitárik Milan	ZŠ D. Kubín, M. Kukučina
Waclavek Ján	ZŠ Lučenec, SNP
Filip Norbert	ZŠ Želovce

Demeter Adrián	ZŠ Rimavská Sobota	
Leinwather Raymond	ZŠ D. Kubín, Nemocniční	7. roč.
Ondruška Roman	ZŠ Prievidza, Pionýrů	7. roč.
Poláčik Štefan	ZŠ Trstená	
Radler Jozef	6. ZŠ Zvolen	
Stuchlý Dalibor	ZŠ Žilina, Moskovská	

Východoslovenský kraj:

Marko Peter	ZŠ Košice, Kótayho	
Semanišin Gabriel	ZŠ Bardejov, Komenského	
Falatko Ján	ZŠ Košice, Kótayho	
Chovanec Stanislav	ZŠ Holčíkovce	
Kuzma Milan	ZŠ Humenné, Kudlovská	
Čikoš Marek	ZŠ Prešov, Kúpeľná	
Ňachaj Radovan	ZŠ Prešov, Lubotice	
Kristek Jozef	ZŠ Poprad, ul. 29. augusta	
Böhman Peter	ZŠ Sp. Nová Ves, Javorova	
Mróz Radoslav	ZŠ Sp. Nová Ves, ul. Ing. Kožucha	

Poznámka: Jestliže počet vítězů krajského kola byl vzhledem k rovnosti bodů větší než deset, jsou uváděni všichni vítězové 3. kola FO v kraji.

Ročník studia žáků ZŠ je uváděn jen v případě, že soutěžící byl z nižšího než 8. ročníku.

3 Péče o nadané žáky ve XXV. ročníku FO

V jubilejním, XXV. ročníku FO se v důsledku systematické práce se žáky, učiteli fyziky a referenty FO na školách účast v soutěži zvýšila. Zvláště potěšitelné to bylo v kategorii D, které se účastnili většinou řešitelé, kteří přešli na střední školy z 8. ročníků ZDŠ a při výuce neprošli uceleným kursem výuky matematiky a fyziky.

V tomto ročníku FO se v kategorii E projevila i účinnost nového pojetí výuky fyziky na ZŠ zvýšenou účinností fyzikálního myšlení žáků při řešení úloh 2. a 3. kola FO.

Prohloubení péče o talentované žáky na ZŠ od 6. ročníku, organizace fyzikálních soutěží v 6. a 7. ročníku přímo na školách (archimediády, metaolympiády, mezitřídní a školní soutěže ve fyzice, soutěžní fyzikální odpoledne v zájmových útvarech DPM) se odrazily v úspěšnosti žáků 7. ročníků, z nichž se mnozí stali vítězi 3. kol FO v kategorii E nebo se umístili mezi úspěšnými řešiteli 2. i 3. kol FO.

Na středních školách přispěl XXV. ročník FO k dalšímu prohloubení zájmu žáků o různé formy fyzikálních soutěží, a tím k prohlubování odborné přípravy řešitelů i upevňování volných vlastností soutěžících, odpovídajících potřebám socialistické společnosti. Při vedení žáků se zkvalitňovala i odborná zdatnost učitelů. Prohloubila se práce jednotlivých KV FO s referenty jednotlivých kategorií.

Zvýšila se péče učitelů fyziky a referentů FO na školách o zájemce o řešení úloh olympiády. S těmito žáky bylo na školách pracováno jak individuálně, tak i v dočasně utvořených kroužcích na řešení úloh z dřívějších ročníků FO. Nejúspěšnější byla tato činnost v nejnižších kategoriích - v kategorii E na ZŠ a v kategorii D na středních školách. Účinnost této práce lze sledovat na zvýšeném podchycení zájmu žáků o řešení úloh a u úspěšnosti připravovaných řešitelů v kategorii A. Počet konzultačních hodin učitelů při přípravě žáků nelze číselně vyjádřit. V XXV. ročníku FO přebírali řešitele nejvyšších kategorií do individuální péče vysokoškolské učitelé.

XXV. ročník FO byl na veřejnosti značně propagován. Zvýšil se zájem rodičů o FO, protože pochopili její význam pro odborný růst svých dětí. Zájem rodičů, zvýšená péče učitelů i propagační činnost některých KV FO vedly ke zvýšenému zájmu žáků o tuto soutěž. Například KV FO Severočeského kraje uvedl na přehledu úspěšných řešitelů 3. kola FO v kategorii E i jejich přijetí na střední školy jako doklad významu FO pro přípravu žáků na další práci. Mezi významné akce pro účastníky soutěže je nutno zahrnout i způsob ocenění vítězů jednotlivých kategorií FO ve

Východoslovenském kraji zájezdem do SSSR. V Severočeském kraji bylo uspořádáno slavnostní shromáždění pro pracovníky v FO a úspěšné řešitele 2. kol soutěže ve spolupráci s KV SSM.

Všechny KV FO ověřovaly možnosti pořádání krajské korespondenční školy. Její větší využití jako formy přípravy řešitelů je vesměs plánováno na XXVI. ročník FO.

Práce s nadanými žáky ve fyzice a řešiteli FO byla mimo formy uvedené v úvodu kapitoly (individuální péče, práce kroužků, fyzikální soutěže, patronáty vysokoškolských učitelů) následující:

a) Intenzivní příprava družstva na mezinárodní fyzikální olympiádu formou korespondenčního semináře a soustředění. Tato příprava je rozvedena u hodnocení MFO.

b) Celostátní soustředění vybraných řešitelů kategorií B MO a FO v době od 17. 6. do 2. 7. 1984. Organizaci zabezpečoval ÚV MO a organizoval KV MO a KV FO Jihomoravského kraje. Výuka proběhla ve 4 třídách ve Žďaru nad Sázavou.

c) Příprava úspěšných řešitelů 2. kola kategorie A vybraných k účasti na 3. kole. Příprava byla většinou uskutečňována formou individuálních konzultací, popř. jednodenními soustředěními. Účastníkům přípravy byla při konzultacích předávána doplňková studijní literatura.

d) Akce KV FO a OV FO pro referenty FO a řešitele jednotlivých kategorií FO.

Nejvýznamnější akce pořádané KV FO v jednotlivých krajích

Praha: Soustředění pro řešitele kategorie C v Jevanech ve dnech 18. – 22. června, 21 účastníků.

StřČ: Desetidenní soustředění řešitelů kategorie B – D od 3. září v Teplýšovicích u Benešova spolu s MO. Účast 43 řešitelů.

Přednášky a konzultace v pěti střediscích kraje v rozsahu 18 hodin.

Výběrový seminář na aplikaci vyšší matematiky na fyzikální problémy. Vedl Ing. Machalický.

- JČ: Týdenní soustředění pro řešitele kategorie E v červnu. Letní škola ve dnech 18. — 24. června v Zadově společně pro řešitele FO a MO kategorií B — D, 105 účastníků.
- ZČ: Soustředění řešitelů kategorie C a D ve dnech 18. — 22. 6. v Karlových Varech spolu s MO, 50 účastníků.
24 přednášek ve 3 střediscích pro řešitele kategorie A — D. 360 účastníků.
6 přednášek pro řešitele kategorie E, 120 účastníků.
- SČ: Přednášky a semináře pro řešitele jednotlivých kategorií:
kategorie A — 9 přednášek, 123 účastníků,
kategorie B — 9 přednášek, 109 účastníků,
kategorie C — 9 přednášek, 154 účastníků,
kategorie D — 3 přednášky, 118 účastníků.
Semináře pro řešitele FO na SOU.
- VČ: Seminář pro řešitele kategorií B a C v Hradci Králové.
6 seminářů pro řešitele kategorie A v Hradci Králové.
Soustředění řešitelů kategorie D v Jevíčku, 9 dní, 30 účastníků.
- JM: 10 seminářů pro řešitele kategorií A a B, 120 účastníků.
28 seminářů pro řešitele kategorie E, 420 účastníků.
- SM: 4 semináře pro řešitele kategorie A — D ve střediscích Ostrava a Olomouc, 384 účastníků.
Soustředění řešitelů kategorií B, C a D, 10 dní, 45 účastníků.
Soustředění řešitelů kategorie E od 10. do 19. 7., 40 účastníků.
- Brat.: Týdenní soustředění řešitelů kategorie B, C a D, červen, 25 účastníků, Piešťany.
Letní škola mladých fyziků pro řešitele kategorií D a E, srpen, 35 účastníků, 14 dnů, Svit.

Týdenní soustředění 15 řešitelů kategorie E, červen
Modrá.

Semináře k řešení úloh pro učitele — 10 hodin.

ZS: Činnost 32 kroužků na středních školách pro přípravu
řešitelů kategorií A — D, 384 účastníků.

Soustředění řešitelů kategorií A, B a C ve dnech
3. — 5. října, Budměřice, 45 účastníků.

Týdenní soustředění řešitelů kategorie A, únor, Nitra,
8 účastníků.

Týdenní soustředění řešitelů kategorie E, květen,
42 účastníků, Budměřice.

StřS: Soustředění úspěšných řešitelů v kategoriích A — D,
výuka 18 hodin pro každou kategorii.

Týdenní soustředění pro řešitele krajského kola ka-
tegorie E.

Jednodenní seminář učitelů zaměřený na řešení úloh
FO — 6 hodin

VS: Krajský korespondenční seminář.

Týdenní soustředění řešitelů kategorií A, B a C
v říjnu.

Týdenní soustředění řešitelů kategorie D v listopadu.

Soustředění účastníků celostátního kola kategorie
A, 5 účastníků.

e) Celostátní seminář o péči o nadané žáky, pořádaný
v Nitře. Závažnost a nutnost prohloubení forem péče o žáky
nadané ve fyzice a výměnu zkušeností z práce sledovalo
120 účastníků konference. Materiály z konference budou
zveřejněny v samostatném sborníku.

f) V tomto ročníku věnovaly KV FO a OV FO největší
péči kategoriím E a D.

Uvedené údaje o formách péče o žáky nadané ve fyzice
jsou převzaty ze zpráv KV FO.

4 Zhodnocení XXV. ročníku FO

Jubilejní XXV. ročník FO přispěl k dalšímu prohloubení zájmu žáků o přírodovědné předměty a techniku a současně se podílel kromě zvyšování odborné přípravy řešitelů i na jejich výchově k svědomité, soustavné a cílevědomé práci jako základu vytváření charakterových rysů občana socialistického státu.

Iniciativní práci učitelů fyziky, referentů FO na školách i OV a KV FO ve spolupráci s pobočkami JČSMF a JSMF a někdy i za pomoci orgánů SSM se podařilo do řešení FO zapojit více žáků základních a středních škol, než tomu bylo v minulých ročnících. Řešitelé FO byli orientováni na samostatné studium a v mnoha případech byli převzati do osobní péče pracovníka FO.

V tomto ročníku se ještě nepodařilo dořešit problémy, které po několik let provázejí FO především v nejvyšších kategoriích A a B, a to náročnost úloh a letos i náročnost hodnotících kritérií. Proto úspěšnost řešitelů ve 2. kolech nejvyšších kategorií byla poměrně malá. V dalších kategoriích byly v téměř plné míře uplatněny poznatky z předcházejících ročníků, avšak v zadání úloh a jejich vzorovém řešení byly některé chyby.

ÚV FO se těmito problémy znovu zabýval a přijal řadu opatření ke zkvalitnění práce komise pro výběr úloh i pro posuzování jejich vhodnosti pro jednotlivé kategorie, kritérií jejich hodnocení i úpravy vlastního vzorového řešení. Těmto problémům se věnovala i konference zaměřená na péči o žáky nadané ve fyzice, která byla pořádána v Nitře.

I po přehodnocení úloh v jednotlivých kategoriích bude nutné soustavně pracovat s řešiteli úloh FO ve všech kategoriích, dlouhodobě je připravovat a vést k samostatnému studiu literatury a řešení úloh pomocí dalších forem práce, z nichž v nejvyšších kategoriích bude mít významné místo krajská korespondenční škola. Tím bude příprava a vlastní práce řešitelů rozložena na delší období, stane se soustavnější

a pro žáky i určitým způsobem atraktivnější. Akcí na podporu FO je v některých krajích stále málo, nedaří se ve všech krajích organizovat soustředění řešitelů.

Přes dílčí problémy, které se v průběhu XXV. ročníku FO vyskytly, je nutno celý ročník hodnotit z hlediska cílů FO jako úspěšný. Těchto výsledků by nemohlo být dosaženo, kdyby se práci s řešiteli jednotlivých kategorií a organizátorské práci nevěnovaly stovky dobrovolných pracovníků na školách i ve výborech FO.

XXV. ročník FO však přispěl i k další propagaci významu FO mezi širokou veřejností.

Ústřední výbor fyzikální olympiády děkuje všem organizátorům, referentům FO a členům výborů FO všech stupňů za práci při zabezpečování FO. Je to práce společensky významná a pro společnost potřebná.

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1 Úlohy kategorie A

Úlohy a řešení recenzovali RNDr. Alojz Pecho, doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., a Mojmír Simerský.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhol RNDr. Alojz Pecho)

Vnútorný priestor elektrónky má objem V , tlak plynu v elektrónke je p a teplota T .

a) Určte počet N molekúl plynu v elektrónke.

b) Určte koncentráciu molekúl plynu, t. j. ich počet v jednotke objemu za normálneho tlaku $p_n = 1,01 \cdot 10^5$ Pa a teploty $T_0 = 273$ K. Táto koncentrácia je fyzikálna konštanta, ktorá sa volá Loschmidtové číslo N_L .

Plyn považujte za ideálny.

Riešte všeobecne, potom pre $p = 5,00 \cdot 10^{-5}$ Pa, $V = 1,00 \cdot 10^{-5}$ m³, $T = 300$ K.

Riešenie:

a) Zo stavovej rovnice $pV = nR_mT$, kde R_m je molárna plynová konštanta, určíme látkové množstvo plynu v elektrónke

$$n = \frac{pV}{R_mT}$$

a počet molekúl N , ak N_A je Avogadrova konštanta:

$$N = nN_A = \frac{pV N_A}{R_m T} \doteq 1,21 \cdot 10^{11} \quad (1)$$

b) Zo stavovej rovnice $p_n V_0 = n R_m T_0$ určíme objem V_0 plynu pri tlaku p_n a teplote T_0

$$V_0 = \frac{n R_m T_0}{p_n} \quad (2)$$

Pre koncentráciu N_L molekúl plynu za týchto podmienok platí

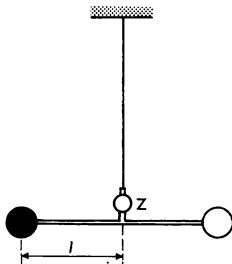
$$N_L = \frac{n}{V_0}$$

a po dosazení z (1) a (2)

$$N_L = \frac{N_A p_n}{R_m T_0} \doteq 2,68 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}.$$

2. úloha (navrhol RNDr. Alojz Pecho)

Na obr. 7 je znázornené zariadenie, ktorým Lebedev meral tlak žiarenia. Na koncoch sklenenej tyčinky sú zavesené dva



Obr. 7

rovnaké kruhové terčíky z platiny. Sklenená tyčinka je v strede zavesená na torznom vlákne. Tyčinka je vodorovná a spolu so závesom a kruhovými terčikmi leží v jednej zvislej rovine. Jeden terčík je čierny a dokonale pohlcuje žiarenie, druhý je lesklý a dokonale odráža žiarenie. Terčíky ožiarieme zväzkom rovnobežných lúčov, ktoré dopadajú kolmo na ich roviny. Zrkadielko Z uchytené nad stredom tyčinky sa otočí o malý uhol. Stopu odrazeného lúča od zrkadielka registrujeme na stupnici, ktorá je v určitej vzdialenosti od zrkadielka.

a) Vysvetlite, ako pomocou tohto zariadenia meral Lebedev tlak žiarenia.

b) Určte tlak žiarenia p , ak terčíky majú polomer r , vzdialenosť stredov terčikov od stredu sklenenej tyčinky je l , vzdialenosť stupnice od zrkadielka je y , výchylka stopy odrazeného lúča na stupnici je x . Direkčný moment M vlákna je priamo úmerný uhlu otočenia, konštanta úmernosti je k .

Riešte všeobecne, potom pre $r = 5,0$ mm, $l = 92$ mm, $y = 1,2$ m, $x = 76$ mm, $k = 2,2 \cdot 10^{-10}$ N.m.rad⁻¹.

c) Určte výkon P žiarenia dopadajúceho na tmavý terčík, ak pre hustotu Φ_s žiarivého toku platí $\Phi_s = pc$, kde c je rýchlosť žiarenia vo vákuu.

Riešte všeobecne, potom pre hodnoty z úlohy b).

Riešenie:

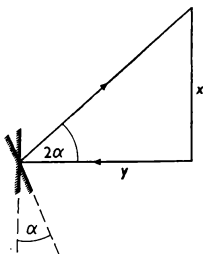
a) Na tmavý terčík dopadajú fotóny žiarenia a odovzdávajú mu svoju hybnosť, t. j. žiarenie pôsobí na terčík tlakovou silou F , ktorej moment vzhľadom na vlákno je $M_1 = Fl$. Od lesklého terčika sa fotóny odrážajú, zmena ich hybnosti je dvojnásobná, žiarenie pôsobí na tento terčík silou $2F$, ktorej moment je $M_2 = 2Fl$. Pretože momenty M_1 , M_2 pôsobia vo smeroch navzájom opačných, je výsledný moment $M' = M_2 - M_1 = Fl$. Tento moment je v rovno-

váhe s direkčným momentom $M = k\alpha$ torzného vlákna. Z rovnosti $M' = M$ určíme tlakovú silu

$$F = \frac{k\alpha}{l}.$$

Ak je S plošný obsah terčíka, potom tlak žiarenia

$$p = \frac{F}{S} = \frac{k\alpha}{lS}. \quad (1)$$



Obr. 8

b) Ak sa zrkadielko otočí o uhol α , vychýli sa odrazený lúč od pôvodného smeru o uhol 2α (obr. 8). Ak uhol α je malý, čo predpokladáme, potom

$$\frac{x}{y} = \tan 2\alpha \doteq 2\alpha, \alpha \doteq \frac{x}{2y},$$

po dosadení do (1)

$$p = \frac{kx}{2\pi l y r^2} = 9,6 \cdot 10^{-7} \text{ Pa.}$$

c) Medzi tlakom žiarenia a plošnou hustotou Φ_S žiarivého toku je vzťah

$$\Phi_S = pc,$$

kde c je rýchlosť žiarenia vo vákuu. Na tmavý terčik dopadá žiarivý tok, ktorý dáva výkon

$$P = \Phi_S S = \pi p c r^2 \doteq 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ W}.$$

3. úloha (navrhol RNDr. Alojz Pecho)

Častica s elektrickým nábojom e a energiou E_k vletí do homogénneho magnetického poľa s indukciou $\mathbf{B}$ tak, že jej rýchlosť $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$.

a) Charakterizujte pohyb častice v magnetickom poli a určte parametre jej trajektórie.

b) Úlohu riešte pre protón s energiou $E_k = 2,0 \text{ MeV}$, $B = 2,0 \text{ T}$.

c) Úlohu riešte pre elektrón s energiou $E_k = 2,0 \text{ MeV}$, $B = 2,0 \text{ T}$.

Úlohu riešte klasicky i relativisticky a rozhodnite, v ktorom prípade je nutné brať do úvahy relativistické efekty.

Riešenie:

Úlohu budeme riešiť vo vzťažnej sústave spojennej s magnetickým poľom, ktoré pôsobí na trajektóriu častice.

a) Na časticu pôsobí v magnetickom poli Lorentzova sila, ktorej veľkosť $F_L = Bev$, kde v je veľkosť rýchlosti častice. Pretože $\mathbf{F}_L \perp \mathbf{B}$, $\mathbf{F}_L \perp \mathbf{v}$, $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$, pôsobí Lorentzova sila na časticu ako dostredivá sila stálej veľkosti, častica sa pohybuje po kruhovej trajektórii. Z rovnosti

$$F_L = m \frac{v^2}{r},$$

kde m je hmotnosť častice a r polomer trajektórie, vyjadríme

$$r = \frac{mv}{Be}. \quad (1)$$

Čas obehu T častice na kruhovej trajektórii určíme zo vzťahu $2\pi r = vT$, po dosadení z (1)

$$T = \frac{2\pi m}{Be} . \quad (2)$$

Frekvencia obehu $f = \frac{1}{T}$, uhlová rýchlosť $\omega = \frac{Be}{m}$. Ak

použijeme klasické vyjadrenie kinetickej energie E_k častice vo zvolenej vzťažnej sústave, rýchlosť častice

$$v = \sqrt{\frac{2 E_k}{m}} ,$$

čo dosadené do (1) dáva

$$r = \frac{1}{Be} \sqrt{2 m E_k} . \quad (3)$$

Pri relativistickom riešení označíme m_0 kludovú hmotnosť častice. Jej hmotnosť sa pri rýchlosti v zväčší na

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} , \quad (4)$$

$$\text{kde } \beta = \frac{v}{c} . \quad (5)$$

Energia E_k , ktorú častica získa urýchlením v elektrickom poli, je priamo úmerná prírastku jej hmotnosti, teda

$$E_k = (m_v - m_0) c^2 . \quad (6)$$

Za m_v dosadíme z (4), za β z (5) a nájdeme postupne rýchlosť častice, ktorá má energiu E_k :

$$E_k + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} ,$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{m_0^2 c^4}{(E_k + m_0 c^2)^2},$$

$$v = c \frac{\sqrt{E_k^2 + 2 E_k m_0 c^2}}{E_k + m_0 c^2} \quad (7)$$

Teraz určíme polomer r kruhovej trajektórie podľa (1), ale musíme tu položiť $m = m_v$ a za v dosadiť z (7).

Pre m_v dostaneme z (6)

$$m_v = m_0 + \frac{E_k}{c^2}.$$

Pre polomer r vyjde

$$r = \frac{1}{B e c} \sqrt{E_k^2 + 2 m_0 E_k c^2}. \quad (8)$$

Čas obehu nájdeme podľa (2) pre $m = m_v$

$$T = \frac{2 \pi r}{v} = \frac{2 \pi}{B e c^2} (E_k + m_0 c^2). \quad (9)$$

Ak

$$E_k \ll m_0 c^2, \quad (10)$$

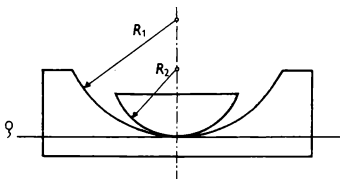
potom namiesto podľa (8) môžeme počítať podľa (3) a namiesto podľa (9) podľa (2), keď v (3) a (2) položíme $m = m_0$.

b) Pre protón, ktorého kludová hmotnosť $m_p \doteq 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, je $m_p c^2 \doteq 1,50 \cdot 10^{-10}$ J, $E_k = 2,0$ MeV $\doteq 3,2 \cdot 10^{-13}$ J; podmienka (10) je splnená a nie je treba prihliadať k relativistickým efektom. Potom dostaneme podľa (3) a (2): $r \doteq 1,0 \cdot 10^{-1}$ m, $T \doteq 3,3 \cdot 10^{-8}$ s.

c) Pre elektrón, ktorého kludová hmotnosť $m_e \doteq 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, vyjde $m_e c^2 \doteq 8,2 \cdot 10^{-14}$ J, takže podmienka (10) nie je splnená. Musíme preto prihliadnúť k relativistickým efektom a počítať podľa (8) a (9). Výsledky sú $r \doteq 4,1$ mm, $T \doteq 8,8 \cdot 10^{-11}$ s. Bez prihliadnutia k relativistickým efektom by sme dostali nesprávne výsledky $r' \doteq 2,4$ mm, $T' \doteq 1,8 \cdot 10^{-11}$ s.

4. úloha (navrhol RNDr. Alojz Pecho)

Na ploskodutú šošovku s polomerom krivosti R_1 položíme ploskovypuklú šošovku s polomerom krivosti R_2 , $R_1 > R_2$ (obr. 9). Polomery R_1 , R_2 nie sú navzájom príliš odlišné.



Obr. 9

a) Šošovky osvetlíme zväzkom rovnobežných lúčov dopadajúcich kolmo na rovinu ρ dotýkajúcu sa oboch šošoviek v ich vrcholoch. Vysvetlite, prečo vzniká interferenčný jav a ako sa projeví, ak použijete monochromatické svetlo.

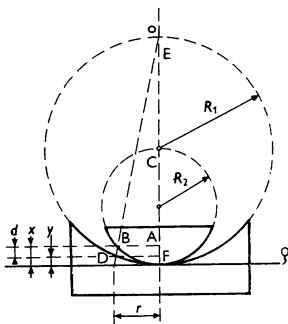
b) Určte polomery svetlých a tmavých krúžkov, ktoré pozorujeme pri použití monochromatického svetla s vlnovou dĺžkou λ .

c) Vypočítajte vzdialenosť medzi prvým a desiatym tmavým krúžkom pre svetlo s vlnovou dĺžkou λ . Úlohu riešte najskôr všeobecne, potom pre $\lambda = 550 \text{ nm}$, $R_1 = 6,00 \text{ m}$, $R_2 = 5,50 \text{ m}$.

Riešenie:

a) Medzi guľovými vrchlíkmi, ktorými sú šošovky obmedzené, je vzduchová medzera; k interferenčnému javu dochádza skladaním vlnení odrazených nazad od oboch rozhraní vzduchovej medzery a sklenených guľových plôch. Pri osvetlení monochromatickým svetlom pozorujeme sústavu svetlých a tmavých sústredných krúžkov.

b) Dopadajúci lúč sa odráža od rozhraní v bodoch B a D (obr. 10). Ak bude splnený predpoklad $r \ll R_2$, postupujú obe odrazené vlny približne rovnakým smerom a navzájom



Obr. 10

interferujú. Rozdiel optických dráh v určitom mieste stanovíme z geometrických pomerov na obr. 10. Z pravouhlého trojuholníka CAB vyjadríme pomocou Euklidovej vety

$$BA^2 = (2 R_2 - x) x \doteq 2 R_2 x, \quad (1)$$

ak $x \ll R_2$.

Z pravouhlého trojuholníka EDF obdobne vyjadríme

$$DF^2 = (2 R_1 - y) y \doteq 2 R_1 y, \quad (2)$$

ak $y \ll R_1$.

V blízkosti osi o je približne $BA \doteq DF \doteq r$.

Keď z (1) vyjadríme x , z (2) y , dostaneme pre hrúbku vzduchovej medzery

$$d = x - y = \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{r^2}{2} \cdot \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}. \quad (3)$$

Podmienka pre maximum, resp. minimum interferenčného javu v odrazenom svetle je

$$2d = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ resp. } 2d = 2k \frac{\lambda}{2},$$

kde k je prirodzené číslo. Musíme totiž uvážiť, že pri odraze od skla sa fáza vlnenia zmení o 180° .

Pre d podľa (3) sú podmienky tieto:

pre maximum

$$r^2 \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

pre minimum

$$r^2 \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2} = k\lambda.$$

Pre polomery svetlých krúžkov teda dostaneme

$$r_k' = \sqrt{\frac{\lambda (2k - 1) R_1 R_2}{2 (R_1 - R_2)}}.$$

Pre polomery tmavých krúžkov

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda R_1 R_2}{R_1 - R_2}}. \quad (4)$$

c) Z (4) vyjadríme r_1, r_{10} . Šírka medzikružia

$$s = r_{10} - r_1 = \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 - R_2}} (\sqrt{10} - 1) \doteq 13 \text{ mm},$$

ak neuvažujeme tmavý stred.

5. úloha (navrhol Barnabáš Ipóth)

Dve zvislé steny akvária majú vzájomnú vzdialenosť s . V akváriu je voda s indexom lomu n_1 vzhľadom na vákuum, hrúbka sklenených stien akvária je l .

Úzky svetelný zväzok dopadá na jednu zo stien akvária pod uhlom α , prechádza akváriom a vystupuje z druhej strany akvária. Vzdialenosť rovnobežných priamok určených dopadajúcim a vystupujúcim lúčom je d .

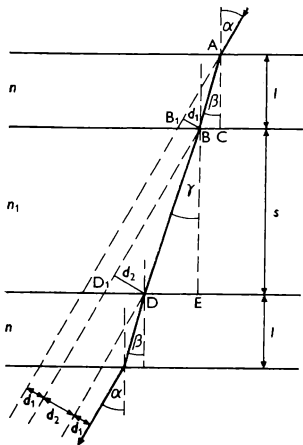
Určte index lomu n stien akvária.

Riešte všeobecne, potom pre $s = 20$ cm, $n_1 = 1,33$, $l = 0,50$ cm, $\alpha = 30^\circ$, $d = 3,17$ cm.

Riešenie:

Z obr. 11 zistíme, že

$$d = 2d_1 + d_2. \quad (1)$$



Obr. 11

Z trojúhelníka AB_1B

$$d_1 = AB \sin (\alpha - \beta).$$

Z trojúhelníka ABC

$$AB = \frac{l}{\cos \beta},$$

po dosazení

$$d_1 = l \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \beta}. \quad (2)$$

Podľa zákona lomu

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad (3)$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n}. \quad (4)$$

Užitím vzťahu pre $\sin (\alpha - \beta)$, ďalej potom z (2), (3) a (4) dostaneme po úprave

$$d_1 = l \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right). \quad (5)$$

Z trojúhelníka BD_1D dostaneme

$$d_2 = BD \sin (\alpha - \gamma).$$

Z trojúhelníka BED

$$BD = \frac{s}{\cos \gamma},$$

potom

$$d_2 = s \frac{\sin (\alpha - \gamma)}{\cos \gamma}.$$

Podľa zákona lomu

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{n_1}{n}$$

a s použitím (3)

$$\sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{n_1} .$$

Po dosadení a úpravách

$$d_2 = s \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} \right) . \quad (6)$$

Do (1) dosadíme z (5) a (6); dostaneme vzťah z ktorého vyjadríme po úpravách

$$n = \sqrt{\left[\frac{2 l \sin 2 \alpha \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}}{2 \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha} (s \sin \alpha + 2 l \sin \alpha - d) - s \sin 2 \alpha} \right]^2 + \sin^2 \alpha}$$

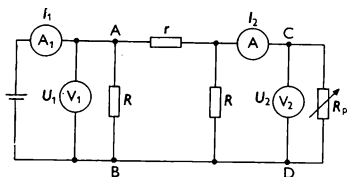
a pre zadané hodnoty: $n \doteq 1,54$.

6. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Měření stejnosměrných charakteristik přenosového článku typu »π«.

Úvod

Souměrný přenosový článek typu »π« je sestaven ze dvou rezistorů o stejném odporu R a rezistoru o odporu r podle obr. 12, v němž je znázorněn i stejnosměrný zdroj a reostat o proměnném odporu R_p , dva voltmetry a dva ampérmetry. Označíme U_1 napětí na vstupních svorkách A, B článku, U_2 napětí na jeho výstupních svorkách C, D , I_1 proud procházející mezi vstupními svorkami, I_2 proud procházející mezi výstupními svorkami. Dále označíme $R_1 = U_1/I_1$ odpor článku mezi vstupními svorkami, $P_1 = U_1 I_1$ příkon soustavy, $R_p = U_2/I_2$ odpor spotřebiče, $P_2 = U_2 I_2$ příkon



Obr. 12

spotřebiče. Z technického hlediska jsou významné tyto funkční závislosti, jejichž grafy označíme jako stejnosměrné charakteristiky přenosového článku:

$$R_1 = f_1(R_p), P_2 = f_2(R_p), P_1 = f_3(R_p)$$

Úkoly

a) Experimentálně zjistěte uvedené funkční závislosti, sestrojte příslušné charakteristiky a vyhodnoťte grafy podle dalších pokynů.

b) Podle části B pokynů zdůvodněte hodnoty zjištěné graficky na základě teoretických výpočtů.

Pomůcky

1. Dva rezistory o stejných odporech R kolem $1\,000\ \Omega$. Pečlivě je vyberte, aby článek byl skutečně souměrný, popř. některý z nich doplňte sériovým reostatem na správnou hodnotu odporu.
2. Rezistor o odporu r kolem $200\ \Omega$.
3. Plochá baterie o jmenovitém elektromotorickém napětí $4,5\ \text{V}$.
4. Dva stejnosměrné voltmetry a dva stejnosměrné ampérmetry s malou vlastní spotřebou.
5. Reostat R_p .
6. Spojovací vodiče.

A. Pokyny k provedení experimentálních úkolů

1. Výstupní svorky zkratujte, měřte U_1 , I_1 a z těchto hodnot stanovte R_a , tj. odpor článku mezi vstupními svorkami pro $R_p = 0 \Omega$.
2. Výstupní svorky rozpojte, měřte U_1 , I_1 a z těchto hodnot stanovte R_b , tj. odpor článku mezi vstupními svorkami pro $R_p \rightarrow \infty$.
3. K výstupním svorkám připojte reostat R_p a pomocí tohoto reostatu nastavujte napětí U_2 na hodnoty 3,50 V, 3,00 V, 2,70 V, 2,40 V, 2,10 V, 1,80 V, 1,50 V, 1,20 V, 1,00 V, 0,90 V, 0,60 V, 0,30 V, 0,00 V.
Do tabulky запиšte příslušné hodnoty veličin U_1 , I_1 , I_2 , $R_1 = U_1/I_1$, $R_p = U_2/I_2$, $P_1 = U_1 I_1$, $P_2 = U_2 I_2$.
Podle tabulky sestrojte grafy. Dole v tabulce uveďte změřené hodnoty R_a , R_b .
4. Z grafu funkce $R_1 = f_1(R_p)$ stanovte hodnotu R_p (označte ji R'_p), pro kterou platí, že se rovná hodnotě vstupního odporu R_1 (tuto zjištěnou hodnotu označte R'_1), takže $R'_p = R'_1$.
5. Z grafu funkce $P_2 = f_2(R_p)$ stanovte, pro kterou hodnotu R_p (označte ji R_{p0}) má funkce lokální maximum, a graficky určete hodnotu tohoto maxima (označte ji $P_{2\max}$).
6. Z grafu funkce $P_1 = f_3(R_p)$ určete příkon P_1 (označte jej P_{10}) odpovídající hodnotě $R_p = R_{p0}$.

B. Pokyny k teoretickým výpočtům

1. Pomocí hodnot R , r vypočítejte R_a , R_b , výsledky porovnejte s hodnotami určenými experimentálně, případné větší odchylky zdůvodněte.
2. V grafu $R_1 = f_1(R_p)$ podle bodu A. 4. experimentální části má platit $R'_1 = R'_p = \sqrt{R_a R_b}$. Dokažte výpočtem. Případné větší odchylky od výsledku nalezeného experimentálně zdůvodněte.
3. V grafu $P_2 = f_2(R_p)$ podle bodu A. 5. experimentální části má platit $R_{p0} = R_a$. Dokažte výpočtem. Případné

větší odchylky od výsledku nalezeného experimentálně zdůvodněte.

4. Pro hodnotu maxima má platit

$$P_{2\max} = \frac{U_1^2 R}{4 r (r + R)}.$$

Dokažte výpočtem. Případné větší odchylky od výsledku nalezeného experimentálně zdůvodněte.

Poznámka:

Úlohu lze řešit i s jedním ampérmetrem a jedním voltmetrem.

Řešení:

Charakteristiky byly měřeny v zapojení podle obr. 12. Aby byla co nejlépe zajištěna souměrnost článku, byly místo

Tabulka 8.

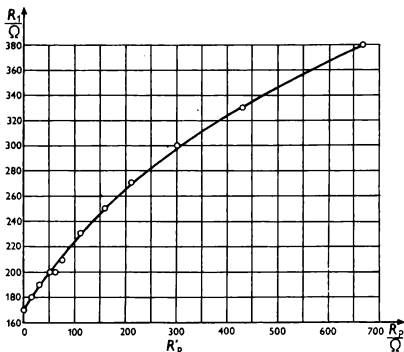
$U_1 = 4,50 \text{ V}$						
$\frac{U_2}{\text{V}}$	$\frac{I_1}{\text{mA}}$	$\frac{I_2}{\text{mA}}$	$\frac{R_1}{10^2 \Omega}$	$\frac{R_p}{10^2 \Omega}$	$\frac{P_1}{\text{mW}}$	$\frac{P_2}{\text{mW}}$
3,5	9,5	1,5	4,8	23	43	5,3
3,0	12,0	4,5	3,8	6,7	54	14
2,7	13,5	6,3	3,3	4,3	61	17
2,4	15,0	8,0	3,0	3,0	68	19
2,1	16,5	10,0	2,7	2,1	74	21
1,8	18,0	11,5	2,5	1,6	81	21
1,5	19,5	13,5	2,3	1,1	88	20
1,2	21,0	15,5	2,1	0,78	95	19
1,0	22,0	16,5	2,0	0,61	99	17
0,9	22,5	17,0	2,0	0,53	100	15
0,6	24,0	19,0	1,9	0,32	110	11
0,3	25,5	20,5	1,8	0,15	110	6,2
0,0	27,0	22,5	1,7	0	120	0

běžných rezistorů použity tři měřicí reostaty (odporové dekády), dva z nich byly nastaveny na odpor $R = 1\,000\ \Omega$, třetí na $r = 200\ \Omega$. Jako rezistor označený R_p sloužila sériová soustava dvou válcových reostatů, čímž byla umožněna hrubá a jemná regulace napětí U_2 . Všechny tři ručkové měřicí přístroje měly zanedbatelnou vlastní spotřebu, jejich třída přesnosti byla 1,0.

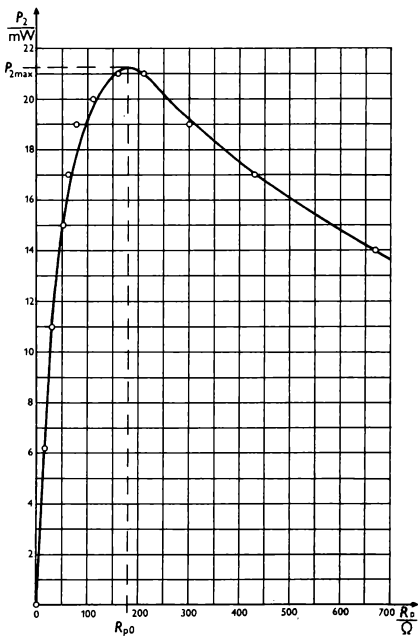
Článek byl napájen z akumulátorové baterie 6 V a pomocí potenciometru bylo vstupní napětí udržováno na stálé hodnotě $U_1 = 4,5\text{ V}$.

Naměřené a vypočítané hodnoty jsou sestaveny v tabulce 8, grafy jsou na obr. 13, 14, 15.

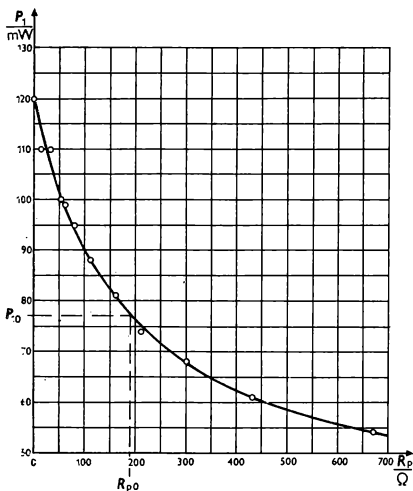
Měřením byly stanoveny hodnoty $R_a \doteq 167\ \Omega$, $R_b \doteq 545\ \Omega$, z grafů byly nalezeny hodnoty $R'_p \doteq 300\ \Omega$, $R_{p0} \doteq 170\ \Omega$, $P_{2\max} \doteq 21,2\text{ mW}$, $P_{10} \doteq 77\text{ mW}$.



