

PaedDr. KAREL ŽAMPA,
doc. RNDr. ing. DANIEL KLUVANEC, CSc.,
MOJMÍR SIMERSKÝ,
RNDr. IVO VOLF

XXIV. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH
ZE SOUTĚŽE KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE
1982—83

STÁTNÍ
PEDAGOGICKÉ
NAKLADATELSTVÍ
PRAHA

**Zpracovali: PaedDr. Karel Žampa, doc. RNDr. ing.
Daniel Kluvanec, CSc., Mojmír Simerský,
RNDr. Ivo Volf**

**Lektorovali: Doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc., RNDr.
Václav Šůla, RNDr. Zdeněk Ungermann**

© PaedDr. Karel Žampa za autorský kolektiv, 1987

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

Fyzikální olympiáda v ČSSR plní od svého vzniku významný úkol: vyhledávat schopné žáky základních a středních škol a pečovat o jejich odborný růst. Cílem fyzikální olympiády (FO) tedy je v souladu s úkoly vědeckotechnické revoluce vést žáky k hlubšímu samostatnému studiu fyziky, rozvíjet jejich nadání a schopnosti využívat získané poznatky k samostatnému řešení fyzikálních úloh a problémů. Současně FO vytváří podmínky pro samostatné studium fyziky a vzbuzuje u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů na středních a vysokých školách. Tím plní FO i úkol, který v oblasti výchovy mimo vyučování při péči o rozvoj talentů vytyčilo i usnesení PÚV KSČ ze 4. 6. 1976 v souvislosti s přijetím Dokumentu k přestavbě československé výchovně vzdělávací soustavy.

Ve školním roce 1982/83 vstoupila FO do XXIV. ročníku svého trvání.

1. CÍL SOUTĚŽE A JEJÍ ORGANIZACE

V souladu s usneseními stranických a státních orgánů při stanovení dalšího rozvoje socialistické společnosti je na významném místě zdůrazňována nutnost péče o růst odborné a politické kvalifikace mladých kádrů v období realizace úkolů vědeckotechnické revoluce. Naše školství se na plnění tohoto úkolu podílí značnou měrou, nemůže ho však zabezpečit pouze v rámci povinné školní výuky. Je nutno se na něj zaměřit v celém systému institucionálního i mimo-institucionálního vzdělávání. Velkým pomocníkem při zabezpečování tohoto úkolu při rozvoji nadání, schopností i dovedností žáků systematicky pracovat a samostatně studovat jsou soutěže přírodovědného

a technického charakteru. Mezi těmito soutěžemi zaujímá fyzikální olympiáda přední místo.

Úkoly fyzikální olympiády jsou dány organizačním řádem matematické a fyzikální olympiády, který nabyl účinnosti dnem 1. září 1976 výnosem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76 - 210, a výnosem MŠ SSR ze dne 25. května 1976, č. j. 5 835/76 - II/1.

Podrobné uvedení cílů soutěže fyzikální olympiáda bylo uvedeno v Ročence FO XXI. ročníku.

Fyzikální olympiáda vytváří předpoklady pro dobrou přípravu žáků středních škol ke studiu na vysokých školách matematicko-fyzikálního a technického zaměření. Žákům základních a základních devítiletých škol pomáhá při prohloubení přípravy ke studiu na středních školách.

Ve XXIV. ročníku probíhala fyzikální olympiáda v pěti kategoriích. Členění kategorií zůstává stejné jako v předcházejících ročnících, kategorie A - D pro žáky středních škol a kategorie E pro žáky základních a základních devítiletých škol.

První kolo všech kategorií probíhalo přímo ve škole. V prvním kole všech kategorií dostali žáci za úkol vyřešit 7 úloh, z nichž jedna byla laboratorní. Řešitelé kategorií A - D měli za úkol prostudovat zadané studijní téma, na něž navazovala jedna úloha ve druhém kole soutěže a u kategorie A i ve třetím kole soutěže. Řešitelé kategorie E neměli stanoveno studijní téma.

V tomto ročníku byly publikovány dva studijní texty, a to pro kategorii A: M. Simerský: Symbolická metoda řešení obvodů harmonického elektrického proudu I. a II. část, Rozhledy matematicko-fyzikální 61, 2, (1982/83), str. 53—59, pro kategorii C: M. Chytilová: Valivý pohyb tělesa po nakloněné rovině I. a II. část, Rozhledy matematicko-fyzikální 61, 5, (1982/83), str. 198—203; 61, 6, str. 253—261.

Pro kategorii D zůstal v platnosti studijní text dr. Ivo Volfa, uveřejněný v Letáku XXIII. roč. FO kat. A - D.

Druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo FO kategorií A - D proběhlo ve dvou termínech, a to:

v kategorii A 19. února 1983, v kategoriích B, C a D 9. dubna 1983.

Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a bylo řízeno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO). Druhé kolo FO v kategorii E bylo uskutečněno 9. 2. 1983.

Třetí kolo soutěže bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO) a jejím provedením pověřil KV FO Západočeského kraje. Účastníkům byly zadány 4 úlohy teoretické a jedna úloha laboratorní.

Třetí kolo FO kategorie E bylo organizováno v krajích. Bylo uskutečněno 14. 5. 1983. Účastníci řešili čtyři teoretické úlohy.

V prvním kole soutěže FO se ve všech kategoriích hodnotily úlohy třístupňovou klasifikační stupnicí, ve druhém kole všech kategorií a ve třetím kole kategorie E čtyřstupňovou klasifikační stupnicí.

Řešení úloh 3. kola kategorie A byla hodnocena bodovým systémem.

Podrobné hodnocení jednotlivých kvalifikačních stupňů, stanovení pořadí při čtyřstupňové klasifikační stupnici a bodový systém byly zveřejněny v ročence XXI. ročníku FO.

Pořadateli XXIV. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků, Jednotou slovenských matematiků a fyziků a Socialistickým svazem mládeže.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory fyzikální olympiády a v rámci okresů řídily soutěž FO kategorie E v 1. a ve 2. kole okresní výbory fyzikální olympiády. Na základních školách (základních devítiletých školách) a středních školách byl funkcí referenta pro FO pověřen jeden z učitelů fyziky.

2. SLOŽENÍ ÚSTŘEDNÍHO VÝBORU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY VE ŠKOLNÍM ROCE 1982/1983

ÚV FO byl jmenován ministerstvy školství ČSR a SSR na funkční období 1980—1983. Ve školním roce 1982/83 probíhá poslední rok jeho funkční činnosti.

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF, JSMF, SSM) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhů JČSMF a JSMF na tříleté funkční období. Kromě toho jsou členy širšího ÚV FO i všichni předsedové KV FO.

Sídlem ÚV FO je Bratislava, sekretariát ÚV FO je rozdělen na bratislavské pracoviště a pracoviště v Hradci Králové.

Složení ÚV FO a jeho komisí:

předseda: doc. RNDr. Ivan Náter, CSc., KF EF SVŠT Bratislava
místopředsedové: RNDr. Viktor Bezák, CSc., KVF MFF UK Bratislava

RNDr. Ivo Volf, KF a ZT Ped. fakulty Hradec Králové
tajemníci: doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc., KJF MFF UK Bratislava

RNDr. Zdeněk Ungermann, G Hradec Králové, Šimkova ul.
zástupce MŠ ČSR: ÚŠI RNDr. Václav Šůla, MŠ ČSR Praha

zástupce MŠ SSR: ÚŠI Michal Zöldy, MŠ SSR Bratislava

zástupce JČSMF: RNDr. Karel Bartuška, G Praha, Nad štolou

zástupce JSMF: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., KF Ped. fakulty Nitra

zástupce ÚV SSM: doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., KF a ZT Ped. fakulty Hradec Králové

předseda komise pro výběr soutěžních úloh: Mojmir Simerský,
SPŠE Rožnov pod Radhoštěm

zástupce ÚDPM: Eva Bittnerová, ÚDPM KG Bratislava

Tito členové ÚV FO tvořili předsednictvo ÚV FO. Seznam ostatních členů ÚV FO byl uveden v Ročence XXIII. ročníku FO. Z členů

ÚV FO přestali v tomto ročníku pracovat v ÚV FO: RNDr. Zuzana Šimkovicová, profesorka G J. Hronca v Bratislavě, která zemřela 25. ledna po dlouholeté a obětavé práci ve škole i ve veřejném životě, RNDr. Eduard Haluška, Bratislava, který přestal v ÚV FO pracovat z důvodu přechodu na jiné pracoviště.