Obr. 13



Obr. 14



Obr. 15

Teoretická část

1. Podle obr. 12

$$R_a = \frac{rR}{r+R}, \quad R_b = \frac{R(r+R)}{r+2R}.$$

2. Po připojení spotřebiče o odporu R_p je mezi vstupními svorkami odpor (znak $\parallel$ značí výsledný odpor paralelní kombinace)

$$R_1 = R \parallel (r + R \parallel R_p).$$

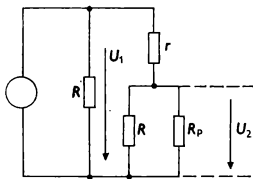
Po úpravách

$$R_1 = R \frac{rR + (r + R) R_p}{R(r + R) + (r + 2R) R_p}.$$

Položíme-li $R_p = R'_p$, $R_1 = R'_1 = R'_p$, dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$R'_p = R \sqrt{\frac{r}{r + 2R}} = \sqrt{R_a R_b}.$$

3. — obr. 16



Obr. 16

Označíme U_2 napětí na R_p , U_1 napětí na celé levé větvi.
Řešením děliče napětí

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{r \parallel R_p}{r + R \parallel R_p} = \frac{R R_p}{r R + (r + R) R_p}.$$

Pro výkon P_2 platí

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_p} = U_1^2 R^2 \frac{R_p}{[r R + (r + R) R_p]^2}.$$

Lokální maximum nalezneme anulováním derivace

$$\frac{dP_2}{dR_p} = U_1^2 R^2 \frac{r R + (r + R) R_p - 2(r + R) R_p}{[r R + (r + R) R_p]^3}.$$

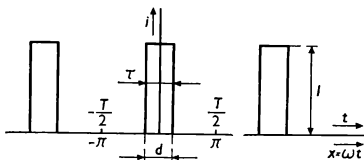
Pro $R_p = R_{p0}$ je čitatel zlomku nulový, odtud určíme

$$R_{p0} = \frac{r R}{r + R} = R_a.$$

4. Dosazením $R_p = R_{p0}$ do vztahu pro P_2 dostaneme vztah, jehož platnost jsme měli dokázat.

7. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Periodický proud má časový průběh podle obr. 17. V časových intervalech $\langle -T/2, -\tau/2 \rangle$ a $\langle \tau/2, T/2 \rangle$ je nulový, v intervalu $\langle -\tau/2, \tau/2 \rangle$ má konstantní hodnotu I .



Obr. 17

- Stanovte stejnosměrnou složku I_0 tohoto proudu i .
- Stanovte amplitudu I_{km} harmonické složky k -tého řádu za předpokladu, že za dobu τ projde obvodem elementární náboj e .
- Dokažte, že pro $\tau \rightarrow 0$ mají všechny tyto harmonické složky stejné amplitudy. Určete jejich velikost I_{0m} .
- Stanovte počet n složek určených v bodě c) v kmitočtovém pásmu šířky Δf [Hz].
- Stanovte efektivní hodnotu I_{s0} této soustavy složek.
- Stanovte počet z takových soustav, jestliže proud v době T je tvořen větším počtem obdélníkových impulsů,

přičemž celkový proud jimi přenášený je I_s a při každém impulsu projde obvodem elementární náboj e .

g) Stanovte efektivní hodnotu I_s všech těchto soustav složek.

Studijní text: Simerský, M.: Neharmonické střídavé veličiny (tisk ÚVFO).

Řešení:

a) Neperiodická složka, jestliže době τ odpovídá fázový úhel α :

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha/2}^{+\alpha/2} I \, dx = \frac{I \alpha}{2\pi} = \frac{I}{2\pi} \omega \tau = \\ &= \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{I \tau}{T} \end{aligned}$$

b) Amplituda I_{km} harmonické složky k -tého řádu je

$$\begin{aligned} I_{km} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha/2}^{+\alpha/2} I \cos kx \, dx = \frac{2I}{k\pi} \sin \frac{k\alpha}{2} = \\ &= \frac{2I}{k\pi} \sin \frac{\pi k \tau}{T}. \end{aligned}$$

Podle zadání je $I = \frac{e}{\tau}$ a tedy

$$I_{km} = \frac{2e}{\pi k \tau} \sin \frac{\pi k \tau}{T}. \quad (1)$$

c) Máme stanovit limitu výrazu (1) pro $\tau \rightarrow 0$. Vztah (1) upravíme takto:

$$I_{km} = \frac{2e}{T} \frac{T}{\pi k \tau} \sin \frac{\pi k \tau}{T}$$

Pro limitu platí:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} I_{km} = \frac{2e}{T} \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\pi k \tau}{T}}{\frac{\pi k \tau}{T}} = \frac{2e}{T} = I_{0m} \quad (2)$$

d) Dvě sousední složky mají kmitočty if , $(i+1)f$, kde $f = \frac{1}{T}$ a i je přirozené číslo. Rozdíl obou kmitočtů je $\Delta f_0 = f$ a počet složek v kmitočtovém pásmu šířky Δf je tedy

$$n = \frac{\Delta f}{\Delta f_0} = \Delta f T. \quad (3)$$

e) Každá složka (2) má efektivní hodnotu I_{ef} a platí

$$I_{ef}^2 = \frac{2e^2}{T^2}.$$

Poněvadž všechny složky mají stejné efektivní hodnoty I_{ef} a jejich počet v pásmu šířky Δf je n podle (3), má tato soustava složek efektivní hodnotu

$$I_{s0} = \sqrt{n I_{ef}^2} = \sqrt{\frac{2e^2 \Delta f}{T}}. \quad (4)$$

f) Počet z je dán počtem elementárních nábojů, které proud I_s přenesl za dobu T :

$$z = \frac{I_s T}{e}$$

g) Všechny soustavy mají tedy, s přihlédnutím k (4), výslednou efektivní hodnotu

$$I_s = \sqrt{z I_{s0}^2} = \sqrt{2e I_s \Delta f}.$$

Poznámka:

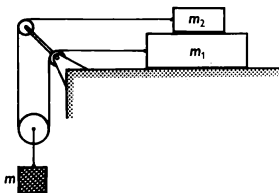
Výsledek části g) je známý vztah pro efektivní hodnotu šumových složek v nasyceném anodovém proudu I_s vakuové diody, v kmitoč-

tovém pásmu šířky Δf . Jde o tzv. výstřelový šum způsobený nespoj-
tostí elektronového proudu. Obdobné vztahy platí i pro proudy
procházející mezi elektrodami tranzistoru. Vztah pro I_s našel
německý fyzik Walter Schottky.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Prvý kváder (obráz. 18) s hmotností m_1 je jednou svojou
stenou položený na veľmi hladkú vodorovnú podložku.



Obr. 18

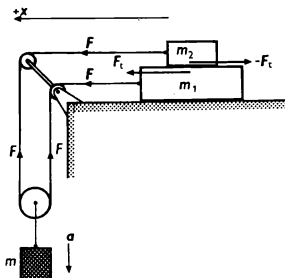
Druhý kváder s hmotnosťou m_2 je položený na vrchnej stene
prvého kvádra. Obidva kvádre sú spojené vláknom, ktoré
prechádza cez tri kladky. Na voľnej kladke je zavesené
teleso. Súčiniteľ klzného (šmykového) trenia medzi stenami
kvádrov je f_0 .

a) Určte podmienku pre hmotnosť m telesa zaveseného
na voľnej kladke, ktorá musí byť splnená, aby nedošlo ku
klzaniu (šmýkaniu) druhého kvádra po prvom kvádri.

b) Ak je splnená podmienka a), určte zrýchlenie sústavy
telies pre hodnotu $m = m_0$.

c) V prípade, že platí $m = m_1 + m_2$, dôjde ku vzájomnému pohybu kvádrov? Ak nie, určte ich spoločné zrýchlenie a_0 . Vláka nad podložkou sú vodorovné, nad voľnou kladkou a zaveseným telesom zvislé. Hmotnosť kladiek, hmotnosť vlákna, trenie na kladkách, ako aj predĺženie vlákna neuvažujte. Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $m_0 = 0,300$ kg, $m_1 = 0,300$ kg, $m_2 = 0,100$ kg, $f_0 = 0,667$.

Riešenie (obr. 19):



Obr. 19

Zvolíme smer osi $+x$. Na teleso s hmotnosťou m pôsobí sila F od vlákna a sila trenia F_t . Na teleso s hmotnosťou m_2 pôsobí sila F a v opačnom smere sila trenia $-F_t$.

a) Pre pohyb sústavy platia vzťahy

$$F + F_t = m_1 a_1, \quad (1)$$

$$F - F_t = m_2 a_2, \quad (2)$$

$$mg - 2F = m a. \quad (3)$$

Ak sa má pohybovať prvý a druhý kváder s rovnakým zrýchlením a , je

$$a_1 = a_2 = a.$$

Z (1) a (2) máme

$$F = \frac{m_1 + m_2}{2} a.$$

Dosadením za F do (3) a úpravou určíme veľkosť zrýchlenia

$$a = \frac{m}{m_1 + m_2 + m} g. \quad (4)$$

Zrýchlenie kvádrov má smer súhlasný so smerom osi $+x$. Podmienka, aby sa kvádre pohybovali ako celok a nenastalo klzanie druhého kvádra po prvom (s hmotnosťou m_1) je, aby sila trenia bola väčšia ako sily pôsobiace opačným smerom. Vzhľadom na kváder s hmotnosťou m_1 (neinerciálna sústava) pôsobí na kváder s hmotnosťou m_2 sila $F - m_2 a$. Podmienka teda zní

$$F - m_2 a \leq f_0 m_2 g.$$

Dosadíme za zrýchlenie a , ďalej z rovníc (1), (2), (3) a dostaneme

$$m (m_1 - m_2 - 2 f_0 m_2) \leq 2 f_0 m_2 (m_1 + m_2). \quad (5)$$

Zo vzťahu (5) vyplýva:

1. Ak

$$m_1 - m_2 > 2 f_0 m_2, \quad (6)$$

sústava kvádrov sa pohybuje s rovnakým zrýchlením vtedy, ak hmotnosť m splňuje podmienku

$$m \leq \frac{2 f_0 m_2 (m_1 + m_2)}{m_1 - m_2 - 2 f_0 m_2}.$$

2. Ak

$$m_1 - m_2 \leq 2 f_0 m_2,$$

teleso môže mať ľubovoľnú hmotnosť m .

b) Pri splnení podmienok a) je zrýchlenie a určené vzťahom (4).

c) V prípade, že $m = m_1 + m_2$, podmienka (5) sa zjednoduší do tvaru

$$m_1 - m_2 \leq 4 m_2 f_0.$$

Zrýchlenie a_0 kvádrov je súhlasné so smerom osi $+x$ a jeho veľkosť vyplýva zo vzťahu (4)

$$a_0 = \frac{g}{2}.$$

Číselne:

a) Vzhľadom na to, že $m_1 - m_2 = 0,200 \text{ kg}$ a $2 f_0 m_2 \doteq 0,133 \text{ kg}$, je splnená podmienka (6)

$$m_1 - m_2 = 0,200 \text{ kg} > 2 f_0 m_2 = 0,133 \text{ kg.}$$

Podmienka pre spoločný pohyb kvádrov bez vzájomného klzania v tomto prípade je

$$m \leq 0,802 \text{ kg.}$$

b) Podmienka a) je splnená pre hmotnosť telesa $m = m_0 = 0,300 \text{ kg}$. Spoločné zrýchlenie kvádrov

$$a \doteq 4,20 \text{ m.s}^{-2}.$$

c) $m_1 - m_2 = 0,200 \text{ kg} < 4 m_2 f_0 \doteq 0,266 \text{ kg}$, kvádre sa pohybujú so spoločným zrýchlením a_0 , ktorého veľkosť

$$a_0 \doteq 4,91 \text{ m.s}^{-2}.$$

2. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Rezistor s odporom R_0 a cievka s indukčnosťou L_0 sú zapojené za sebou a pripojené ku svorkám zdroja s harmonickým napätím s frekvenciou ω_0 . Obvodom prechádza určitý prúd. Iný rezistor a inú cievku spojíme vedľa seba a pripojíme na zdroj s tým istým harmonickým napätím a s tou istou frekvenciou ako v predchádzajúcom prípade. Zistíme, že

obvodom prechádza celkový prúd s rovnakou efektívnou hodnotou a rovnakou začiatočnou fázou ako v predchádzajúcom prípade. Začiatočnú fázu napätia v oboch prípadoch považujte za nulovú.

a) Určte odpor R_p druhého rezistora a indukčnosť L_p cievky v druhom prípade.

b) Frekvenciu ω harmonického napätia zdroja je možné meniť. Určte funkcie $R_p = f_1(k)$, $L_p = f_2(k)$, kde $k = \omega^2/\omega_0^2$, tak, aby odpor R_p a indukčnosť L_p spĺňovali podmienku zadania a). Pre zadané hodnoty znázornite funkcie $f_1(k)$ a $f_2(k)$ graficky.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $R_0 = 80 \Omega$, $L_0 = 25 \text{ mH}$, $\omega_0 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$.

Indukčnosť rezistorov, odpory cievok a spojovacích vodičov neuvažujte.

Riešenie:

a) Obvody musia mať pre frekvenciu ω_0 navzájom rovnaké impedancie, t. j.

$$R_0 + j\omega_0 L_0 = \frac{R_p j\omega_0 L_p}{R_p + j\omega_0 L_p}.$$

Z rovnosti komplexných čísiel

$$R_0 = \frac{\omega_0^2 R_p^2 L_p^2}{R_p^2 + (\omega_0 L_p)^2}; L_0 = \frac{L_p R_p^2}{R_p^2 + (\omega_0 L_p)^2}. \quad (1)$$

Delením posledných výrazov dostaneme $L_p = \frac{R_0}{L_0 \omega^2} R_p$ a dosadením do (1) ďalej

$$R_p = R_0 \left[1 + \left(\frac{\omega_0 L_0}{R_0} \right)^2 \right]; L_p = L_0 \left[1 + \left(\frac{R_0}{\omega_0 L_0} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

b) Vzťahy (2) platia pre každú frekvenciu ω . Vtedy platí

$$R_p = R_0 \left[1 + \left(\frac{\omega L_0}{R_0} \right)^2 \right]; L_p = L_0 \left[1 + \left(\frac{R_0}{\omega L_0} \right)^2 \right].$$

Dosadíme $\omega^2 = k\omega_0^2$, po úprave dostaneme

$$f_1(k) = R_0 + k \frac{(\omega_0 L_0)^2}{R_0}; \quad (3)$$

$$f_2(k) = L_0 + \frac{1}{k} \frac{R_0^2}{\omega_0^2 L_0}.$$

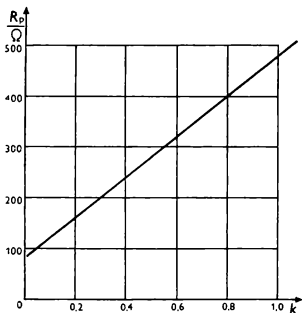
Funkcia $f_1(k)$ je lineárna funkcia, funkcia $f_2(k)$ je racionálna funkcia lomená.

Pre zadané hodnoty

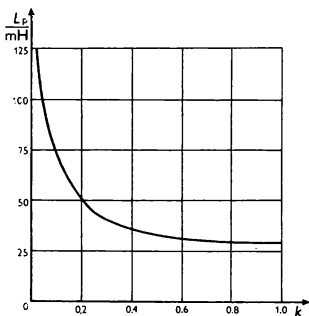
$$R_p = (80 + 405 k) \Omega; L_p = \left(0,025 + \frac{0,005}{k}\right) \text{H}.$$

Grafy funkcií (3) pre zadané hodnoty sú na obr. 20 a obr. 21.

Číselne: $R_p \doteq 485 \Omega$, $L_p \doteq 30 \text{ mH}$ pre ω_0 .



Obr. 20



Obr. 21

3. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník)

V prostredí s indexom lomu $n_1 = 1,50$ je guľa s polomerom $R = 5,00$ cm z látky s indexom lomu $n_2 = 1,00$. Vo vzdialenosti $r = 10$ cm od stredu guľe je bodový zdroj svetla.

a) Určte obsah S_1 časti povrchu guľe, ktorou do nej vstupujú svetelné lúče, obsah S_2 časti povrchu guľe, ktorou svetelné lúče z nej vystupujú, obsah S_3 časti povrchu guľe, na ktorej nastáva úplný odraz.

b) Zdroj vyžiaruje svetelný tok $\Phi_0 = 200$ lm, jeho žiariivosť je vo všetkých smeroch rovnaká. Aký svetelný tok Φ vstupuje do guľe, ak nedochádza k odrazu na ožiarennej časti guľe?

Riešenie:

a) Pri prechode lúča z prostredia s indexom lomu n_1 do

prostredia s indexom lomu n_2 , $n_2 < n_1$, dochádza k lomu od kolmice. Označíme α' uhol dopadu lúča, β' uhol lomu, pričom

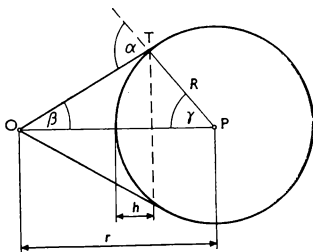
$$\sin \beta' = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha'.$$

Pre medzný uhol α je $\sin \beta' = 1$ a teda $\sin \alpha = \frac{n_2}{n_1}$.

Pre $\alpha' > \alpha$ dochádza k úplnému odrazu lúča od rozhrania. Krajiné lúče, ktoré práve ešte preniknú do gule, dopadajú na jej povrch pod medzným uhlom α , pre ktorý v našom prípade platí

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}, \alpha \doteq 41^\circ 50'.$$

Lúče vstupujú do gule (obr. 22) vrchlíkom s polomerom R a výškou h . Jeho obsah $S_1 = 2\pi R h = 2\pi R^2 (1 - \cos \gamma)$, pričom $\gamma = \alpha - \beta$; z trojuholníka OPT máme pomocou sínusovej vety



Obr. 22

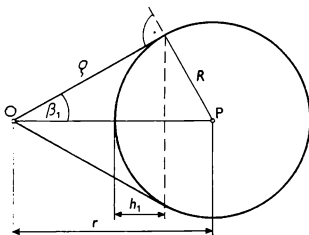
$$\sin \beta = \frac{R}{r} \sin \alpha = \frac{1}{3}, \beta \doteq 19^{\circ}30'$$

a teda $\gamma \doteq 22^{\circ}20'$.

Lúče vystupujú z tej časti povrchu gule, pre obsah ktorej platí

$$S_2 = 4\pi R^2 - S_1 = 2\pi R^2 (1 + \cos \gamma).$$

Gulú ožiaruje svetlo, ktorého krajné lúče sa gule dotýkajú



Obr. 23

(obr. 23). Osvetlený vrchlík má obsah $S = 2\pi R h_1$, kde

$$h_1 = R(1 - \sin \beta_1) = R\left(1 - \frac{R}{r}\right), \text{ teda}$$

$$S = 2\pi R^2 \left(1 - \frac{R}{r}\right).$$

Úplný odraz nastáva na guľovom pásu, ktorého obsah

$$S_3 = S - S_1 = 2\pi R^2 \left(\cos \gamma - \frac{R}{r}\right).$$

b) V obr. 22 označíme $OT = \varrho$. Svetlo vychádza zo stredu O . Predstavíme si guľu so stredom O a s polomerom ϱ .

Vrchlík, který vytína kužel s vrcholom O a so stranou ϱ , má obsah $S_4 = 2 \pi \varrho h_2$, pre výšku h_2 vrchlíka platí $h_2 = \varrho (1 - \cos \beta)$ a teda

$$S_4 = 2 \pi \varrho^2 (1 - \cos \beta).$$

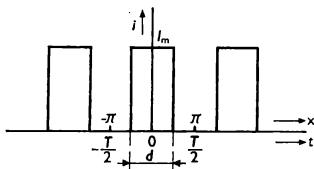
Celá guľa má obsah $S_5 = 4 \pi \varrho^2$, takže

$$\Phi = \Phi_0 \frac{S_4}{S_5} = \Phi_0 \frac{1 - \cos \beta}{2}.$$

Pre zadané hodnoty: $S_1 \doteq 1,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, $S_2 \doteq 30,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, $S_3 \doteq 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, $\Phi \doteq 5,74 \text{ lm}$.

4. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Na obr. 24 je znázorněn časový průběh souměrných obdélníkových proudových kmitů. V druhé a třetí čtvrtině



Obr. 24

každé periody je proud nulový, v první a čtvrté čtvrtině má konstantní velikost I .

a) Početně stanovte neperiodickou složku I_0 tohoto proudu, výsledek ověřte podle geometrické interpretace integrální střední hodnoty.

b) Stanovte amplitudu I_{2km} obecné harmonické složky sudého řádu a amplitudu $I_{(2k-1)m}$ obecné harmonické složky lichého řádu, $k = 1, 2, 3, \dots$.

c) Kolik harmonických složek musíme přenášet, jestliže nejmenší z nich má amplitudu přibližně 1 % složky základní?

d) Stanovte efektivní hodnotu I proudu znázorněného na obrázku s použitím definice efektivní hodnoty. Porovnejte ji s efektivní hodnotou harmonického proudu, jehož amplituda je I_m .

e) Jaké chyby se dopustíme, když místo skutečné efektivní hodnoty budeme uvažovat efektivní hodnotu soustavy tvořené složkou neperiodickou a prvními třemi nenulovými složkami harmonickými?

Studijní text: Simerský, M.: Neharmonické střídavé veličiny (tisk ÚVFO).

Řešení:

a) Při vyjádření pomocí úhlové souřadnice je proud nulový v intervalech $(-\pi, -\pi/2)$ a $(\pi/2, \pi)$, v intervalu $(-\pi/2, \pi/2)$ je $i = I_m$. Pro složku I_0 platí

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} I_m \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dx = \frac{1}{2} I_m.$$

Výsledek vyhovuje z hlediska geometrické interpretace. Obsah obdélníku, který představuje jeden kmit, $S = \pi \{I_m\} m^2$. Obsah obdélníku, jehož délka $a = \{2\pi\} m$, šířka $\frac{1}{2} \{I_m\} m$, je $S' = \pi \{I_m\} m^2$, takže $S' = S$.

b) Amplituda obecné harmonické složky sudého řádu

$$I_{2km} = \frac{1}{\pi} I_m \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos 2kx dx = 0.$$

Amplituda obecné složky lichého řádu

$$I_{(2k-1)m} = \frac{1}{\pi} I_m \left| \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos (2k-1)x dx \right| = \frac{2}{\pi (2k-1)} I_m.$$

c) Harmonické složky mají amplitudy

$$I_{1m} = \frac{2}{\pi} I_m, I_{3m} = \frac{1}{3} I_{1m}, I_{5m} = \frac{1}{5} I_{1m}, \dots$$

$$\dots, I_{99m} = \frac{1}{99} I_{1m}, I_{101m} = \frac{1}{101} I_{1m}, \dots,$$

proto je nutno přenášet prvních 50, popř. prvních 51 nenulových složek.

d) Podle definice efektivní hodnoty

$$I^2 = \frac{1}{T} I_m^2 \int_{-T/4}^{T/4} dt = \frac{I_m^2}{2}, I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Harmonický proud s amplitudou I_m má efektivní hodnotu stejnou.

e) Správná hodnota zaokrouhlená na čtyři platné číslice

$$I = 0,7071 I_m.$$

Neperiodická složka $I_0 = \frac{1}{2} I_m$, první tři harmonické složky lichých řádů mají efektivní hodnoty

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} I_m, I_3 = \frac{\sqrt{2}}{3\pi} I_m, I_5 = \frac{\sqrt{2}}{5\pi} I_m,$$

uvažovaná soustava čtyř proudů má efektivní hodnotu

$$I' = I_m \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2}{\pi^2} + \frac{2}{9\pi^2} + \frac{2}{25\pi^2}} \doteq 0,6952 I_m,$$

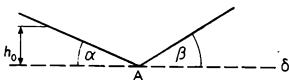
která je asi o 1,7 % menší než hodnota správná.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl Josef Jírů)

Dvě nakloněné roviny, z nichž první svírá s vodorovnou rovinou σ úhel α a druhá úhel β , se protínají ve vodorovné

průsečnici procházející bodem A (obr. 25). Na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu α položíme ve výšce h_0 nad vodorovnou rovinou σ malé tělísko, které po uvolnění začne konat periodický pohyb. Tření při pohybu a otáčivý pohyb tělíska neuvažujeme.



Obr. 25

a) Stanovte periodu T tohoto pohybu, jestliže nakloněné roviny na sebe v dolní části navazují válcovou plochou. Je tento pohyb harmonický?

b) Při průchodu tělíska průsečnicí rovin nastane úbytek kinetické energie. Označme E_k kinetickou energii klesajícího tělíska těsně před průsečnicí rovin, E'_k kinetickou energii tělíska těsně po průchodu průsečnicí rovin, přičemž $E'_k = E_k \left(1 - \frac{1}{n}\right)$, kde n je reálné číslo, $n > 1$. Stanovte první periodu T_1 pohybu tělíska.

c) Za jakou dobu t_0 od počátku pohybu se tělísko v případě b) zastaví?

d) Jak se změní výsledky úloh a), b), c), když $\beta = \alpha$? Řešte nejprve obecně, proveďte diskusi řešení. Potom řešte pro hodnoty $\alpha = 5,0^\circ$, $\beta = 8,0^\circ$, $h_0 = 10$ cm, $n = 20$.

Řešení:

a) Po uvolnění z výchozí polohy se tělísko pohybuje po nakloněné rovině se sklonem α se zrychlením $a = g \sin \alpha$. Pohyb z výchozí polohy k průsečnici trvá dobu $t\alpha$. Délka dráhy, kterou tělísko vykoná, je

$$l = \frac{h_0}{\sin \alpha} ,$$

takže po dobu t_α platí

$$t_\alpha = \sqrt{\frac{2l}{a}}$$

a po dosazení za l , a :

$$t_\alpha = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \quad (1)$$

Na druhé nakloněné rovině vystoupí tělísko do výšky h_0 , protože jeho potenciální energie v této výšce je stejná jako při uvolnění na první nakloněné rovině.

Výstup od průsečnice do maximální výšky h_0 na druhé nakloněné rovině trvá dobu

$$t_\beta = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \beta} \quad (2)$$

Perioda pohybu

$$T = 2(t_\alpha + t_\beta) = 2 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta}.$$

Pohyb není harmonický, protože $t_\alpha \neq t_\beta$.

b) Protože při průchodu průsečnicí se kinetická energie tělíska zmenší, vystoupí tělísko na druhé nakloněné rovině do výšky $h_1 < h_0$; jeho tíhová potenciální energie v nejvyšší poloze na druhé nakloněné rovině je totiž menší než jeho tíhová potenciální energie při uvolnění na první nakloněné rovině. Označíme m hmotnost tělíska, E_k jeho kinetickou energii před průchodem průsečnicí, E'_k jeho kinetickou energii po průchodu průsečnicí, $mg h_0$ jeho tíhovou potenciální energii ve výchozí poloze, $mg h_1$ jeho tíhovou potenciální energii v jeho nejvyšší poloze na druhé nakloněné rovině. Ze vztahu

$$E_k : E'_k = mg h_0 : mg h_1 = 1 : \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

najdeme

$$h_1 = h_0 \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Označíme $t_{\alpha 1}$ dobu pohybu z výchozí polohy k průsečnici, $t_{\beta 1}$ dobu výstupu od průsečnice do výšky h_1 , $t_{\beta 2} = t_{\beta 1}$ dobu pohybu z výšky h_1 k průsečnici, $t_{\alpha 2}$ dobu výstupu od průsečnice do výšky

$$h_2 = h_1 \left(1 - \frac{1}{n}\right) = h_0 \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2$$

na první nakloněné rovině. Pomocí (1) a (2) vyjádříme

$$T_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} + 2 \sqrt{\frac{2h_0 \left(1 - \frac{1}{n}\right)}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \beta} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha},$$

po úpravě

$$T_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left[\frac{1}{\sin \alpha} \left(2 - \frac{1}{n}\right) + \frac{2}{\sin \beta} \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \right]. \quad (3)$$

c) Druhou periodu T_2 najdeme pomocí (3), musíme však místo h_0 napsat

$$h_2 = h_0 \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2.$$

Shledáme, že

$$T_2 = T_1 \left(1 - \frac{1}{n}\right),$$

pak obdobně

$$T_3 = T_2 \left(1 - \frac{1}{n}\right) = T_1 \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \quad \text{atd.}$$

Periody T_i tedy tvoří geometrickou posloupnost s kvocien-
tem $\left(1 - \frac{1}{n}\right)$. Protože $\left(1 - \frac{1}{n}\right) < 1$, je geometrická řada
 $\sum_{i=1}^{\infty} T_i$ konvergentní a má limitu

$$t_0 = \frac{T_1}{1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)} = nT_1$$

a po dosazení z (3)

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left[\frac{2n-1}{\sin \alpha} + \frac{2\sqrt{n(n-1)}}{\sin \beta} \right].$$

d) Pro $\beta = \alpha$ se výsledky změni takto:

$$T' = 4 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$T'_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \frac{2 - \frac{1}{n} + 2\sqrt{1 - \frac{1}{n}}}{\sin \alpha}$$

$$t'_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \frac{n \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{n}}\right)^2}{\sin \alpha}$$

Pro zadané hodnoty: $T \doteq 5,2$ s, $T_1 \doteq 5,1$ s, $t_0 \doteq 102$ s,
 $T' \doteq 6,5$ s, $T'_1 \doteq 6,2$ s, $t'_0 \doteq 124$ s.

2. úloha (navrhli Daniel Kluvanec ml. a Doc. RNDr. Arpád Kecs-kés, CSc.)

Skupina chlapců sa dostala na pustý ostrov. Jeden z nich bol krátkozraký a mal so sebou svoje okuliare s tenkými

vypuklodutými šošovkami. Pomocou šošovky okuliarov a morskej vody chceli chlapci pri slnečnom počasí založiť oheň.

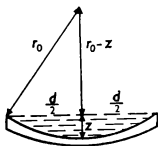
a) Stručne uveďte, ako sa pokúsili zapáliť oheň.

b) Chlapci pravítkom odmerali priemer d kruhovej šošovky okuliarov a najväčšiu vzdialenosť z dutého povrchu šošovky od roviny prechádzajúcej jej okrajom. Chlapcom sa podarilo zapáliť steblá suchej trávy kruhového prierezu, ktorých zápalná teplota je t_z . Určte interval možných hodnôt optickej mohutnosti použitej šošovky okuliarov. Steblá považujte za dokonale čierne telesá, tepelné straty vedením sú veľmi malé. Index lomu morskej vody je n_v .

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $d = 5,0$ cm, $z = 0,40$ cm, $n_v = 1,3$, $t_z = 220$ °C. Solárna konštanta $N = 1,3 \cdot 10^3$ W.m⁻², Stefanova-Boltzmannova konštanta $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ W.m⁻².K⁻⁴, polomer Slnka $R = 7,0 \cdot 10^8$ m, vzdialenosť Zeme od Slnka $a = 1,5 \cdot 10^{11}$ m.

Riešenie:

a) Chlapci sa pokúsili zapáliť oheň tak, že do dutiny šošovky naliali morskú vodu, čím vytvorili optickú sústavu. Zistili, že táto sústava je spojná. Ňou sústredili slnečné lúče do ohniska sústavy.



Obr. 26

b) Podľa obr. 26 platí

$$r_0^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 = (r_0 - z)^2, \text{ odtiaľ}$$

$$r_0 = \frac{4z^2 + d^2}{8z}.$$

Optická mohutnosť vodnej šošovky

$$\varphi_v = (n_v - 1) \cdot \frac{1}{r_0} = (n_v - 1) \frac{8z}{4z^2 + d^2}.$$

Optická mohutnosť celej sústavy

$$\varphi = \varphi_v + \varphi_s,$$

kde φ_s je optická mohutnosť šošovky okuliarov.

Sústava zobrazí Slnko do ohniskovej roviny $\left(\frac{1}{\varphi} \ll a, a \text{ je vzdialenosť od Slnka}\right)$.

Žiarivý tok Φ zo Slnka, ktorý prechádza plochou optickej sústavy, je rovnaký ako žiarivý tok Φ' plochou skutočného obrazu Slnka vytvoreného optickou sústavou: $\Phi = \Phi'$,

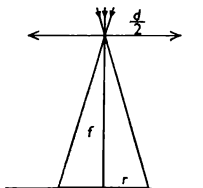
$$\pi \frac{d^2}{4} N = H\pi r^2,$$

kde r je polomer skutočného obrazu Slnka, N solárna konštanta, H intenzita žiarivého toku v ohnisku sústavy:

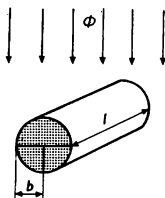
$$H = \frac{d^2}{4r^2} N \quad (1)$$

Podľa obr. 27 platí $R : a = r : f$; R je polomer Slnka. Vyjadríme r a dosadíme do (1):

$$H = \frac{Nd^2a^2}{4f^2R^2}$$



Obr. 27



Obr. 28

Teplota stebiel trávy sa ustáli na hodnote T , pri ktorej podľa Stefanovho-Boltzmannovho zákona steblo vyžiaruje ten istý žiarivý tok, aký prijíma zo sústredených lúčov Slnka. Podľa obr. 28

$$2 \, bl \, H = \Phi = \sigma T^4 \cdot 2 \, \pi b l,$$

odtiaľ

$$T = \sqrt[4]{\frac{H}{\pi \sigma}}.$$

Aby sa steblo zapálilo, jeho teplota musí prekročiť zápalnú teplotu T_z , teda

$$\sqrt[4]{\frac{H}{\pi\sigma}} > T_z.$$

Dosadením za H

$$\frac{da}{2fR} \cdot \sqrt[4]{\frac{N}{\pi\sigma}} > T_z^2,$$

odtiaľ

$$\varphi = \frac{1}{f} > \frac{2RT_z^2}{da} \sqrt[4]{\frac{\pi\sigma}{N}},$$

pričom $\varphi = \varphi_v + \varphi_s$.

Rozptylka má zápornú hodnotu optickej mohutnosti.

Výsledný interval je teda

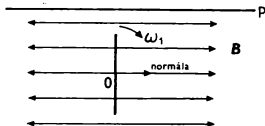
$$0 > \varphi_s > \frac{2RT_z^2}{da} \sqrt[4]{\frac{\pi\sigma}{N}} - (n_v - 1) \frac{8z}{4z^2 + d^2},$$

pre zadané hodnoty

$$0,0 D > \varphi_s > -3,2 D.$$

3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Vektor $\mathbf{B}$ magnetickej indukcie magnetickeho pole je stále rovnobežný s priamkou p (obr. 29). Velikost magnetickej



Obr. 29

indukce se s časem mění podle vztahu $B = B_m \sin \omega_2 t$. Elektricky vodivá kruhová smyčka o obsahu S se v tomto magnetickém poli otáčí kolem osy souměrnosti kolmé k vektoru $\mathbf{B}$ stálou úhlovou rychlostí ω_1 . V čase $t = 0$ s je velikost magnetické indukce nulová a normála smyčky je rovnoběžná s přímkou p .

a) Stanovte okamžitou hodnotu indukovaného napětí u ve smyčce a toto napětí charakterizujte.

b) Stanovte efektivní napětí U indukované ve smyčce.

c) Proveďte diskusi řešení úloh a), b) pro tyto tři zvláštní případy: $\omega_1 = 0 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 \neq 0 \text{ s}^{-1}$; $\omega_2 = 0 \text{ s}^{-1}$, $\omega_1 \neq 0 \text{ s}^{-1}$; $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

d) Smyčka je vyrobena z drátu, jehož měrný elektrický odpor je ρ . Jaký je průměr d tohoto drátu, jestliže smyčkou prochází proud I , když $\omega_1 \neq 0 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 \neq 0 \text{ s}^{-1}$, $\omega_1 \neq \omega_2$?

e) Po obecném vyřešení řešte úlohy b), d) pro hodnoty: $S = 2,00 \text{ cm}^2$, $\omega_1 = 100 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = 314 \text{ s}^{-1}$, $B_m = 0,500 \text{ T}$, $\rho = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, $I = 1,00 \text{ A}$.

Poznámka: K řešení budete potřebovat vztah

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \sin (\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \sin (\alpha - \beta).$$

Řešení:

a) Když se smyčka otočí o úhel $\omega_1 t$, má její průmět do roviny kolmé k $\mathbf{B}$ obsah $S' = S \cos \omega_1 t$, magnetická indukce v čase t má velikost $B = B_m \sin \omega_2 t$. Smyčkou prochází magnetický indukční tok

$$\begin{aligned} \Phi &= S' B = S B_m \sin \omega_2 t \cdot \cos \omega_1 t = \\ &= \frac{1}{2} S B_m [\sin (\omega_2 + \omega_1) t + \sin (\omega_2 - \omega_1) t]. \end{aligned}$$

V čase t je okamžité napětí indukované ve smyčce

$$\begin{aligned} u = \frac{d\Phi}{dt} &= \frac{1}{2} S B_m [(\omega_2 + \omega_1) \cos (\omega_2 + \omega_1) t + \\ &+ (\omega_2 - \omega_1) \cos (\omega_2 - \omega_1) t]. \end{aligned} \quad (1)$$

Jde tedy o soustavu dvou harmonických napětí s úhlovými kmitočty $(\omega_2 + \omega_1)$, $(\omega_2 - \omega_1)$ a s amplitudami

$$U_{1m} = \frac{1}{2} SB_m (\omega_2 + \omega_1), \quad U_{2m} = \frac{1}{2} SB_m (\omega_2 - \omega_1).$$

b) Indukovaná efektivní napětí jsou

$$U_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} SB_m (\omega_2 + \omega_1), \quad U_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} SB_m (\omega_2 - \omega_1),$$

efektivní napětí soustavy, jestliže $\omega_1 \neq \omega_2$, $\omega_1 \neq 0 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 \neq 0 \text{ s}^{-1}$,

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \frac{1}{2} SB_m \sqrt{\omega_2^2 + \omega_1^2}. \quad (2)$$

c) Pro $\omega_1 = 0 \text{ s}^{-1}$ je magnetický indukční tok $\Phi' = SB_m \sin \omega_2 t$, indukované napětí má amplitudu $U'_m = SB_m \omega_2$ a efektivní hodnotu $U' = \frac{1}{\sqrt{2}} SB_m \omega_2$.

Pro $\omega_2 = 0 \text{ s}^{-1}$ je okamžité napětí u podle (1) stále nulové, efektivní napětí je rovněž nulové, neboť v prostoru, v němž se smyčka otáčí, není magnetické pole. Vztah (2) platí tedy jen za předpokladu, že $\omega_1 \neq 0 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 \neq 0 \text{ s}^{-1}$.

Pro $\omega_2 = \omega_1 = \omega$ je druhá složka soustavy nulová, efektivní napětí

$$U'' = \frac{1}{\sqrt{2}} SB_m \omega.$$

d) Smyčka má elektrický odpor

$$R = \frac{U}{I} = \rho \frac{4l}{\pi d^2},$$

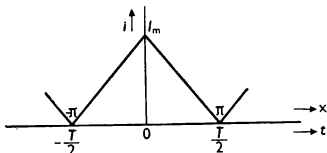
kde $l = 2\sqrt{\pi S}$ je délka drátu, z něhož je smyčka vyrobena. Po dosazení za U z (2) dostaneme úpravou

$$d = 4 \cdot \sqrt{\frac{\rho I}{SB_m}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{\pi S(\omega_2^2 + \omega_1^2)}}.$$

e) Pro zadané hodnoty: $U \doteq 1,65 \cdot 10^{-2} \text{ V}$, $d \doteq 0,26 \text{ mm}$.

4. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Na obr. 30 je znázorněn časový průběh trojúhelníkových kmitů. Vždy v první polovině periody proud lineárně klesá od I_m do nuly, ve druhé polovině periody lineárně stoupá od nuly do I_m .



Obr. 30

a) Určete neperiodickou složku I_0 tohoto proudu, výsledek ověřte podle geometrické interpretace integrální střední hodnoty.

b) Stanovte amplitudu I_{2km} obecné harmonické složky sudého řádu a amplitudu $I_{(2k-1)m}$ obecné harmonické složky lichého řádu; $k = 1, 2, 3, \dots$

c) Kolik harmonických složek musíme přenášet (např. zesilovačem), jestliže nejmenší z nich má amplitudu přibližně 1 % amplitudy složky základní?

d) Stanovte efektivní hodnotu I proudu znázorněného na obr. 30 s použitím definice efektivní hodnoty.

e) Jaké chyby se dopustíme, když místo skutečné efektivní hodnoty budeme uvažovat efektivní hodnotu soustavy tvořené složkou neperiodickou a základní složkou harmonickou?

Poznámka:

K řešení úlohy b) budete potřebovat vztah

$$\int x \cos kx \, dx = \frac{1}{k} x \sin kx + \frac{1}{k^2} \cos kx + C.$$

Správnost tohoto vztahu si můžete ověřit derivováním primitivní funkce.

Řešení:

a) Při vyjádření pomocí úhlové souřadnice roste proud v první polovině periody podle vztahu

$$i = \frac{I_m}{\pi} x + I_m, \quad x \in (-\pi, 0),$$

ve druhé polovině periody klesá podle vztahu

$$i = -\frac{I_m}{\pi} x + I_m, \quad x \in (0, \pi).$$

Pro neperiodickou složku platí

$$I_0 = \frac{I_m}{2\pi} \left\{ \int_{-\pi}^0 \left(\frac{1}{\pi} x + 1 \right) dx + \int_0^{\pi} \left(-\frac{1}{\pi} x + 1 \right) dx \right\} = \frac{1}{2} I_m.$$

Výsledek vyhovuje z hlediska geometrické interpretace integrální střední hodnoty. Obsah rovnoramenného trojúhelníku, který představuje jeden kmit, $S = \pi \{I_m\} \text{ m}^2$. Obsah obdélníku, jehož délka $a = (2\pi) \text{ m}$, šířka $b = \frac{1}{2} \{I_m\} \text{ m}$, je $S' = \pi \{I_m\} \text{ m}^2$, takže $S' = S$.

b) Amplituda harmonické složky sudého řádu

$$I_{2km} = \frac{I_m}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^0 \left(\frac{1}{\pi} x + 1 \right) \cos 2kx \, dx + \int_0^{\pi} \left(-\frac{1}{\pi} x + 1 \right) \cos 2kx \, dx \right\}.$$

Pomocí vztahu uvedeného v zadání

$$I_{2km} = \frac{I_m}{\pi} \left\{ \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2k} x \sin 2x + \frac{1}{4k^2} \cos 2kx \right]_{-\pi}^0 + \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{2k} \sin 2kx \right]_{-\pi}^0 - \right. \\ \left. - \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2k} x \sin 2kx + \frac{1}{4k^2} \cos 2kx \right]_0^{\pi} + \left[\frac{1}{2k} \sin 2kx \right]_0^{\pi} \right\} = 0,$$

protože $\cos 2k\pi = \cos(-2k\pi) = \cos 0 = 1$ a výrazy obsahující sinus jsou zřejmě nulové.

Pro amplitudu harmonické složky lichého řádu vyjde s použitím téhož vztahu v zadání

$$I_{(2k-1)m} = I_m \frac{4}{\pi^2 (2k-1)^2},$$

protože $\cos(2k-1)\pi = \cos[(-2k+1)\pi] = -\cos 0 = -1$ a výrazy obsahující sinus jsou opět nulové.

c) Podle obecného výsledku: $I_{1m} = \frac{4}{\pi^2} I_m$, $I_{3m} = \frac{1}{9} I_{1m}$,

$$I_{5m} = \frac{1}{25} I_{1m}, I_{7m} = \frac{1}{49} I_{1m}, I_{9m} = \frac{1}{81} I_{1m}, I_{11m} = \frac{1}{121} I_{1m},$$

Musíme tedy přenášet prvních pět (popř. prvních šest) lichých harmonických složek.

d) Při vyjádření pomocí časové souřadnice roste proud v první polovině periody podle vztahu

$$i = \frac{2I_m}{T} t + I_m, t \in \left(-\frac{T}{2}, 0 \right),$$

ve druhé polovině periody klesá podle vztahu

$$i = -\frac{2I_m}{T} t + I_m, t \in \left(0, \frac{T}{2} \right).$$

Podle definice efektivní hodnoty

$$I^2 = \frac{1}{T} I_m^2 \left\{ \int_{-T/2}^0 \left(\frac{2}{T} t + 1 \right)^2 dt + \int_0^{T/2} \left(-\frac{2}{T} t + 1 \right)^2 dt \right\};$$

odtud dostaneme

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{3}}.$$

e) Správná hodnota (zaokrouhlená na 5 platných číslic)
 $I = 0,577\ 35\ I_m$. Neperiodická složka $I_0 = \frac{1}{2} I_m$, základní
 harmonická složka má efektivní hodnotu $I_1 = \frac{4}{\pi^2 \sqrt{2}} I_m$.
 Soustava těchto dvou proudů má efektivní hodnotu

$$I' = I_m \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8}{\pi^4}} = 0,576\ 31\ I_m.$$

Hodnota I' je tedy asi o 0,18 % menší než hodnota správná.

5. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Máte k dispozici zrkadlo, ceruzku, biely papier a pravítko. Určte index lomu sklenenej dosky zrkadla. Meranie vykonajte aspoň dvoma rôznymi metodickými postupmi. Navrhnite princípy a postupy merania, fyzikálne ich zdôvodnite. Odvoďte potrebné vzťahy, vykonajte merania. Určte žiadanú veličinu a strednú odchylku merania. Poznámka: Pri hodnotení výsledkov sa bude brať do úvahy presnosť použitých postupov.

Riešenie:

Riešiť môžeme viacerými postupmi. Dva z nich uvádzame.

1. postup

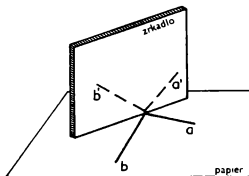
A. Princíp merania

Narysujte na papier dve navzájom kolmé polpriamky (a , b). Zrkadlo umiestnite kolmo na rovinu papiera tak, aby zrkadlový obraz jednej priamky bol pokračovaním druhej priamky (obr. 31). Pri tejto polohe zrkadla narysujeme na papieri ceruzkou čiary pozdĺž prednej aj zadnej hrany zrkadla (priamky l , m na obr. 32). Priamky l , m s priamkami a , b zvierajú uhol $\alpha = 45^\circ$. Chod lúča prostrediami vzduchu a skla vidíme na obr. 32. Bod D na obr. 32 je bodom, v ktorom sa zdánlivo predĺžené lúče a , b na papieri stretnú. Podľa obr. 32 možno pre index lomu skla zrkadla napísať

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

kde ovšem $\sin \alpha = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ a $\sin \beta = \frac{AD'}{AB}$.

K výpočtu indexu lomu potrebujeme teda určiť dĺžku



Obr. 31

zrkadlo tak, aby predná hrana splývala s priamkou nakreslenou pozdĺž zadnej hrany a postup niekoľkokrát opakujeme. Ak máme dostatočne zahrotenú ceruzku, možno týmto spôsobom zvýšiť presnosť merania danú možnosťami odčítania zo stupnice dĺžkového meradla.

Dĺžku úsečky BD možno určiť obdobným spôsobom tak, že v bode B nakreslíme polpriamky rovnobežné s priamkami a, b , pričom tento postup niekoľkokrát opakujeme.

C. Výsledky riešenia sú zostavené v tabuľke 9.

Tabuľka 9.

k	$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{BD}{\text{mm}}$	$\frac{d - BD}{\text{mm}}$	n_k	$\Delta n_k =$ $= n_p - n_k$
1	6,0	2,9	3,1	1,54	-0,03
2	5,9	2,8	3,1	1,52	-0,01
3	5,8	2,6	3,2	1,46	0,05
4	5,8	2,8	3,0	1,54	-0,03
5	5,9	2,6	3,3	1,45	0,06
6	5,9	2,8	3,1	1,52	-0,01
7	6,0	2,8	3,2	1,50	0,01
8	5,9	2,8	3,1	1,52	-0,01
9	6,0	2,9	3,1	1,54	-0,03
10	5,9	2,8	3,1	1,52	-0,01

Priemerná hodnota $n_p = 1,51$.

Stredná odchylka

$$\delta_k = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{10} (n_p - n_k)^2}{k(k-1)}} \doteq 0,01.$$

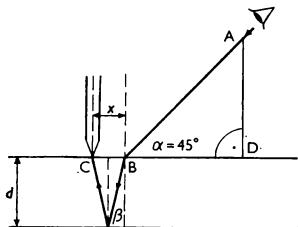
$$n \doteq 1,51 \pm 0,01$$

Relatívna odchylka je asi 0,7 %.

2. postup

A. Princíp merania

Preložme papier v polovici na dve časti a položme na stôl tak, aby časť BD ležala v rovine zrkadla a druhá časť DA bola na ňu kolmá, $BD = AD$. Ceruzku kolmo postavenú



Obr. 33

na rovinu zrkadla posúvajte dovtedy, kým spozorujeme body A , B , C podľa obr. 33 v tom istom mieste. Z obrázku možno pre index lomu n napísať

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

pričom

$$\sin \beta = \frac{x}{2 \sqrt{d^2 + \frac{x^2}{4}}},$$

$$\sin \alpha = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Po dosadení

$$n = \frac{\sin \alpha \sqrt{4d^2 + x^2}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(\frac{2d}{x}\right)^2 + 1}.$$

Vzdialenosti x , d možno merať priloženým pravítkom.

B. Postup merania

Postup vyplýva z navrhnutého princípu. Pre trojuholník ABD je výhodné zostrojiť papierový trojboký hranol, aby sa zachovali uhly hranola.

Výsledky niekoľkých meraní je potrebné zaznačiť do tabuľky.

C. Výsledky merania sú zostavené v tabuľke 10.

Tabuľka 10.

k	$\frac{x}{\text{mm}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	n_k	$\Delta n_k =$ $= n_p - n_k$
1	5,5	5,8	1,65	-0,14
2	7,0	5,8	1,37	0,14
3	6,5	5,8	1,45	0,06
4	6,2	5,6	1,46	0,05
5	6,0	5,9	1,56	-0,05
6	6,0	5,8	1,54	-0,03
7	6,2	5,8	1,50	0,01
8	6,0	5,8	1,54	-0,03
9	6,2	5,8	1,50	0,01
10	6,5	5,6	1,49	0,02

Priemerná hodnota $n_p = 1,51$.

Stredná odchylka

$$\delta_k = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{10} (n_p - n_k)^2}{k(k-1)}} \doteq 0,02$$

$$n \doteq 1,51 \pm 0,03.$$

Treba však uvážiť odchylku odčítania dĺžok pomocou milimetrového pravítka, ktorého najmenší dielok je 0,5 mm. Odhadom nájdeme, že táto odchylka môže byť 0,3 mm, čiže presnosť je asi $\pm 0,25$ mm, čo pri rozmeroch zhruba 6 mm dáva relatívnu odchylku asi 4 %.

Pre meranie to konkrétne znamená výsledok

$$n = 1,51 \pm 0,09.$$

2 Úlohy kategórie B

Úlohy a řešení recenzovali doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., RNDr. Ivo Volf a Mojmír Simerský.

a) První kolo soutěže

Úlohy č. 1 až 6 navrhol doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., úlohu č. 7 Mojmír Simerský.

1. úloha

Ocelové uzavreté kontajnery majú hrúbku steny d a v ich okolí je vákuum. Určte medzné hodnoty tlaku plynu v kontajneroch, aby nedošlo k ich mechanickému porušeniu. Prípustná medzná hodnota napätia ocele je σ_d .

Úlohu riešte pre dva prípady:

a) Kontajner má tvar guľe s vnútorným polomerom R .

b) Kontajner má tvar valca s polomerom R .

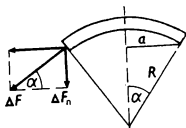
V oboch prípadoch predpokladajte $R \gg d$. Dve bočné steny valcového kontajnera vydržia väčší tlak v porovnaní s plášťovou stenou valca.

Úlohu riešte pomocou rovnováhy síl pôsobiacich na element steny kontajnera.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $R = 0,80$ m, $d = 4,0$ mm, $\sigma_d = 6,1 \cdot 10^8$ Pa.

Riešenie:

Napätie σ v stene kontajnera je príčinou vzniku pružnej sily F_n , ktorá kompenzuje tlakovú silu F_{t1} plynu na stenu kontajnera.



Obr. 34

a) Pre kruhový výrez steny guľového kontajnera (obr. 34) pri normálovom napätí σ platí $\Delta F = \sigma d \Delta s$, kde Δs je element dĺžky kruhového výrezu. Normálová zložka ΔF_n tejto sily je

$$\Delta F_n = \Delta F \sin \alpha = \sigma d \Delta s \sin \alpha.$$

Celková normálová sila pružnosti pôsobiaca na výrez je

$$F_n = \sigma d \sin \alpha (\Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots) = \sigma d \sin \alpha \cdot 2\pi a = 2\pi \sigma d R \sin^2 \alpha,$$

ak uhol α je malý.

Táto sila je kompenzovaná tlakovou silou F_{t1} plynu

$$F_{t1} = \pi a^2 p = \pi R^2 p \sin^2 \alpha.$$

V rovnováhe je $F_n = F_{t1}$ a z toho

$$p = 2 \sigma \frac{d}{R}.$$

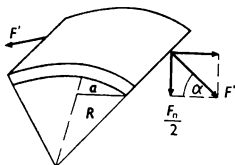
Tlak plynu v guľovom kontajneri môže dosiahnuť hodnotu

$$p_1 = 2 \sigma_d \frac{d}{R} \doteq 6 \text{ MPa}.$$

b) Pre axiálny výrez z valcového kontajnera s normálovým napätím σ v stene platí (obr. 35) $F' = \sigma dl$. Výslednica z oboch strán pôsobiacich síl F' je

$$F_n = 2 F' \sin \alpha = 2 \pi \sigma dl \sin \alpha,$$

kde l je dĺžka valca.



Obr. 35

Tlaková sila pôsobiaca na axiálny výrez

$$F_{t1} = p \cdot S = p \cdot 2 al = 2 plR \sin \alpha.$$

V rovnováhe $F_n = F_{t1}$; z toho úpravou dostaneme

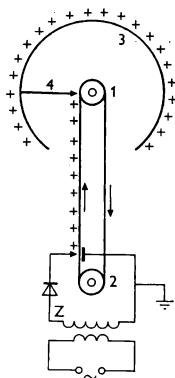
$$p = \sigma \frac{d}{R}.$$

Tlak plynu vo valcovom kontajneri môže dosiahnuť najväčšiu hodnotu

$$p_2 = \sigma_d \frac{d}{R} = \frac{p_1}{2} \doteq 3 \text{ MPa}.$$

2. úloha

Na obr. 36 je model van de Graafovho generátora. Pomocou elektrického zdroja Z sa zelektrizuje dielektrický pás (guma, textil) pohybujúci sa vo vyznačenom smere na dvoch otá-



Obr. 36

čajúcich sa valcoch 1, 2. Vysokonapäťová guľová elektróda 3 generátora sa zelektrizuje kladne pomocou sústavy kovových hrotov 4, ktoré sú s ňou vodive spojené. Polomer vysokonapäťovej elektródy generátora je R , rýchlosť pohybu dielektrického pásu v , šírka pásu d . Generátor sa nachádza vo vzduchu, kde intenzita elektrického poľa potrebná k vzniku priarazu vzduchu je E_p .

a) Vysvetlite vznik vysokého napätia medzi elektródou van de Graafovho generátora a zemou pomocou pohybu častíc s elektrickým nábojom od zdroja Z až po vysokonapäťovú elektródu.

b) Určte najväčší elektrický potenciál V_m vzhľadom na zem, ktorý môže získať vysokonapäťová elektróda generátora.

c) Opíšte použitie van de Graafovho generátora ako zdroja prúdu.

d) Určte najväčší ustálený prúd I_m , ktorý môžeme získať z generátora za uvedených podmienok.

Pred riešením úlohy sa zoznamte s konštrukciou a činnosťou školského van de Graafovho generátora.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $R = 1,0 \text{ m}$, $v = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $d = 0,80 \text{ m}$, $E_p = 3 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

Intenzita E elektrického poľa rovinatej dosky s plošnou hustotou náboja σ je daná vzťahom $E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$, kde ϵ_0 je permitivita vákua.

Riešenie:

a) Zdroj Z elektrickým poľom medzi svojimi elektródami odoberá elektróny z povrchu dielektrického pásu, ktorý sa zelektrizuje kladne. Z kovových hrotov vysokonapäťovej elektródy prechádzajú elektróny na dielektrický pás.

b) Najväčší potenciál V_m vysokonapäťovej elektródy generátora je určený dosiahnutím prieraznej intenzity elektrického poľa na jej povrchu: $V_m = E_p \cdot R$.

c) Prúd prechádza spotrebičom, ak je spotrebič pripojený k vysokonapäťovej elektróde 3 podľa obr. 37. Elektrický obvod je uzavretý cez zem.



Obr. 37

d) Najväčší prúd I_m , ktorý možno získať z generátora, je daný rýchlosťou pásu a medznou intenzitou jeho elektrického poľa.

Tento prúd je

$$I_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta (\sigma_p ds)}{\Delta t} = \sigma_p d \frac{\Delta s}{\Delta t} = 2 \varepsilon_0 E_p d v,$$

kde σ_p je najväčšia hustota náboja na dielektrickom pásu, ktorá zodpovedá prirazenej intenzite E_p , Δs je dĺžka, o ktorú sa pás posunie za dobu Δt .

Pre zadané hodnoty: $V_m = 3 \text{ MV}$, $I_m \doteq 0,64 \text{ mA}$.

3. úloha

Kondenzátor s kapacitou C je spojený do série s elektrickým zdrojom s napätím U_e a s rezistorom. Dosky kondenzátora k sebe priblížime na polovicu ich pôvodnej vzdialenosti.

a) Opíšte a vysvetlite dej, ktorý sa uskutoční v tomto obvode, ak dosky kondenzátora približujeme k sebe pomaly, napr. za dobu niekoľkých minút. Určte teplo Q_1 , ktoré vznikne v rezistore pri tomto deji.

b) Opíšte a vysvetlite dej, ktorý sa uskutoční v tomto obvode, ak dosky kondenzátora priblížime k sebe veľmi rýchlo, takmer okamžite. Určte teplo Q_2 , ktoré vznikne v rezistore.

c) Porovnajte hodnoty Q_1 , Q_2 a výsledok zdôvodnite.

d) Doba približovania dosiek je Δt , rezistor má odpor R . Určte podmienky pre vznik dejov v úlohách a), b).

e) Určte, ktorý z dejov v úlohách a), b) sa uskutoční v obvode, ak $R = 200 \text{ M}\Omega$, $C = 100 \text{ nF}$, $\Delta t = 0,1 \text{ s}$.

Riešenie:

Predpokladáme, že na začiatku deja je kondenzátor nabitý, má napätie U_e a náboj $q = CU_e$, napätie na rezistore je nulové.

a) Posúvaním dosiek kondenzátora k sebe sa zväčšuje

kapacita kondenzátora z pôvodnej hodnoty C na hodnotu $2C$. Obvodom prechádza prúd, ktorým kondenzátor postupne získava ďalší náboj

$$q_1 = U_e \Delta C = U_e C.$$

Zdroj s napätím U_e vykoná pritom elektrickú prácu

$$W_1 = U_e q_1 = U_e^2 C.$$

Energia kondenzátora sa zmenila z pôvodnej hodnoty

$$\frac{1}{2} C U_e^2 \text{ na hodnotu } C U_e^2, \text{ t.j. o } \Delta E_1 = \frac{1}{2} C U_e^2.$$

K určení tepla v rezistore potrebujeme ešte stanoviť prácu W_e sil elektrického poľa pri posunutí dosiek kondenzátora. Táto práca, pri dodržaní podmienok úlohy (veľmi pomalý posun dosiek kondenzátora), je však rovnaká ako práca, ktorú vykonajú sily elektrického poľa pri priblížení dosiek kondenzátora na polovicu pôvodnej vzdialenosti.

$$W_e = U_e q_1 - \left(C U_e^2 - \frac{1}{2} C U_e^2 \right) = \frac{1}{2} C U_e^2,$$

kde $U_e q_1 = C U_e^2$ je práca zdroja napätia,

$$C U_e^2 - \frac{1}{2} C U_e^2 \text{ je zmena energie kondenzátora.}$$

Potom $Q_1 = W_1 - \Delta E_1 - W_e = 0 \text{ J}$.

b) Ak posunutie dosiek kondenzátora k sebe je tak rýchle, že zmena náboja kondenzátora je zanedbateľná, potom medzi doskami kondenzátora sa napätie zmení z U_e na

$$U = \frac{q}{2C} = \frac{1}{2} \frac{q}{C} = \frac{1}{2} U_e$$

a vzniknutým rozdielom elektrického napätia postupne prechádza ďalší náboj q_2 na kondenzátor.

Pretože koncový náboj je $2 C U_e$, je

$$q_2 = 2 C U_e - C U_e = C U_e = q_1 = q.$$

Zdroj napätia pritom vykoná prácu

$$W_2 = U_e q_2 = U_e^2 C = W_1.$$

Kondenzátor má kapacitu C . Na začiatku deja má napätie $\frac{U_e}{2}$, na konci deja má napätie U_e . Jeho energia sa pritom zmení z hodnoty

$$\frac{1}{2} \cdot 2 C \left(\frac{U_e}{2} \right)^2 = \frac{CU_e^2}{4}$$

na hodnotu

$$\frac{1}{2} \cdot 2 CU_e^2 = CU_e^2,$$

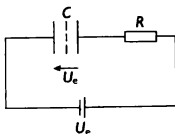
t. j. o

$$\Delta E_2 = CU_e^2 - \frac{CU_e^2}{4} = \frac{3}{4} CU_e^2.$$

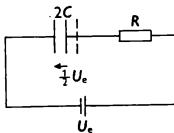
Tepló, ktoré vznikne v rezistore, je

$$Q_2 = W_2 - \Delta E_2 = \frac{1}{4} CU_e^2.$$

c) Rozdiel medzi hodnotami Q_1 a Q_2 je spôsobený tým, že v prvom prípade nastala zmena kapacity kondenzátora z hodnoty C na hodnotu $2C$ pri stálom napätí U_e medzi doskami kondenzátora a v druhom prípade pri zmene napä-



Obr. 38



Obr. 39

tia z hodnoty $\frac{U_c}{2}$ na hodnotu U_c . V prvom prípade prechádzal obvodom prúd počas celého deja približovania dosiek, v druhom prípade začal prechádzať až po priblížení dosiek. V podstate začiatkové podmienky oboch dejov boli rôzne, čo je znázornené na obr. 38 pre prvý dej a na obr. 39 pre druhý dej.

d) Rýchlosť priebehu prechodných javov (nabíjanie a vybíjanie kondenzátora kapacity C pres rezistor s odporom R) je charakterizovaná časovou konštantou $\tau = RC$; môžeme si predstaviť, že dej je ukončený za dobu 3τ až 5τ . Aby prebehol dej popísaný v časti a), musí byť doba Δt približovania dosiek ďaleko väčšia v porovnaní s časovou konštantou obvodu $R-C$, t. j. $\Delta t \gg RC$. Podmienka vzniku 2. deja je $\Delta t \ll RC$.

e) Vzhľadom na to, že

$$\Delta t = 0,1 \text{ s} \ll 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ F} \cdot 2 \cdot 10^8 \Omega = 20 \text{ s},$$

sa uskutoční v obvode 2. dej.

4. úloha

Tuhé teleso s hmotnosťou m je uložené tak, že sa môže otáčať bez trenia okolo horizontálnej osi, ktorej vzdialenosť od ťažiska telesa je d . Moment zotrvačnosti telesa vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom, rovnobežnú s osou otáčania telesa, je I_0 . Teleso vychýlime zo stálej rovnovážnej polohy o malý uhol φ . Potom teleso uvoľníme.

a) Aký pohyb bude konať teleso po uvoľnení?

b) Napíšte základnú pohybovú rovnicu pre teleso, ktorá vyjadruje vzťah medzi uhlovým zrýchlením telesa a momentom vonkajších síl pôsobiacich na teleso.

c) Určte dobu kmitu T telesa, ak o veľkosti uhla φ môžeme predpokladať $\sin \varphi \doteq \varphi$.

d) Určte, v akej vzdialenosti d_1 má byť os otáčania telesa

od ťažiska, aby perióda jeho harmonických kmitov bola najmenšia. Určte túto dobu kmitu T_1 .

e) Dokážte, že v tuhom telese jestvujú všeobecne najviac dve rôzne vzdialenosti d_1, d_2 ťažiska od dvoch rovnobežných osí, pre ktoré má teleso, ako fyzikálne kyvadlo, rovnakú dobu kmitu T_0 . Vykonajte diskusiu výsledku.

f) Určte periódu T_0 jednoduchého kmitavého pohybu telesa ako funkciu vzdialeností d_1, d_2 .

Odporučená študijná literatúra:

M. Chytilová: Zákon zachování momentu hybnosti, studijní text pro kategorii C v XIX. ročníku FO, škol. rok 1977/78, str. 69.

Riešenie:

a) Teleso bude konať ako fyzikálne kyvadlo jednoduchý kmitavý pohyb. Harmonický pohyb po úsečke je daný pôsobením sily $F = -ky$, kde y je okamžitá výchylka, $k = m\omega^2$ (učebnica fyziky pre SŠ). U otáčavého pohybu telesa je miesto sily F jej otáčavý účinok vzhľadom na os otáčania, t. j. jej moment vzhľadom na túto os, $M = mgd \sin \varphi$. Pre malé uhly je $M = -mgd\varphi$, t. j. $M = -K\varphi$. Pohyb je teda harmonický.

b) Moment vonkajších síl pôsobiacich na teleso

$$M = mgd \sin \varphi,$$

základná pohybová rovnica

$$I\varepsilon = M,$$

kde I je moment zotrvačnosti, ε uhlové zrýchlenie.

c) Podľa a) je $k = m\omega^2$, u otáčavého pohybu odpovedá hmotnosti m moment zotrvačnosti I , t. j. $K = I\omega^2$ a opäť podľa a) je

$$K = I\omega^2 = mgd$$

a odtiaľ

$$\omega^2 = \frac{mgd}{I}.$$

Dosadením $\omega = \frac{2\pi}{T}$ určíme

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

Podľa Steinerovej vety je $I = I_0 + md^2$ a preto

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + md^2}{mgd}}. \quad (1)$$

d) Perióda T je najmenšia, ak podiel

$$p = \frac{I_0 + md^2}{mgd} \quad (2)$$

je najmenší. Z uvedeného vzťahu vyplýva

$$d^2 - pgd + \frac{I_0}{m} = 0.$$

Najmenšiu hodnotu p_1 dosiahne podiel p vtedy, ak posledná rovnica má dvojnásobný koreň, t. j. ak diskriminant

$$D = p_1^2 g^2 - 4 \frac{I_0}{m} = 0,$$

odtiaľ

$$p_1 = \frac{2}{g} \sqrt{\frac{I_0}{m}}.$$

Vtedy, podľa (2) pre $p = p_1$

$$d_1 = \sqrt{\frac{I_0}{m}}.$$

Doba kmitu, podľa (1) pre $d = d_1$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2}{g} \sqrt{\frac{I_0}{m}}}.$$

e) Úpravou vzťahu

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + md^2}{mgd}}$$

dostaneme pre neznámu veličinu d kvadratickú rovnicu

$$d^2 - \frac{gT_0^2}{4\pi^2}d + \frac{I_0}{m} = 0$$

a dva korene

$$d_1 = \frac{gT_0^2}{8\pi^2} + \sqrt{\frac{g^2T_0^4}{64\pi^4} - \frac{I_0}{m}}, \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{gT_0^2}{8\pi^2} - \sqrt{\frac{g^2T_0^4}{64\pi^4} - \frac{I_0}{m}}. \quad (4)$$

Riešenia majú fyzikálny zmysel, ak

$$\frac{g^2T_0^4}{64\pi^4} > \frac{I_0}{m}.$$

f) Sčítaním (3) a (4) a úpravou dostaneme

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{g}}.$$

5. úloha

Na vodorovnom stole, ktorý sa otáča okolo zvislej osi prechádzajúcej jeho stredom, sú dve koľajničky, ktorých pozdĺžna os je radiálna. Po koľajničkách sa môže pohybovať vozíček s hmotnosťou m , zanedbateľných rozmerov, ktorý je na jednej strane priviazaný na vlákno rovnobežne s koľajničkami. Vlákno prechádza na kladku uchytenú v strede stola. Na tejto kladke prechádza vlákno do zvislého smeru nad stôl. Voľný koniec držíme rukou.

Stôl sa otáča s uhlovou rýchlosťou ω_0 , začiatočná vzdialenosť vozíčka od osi otáčania je r_0 .

Moment zotrvačnosti samotného stola vzhľadom na os jeho otáčania je I_0 .

Rukou potiahneme niť tak, že vozík sa premiestni do novej polohy vo vzdialenosti r_1 od osi otáčania, $r_1 < r_0$.

a) Určte uhlovú rýchlosť ω_1 sústavy pri novej polohe vozíčka.

b) Určte prácu W , ktorú vykoná sila ťahajúca niť pri pohybe vozíčka z pôvodnej do novej polohy.

c) Ak niť uvoľníme, vozík sa začne pohybovať po koľajničkách od osi otáčania. Určte rýchlosť v , ktorú vozíček nadobudne vo vzdialenosti r_0 od osi otáčania, vo vzťažnej sústave spojennej so stolom.

Sily trenia pri otáčaní stola a pri pohybe vozíčka po koľajničkách sú zanedbateľné. Vozíček má rozmery ďaleko menšie v porovnaní s hodnotami r_0 , r_1 . Vlákno má stálu dĺžku.

Riešenie:

a) Zo zákona zachovania momentu hybnosti

$$(I_0 + mr_0^2) \omega_0 = (I_0 + mr_1^2) \omega_1,$$

z toho

$$\omega_1 = \frac{I_0 + mr_0^2}{I_0 + mr_1^2} \omega_0.$$

Sila pôsobiaca v radiálnom smere nespôsobuje zmenu momentu hybnosti.

b) Nastáva len zmena kinetickej energie sústavy

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2} (I_0 + mr_1^2) \omega_1^2 - \frac{1}{2} (I_0 + mr_0^2) \omega_0^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \omega_0^2 \frac{I_0 + mr_0^2}{I_0 + mr_1^2} (r_0^2 - r_1^2). \end{aligned} \quad (1)$$

Rovnako veľká je práca W , ktorú vykoná sila ťahajúca niť.

c) Vo vzťažnej sústave spojennej s otáčajúcim sa stolom má vozík kinetickú energiu $\frac{1}{2} m v^2$, ktorá je rovnako veľká

ako ΔE_k podľa (1). Z tejto rovnosti nájdeme

$$v = \omega_0 \sqrt{\frac{I_0 + mr_0^2}{I_0 + mr_1^2} (r_0^2 - r_1^2)}.$$

6. úloha

Experimentálne určte závislosť $I_m = f(d)$ najmenej hodnoty I_m prúdu, pri ktorom nastáva tavenie valcového drôtu z daného materiálu, od priemeru d drôtu.

Pomôcky:

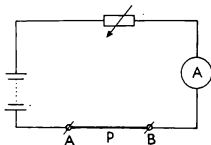
Výkonnejší zdroj elektromotorického napätia s možnosťou regulácie napätia, sústava drôtov z určitého materiálu, napr. z medi, rôzneho priemeru, ampérmeter, mikrometer.

Navrhnete postup merania a zapojenie elektrického obvodu. Pripravte si vhodné tabuľky. Vykonajte merania, zostrojte vhodný graf, určte matematický vzťah pre funkciu $I_m = f(d)$. Zistenú funkciu fyzikálne zdôvodnite.

Riešenie:

Pre určenie žiadanej funkcie $I_m = f(d)$ použijeme nasledovný postup:

1. Zostavíme obvod podľa obr. 40 (Z - zdroj napätia, rezistor s plynule premenným odporom $R = 11,5 \, \Omega$, $I = 5,0 \, A$, A - ampérmeter, p - drôt).



Obr. 40

2. Pripravíme si drôty s rovnakou dĺžkou z toho istého materiálu a s rôznymi priermi. Odmeriame priemery drôtov a zapíšeme ich do tabuľky.

3. Postupne zachytíme drôty rôznych priemerov medzi svorky A a B obvodu a v každom prípade odmeriame prúd I_m , pri ktorom nastáva tavenie drôtu. Hodnoty prúdov zapíšeme do tabuľky.

4. K predpokladanej funkcii typu $I_m = kd^a$ zostrojíme jej graf v logaritmických súradniciach.

5. Určíme funkciu $I_m = f(d)$.

6. Teoreticky zdôvodníme získanú závislosť.

Prevedenie:

1. Zostavili sme elektrický obvod podľa schémy na obr. 40.

2. Pre určenie uvedenej funkcie sme použili drôty z medi. Po odstránení lakovej izolačnej vrstvy drôtu sme mikrometrom odmerali ich priemery a zaznamenali ich do tabuľky.

3. Postupne sme uchytili drôty rôznych priemerov medzi svorky A a B obvodu. V každom prípade sme zvyšovali prúd a zaznamenali do tabuľky tú hodnotu I_m prúdu, pri ktorej nastalo tavenie drôtu.

4. Predpokladáme, že funkcia $I_m = f(d)$ je algebraická funkcia typu

$$I_m = kd^a, \quad (1)$$

kde k , a pre drôty z daného materiálu sú konštanty. Je vhodné z tabuľkových hodnôt prúdu I_m a priemeru d drôtu zostrojiť graf v súradniciach $x = \log \{d\}$, $y = \log \{I_m\}$, lebo platí

$$\begin{aligned} \log \{I_m\} &= a \log \{d\} + \log \{k\}, \\ y &= ax + b. \end{aligned} \quad (2)$$

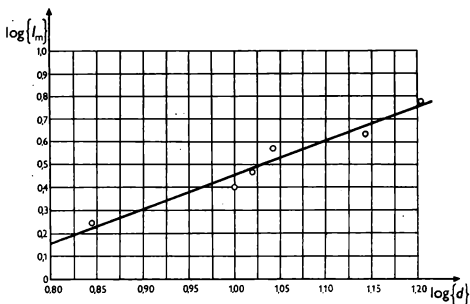
Funkcia (2) je analytickou rovnicou priamky.

Výsledky merania sú zostavené na tabuľke 11, graf funkcie (2) je na obr. 41.

5. Z grafu na obr. 41 vidíme, že funkcia $y = f(x)$ je

Tabulka 11.

č.	$\frac{d}{10^{-2} \text{ mm}}$	$\frac{I_m}{A}$	$\log \{d\}$	$\log \{I_m\}$
1	7,0	1,85	0,845	0,267
2	10,0	2,50	1,000	0,400
3	10,5	2,90	1,021	0,462
4	11,0	3,80	1,041	0,580
5	13,0	4,20	1,114	0,623
6	16,0	6,10	1,204	0,785



Obr. 41

skutočne lineárna. Predpoklad o type funkcie $I_m = f(d) = kd^a$ sa potvrdil ako správny.

Konštanty určíme z grafu na obr. 41. Zvolíme napr. body (0,80; 0,15) a (1,20; 0,75). Z rovníc

$$0,15 = a \cdot 0,8 + \log \{k\},$$

$$0,75 = a \cdot 1,2 + \log \{k\}$$

dostaneme

$$a \doteq 1,5; \log \{k\} \doteq -1,05; k \doteq 0,089 \text{ A} \cdot \text{mm}^{-1,5}.$$

Funkcia $I_m = f(d)$ bude mať tvar

$$I_m = kd^{1,5}, \text{ kde } k = 8,9 \cdot 10^{-2} \text{ A} \cdot \text{mm}^{-1,5}.$$

6. Pr prechode elektrického prúdu drôtom sa drôt zahrieva a odovzdáva teplo okolitému prostrediu. Označme podiel tepla Q odovzdaného drôtom do okolitého prostredia za čas t a časom t pojmom »tepelný výkon drôtu« P_2

$$P_2 = \frac{Q}{t}.$$

Pri určitom stálom elektrickom prúde sa teplota vodiča ustálila na takej hodnote, pri ktorej elektrický príkon P_1 drôtu sa rovná tepelnému výkonu P_2 drôtu, t. j. $P_1 = P_2$. Tento vzťah medzi veličinami P_1 , P_2 platí až do teploty tavenia drôtu. Výmena tepla medzi drôtom a okolitým prostredím sa uskutočňuje vedením a žiarením.

Pri výmene tepla vedením je tepelný výkon drôtu $P_v = k_1 S (T - T_0)$ a pri výmene žiarením je podľa Stefanovho-Boltzmannovho zákona $P_z = k_2 S (T^4 - T_0^4)$ a preto

$$P_2 = k_1 S (T - T_0) + k_2 S (T^4 - T_0^4),$$

kde k_1 , k_2 sú konštanty závislé od materiálu drôtu a okolitého prostredia a od kvality povrchu drôtu; T je teplota drôtu, T_0 teplota okolitého prostredia, S obsah plochy povrchu drôtu.

Pri meraní použijeme valcové drôty s rovnakou dĺžkou l , z toho istého materiálu s merným elektrickým odporom ϱ a s rôznymi priermi d . Vtedy platí $P_1 = P_2$, ak

$$\frac{4 \varrho l}{\pi} \frac{I^2}{d^2} = \pi d l [k_1 (T - T_0) + k_2 (T^4 - T_0^4)].$$

Ak zväčšujeme prúd I v drôte, zvyšuje sa podľa posledného vzťahu aj jeho teplota T až na teplotu tavenia T_t , kedy platí

$$\frac{4}{\pi} \frac{\rho l}{d^2} \frac{I_m^2}{d^2} = \pi d l [k_1 (T_t - T_0) + k_2 (T_t^4 - T_0^4)].$$

Z predchádzajúceho vzťahu plynie

$$I_m^2 = k_3 d^3, \text{ t. j. } I_m = k d^{1,5},$$

kde

$$k_3 = \frac{\pi^2}{4 \rho} [k_1 (T_t - T_0) + k_2 (T_t^4 - T_0^4)], \quad k = \sqrt{k_3}.$$

Tým sme experimentálne zistenú funkciu $I_m = k d^{1,5}$ fyzikálne zdôvodnili.

7. úloha

Dva zdroje o elektromotorických napätích U_{e1} , U_{e2} a vnitřních odporech R_{i1} , R_{i2} jsou zapojeny v síti podle obr. 42. V pravé větvi je zdroj (akumulátorová baterie) o elektromotorickém napětí U_{ez} a vnitřním odporu R_{iz} .

a) Stanovte proud I , který prochází touto větví. Výsledek vyjádřete pomocí zadaných veličin.