Komise pro výběr soutěžních úloh pracovala ve složení:
předseda: Mojmír Simerský, SPŠE Rožnov pod Radhoštěm
referent pro kategorii A: RNDr. Alojz Pecho
referent pro kategorii B: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.
referent pro kategorii C: RNDr. Marta Chytilová, CSc.
referent pro kategorii D: RNDr. Ivo Volf
referent pro kategorii E: RNDr. Milan Bednařík
tajemník komise: PaedDr. Karel Žampa

Referentem Školy mladých fyziků byl Mojmír Simerský.

ÚV FO se v průběhu XXIV. ročníku sešel na dvou řádných plenárních zasedáních. Podzimní se uskutečnilo v Brně a jarní v Plzni.

3. KRAJSKÉ A OKRESNÍ VÝBORY FO VE ŠKOLNÍM ROCE 1982/1983

Předsedy a členy KV FO jmenovaly na návrh poboček JČSMF a JSMF odbory školství příslušných KNV. Funkční období KV FO a OV FO je stejné jako funkční období ÚV FO.

Ve složení předsedů KV FO nedošlo ve školním roce 1982/83 ke změnám. Jejich přehled je uveden v Ročence XXIII. ročníku FO.

KV FO řídily FO v kraji, a to kategorii A - D přímo a kategorií E prostřednictvím OV FO. Současně zabezpečovaly ve spolupráci s krajskými pedagogickými ústavy i práci s referenty FO kategorií A - D.

OV FO jmenovaly na návrh okresních pedagogických středisek odbory školství příslušných okresních národních výborů.

OV FO zabezpečovaly práci s referenty FO kategorie E a organizovaly 2. kolo FO kategorie E.

4. PRŮBĚH SOUTĚŽE VE ŠKOLNÍM ROCE 1982/1983

A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D

První kolo soutěže FO kategorií A - D probíhalo ve dvou částech od září do ledna na školách. Úlohy prvního kola byly zveřejněny v Letáku XXIV. ročníku FO pro kategorii A - D, v časopise Rozhledy matematicko-fyzikální a první tři úlohy 1. kola rovněž v časopise Matematika a fyzika ve škole.

Druhé kolo FO proběhlo ve dvou termínech:
v kategorii A 19. února 1983,
v kategoriích B, C a D 9. dubna 1983.

Údaje o účasti škol a žáků jsou uvedeny v následujících tabulkách.

Tabulka 1. Počet středních škol, které se zúčastnily XXIV. ročníku FO v kategoriích A - D

Kraj	Poč. G	Zapojeno																Celkový počet škol zapojených			
		gymnázia						SPŠ						ostatní školy							
		v kategoriích				cel- kem	v kategoriích				cel- kem	v kategoriích				cel- kem	v kategoriích				cel- kem
		A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D	
Praha	21	15	17	21	16	21	-	-	1	6	6	-	-	-	-	-	15	17	22	22	27
StřČ	23	16	14	18	20	23	1	1	3	6	7	-	-	-	-	-	17	15	21	26	30
JČ	19	4	11	12	16	19	1	1	1	3	6	-	-	-	-	-	5	12	13	19	25
ZČ	15	11	13	13	9	15	1	1	1	1	3	-	-	-	-	-	11	14	14	10	18
SČ	21	14	18	17	16	19	-	-	-	6	6	-	-	-	-	-	14	18	17	23	26
VČ	35	19	22	24	25	33	1	2	3	5	5	1	1	1	1	1	21	24	28	31	39
JM	38	24	29	31	32	36	-	2	1	7	8	-	-	-	-	-	24	31	32	40	45
SM	39	28	35	36	35	38	3	2	4	14	14	2	1	1	1	2	33	38	41	50	54
Bratisl.	11	9	9	10	10	11	-	-	1	6	6	-	-	-	-	1	9	9	11	17	18
ZS	38	34	37	38	37	38	-	2	7	13	14	3	3	7	7	9	37	42	52	57	61
StřS	37	19	15	23	23	34	-	-	-	7	7	1	1	-	2	2	20	15	23	32	43
VS	39	15	23	25	26	35	2	2	4	11	12	-	-	-	-	-	17	25	29	37	47
celkem 1981/82	336 —	208 209	243 244	268 255	265 280	322 305	8 13	13 17	26 29	85 77	94 84	7 2	4 6	9 7	14 18	17 20	223 224	260 267	303 291	364 375	433 409

Přehled zúčastněných SOU je uveden v textu

Vzhledem k tomu, že ze SOŠ se soutěže účastní převážně žáci SPŠ, je členění v přehledu:

G, SPŠ a ostatní školy

Tabulka 2. Počet soutěžících a počet úspěšných žáků v 1. kole XXIV. ročníku FO kategorie A, B, C, D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	61	43	58	32	102	36	171	98	392	209
StřČ	58	36	62	39	92	50	125	75	337	200
JČ	48	22	54	40	86	48	102	64	290	174
ZČ	35	28	47	40	55	48	41	36	178	152
SČ	51	44	78	44	68	44	105	71	302	203
VČ	72	55	66	49	92	59	153	103	383	266
JM	107	81	112	57	147	69	231	99	597	306
SM	126	64	206	63	252	84	493	145	1 077	356
Bratislava	70	56	78	70	85	70	156	119	389	315
ZS	171	76	282	94	462	122	741	181	1 656	473
StřS	78	43	96	67	122	93	138	98	434	301
VS	50	50	91	82	142	108	175	128	458	368
celkem	927	598	1 230	677	1 705	831	2 631	1 217	6 493	3 323
81/82	983	526	1 327	691	1 726	839	3 084	1 114	7 120	3 170

S — počet soutěžících žáků Ú — počet úspěšných žáků

Tabulka 3. Počet soutěžících a počet úspěšných žáků ve 2. kole XXIV. ročníku FO kategorie A, B, C, D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	43	14	32	28	34	14	98	66	207	122
StřČ	23	3	28	9	43	22	69	22	163	56
JČ	22	6	40	20	48	28	64	31	174	85
ZČ	27	5	36	22	44	28	32	21	139	76
SČ	37	1	40	28	43	14	64	24	184	67
VČ	50	14	46	23	56	31	101	51	253	119
JM	81	21	57	19	69	23	99	39	306	102
SM	63	12	63	31	83	35	125	59	334	137
Bratislava	56	16	69	34	70	18	113	25	308	93
ZS	62	9	69	28	86	17	102	24	319	78
StřS	43	7	39	23	55	15	61	23	198	68
VS	50	7	82	26	108	27	128	29	368	89
celkem 81/82	557 444	115 155	601 583	291 105	739 681	272 180	1 056 913	414 256	2 953 2 621	1 092 696

S – počet soutěžících žáků

Ú – počet úspěšných žáků

Přehled zúčastněných středních odborných učilišť na řešení úloh FO v kategoriích A – D