Při řešení použijte nejprve poučku Millmanovu, potom poučku Théveninovu.

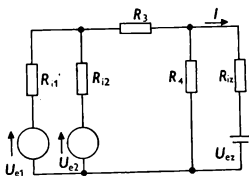
Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty $U_{ez} = 12,0 \text{ V}$, $R_{iz} = 1,00 \, \Omega$, $R_{i1} = 2,00 \, \Omega$, $R_{i2} = 0,500 \, \Omega$, $R_3 = 1,00 \, \Omega$, $R_4 = 24,0 \, \Omega$, $U_{e1} = 15,0 \text{ V}$, $U_{e2} = 18,0 \text{ V}$.

b) Pomocí diskuse obecného výsledku stanovte, za jakých podmínek prochází zdrojem o elektromotorickém napětí U_{ez} proud ve směru vyznačeném na obr. 42.

c) Jak se změní výsledky úloh a), b), jestliže v síti není rezistor o odporu R_4 ?

d) Jak se změní výsledky úloh a), b), jestliže v síti není rezistor o odporu R_4 a odpor R_{iz} je zanedbatelný?

Studijní text: Simerský, M.: Teoremy při řešení elektrických obvodů (tisk ÚVFO).



Obr. 42

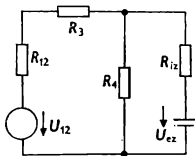
Řešení:

a) Podle poučky Millmanovy nahradíme oba zdroje jedním. Pro jeho elektromotorické napětí U_{12} a vnitřní odpor R_{12} platí

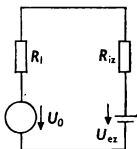
$$U_{12} = \frac{U_{e1}R_{12} + U_{e2}R_{11}}{R_{11} + R_{12}}, \quad R_{12} = \frac{R_{11}R_{12}}{R_{11} + R_{12}}. \quad (1)$$

Máme nyní obvod podle obr. 43, který podle Théveninovy poučky nahradíme zdrojem, pro jehož elektromotorické napětí U_0 a vnitřní odpor R_1 platí

$$U_0 = U_{12} \frac{R_4}{R_{12} + R_3 + R_4}, \quad R_1 = \frac{R_4(R_3 + R_{12})}{R_4 + R_3 + R_{12}}. \quad (2)$$



Obr. 43



Obr. 44

Danou síť tedy můžeme nahradit obvodem podle obr. 44, jímž prochází proud

$$I = \frac{U_0 - U_{ez}}{R_1 + R_{12}}.$$

Veličiny U_0 a R_1 vyjádříme pomocí (2) a (1) veličinami zadanými a po úpravě dostaneme

$$I = \frac{R_4(U_{e1}R_{12} + U_{e2}R_{11}) - U_{ez}[(R_3 + R_4)(R_{11} + R_{12}) + R_{11}R_{12}]}{R_4[R_3(R_{11} + R_{12}) + R_{11}R_{12}] + R_{12}[(R_3 + R_4)(R_{11} + R_{12}) + R_{11}R_{12}]} \quad (3)$$

pro zadané hodnoty $I \doteq 1,94$ A.

b) Označme U takové napětí U_{ez} , při němž $I = 0$:

$$U = \frac{R_4(U_{e1}R_{12} + U_{e2}R_{11})}{(R_3 + R_4)(R_{11} + R_{12}) + R_{11}R_{12}}$$

Potom při $U_{ez} < U$ je $I > 0$ A, proud prochází ve směru vyznačeném na obr. 42.

c) Pro $R_4 \rightarrow \infty$ má (3) limitu

$$I' = \frac{U_{e1}R_{12} + U_{e2}R_{11} - U_{ez}(R_{11} + R_{12})}{(R_3 + R_{12})(R_{11} + R_{12}) + R_{11}R_{12}}, \quad (4)$$

pro zadané hodnoty $I' = 2,25$ A.

Lze ovšem řešit stejně jako úlohu a) pomocí sítě na obr. 42, v níž je vynechán rezistor o odporu R_4 .

Označíme

$$U' = \frac{U_{e1}R_{12} + U_{e2}R_{11}}{R_{11} + R_{12}};$$

pak je diskuse obdobná jako v úloze b), pouze místo U musíme uvažovat U' .

d) Dosazením $R_{12} = 0 \Omega$ dostaneme z (4)

$$I'' = \frac{U_{e1}R_{12} + U_{e2}R_{11} - U_{ez}(R_{11} + R_{12})}{R_3(R_{11} + R_{12}) + R_{11}R_{12}},$$

pro zadané hodnoty $I'' \doteq 3,86$ A.

Diskuse je stejná jako v úloze c).

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. Ivo Volf)

Obdélníková deska o hmotnosti M plove v klidné vodě. Na desce sedí žába, jejíž hmotnost označíme m . Žába vyskočí a dopadne na desku ve vzdálenosti l . Tření mezi deskou a vodou je velmi malé, ke změně ponoru desky při skoku žáby nepřihlížíme, odpor vzduchu neuvažujeme.

a) Určete velikost rychlosti v žáby při výskoku, jestliže žába vyskočí pod úhlem α .

b) Při jakém úhlu výskoku má rychlost v nejmenší velikost $v_{\min}$? Stanovte $v_{\min}$.

c) K jaké hodnotě se blíží $v_{\min}$ pro $\frac{m}{M} \rightarrow 0$?

Řešte nejprve obecně, potom úlohy b) a c) pro $l = 0,60$ m,

$$1) \frac{M}{m} = 5, \quad 2) \frac{M}{m} = 100.$$

Řešení:

a) Označíme α úhel, v němž žába vyskočí. Rychlost v má ve vodorovném směru složku $v \cos \alpha$, jejíž směr budeme považovat za kladný; rychlost desky v tomto směru je $-v_d$. Podle zákona zachování hybnosti

$$mv \cos \alpha - Mv_d = 0. \quad (1)$$

Trajektorii žáby při skoku pokládáme za trajektorii při šikmém vrhu, tzn. za parabolickou.

Skok trvá dobu t , pro kterou platí

$$t = \frac{2v \sin \alpha}{g}. \quad (2)$$

Za tuto dobu se deska posune v záporném směru o délku

$$l_d = v_d t, \quad (3)$$

délka skoku žáby je $l - l_d$, takže

$$vt \cos \alpha = l - l_d. \quad (4)$$

Ze soustavy rovnic (1), (2), (3), (4) vyjádříme

$$v = \sqrt{\frac{gl}{\left(1 + \frac{m}{M}\right) \sin 2\alpha}}.$$

b) Rychlost v má nejmenší velikost $v_{\min}$ pro $\sin 2\alpha = 1$, tedy pro $\alpha = 45^\circ$. Potom

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gl}{1 + \frac{m}{M}}} = \sqrt{\frac{Mgl}{M + m}}.$$

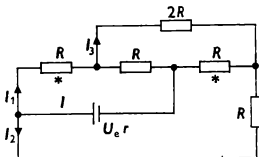
Pro zadané hodnoty a $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$: $v_{\min 1} \doteq 2,21 \text{ m.s}^{-1}$, $v_{\min 2} \doteq 2,41 \text{ m.s}^{-1}$.

c) V tomto případě se $v_{\min}$ blíží hodnotě $v'_{\min} = \sqrt{lg} \doteq 2,42 \text{ m.s}^{-1}$.

2. úloha (navrhl Jaroslav Honner)

Soustava pěti rezistorů podle obr. 45 je připojena ke zdroji elektromotorického napětí U_e , jehož vnitřní odpor je r .

a) Určete proudy I , I_1 , I_2 , I_3 .



Obr. 45

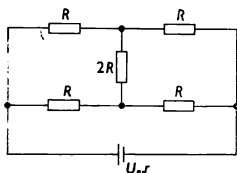
b) Rezistory označené v obrázku hvězdičkami nahradíme rezistory o odporu nR . Jaké jsou nyní proudy I' , I'_1 , I'_2 , I'_3 ?

c) Jak se změní řešení úloh a), b), jestliže rezistor o odporu $2R$ nahradíme rezistorem o odporu $3R$?

Řešte obecně, potom pro $U_e = 10 \text{ V}$, $R = 9,0 \, \Omega$, $r = 1,0 \, \Omega$, $n = 2$.

Řešení:

a) Obvod překreslíme do souměrného tvaru podle obr. 46. Zjišťujeme, že jde o vyvážený můstek, v jehož příčné větvi



Obr. 46

je rezistor o odporu $2R$. Na této větvi tedy není napětí, rezistor můžeme buď vynechat, nebo jej nahradit zkratem. V obou případech zjistíme, že soustava má odpor R , takže

$$I = \frac{U_e}{R + r} = 1,0 \text{ A}, \quad I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 0,5 \text{ A}, \quad I_3 = 0 \text{ A}.$$

b) Můstek je i v tomto případě vyvážen, celkový odpor soustavy

$$R' = \frac{n+1}{2} R = \frac{3}{2} R = \frac{27}{2} \, \Omega,$$

$$I' = \frac{2 U_e}{2r + (n+1)R} = \frac{20}{29} \text{ A},$$

$$I'_1 = I'_2 = \frac{I'}{2} = \frac{10}{29} \text{ A}, \quad I'_3 = 0 \text{ A}.$$

c) Řešení se nezmění, protože jde o rezistor v příčné větvi vyváženého můstku.

3. úloha (navrhol RNDr. Rastislav Baník)

Rovnorodá tyč s hmotností m a délkou d sa môže otáčať v zvislej rovine okolo vodorovnej osi prechádzajúcej jej koncovým bodom. Tyč vychýlime z rovnovážnej polohy o uhol α a uvoľníme. Koncový bod tyče má v rovnovážnej polohe rýchlosť $\mathbf{v}$. Potom na dolný koniec tyče upevníme veľmi malé teliesko s hmotnosťou m_1 . Po vychýlení tyče s telieskom a po jej uvoľnení má koncový bod tyče v rovnovážnej polohe rýchlosť $\mathbf{v}_1$.

a) Určte veľkosti rýchlostí $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_1$ a porovnajte ich.

b) V akom intervale sa mení veľkosť rýchlosti $\mathbf{v}_1$, ak sa mení podiel $\frac{m_1}{m}$ v intervale $\langle 0; \infty \rangle$? Určte veľkosť $v_{1\max}$ najväčšej rýchlosti a $v_{1\min}$ najmenšej rýchlosti $\mathbf{v}_1$.

c) Na ktorom mieste tyče treba upevniť teliesko s hmotnosťou m_1 , aby rýchlosť $v'_1 = \frac{1}{2} v$? Urobte diskusiu.

Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty $d = 2,0$ m, $m = 1,0$ kg, $m_1 = 0,50$ kg, $\alpha = 60^\circ$. V úlohe c) napíšte najprv všeobecnú rovnicu a ďalej ju vyriešte len pre zadané číselné hodnoty.

Moment zotrvačnosti tyče v našom prípade $I = \frac{1}{3} md^2$.

Riešenie:

a) Pri vychýlení o uhol α sa zdvihne ťažisko tyče o

$$h = \frac{d}{2} (1 - \cos \alpha),$$

ťažová potenciálna energia tyče sa zväčší o

$$\Delta E_p = mg \frac{d}{2} (1 - \cos \alpha).$$

Keď tyč prechádza rovnovážnou polohou, má kinetickú energiu rotačného pohybu

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{6} m v^2,$$

ak ω je uhlová rýchlosť otáčania tyče v rovnovážnej polohe. Z rovnosti $E_k = \Delta E_p$:

$$v = \sqrt{3 g d (1 - \cos \alpha)} \doteq 5,4 \text{ m.s}^{-1}.$$

V prípade so závažím sa tiažová potenciálna energia sústavy zväčší o

$$\Delta E'_p = g d (1 - \cos \alpha) \left(\frac{m}{2} + m_1 \right),$$

moment zotrvačnosti sústavy

$$I' = \frac{1}{3} m d^2 + m_1 d^2 = d^2 \left(\frac{1}{3} m + m_1 \right),$$

kinetická energia rotačného pohybu pri priechode rovnovážnou polohou

$$E'_k = \frac{1}{2} v_1^2 \left(\frac{1}{3} m + m_1 \right).$$

Z rovnosti $E'_k = \Delta E'_p$

$$v_1 = v \sqrt{\frac{m + 2 m_1}{m + 3 m_1}} \doteq 4,8 \text{ m.s}^{-1}.$$

Pretože $m + 2 m_1 < m + 3 m_1$, je $v_1 < v$.

b) V medzných prípadoch: pre $m_1 = 0 \text{ kg}$ je $v_{1\max} = v$;

pre $m_1 \gg m$ je $v_{1\min} \approx v \sqrt{\frac{2}{3}} \doteq 0,82 v$.

c) Označme x vzdialenosť závažia od osi otáčania. Pri vychýlení sústavy sa jej tiažová potenciálna energia zväčší o

$$\Delta E''_p = g (1 - \cos \alpha) \left(\frac{m d}{2} + m_1 x \right).$$

Moment zotrvačnosti sústavy

$$I'' = \frac{1}{3} m d^2 + m_1 x^2,$$

kinetická energia rotačného pohybu pri priechode rovnovážnou polohou

$$E_k'' = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m d^2 + m_1 x^2 \right) \frac{v_1'^2}{d^2}.$$

Z rovnosti $E_k'' = \Delta E_p''$:

$$v_1' = v \sqrt{\frac{m d^2 + 2 m_1 d x}{m d^2 + 3 m_1 x^2}}.$$

V prípade $v_1' = \frac{v}{2}$ je vzdialenosť x určená kvadratickou rovnicou

$$3 m_1 x^2 - 8 m_1 d x - 3 m d^2 = 0,$$

pre zadané hodnoty

$$3 x^2 - 16 x - 24 = 0;$$

odtiaľ

$$x_1 \doteq 6,5 \text{ m}, x_2 \doteq -1,2 \text{ m}.$$

Daná úloha je neriešiteľná - závaží by sme museli pripojiť na predĺženie tyče, čo nie je možné.

4. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Máme dva zdroje, jejichž elektromotorická napätí jsou U_{e1} , U_{e2} a vnitřní odpory R_{11} , R_{12} , $U_{e1} \neq U_{e2}$, $R_{11} \neq R_{12}$.

a) Každý z obou zdrojů je připojen ke spotřebiči, který je k němu výkonově přizpůsoben. Stanovte příkony P_1 , P_2 spotřebičů a součet příkonů $P = P_1 + P_2$.

b) Zdroje jsou v baterii spojeny za sebou. K této baterii je připojen spotřebič, který je k ní výkonově přizpůsoben. Stanovte příkon P' spotřebiče.

c) Zdroje jsou spojeny v baterii vedle sebe. K této baterii je připojen spotřebič, který je k ní výkonově přizpůsoben. Stanovte příkon P'' spotřebiče.

d) Vyjádřete podíly $\frac{P}{P'}$, $\frac{P}{P''}$.

e) Dokažte, že $P \geq P'$, $P > P''$; kdy platí $P = P'$?

Poznámka:

Spotřebič je zdroji výkonově přizpůsoben, je-li příkon spotřebiče připojeného ke zdroji maximální, tj. je-li jeho odpor roven vnitřnímu odporu zdroje.

Ukážeme si to následující jednoduchou úvahou: V jednoduchém obvodu je zdroj elektromotorického napětí U_e připojen k sériově spojeným odporům R_1 a R (v ekvivalentním obvodu, v němž skutečný zdroj je nahrazen zdrojem elektromotorického napětí, k němuž je sériově připojen vnitřní odpor zdroje), R zde značí odpor spotřebiče. Obvodem prochází proud

$$I = \frac{U_e}{R_1 + R},$$

který dává do spotřebiče příkon

$$P = RI^2 = U_e^2 \frac{R}{(R_1 + R)^2}.$$

Z tohoto vztahu vyjádříme R , hodnoty U_e a R_1 považujeme za konstanty. Dostaneme kvadratickou rovnici, která má dvojnásobný kořen pro

$$P = P_{\max} = \frac{U_e^2}{4 R_1}.$$

(Je to metoda používaná běžně při zjišťování lokálních extrémů kvadratických funkcí.)

Dosazením $P = P_{\max}$ dostaneme pro odpor spotřebiče při výkonovém přizpůsobení

$$R_m = R_1.$$

Řešení:

a) Spotřebič připojený k prvnímu zdroji má při výkonovém přizpůsobení odpor R_{11} a prochází jím proud

$$I_1 = \frac{U_{e1}}{2 R_{11}}.$$

Proto

$$P_1 = \frac{1}{4} \frac{U_{e1}^2}{R_{i1}}, \text{ obdobn\AA } P_2 = \frac{1}{4} \frac{U_{e2}^2}{R_{i2}},$$

$$P = P_1 + P_2 = \frac{1}{4} \frac{U_{e1}^2 R_{i2} + U_{e2}^2 R_{i1}}{R_{i1} R_{i2}}. \quad (1)$$

b) Baterii můžeme nahradit jediným zdrojem s elektromotorickým napětím $U_{e1} + U_{e2}$ a s vnitřním odporem $R_{i1} + R_{i2}$. Výkonově přizpůsobený spotřebič má odpor $R_{i1} + R_{i2}$, jeho příkon

$$P' = \frac{1}{4} \frac{(U_{e1} + U_{e2})^2}{R_{i1} + R_{i2}}. \quad (2)$$

c) Podle poučky Millmanovy můžeme baterii nahradit jediným zdrojem, jehož elektromotorické napětí

$$U_e = \frac{U_{e1} R_{i2} + U_{e2} R_{i1}}{R_{i1} + R_{i2}}$$

a vnitřní odpor

$$R_i = \frac{R_{i1} R_{i2}}{R_{i1} + R_{i2}}.$$

Výkonově přizpůsobený spotřebič má odpor R_i , jeho příkon

$$P'' = \frac{1}{4} \frac{(U_{e1} R_{i2} + U_{e2} R_{i1})^2}{R_{i1} R_{i2} (R_{i1} + R_{i2})}. \quad (3)$$

d) S použitím (1) (2), (3) vyjádříme

$$\frac{P}{P'} = \frac{(U_{e1}^2 R_{i2} + U_{e2}^2 R_{i1}) (R_{i1} + R_{i2})}{R_{i1} R_{i2} (U_{e1} + U_{e2})^2}, \quad (4)$$

$$\frac{P}{P''} = \frac{(U_{e1}^2 R_{i2} + U_{e2}^2 R_{i1}) (R_{i1} + R_{i2})}{(U_{e1} R_{i2} + U_{e2} R_{i1})^2}. \quad (5)$$

e) Rozdíl čitatele a jmenovatele v (4) je

$$(U_{e1} R_{i2} - U_{e2} R_{i1})^2 \geq 0.$$

Proto skutečně $P \geq P'$; rovnost nastane tehdy, když platí

$$U_{e1} : U_{e2} = R_{i1} : R_{i2}.$$

Rozdíl čitatele a jmenovatele v (5) je

$$R_{i1}R_{i2}(U_{e1} - U_{e2})^2 > 0.$$

Je tedy vždy $P > P''$, poněvadž podle zadání $U_{e1} \neq U_{e2}$.

3 Úlohy kategorie C

Úlohy a řešení recenzovali RNDr. Marta Chytilová, CSc. a Mojmír Simerský.

a) První kolo soutěže

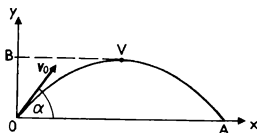
Všechny úlohy navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.

1. úloha

Hmotný bod M je vržen ve vakuu z bodu O rychlostí v_0 šikmo vzhůru. Rychlost v_0 svírá s vodorovnou rovinou procházející bodem O elevační úhel α (obr. 47).

a) Určete kolmé průměty vektoru v_0 do osy x a do osy y .

b) Z 1. ročníku víte, že hmotný bod M koná v daných podmínkách pohyb po parabole OVA (obr. 47). Popište



Obr. 47

pohyb kolmého průmětu hmotného bodu M do osy x . Napište vztah pro dráhu tohoto pohybu jako funkci času, $x = f_1(t)$, $x \leq OA$.

c) Popište pohyb kolmého průmětu bodu M do osy y . Napište vztah pro y -ovou souřadnici bodu trajektorie tohoto pohybu jako funkci času, $y = f_2(t)$, $y \leq OB$.

d) x a y v úlohách b), c) určují souřadnice hmotného bodu M v každém okamžiku jeho pohybu. Vyloučením parametru t z obou rovnic určete rovnici trajektorie hmotného bodu M v soustavě souřadnic Oxy .

e) Určete souřadnice vrcholu V a bodu A jako funkce velikosti počáteční rychlosti v_0 a elevačního úhlu α .

Poznámka:

V konečné úpravě použijte bez důkazu vztah

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2 \alpha.$$

f) Určete minimální počáteční rychlost, při které hmotný bod M dopadne do daného bodu A . Jaká je v tomto případě velikost úhlu α ?

Řešte pro hodnoty: $OA = 20 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

a) Složky vektoru $\mathbf{v}_0$ ve směrech os x , y mají velikosti

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

b) Na hmotný bod M působí tíhová síla $\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}$ svisle dolů. Vodorovná složka síly $\mathbf{F}_G$ je nulová, a kolmý průmět bodu M do osy x proto koná rovnoměrný pohyb rychlostí o velikosti $v_0 \cos \alpha$, takže

$$x = v_0 t \cos \alpha, \quad t \geq 0. \quad (1)$$

c) Složka síly $\mathbf{F}_G$ ve směru osy y směřuje svisle dolů a má velikost F_G . Hmotnému bodu uděluje zrychlení o velikosti g . Když se hmotný bod pohybuje po úseku OV trajektorie, koná jeho průmět do osy y na úseku OB pohyb rovnoměrně

zpomalený s počáteční rychlostí $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ a v bodě B se zastaví:

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2, \quad t \in \langle 0; t_V \rangle, \quad (2)$$

je-li t_V čas, v němž bod M dosáhne vrcholu V trajektorie. Když se hmotný bod pohybuje po úseku VA trajektorie, koná jeho průmět do osy y rovnoměrně zrychlený pohyb (volný pád) z bodu B do bodu O z výšky $y_V = OB$:

$$y = y_V - \frac{1}{2} g (t - t_V)^2, \quad t \geq t_V. \quad (3)$$

d) Z (1) vyjádříme t a dosadíme do (2); dostaneme pro první úsek trajektorie

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - x^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}. \quad (4)$$

Pro druhý úsek trajektorie podle (3) musíme nejprve vyjádřit veličiny y_V , t_V . Při výstupu má průmět bodu M do osy y rychlost o velikosti

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

V čase $t = t_V$ je tato rychlost nulová, odtud

$$t_V = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (5)$$

Dosazením za t_V do (2) určíme

$$y_V = v_0 t_V \sin \alpha - \frac{1}{2} g t_V^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Dosadíme nyní do (3) y_V , t_V , $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ a po úpravě dostaneme opět rovnici (4), která tedy platí pro oba úseky trajektorie.

e) Souřadnice x_V , y_V vrcholu určíme z (1) a (2) pro $t = t_V$ podle (5):

$$x_V = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}, \quad y_V = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Souřadnice x_A , y_A bodu A určíme z (4) pro $t = t_V$, $y = y_A = 0$.

K určení x_A dostaneme kvadratickou rovnici bez absolutního členu, jejíž nulový kořen neuvažujeme (odpovídá bodu 0). Dostaneme vyhovující řešení

$$x_A = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 2x_V. \quad (6)$$

f) Podle (6) platí

$$x_A = OA = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

a odtud

$$v_0 = \sqrt{\frac{OA \cdot g}{\sin 2\alpha}}.$$

Z tohoto vztahu je zřejmé, že v_0 bude minimální, když $\sin 2\alpha$ bude maximální, tj. $\sin 2\alpha = 1$, $\alpha = 45^\circ$. To také znamená, že daná vzdálenost OA je při této minimální počáteční rychlosti maximální délka vrhu.

Platí tedy

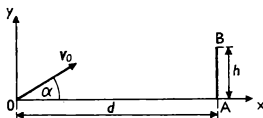
$$v_{0\min} = \sqrt{OA \cdot g}.$$

Pro zadané hodnoty: $v_{0\min} \doteq 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2. úloha

Na vodorovném hřišti je míč v bodě O v klidu ve vzdálenosti $OA = d$ od svislé roviny branky AB , jejíž výška je h , obr. 48. Fotbalista vykopne míč v rovině kolmé k rovině

branky rychlostí v_0 , která svírá s vodorovnou rovinou úhel α . Míč považujte za hmotný bod. Odpor vzduchu neuvažujte.



Obr. 48

a) Napište rovnici trajektorie míče v soustavě souřadnic, Oxy s použitím parametrů g , α , v_0 . V jaké vodorovné vzdálenosti od branky dosáhne míč vrcholu trajektorie?

b) Určete obor velikostí rychlosti v_0 tak, aby míč vletěl do branky, jsou-li hodnoty h , d , α dány. Řešte obecně, potom pro $h = 2,44$ m, $d = 25,0$ m, $\alpha = 30^\circ$, $g = 10$ m.s⁻².

c) Jak se změní výsledky úlohy b), jestliže míč považujeme za nedokonale pružné kulové těleso, pro které rozměry a odpor vzduchu nejsou zanedbatelné?

Řešení:

a) Souřadnice míče jako hmotného bodu v parametrickém tvaru jsou

$$x = v_0 t \cos \alpha, y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2.$$

Rovnice trajektorie v soustavě Oxy je

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - x^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}. \quad (1)$$

Je to parabola, jejíž vrchol V má souřadnice

$$x_V = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}, \quad y_V = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Vzdálenost vrcholu trajektorie od roviny, v níž leží branka (předpokládáme, že tato svislá rovina je kolmá ke svislé rovině, v níž leží trajektorie),

$$d_{vb} = OA - x_v = d - \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}.$$

b) V prvním mezném případě (míč právě ještě doletí do branky) leží na trajektorii bod o souřadnicích $x = d$, $y = 0$ m. Dosadíme do (1) a určíme

$$v_{01} = \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{dg}{2 \operatorname{tg} \alpha}} \doteq 17,0 \text{ m.s}^{-1}.$$

V druhém mezném případě (míč právě ještě nepřeletí branku) leží na trajektorii bod o souřadnicích $x = d$, $y = h$. Dosažením do (1) určíme

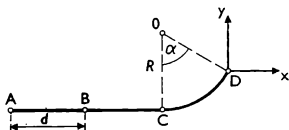
$$v_{02} = \frac{d}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2(d \operatorname{tg} \alpha - h)}} \doteq 18,3 \text{ m.s}^{-1}.$$

Hledaný obor: $v_0 \in (v_{01}, v_{02})$, pro zadané hodnoty $v_0 \in (17,0 \text{ m.s}^{-1}, 18,3 \text{ m.s}^{-1})$.

c) V idealizovaných podmínkách, které jsme dosud uvažovali (míč jsme považovali za hmotný bod a nepřihlíželi jsme k překážkám pohybu), je práce vykonaná fotbalistou ekvivalentní mechanické energii míče (kinetická energie posuvného pohybu míče vzhledem k povrchu Země, potenciální energie tíhová). Ve skutečných podmínkách musíme uvažovat především vliv odporu vzduchu na pohyb míče. Proto se zmenší výška i délka vrhu a zmenší se také souřadnice y_A bodu na trajektorii pro $x = d$. Při rychlosti $v_{01} \doteq 17,0 \text{ m.s}^{-1}$ míč do branky nedoletí a musí být vykopnut rychlostí větší. Rovněž tak při rychlosti v_{02} nastane druhý mezní případ; ve skutečnosti musí být tato rychlost větší.

3. úloha

Kulička o hmotnosti m leží v klidu v bodě A vodorovného přímého úseku žlábků AD . Na kuličku začne působit síla $\mathbf{F}$ a působí po úseku $AB = d$. V bodě C pak přejde kulička na kruhový oblouk CD o poloměru R ve svislé rovině (obr. 49), úsečka OC je kolmá k AC , oblouku CD odpovídá středový úhel α .



Obr. 49

a) Určete minimální velikost $F_{\min}$ síly $\mathbf{F}$ tak, aby kulička v bodě D žlábků měla nulovou rychlost.

b) Určete rychlost v_D kuličky v bodě D , působí-li na ni na úseku AB stálá síla $\mathbf{F}_1$, $F_1 > F_{\min}$. Napište rovnici trajektorie kuličky v soustavě souřadnic Dxy . Stanovte maximální výšku kuličky nad vodorovnou rovinou procházejícím bodem C .

Kulička se v žlábků smýká se zanedbatelným třením, odpor vzduchu neuvažujeme.

c) Řešte pro hodnoty $d = 1,0 \text{ m}$, $m = 0,50 \text{ kg}$, $\alpha = 60^\circ$, $R = 1,0 \text{ m}$, $F_1 = 150 \text{ N}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

a) Působením stálé síly $\mathbf{F}$ koná kulička na úseku AB rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením o velikosti

$a = \frac{F}{m}$ a dosáhne v bodě B rychlosti v_B , pro jejíž velikost platí

$$v_B^2 = 2d \frac{F}{m}.$$

Touto rychlostí se pohybuje dále do bodu C , $v_C = v_B$. Z bodu C stoupá kulička po kruhovém oblouku do bodu D , v kterém nabude nulové rychlosti: $v_D = 0$. V tom případě označíme $F = F_{\min}$. Kinetickou energii v bodě C , popř. D , označíme E_{kC} , popř. E_{kD} . Potenciální energii tíhovou označíme E_{pC} , popř. E_{pD} , přičemž položíme $E_{pC} = 0$ J. Potom

$$E_{kC} = \frac{1}{2} m v_C^2 = d F_{\min}, \quad E_{pC} = 0 \text{ J}, \quad E_{kD} = 0 \text{ J},$$

$$E_{pD} = mgR (1 - \cos \alpha).$$

Podle zákona zachování energie

$$E_{kC} + E_{pC} = E_{kD} + E_{pD}, \quad (1)$$

odtud

$$F_{\min} = \frac{mgR}{d} (1 - \cos \alpha).$$

$$\text{b) Nyní platí } E_{kC} = d F_1, \quad E_{pC} = 0 \text{ J}, \quad E_{kD} = \frac{1}{2} m v_D^2,$$

$E_{pD} = mgR (1 - \cos \alpha)$. Dosadíme do (1) a dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$v_D^2 = 2 \left[\frac{d F_1}{m} - gR (1 - \cos \alpha) \right].$$

Vektor v_D je kolmý k OD , a svírá tedy s osou souřadnic $+x$ úhel α . Rovnice trajektorie kuličky v soustavě souřadnic Dxy :

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - x^2 \frac{g}{2v_D^2 \cos^2 \alpha}$$

a po dosazení za v_D^2

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - x^2 \frac{mg}{4 [dF_1^2 - mgR (1 - \cos \alpha)]}.$$

Označíme $z = R (1 - \cos \alpha)$ výšku bodu D nad vodorovnou rovinou procházející bodem C . Maximální výška h kuličky nad touto rovinou je pak $h = z + y_v$, kde

$$y_v = \frac{v_D^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \sin^2 \alpha \left[\frac{dF_1}{mg} - R (1 - \cos \alpha) \right]$$

je výška vrcholu trajektorie v soustavě souřadnic Dxy . Po úpravě dostaneme

$$h = R (1 - \cos \alpha) \cos^2 \alpha + \frac{dF_1}{mg} \sin^2 \alpha.$$

c) Pro zadané hodnoty: $F_{\min} = 2,5 \text{ N}$, $v_D = 24 \text{ m.s}^{-1}$, $h = 23 \text{ m}$.

4. úloha

Zemi modelujeme jako homogenní kouli o poloměru $R_Z = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$, která koná rovnoměrný otáčivý pohyb kolem osy kolmé k rovině rovníku a procházející středem koule. Vzhledem k tomuto modelu uvažujeme geocentrickou vztažnou soustavu. V ní zvolíme soustavu souřadnic s počátkem ve středu Země a s osami, jejichž směr je nehybný vzhledem ke hvězdám. Umělá družice, kterou považujeme za hmotný bod, obíhá kolem Země v rovině rovníku po kruhové trajektorii ve výšce h nad povrchem Země. Tíhové zrychlení na povrchu Země je $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Určete rychlost v_h , periodu T_h a úhlovou rychlost ω_h umělé družice Země v této vztažné soustavě pro $h = 4,00 \cdot 10^5 \text{ m}$.

b) Umělá družice se pohybuje směrem k východu. Určete časový interval Δt mezi dvěma po sobě následujícími průchody nadhlavníkem určitého bodu na rovníku, víte-li, že

úhlová rychlost pohybu Země kolem osy je $\omega_Z = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ a že Země se otáčí směrem k východu.

c) Geostacionární umělá družice obíhá kolem Země po kruhové trajektorii v rovině rovníku tak, že zůstává zdánlivě v nadhlavníku téhož bodu na rovníku. Určete v dané vztažné soustavě úhlovou rychlost ω_S a poloměr R_S trajektorie takové družice.

d) Vysvětlete, proč nemůže geostacionární družice obíhat po kruhové trajektorii kolem Země v jiné rovině než v rovině rovníku.

Řešení:

a) Předpokládáme, že umělá družice a Země tvoří izolovanou soustavu. Označíme m hmotnost družice, M_Z hmotnost Země, vzdálenost družice od středu Země je $R_Z + h$. Na družici působí gravitační síla, která je dostředivou silou při jejím pohybu:

$$\frac{\kappa m M_Z}{(R_Z + h)^2} = m \frac{v_h^2}{R_Z + h}, \quad v_h^2 = \frac{\kappa M_Z}{R_Z + h} \quad (1)$$

Na těleso o hmotnosti m působí na povrchu Země síla

$$\frac{\kappa m M_Z}{R_Z^2} = mg, \quad \kappa M_Z = g R_Z^2.$$

Dosazením do (1)

$$v_h = R_Z \sqrt{\frac{g}{R_Z + h}} \doteq 7,66 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$\omega_h = \frac{v_h}{R_Z + h} \doteq 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$T_h = \frac{2\pi}{\omega_h} \doteq 5,55 \cdot 10^3 \text{ s} \doteq 1,54 \text{ h}.$$

b) Protože smysl otáčivého pohybu Země a oběhu družice kolem Země jsou souhlasné vzhledem k téže ose, je

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_h - \omega_Z} \doteq 5,95 \cdot 10^3 \text{ s} \doteq 1,65 \text{ h}.$$

c) Úhlová rychlost ω_S oběhu družice je rovna úhlové rychlosti otáčení Země:

$$\omega_S = \omega_Z \doteq 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Z gravitačního zákona platí pro dostředivé zrychlení družice

$$g_S = \frac{R_Z^2}{R_S^3} g,$$

odtud s použitím vztahu $g_S = \omega_S^2 R_S$

$$R_S = \sqrt[3]{\frac{R_Z^2}{\omega_Z^2} g} \doteq 42,1 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

Geostacionární družice se pohybuje ve vzdálenosti asi $35,7 \cdot 10^6 \text{ m}$ nad rovníkem Země, tj. asi $5,6 R_Z$.

d) Trajektorie geostacionární družice musí být v rovině rovníku Země, protože v každém jiném případě by rovina, v níž leží trajektorie družice a střed Země, rovinu rovníku protínala, takže by družice nemohla být trvale v nadhlavníku téhož bodu na rovníku.

5. úloha

Soustava ideálního plynu má v počátečním stavu (1) parametry V_1, p_1, T_1 . Izotermickým dějem přejde do stavu (2) s parametry $V_2, p_2, T_1, V_2 < V_1$. Potom přejde izobarickým dějem do stavu (3) a konečně izochorickým dějem se vrací zpět do stavu (1).

a) Načrtněte cyklus v soustavě souřadnic OVp - objem V je nezávisle proměnná, tlak p je závisle proměnná.

b) Při kterém z uvedených dějů koná soustava práci? Je při některém ději práce nulová? Odpověď zdůvodněte.

c) Při kterém z uvedených dějů nastane tepelná výměna mezi soustavou a okolím? Vyjádřete teplo přijaté nebo odevzdané soustavou.

d) V náčrtku vyznačte práci, kterou vykoná soustava během jednoho cyklu.

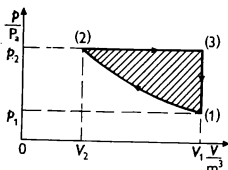
Řešení:

a) — obr. 50

b) Izotermický děj (1)–(2) je charakterizován těmito parametry:

(1) ... V_1, p_1, T_1 ,

(2) ... $V_2, p_2, T_1, V_2 < V_1, p_2 > p_1$.



Obr. 50

Změna vnitřní energie soustavy $\Delta U_{12} = 0 \text{ J}$. Objem se zmenšuje, tlak se zvětšuje, práci konají vnější síly.

Izobarický děj (2)–(3):

(2) ... V_2, p_2, T_1 ,

(3) ... $V_1, p_2, T_1, V_1 > V_2, p_2 = \text{konst.}$, soustava koná práci $W_{23} = (V_1 - V_2) p_2 > 0$.

Podle stavové rovnice

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_1}{T_2} < 1, \text{ proto } T_1 < T_2, \Delta U_{23} > 0.$$

Izochorický děj (3)–(1):

(3) ... $V_1, p_2, T_2, (1) \dots V_1, p_1, T_1$.

Objem je konstantní, proto $W_{31} = 0 \text{ J}$; $T_2 > T_1$, takže $\Delta U_{31} < 0$.

c) Podle 1. termodynamického zákona:

Pro děj (1)–(2) platí $Q_{12} = W_{12}$, vnitřní energie soustavy se nemění, ale k tepelné výměně dochází.

Pro děj (2)–(3) platí $Q_{23} = \Delta U_{23} + W_{23} > 0$; soustava přijme teplo, dochází k tepelné výměně.

Pro děj (3)–(1) platí $Q_{31} = \Delta U_{31} < 0$, soustava odevzdá teplo svému okolí, dochází k tepelné výměně.

d) Během jednoho cyklu vykoná soustava práci, jejíž velikost je přímo úměrná obsahu vyšrafovaného obrazce v obr. 50.

6. úloha

Určení tepelné kapacity směšovacího kalorimetru

Příprava:

K určení tepelné kapacity směšovacího kalorimetru provedete pokus, který má tyto hlavní fáze:

- Nalejete horkou vodu do kalorimetru.
- Přidáte studenou vodu.
- Sledujete ustálení teploty vody v kalorimetru.

Zapište rovnici vyjadřující rovnovážný stav izolované soustavy kalorimetr - voda po ustálení tepelnou výměnou c). Vysvětlete všechny použité značky v zápise. Kterou tepelnou výměnu považujete přitom za zanedbatelnou?

Vyjádrete z rovnice tepelnou kapacitu K kalorimetru. Zapište jednotky všech veličin v tomto vztahu.

Provedení:

1. Nakreslete náčrtek pokusu k určení tepelné kapacity směšovacího kalorimetru. Které pomůcky potřebujete k provedení pokusu? Které pomůcky považujete za součásti kalorimetru?

2. Zapište přehledně postup řešení úlohy podle fází uvedených v přípravě.

3. Uvedte veličiny, které musíte znát k řešení úlohy. Které z nich musíte změřit? Které měřicí přístroje k tomu potřebujete?

4. Popište měřicí přístroje. Teploměr: druh, popis stupnice, jednotka, měřicí rozsah, teplotní rozdíl odpovídající jednomu dílku stupnice, maximální odchylka při čtení na stupnici; váhy: druh, u automatických vah popis stupnice, citlivost; u rovnoramenných vah: popis sady závaží, měřicí rozsah vah, citlivost, odhad absolutní odchylky naměřené hmotnosti.