SČ: 1 SOU v kategorii D

Pracovní skupina KV FO připravila pro SOU s tříletými učebními obory soutěž na způsob FO. Soutěž proběhla ve shodě s termíny FO ve střediscích stanovených KV FO. Ve 2. kole se této soutěže zúčastnilo 44 soutěžících z 19 SOU. Nejúspěšnějšími učilišti byly: SOU energetické Varnsdorf, SOU stavební Liberec, SOU chemické Meziboří a SOU lesnické Hejnice.

vČ: SOU Pardubice

JM: SOU Metra Blansko

SM: SOU VŽKG Hrabůvka

SOU hornické Havířov

Bratislava: SOU stavební v kategorii D

ZS: SOU maď. Dunajská Streda

SOU strojárske Komárno

SOU Nitra, nám. 1. mája

SOU strojárske Nitra, Dolné Krškany

SOU strojárske Nové Mesto n. Váhom

SOU Senica

SOU strojárske Tlmače

SOU Hlohovec

SOU strojárske Zlaté Moravce

StřS: SOU poľnohospodárske Krupina

SOU ZŤS Dubnica nad Váhom

Přehled nejúspěšnějších řešitelů FO ve 2. kole v kategoriích A, B, C a D

V přehledu je uváděno deset nejúspěšnějších řešitelů krajského kola FO v každé kategorii. Pouze při rovnosti pořadí řešitelů (např. při jejich umístění na 8. – 15. místě se stejným hodnocením) je uváděn

vyšší počet úspěšných řešitelů. V případě, že naopak počet úspěšných řešitelů v některé kategorii v kraji byl nižší, jsou v přehledu uváděni pouze tito řešitelé.

U úspěšných řešitelů z řad žáků gymnázií jsou uváděny následující zkratky:

M — studijní zaměření žáka na matematiku,

MF — studijní zaměření žáka na matematiku a fyziku,

P — studijní zaměření žáka na přírodovědné předměty.

Úspěšní řešitelé z jednotlivých krajů

Praha:

A: Vojtek Michal	G P. 2, W. Piecka	M
Kračmar Jan	G P. 2, W. Piecka	M
Alexa Petr	G P. 2, W. Piecka	M
Podlešák Michal	G P. 6, Arabská	P
Sehnal Jiří	G P. 8, Náhorní	P
Thoma Luboš	G P. 6, Arabská	P
Reysser Martin	G P. 10, Voděradská	M
Čubanová Zuzana	G P. 2, W. Piecka	M
Toman Jaroslav	G P. 3, Sladkovského	P
Kroupa Jaroslav	G P. 4, Ohradní	P
Komorous Ivan	G P. 8, Náhorní	P

B: Matras Jiří	G P. 5, Na Zatlace	P
Viták Tomáš	G P. 4, Budějovická	P
Janoušek Martin	G P. 10, Voděradská	M
Aubrecht Ivo	G P. 8, Náhorní	M
Divín Michal	G P. 9, Litoměřická	P
Jungwirth Pavel	G P. 2, W. Piecka	M
Hrnčíř Aleš	G P. 4, Na vítězné pláni	P
Kos Petr	G P. 3, Sladkovského	P
Pleva Richard	G P. 3, Sladkovského	P
Marušíč Petr	G P. 3, Sladkovského	P

Guth Jiří	G P. 10, Voděradská	M
Kurka Pavel	G P. 9, Lidových milicí	P
C: Myslivec Ivo		
Šlesinger Jaromír	G P. 4, Budějovická	P
Loucký Petr	G P. 7, Nad školou	P
Tůma Roman	G P. 2, W. Piecka	M
Kvítek Zdeněk	G P. 2, W. Piecka	M
Španěl Patrik	G P. 6, Parlérova	P
Loos Jan	G P. 2, W. Piecka	M
Hamplová Alena	G P. 5, Radotín	P
Hrdina Pavel	G P. 2, Botičská	P
Prčin Tomáš	G P. 2, W. Piecka	M
	G P. 6, Arabská	P
D: Blažek Jan		
Kašpar Pavel	G P. 4, Na vítězné pláni	P
Kemr Aleš	G P. 8, Náhorní	M
Křížek Jan	G P. 2, W. Piecka	M
Daněk Martin	G P. 3, Sladkovského	P
Neumann Josef	G P. 4, Budějovická	P
Čep Daniel	G P. 2, W. Piecka	M
Chládek Jiří	G P. 2, W. Piecka	M
Štursa Pavel	G P. 3, Sladkovského	P
Roskovec Jakub	G P. 8, Náhorní	M
	G P. 6, Štěpánská	P
Středočeský kraj:		
A: Zavadil Petr		
Novotný Pavel	G Říčany	P
Dvořák Martin	G Beroun	P
	G Čáslav	P
B: Nejedlý Zdeněk		
Kolář Petr	G Benešov	P
Krbeček Tomáš	G Ml. Boleslav	P
Pelc Radek	G Ml. Boleslav	P
	G Mělník	P

Tomáš Michal	G Poděbrady	P
Hronek Roman	G Benešov	P
Krafuk Pavel	G Mělník	P
Puzyrovský Jiří	G Poděbrady	P
Honzátko Pavel	G Kralupy	P
C: Pacák Jan		
Miláčková Běla	G Kolín	P
Lorenc Tomáš	G Český Brod	P
Pálková Martina	G Kolín	P
Hořínek Antonín	G Mladá Boleslav	P
Votava Petr	SPŠ Kladno	
Jelínek Robert	G Kolín	P
Král Josef	G Český Brod	P
Brož Petr	G Nymburk	P
Jeřábek Jan	G N. Strašecí	P
Kopecký Jiří	G Kralupy	P
	G Kolín	P
D: Kotyk Pavel		
Herčík Michal	G N. Strašecí	P
Konopásek Petr	G Mladá Boleslav	P
Chaloupka Pavel	G Rakovník	P
Chytrý Petr	SPŠ Kladno	
Draslar Petr	G Rakovník	P
Sýkora Leoš	G Mladá Boleslav	P
Fanta Jiří	G Mělník	P
Svrček Miroslav	G Čáslav	P
Veverka Tomáš	SPŠ Kladno	
	SPŠ Kolín	
Jihočeský kraj:		
A: Bílek Vladimír		
Hořejšová Šárka	G Tábor	P
Malík Milan	G Tábor	P
Beták Daniel	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
	G Strakonice	P

Kadečka Pavel	G Tábor	P
Bláha Roman	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
B: Pelikán Josef	G Č. Budějovice, K. Šatala	P
Marsa Petr	G Jindř. Hradec	P
Sládek Bohumír	SPŠ Písek	
Slováček Pavel	G Strakonice	P
Kocourek Václav	G Č. Budějovice, Česká	P
Kukačka Václav	G Pelhřimov	P
Mazanec Petr	G Pelhřimov	P
Nevšimal Karel	G Tábor	P
Tumpach David	G Soběslav	P
Kovanda Martin	G Strakonice	P
Vytiska Josef	G Pelhřimov	P
C: Levý Vít	G Č. Budějovice, K. Šatala	P
Šindelářová Štěp.	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Holeček Jan	G Strakonice	P
Svatek Jan	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Bláha Leoš	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Coufal Pavel	G Pelhřimov	P
Hrbek Pavel	G Č. Budějovice, K. Šatala	P
Kříž Miloslav	G Strakonice	P
Plesník Václav	G Pelhřimov	P
Bartošková Martina	G Pelhřimov	P
Kovář Petr	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Stahl Michal	G Č. Krumlov	P
D: Štěpková Barbora	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Benda Stanislav	G Č. Budějovice, K. Šatala	P
Jaroš Petr	G Pelhřimov	P
Kubiček Jindřich	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Ira Pavel	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Štech Milan	G Č. Budějovice, K. Šatala	P
Činátl Daniel	G Č. Budějovice, K. Šatala	P