5. Zapište všechny naměřené veličiny s odhadem absolutní odchylky.

6. Stanovte tepelnou kapacitu kalorimetru a její číselnou hodnotu správně zaokrouhlete.

7. Opakujte měření a určení veličiny K se stejnými přístroji, ale s jinými počátečními hmotnostmi a teplotami vody.

Zhodnocení:

Porovnejte výsledky určení veličiny K z obou pokusů. Na kolik platných číslic se shodují číselné hodnoty K určené z prvního a z druhého pokusu? Které okolnosti provedení pokusu s těmiž pomůckami mohou zvětšit přesnost určení tepelné kapacity K kalorimetru?

Řešení:

Příprava:

Předpokládáme, že směšovací kalorimetr s vodou tvoří izolovanou soustavu, tj. kalorimetr je dokonale tepelně izolován od okolí a uvnitř probíhá jediný děj - tepelná výměna mezi horkou a studenou vodou a vnitřkem kalorimetru.

Označení:

m_1 ... hmotnost horké vody, m_2 ... hmotnost studené vody,
 t_1 ... teplota horké vody, t_2 ... teplota studené vody,
 t ... teplota vody a vnitřku kalorimetru po ustálení teploty,
 c ... měrná tepelná kapacita vody, kterou v rozsahu teplot měřených při pokusu považujeme za konstantní; tabulková

hodnota $c \doteq 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. $K \dots$ tepelná kapacita kalorimetru.

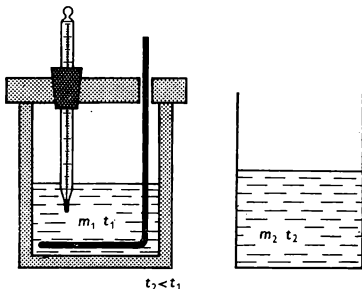
Provedení:

K pokusu potřebujeme kalorimetr (skládá se z kalorimetrické nádoby, míchačky, laboratorního teploměru a zátky), dále horkou a studenou vodu, technické váhy se sadou závaží.

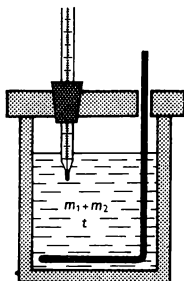
1. — obr. 51, 52

2. a) Na levou misku vah položíme prázdný kalorimetr s míchačkou a zátkou s teploměrem; na pravou misku vah položíme vhodné závaží a nasypeme broky tak, že jazýček vahadla se ustálí v rovnovážné poloze. Předměty na pravé misce zůstanou beze změny do konce pokusu.

Při aretovaných vahách nalejeme do kalorimetru horkou vodu a uzavřeme kalorimetr zátkou s teploměrem. Po ustálení teploty změříme teplotu t_1 horké vody a vnitřku kalorimetru. Na pravou misku uvolněných vah přidáme závaží tak, že jazýček vahadla se ustálí v rovnovážné poloze.



Obr. 51



Obr. 52

Hmotnost přidanych závaží se rovná hmotnosti m_1 horké vody v kalorimetru.

b) Změříme teplotu t_2 studené vody, vodu při aretovaných váhách nalejeme do kalorimetru a kalorimetr uzavřeme zátkou s teploměrem. Na pravou misku uvolněných vah přidáme závaží tak, že se jazýček vahadla ustálí opět v rovnovážné poloze. Hmotnost právě přidanych závaží se rovná hmotnosti m_2 studené vody přidané do kalorimetru.

c) Po ustálení teploty v kalorimetru změříme teplotu t vody a vnitřku kalorimetru.

Teplo odevzdané horkou vodou

$$Q_1 = (cm_1 + K) (t_1 - t),$$

teplo přijaté studenou vodou

$$Q_2 = cm_2 (t - t_2).$$

Ze vztahu $Q_1 = Q_2$ vyjádříme tepelnou kapacitu kalorimetru

$$K = c \left(m_2 \frac{t - t_2}{t_1 - t} - m_1 \right). \quad (1)$$

Hmotnosti m_1 , m_2 vyjádříme v kilogramech (kg), rozdíly teplot v Celsiových stupních ($^{\circ}\text{C}$), popř. v kelvinech (K), tepelnou kapacitu kalorimetru v joulech na kelvin ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$).

3. K určení tepelné kapacity K musíme změřit tyto veličiny: m_1 , m_2 , t_1 , t_2 , t . K tomu potřebujeme váhy a teploměr; musíme dále znát veličinu c .

4. Popis použitých měřicích přístrojů:

Při použití technických vah a závaží odhadneme absolutní odchylku měření hmotnosti $0,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$; při použití laboratorního teploměru, jehož stupnice má dílky 1°C , odhadneme absolutní odchylku určení teplotního rozdílu 1°C .

5. Měření:

$m_1 = 75,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $m_2 = 108,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $t_1 = 85,0^{\circ}\text{C}$, $t_2 = 18,0^{\circ}\text{C}$, $t = 50,5^{\circ}\text{C}$.

6. Podle vztahu (1) určíme $K \doteq 110 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

7. Opakovaný pokus vedl k výsledku $K \doteq 113 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

Zhodnocení:

Výsledky určení tepelné kapacity kalorimetru v obou pokusech se shodují při zaokrouhlení na dvě platné číslice: $K \doteq 110 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Relativní odchylka v určení veličiny K je tedy řádově v desítkách procent.

Určení tepelné kapacity daného kalorimetru můžeme zpřesnit použitím teploměru, jehož stupnice má nejmenší dílek menší než 1°C , např. $0,5^{\circ}\text{C}$ nebo $0,1^{\circ}\text{C}$.

Určení tepelné kapacity daného kalorimetru při stejných pomůckách a stejném postupu můžeme dále zpřesnit dobrou izolací kalorimetru, kterou předem ověříme např. grafem vyjadřujícím změnu teploty vody uzavřené v kalorimetru v závislosti na čase. Další možnosti zpřesnění jsou v racionální manipulaci s horkou vodou, v rychlém uzavření kalorimetru po každé provedené změně, ve správném pozorování teploměru a vystižení ustálení teploty, v ponoření stejné části objemu teploměru do vody při každém měření (obvykle ponoříme do vody v kalorimetru jen část trubice se zásobou rtuti) apod.

7. úloha

Letadlo letí přímočaře ve vodorovném směru rychlostí v vzhledem k povrchu Země. Z letadla jsou vystřeleny dva náboje v časovém intervalu τ na sebou ve vodorovném směru stejnou počáteční rychlostí u_0 , směry rychlostí u_0 a v jsou totožné.

a) Napište rovnici trajektorie prvního náboje vzhledem k povrchu Země jako vztažné soustavě. Počátek os souřadnic zvolte v bodě, v němž je hmotný střed letadla v okamžiku vystřelení prvního náboje. Nakreslete náčrtek.

b) Napište rovnici trajektorie prvního náboje vzhledem k letadlu. Počátek souřadnic zvolte v hmotném středu letadla, který koná rovnoměrný přímočarý pohyb vzhledem k povrchu Země. Nakreslete náčrtek.

c) Jak se mění poloha prvního náboje vzhledem ke druhému po druhém výstřelu? Počátek os souřadnic volte jako v úloze a).

Při řešení úlohy považujte oba náboje za hmotné body, letadlo nahraďte jeho hmotným středem, k odporu vzduchu nepřihlížejte.

Řešení:

a) Počátek os souřadnic je v klidu vzhledem k povrchu Země. Osy souřadnic volíme v rovině trajektorie střely: osa x je rovnoběžná s vektorem rychlosti v letadla, osa y je svislá a směřuje dolů.

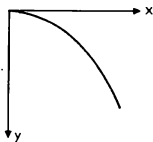
Počáteční rychlost prvního náboje v této soustavě souřadnic je $v + u_0$. Souřadnice polohy náboje za dobu t po výstřelu jsou

$$x = (v + u_0) t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2. \quad (1)$$

Vyloučíme-li parametr t z (1), dostaneme rovnici trajektorie

$$y = \frac{g}{2 (v + u_0)^2} x^2.$$

Trajektorie je parabola s vrcholem v počátku 0 os souřadnic. Náčrt je na obr. 53. Trajektorie druhého náboje je přesně stejná jako prvního.



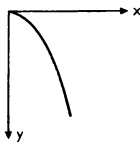
Obr. 53

b) Osy souřadnic volíme opět v rovině trajektorie náboje. Osa x je rovnoběžná s vektorem rychlosti v letadla, osa y je svislá a směřuje dolů. Počáteční rychlost druhého náboje v této soustavě souřadnic je u_0 . Za dobu t po výstřelu jsou souřadnice náboje

$$x = u_0 t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2.$$

Tyto vztahy jsou parametrické rovnice trajektorie. Vyloučíme-li parametr t , dostaneme rovnici trajektorie v soustavě Oxy

$$y = \frac{1}{2} \frac{g}{u_0^2} x^2.$$



• Obr. 54

Je to opět rovnice paraboly s vrcholem v počátku soustavy os souřadnic. Její tvar je na obr. 54. Použijeme-li stejné měřítko jako v obr. 53, je tato parabola užší než parabola na obr. 53.

c) Užijeme stejnou soustavu souřadnic jako v úloze a). Za dobu t od prvního výstřelu, $t \geq \tau$, jsou souřadnice polohy prvního náboje

$$x_1 = (v + u_0) t, \quad y_1 = \frac{1}{2} g t^2. \quad (2)$$

Souřadnice vektoru rychlosti prvního náboje jsou

$$v_{1x} = v + u_0, \quad v_{1y} = g t. \quad (3)$$

Pro souřadnice polohy druhého náboje platí

$$x_2 = v \tau + (v + u_0) (t - \tau), \quad y_2 = \frac{1}{2} g (t - \tau)^2. \quad (4)$$

Souřadnice vektoru rychlosti druhého náboje jsou

$$v_{2x} = v + u_0, \quad v_{2y} = g (t - \tau). \quad (5)$$

Z (2) a (4) určíme

$$\Delta x = x_1 - x_2 = u_0 \tau = \text{konst.},$$

$$\Delta y = y_1 - y_2 = \frac{1}{2} g \tau (2t - \tau).$$

Z (3) a (5) určíme

$$\Delta v_x = v_{1x} - v_{2x} = 0 \text{ m.s}^{-1},$$

$$\Delta v_y = v_{1y} - v_{2y} = g \tau.$$

Ve vodorovném směru se po druhém výstřelu pohybují oba náboje stejnou rychlostí, $\Delta v_x = 0 \text{ m.s}^{-1}$, jejich vzájemná vzdálenost se nemění, $\Delta x = u_0 \tau$.

Ve svislém směru se první náboj pohybuje vzhledem k druhému stálou rychlostí $\Delta v_y = g \tau$, jejich vzájemná vzdálenost je rostoucí lineární funkcí času, protože pro $t \geq \tau$ je $\Delta y > 0$.

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.

1. úloha

Tenista při servisu vyhodí míček svisle vzhůru z místa, které je ve výšce $h_1 = 1,60$ m nad vodorovným povrchem země, a odpálí jej raketou ve vodorovném směru v okamžiku, kdy míček je v nejvyšším bodě ve výšce $h_2 = 0,40$ m nad místem hodů. Míček tím získá rychlost v_0 . Při úspěšném servisu musí míček proletět nad sítí o výšce $h_s = 0,90$ m. Vzdálenost tenisty od sítě při servisu je $d = 12$ m.

a) Jakou rychlostí v_1 vyhodí tenista míček svisle vzhůru?

b) Zvolte soustavu souřadnic Oxy v rovině trajektorie odpáleného míčku. V této soustavě napište obecnou rovnici trajektorie míčku. Nakreslete náčrtek.

c) Určete velikost rychlosti v_0 tak, aby míček proletěl nad sítí ve výšce $h_3 = 0,10$ m. V tomto případě určete směr vektoru rychlosti míčku v okamžiku, kdy se míček nachází nad sítí. Nakreslete náčrtek.

Míček považujte za hmotný bod. Odpor vzduchu při pohybu míčku neuvažujte.

Řešení:

Trajektorie míčku po odpálení je trajektorie hmotného bodu vrženého vodorovně z výšky $h_1 + h_2$ nad povrchem země.

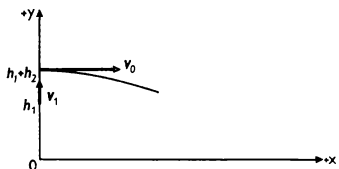
a) Míček je vržen počáteční rychlostí v_1 svisle vzhůru a dosáhne nejvyššího bodu ve výšce h_2 nad místem, z něhož byl vržen; proto

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g}, \quad v_1 = \sqrt{2gh_2} \doteq 2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) Soustavu souřadnic volíme ve svislé rovině trajektorie

míčku (obr. 55). Průmět pohybu do osy x je rovnoměrný pohyb rychlostí v_0 :

$$x = v_0 t. \quad (1)$$



Obr. 55

Průmět pohybu do osy y je volný pád z výšky $h_1 + h_2$:

$$y = h_1 + h_2 - \frac{1}{2} g t^2. \quad (2)$$

Z (1) a (2) vyloučíme t a dostaneme rovnici trajektorie

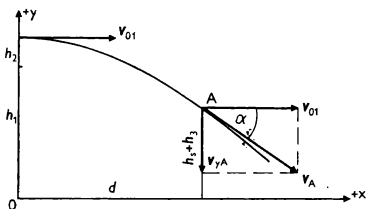
$$y = h_1 + h_2 - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}. \quad (3)$$

c) Při $v_0 = v_{01}$ leží na trajektorii bod o souřadnicích $x_1 = d$, $y_1 = h_s + h_3$. Dosazením do (3) dostaneme

$$v_{01} = d \sqrt{\frac{g}{2(h_1 + h_2 - h_s - h_3)}} \doteq 26,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4)$$

V bodě A (obr. 56) má míček ve vodorovném směru rychlost v_{01} , jejíž velikost je dána vztahem (4). Jeho rychlost ve svislém směru označíme v_{yA} . Je to rychlost, kterou míček získá při volném pádu na dráze délky $h_1 + h_2 - h_s - h_3$, tedy

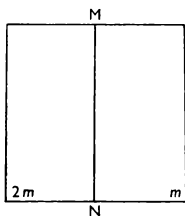
$$v_{yA} = \sqrt{2g(h_1 + h_2 - h_s - h_3)}. \quad (5)$$



Obr. 56

Pro ostrý úhel α , který svírá vektor celkové rychlosti $\mathbf{v}_A$ míčku s vodorovnou rovinou v bodě A , dostaneme s přihlédnutím k (4) a (5)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{d} (h_1 + h_2 - h_s - h_3) = \frac{1}{6}; \quad \alpha \doteq 9^\circ 28'.$$



Obr. 57

2. úloha

Velmi tenká čtvercová deska se skládá ze dvou homogenních částí stejného objemu, z nichž levá má hmotnost $2m$ a pravá má hmotnost m (obr. 57). Střední příčka MN čtverce je hranicí mezi oběma částmi desky.

a) Určete polohu hmotného středu S desky.

b) Deska, položená na vodorovnou podložku, koná posuvný pohyb působením stálé síly F vodorovného směru s působišťem v bodě M . Určete ostrý úhel α , který svírá vektorová přímka této síly s úsečkou MN .

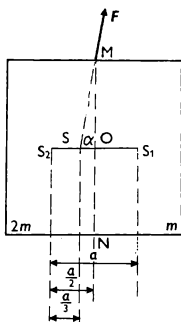
c) Deska je tažena po vodorovné podložce působením síly F ; působišťe síly F je v bodě M , její vektorová přímka prochází v počáteční poloze desky hmotným středem S_1 pravé části desky, velikost síly F je stálá. Popište a vysvětlete pohyb desky. Určete ostrý úhel α_1 , který svírá vektorová přímka síly F s úsečkou MN , je-li deska v počáteční poloze. Jak se změní tento úhel během pohybu desky?

Řešení:

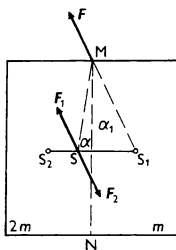
a) Protože obě části desky jsou homogenní, leží jejich hmotné středy S_1, S_2 v jejich středech souměrnosti. Jejich vzájemnou vzdálenost označíme $S_2S_1 = a = \frac{1}{2}MN$. Hmotný střed S desky leží na spojnici bodů S_1, S_2 a rozděluje ji v obráceném poměru hmotností, tedy, jak je znázorněno na obr. 58, $S_2S : SS_1 = 1 : 2$, protože $S_2S + SS_1 = a$, stanovíme $S_2S = \frac{a}{3}$.

b) Protože deska koná jen posuvný pohyb, prochází vektorová přímka síly F hmotným středem S desky, jak je zřejmé z obr. 58. Pro úhel α platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{SO}{OM} = \frac{S_2O - S_2S}{OM} = \frac{\frac{a}{2} - \frac{a}{3}}{a} = \frac{1}{6}; \alpha \doteq 9^\circ 28'.$$



Obr. 58



Obr. 59

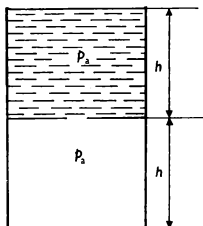
c) Účinek síly $\mathbf{F}$ na desku si můžeme představit jako výsledný účinek dvojice sil $\mathbf{F}$, $\mathbf{F}_2$ (obr. 59) natáčeající těleso a síly $\mathbf{F}_1$, která způsobuje posuvný pohyb desky. Působíště všech uvedených sil je ve hmotném středu desky. Otáčivý pohyb trvá tak dlouho, až se deska otočí o úhel $\alpha_2 = \alpha + \alpha_1$, kde

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{OS_1}{OM} = \frac{1}{2}, \quad \alpha_1 \doteq 26^\circ 34',$$

a vznikne situace podobná jako na obr. 58; pomyslné síly $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ nemají již nyní vliv na pohyb desky, deska koná jen posuvný pohyb způsobený silou $\mathbf{F}$. Vektorová přímka síly $\mathbf{F}$ pak svírá s úsečkou MN úhel $\alpha \doteq 9^\circ 28'$. Úhel, který svírá vektorová přímka síly $\mathbf{F}$ s úsečkou MN , se tedy mění z hodnoty $\alpha_1 \doteq 26^\circ 34'$, zmenšuje se na nulu a pak se ustálí na hodnotě $\alpha \doteq 9^\circ 28'$ opačného smyslu. Deska se otočí o úhel $\alpha + \alpha_1 \doteq 36^\circ 02'$.

3. úloha

Válcová nádoba se svislou rotační osou má výšku $2h$. Nádoba je rozdělena vodorovnou nehybnou přepážkou s malým otvorem (obr. 60). Na začátku pokusu je horní



Obr. 60

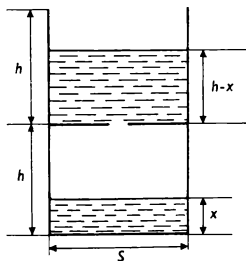
část nádoby naplněna vodou a dolní část vzduchem o tlaku p_a , který se rovná stálému atmosférickému tlaku vnějšího vzduchu. Teplota soustavy je stálá.

a) Popište děje, které budou probíhat v soustavě. Zdůvodněte je.

b) Do jaké výšky x nad dnem dolní části nádoby přeteče voda otvorem v přepážce? Provedte diskusi výsledku řešení. Předpokládáme, že po vyrovnaní tlaků voda přestane téci. Jakým způsobem byste dosáhli toho, aby voda zcela přetekla z horní části nádoby do dolní?

Řešení:

a) Voda bude přetékat otvorem v přepážce tak dlouho, až celkový tlak p působící na horní část přepážky bude roven tlaku vzduchu v dolní části nádoby. Při přetékání vody se hydrostatický tlak působící na horní část přepážky zmenšuje (zmenšuje se výška vodního sloupce), v dolní části se tlak vzduchu zvětšuje (zmenšuje se jeho objem, proto se při



Obr. 61

izotermickém ději zvětšuje jeho tlak); musí tedy nastat rovnovážný stav.

b) – obr. 61

Označíme S obsah příčného průřezu nádoby. Když voda v dolní části vystoupí do výšky x , změní se objem vzduchu z hodnoty Sh na hodnotu $S(h - x)$ a vzduch má tlak

$$p_1 = p_a \frac{h}{h - x}. \quad (1)$$

Na horní část přepážky působí celkový tlak

$$p_2 = p_a + \rho g (h - x), \quad (2)$$

kde ρ je hustota vody, g tíhové zrychlení. Protože $p_1 = p_2$, dostaneme z (1) a (2) kvadratickou rovnici

$$\rho g (h - x)^2 + p_a (h - x) - p_a h = 0,$$

ze které vyjádříme

$$x_{1,2} = h + \frac{p_a}{2 \rho g} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \rho g h}{p_a}} \right).$$

Protože $x < h$, má fyzikální význam jen kořen se záporným znaménkem odmocniny; úloha má jediné řešení.

4. úloha

Ideální plyn s jednoatomovými molekulami o látkovém množství n má tlak p_1 , objem V_1 a teplotu T_1 . Izobarickou expanzí se změní objem plynu na V_2 .

a) Určete teplotu T_2 plynu.

b) Vyjádřete práci ΔW vykonanou plynem jako funkci teplot T_1 a T_2 .

c) Jaké teplo ΔQ musel plyn ze svého okolí přijmout, aby mohl práci ΔW vykonat? Jak se změní jeho vnitřní energie?

d) Na popsany děj navazuje izotermická expanze plynu, při které se objem plynu zdvojnásobí. Určete výsledný tlak a teplotu plynu. Přijme plyn v této fázi děje teplo, nebo je

odevzdá? Jak se změní při tom vnitřní energie plynu? Odpovědi zdůvodněte.

Po obecném vyřešení řešte úlohu pro hodnoty: $n = 1$ mol, $p_1 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa, $T_1 = 273$ K, $V_2 = 2 V_1$.

Jaké teplo plyn celkem přijme a jakou práci vykoná? Jak se změní celkem jeho vnitřní energie?

Poznámky:

1. Molární tepelná kapacita plynu s jednoatomovými molekulami při stálém tlaku $C_p = \frac{5}{2} R_m$.
2. Jestliže se objem plynového tělesa zvětší izotermickým dějem při teplotě T z hodnoty V_1 na hodnotu V_2 , vykoná plyn práci

$$W = n R_m T \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Řešení:

- a) Podle zákona Gay-Lussacova pro izobarický děj je

$$T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}.$$

- b) Užitím stavové rovnice a Gay-Lussacova zákona pro izobarický děj vychází postupně

$$\Delta W = n R_m T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = n R_m (T_2 - T_1).$$

- c) Molární tepelná kapacita plynu s jednoatomovými molekulami při stálém tlaku $C_p = \frac{5}{2} R_m$, proto

$$\Delta Q = \frac{5}{2} n R_m (T_2 - T_1).$$

Změna vnitřní energie

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = \frac{3}{2} n R_m (T_2 - T_1).$$

d) Počáteční parametry při izotermické expanzi: p_1 , V_2 , T_2 ; konečné parametry: p_2 , $V_3 = 2 V_2$, T_2 . Podle stavové rovnice pro izotermický děj

$$p_1 V_2 = p_2 V_3 = 2 p_2 V_2,$$

odtud

$$p_2 = \frac{p_1}{2}.$$

Plyn vykoná práci

$$\Delta W' = n R_m T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = n R_m T_2 \ln 2.$$

Vnitřní energie plynného tělesa se nemění, přijaté teplo $\Delta Q' = \Delta W'$.

Pro zadané hodnoty a $R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ vyjde: $T_2 = 546 \text{ K}$, $\Delta W = 2,27 \text{ kJ}$, $\Delta Q = 5,67 \text{ kJ}$, $\Delta U = 3,40 \text{ kJ}$, $p_2 = 0,506 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $\Delta Q' = \Delta W' = 3,15 \text{ kJ}$. Plynné těleso přijme celkem teplo $\Delta Q + \Delta Q' = 8,81 \text{ kJ}$, vykoná práci $\Delta W + \Delta W' = 5,42 \text{ kJ}$, jeho vnitřní energie se změní o $\Delta U = 3,40 \text{ kJ}$.

4 Úlohy kategorie D

Úlohy a řešení recenzovali RNDr. Ivo Volf, RNDr. Rastislav Baník a Mojmír Simerský.

a) První kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl RNDr. Ivo Volf.

1. úloha

Po přímé vodorovné silnici se pohybuje automobil. Jeho kola mají vnější průměr pneumatik $d = 60 \text{ cm}$.

a) Automobil jede stálou rychlostí $v = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Určete frekvenci f otáčení kol automobilu.

b) Automobil se rozjíždí se stálým zrychlením $a = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Určete frekvenci otáčení kol automobilu jako funkci času. Stanovte tuto frekvenci pro časy $t = 2 \text{ s}, 4 \text{ s}, 6 \text{ s}, \dots$ až do hodnoty, při které automobil dosáhne maximální povolené rychlosti. Nakreslete graf frekvence otáčení kol jako funkci času.

c) Je možné využít výsledků úloh a), b) k vysvětlení funkce rychloměru automobilu?

Řešení:

a) Při rychlosti v ujede automobil za dobu t dráhu $s = vt$. Stejnou dráhu vykoná za touž dobu (nedochází-li ke smykům) každý bod na obvodu kterékoli pneumatiky, tedy $s = f\pi d t$. Z této rovnice dostaneme

$$f = \frac{v}{\pi d} \doteq 10,6 \text{ s}^{-1}. \quad (1)$$

Tabulka 12.

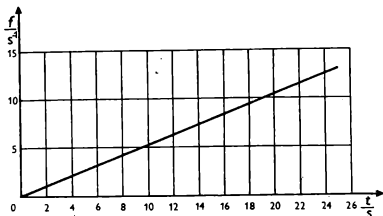
$\frac{t}{\text{s}}$	2	4	6	8	10	12	14
$\frac{f}{\text{s}^{-1}}$	1,06	2,12	3,18	4,24	5,31	6,37	7,34

$\frac{t}{\text{s}}$	16	18	20	22	24	25
$\frac{f}{\text{s}^{-1}}$	8,49	9,55	10,61	11,67	12,74	13,27

b) Při rovnoměrně zrychleném pohybu je $v = at$ a podle (1)

$$f = \frac{a}{\pi d} t. \quad (2)$$

Poněvadž největší dovolená rychlost $v_m = 90 \text{ km.h}^{-1} = 25 \text{ m.s}^{-1}$, je v (2) $t_{\max} = 25 \text{ s}$. Postupným dosazováním do (2) sestavíme tabulku číselných hodnot (tab. 12). Graf je na obr. 62.



Obr. 62

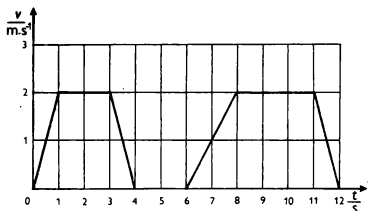
c) Protože pro každý okamžik platí podle (1) $v = \pi d f$, je rychlost automobilu přímo úměrná frekvenci otáčení jeho kol. Proto může být rychloměrem jakýkoli měřič frekvence otáčení kol automobilu; stupnice je cejchována přímo v hodnotách rychlosti.

2. úloha

Na obr. 63 je nakreslen graf rychlosti tělesa jako funkce času.

a) Stanovte velikosti rychlosti, zrychlení a dráhy pro jednotlivé časové intervaly.

b) Nakreslete na milimetrový papír graf dráhy jako funkce času a graf zrychlení jako funkce času.



Obr. 63

Řešení:

Označíme $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{12}$ časy 0 s, 1 s, 2 s, ..., 12 s, obdobně $v_0, v_1, v_2, \dots, v_{12}$.

a) V době od t_0 do t_1 se těleso pohybuje rovnoměrně zrychleně se zrychlením

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = 2,0 \text{ m.s}^{-2};$$

jeho rychlost lineárně roste od $v_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$ do $v_2 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$ a těleso urazí dráhu

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 (t_1 - t_0)^2 = 1 \text{ m.}$$

V době od t_1 do t_3 se těleso pohybuje rovnoměrně rychlostí $v_1 = v_3 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$, zrychlení je nulové; těleso urazí dráhu

$$s_2 = v_1 (t_3 - t_1) = 4,0 \text{ m.}$$

V době od t_3 do t_4 je pohyb rovnoměrně zrychlený se zrychlením

$$a_2 = \frac{v_4 - v_3}{t_4 - t_3} = -2,0 \text{ m.s}^{-2},$$

rychlost rovnoměrně klesá z $v_3 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$ na $v_4 = 0 \text{ m.s}^{-1}$ a těleso urazí dráhu

$$s_3 = v_3 (t_4 - t_3) + \frac{1}{2} a_2 (t_4 - t_3)^2 = 1,0 \text{ m.}$$

V době od t_4 do t_6 má těleso nulovou rychlost, jeho zrychlení je nulové, vykonaná dráha je rovněž nulová. V době od t_6 do t_8 je pohyb rovnoměrně zrychlený se zrychlením

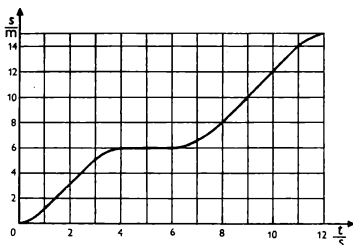
$$a_3 = \frac{v_8 - v_6}{t_8 - t_6} = 1,0 \text{ m.s}^{-2},$$

rychlost lineárně roste od $v_6 = 0 \text{ m.s}^{-1}$ do $v_8 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$, těleso urazí dráhu

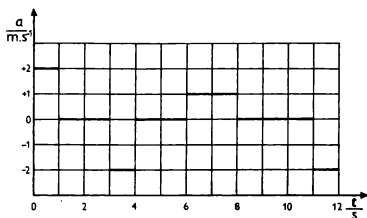
$$s_4 = \frac{1}{2} a_3 (t_8 - t_6)^2 = 2,0 \text{ m.}$$

V době od t_8 do t_{11} se těleso pohybuje rovnoměrně rychlostí $v_8 = v_{11} = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$, zrychlení je nulové, těleso urazí dráhu

$$s_5 = v_{11} (t_{11} - t_8) = 6,0 \text{ m.}$$



Obr. 64



Obr. 65

V době od t_{11} do t_{12} je pohyb rovnoměrně zrychlený se zrychlením

$$a_4 = \frac{v_{12} - v_{11}}{t_{12} - t_{11}} = -2,0 \text{ m.s}^{-2};$$

rychlost lineárně klesá od $v_{11} = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$ do $v_{12} = 0 \text{ m.s}^{-1}$ a těleso urazí dráhu

$$s_6 = v_{11} (t_{12} - t_{11}) + \frac{1}{2} a_4 (t_{12} - t_{11})^2 = 1,0 \text{ m.}$$

b) Grafy jsou na obr. 64 a 65.

3. úloha

Vozík se pohyboval po přímé vodorovné dráze se stálým zrychlením až do svého zastavení. Urazil dva bezprostředně na sebe navazující úseky $s_1 = s_2 = 10,0 \text{ m}$. První úsek projel za dobu $t_1 = 1,20 \text{ s}$, druhý úsek za dobu $t_2 = 2,20 \text{ s}$.

a) O jaký druh pohybu jde? Určete zrychlení vozíku.

b) Určete rychlost vozíku na počátku úseku s_1 . Určete rychlost vozíku na začátku a na konci úseku s_2 .

c) Určete úsek dráhy s_3 , na jehož konci se vozík zastavil.

Řešení:

a), b) Označení veličin: a zrychlení vozíku, v_0 rychlost vozíku na počátku prvního úseku, v_1 rychlost vozíku na počátku druhého úseku, v_2 rychlost na konci druhého úseku. Poněvadž jde o pohyb rovnoměrně zrychlený, platí vztahy

$$v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 = s_1, \quad v_1 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 = s_2,$$

$$v_1 = v_0 + a t_1, \quad v_2 = v_1 + a t_2.$$

Tuto soustavu řešíme a vyjádříme

$$a = \frac{2(s_2 t_1 - s_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}, \quad v_2 = \frac{s_2 t_1^2 - s_1 t_2^2 + 2 s_2 t_1 t_2}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)},$$
$$v_0 = \frac{-s_2 t_1^2 + s_1 t_2^2 + 2 s_1 t_1 t_2}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}, \quad v_1 = \frac{s_1 t_2^2 + s_2 t_1^2}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}. \quad (1)$$

Pro zadané hodnoty: $a \doteq -2,23 \text{ m.s}^{-2}$, $v_0 \doteq 9,67 \text{ m.s}^{-1}$, $v_1 \doteq 7,0 \text{ m.s}^{-1}$, $v_2 \doteq 2,1 \text{ m.s}^{-1}$.

c) Vozík se zastaví za dobu t_3 od opuštění druhého úseku, na jehož konci má rychlost v_2 . Platí vztahy

$$s_3 = v_2 t_3 + \frac{1}{2} a t_3^2, \quad 0 = v_2 + a t_3.$$

Odtud vyjádříme

$$s_3 = -\frac{v_2^2}{2a},$$

kde veličiny v_2 , a jsou určeny vztahy (1). Pro zadané hodnoty: $s_3 \doteq 0,99 \text{ m}$.

4. úloha

Na balón o hmotnosti m působí ve vzduchu vztlaková aerostatická síla F_{vz} .

a) Určete podmínku pro to, aby se balón začal pohybovat se zrychlením a ve svislém směru.

b) Je možné, aby se balón pohyboval po určité době od začátku pohybu stálou rychlostí v_0 ve svislém směru? Odpověď vřad zdůvodněte.

c) Rozhodněte, zda za daných podmínek balón ve vzduchu stoupá, či klesá.

d) Stanovte hmotnost m_1 zátěže, kterou je nutno přida nebo ubrat, aby se balón pohyboval rychlostí $-v_0$.

Ve všech případech považujte hustotu vzduchu a tíhové zrychlení za stálé. Úlohu řešte obecně, potom pro hodnoty $m = 680 \text{ kg}$, $F_{vz} = 6\,000 \text{ N}$.

Řešení:

a) Na balón, který má hmotnost m , působí aerostatická vztlaková síla F_{vz} a tíhová síla $F_g = mg$. Pro zrychlení balonu platí

$$F_g + F_{vz} = ma. \quad (1)$$

Jestliže směr volného pádu budeme považovat za kladný můžeme (1) zapsat ve tvaru

$$mg - F_{vz} = ma. \quad (2)$$

Balón se začne pohybovat ve svislém směru, jestliže

$$a = g - \frac{F_{vz}}{m} \neq 0. \quad (3)$$

b) Jestliže se balón po určité době pohybuje stálou rychlostí v_0 , změnily se podmínky pro působící síly - nastala rovnováha sil. Poněvadž veličiny m , g , F_{vz} jsou stálé působí při pohybu ještě odporová síla F_0 . Pro případ pohybu svisle dolů je splněna podmínka

$$mg - F_{vz} - F_0 = 0 \quad (4)$$

a pro případ pohybu svisle vzhůru

$$mg - F_{vz} + F_0 = 0.$$

c) Dosazením zadaných hodnot do (3) a pro $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ dostaneme $a \doteq 0,99 \text{ m.s}^{-2}$. Poněvadž zrychlení je kladné balón klesá.

d) Má-li balón klesat nějakou stálou rychlostí v_0 , musí podle (4) být

$$F_0 = mg - F_{vz} \doteq 671 \text{ N.} \quad (5)$$

Má-li balón stoupat touž rychlostí, musí být splněna podmínka

$$(m - m_1)g - F_{vz} + F_0 = 0.$$

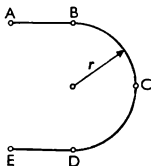
Za F_0 dosadíme z (5), protože odporová síla v uvažované situaci je stejně velká při stoupání balónu i při jeho klesání. Po tomto dosazení dostaneme výsledek

$$m_1 = 2 \left(m - \frac{F_{vz}}{g} \right).$$

Pro zadané hodnoty: $m_1 \doteq 137 \text{ kg}$. Má-li tedy balón stoupat stálou rychlostí, musí být ubrána zátěž o hmotnosti asi 137 kg .

5. úloha

Automobil se pohybuje po vodorovné rovině po trase tvaru podle obr. 66. Úseky AB , DE jsou přímé, úsek BCD má tvar půlkružnice. Úsek AB má délku $s_1 = 100 \text{ m}$, úsek DE má délku $s_2 = 100 \text{ m}$, poloměr kruhového oblouku $r = 100 \text{ m}$. Na úseku AB se automobil z klidu rozjede se



Obr. 66

stálým zrychlením, na konci úseku dosáhne rychlosti $v_B = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Potom začne brzdit, rychlosti ubývá lineárně s časem tak, že v bodě E je rychlost nulová. Na zakřiveném úseku BCD trasy má automobil kromě dostředivého zrychlení a_d ještě zrychlení tečné a_t o velikosti $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

- Určete velikost zrychlení a_1 automobilu v úseku AB .
- Určete velikost zrychlení a_t automobilu v úseku BCD a velikost zrychlení a_3 v úseku DE .
- Určete velikost rychlosti pohybu automobilu v bodech A, B, C, D, E .
- Znáznorněte zrychlení automobilu v bodě C a vypočítejte jeho velikost.

Řešení:

- Označme t_1 dobu, po kterou automobil projíždí úsekem AB . Ze vztahů

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2, v_B = a_1 t_1$$

určíme

$$a_1 = \frac{v_B^2}{2 s_1} \doteq 3,125 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

- Úsek $BCDE$ má délku $s_2 + s_3 = \pi r + s_2$. Poněvadž v bodě B má automobil rychlost v_B a v bodě E rychlost nulovou, vyjádříme zrychlení měřené podél trasy $BCDE$:

$$a_t = a_3 = - \frac{v_B^2}{2 (\pi r + s_2)} \doteq -0,755 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- Podle zadání: $v_A = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_B = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_E = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Rychlost v_C v bodě C dostaneme ze vztahů

$$\frac{\pi r}{2} = v_B t_2 + \frac{1}{2} a_t t_2^2, v_C = v_B + a_t t_2,$$

kde t_2 je doba, po kterou trvá pohyb z bodu B do bodu C . Dostaneme výsledek

$$v_C = \sqrt{v_B^2 + \pi r a_t} \doteq 19,7 \text{ m.s}^{-1}.$$

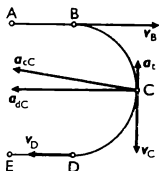
Obdobně

$$v_D = \sqrt{v_B^2 + 2\pi r a_t} \doteq 12,3 \text{ m.s}^{-1}.$$

d) Je třeba ještě určit zrychlení a_{cC} v bodě C . Poněvadž zde působí ještě dostředivé zrychlení a_{dC} o velikosti $a_{dC} = \frac{v_C^2}{r}$, má celkové zrychlení a_{cC} v bodě C velikost

$$a_{cC} = \sqrt{a_t^2 + a_{dC}^2}.$$

Pro zadané hodnoty dostaneme $a_{dC} \doteq 3,88 \text{ m.s}^{-2}$, $a_{cC} \doteq 3,95 \text{ m.s}^{-2}$. Náčrt je na obr. 67.



Obr. 67

6. úloha

Stanovení závislosti doby kyvu tělesa zavěšeného na pružině na hmotnosti tělesa.

K provedení experimentální úlohy budete potřebovat následující pomůcky: stojan s vodorovným ramenem, stopky, délkové měřidlo (ocelový dvoumetr), alespoň dvě různé ocelové pružiny, váhy, tělesa různé hmotnosti opatřená

háčky (nebo lehkou miskou a závaží různé hmotnosti. Hmotnost pružiny musí být mnohem menší než hmotnost tělesa na pružinu zavěšeného.

1. Každou pružinu charakterizuje veličina k označovaná jako její tuhost. Je definována podílem $k = \frac{F}{x}$, kde F velikost síly, která působí prodloužení (nebo zkrácení) pružiny o délku x .

Zjistěte hmotnost těles opatřených háčky, zavěšujte je na pružinu, experimentálně určete (a запиšte do vhodné tabulky) alespoň 5 hodnot prodloužení x_1 pro různé velikosti působících sil F_1 realizované tíhou těles. Z průměrných hodnot určete tuhost k pružiny. Pokus opakujte s jinou pružinou (popř. s několika jinými pružinami) a zjistěte její (jejich) tuhost (tuhosti).

2. Zavěste na stojan pružinu, na ni těleso, a popište, jak se těleso pohybuje, když ho vychýlíme z rovnovážné polohy ve svislém směru a uvolníme. Tento pohyb je kmitavý a při dodržení určitých podmínek (malé výchylky) je to pohyb harmonický. Doba pohybu tělesa z rovnovážné polohy zpět do této polohy se nazývá doba kyvu t .

Zjistěte dobu kyvu t_1 v případě, že na pružině je zavěšeno těleso o hmotnosti m_1 . Protože relativní odchylka při měření doby kyvu je příliš velká, zjišťujeme experimentálně do 20 nebo 50 kyvů, tedy $20 t$ nebo $50 t$. Pokus opakujte s dalším tělesem o hmotnosti $m_2 \neq m_1$. Změnila se doba kyvu tělesa zavěšeného na pružině? Jaký závěr učinit? Těleso o hmotnosti m_1 zavěste na pružinu s jinou tuhostí. Změnila se doba kyvu tělesa zavěšeného na pružině? Učiňte předběžný závěr z pokusu.

3. Pro funkční závislost mezi dobou kyvu a hmotností kmitajícího tělesa budeme předpokládat některý z následujících vztahů, v nichž a_1 až a_6 jsou konstanty:

$$tm = a_1, t^2m = a_2, tm^2 = a_3, \frac{t}{m} = a_4, \frac{t^2}{m} = a_5, \frac{t}{m^2} = a_6.$$

Který z nich vyhovuje nejlépe, zjistíte z tabulky, v níž uvedeme několik změřených hodnot m , t při použití téže pružiny a některé hodnoty z nich vypočtené. Tabulka bude obsahovat (pro každé měření)

$$\frac{20t}{s}, \frac{t}{s}, \frac{m}{\text{kg}}, \frac{t^2}{s^2}, \frac{m^2}{\text{kg}^2}, \frac{tm}{s \cdot \text{kg}}, \frac{t^2 m}{s^2 \cdot \text{kg}}, \frac{tm^2}{s \cdot \text{kg}^2},$$

$$\frac{t}{m}, \frac{t^2}{m}, \frac{t}{m^2}$$

$$s \cdot \text{kg}^{-1}, s^2 \cdot \text{kg}^{-1}, s \cdot \text{kg}^{-2}.$$

Najděte sloupec (nebo řádek), v němž se hodnoty pro různá měření navzájem liší co nejméně. Příslušný vztah potom budeme považovat za matematické vyjádření závislosti mezi dobou kyvu a hmotností kmitajícího tělesa.

4. Zapište příslušnou lineární funkci a znázorněte její graf.

5. Zapište funkci $t = f(m)$.

6. Zodpovězte následující otázky:

a) Je možno použít pružinu ke stanovení hmotnosti tělesa? Odpověď zdůvodněte a navrhnete postup práce.

b) Je možno použít pružinu ke stanovení hmotnosti tělesa v beztlázném stavu? Odpověď zdůvodněte.

Řešení:

1. Byly změřeny tuhosti dvou pružin. U první z nich byla zjištěna tuhost $k_1 = 15 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, u druhé $k_2 = 13 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

2. Pokusy byly provedeny podle zadání, s těmito výsledky:

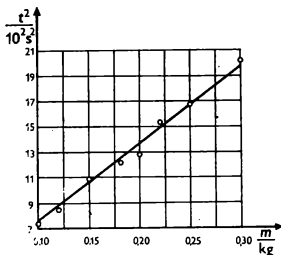
- Při změně hmotnosti tělesa kmitajícího na téže pružině se mění doba kyvu, a to tak, že těleso s větší hmotností kmitá pomaleji.
- Při zavěšení téhož tělesa na dvě různé pružiny kmitá pomaleji těleso zavěšené na pružině s menší tuhostí.

Z pokusů učiníme závěr, že doba kyvu tělesa zavěšeného na určité pružině závisí na hmotnosti tohoto tělesa.

3. Výsledky měření provedeného s určitou pružinou jsou sestaveny v tabulce 13.

Tabulka 13.

Mětení č.	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{20\ t}{s}$	5,3	5,8	6,5	7,0	7,2	7,7	8,2	9,0
$\frac{t}{s}$	0,27	0,29	0,33	0,35	0,36	0,39	0,41	0,45
$\frac{m}{kg}$	0,10	0,12	0,15	0,18	0,20	0,22	0,25	0,30
$\frac{t^2}{s^2}$	0,073	0,084	0,11	0,12	0,13	0,15	0,17	0,20
$\frac{m^2}{kg^2}$	0,010	0,014	0,023	0,032	0,040	0,048	0,063	0,090
$\frac{tm}{10^3\ s \cdot kg}$	2,70	3,48	4,95	6,30	7,20	8,57	10,3	13,5
$\frac{t^2m}{10^2\ s^2 \cdot kg}$	0,73	1,0	1,6	2,2	2,6	3,3	4,2	6,0
$\frac{10^3\ s \cdot kg^2}{tm^{-1}}$	2,7	4,2	7,4	11,3	14,4	18,8	25,8	40,5
$\frac{s \cdot kg^{-1}}{t^2m^{-1}}$	2,7	2,4	2,2	1,9	1,8	1,8	1,6	1,5
$\frac{s^2 \cdot kg^{-1}}{tm^{-2}}$	0,73	0,70	0,73	0,67	0,66	0,68	0,68	0,67
$\frac{s \cdot kg^{-2}}{tm^{-2}}$	27	20	15	10	9,2	8,1	6,5	5,0



Obr. 68

4. Graf lineární funkce $t^2 = f(m)$ je na obr. 68.

5. Podle experimentálních výsledků platí $t = a\sqrt{m}$, kde a je konstanta.

6. Jde-li o zjištění hmotnosti tělesa v tíhovém poli, jsou možné tři způsoby:

- Pružinu zavěsíme ve svislé poloze a k jejímu dolnímu konci připevníme těleso, jehož hmotnost m_x chceme zjistit. Prodloužení x pružiny je přímo úměrné tíhové síle, která působí na těleso, tedy i hmotnosti tělesa. Pomocí nějakého ukazovatele a vhodně upravené stupnice můžeme na stupnici přímo číst velikost hmotnosti m_x . Stupnici ocejchujeme empiricky, nebo ji můžeme vypočítat, známe-li tuhost pružiny.
- Zjistíme konstantu a ve vztahu $t = a\sqrt{m}$. Pružinu zavěsíme ve svislé poloze a k jejímu dolnímu konci připevníme těleso. Mírným impulsem ve svislém směru soustavu rozkmitáme, změříme dobu kyvu t_x a z uvedené vztahu vypočítáme m_x .
- Vezmeme těleso známé hmotnosti m , připevníme ho k dolnímu konci pružiny, soustavu rozkmitáme a změ-

říme dobu kyvu, kterou označíme t . Pak k dolnímu konci pružiny připojíme těleso s hledanou hmotností m_x , soustavu rozkmitáme a změříme dobu kyvu t_x . Potom

$$m_x = m \left(\frac{t_x}{t} \right)^2.$$

V beztlížném stavu není použitelný první způsob, druhé dva způsoby jsou dobře použitelné - s tím rozdílem, že na počátku pokusu musíme pružinu znatelněji prodloužit a potom uvolnit. Soustava ovšem může být v libovolné poloze. V gravitačním poli je kmitání způsobeno společným účinkem gravitace a deformované pružiny, zatímco v beztlížném stavu jen účinkem samotné pružiny, která musí být deformovatelná tlakem i tahem.

7. úloha

V tíhovém poli Země působíme na těleso o hmotnosti m silou $\mathbf{F}$ směrem svisle vzhůru, $F > mg$. Po uplynutí doby t_0 od začátku pohybu síla přestane působit.

a) Načrtněte graf výšky h tělesa nad jeho počáteční polohou jako funkce času t . Popište pohyb tělesa.

b) Zjistěte, jakou práci vykoná síla $\mathbf{F}$.

c) Určete, jak se mění potenciální energie tíhová E_p tělesa jako funkce času t . V počáteční poloze tělesa je jeho potenciální energie tíhová nulová.

d) Načrtněte graf E_p jako funkce času t .

Řešte obecně, potom pro hodnoty $m = 4,0 \text{ kg}$, $F = 50 \text{ N}$, $t_0 = 10 \text{ s}$.

Řešení:

a) Pohyb rozdělíme do tří etap:

V první etapě působí na těleso síla $\mathbf{F}$, těleso se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem vzhůru se zrychlením

$$a = \frac{F}{m} - g \doteq 2,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad (1)$$

pro $t < t_0$ je jeho výška $h = \frac{1}{2} at^2$, za dobu t_0 vystoupí do

$$\text{výšky } h_m = \frac{1}{2} at_0^2 \doteq 135 \text{ m.}$$

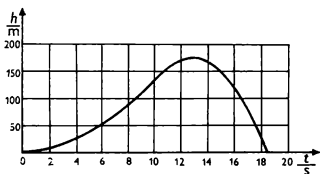
Ve druhé etapě jde o svislý vrh vzhůru s počáteční rychlostí $v_0 = at_0 \doteq 27 \text{ m.s}^{-1}$. Těleso dosáhne maximální výšky

$$H_m = h_m + \frac{v_0^2}{2g} \doteq 172 \text{ m za dobu } t_m = t_0 + \frac{v_0}{g} \doteq 12,7 \text{ s}$$

od počátku pohybu.

Ve třetí etapě jde o volný pád z výšky H_m , těleso dopadne do své výchozí polohy za dobu

$$t_d = t_0 + \frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{2H_m}{g}} \doteq 18,6 \text{ s}$$



Obr. 69

od počátku pohybu. Graf je na obr. 69. V časovém intervalu od $t = 0 \text{ s}$ do $t = t_0$ je funkce $h(t)$ definována vztahem

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g \right) t^2.$$

V intervalu od $t = t_0$ do $t = t_m$ je její definice

$$h = v_0 (t - t_0) - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2.$$

V intervalu od $t = t_m$ do $t = t_d$ má definici

$$h = H_m - \frac{1}{2} g (t - t_m)^2.$$

Graf má tedy tři části: v první části je to stoupající oblouk paraboly, jejíž vrchol je v bodě (0 s, 0 m). V druhé části je to stoupající oblouk paraboly s vrcholem v bodě (t_m , H_m). Třetí část je klesající oblouk paraboly s vrcholem v bodě (t_m , H_m).

b) Síla působí po dráze $h_m = \frac{1}{2} a t_0^2$, kde a je zrychlení podle (1). Síla tedy vykoná práci

$$W = \frac{1}{2} F \left(\frac{F}{m} - g \right) t_0^2 \doteq 6,8 \text{ kJ}.$$

c) Poněvadž $E_p = mgh$, je potenciální energie E_p přímo úměrná výšce h tělesa nad výchozí polohou, a platí tedy úvahy zcela obdobné jako při diskusi grafu v části a). Podle zákona zachování mechanické energie je maximální potenciální energie tíhová E_{pm} v čase t_m ekvivalentní práci W určené v části b). Můžeme se o tom přesvědčit, když do vztahu $E_{pm} = mgH_m$ dosadíme za H_m podle a), potom za h_m a v_0 rovněž podle a) a provedeme jednoduchou algebraickou úpravu.

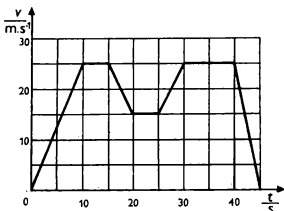
d) Graf je obdobný grafu na obr. 69. vertikální osa je ovšem cejchována v hodnotách energie.

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl RNDr. Ivo Volf.

1. úloha

Rychlost pohybujícího se automobilu jako funkce času je znázorněna grafem na obr. 70.



Obr. 70

- Popište jednotlivé úseky pohybu.
- Určete zrychlení v jednotlivých úsecích pohybu.
- Určete celkovou dráhu, kterou automobil urazil.
- Určete průměrnou rychlost pohybu automobilu.

Řešení:

Jednotlivé úseky označíme 1 (0 s až 10 s), 2 (10 s až 15 s), 3 (15 s až 20 s), 4 (20 s až 25 s), 5 (25 s až 30 s), 6 (30 s až 40 s), 7 (40 s až 45 s).

a) 1 - rovnoměrně zrychlený; 2 - rovnoměrný; 3 - rovnoměrně zpomalený; 4 - rovnoměrný; 5 - rovnoměrně zrychlený; 6 - rovnoměrný; 7 - rovnoměrně zpomalený.

b) $a_1 = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$; $a_2 = 0 \text{ m.s}^{-2}$; $a_3 = -2 \text{ m.s}^{-2}$; $a_4 = 0 \text{ m.s}^{-2}$; $a_5 = 2 \text{ m.s}^{-2}$; $a_6 = 0 \text{ m.s}^{-2}$; $a_7 = -5 \text{ m.s}^{-2}$.

c) $s_1 = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 10^2 \text{ m} = 125 \text{ m}$; $s_2 = 25 \cdot 5 \text{ m} = 125 \text{ m}$;

$s_3 = 25 \cdot 5 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \text{ m} = 100 \text{ m}$; $s_4 = 15 \cdot 5 \text{ m} = 75 \text{ m}$;

$s_5 = 15 \cdot 5 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \text{ m} = 100 \text{ m}$; $s_6 = 25 \cdot 10 \text{ m} =$

$$= 250 \text{ m}; s_7 = 25 \cdot 5 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5^2 \text{ m} = 62,5 \text{ m};$$

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7 = 837,5 \text{ m}.$$

$$d) v_p = \frac{837,5 \text{ m}}{45 \text{ s}} \doteq 18,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 67 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2. úloha

Letadlo letí ve stálé výšce h_1 nad vodorovným povrchem Země stálou rychlostí v_0 ve vodorovném směru. V určitém okamžiku vyšle k povrchu Země ve svislém směru radarový signál, který se vrátí zpět k pilotovi za dobu t_1 . Ihned po přijetí signálu začne letadlo klesat při rychlosti v_0 tak, že úbytek výšky je přímo úměrný času. Za dobu t_2 dosáhne výšky h_2 a vyšle další radarový signál, který se vrátí za dobu t_3 , $t_3 \ll t_2$. Letadlo pokračuje v letu při stejném směru, stejné rychlosti klesání a rychlosti letu v_0 jako v intervalu t_2 . Ve výšce h_3 nad povrchem Země začíná přistávací manévř pro letadlo.

Znáte-li velikost rychlosti v_0 , doby t_1 , t_2 , t_3 a výšku h_3 , určete

a) výšky h_1 a h_2 letadla nad povrchem Země;

b) dobu t_4 , za kterou se letadlo dostane z výšky h_1 do výšky h_3 nad povrchem Země;

c) vzdálenost d měřenou na povrchu Země, kterou urazí letadlo za dobu t_4 .

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $v_0 = 720 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $t_1 = 40 \mu\text{s}$, $t_2 = 10 \text{ min}$, $t_3 = 10 \mu\text{s}$, $h_3 = 150 \text{ m}$, rychlost radarového signálu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Řešení:

a) Vzhledem k tomu, že $v_0 \ll c$, můžeme při výpočtu výšky letadla zanedbat pohyb letadla, tj. za dobu t_1 urazil signál dráhu $2 h_1$, $h_1 = \frac{1}{2} c t_1 = 6\,000 \text{ m}$, obdobně $h_2 =$

$$= \frac{1}{2} c t_3 = 1\,500 \text{ m}.$$

b) Letadlo klesá rychlostí

$$v = \frac{h_1 - h_2}{t_2} ;$$

do výšky h_3 se dostane za dobu

$$t_4 = \frac{h_1 - h_3}{v} = \frac{ct_1 - 2h_3}{c(t_1 - t_3)} t_2 = 780 \text{ s.}$$

c) $d = vt_4 = 156 \text{ km.}$

3. úloha

Řidič automobilu Tatra 613 jedoucího rychlostí $v_1 = 90 \text{ km.h}^{-1}$ spatřil náhle před sebou ve vzdálenosti l nákladní automobil s rozměrným nákladem, který mu znemožnil další plynulou jízdu, a začal brzdit. Po uplynutí doby $t_0 = 1,0 \text{ s}$ od zjištění, že cesta není volná, začalo účinkovat brzdění a automobil zpomaloval se zrychlením $a_1 = -2,0 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Určete nejmenší vzdálenost l_1 , v níž byl stojící nákladní automobil, jestliže nedošlo ke srážce.

b) Určete nejmenší vzdálenost l_2 , v níž byl nákladní automobil jedoucí rychlostí $v_2 = 18 \text{ km.h}^{-1}$ týmž směrem, jestliže nedošlo ke srážce.

c) Určete nejmenší vzdálenost l_3 , v níž byl nákladní automobil jedoucí rychlostí $v_2 = 18 \text{ km.h}^{-1}$ v protisměru, jestliže nedošlo ke srážce a nákladní automobil začal po uplynutí doby $t_0 = 1,0 \text{ s}$ brzdit se zrychlením $a_2 = -1 \text{ m.s}^{-2}$.

Řešení:

a) Automobil Tatra jel nejprve po dobu t_0 rychlostí v_1 , přičemž ujel dráhu $d_1 = v_1 t_0$. Potom se pohyboval rovnoměrně zpomaleným pohybem se zrychlením a_1 a s počáteční rychlostí v_1 . Do zastavení ujel dráhu

$$d_2 = \frac{v_1^2}{-2a_1} ,$$

celková dráha

$$l_1 = v_1 t_0 - \frac{v_1^2}{2 a_1} \doteq 181 \text{ m.}$$

b) Automobil Tatra nejprve ujel dráhu $d_1 = v_1 t_0$, potom za dobu t_1 změnil svou rychlost z v_1 na v_2 . V této době se pohyboval rovnoměrně zpomaleně se zrychlením a_1 a s počáteční rychlostí v_1 . Projel dráhu

$$d_3 = v_1 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2.$$

Nákladní automobil projel dráhu $d_4 = v_2 (t_0 + t_1)$. Hledaná minimální vzdálenost $l_2 = d_1 + d_3 - d_4$ a po dosazení

$$t_1 = \frac{v_2 - v_1}{a_1}$$

a úpravě

$$l_2 = (v_1 - v_2) \left(t_0 - \frac{v_1 - v_2}{2 a_1} \right) = 120 \text{ m.}$$

c) Automobily nejprve ujely proti sobě vzdálenost $d_5 = (v_1 + v_2) t_0$. Automobil Tatra potom zastavil na dráze d_6 , nákladní automobil na dráze d_7 ,

$$d_6 = - \frac{v_1^2}{2 a_1}, d_7 = - \frac{v_2^2}{2 a_2},$$

takže

$$l_3 = d_5 + d_6 + d_7 = (v_1 + v_2) t_0 - \frac{v_1^2}{2 a_1} - \frac{v_2^2}{2 a_2} \doteq 199 \text{ m.}$$

4. úloha

Balón o celkové hmotnosti m se vznášel ve výšce h nad povrchem jezera. Posádka balónu uvolnila zátěž o hmotnosti m_1 . V okamžiku, kdy zátěž dopadla na volný povrch vody,

uvolnila posádka další zátěž o hmotnosti m_2 . Vzhledem k tomu, že změny rychlosti nejsou velké, odpor prostředí zanedbejte. Hustotu vzduchu a tíhové zrychlení považujte za konstantní.

a) Vysvětlete, proč na začátku děje se mohl balón vznášet. Popište a zdůvodněte děje, které proběhnou do času dopadu druhé zátěže do vody.

b) V jaké výšce nad povrchem jezera byl balón těsně před uvolněním druhé zátěže? Jakou rychlostí se v tomto okamžiku pohyboval?

c) V jaké výšce nad povrchem jezera byl balón v okamžiku, kdy druhá zátěž dopadla do vody?

V úloze a) zaveďte fyzikální veličiny k popisu situace. Řešte úlohy b), c) pro hodnoty $h = 125$ m, $m = 520$ kg, $m_1 = 20$ kg, $m_2 = 50$ kg, $g = 10$ m.s⁻².

Řešení:

a) Balón se vznášel ve vzduchu, protože tíhová síla F_G , která na něj působila, byla v rovnováze s aerostatickou vztlakovou silou F_{vz} , tj. platila rovnost $F_G = F_{vz}$. Po uvolnění první zátěže se tíhová síla zmenší o $m_1 g$, vztlaková síla se nezmění, takže na balón působí ve směru svislém vzhůru stálá síla o velikosti $F_1 = m_1 g$, balón stoupá rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením a_1 a s nulovou počáteční rychlostí. První zátěž klesá volným pádem, do vody spadne za dobu t_1 po uvolnění. Za tuto dobu vystoupí balón do výšky h_1 a získá rychlost v_1 . Pohyb druhé zátěže (vzhledem k povrchu Země) je nejprve svislý vrh vzhůru s počáteční rychlostí v_1 . Zátěž vystoupí do své nejvyšší polohy ve výšce h_2 nad jezerem, načež klesá z této výšky volným pádem. Do vody dopadne za dobu t_2 po uvolnění, přičemž $t_2 = t_3 + t_4$, kde t_3 je doba výstupu do nejvyšší polohy, t_4 doba volného pádu z této výšky k volné hladině jezera.

Po uvolnění druhé zátěže působí na balón ve svislém směru vzhůru síla o velikosti $(m_1 + m_2) g$ a uděluje mu zrychlení a_2 , $a_2 > a_1$. Balón se pohybuje pohybem rovnoměrně zrych-

leným se zrychlením a_2 a počáteční rychlostí v_1 . Za dobu t_2 vystoupí do výšky h_3 .

b) Při označeních uvedených v části a) dostáváme $h_1 = h + s_1$, kde s_1 je dráha, kterou balón proletěl za dobu $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Pohyboval se se zrychlením $a_1 = \frac{m_1}{m - m_1} g$, proto $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$. Dosazením a úpravou dostaneme

$$h_1 = h \frac{m}{m - m_1} = 130 \text{ m.}$$

V této výšce měl rychlost

$$v_1 = a_1 t_1 = \frac{m_1}{m - m_1} \sqrt{2gh} = 2 \text{ m.s}^{-1}.$$

c) Druhá zátěž vystoupí nad volnou hladinu jezera do výšky

$$h_2 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \doteq 130,2 \text{ m}$$

za dobu $t_3 = \frac{v_1}{g} = 0,2 \text{ s}$. Potom klesá po dobu $t_4 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{26,04} \text{ s} \doteq 5,1 \text{ s}$.

Po uvolnění druhé zátěže stoupá balón se zrychlením

$$a_2 = \frac{m_1 + m_2}{m - (m_1 + m_2)} g \doteq 1,56 \text{ m.s}^{-2}$$

a za dobu $t_2 = t_3 + t_4 \doteq 5,3 \text{ s}$ vystoupí do výšky

$$h_3 = h_1 + v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \doteq 162,5 \text{ m.}$$

5 Úlohy kategorie E

Úlohy a řešení recenzovali RNDr. Milan Bednařík, CSc., a Mojmír Simerský.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. Milan Bednařík, CSc.)

Mirek a Petr bydleli v 8. poschodí výškového domu. Mirek obvykle jezdil dolů výtahem. Petr jako sportovec chodil raději pěšky. Jednou se Petr vsadil s Mirkem, že doběhne do 8. poschodí, přičemž dosáhne nejméně dvojnásobné průměrné rychlosti, než je rychlost kabiny výtahu s Mirkem. Aby se sázka mohla uskutečnit, nejdříve chlapci zjistili, že výška jednoho poschodí je 3 m, celková délka schodiště mezi každými dvěma poschodími je 5 m, a dále odhadli, že na každé ze 16 plošin (jedna plošina vždy v mezipatře, druhá v poschodí) musí Petr oběhnout zábradlí schodiště v délce 1,5 m. Potom naměřili pomocí stopek dobu 30 sekund, za kterou vystoupí kabina výtahu stálou rychlostí do 8. poschodí. Nakonec Mirek změřil dobu, kterou Petr potřeboval k doběhnutí do 8. poschodí, a zjistil, že byla o 2 sekundy delší než doba výstupu kabiny.

a) Kolikrát byla průměrná rychlost běžícího Petra větší než rychlost kabiny výtahu? Vyhrál Petr sázku?

b) Za jakou dobu by musel Petr doběhnout do 8. poschodí, aby jeho průměrná rychlost byla právě dvojnásobkem rychlosti kabiny?

Řešení:

Označení veličin: v_1 ... rychlost kabiny výtahu, v_2 ... průměrná rychlost Petrova, $h = 3$ m ... výška jednoho poschodí, $d_1 = 5$ m ... celková délka schodiště mezi každými

pvěma poschodími, $d_2 = 1,5 \text{ m}$... délka oběhu po každé dlošině, $t_1 = 30 \text{ s}$... doba výstupu kabiny výtahu.

a) t_2 ... doba, kterou Petr potřeboval k vyběhnutí do 8. poschodí, $t_2 = 32 \text{ s}$.

$$v_1 = \frac{8h}{t_1} = 0,8 \text{ m.s}^{-1}; v = \frac{8(d_1 + 2d_2)}{t_2} = 2 \text{ m.s}^{-1}.$$

$\frac{v_2}{v_1} = 2,5$ - Petr sázku vyhrál.

b) t_3 ... doba, za kterou Petr vyběhne do 8. poschodí, když jeho rychlost $v'_2 = 2v_1$, přičemž

$$v'_2 = \frac{8(d_1 + 2d_2)}{t_3} = 2v_1.$$

Odtud

$$t_3 = \frac{(d_1 + 2d_2)t_1}{2h} = 40 \text{ s}.$$

2. úloha (navrhli RNDr. Milan Bednařík, CSc., a RNDr. Evžen Růžička)

Ledová kra je ponořena ve vodě o hustotě $1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ tak, že 0,92 objemu kry je pod volným povrchem vody.

a) Určete hustotu ledu.

b) Jaká část objemu kry je pod volným povrchem vody, je-li kra ponořena v mořské vodě o hustotě $1\,040 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$?

Řešení:

Označení veličin: $\rho_1 = 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$... hustota vody, $\rho_2 = 1\,040 \text{ kg.m}^{-3}$... hustota mořské vody, V ... objem kry, g ... gravitační zrychlení na povrchu Země.

a) Na kru působí Země gravitační silou $F_g = V\rho g$, kde ρ je hustota ledu. Opačným směrem působí vztlaková síla

$$F_{vz} = 0,92 V\rho_1 g.$$

Z rovnosti $F_g = F_{vz}$ dostaneme

$$\rho = 0,92 \rho_1 = 920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

b) Síla F_g se nezmění, ale vztlaková síla je nyní

$$F'_{vz} = KV\rho_2 g,$$

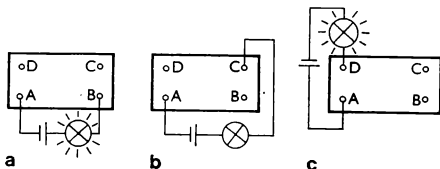
kde K je veličina, kterou máme stanovit. Z rovnosti $F_g = F'_{vz}$ vyjde

$$K = \frac{\rho}{\rho_2} = \frac{0,92 \rho_1}{\rho_2} \doteq 0,88.$$

3. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

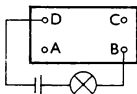
V desce z izolantu jsou upevněny čtyři kovové zdířky A , B , C , D . Na dolní straně desky, kterou nemůžeme vidět, jsou některé zdířky propojeny dvěma izolovanými dráty. Třemi pokusy s použitím elektrické baterie a žárovky byly zjištěny výsledky podle obr. 71a), b), c).

a) Nakreslete propojení zdířek na dolní straně desky, jsou-li současně splněny výsledky pokusů podle obr. 71. Je možné více než jedno řešení? Nakreslete je.



Obr. 71

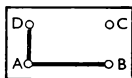
b) Ke zdírkám B a D připojte elektrickou baterii a žárovku podle obr. 72. Rozhodněte, v kterém z řešení úlohy a) žárovka svítí a v kterém nesvítí. Pro každý případ nakreslete náčrtek podle obr. 72 a vyznačte v něm propojení zdírek na dolní straně desky.



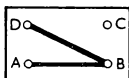
Obr. 72

Řešení:

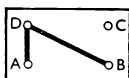
a) Jsou tři možnosti schematicky nakreslené na obr. 73a), b), c). Zdíčky A , B , D jsou navzájem spojeny, zdíčka C není spojena se žádnou ze tří ostatních.



a



b



c

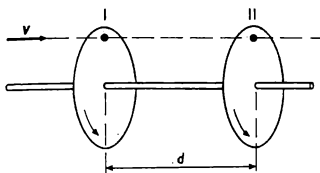
Obr. 73

b) Žárovka svítí ve všech třech uvedených případech, protože zdíčky A , D jsou spolu spojeny.

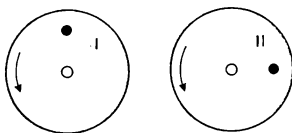
4. úloha (navrhl RNDr. Milan Bednařík, CSc.)

K měření rychlosti střel se někdy používá zařízení, jehož hlavní součástí jsou dva navzájem rovnoběžné papírové kotouče, které se otáčejí na společném hřídeli (obr. 74).

Střela se vystřeluje ve směru podélné osy hřídele tak, aby pronikla oběma kotouči. Při jednom takovém měření se kotouče otáčely tak, že konaly 50 otáček za sekundu. Vzá-



Obr. 74



Obr. 75

jemná vzdálenost kotoučů byla 2 m. Po výstřelu zůstaly v kotoučích průstřely ve vzájemné poloze vyznačené na obr. 75.

a) Jak velkou rychlostí se střela pohybovala mezi oběma kotouči?

b) Nakreslete vzájemnou polohu průstřelů v kotoučích, jestliže se střela pohybuje poloviční rychlostí než v části úlohy a).

c) Jak velkou rychlostí by se pohybovala střela, kdyby se průstřely na obou kotoučích navzájem kryly?

d) Uvažte, zda nalezené řešení je jediné.

Řešení:

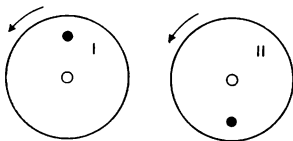
Označení veličin: $d = 2 \text{ m}$... vzájemná vzdálenost kotoučů,
 $n = 50 \text{ s}^{-1}$... počet otáček za sekundu, $T = \frac{1}{n} = \frac{1}{50} \text{ s}$...
 ... doba jedné otáčky.

a) Střela proletí vzdálenost d za dobu $t_1 = \frac{T}{4} + kT$, kde
 k je nula nebo přirozené číslo. Rychlost

$$v_1 = \frac{d}{t_1} = \frac{4dn}{1 + 4k}.$$

Pro $k = 0, 1, 2, \dots$ dostáváme $v_{10} = 400 \text{ m.s}^{-1}$, $v_{11} =$
 $= 80 \text{ m.s}^{-1}$, $v_{12} \doteq 44 \text{ m.s}^{-1}$,

b) Poloha prústřelů je na obr. 76.



Obr. 76

c) Za dobu průletu t_2 vykoná soustava celistvý počet
 otáček, tedy $t_2 = kT$, kde k je přirozené číslo. Rychlost
 střely

$$v_2 = \frac{d}{t_2} = \frac{dn}{k};$$

pro zadané hodnoty: $v_{21} = 100 \text{ m.s}^{-1}$, $v_{22} = 50 \text{ m.s}^{-1}$,
 $v_{23} \doteq 33 \text{ m.s}^{-1}$.

d) Z předchozího bychom mohli (nesprávně) usoudit, že
 úlohy a), c) mají libovolný počet řešení. Ve skutečnosti

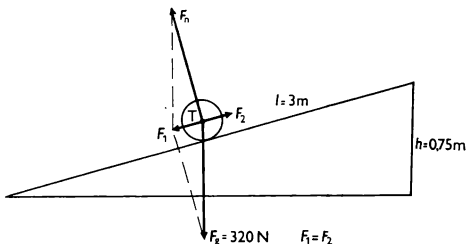
však musíme uvážit, že při průletu mezi kotouči se trajektorie střely zakřivuje, protože na střelu působí gravitační síla svisle dolů. Je to tím výraznější, čím menší je rychlost střely. V části a) můžeme považovat za reálnou jen hodnotu $v_{10} = 400 \text{ m.s}^{-1}$, v části c) nejvýše ještě hodnotu $v_{21} = 100 \text{ m.s}^{-1}$, avšak i tato rychlost je pro střelu vypálenou z pušky dosti malá.

5. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Sud o hmotnosti 32 kg má být odvalováním zvedán rovnoměrným pohybem po nakloněné rovině délky 3 m a výšky 0,75 m. Valivý odpor neuvažujeme.

a) Narýsujte na milimetrový papír model nakloněné roviny. Znázorněte síly, které působí na sud při rovnoměrném pohybu po nakloněné rovině vzhůru. (1 cm na milimetrovém papíře odpovídá 0,25 m výšky nebo délky nakloněné roviny; 1 cm na milimetrovém papíře odpovídá velikosti síly 100 N.)

b) S využitím obrázku z úlohy a) určete mechanickou práci W_1 vykonanou při zvedání sudu rovnoměrným pohybem po celé nakloněné rovině vzhůru.



Obr. 77

Řešení:

a) Na sud působí gravitační síla $F_g = 320 \text{ N}$ a reakční síla F podložky, dále pak tažná síla F_2 . Tažná síla je v rovnováze s výslednicí sil F_g , F (obr. 77).

b) Síla F_2 má velikost $F_2 = F_g \frac{h}{l}$ a působí po dráze délky l , takže vykoná práci $W_1 = F_2 l = F_g h = 240 \text{ J}$, nepřihlížíme-li k překážkám pohybu. Podle obecného vyjádření je zřejmé, že stejně velká práce by byla potřebná k přímému pozvednutí sudu do výšky h .

6. úloha (navrhla RNDr. Marta Chytilová, CSc.)

Pozorování obrazu v rovinných zrcadlech.

Opatřete si dvě rovinná zrcadla a upravte je tak, abyste každé z nich mohli postavit ve svislé rovině na desku stolu. Postavte zrcadla proti sobě na úhloměr tak, aby se dotýkala jednou svislou hranou, která vychází ze středu úhloměru. Jedno zrcadlo nastavte dolní hranou trvale na 0° úhloměru. Blízko horního okraje svíčky upevněte spisovou svorkou proužek barevného papíru tak, aby konce proužku přecházely. Rozsvícenou svíčku postavte mezi zrcadla.

a) Při různých úhlech (od nejmenšího do 120°) sledujte počet obrazů svíčky v zrcadlech a polohu přecházejících konců proužku na různých obrazech.

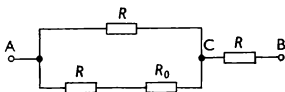
b) Doplňte následující tabulku:

Úhel rovin	30°	40°	45°	60°	90°	120°	Zrcadla rovnoběžná
Počet obrazů							

c) Znázorněte polohu svíčky a jejích obrazů a polohu přechýlajícího proužku pro úhly 40° , 60° , 90° v kolmém průmětu na nákresnu. Polohu svíčky zvolte mimo osu souměrnosti úhlu, který svírají roviny obou zrcadel.

7. úloha (navrhl RNDr. Milan Bednařík, CSc.)

V elektrickém obvodu jsou zapojeny tři rezistory o odporu R a jeden rezistor o odporu $R_0 = 30 \, \Omega$ (obr. 78). Určete odpor R tak, aby celkový odpor mezi body A , B byl R_0 .



Obr. 78

Řešení:

Celý obvod má odpor

$$R_{AB} = R + \frac{R(R + R_0)}{2R + R_0} = \frac{3R^2 + 2RR_0}{2R + R_0}.$$

Podle zadání: $R_{AB} = R_0$, odtud

$$R = \frac{R_0}{\sqrt{3}} \doteq 5,8 \, \Omega.$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. Milan Bednařík, CSc.)

Z obce A šel turista stálou rychlostí $v_1 = 5 \, \text{km/h}$ do obce B . Za dobu $t = 36 \, \text{min}$ po jeho odchodu vyjel za ním stálou rychlostí v_2 cyklista, který ho dohnal ve vzdálenosti $s_1 =$

= 4,0 km od obce *A*. Pak pokračoval v jízdě nezměněnou rychlostí do obce *B*.

a) Za jakou dobu t_2 cyklista dohnal turistu?

b) Jak velkou rychlostí v_2 jel cyklista?

c) Jaká je vzájemná vzdálenost obou obcí, jestliže turista dorazí do obce *B* o dobu $t_1 = 24$ min později než cyklista?

Řešení:

a) Cyklista projel vzdálenost s_1 za dobu t_2 , turista ji

b) prošel za dobu $t_2 + t$, takže

$$s_1 = v_1(t_2 + t); s_1 = v_2 t_2;$$

odtud

$$t_2 = \frac{s_1}{v_1} - t = 12 \text{ min}, v_2 = \frac{s_1 v_1}{s_1 - v_1 t} = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}. \quad (1)$$

c) Označme s vzájemnou vzdálenost obou obcí, t_3 dobu, za kterou tuto vzdálenost prošel turista; cyklista ji projel za dobu $t_3 - (t + t_1)$, takže platí

$$s = v_2[t_3 - (t + t_1)]; s = v_1 t_3;$$

odtud s přihlédnutím k (1)

$$s = \frac{v_1 s_1 (t + t_1)}{v_1 t} = 6 \frac{2}{3} \text{ km} \doteq 6,67 \text{ km}.$$

2. úloha (navrhol Karol Hodulík)

Oceľový kváder s hmotnosťou $m = 4,0$ kg položíme na drevenú dosku, ktorá zvierá s vodorovnou rovinou uhol $\alpha = 30^\circ$. Zistilo sa, že doska pôsobí na kváder reakčnou silou $F = 35$ N. Tretia sila, pôsobiaca na kváder v pohybe, je $F_t = 15$ N.

a) Narysujte danú situáciu tak, aby úsečka dĺžky 1 cm zodpovedala sile 10 N. Pôsobisko všetkých síl umiestnite do ťažiska kvádra.

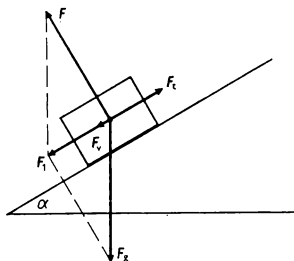
b) Doplňte obrázok tak, aby ste z neho mohli zistiť, či sa kváder bude pri daných podmienkach pohybovať. Odpoveď zdôvodnite.

c) Určte veľkosť výslednice všetkých síl pôsobiacich na pohybujúci sa kváder.

Riešenie:

a), b) — obr. 79.

Na kváder pôsobí gravitačná sila $F_g = 40 \text{ N}$ a sila $F = 35 \text{ N}$. Výslednica F_1 týchto síl pôsobí vo smere naklonenej roviny



Obr. 79

nadol, trecia sila nahor. Ak $F_1 > F_t$, bude sa kváder pohybovať.

c) Výslednica F_v všetkých síl má veľkosť 5 N (zistenú meraním) a pôsobí vo smere naklonenej roviny nadol, kváder sa teda bude pohybovať.

3. úloha (navrhl RNDr. Milan Bednařík, CSc.)