Beránek Aleš	G Tábor	P
Janota Petr	G Kaplice	P
Novotný Miloš	SPŠ Písek	

Západočeský kraj:

A: Jelen Stanislav	G Karlovy Vary	MF
Marešová Jana	G Plzeň, nám. Odborářů	MF
Trojan Štěpán	G Cheb	P
Lažo Igor	G Cheb	P
Jarolím Pavel	G Sokolov	P
B: Adamec František	G Ostrov n. O.	P
Krákora Petr	G Plzeň, Opavská	P
Martínek Tomáš	G Ostrov n. O.	P
Uhliř Marek	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Holava Petr	G Plzeň, Opavská	P
Linda Martin	G Plzeň, nám. Odborářů	MF
Kerhart Dušan	G Rokycany	P
Nový Zbyšek	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Minář Emil	G Cheb	P
Ženíšek Jiří	G Karlovy Vary	P
C: Hanyk Ladislav	G Karlovy Vary	MF
Komanec Jan	SPŠ stavební Plzeň	
Boček Jan	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Nová Šárka	G Karlovy Vary	MF
Bárta Radek	G Plzeň, nám. Odborářů	P
Fiala Viktor	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Pejša Jan	G Plzeň, nám. Odborářů	MF
Teršová Ivana	G Klatovy	MF
Tuchanová Milena	G Karlovy Vary	MF
Doležalová Dagmar	G Sokolov	P
Janíková Dominika	G Karlovy Vary	MF

D: Chval Josef	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Rypl Daniel	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Pešek Jan	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Pittner Jiří	G Plzeň, nám. Odborářů	MF
Kohout Václav	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Yaghob Jakub	G Plzeň, nám. Odborářů	MF
Kučera Luboš	G Klatovy	P
Lorenc Martin	G Cheb	P
Sláma Karel	G Blovice	P
Pork Lubomír	G Plzeň, nám. Odborářů	MF

Severočeský kraj:

A: Drábek Jaromír	G Jablonec n. N.	P
B: Smutný Vladimír	G Liberec	MF
Kuba Pavel	G Teplice	MF
Hendrych Jaromír	G Rumburk	P
Holoubek Michal	G Děčín	P
Holý Michal	G Jablonec	P
Ládr Tomáš	G Jablonec	P
Klazar Martin	G Louny	P
Matějka Pavel	G Louny	P
Sedláček Zbyněk	G Louny	P
Zakouřil Pavel	G Žatec	P
C: Krtouš Pavel	G Liberec	MF
Starý Jan	G Lovosice	P
Denksteinová Kateřina	G Děčín	P
Táborská Eva	G Děčín	P
Chroustovský Jiří	G Rumburk	P
Salov Herbert	G Rumburk	P
Breuerová Marcela	G Rumburk	P
Stierand Pavel	G Liberec	MF
Vlček Stanislav	G Teplice	MF

Kirov Dalibor	G Louny	P
D: Svoboda Daniel	G Roudnice	P
Vlach Pavel	G Ústí n. L.	MF
Myšíková Marcela	G Louny	P
Frey Petr	G Jablonec	P
Sochor Tomáš	G Ústí n. L.	MF
Kukla Michal	G Tanvald	P
Laštůvka Jiří	G Ústí n. L.	MF
Oltová Ivana	G Děčín	P
Janus Michal	G Tanvald	P
Pánek Libor	SPŠE Liberec	
Hromádka Ivo	G Ústí n. L.	MF
Rejmanová Jana	G Ústí n. L.	MF

Nejúspěšnější řešitelé krajského kola soutěže SOU:

Mokřý Miroslav	SOU energetické Varnsdorf
Štěpán Vladimír	SOU stavební Liberec, Ještědská
Schvarz Daniel	SOU chemické Meziboří
Daďourek Jiří	SOU lesnické Hejnice
Bruner Zbyněk	SOU strojnické Liberec
Skála Adolf	SOU strojnické Teplice
Dejl Ladislav	SOU Děčín IV
Suchan Jiří	SOU chemické Ústí n. L.
Ryba Ladislav	SOU chemické Meziboří
Křičanský Martin	SOU železniční Liberec
Kubín Tomáš	SOU lesnické Hejnice
Uhliř Karel	SOU stavební Liberec, Truhlářská

Východočeský kraj:

A: Koreň Ivo	G Jevíčko	P
Domagalský Petr	G Pardubice	MF
Málek Martin	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF

Kraček Robert	G Jičín	P
Rýdl Adolf	G Trutnov	P
Novotný Petr	G Hr. Králové, Šimkova ul.	P
Votínský Jiří	G Pardubice	MF
Ludvík Karel	G Dvůr Králové n. L.	P
Krys Jaromír	G Chrudim	P
Kopecký Miloš	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF
B: Svitalský Marcel		
Linhart Zbyněk	G Trutnov	P
Procházka Jan	G Pardubice	MF
Bartošík Petr	SPŠE Pardubice	
Píro Jiří	G Náchod	P
Pecina Tomáš	SPŠ žel. Č. Třebová	
Limpouch Aleš	G Trutnov	P
Fifka Aleš	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF
Červíček Karel	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF
Prachář Petr	G Trutnov	P
	G Pardubice	MF
C: Pícek Ivan		
Seidl Libor	G Hr. Králové, Šimkova ul.	MF
Hubeňák Jiří	SPŠE Pardubice	
Jarošová Miroslava	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF
Kerhart Vojtěch	SPŠS Chrudim	
Staša Marcel	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF
Strmiska Čestmír	G Hr. Králové, J. K. Tyla	P
Šaštinský Petr	SPŠE Pardubice	
Sekyrová Petra	G Hr. Králové, Šimkova ul.	MF
Majerechová Veronika	G Hr. Králové, Šimkova ul.	MF
Krotíl Tomáš	G Pardubice	P
	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF
D: Hrubeš Petr		
Středa Robert	G Pardubice	P
Matějů Miroslav	G Chrudim	P
Dvořák Luboš	G Trutnov	P
	G Pardubice	MF

Formanová Nataša	G Rychnov n. Kn.	P
Zábranská Michaela	G Hr. Králové, J. K. Tyla	MF
Hrabšuk Bohuslav	SPŠE Pardubice	
Zikmund Pavel	SPŠE Pardubice	
Bouček Jiří	G Dobruška	P
Chamrová Jana	G Pardubice	MF

omoravský kraj:

Chrastina Jan	G Brno, Koněvova	P
Urban Pavel	G Uh. Hradiště	MF
Smejkal Jaroslav	G V. Meziříčí	P
Slavík Petr	G Brno, Koněvova	MF
Sumbal Jiří	G Znojmo	P
Pícek Jaroslav	G Jihlava	P
Svoboda Jaroslav	G V. Meziříčí	P
Píška Libor	G Uh. Brod	P
Skládal Petr	G Prostějov	P
Králík Michal	G Uherské Hradiště	MF

Vaškovic Dušan	G Uherský Brod	P
Nekvapil Tomáš	G Brno, Elgartova	P
Beneš Mojmír	G Uherský Brod	P
Valenta Vladimír	G Brno, Křenová	P
Chmelík Radim	G Brno, kpt. Jaroše	P
Janovská Jana	G Nové Město na M.	P
Vozňák Martin	G Brno, Elgartova	P
Šlapal Robert	G Zastávka	P
Hladík Alois	G Žďár nad Sázavou	P
Hanák Pavel	G Uherské Hradiště	P
Janovský Petr	G Znojmo	P

Pail Josef	G Žďár nad Sázavou	P
Siegl Roman	G Brno, Slovanské nám.	P
Coufal Svatoš	G Blansko	P