Luboš vhodil do sklenice vody kostku ledu. Všiml si, že veľká časť kostky je ponořená do vody. Ze školy si pama-

toval, že z kusu ledu, který vložíme do vody, vyčnívá nad volný povrch vody asi $\frac{1}{11}$ jeho objemu.

a) Určete hustotu ledu, předpokládáte-li hustotu vody $\varrho_0 = 1\,000\text{ kg/m}^3$.

b) Po nějaké době kostka ledu ve vodě roztála. Změní se při tom výška volného povrchu vody ve sklenici? Odpověď zdůvodněte.

Řešení:

a) Kostka ledu má objem V , její ponořená část má objem $\frac{10}{11} V$. Podle Archimédova zákona

$$\frac{10}{11} V \varrho_0 = V \varrho,$$

odtud

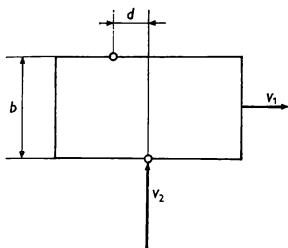
$$\varrho = \frac{10}{11} \varrho_0 \doteq 910 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

b) Výška volného povrchu vody se nezmění, protože tíha vody stejného objemu, jako je objem ponořené části kostky, je rovna tíze celé kostky, tedy i tíze vody, která vznikne roztáním ledu.

4. úloha (navrhl RNDr. Milan Bednařík, CSc.)

Rychlost letící střely lze určit tímto způsobem: Prázdný vozík, jehož boční stěny jsou z tenké lepenky, uvedeme do přímočarého rovnoměrného pohybu. Ve směru kolmém na směr pohybu vozíku vystřelíme do něj tak, aby střela proletěla jeho oběma bočními stěnami (obr. 80). Spojnice průstřelů v těchto stěnách nebude kolmá ke směru pohybu vozíku.

a) Při určitém pokusu se vozík pohybuje stálou rychlostí $v_1 = 3\text{ m/s}$. Vzájemná vzdálenost jeho bočních stěn $b =$



Obr. 80

$= 1,6$ m, vzájemné posunutí prústřelů ve stěnách $d = 1,2$ cm. Určete rychlost v_2 střely mezi oběma stěnami vozíku.

b) Je rychlost v_2 zjištěná v úloze a) stejně velká jako rychlost střely, která právě opustila hlaveň zbraně? Odpověď zdůvodněte.

c) Pomocí vozíku by se daly určit i časové intervaly t_1 mezi dvěma po sobě následujícími výstřely z automatické zbraně, jestliže určíme vzdálenosti d_1 prústřelů v jedné stěně vozíku. Určete časový interval t_1 , je-li $d_1 = 15$ cm a rychlost vozíku $v_1 = 3$ m/s.

Řešení:

a) Za dobu t proletí střela při rychlosti v_2 vzdálenost

$$b = v_2 t, \quad (1)$$

přičemž vozík ujede při rychlosti v_1 vzdálenost

$$d = v_1 t. \quad (2)$$

Řešením (1) a (2) dostaneme rychlost střely

$$v_2 = \frac{b}{d} v_1 = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Rychlost střely po opuštění hlavně je větší než její rychlost mezi stěnami vozíku. Působením odporové síly vzduchu a nárazem střely na stěnu vozíku se její rychlost zmenší.

c) Při rychlosti v_1 vozíku je vzájemná vzdálenost dvou sousedních průstřelů $d_1 = v_1 t_1$. Odtud časový interval

$$t_1 = \frac{d_1}{v_1} = 0,05 \text{ s}.$$

c) Třetí kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl RNDr. Milan Bednařík, CSc.

1. úloha

Jirka trávil prázdniny na horské chalupě, z níž byl výhled do údolí, kterým vedla železniční trať. Část trati procházela tunelem. Každý den projížděl údolím stálou rychlostí motorový vlak a Jirka pozoroval, jak vlak vždy zmizí v tunelu a pak se znova objeví na jeho druhém konci.

a) Jirka zjistil, že od okamžiku, kdy vjížděl první vůz vlaku do tunelu, do okamžiku, kdy v něm zmizel vůz poslední, uplynula doba $t_1 = 4$ s. Jak velkou rychlostí jel vlak? Motorový vlak měl tři vozy, z nichž každý měl délku $d = 20$ m.

b) Dále Jirka zjistil, že od okamžiku, kdy vjížděl první vůz vlaku do tunelu, do okamžiku, kdy se opět objevil na jeho druhém konci, uplynula doba $t_2 = 20$ s. Jakou délku měl tunel?

c) Na jakou dobu t_3 zmizel celý vlak v tunelu?

Řešení:

a) Za dobu t_1 ujede vlak dráhu $3d = vt_1$, odtud rychlost vlaku

$$v = \frac{3d}{t_1} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Za dobu t_2 ujede vlak dráhu l , která se rovná délce tunelu, tedy

$$l = vt_2 = \frac{3dt_2}{t_1} = 300 \text{ m}.$$

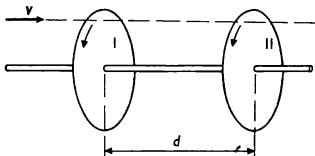
c) Za dobu t_3 ujede vlak dráhu $l - 3d = vt_3$, odtud užitím výsledku b) je

$$t_3 = \frac{l - 3d}{v} = \frac{l - 3d}{3d} t_1 = t_2 - t_1 = 16 \text{ s}.$$

2. úloha

Pomocí dvou navzájem rovnoběžných kotoučů, které se otáčejí na společném hřídeli (obr. 81), byla změřena rychlost střely $v = 500 \text{ m/s}$. Vzájemná vzdálenost kotoučů $d = 2,5 \text{ m}$.

a) Určete nejmenší počet otáček za sekundu n soustavy

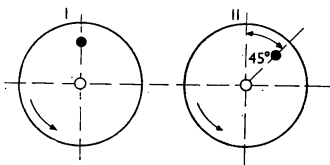


Obr. 81

kotoučů, jestliže jsou v nich prústřely ve vzájemné poloze vyznačeny na obr. 82.

b) Mohou dané úloze vyhovovat i některé větší počty otáček za sekundu? Určete alespoň dva takové případy.

c) Nakreslete vzájemnou polohu prústřelů na kotoučích téže soustavy při 75 otáčkách za sekundu.



Obr. 82

Řešení:

a) Za dobu $t = \frac{T}{8}$, kde T je doba jedné otáčky kotoučů, proletí střela při rychlosti v vzdálenost $d = vt = \frac{1}{8} vT$.

Odtud doba $T = \frac{8d}{v}$ a počet otáček za sekundu

$$n = \frac{1}{T} = \frac{v}{8d} = 25 \text{ s}^{-1}.$$

b) Při větším počtu otáček kotoučů za sekundu platí pro dobu $t_k = \frac{T}{8} + kT$, kde $k = 1, 2, \dots$, pak dráha

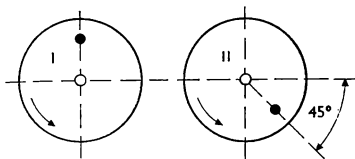
$$d = \frac{1}{8} vT (1 + 8k)$$

a počet otáček za sekundu

$$n_k = \frac{1}{T} = \frac{v}{8d} (1 + 8k) = n (1 + 8k).$$

Pro $k = 1$ je $n_1 = 225 \text{ s}^{-1}$, pro $k = 2$ je $n_2 = 425 \text{ s}^{-1}$.

c) — obr. 83.



Obr. 83

Při 25 otáčkách za sekundu se soustava za dobu průletu střely otočí o 45° . Při 75 otáčkách za sekundu se otočí o trojnásobný úhel, tj. o 135° .

3. úloha

Stejnorodé těleso tvaru kváдру se ponořilo třemi čtvrtinami svého objemu do vody.

a) Určete hustotu tělesa.

b) Na horní stěnu kváдру položíme závaží o hmotnosti 1 kg. Kvádr se při tom právě ponoří celý do vody. Určete hmotnost kváдру.

Řešení:

Označíme objem tělesa V , objem ponořené části tělesa $\frac{3}{4} V$, hustotu tělesa ρ , hustotu vody $\rho_0 = 1\,000 \text{ kg/m}^3$, hmotnost tělesa m , hmotnost závaží m_1 .

a) Těleso působí na vodu silou $F_g = \varrho Vg$, opačným směrem působí voda na těleso vztlakovou silou $F = \frac{3}{4} \varrho_0 Vg$. Z rovnosti $F_g = F$ dostaneme

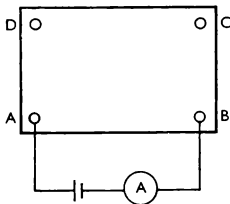
$$\varrho = \frac{3}{4} \varrho_0 = 750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

b) Při zatížení tělesa závažím o hmotnosti m_1 je síla působící na těleso se závažím $F'_g = (m + m_1)g$ a vztlaková síla $F' = \varrho_0 Vg = \frac{\varrho_0}{\varrho} mg = \frac{4}{3} mg$. Z rovnosti $F'_g = F'$ dostaneme po úpravě

$$m = 3 m_1 = 3 \text{ kg}.$$

4. úloha

Na obr. 84 je zakreslena horní stěna nevodivé desky, v níž jsou upevněny čtyři kovové zdířky A, B, C, D . Na dolní stěně desky, kterou nevidíme, jsou dvě zdířky propojeny rezistorem o odporu R_1 a dvě zdířky rezistorem o odporu R_2 . Elektrickou baterii o napětí $U = 4,5 \text{ V}$ a ampérmetr připo-



Obr. 84

jíme nejprve ke zdírkám A , B (obr. 84) a na ampérmetru naměříme proud $I_{AB} = 0,30$ A. Připojíme-li stejným způsobem baterii a ampérmetr ke zdírkám A , C , naměříme proud $I_{AC} = 0,15$ A. V případě připojení baterie s ampérmetrem ke zdírkám A , D a C , D naměříme proudy $I_{AD} = 0$ A a $I_{CD} = 0$ A.

a) Nakreslete propojení zdírek oběma rezistory na dolní stěně desky. Kolik řešení má úloha?

b) Určete odpory R_1 , R_2 rezistorů.

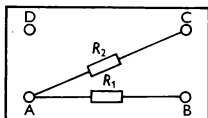
c) Jaký proud bychom naměřili při připojení ampérmetru a baterie ke zdírkám B , C ?

Řešení:

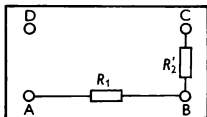
a) Obr. 85 a obr. 86 — úloha má dvě řešení.

b) V případě podle obr. 85: $R_1 = \frac{U}{I_{AB}} = 15 \Omega$,

$$R_2 = \frac{U}{I_{AC}} = 30 \Omega.$$



Obr. 85



Obr. 86

V případě podle obr. 86: $R_1 = 15 \, \Omega$, $R_1 + R'_2 = 30 \, \Omega$,
 $R'_2 = 15 \, \Omega$.

c) V případě podle obr. 85: $I_{BC} = \frac{U}{R_1 + R_2} = 0,10 \, \text{A}$;

v případě podle obr. 86: $I'_{BC} = \frac{U}{R'_2} = 0,30 \, \text{A}$.

III. ČÁST

PATNÁCTÁ MEZINÁRODNÍ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA

1 Průběh a výsledky soutěže

Organizátorem 15. mezinárodní fyzikální olympiády (15. MFO) bylo ve školním roce 1983/84 Švédské království. Na přípravě a finančním zabezpečení se podílely ministerstvo vzdělávání, Národní komise pro vzdělávání, Švédská fyzikální společnost a řada výrobních organizací, obchodních společností a vědeckovýzkumných institucí.

15. MFO se zúčastnila družstva 18 států: Bulharská lidová republika (BG), Československá socialistická republika (CS), Finská republika (SF), Islandská republika (IS), Socialistická federativní republika Jugoslávie (YU), Kubánská republika (CU), Maďarská lidová republika (H), Německá demokratická republika (DDR), Spolková republika Německa (D), Nizozemské království (NL), Norské království (N), Polská lidová republika (PL), Rakouská republika (A), Rumunská socialistická republika (RO), Svaz sovětských socialistických republik (SU), Švédské království (S), Velká Británie (GB), Vietnamská socialistická republika (VN).

Z každého státu bylo pozváno 5 soutěžících z řad žáků středních škol ve věku do 20 let, jeden vedoucí družstva a jeden pedagogický vedoucí. Z některých států se z finančních důvodů zúčastnilo soutěže méně soutěžících (z Islandu jen 2, z Kuby 4, z Velké Británie 4, z Vietnamu 3).

Vedoucím československého družstva na 15. MFO byl jmenován předseda ÚVFO doc. RNDr. Ing. Daniel Klu-

vanec, CSc., vedoucí katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Nitře, pedagogickým vedoucím 1. místopředseda ÚVFO RNDr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové. Obě jmenovaná pracoviště se ve školním roce 1983/84 podílela na přípravě účastníků československého reprezentačního družstva na 15. MFO. Příprava probíhala v podstatě po celý školní rok. V říjnu obdrželi účastníci širšího výběru, doporučení jednotlivými KVFO, materiály ke korespondenční části přípravy. Na základě doporučení a výsledků řešení zadaných úloh bylo 20 soutěžících vybráno do prosincového soustředění, které bylo uspořádáno v Nitře. Druhé soustředění proběhlo v Hradci Králové koncem března 1984, zúčastnili se ho vítězové 2. kola v kategorii A. Obě soustředění proběhla pod vedením doc. RNDr. ing. Daniela Kluvance, CSc., a RNDr. Iva Volfa na katedrách fyziky a základů techniky obou pedagogických fakult, na nichž byl již vytvořen kádr spolupracovníků, kteří se připravě soutěžících na MFO věnují každoročně. Školici střediska zajistila kvalitní přípravu po stránce řešení teoretických úloh, metodiky řešení fyzikálních úloh, řešení úloh z národních a mezinárodních fyzikálních olympiád a jiných soutěží. V praktické části soustředění byli účastníci orientováni na řešení tvůrčích experimentálních úloh.

Na základě výsledků třetího kola konaného začátkem dubna 1984 v Nitře bylo s přihlédnutím k předcházejícím výsledkům v soutěži pozváno 12 nejlepších účastníků fyzikální olympiády v kategorii A na čtrnáctidenní soustředění do školického střediska v Nitře. Podle výsledků zatěžovacích testů, v nichž řešili účastníci náročné teoretické i praktické úlohy, bylo ministerstvům školství ČSR a SSR doporučeno následující složení reprezentačního družstva ČSSR na 15. mezinárodní fyzikální olympiádu:

1. Viliam Šichman, 4. ročník gymnázia v Prešově, Konštantinova ul. (2. místo v celostátním kole)

2. Patrik Španěl, 3. ročník gymnázia W. Piecka v Praze (6. – 7. místo v celostátním kole)
3. Ján Lúžný, 3. ročník SPŠ elektro v Prešově (4. – 5. místo v celostátním kole)
4. Josef Pelikán, 4. ročník gymnázia v Českých Budějovicích (4. – 5. místo v celostátním kole)
5. Dagmar Kluvancová, 4. ročník gymnázia v Nitře (1. místo v celostátním kole)

Jako náhradníci byli vybráni: Ivo Čermák, 4. ročník gymnázia v Bílovci (3. místo v celostátním kole), Miroslav Ryška, 4. ročník gymnázia ve Frýdku-Místku (6. – 7. místo v celostátním kole).

Československé reprezentační družstvo bylo na 15. MFO vybavováno oběma ministerstvy školství. Vzhledem k termínu odletu letadla do Stockholmu se družstvo dostalo do místa soutěže o 2 dny dříve. Oba dny byly využity k další přípravě soutěžících, která byla zaměřena na metodiku řešení složitějších fyzikálních úloh z polských a sovětských fyzikálních olympiád a na řešení takových úloh, které syntetizují poznatky z několika oblastí fyziky.

15. MFO probíhala ve dnech 24. června až 1. července 1984 ve starobylém švédském městě Sigtuna, jež bylo ve středověku hlavním městem Švédska. Toto lázeňské město leží asi 40 km severně od Stockholmu. Vedoucí i soutěžící byli ubytováni v internátní střední škole Sigtuna Stiftelsen Humanistiska Läroverket. Školu navštěvuje asi 540 žáků pracujících podle běžných učebních plánů a osnov, ale ve škole však existuje ještě mezinárodní větev, kde výuka probíhá v angličtině. Cílem výuky v této větvi je získat tzv. mezinárodní maturitní zkoušku, opravňující ke vstupu na univerzity v 50 zemích. Tato škola byla založena v r. 1925 a absolvovalo ji mnoho významných osobností, mj. švédský král Carl XVI. Gustaf a ministerský předseda Olof Palme. Stravování účastníků bylo zajištěno v areálu školy. V jejích

budovách proběhla i teoretická část soutěže. Experimentální úlohy byly připraveny na Královské vysoké škole technické ve Stockholmu. Klidný průběh celé soutěže prokázal výhodnost organizování mezinárodních soutěží v menších místech; vzhledem k zajištění kulturní části mezinárodních fyzikálních olympiád by tato místa neměla být příliš vzdálena od hlavního města.

Slavnostní zahájení 15. MFO proběhlo 25. června 1984 v 15 h v aule školy. Zahájení se zúčastnila ministryně vzdělávání Švédského království paní Lena Hjelmová-Wallénová a řada dalších významných osobností. O kulturní pořad při zahájení se postarali studenti z univerzity v Uppsale, kteří účastníkům 15. MFO předvedli folkloristický pořad.

Soutěž v řešení teoretických úloh proběhla 26. června 1984 od 8,30 h do 13,30 h a řešení experimentálních úloh bylo zařazeno na 28. června 1984.

Jako vedoucí družstev a pedagogičtí vedoucí byli na 15. MFO přítomni:

- BG Gleb Zadorožnyj, fyzikální fakulta, univerzita Sofia
- Nikola Velčev, ministerstvo osvěty, Sofia
- CS doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc., Pedagogická
- fakulta Nitra
- RNDr. Ivo Volf, Pedagogická fakulta Hradec Králové
- SF dr. Maia Ahtee, katedra přípravy učitelů, univerzita
- Helsinki
- Jukka Mattila, profesor gymnázia v Eurajoki
- IS dr. Hans Kristian Gudmundsson, Institut přírodních
- věd Univerzity v Reykjavíku
- Vidar Ágústsson, střední škola v Reykjavíku
- YU dr. Draško Grujić, Institut jaderné fyziky, Bělehrad
- dr. Josip Brana, přírodovědecká fakulta, Sarajevo
- CU dr. José Ducongé Hernández, katedra didaktiky
- fyziky, Habana
- prof. dr. Medel Perez, katedra obecné fyziky, uni-
- verzita Habana

- H László Takács, Ústřední institut pro fyziku, Budapešť
Jenő Szép, Institut fyziky pevných látek, Univerzita Budapešť
- DDR dr. Heinz Lorenz, ministerstvo vzdělávání, Berlín
dr. Rudolf Gau, Vysoká škola pedagogická Güstrow
- D dr. Gunter Lind, Institut pedagogiky přírodních věd, Kiel
dr. Harri Heise, střední škola Kiel
- NL dr. Jan F. Schröder, střední škola Groningen
dr. Hans Jordens, střední škola Groningen
- N Ingerid Hiis Helstrup, střední škola Bergen
dr. Vidar Horsfjord, pedagogická fakulta, Trondheim
- PL dr. Andrzej Kotlicki, Institut experimentální fyziky, univerzita Warszawa
dr. Waldemar Gorzkowski, Institut fyziky PAN, Warszawa
- A prof. Günter Lechner, gymnázium Wörgl
prof. Ing. Mag. Helmuth Mayr, gymnázium Wien
- RO prof. Anatolie Hristev, fyzikální fakulta, univerzita Bukurešť
Alexandru Burcin, ministerstvo vzdělávání, Bukurešť
- SU Oleg Fjodorovič Kabardin, Akademie pedagogických věd, Moskva
Vladimír Aleksejevič Orlov, Akademie pedagogických věd, Moskva
- S Bo Gestblom, Fyzikální institut, Uppsala
Göran Lundgren, Fyzikální institut, Uppsala
- GB dr. Cyril Isenberg, fyzikální laboratoř univerzity, Canterbury
dr. Guy Bagnall, střední škola Harrow-on-the-Hill
- VN prof. Duong Trong Bai, ministerstvo vzdělávání, Hanoi
prof. Vu Thank Khiet, Pedagogická fakulta Hanoi

15. MFO se zúčastnilo i několik pozorovatelů. Především to byli dr. Bojan Golli a Aljoša Žerjal, zástupci slovinské

matematicko-fyzikální společnosti, příští organizátoři mezinárodní fyzikální olympiády v Jugoslávii, dále Erszébet Lugosi z maďarského časopisu Középiskolai matematikai Lapok, Sergej Krotov z redakce časopisu Kvant, Maurice Ebison, pozorovatel Evropské fyzikální společnosti, Asif Khan z Kanady, Ženg Xi-Rong z Čínské lidové republiky.

Soutěž byla řízena mezinárodní komisí, které předsedal prof. Bengt E. I. Svensson z Institutu pro teoretickou fyziku na univerzitě v Lundu. Generálním sekretářem byl doc. dr. Lars Silverberg z univerzity v Lundu. Členy mezinárodní komise byli všichni vedoucí a pedagogičtí vedoucí jednotlivých družstev. Pracovními jazyky při jednání byly ruština, angličtina, francouzština, němčina. V těchto jazycích byly připraveny materiály pro soutěžící a pro jejich vedoucí, jednání probíhalo převážně v angličtině a ruštině. Návrhy úloh připravila a opravu řešení zajistila komise sestavená z vysokoškolských učitelů z univerzit v Lundu, Uppsale a Stockholmu.

První zasedání mezinárodní komise, které řídil prof. Bengt Svensson, proběhlo 25. června 1984 od 19.30 h do 03.00 h. Na zasedání byly předneseny návrhy teoretických úloh pro soutěž, proběhla diskuse k textům i k řešením, mezinárodní komise byla seznámena s bodovým hodnocením. Texty úloh i řešení byly předloženy ve všech pracovních jazycích. Oba vedoucí každé delegace zajistili překlad textů úloh do národního jazyka soutěžících z jejich delegace a přepis pro pořízení xerokopií. Obdobně 27. června 1984 od 19.30 h do 02.00 h proběhla diskuse nad návrhy dvou experimentálních úloh a překlad do národních jazyků. Mezinárodní komisi seznámili se všemi úlohami vždy autoři úloh, kteří byli předsedy příslušných komisí pro opravy. V případě experimentálních úloh byla připravena ukázka měřicí aparatury.

Třetí zasedání mezinárodní komise se konalo 28. června 1984 v odpoledních hodinách. Na tomto zasedání jednala skupina korektorů teoretických úloh s vedoucími delegací

a byl podepsán protokol o opravě. Týž den na dalším zasedání byl projednán nový organizační statut mezinárodních fyzikálních olympiád. Za podstatné změny lze považovat zmenšení počtu jednacích jazyků (ruština, angličtina), i když texty úloh budou i nadále připravovány v původních čtyřech jednacích jazycích. Vzhledem k plánování organizátorů budoucích mezinárodních fyzikálních olympiád bylo doporučeno, aby každý nový stát, který se zúčastní některé MFO, se nejpozději do pěti let rozhodl, v kterém roce bude pořádat mezinárodní fyzikální olympiádu.

Páté zasedání mezinárodní komise dne 29. června 1984 bylo věnováno jednání s korektory experimentálních úloh a uzavření hodnocení těchto úloh. V sobotu 30. června na závěrečném zasedání mezinárodní komise bylo uzavřeno hodnocení všech úloh a schváleny ceny za umístění v 15. MFO.

Každá ze tří teoretických úloh byla hodnocena nejvýše 10 body, pro každou ze dvou experimentálních úloh bylo určeno také 10 bodů. Každý soutěžící mohl tedy získat nejvýše 50 bodů. Podle statutu MFO je pro vyhlášení výsledků a udílení cen rozhodující výsledek, kterého dosáhl nejlepší soutěžící. Nejvyššího počtu dosáhl Jan de Boer z Nizozemského království a Sorin Spânoche z Rumunské socialistické republiky - 43 bodů. Jednotlivé ceny dostali tedy soutěžící na základě dosažení procentuálního poměru bodů z této hodnoty:

- I. cena 100 % – 90 %, tj. 43 až 38 bodů,
celkem 9 soutěžících
- II. cena 90 % – 78 %, tj. 37 až 33 bodů,
celkem 5 soutěžících
- III. cena 78 % – 65 %, tj. 32 až 27 bodů,
celkem 15 soutěžících
- pochvalné uznání 65 % – 50 %, tj. 26 až 21 bodů,
celkem 17 soutěžících

Tabulka 14. Výsledky jednolicevů na 15. MFO

Pořadí	Jméno a příjmení	Stát	Počet bodů za úlohu					Celkem bodů
			1	2	3	4	5	
I. cena								
1. – 2.	Sorin Spânoche	RO	9	9	10	8	7	43
	Jan de Boer	NL	10	10	10	6,5	6,5	43
3.	Patrik Španěl	CS	8	10	10	8	6,5	42,5
4.	Sergej Orlov	SU	9	10	6	9,5	7,5	42
5.	Aleksander Deškovskij	SU	8	8	7	8,5	8,5	40
6. – 7.	Marius Vasilu	RO	9	3	10	10	7,5	39,5
	Anton Aleksejev	SU	9	10	10	1	9,5	39,5
8. – 9.	Peter Csillag	H	9	7	6	8,5	7,5	38
	Dan Pîrjol	RO	9	3	10	7,5	8,5	38
II. cena								
10.	Lev Zakrevskij	SU	8	9	2	9	7,5	35,5
11. – 12.	Dirk Graudenz	D	7	9	2	8	9	35
	Thomas Müller	D	8	10	1	8	8	35
13. – 14.	Michail Jotov	BG	8	8	2	6,5	8,5	33
	Igor Potěrjajko	SU	8	10	1	7	7	33
III. cena								
15.	József Frigó	H	8	8	1	7,5	7	31,5
16. – 17.	Wojciech Zaborotny	PL	9	9	2	3	8	31
	Cristian Neascu	RO	9	9	3	3	7	31

I'oradí	Jméno a příjmení	Stát	Počet bodů za úlohu					Celkem bodů
			1	2	3	4	5	
18. – 19.	Ján Lúzný	CS	9	0	10	5	6,5	30,5
20. – 22.	Klaus Becker	D	9	5	1	7	8,5	30,5
	Olaf Kalz	DDR	9	0	7	7	7	30
23. – 25.	Gábor Fátih	H	9	7	2	5,5	6,5	30
	Cristian Teodorescu	RO	9	10	3	2	6	30
	Dietmar Polster	DDR	9	10	2	2	6,5	29,5
	László Erdős	H	9	10	2	1	7,5	29,5
	Paul Shutler	GB	10	4	2	5	8,5	29,5
26.	Viktor Ivanov	BG	8	10	2	7,5	1	28,5
27. – 28.	Vasil Spasov	BG	6	5	3	5	8,5	27,5
29. – 30.	James Durrant	GB	7	5	2	6	7,5	27,5
	Michael Skeide	D	9	2	2	5,5	8,5	27
	Frank Robijn	NL	9	5	2	5	6	27
Čestné uznání								
31. – 32.	Josef Pelikán	CS	10	5	0	3,5	6,5	25
33. – 35.	Wulf Böttger	DDR	7	5	2	4	7	25
	Ivan Sirakov	BG	7	2	6	2,5	7	24,5
	Gerard Barkema	NL	8	6	0	4,5	6	24,5
	Matjaz Žitnik	YU	8	8	0	3	5,5	24,5
36. – 38.	Klaus Krischan	A	8	1	1	6,5	7,5	24
	Michael Ringe	D	8	2	0	5,5	8,5	24
	Gyula Fodor	H	6	6	1	4	7	24

Tab. 14

Pořadí	Jméno a příjmení	Stát	Počet bodů za úlohu					Celkem bodů
			1	2	3	4	5	
39. – 40.	Pieter Maris	NL	5	5	2	5,5	6	23,5
	Anders Eriksson	S	8	4	0	4	7,5	23,5
41. – 42.	Viljam Šichman	CS	8	5	0	2	8	23
	Jyrki Kivinen	SF	8	1	2	5,5	6,5	23
43. – 44.	Dagmar Kluvancová	CS	8	2	1	2,5	8,5	22
	Jaroslav Bogusz	PL	7	0	2	3,5	9,5	22
45. – 47.	David Griffiths	GB	10	0	2	2,5	7	21,5
	Monke Ubbens	NL	8	1	2	4,5	6	21,5
	Adam Strzeboński	PL	8	3	0	2,5	8	21,5
	Potvrzení o účasti neúspěšným řešitelům							
48. – 51.	Stefan Komilev	BG	8	2	2	2,5	6	20,5
	Mathias Drochner	DDR	5	2	2	5,5	6	20,5
	Vilhjálmur Thorsteinsson	IS	5	3	1	6,5	5	20,5
	Krister Fjörðh	S	6	0	0	6,5	8	20,5
52.	Lars Hoff	N	8	0	1	4	7	20
53. – 54.	Paul Olav Tvete	N	8	0	1	3,5	7	19,5
	Antonio Brenner	YU	5	7	0	6	1,5	19,5
55. – 56.	Krzysztof Mnich	PL	6	3	0	2	8	19
	Quang Tran Nhat	VN	3	8	6	1	1	19

Tab. 14

Pořadí	Jméno a příjmení	Stát	Počet bodů za úlohu					Celkem bodů
			1	2	3	4	5	
57. — 60.	Jürgen Geisselbrecht Thomas Reiss Hentik Dahlstrand Jane Kondev Wojciech Derkowski Olavi I'esonen Tilo Wettig Hakon Gjessing Klaus Ellinger Alberto Clavijo Stefan Gustafsson Thorbjörn Söderberg Klaus Aufinger Nenad Tokić Stojan Radić Anna Puntajer Finnur Lärusson Timo Kaurila Geir I'ettersen	A GB S YU PL SF DDR N A CU S S A YU YU A IS SF N	6 6 8 6 3 6 9 3 7 6 7 7 8 4 9 8 6 5 6 4	2 0 1 6 5 1 1 4 1 1 0 0 3 1 0 3 3 0 1	2 2 2 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0	2 3,5 1,5 1,5 3 3,5 1,5 1 1 3,5 0 0,5 3 1 0 0,5 0,5 0,5 0,5	6,5 7 6 5 6,5 6 5,5 9 6,5 6 4 6 5 5 0,5 2,5 3,5 6 7,5	18,5 18,5 18,5 18,5 17,5 17,5 17 17 16,5 16,5 16 15,5 15 15 14,5 13,5 13,5 13,5 13 13 12,5 10,5
61. — 62.								
63. — 64.								
65. — 66.								
67.								
68.								
69. — 70.								
71.								
72. — 74.								
75. — 76.								
77.								
78.								

Tab. 14

Pořadí	Jméno a příjmení	Stát	Počet bodů za úlohu					Celkem bodů
			1	2	3	4	5	
79.	Julio S. Navarro	CU	7	0	0	1	0	8
80.	Armando H. Valdes	CU	5	0	1	1,5	0	7,5
81.	Jukka Korpi	SF	2	0	0	0	5	7
82.	Olav Bonum	N	3	1	0	0	2	6
83.	Hannu Ojanen	SF	1	0	0	0	0,5	1,5

Soutěžící, kteří získali z 50 možných bodů méně než 21 bodů, byli v soutěži neúspěšní a dostali potvrzení o účasti na 15. MFO. Přehled výsledků jednotlivců uvádíme v tabulce 14.

Mezinárodní fyzikální olympiáda je soutěž jednotlivců. Všichni vedoucí však propočítávají výsledky celého družstva a navzájem své výsledky srovnávají. Podle toho lze usuzovat na úroveň péče o středoškolské studenty zájímající se o fyziku. V neoficiálním bodovém hodnocení zvítězilo družstvo Sovětského svazu s počtem 190 bodů z 250 možných bodů. Dále následovala družstva Rumunska, Maďarska, NSR a na čestném 5. místě se umístilo družstvo Československa z celkového počtu 18 zúčastněných států na 15. MFO. Výsledky podle družstev jsou uvedeny v tabulce 15 na str. 222.

Tři nejlepší družstva v řešení 1. teoretické úlohy jsou: RO, CS, SU, v řešení 2. úlohy: SU, H, RO (CS bylo na 7. místě), v řešení 3. teoretické úlohy: RO, SU, CS. Tři nejlepší družstva v řešení teoretických úloh jako celku byla SU, RO, H (CS bylo na 4. místě). Tři nejlepší družstva v řešení první experimentální úlohy byla SU, D, RO (CS bylo na 7. místě), v řešení druhé experimentální úlohy D, PL, RO (CS bylo na 3. – 4. místě). První tři družstva v řešení experimentálních úloh celkem byla družstva D, SU, RO (CS bylo na 5. místě).

Organizátoři věnovali mnoho pozornosti kulturní a společenské náplni pobytu delegací na 15. MFO ve Švédsku. Účastníci navštívili představení komické opery Gaetana Donizettiho *Viva la Mama* ve stockholmském divadle Södra. prohlédli si Wasovo muzeum. V programu byly prohlídka města Stockholmu, návštěva zábavního areálu v Djurgarden, vyjížďka do královského letního sídla. Všichni účastníci navštívili přírodní rezervaci na ostrově Angsö. V programu byla návštěva města Uppsala, kde si účastníci prohlédli fyzikální ústav univerzity. Členové mezinárodní komise navštívili typickou střední školu Vilundaskolan v Märstě. Účastníci byli přijati představiteli města Sigtuna, zúčastnili

Tabulka 15. Hodnocení družstev na 16. MFO

Pořadí	Stát	Počet účastníků	Počet bodů za úlohy					Teoret. úlohy bodů	Exp. úlohy bodů	Celkem bodů	Bodů na 1 účastníka
			1	2	3	4	5				
1.	SU	5	42	47	26	35	40	115	75	190,0	38
2.	RO	5	45	34	36	30,5	36	115	66,7	181,5	36,3
3.	IL	5	41	38	12	26,5	36,5	91	62	153,0	30,6
4.	D	5	41	28	6	34	42,5	75	76,5	151,5	30,3
5.	CS	5	43	22	21	21	36	86	57	143,0	28,6
6.	NL	5	40	27	16	26	30,5	83	56,5	139,5	27,9
7.	BG	5	37	27	15	24	31	79	55	134,0	26,8
8.	DOR	5	39	18	13	20	32	70	52	122,0	24,4
9.	PL	5	33	20	4	14	40	57	54	111,0	22,2
10.	GB	4	33	9	8	17	30	50	47	97,0	24,25
11.	S	5	37	8	2	15,5	31,5	47	47	94,0	18,8
12.	YU	5	36	27	0	11,5	17,5	63	29	92,0	18,4
13.	A	5	31	8	6	13,5	29	45	42,5	87,5	17,5
14.	N	5	26	6	2	9,0	32,5	34	41,5	75,5	15,1

Tab. 15 — pokračování

Po- řadí	Stát	Počet účast- níků	Počet bodů za úlohy					Teoret. úlohy bodů	Exp. úlohy bodů	Celkem bodů	Bodů na 1 účast- níka
			1	2	3	4	5				
15	SF	5	23	2	4	9,5	24	29	33,5	62,5	12,5
16	VN	3	21	11	6	3,5	3,0	38	6,5	44,5	14,8
17	CU	4	27	1	1	6	7,5	29	13,5	42,5	10,6
18	IS	2	10	5	1	9,5	8,5	16	18	34,0	17,0
Celkový počet bodů			605	338	179	326	507	1 122	833	1 955	23,55
Počet bodů na 1 účast- níka			7,29	4,07	2,16	3,93	6,11	13,52	10,04	23,55	

Tabulka 16. Přehled získaných cen

Pořadí	Stát	Průměrná na 1 účastnicka bodů	Ceny			Úspěšní	Ne- úspěšní
			I	II	III		
1	SU	38,0	3	2	0	0	0
2	RO	36,3	3	0	2	0	0
3	H	30,6	1	0	3	1	0
4	D	30,3	0	2	2	1	0
5	CS	28,6	1	0	1	3	0
6	NL	27,9	1	0	1	3	0
7	BG	26,8	0	1	2	1	1
8	DDR	24,4	0	0	2	1	2
9	GB	24,25	0	0	2	1	1
Průměrný výsledek			23,55				
10	PL	22,2	0	0	1	2	2
11	S	18,8	0	0	0	1	4
12	YU	18,4	0	0	0	1	4
13	A	17,5	0	0	0	1	4
14	IS	17,0	0	0	0	0	2
15	N	15,1	0	0	0	0	5
16	VN	14,8	0	0	0	0	3
17	SF	12,5	0	0	0	1	4
18	CU	10,6	0	0	0	0	4

se také recepce, kterou u příležitosti 15. MFO uspořádala na stockholmské radnici primátorka hlavního města Stockholmu.

Slavnostní zakončení 15. mezinárodní fyzikální olympiády se konalo 30. června 1984 v 15.00 h v aule internátní školy v Sigtuně. Slavnostní projev přednesl nositel Nobelovy ceny za fyziku v r. 1981 dr. Kai Siegbahn. Potom byly nejlepším účastníkům předány věcné ceny.

Jak je vidět z tabulky 16, z 18 zúčastněných družstev na 15. MFO mělo šest družstev pouze úspěšné řešitele; mezi tato družstva patří také družstvo Československa. V těchto státech pracovníci národních olympiád (pokud takové soutěže tam existují) nebo jiných forem péče o talenty věnují svým reprezentantům značnou pozornost. Mezi úspěšná družstva již tradičně patří družstvo Sovětského svazu.

Podívejme se na výsledky československého reprezentačního družstva na 15. MFO podrobněji.

Pořadí	Jméno a příjmení	Hodnocení úloh					Celkem bodů	Vyhodnocení
		1	2	3	4	5		
3.	Patrik Španěl	8	10	10	8	6,5	42,5	I. cena
18. – 19.	Ján Lúžný	9	0	10	5	6,5	30,5	III. cena
31. – 32.	Josef Pelikán	10	5	0	3,5	6,5	25	úspěšný
41. – 42.	Viliam Šichman	8	5	0	2	8	23	úspěšný
43. – 44.	D. Kluvancová	8	2	1	2,5	8,5	22	úspěšná

Při příležitosti 15. mezinárodní fyzikální olympiády je vhodné bilancovat účast našich soutěžících. Československé družstvo se mezinárodních fyzikálních olympiád zúčastnilo pokaždé, československý představitel prof. dr. Rostislav Košťál byl jedním ze zakladatelů této soutěže.

Všech mezinárodních fyzikálních olympiád se zúčastnilo celkem 71 soutěžících z ČSSR. Z tohoto počtu bylo 50 soutěžících mezi vítězi, 14 soutěžících získalo pochvalné uznání za úspěšné řešení úloh a pouze 7 účastníků bylo neúspěšných. Desátá MFO, kterou uspořádalo v r. 1977 Československo, zahájila sérii vcelku úspěšných let - z celkového počtu 30 soutěžících na 10. – 15. MFO byli 23 soutěžící mezi vítězi a získali jednu z cen, 6 bylo úspěšnými řešiteli a pouze jeden účastník na 11. MFO v Moskvě byl neúspěšný. Přes tuto vcelku úspěšnou účast našeho družstva je nutné nadále zdokonalovat systém péče o účastníky fyzikální olympiády a formy výběru i přípravy československého družstva na mezinárodní fyzikální olympiády. Zkušenosti můžeme čerpat u organizátorů sovětské fyzikální olympiády - družstva SSSR se zúčastnila mezinárodních fyzikálních olympiád celkem čtrnáctkrát s celkovým počtem 69 účastníků, z nichž 61 bylo vyhodnoceno jako vítězové MFO, dalších 8 bylo zařazeno mezi úspěšné řešitele a žádný účastník za celou dobu nebyl hodnocen jako neúspěšný. Přehled výsledků československého družstva uvádí tabulka na str. 225.