Kovár Martin	G Brno, kpt. Jaroše	MF
Gromus Pavel	G Prostějov	P
Skoupý Miroslav	G Blansko	P
Skoupý Karel	G Blansko	P
Bachan František	G Uherský Brod	P
Halaš Radomír	G Prostějov	P
Čírtek Jiří	G Znojmo	P

D: Kolařík Pavel	SPŠ stroj. Gottwaldov	
Seda Richard	G Blansko	P
Kučera Jindřich	G Uherský Brod	P
Munzar Dominik	G Brno, kpt. Jaroše	MF
Kosek Jiří	G Prostějov	P
Lhoták Martin	G Brno, Koněvova	program.
Bílek Karel	G Brno, Slovanské nám.	MF
Adamec Radek	G Kroměříž	P
Ludvík Bohuslav	G Bystřice nad Pernštejnem	P
Anton Ondřej	G Brno, Koněvova	MF

Severomoravský kraj:

A: Erhart Jiří	G Bílovec	M
Surý Petr	G Ostrava, dr. Šmerala	P 3. roč.
Malátek Roman	G Přerov	P
Adamec Mojmír	G Vsetín	P
Martinek Pavel	G Bílovec	M
Bahník Tomáš	G Havířov, Rudé armády	P
Kývala Ctirad	G Bohumín	P
Polá Martin	G Frýdek-Místek	P
Ryška Miroslav	G Frýdek-Místek	P 3. roč.
Vašíček Miloslav	G Ostrava, dr. Šmerala	P
B: Grajcar Martin	G Bílovec	M
Bajer Ivo	G Frýdek-Místek	P
Ryška Miroslav	G Frýdek-Místek	P

Čermák Ivo	G Bílovec	M
Lihocký Jiří	G Opava	P
Damborský Dalibor	G Bílovec	M
Mazanec Jaroslav	G Bílovec	M
Guňka Roman	G Český Těšín - polské	P
Januška Pavel	G Šumperk	P
Jurak Radim	G Frenštát pod Radhoštěm	P
Surý Petr	G Ostrava, dr. Šmerala	P
Žalman Lubor	G Ostrava, dr. Šmerala	P
Pánek Petr	G Rožnov pod Radhoštěm	P
Dědic Přemysl	G Bílovec	M
Adámek Petr	G Bílovec	M
Halata Alan	G Ostrava-Zábřeh, Volgograd.	P
Hrivňák Daniel	G Ostrava, dr. Šmerala	P
Brychra Michal	G Bílovec	M
Podgrebinský Radan	G Olomouc - Hejčín	P
Tischlinger Ferdinand	G Přerov	P
Brňák Petr	G Haviřov, Rudé armády	P
Krajča Marian	G Haviřov, Rudé armády	P
Slaninová Milada	G Bílovec	M
Sosík Petr	G Bílovec	M
Kordula Vladimír	G Bílovec	M
Stříšovský Adam	G Haviřov, Komenského	P
Pořízka Aleš	G Bílovec	M
Jirušová Alice	G Ostrava, dr. Šmerala	P
Ryčovský Ivan	G Ostrava, dr. Šmerala	P
Tkadlec Tomáš	G Bílovec	M
Eber Martin	G Olomouc, Jiřího z Poděbrad	MF
Brož Pavel	G Karviná	MF
Dočkalová Hana	G Přerov	P
Jünger Otto	G Bílovec	M
Novotný Marek	G Hranice	P
Španihelová Petra	G Přerov	P
Tesař Petr	SPŠE Olomouc	

Bratislava:

A:	Florek Martin	G B., J. Hronca	MF
	Pulman Richard	G B., J. Hronca	MF
	Panák Stanislav	G B., J. Hronca	MF
	Martišovitš Viktor	G B., J. Hronca	MF
	Borovanský Petr	G B., J. Hronca	MF
	Maťko Igor	G B., J. Hronca	MF
	Tichý Miloš	G B., J. Hronca	MF
	Takács Roland	G B., A. Markuša	M
	Kuchta Milan	G B., A. Markuša	M
	Lányi Libor	G B., J. Hronca	MF
	Filip Ján	G B., J. Hronca	MF
	Stríženec Pavol	G B., J. Hronca	MF
B:	Horváth Ivan	G B., A. Markuša	M
	Belohorec Peter	G B., J. Hronca	MF
	Szelepcsényi Robert	G B., A. Markuša	M
	Ivantyšin Vladimír	G B., A. Markuša	MF
	Khandlová Monika	G B., J. Hronca	MF
	Koprla Miloš	G B., J. Hronca	P
	Grajcar Miroslav	G B., J. Hronca	P
	Koncová Eva	G B., J. Hronca	MF
	Kováčová Kerstin	G B., J. Hronca	P
	Švec Ivo	G B., J. Hronca	MF
C:	Svoboda Roman	G B., I. Horvátha	P
	Nürberger Róbert	G B., J. Hronca	MF
	Trenčanský Ivan	G B., A. Markuša	M
	Šumšala Marián	G B., A. Markuša	M
	Volek Peter	G B., Metodova	P
	Šefčík Ján	G B., A. Markuša	M
	Foltin Martin	G B., A. Markuša	M
	Kliment Vladimír	G B., A. Markuša	M
	Silný Maroš	G B., I. Horvátha	P

Barnovský Igor	G B., J. Hronca	MF
Grajcar Peter	G B., J. Hronca	MF
Klein Juraj	G B., J. Hronca	MF
Kossey Peter	G B., J. Hronca	MF
Volný Drahomír	G B., Bilíkova	P

Bedlek Miroslav	G B., A. Markuša	M
Leščenko Richard	G B., J. Hronca	MF
Gürtler Robert	SPŠE B., K. Adlera	
Meduna Stanislav	G B., J. Hronca	MF
Šolc Roman	G B., J. Hronca	MF
Spurný Dušan	G B., J. Hronca	MF
Trávník Robert	G B., J. Hronca	MF
Mokráň Pavel	G B., L. Novomeského	P
Fischer Tomáš	G B., J. Hronca	MF
Potisk Vladimír	G B., J. Hronca	MF

adoslovenský kraj:

Klivanec Daniel	G Nitra, Párovce	MF
Mocko Dušan	G Nové Mesto n. Váhom	P
Šášik Roman	G Nitra, Párovce	MF
Bartek Marián	G Sereď	P
Gyarmati Tichomír	G Komárno - maďarské	P
Jancsó Anna	G Komárno - maďarské	P
Faltys Ján	G Štúrovo	P
Purgat Pavel	G Partizánske	P
Ševčovič Daniel	G Trenčín	P

Beluský Pavol	G Nitra, Párovce	MF
Zajaček Zdeněk	G Skalica	P
Lászlóová Klaudia	G Nitra, Párovce	MF
Bojkovský Roman	G Trnava	P
Kluncová Dagmar	G Nitra, Párovce	MF
Zámečník Róbert	G Nové Mesto nad Váhom	P

Csepló László	G Komárno - maďarské	P
Jablonický Vladimír	G Trnava	P
Marek Ján	G Nové Mesto nad Váhom	P
Sabo Eduard	G Šahy	P
Varga Stanislav	G Topoľčany	P
C: Gašparín Michal	G Nové Mesto nad Váhom	P
Spátay Zoltán	G Komárno - maďarské	P
Kononenko Vladimír	G Trenčín	P
Romanová Branislava	G Trenčín	P
Dubovský Pavel	G Piešťany	P
Barta Miklós	SPŠE Nové Zámky	
Hupka Juraj	G Pezinok	P
Magula Miroslav	G Nové Zámky	P
Roth Norbert	G D. Streda - maďarské	P
Fojtík Ján	G Topoľčany	P
Mínáros Zoltán	G Komárno - maďarské	P
Šipka Miroslav	G Trenčín	P
D: Bedei Peter	SPŠ Trnava	
Krížovský Peter	G Trenčín	P
Müller Peter	G Komárno - maďarské	P
Opaterný Rastislav	G Levice	P
Dudáš Andrej	G Trnava	P
Siheľa Róbert	G Levice	P
Halász Attila	G Šamorín - maďarské	P
Hevesi Erik	G Levice	P
Jakubík Róbert	G Levice	P
Janyik Juraj	G Nové Zámky	P
Ševčenko Peter	G Šaľa	P

Středoslovenský kraj:

A: Gintner Mikuláš	G B. Bystrica, Tajovského	MF
Kratka Milan	G Prievidza	MF

Daněk Ján	G Žilina, Wolkerova	MF
Polický Ivan	G Rimavská Sobota	P - 3. roč.
Beláň Tibor	G Prievidza	MF
Bezák Martin	G Prievidza	MF - 3. roč.
Gažo Martin	G Martin	P
Bezák Martin	G Prievidza	MF
Bednár Stanislav	G Žiar nad Hronom	P
Kučera Roman	G Žilina, Veľká Okružná	M
Hrázsky Miroslav	G B. Bystrica, Tajovského	P
Polický Ivan	G Rimavská Sobota	P
Skýpala Igor	G Rimavská Sobota	P
Zdút Ladislav	G Rimavská Sobota	P
Dokoupil Ivo	G Banská Bystrica	H
Lipták Jozef	G Zvolen	MF
Aláč Luboš	G Zvolen	MF
Hano Alexander	G B. Bystrica, Tajovského	MF
Menšík Miroslav	G B. Bystrica, Tajovského	MF
Kejst Jozef	G Žilina, Veľká Okružná	M
Kuchenová Janka	G Vrútky	P
Blaho Peter	G Martin	P
Rýdži Karol	G Dubnica nad Váhom	P
Odrobina Igor	G Žilina, Veľká Okružná	M
Murgaš Dalibor	G B. Bystrica, Tajovského	MF
Vajda Peter	G Žilina, Wolkerova	MF
Šmihla Marek	G B. Bystrica, Tajovského	MF
Kohútek Ivan	G Žilina, Veľká Okružná	M
Melicherčík Igor	G B. Bystrica, Tajovského	P
Kubala Milan	G Žilina, Veľká Okružná	M
Štanga Igor	G Prievidza	MF
Šipoš Jozef	G Prievidza	MF
Radler Vladimír	G Zvolen	P
Oravkin Jozef	G Brezno	P

Kubinec Jaroslav	G Liptovský Mikuláš	P
Lehocký Peter	G Martin	P
Michalovič Pavel	G Prievidza	P

Východoslovenský kraj:

A: Drutarovský Miloš	SPŠE Prešov	
Dančík Vladimír	G Košice, Šmeralova	MF
Kožuško Peter	G Košice, Šrobárova	MF
Mihóková Eva	G Prešov, Konštantínova	MF
Karafa Miroslav	G Prešov, Konštantínova	MF
Jankel Martin	G Košice, Šmeralova	MF
Gašpar Peter	G Prešov, Konštantínova	MF
B: Lazor Martin	G Sabinov	P
Nosaľ Ivan	G Košice, Šmeralova	MF
Balász Juraj	G Košice, Kuzmányho	P
Barešová Eva	G Košice, Šmeralova	MF
Řihák Stanislav	SPŠE Košice	
Rožkanin Miroslav	G Snina	P
Kancírová Bibiána	G Prešov, Konštantínova	MF
Klein Marián	G Spišská Nová Ves	P
Koreň Peter	G Košice, Šrobárova	MF
Lipka Jozef	G Prešov, Konštantínova	MF
Vojtek Miroslav	G Košice, Opatovska	P
Franková Renáta	G Košice, Šrobárova	MF
Čeman Miloš	G Košice, Šrobárova	MF
Pollák Juraj	G Košice, Šmeralova	MF
Danišovský Štefan	G Poprad	P
Kvasnica Branislav	G Košice, Šrobárova	MF
Olejník Ján	G Poprad	P
C: Sentelík Ladislav	G Košice, Šmeralova	MF
Berešik Peter	SPŠE Prešov	
Lúžny Ján	SPŠE Prešov	

Vendráková Jana	G Košice, Šrobárova	MF
Vernarský Dušan	G Poprad, Leninovo nábr.	P
Sčúr Igor	G Bardejov	P
Čajka Peter	G Košice, Šrobárova	MF
Fabián Jaroslav	G Spišská Nová Ves	P
Dubák Luboš	G Košice, Šmeralova	MF
Stropko Peter	SPŠE Košice	
Maťaš Martin	G Veľké Kapušany	P
Doležal Jozef	G Michalovce	P
Cizismárová Tatiana	G Košice, Šmeralova	MF
Mlynaršík Karol	G Kežmarok	P
Lepko Erich	G Poprad, Zápotockého	P

D: Gromaczki Anton	SPŠE Košice	
Matuševský Peter	G Bardejov	P
Matta Peter	G Michalovce	P
Vavrinčíková Beáta	G Košice, Šmeralova	MF
Kulík Karol	G Košice, Šrobárova	MF
Venglarčík Ján	G Stará Lubovňa	P
Bilák Igor	G Prešov, Konštantínova	MF
Tovarnák Ján	G Humenné	P
Hossa Jozef	G Poprad, Leninovo nábr.	P
Hašík Vladimír	SPŠE Košice	
Medvidová Mária	G Košice, Šrobárova	MF
Ištvániková Jana	G Košice, Šmeralova	MF
Sabari Alexander	G Košice, Šmeralova	MF
Slanina Alexander	G Košice, Šmeralova	MF

B. Třetí kolo FO kategorie A

Třetí kolo FO kategorie A se uskutečnilo ve dnech 23.—26. dubna 1983 v Plzni.

Patronát nad celostátním kolem převzala Vysoká škola strojní a elektrotechnická v Plzni, Západočeský KV SSM a Československý UNIDO, společný program pro mezinárodní spolupráci v oboru

keramiky, průmyslu stavebních hmot a průmyslu nemetalických materiálů. Finanční záležitosti zabezpečovala plzeňská pobočka JČSMF.

Slavnostní zahájení soutěže bylo v budově KNV v Plzni. Zúčastnili se ho zástupci KNV a národního výboru města Plzně, zástupci ÚV JČSMF a ÚV JSMF, zástupci KV MO, ředitel Výzkumného ústavu keramiky a zástupci společenských organizací. Zahajovací projev přednesl místopředseda ÚV FO dr. Ivo Volf, za ÚV JČSMF pozdravil účastníky dr. J. Holenda. O důležitosti studia fyziky pro rozvoj naší techniky promluvil ředitel Výzkumného ústavu keramiky ing. dr. Z. Engelthaler. S tradicí fyziky v Plzni seznámil účastníky prof. A. Špelda, DrSc.

24. 4. proběhla experimentální úloha v laboratořích katedry fyzik VŠSE a v budově gymnázia J. Fučíka, 25. 4. pak účastníci řešili teoretické úlohy soutěže v budově SPŠE.

Pro účastníky byl 24. 4. zajištěn zájezd na zámek Kozel, 25. 4. pak exkurze do koncernového podniku Škoda do haly těžkých točivých strojů a do reaktorové haly.

26. 4. byla soutěž slavnostně ukončena a vyhlášeny výsledky celostátního kola FO kategorie A. Slavnostní projevy k účastníkům přenesli zástupce MŠ ČSR dr. Václav Šůla a zástupce KNV v Plzni. Místopředseda ÚV FO dr. Volf seznámil účastníky soutěže s výsledky a předal vítězům a úspěšným řešitelům diplomy a odměny.