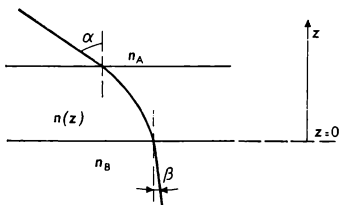
2 Soutěžní úlohy

1. úloha

a) Představte si průzračnou planoparalelní destičku, jejíž index lomu se mění se vzdáleností z od spodního povrchu destičky (obr. 87). Ukažte, že platí s využitím označení podle obrázku

$$n_A \sin \alpha = n_B \sin \beta.$$

b) Představte si, že stojíte uprostřed široké rovinné pouště. V dálce vidíte něco, co se podobá vodní hladině. Když se k »vodě« přibližujete, postupně se od vás vzdaluje tak, že



Obr. 87

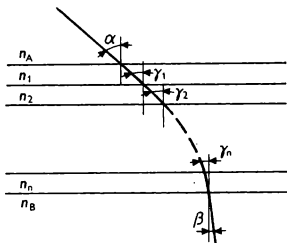
vzdálenost k »vodě« zůstává stále stejná. Vysvětlete tento jev.

c) Vypočítejte teplotu na povrchu země v případě, že vzdálenost k »vodě« je 250 m. Předpokládáme, že vaše oči jsou ve výšce 1,6 m od povrchu země. Index lomu vzduchu n při teplotě 15°C a při normálním atmosférickém tlaku je roven 1,000 276. Teplotu vzduchu ve výšce větší než 1 m nad povrchem země můžeme považovat za stálou a rovnou 30°C . Tl k vzduchu je normální. Můžeme předpokládat, že výraz $(n - 1)$ je úměrný hustotě částic v plynu. Proveďte diskusi přesnosti vašich výsledků.

Řešení:

a) Protože se index lomu destičky mění v závislosti na vzdálenosti od spodního povrchu desky, rozdělíme ji na tenké rovnoběžné vrstvy s indexy lomu $n_1, n_2, \dots, n_n$, jak vidíme na obr. 88. Potom podle zákona lomu pro rozhraní mezi sousedními vrstvami platí

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma_1} = \frac{n_1}{n_A}, \text{ tedy } n_A \sin \alpha = n_1 \sin \gamma_1,$$



Obr. 88

$$\frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ tedy } n_1 \sin \gamma_1 = n_2 \sin \gamma_2,$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$\frac{\sin \gamma_n}{\sin \beta} = \frac{n_B}{n_n}, \text{ tedy } n_n \sin \gamma_n = n_B \sin \beta.$$

Odtud vyplývá

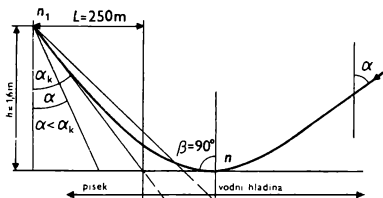
$$n_A \sin \alpha = n_1 \sin \gamma_1 = n_2 \sin \gamma_2 = \dots = n_n \sin \gamma_n = n_B \sin \beta.$$

Pro dokazovaný vztah tedy platí $n_A \sin \alpha = n_B \sin \beta$.

b) Světelné paprsky, jdoucí od oblohy, se odrážejí od vrstev vzduchu při povrchu země, které mají větší teplotu, a tedy i této teplotě odpovídající menší index lomu. Jestliže je splněna podmínka pro úplný odraz, vidí pozorovatel jev zvaný fata morgána, tedy zdánlivou »vodní hladinu«, která odráží oblohu.

Jestliže se pozorovatel přemístí o vzdálenost Δs , celý obraz se přemisťuje tak, že vzdálenost pozorovatele k »vodě« zůstane stejná. Jak vidíme z obr. 89, hranice, kde vzniká zdánlivá »vodní hladina«, je vlastně kružnicí se středem v místě, kde se nalézá pozorovatel.

c) Prostudujeme chod paprsku, který vychází z hranice zdánlivé »vodní hladiny«, jak vidíme na obr. 89. Index lomu vzduchu u povrchu země označíme n , v místě, kde je oko pozorovatele, označíme index lomu vzduchu n_1 . Podle části a) úlohy platí vztah $n \sin \beta = n_1 \sin \alpha_k$, kde úhel α_k je kritický



Obr. 89

úhel, při kterém začíná pozorovatel vidět »vodní hladinu«. Vzhledem k podmínce úplného odrazu je $\sin \beta = \sin 90^\circ = 1$, ale potom $n_1 \sin \alpha_k = n$.

Podle obr. 89 platí pro $\sin \alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}}$, a tak pro index lomu $n = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} n_1$.

V úloze je stanovena podmínka, že $(n - 1) \sim \varrho$, ale pro hustotu plynu dostaneme s použitím stavové rovnice plynů

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{M_m p}{RT};$$

p je tlak vzduchu, M_m molární hmotnost, T teplota. Pro jednotlivé indexy lomu platí

$$n_0 - 1 = \frac{M_m p}{RT_0},$$

$$n - 1 = \frac{M_{\text{mp}}}{RT},$$

$$n_1 - 1 = \frac{M_{\text{mp}}}{RT_1}.$$

Zavedeme označení $T_0 = 288 \text{ K}$, $T_1 = 303 \text{ K}$, T je neznámá hledaná teplota vzduchu na povrchu země. Je-li tlak vzduchu stálý, pak z poměru vztahů plyne:

$$\frac{n - 1}{n_0 - 1} = \frac{T_0}{T}, \text{ tedy } n = 1 + \frac{T_0}{T} (n_0 - 1)$$

$$\frac{n_1 - 1}{n_0 - 1} = \frac{T_0}{T_1}, \text{ tedy } n_1 = 1 + \frac{T_0}{T_1} (n_0 - 1)$$

Dosadíme dané hodnoty T_0 , T_1 , n_0 a získáme $n_1 \doteq 1,000\,262\,3$. Proto pro index lomu

$$n = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} n_1, \quad n = 1,000\,241\,8.$$

Pro teplotu při povrchu země dostaneme po úpravě

$$T = T_0 \frac{n_0 - 1}{n - 1} \doteq 329 \text{ K},$$

po přepočítání do Celsiovy stupnice $t = 56^\circ\text{C}$.

Odhadneme ještě vliv změny tlaku vzduchu na změnu hustoty plynu

$$\Delta p < \rho_1 gh = \frac{M_{\text{mp}}}{RT_1} gh,$$

pro poměr

$$\frac{\Delta p}{p} < \frac{M_{\text{mp}} gh}{RT_1} \doteq 1,8 \cdot 10^{-4}.$$

Je zřejmé, že změnu tlaku vzduchu v závislosti na změně výšky můžeme zanedbat, takže nemá vliv na změnu indexu lomu. Je vhodné upozornit, že s použitím mikrokalkulátoru

můžeme provést výpočty se značnou přesností, ale vzhledem k zadaným údajům L , h je nutno výsledky zaokrouhlit na 2 platná místa.

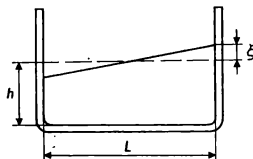
2. úloha

Na některých jezerech je možno pozorovat dosti neobvyklý jev, který se anglicky nazývá seiching (oscilace vody). Jezera, na nichž je tento jev pozorován, jsou obvykle protáhlá (velmi dlouhá vzhledem k hloubce) a úzká. Zřídka vidíme, že voda v jezeře se kolébá podobně jako káva v šálku, kterou neseme hostovi.

K vytvoření modelu jevu seiching se užívá vanička s obdélníkovým tvarem dna. Tloušťka vodní vrstvy ve vaničce je rovna h , délka vaničky ve vodorovném směru je L . Předpokládáme, že rovinný povrch vody svírá na počátku nevelký úhel s vodorovnou rovinou. Potom se voda začne kolébat, kmitat tak, že volný povrch vody zůstává rovinný, ale kmitá vzhledem k vodorovné rovině.

Sestrojte model pohybu vody a odvoďte výraz pro periodu T kmitů jevu seiching. Počáteční podmínky jsou znázorněny na obr. 90. Předpokládáme, že výchylka $\xi \ll h$.

V tabulce, kterou dále uvádíme, jsou pokusně zjištěné periody kmitů pro různé hloubky vody ve dvou vaničkách s různými délkami. Zkontrolujte nějakým vhodným způ-



Obr. 90

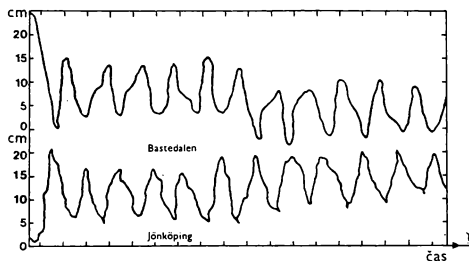
sobem, že vzorec, který jste odvodili, odpovídá experimentálním údajům, a zhodnotte použitelnost vašeho modelu.

Pro $L = 479 \text{ mm}$

$\frac{h}{\text{mm}}$	30	50	69	88	107	124	142
$\frac{T}{\text{s}}$	1,78	1,40	1,18	1,08	1,00	0,91	0,82

Pro $L = 143 \text{ mm}$

$\frac{h}{\text{mm}}$	31	38	58	67	124
$\frac{T}{\text{s}}$	0,52	0,48	0,43	0,35	0,28

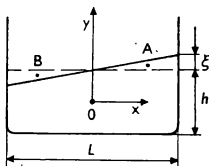


Obr. 91

Dále je uveden graf na obr. 91, kde jsou výsledky měření, která byla provedena na jezeře Vättern ve Švédsku. Délka jezera je 123 km, průměrná hloubka 50 m. Určete stupnici dělení na ose času v daném grafu. Měření změn vodního povrchu byla provedena v Bastedalen (severní okraj jezera) a v Jönköping (jižní okraj jezera).

Řešení:

Určíme nejprve souřadnice x_C , y_C hmotného středu vody, která získala polohu podle obr. 92, a to vzhledem k bodu O ,



Obr. 92

který představuje hmotný střed kapaliny v rovnovážném stavu. Z obr. 92 vidíme, že pro bod A platí

$$x_A = \frac{L}{3}, \quad y_A = \frac{h}{2} + \frac{\xi}{3},$$

neboť bod A je v řezu nádoby vlastně těžištěm trojúhelníku. Obdobně pro bod B můžeme psát

$$x_B = \frac{L}{3}, \quad y_B = \frac{h}{2} - \frac{\xi}{3}.$$

Polohu hmotného středu tělesa lze určit ze známého vztahu

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{x_A m_A + x_B m_B}{m_A + m_B}.$$

Hmotnosti m_A , m_B jsou v našem případě úměrné obsahům řezů pohybující se kapaliny

$$m_A = k \left(\frac{Lh}{2} + \frac{L\xi}{4} \right), \quad m_B = k \left(\frac{Lh}{2} - \frac{L\xi}{4} \right).$$

Hmotnost pohybující se kapaliny $M = m_A + m_B = kLh$. Potom pro souřadnice hmotného středu při výchylce

$$x_C = \frac{\frac{L}{3} k \left(\frac{Lh}{2} + \frac{L\xi}{4} \right) - \frac{L}{3} k \left(\frac{Lh}{2} - \frac{L\xi}{4} \right)}{kLh},$$

$$x_C = \frac{\frac{L^2 h}{6} + \frac{L^2 \xi}{12} - \frac{L^2 h}{6} + \frac{L^2 \xi}{12}}{Lh} = \frac{L\xi}{6h}.$$

Obdobným výpočtem dostaneme pro souřadnici y_C vztah

$$y_C = \frac{\frac{\xi k}{3} \left(\frac{Lh}{2} + \frac{L\xi}{4} \right) - \frac{\xi k}{3} \left(\frac{Lh}{2} - \frac{L\xi}{4} \right)}{kLh} = \frac{\xi^2}{6h}.$$

Odtud je zřejmé, že pro podmínku uvedenou v textu, $h \ll L$, $\xi \ll L$, je $x_C \gg y_C$. Při kmitání kapaliny ve vaničce (nebo vody v jezeře) budou souřadnice rychlosti pohybu hmotného bodu rovny pro $\Delta t \rightarrow 0$ s

$$v_x = \frac{\Delta x_C}{\Delta t} = \frac{L}{6h} \frac{\Delta \xi}{\Delta t},$$

$$v_y = \frac{\Delta y_C}{\Delta t} = \frac{\xi}{3h} \frac{\Delta \xi}{\Delta t},$$

takže obdobně je $v_x \gg v_y$.

Příčinou pohybu vody je zvýšení polohy hmotného středu a s tím i zvýšení potenciální energie vody vzhledem ke hmotnému středu na hodnotu

$$E_p = Mgy_c = Mg \frac{\xi^2}{6h}.$$

Kinetická energie pohybující se vody vzhledem ke klidovému stavu

$$E_k = \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2).$$

Protože jsme zjistili, že $v_x \gg v_y$, je i $v_x^2 \gg v_y^2$ a pro výpočet kinetické energie je důležitý výpočet složky v_x ,

$$E_k \doteq \frac{1}{2} Mv_x^2 = \frac{1}{2} M \left(\frac{\Delta \xi}{\Delta t} \right)^2 \frac{L^2}{36h^2}.$$

Celková mechanická energie se určí takto:

$$E = E_p + E_k = Mg \frac{\xi^2}{6h} + \frac{1}{2} M \frac{L^2}{36h^2} \left(\frac{\Delta \xi}{\Delta t} \right)^2$$

Vzpomeneme si na vztahy, které se užívají při popisu pohybu oscilátoru:

$$E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2$$

Po srovnání obou zápisů můžeme uvést

$$m\omega^2 = \frac{Mg}{3h},$$

$$m = \frac{ML^2}{36h^2},$$

$$\text{tedy } \omega^2 = \frac{Mg}{3hm} = \frac{Mg36h^2}{3hML^2} = \frac{12hg}{L^2},$$

$$\text{neboli } \omega = \sqrt{\frac{12gh}{L^2}} = \frac{1}{L} \sqrt{12gh}.$$

$$\text{Doba kmitu vody ve vaničce } T = \frac{2\pi L}{\sqrt{12gh}} = \frac{\pi L\sqrt{3}}{3\sqrt{gh}}.$$

Uvedený vztah můžeme ověřit tak, že nejprve stanovíme dobu kmitu T_v výpočtem ve výše uvedeném modelu, kterou potom srovnáme s dobou kmitu T_e získanou experimentálně a uvedenou v tabulce v textu úlohy. Z posledních dvou řádek obou tabulek stanovíme průměrnou hodnotu pro poměr doby kmitu T_e experimentálně určené a T_v vypočítané, tedy $T_e : T_v = 1,145$. Pro srovnání experimentálních údajů s údaji vypočítanými v našem modelu kmitání seiching bude $T_e = 1,145 T_v$.

Pro $L = 479 \text{ mm}$

$\frac{h}{\text{mm}}$	30	50	69	88	107	124	142
$\frac{T_e}{\text{s}}$	1,78	1,40	1,18	1,08	1,00	0,91	0,82
$\frac{T_v}{\text{s}}$	1,60	1,24	1,06	0,94	0,85	0,79	0,74
$\frac{T_e}{T_v}$	1,11	1,13	1,12	1,15	1,18	1,15	1,11

Pro $L = 143 \text{ mm}$

$\frac{h}{\text{mm}}$	31	38	58	67	124
$\frac{T_e}{s}$	0,52	0,48	0,43	0,35	0,28
$\frac{T_v}{s}$	0,47	0,42	0,34	0,32	0,24
$\frac{T_e}{T_v}$	1,11	1,13	1,25	1,09	1,19

Pro jezero Vättern dosadíme $L = 123 \cdot 10^6 \text{ m}$, $h = 50 \text{ m}$, v modelu vychází $T_v = 9\,977 \text{ s} \doteq 2,77 \text{ h}$. Výsledek upravíme do reality $T = 1,145 T_v = 3,17 \text{ h}$. Proto jednotka v grafickém záznamu je rovna 2 h.

V podstatě jsou možné i další modely studovaného jevu. Např. v nádobě se vytvoří stojaté vlnění, které má uzel uprostřed povrchu vody v nádobě, a vlny se šíří v nádobě o hloubce h rychlostí $v = \sqrt{gh}$. Potom pro dobu kmitu

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2L}{v} = \frac{2L}{\sqrt{gh}}.$$

V tomto modelu dostáváme následující hodnoty vypočítaných dob kmitu T_v :

Pro $L = 479$ mm

$\frac{h}{\text{mm}}$	30	50	69	88	107	124	142
$\frac{T_e}{s}$	1,78	1,40	1,18	1,08	1,00	0,91	0,82
$\frac{T_v}{s}$	1,767	1,369	1,165	1,032	0,936	0,869	0,812
$\frac{T_e}{T_v}$	1,01	1,02	1,02	1,05	1,07	1,05	1,01

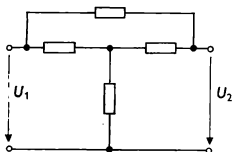
Pro $L = 143$ mm

$\frac{h}{\text{mm}}$	31	38	58	67	124
$\frac{T_e}{s}$	0,52	0,48	0,43	0,35	0,28
$\frac{T_v}{s}$	0,519	0,469	0,379	0,353	0,259
$\frac{T_e}{T_v}$	1,00	1,02	1,13	1,00	1,08

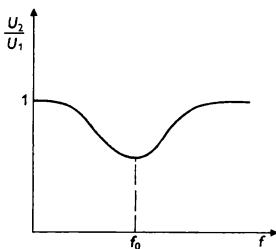
Průměrná hodnota podílu obou dob kmitu $T_e : T_v = 1,045$, což znamená, že model stojatého vlnění lépe vyjadřuje kmitání vody seiching, neboť experimentálně zjištěné a výpočtem stanovené hodnoty se liší o 4,5 %.

3. úloha

Elektrický filtr se skládá ze čtyř ideálních součástek, které jsou zapojeny podle obr. 93. Impedanci vstupního zdroje o napětí U_1 můžeme zanedbat a zatěžující impedanci může-



Obr. 93



Obr. 94

me považovat za nekonečně velkou. Napětí vstupní označíme U_1 , napětí výstupní U_2 .

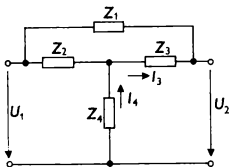
Filtr musí mít takovou vlastnost, že poměr $U_2 : U_1$ závisí na frekvenci tak, jak je znázorněno na obr. 94. Při frekvenci f_0 je fázový rozdíl mezi U_2 a U_1 nulový. V grafu na obr. 94 je stupnice na ose frekvence logaritmická.

K sestrojení filtru můžete vybrat některé z následujících součástek: 2 rezistory po $10\text{ k}\Omega$, 2 kondenzátory po 10 nF , 2 cívky po 160 mH , přičemž odpor cívek neuvažujeme. Kombinací uvedených čtyř součástek můžete konstruovat filtr, který odpovídá podmínkám úlohy.

Určete frekvenci f_0 a poměr napětí $U_2 : U_1$ při této frekvenci pro všechny možné kombinace součástek.

Řešení:

Pro úplné řešení úlohy je nutno analyzovat celkem 12 schémat elektrických filtrů uvedených na obr. 97. Zvolíme si nejobecnější případ, v němž jednotlivé impedance označíme podle obr. 95 Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 .

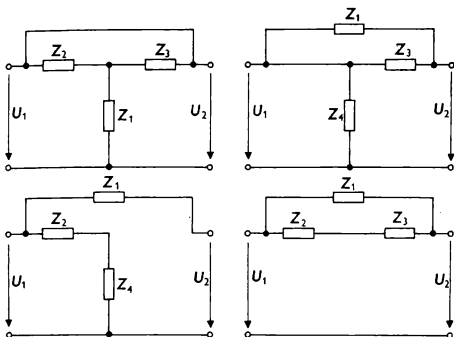


Obr. 95

Při frekvenci $f \rightarrow 0$ a $f \rightarrow \infty$ musí se impedance prvků snižovat k nule, růst k nekonečné hodnotě nebo zůstat stejná.

Zjistíme nejprve, za jakých podmínek bude platit vztah

$$K = \frac{U_2}{U_1} = 1.$$



Obr. 96

Z obr. 96 plyne, že hodnoty $K = 1$ dosáhneme pro případy:

1) $Z_1 = 0$, 2) $Z_2 = 0$, 3) $Z_3 = \infty$, 4) $Z_4 = \infty$.

Výsledná impedance sítě je rovna

$$Z = Z_4 + \frac{(Z_1 + Z_3) Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$

Proud procházející prvkem s impedancí Z_4 označíme I_4 , proud procházející prvkem s impedancí Z_3 označíme I_3 . Pro napětí

$$\begin{aligned} U_1 &= I_4 Z, \\ U_2 &= I_4 Z_4 + I_3 Z_3. \end{aligned}$$

Výpočtem stanovíme $I_3 = I_4 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$

a pro hodnotu poměru K po dosazení dostaneme:

$$\begin{aligned} K = \frac{U_2}{U_1} &= \frac{I_4 \left(Z_4 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right)}{I_4 \left(Z_4 + \frac{(Z_1 + Z_3) Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right)} = \\ &= \frac{Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3}{Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3) + (Z_1 + Z_3) Z_2} = \\ &= \frac{Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2(Z_1 + Z_3) - Z_1 Z_2}{Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3) + (Z_1 + Z_3) Z_2} \\ K &= 1 - \frac{Z_1 Z_2}{Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3) + (Z_1 + Z_3) Z_2} \end{aligned}$$

Provedeme následující matematickou úvahu, při níž si představíme

$$K = \frac{U_2}{U_1} = 1 - \frac{1}{A + iB}.$$

Fázový rozdíl mezi U_2 , U_1 bude nulový pro $B = 0$, $K > 0$. Pro $K < 0$ je fázový rozdíl π .

Upravíme zvolený výraz dále:

$$\begin{aligned} K &= 1 - \frac{1}{A + iB} = 1 - \frac{A - iB}{A^2 + B^2} = \\ &= 1 - \frac{A}{A^2 + B^2} + \frac{iB}{A^2 + B^2} \end{aligned}$$

Určíme ještě, za jakých podmínek je K minimální; v tom případě je $B = 0$ a platí $K_{\min} = 1 - \frac{1}{A}$.

Poznámka:

V dalším textu u výrazů $\rightarrow 0$, $\rightarrow \infty$ neuvádíme jednotky u hodnot 0, ∞ .

Podrobněji rozebereme schéma a) na obr. 96. Mají být splněny tyto podmínky: pro $f \rightarrow 0$ je $Z_3 \rightarrow \infty$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_2 \rightarrow 0$. Potom pro poměr K platí

$$\begin{aligned}
 K = \frac{U_2}{U_1} &= 1 - \frac{R \frac{1}{i\omega C}}{R \left(R + \frac{2}{i\omega C} \right) + \frac{1}{i\omega C} \left(R + \frac{1}{i\omega C} \right)} = \\
 &= 1 - \frac{R \frac{1}{i\omega C}}{R^2 + \frac{2R}{i\omega C} + \frac{R}{i\omega C} - \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \\
 &= 1 - \frac{\frac{R}{i\omega C}}{R^2 + \frac{3R}{i\omega C} - \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \\
 &= 1 - \frac{1}{R i \omega C + 3 - \frac{i}{R \omega C}} = \\
 &= 1 - \frac{1}{3 + iR \left(\omega C - \frac{1}{C \omega R^2} \right)}.
 \end{aligned}$$

Poměr K je minimální pro případ, že platí $\omega_0 C - \frac{1}{C \omega_0 R^2} = 0$, tedy $\omega_0^2 = \frac{1}{C^2 R^2}$, $\omega_0 = \frac{1}{CR}$. Číselně pro dané hodnoty vychází $\omega_0 = 10^4 \text{ s}^{-1}$, $f_0 = 1,59 \text{ kHz}$, $K_{\min} = 1 - \frac{1}{3} \doteq 0,67$.

Analogicky se řeší všechny další případy, u nichž uvedeme pouze výsledky (obr. 97).

b) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_4 \rightarrow \infty$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_1 \rightarrow 0$,

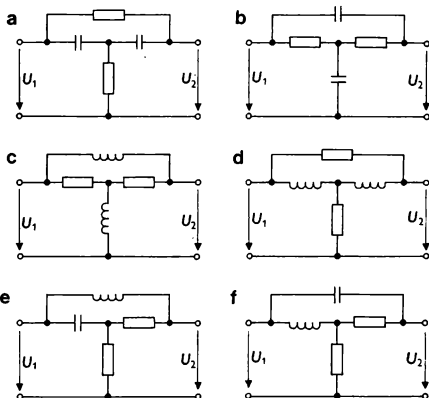
$$K = 1 - \frac{1}{3 + iR \left(\omega C - \frac{1}{\omega C R^2} \right)},$$

při $\omega_0 = \frac{1}{CR} = 10^4 \text{ s}^{-1}$, $f_0 = 1,59 \text{ kHz}$, $K_{\min} = 0,67$.

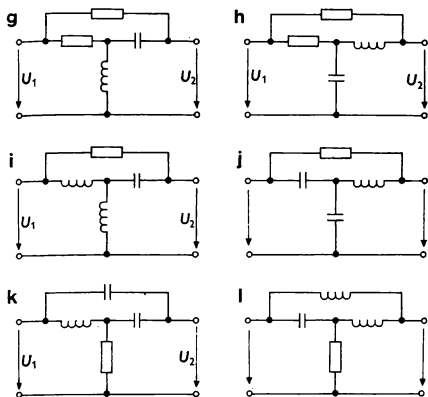
c) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_1 \rightarrow 0$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_4 \rightarrow \infty$,

$$K = 1 - \frac{1}{3 + i \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L} \right)}.$$

pro $\omega_0 = \frac{R}{L} = 6,25 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $f_0 = 10^4 \text{ Hz}$, $K_{\min} = 0,67$.



Obr. 97a



Obr. 97b

d) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_2 \rightarrow 0$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_3 \rightarrow \infty$,

$$K = 1 - \frac{1}{3 + \frac{i}{R} \left(\omega L - \frac{R^2}{\omega L} \right)},$$

při daných hodnotách je $\omega_0 = \frac{R}{L} = 6,25 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $f_0 = 10^4 \text{ Hz}$,

$K_{\min} = 0,67$.

e) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_1 \rightarrow 0$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_2 \rightarrow 0$,

$$K = 1 - \frac{\frac{L}{C}}{R^2 + \frac{L}{C} + iR \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right)},$$

$$\text{pro } \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}, f_0 = 5,6 \text{ kHz},$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{L}{CR^2}} = 0,86.$$

f) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_2 \rightarrow 0$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_1 \rightarrow 0$,

$$K = 1 - \frac{\frac{L}{C}}{R^2 + \frac{L}{C} + iR \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)},$$

$$\text{pro } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{2LC}} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}, f_0 = 2,8 \text{ kHz},$$

$$K = 1 + \frac{1}{1 + \frac{L}{CR^2}} = 0,86.$$

g) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_3 \rightarrow \infty$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_4 \rightarrow \infty$,

$$K = 1 - \frac{R^2}{\frac{L}{C} + R^2 + iR \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)},$$

$$\text{pro } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{2LC}} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}, f_0 = 2,8 \text{ kHz},$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{CR^2}{L}} = 0,14.$$

h) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_4 \rightarrow \infty$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_3 \rightarrow 0$,

$$K = 1 - \frac{R^2}{\frac{L}{C} + R^2 + iR \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right)},$$

$$\text{pro } \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}, f_0 = 5,6 \text{ kHz.}$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{CR^2}{L}} = 0,14.$$

i) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_2 \rightarrow 0$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_4 \rightarrow \infty$,

$$K = 1 - \frac{R}{2R + i \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right)},$$

$$\text{pro } \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}, f_0 = 5,6 \text{ kHz}, K = 0,5.$$

j) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_4 \rightarrow \infty$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_2 \rightarrow 0$,

$$K = 1 - \frac{1}{2 + \frac{i}{R} \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)},$$

$$\text{pro } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{2LC}} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}, f_0 = 2,8 \text{ kHz}, K_{\min} = 0,5.$$

k) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_2 \rightarrow 0$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_1 \rightarrow 0$,

$$K = 1 - \frac{\frac{L}{C}}{iR \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right) + \frac{2L}{C}},$$

$$\text{pro } \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}, f_0 = 5,6 \text{ kHz}, K = 0,5.$$

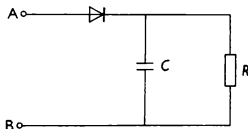
l) Pro $f \rightarrow 0$ je $Z_1 \rightarrow 0$, pro $f \rightarrow \infty$ je $Z_2 \rightarrow 0$,

$$K = 1 - \frac{\frac{L}{C}}{iR \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) + \frac{2L}{C}},$$

pro $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{2LC}} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $f_0 = 2,8 \text{ kHz}$, $K = 0,5$.
 Při řešení úlohy vycházíme ze skutečnosti, že pro frekvenci $f \rightarrow 0$ je kapacitance $\frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$, induktance $L\omega \rightarrow 0$, odpor $R = \text{konst.}$, pro $f \rightarrow \infty$ je $\frac{1}{\omega C} \rightarrow 0$, $\omega L \rightarrow \infty$, $R = \text{konst.}$

4. úloha

Máte k dispozici následující pomůcky: generátor sinusového harmonického napětí o frekvenci 0,20 kHz, dvoukanálový osciloskop, milimetrový papír, diodu, kondenzátor o kapacitě 0,10 μF , rezistor neznámého odporu, zapojovací desku, spojovací vodiče. Sestavte elektrický obvod podle obr. 98.



Obr. 98

Experimentální cestou určete střední hodnotu výkonu rezistoru o odporu R , připojíte-li svorky A , B ke generátoru střídavého napětí o frekvenci 0,20 kHz a s amplitudou napětí 2,0 V (mezi maximální a minimální hodnotou napětí je rozdíl 4,0 V).

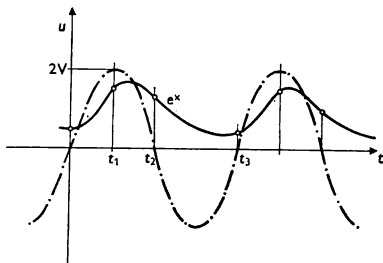
Popište podrobně svůj způsob řešení experimentální úlohy. Opravujícímu musí být z vašeho postupu jasné, jakým způsobem řešíte různé části úlohy a proč jste zvolili právě tento způsob. Vypište také pořadí, v němž provádíte řešení. Popište i zvláštní předpoklady, které jste při řešení

udělali. Formální matematické výpočty chyb měření nejsou nutné, stačí jen odhadnout a zhodnotit chyby měření. Pro měření a zpracování úlohy byla vymezena doba 1 h 50 min.

Řešení:

Sestavíme elektrický obvod podle schématu na obr. 98. Svorky A , B připojíme ke generátoru střídavého napětí. Ze svorek A , B a ze svorek kondenzátoru snímáme signály pro různé kanály osciloskopu. Na prvním kanálu osciloskopu se nastavuje generátor střídavého napětí tak, aby měl danou amplitudu a danou frekvenci, na druhém kanálu snímáme křivku nabíjení a vybíjení kondenzátoru. Oba záznamy se překryjí na obrazovce osciloskopu.

V intervalu $0 - t_1$ podle obr. 99 se kondenzátor nabíjí, v době od t_1 do t_2 se kondenzátor vybíjí, ale zákon změny napětí na kondenzátoru je odlišný od exponenciálního průběhu. Od okamžiku t_2 do okamžiku t_3 se kondenzátor



Obr. 99

vybívá exponenciálně, neboť vnější napětí, připojené ke svorkám kondenzátoru, je nulové. Potom pro napětí platí

$$U_C = \frac{Q}{C}, \quad U_R = iR = \frac{dQ}{dt} R,$$

neboli v libovolném okamžiku

$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = 0.$$

Po úpravě

$$\frac{dQ}{dt} = - \frac{Q}{RC}.$$

Separujeme proměnné v diferenciální rovnici

$$\frac{dQ}{Q} = - \frac{1}{RC} dt.$$

V čase $t = t_0$ je náboj $Q = Q_0$, tedy řešením rovnice je

$$\ln \frac{Q}{Q_0} = - \frac{t}{RC} \text{ neboli } Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Obdobně pro napětí platí $U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$.

Jestliže změříme dvě hodnoty napětí U_1, U_2 na kondenzátoru v období Δt , můžeme určit odpor rezistoru podle vztahu

$$\frac{U_2}{U_1} = e^{-\frac{\Delta t}{RC}},$$

pro odpor rezistoru platí $R = \frac{\Delta t}{C} \ln \frac{U_1}{U_2}$.

Abychom zvýšili přesnost měření hodnoty odporu R , bylo by třeba provést řadu měření a potom stanovit průměrnou hodnotu. Nalezení průměrné hodnoty můžeme zjednodušit, použijeme-li konstrukce grafu závislosti $y = \ln U$ na čase t .

Když budeme znát odpor R rezistoru, můžeme vypočítat výkon rezistoru na základě vztahu

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U^2}{R} dt.$$

Hledanou hodnotu integrálu $\int_0^T U^2 dt$ vypočítáme podle obsahu plochy pod grafem $U^2(t)$, přičemž hodnoty U , t a T najdeme na oscilogramu, který získáme na obrazovce oscilografu.

5. úloha

Ve spektru neónové plynové výbojky je vidět několik spektrálních čar ve žluto-oranžovo-červené oblasti záření. Jedna ze žlutých čar, která je na krátkovlnném konci této skupiny spektrálních čar, je jasná. Určete vlnovou délku této čáry. Odhadněte a zhodnoťte přesnost ve vašem měření a ve výpočtech této vlnové délky.

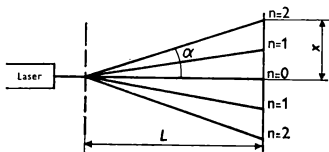
Máte k dispozici tyto pomůcky: .

- neónovou výbojku, připojenou ke zdroji střídavého napětí 220 V,
- laser, jehož vlnová délka vám není známá,
- difrakční ohybovou mřížku,
- skleněnou destičku, tzv. objekt-mikrometr, na níž je stupnice délky 1 mm rozdělena přesně na 100 dílků a je umístěna přesně uprostřed kruhu,
- dřevěné měřítko a stativ se svorkami.

S laserem pracujte opatrně, dejte pozor na oči. Nedotýkejte se povrchu mřížky ani objekt-mikrometru, abyste je nepoškodili. Dokonce ani v případě, kdybyste znali z paměti vlnovou délku, na níž pracuje laser, nesmíte ji použít při řešení úlohy, musíte navrhnout a provést její měření. Všechny další poznámky, uvedené u úlohy 4 zůstávají v platnosti.

Řešení:

Pro určení vlnové délky žluté čáry spektra neonové lampy je nutné získat spektrum pomocí difrakční mřížky. Protože mřížková konstanta d mřížky není známa, je nutné srovnat difrakční obraz, získaný laserem pomocí objekt-mikrometru, který představuje difrakční mřížku se známou konstantou d_0 , s difrakčním obrazem, získaným pomocí difrakční mřížky (obr. 100).



Obr. 100

Zapišeme podmínku pro vznik ohybového maxima pro oba experimenty a získáme vztah

$$d_0 \sin \alpha_0 = n_0 \lambda_0, \quad d \sin \alpha = n \lambda_0,$$

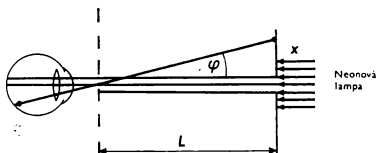
kde λ_0 je vlnová délka světla laseru, n_0, n je pořadí maxima (je vhodné ho vybrat co největší, kdy je však ještě dostatečná intenzita čar), pro úhel $\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$. Při do-

statečně velké vzdálenosti L platí přibližně $\sin \alpha \doteq \frac{x}{L}$. Po dosazení platí

$$d = d_0 \frac{n \sin \alpha_0}{n_0 \sin \alpha},$$

kde α_0 a α jsou úhly ohybové odchylky od přímého směru, odpovídající řádu maxima n_0, n podle toho, pomocí kterého zařízení difrakční obraz vznikl.

Mřížková konstanta je asi šestkrát menší pro difrakční mřížku než pro mikroobjekt ($d \doteq 1,67 \cdot 10^{-6}$ m). To umožňuje použít mřížku ke studiu spektra neonové lampy.



Obr. 101

Pozorujeme neonovou lampu přes difrakční mřížku a změříme úhel φ , při kterém vzniká m -té zdánlivé zobrazení žluté spektrální čáry (podle obr. 101). Vlnovou délku potom vypočítáme podle vzorce

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad \lambda = \frac{d \sin \varphi}{m} = \frac{d}{m} \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}.$$

Při provádění experimentu bylo vhodné vyříznout do tmavého papíru tenkou štěrbinu, abychom získali úzký svazek světla od neonové lampy. Naměřené hodnoty umožnily vypočítat vlnovou délku $5,9 \cdot 10^{-7}$ m, odhadnutá chyba je $0,2 \cdot 10^{-7}$ m.

Závěrem je třeba poznamenat, že úlohy zadané na 15. mezinárodní fyzikální olympiádě ve Švédsku byly po stránce fyzikální velmi zajímavé a náročné. Organizátoři dokázali, že lze zadávat takové úlohy, které není možno řešit pouze se znalostí fyzikálního učiva střední školy, ale je třeba zapojit fantazii a tvořivost při jejich řešení. To musí vést organizátory k tomu, aby složka tvořivosti byla nejen v přípravě, ale i v naší národní soutěži fyzikální olympiáda v kategoriích A, B značně posílena.

OBSAH

I. část

Zpráva o průběhu soutěže	5
1 Dvacet pět let fyzikální olympiády v ČSSR	5
2 Dvacátý pátý ročník FO	13
3 Péče o nadané žáky ve XXV. ročníku FO	47
4 Zhodnocení XXV. ročníku FO	52

II. část

Soutěžní úlohy	54
1 Úlohy kategorie A	54
2 Úlohy kategorie B	108
3 Úlohy kategorie C	136
4 Úlohy kategorie D	165
5 Úlohy kategorie E	189

III. část

Patnáctá mezinárodní fyzikální olympiáda	209
1 Průběh a výsledky soutěže	209
2 Soutěžní úlohy	226

PaedDr. Karel Žampa, doc. RNDr. Ing. Daniel Klivanec, CSc.,
Mojmír Simerský, RNDr. Ivo Volf

XXV. ročník fyzikální olympiády

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p.,
v Praze roku 1988

jako svou publikaci č. 9-42-18/25

Edice Pomocné knihy pro žáky

Odpovědná redaktorka Jaroslava Šarbochová

Výtvarná redaktorka Zdeňka Drahokoupilová

Technická redaktorka Jitka Greplová

Vytiskly Moravské tiskařské závody, n. p., provoz 11, Olomouc

Formát papíru 70 cm × 100 cm

Počet stran 256

AA 9,69 (8,30 AA textu; 1,39 AA grafiky) - VA 10,26

Náklad 2 700 výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5

1. vydání

Cena brožovaného výtisku Kčs 12,00

505/21,825

14-678-88	Kčs 12,00
-----------	-----------