Pro úspěšnost účastníků soutěže bylo stanoveno toto kritérium: vzhledem k tomu, že nejlepší řešitel získal celkem 45 bodů, byl úspěšným řešitelem prohlášen každý účastník, který získal nejméně 18 bodů a vyřešil v průměru 3 úlohy dobře.

Z 51 pozvaných účastníků se jeden nedostavil. 29 řešitelů bylo úspěšných a z nich 15 nejlepších bylo prohlášeno za vítěze 3. kola XXIV. ročníku FO v kategorii A. Menší počet pozvaných řešitelů 2. kola byl dán malou úspěšností řešitelů ve 2. kole.

Přehled úspěšnosti soutěžících ve 3. kole FO kategorie A XXIV. ročníku je uveden v následující tabulce:

Kraj	Pozvaných	Úspěšných řešitelů	Z nich vítězů	Nedostavili se
Praha	8	7	3	—
StřČ	2	—	—	—
JČ	3	—	—	—
ZČ	2	—	—	—
SČ	1	1	—	—
VČ	4	1	1	—
JM	9	7	3	—
SM	3	1	—	—
Bratislava	5	4	4	1
ZS	6	3	2	—
StřS	4	2	—	—
VS	4	3	2	—
celkem	51	29	15	1

Bodové hodnocení jednotlivých úloh 3. kola je uvedeno v následující tabulce:

Body	Úlohy						
	1	2	3	4	5		
0	—	17	5	17	2		
1	—	2	—	—	1	1	11
2	8	—	2	10	4	—	12
3	12	6	3	1	8	2	13
4	9	2	3	—	6	—	14
5	8	4	3	—	3	—	15
6	5	—	6	1	3	—	16
7	5	2	5	—	3	—	17
8	—	8	14	1	8	—	18
9	2	3	1	2	6	1	19
10	—	1	5	4	2	—	20
neřešitelné	1	5	3	14	—	—	

Maximální počet dosažitelných bodů u úlohy 1.—4. byl 10, u úlohy 5. (experimentální) 20.

Počet hodnocených prací: 50.

Třetí kolo soutěže bylo organizačně dobře připraveno. Na závěr bylo vysloveno poděkování pracovníkům KV FO a jejich dalším spolupracovníkům za dobré zabezpečení hladkého a důstojného průběhu soutěže i za seznámení se současným rozvojem Západočeského kraje.

Přehled úspěšných řešitelů 3. kola FO kategorie A

a) Vítězové 3. kola:

1.—2.	Klivanec Daniel	G Nitra, Párovce	MF 45 b
	Koreň Ivo	G Jevíčko	P 45 b

3.	Smejkal Jaroslav	G Velké Meziříčí	P 42 b
4.	Kožuško Peter	G Košice, Šrobárova	MF 38 b
5. – 7.	Drutarovský Miloš	SPŠE Prešov	34 b
	Chrastina Jan	G Brno, Koněvova	P 34 b
	Šášik Roman	G Nitra, Párovce	MF 34 b
8.	Reysser Martin	G Praha, Voděradská	M 33 b
9. – 11.	Borovanský Petr	G Bratislava, J. Hronca	MF 32 b
	Pulman Richard	G Bratislava, J. Hronca	MF 32 b
	Vojtek Michal	G Praha, W. Piecka	M 32 b
12.	Matišovitš Viktor	G Bratislava, J. Hronca	MF 31 b
13.	Urban Pavel	G Uherské Hradiště	MF 29 b
14.	Panák Stanislav	G Bratislava, J. Hronca	MF 28 b
15.	Čubánová Zuzana	G Praha, W. Piecka	M 27 b

b) Úspěšní řešitelé 3. kola :

16.	Slavík Petr	G Brno, Koněvova	MF 26 b
17. – 18.	Dančík Vladimír	G Košice, Šmeralova	MF 25 b
	Kratka Milan	G Prievidza	MF 25 b
19.	Podlešák Michal	G Praha, Arabská	P 24 b
20. – 23.	Bártek Marián	G Sereď	P 22 b
	Erhard Jiří	G Bilovec	M 22 b
	Piška Libor	G Uherský Brod	P 22 b
	Sumbal Jiří	G Znojmo	P 22 b
24.	Alexa Petr	G Praha, W. Piecka	M 21 b
25. – 26.	Skládal Petr	G Prostějov	P 20 b
	Thoma Luboš	G Praha, Arabská	P 20 b
27. – 28.	Drábek Jaromír	G Jablonec n. N.	P 19 b
	Gintner Mikuláš	G Banská Bystrica	MF 19 b
29.	Kračmar Jan	G Praha, W. Piecka	M 18 b

Mezi vítězi a úspěšnými řešiteli 3. kola XXIV. ročníku FO jsc výrazně zastoupeni žáci ze specializovaných tříd gymnázií. Rovněž se projevila příprava širšího výběru družstva pro mezinárodní fyzikální olympiádu.

C. Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo ve dvou částech od září 1982 do ledna 1983. Úlohy 1. kola řešili žáci doma. Druhé kolo se uskutečnilo v okresních městech nebo dalších střediscích ve středu dne 9. února 1983. Organizačně ho zabezpečily OV FO spolu s referenty na školách. Třetí kolo FO kategorie E se uskutečnilo v sobotu dne 14. května 1983 v krajských městech nebo v určených střediscích. Jeho organizaci zabezpečovaly KV FO.

Přehled ZDŠ, které se zúčastnily XXIV. ročníku FO v kategorii E, je uveden v tabulce 6.

Tabulka 6. Počet ZDŠ, které se zúčastnily XXIV. ročníku FO v kategorii E

Kraj	Počet ZDŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	204	155	76	146	72	22	11
StřČ	275	148	54	116	42	36	13
JČ	184	117	64	82	45	23	12
ZČ	216	160	74	130	60	23	11
SČ	287	191	67	121	42	30	10
VČ	316	212	67	146	46	34	11
JM	455	278	61	213	47	32	7
SM	468	373	80	270	58	51	11
Bratislava	71	55	77	53	75	18	25
ZS	480	319	66	291	61	32	7
	a)	b)		c)		d)	
StřS	409	243	59	204	50	31	8
VS	378	269	71	212	56	38	10
celkem	3 743	2 520	67	1 984	53	370	10
1981/82	3 733	2 544	68	2 131	57	440	12

a) z toho 92 maďarských
b) z toho 78 maďarských

c) z toho 72 maďarských
d) z toho 5 maďarských

Přehled o počtu soutěžících žáků v 1., 2. a 3. kole FO kategorie E ve XXIV. ročníku uvádí tabulka 7.

Tabulka 7. Počet soutěžících a počet úspěšných žáků v 1., 2. a 3. kole XXIV. ročníku FO kategorie E

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo	
	C	Ú	C	Ú	C	Ú
Praha	1 359	628	473	216	32	31
StřČ	856	396	305	98	48	23
JČ	637	327	234	49	32	24
ZČ	883	356	301	69	23	21
SČ	931	371	280	98	33	30
VČ	963	496	323	99	45	31
JM	1 877	812	604	132	37	27
SM	2 990	1 192	635	187	56	48
Bratislava	409	282	265	114	40	32
ZS	1 545	884	819	206	44	40
StřS	1 256	617	558	142	37	31
VS	1 578	851	547	211	55	42
celkem	15 284	7 212	5 344	1 621	482	380
1981/82	14 861	7 628	5 857	3 707	527	478

C — celkový počet soutěžících

Ú — počet úspěšných žáků

Ve XXIV. ročníku FO kategorie E soutěžili téměř výhradně žáci 8. ročníků ZDŠ a pouze jednotlivci z 9. ročníků ZDŠ. V některých krajích se do soutěže zapojili i nadaní žáci ze 7. ročníků ZŠ.

Počet žáků přihlášených do soutěže se v 1. kole poněkud zvýšil. Náročnost úloh a nepřipravenost žáků z učiva fyziky a matematiky (neabsolvování celého cyklu výuky matematiky a fyziky na ZDŠ) způsobily, že úspěšnost žáků v 1. kole i v dalších kolech proti minulým letům mírně klesla. Tímto ročníkem FO by měl být pokles účasti i úspěšnosti žáků v kategorii E ukončen. XXV. ročníku se účastní žáci, kteří v základní škole absolvují celý cyklus výuky matematiky a fyziky.

Ve 3. kole FO kategorie E se ve XXIV. ročníku stali vítězi v jednotlivých krajích tito žáci:

(v případě, že počet vítězů vzhledem k rovnosti bodů je větší než deset, jsou uváděni všichni vítězové v kraji)

Praha:

Král Filip	ZDŠ P. 6, nám. Svobody	8. r.
Liška Tomáš	ZDŠ P. 2, Kladská	8. r.
Sochor Jan	ZDŠ P. 2, Londýnská	8. r.
Jiříčka Jan	ZDŠ P. 3, Pražanka	8. r.
Sixta Roman	ZDŠ P. 4, Křesomyslova	8. r.
Gabriel Petr	ZDŠ P. 6, nám. Svobody	8. r.
Závada Jaroslav	ZDŠ P. 6, Bělohorská	8. r.
Novotný Martin	ZDŠ P. 9, Novoborská	8. r.
Mach Ondřej	ZDŠ P. 4, Křesomyslova	8. r.
Král Robert	ZDŠ P. 4, Na planině	8. r.
Eretová Vladimíra	ZDŠ P. 7, Korunovační	8. r.
Brummel Martin	ZDŠ P. 7, Dimitrov. nám.	8. r.
Trégl Tomáš	ZDŠ P. 10, Omská	8. r.

Středočeský kraj:

Rosický Tomáš	ZDŠ K. Hora, Kam. stezka	8. r.
Pernet Pavel	2. ZDŠ Mladá Boleslav	8. r.
Sláma Marek	14. ZDŠ Kladno	8. r.
Škvor Aleš	ZDŠ Černošice	8. r.

Hetka Robert	ZDŠ Votice	8. r.
Merth Jiří	13. ZDŠ Kladno	8. r.
Klásterka Tomáš	ZDŠ Mělník, Švermova	8. r.
Hončík Petr	ZDŠ Sedlčany	8. r.
Kohout Petr	ZDŠ Davle	8. r.
Kolovecký Jan	ZDŠ Červené Pečky	8. r.

Jihočeský kraj:

Krčil Jiří	ZDŠ Humpolec, Hálkova	8. r.
Šmejkal Zbyšek	ZDŠ Tábor, nám. Mik. z Husi	8. r.
Kostohryz Jakub	ZDŠ Č. Budějovice, Dukelská	8. r.
Kostohryz Robert	ZDŠ Písek, Šolnova	9. r.
Nachmuller Rudolf	ZDŠ Protivín	8. r.
Zapletal Jindřich	6. ZDŠ Tábor	8. r.
Holý Petr	ZDŠ Č. Budějovice, Dukelská	8. r.
Kropš Stanislav	ZDŠ Strakonice, F. L. Čelakov.	8. r.
Zítek Martin	ZDŠ Kovářov	8. r.
Sládek Antonín	ZDŠ Český Krumlov, Tavírna	8. r.
Strouhal Petr	ZDŠ Velešín	8. r.

Západočeský kraj:

Petrák Milan	ZDŠ Teplá	8. r.
Holub Přemysl	3. ZDŠ Plzeň	8. r.
Kazda Jiří	ZDŠ Klatovy	8. r.
Mašek Vlastimil	ZDŠ Rokycany	8. r.
Martínek Karel	ZDŠ Klatovy	8. r.
Hosnedl Martin	21. ZDŠ Plzeň	8. r.
Kozel Petr	ZDŠ Karlovy Vary	8. r.
Mužík Tomáš	3. ZDŠ Ostrov	8. r.
Briknerová Klára	21. ZDŠ Plzeň	8. r.
Rosol Petr	ZDŠ Kaznějov	8. r.

Severočeský kraj:

Šuta Miroslav	8. ZDŠ Chomutov	8. r.
Doubrava David	ZDŠ Liberec, U soudu	8. r.
Laštůvka Alexandr	ZDŠ Děčín, Vojanova	8. r.
Kyslík Jiří	ZDŠ Nový Bor, U lesa	8. r.
Hruška Roman	4. ZDŠ Jablonec nad Nisou	8. r.
Koudelka Leoš	4. ZDŠ Jablonec nad Nisou	8. r.
Pospíšil Miloš	ZDŠ Nový Bor, nám. Míru	8. r.
Fejtek Radek	3. ZDŠ Jablonec nad Nisou	8. r.
Pražský Michal	ZDŠ Liberec, 5. května	8. r.
Chudoba Jiří	2. ZDŠ Louny	8. r.

Východočeský kraj:

Majerach Vladan	ZDŠ Pardubice, Polabiny	8. r.
Ludvík Zbyněk	ZDŠ Hostinné	8. r.
Žák Josef	ZDŠ Trutnov, Komenského	8. r.
Pohl Richard	ZDŠ Police nad Metují	8. r.
Jelínek Petr	ZDŠ Pardubice, Družstevní	8. r.
Kovář Zdeněk	ZDŠ Řečany nad Labem	8. r.
Novotný Tomáš	ZDŠ Nové Město n. Metují	8. r.
Eisler Jan	ZDŠ Havlíčkův Brod, V sadech	8. r.
Děvíkovský Josef	ZDŠ Hlinsko, Leninova	9. r.
Pola Martin	ZDŠ Úpice, Blahovka	8. r.
Vilímek Josef	ZDŠ Kostelec n. O., Blahovka	8. r.
Werner Tomáš	ZDŠ Trutnov, Komenského	8. r.

Jihomoravský kraj:

Pištek Martin	ZDŠ Veselí na Moravě	8. r.
Tvarůžková Hana	2. ZDŠ Velké Meziříčí	8. r.
Ošmera Jiří	ZDŠ Brno, Nejedlého	8. r.
Pokluda Ondřej	12. ZDŠ Gottwaldov	8. r.
Vystavěl Radek	ZDŠ Prostějov, ČSP	8. r.

Kašpárek Daniel	7. ZDŠ Gottwaldov	8. r.
Zejda Jindřich	ZDŠ Jihlava, Semilucká	8. r.
Kynická Eva	ZDŠ Valtice	8. r.
Konvalina Eduard	ZDŠ Brno, Blažkova	8. r.
Langová Alena	ZDŠ Třebíč, Sokolovská	8. r.

Severomoravský kraj:

Talanda Tomáš	ZDŠ Vsetín - Luh	8. r.
Kuča Radan	ZDŠ Ostrava, G. Klimenta	8. r.
Nimrichter Zdeněk	6. ZDŠ Šumperk	8. r.
Szlauerová Monika	ZDŠ Třinec, Koperníkova	8. r.
Vozák Petr	ZDŠ Valašské Meziříčí, Křižná	8. r.
Kašpárek František	ZDŠ Olomouc, Stupkova	8. r.
Havlíček Pavel	ZDŠ Lichnov	9. r.
Měch Radomír	ZŠ Opava, Leninova	7. r.
Pavličková Marta	ZDŠ Opava, Leninova	8. r.
Calábek Pavel	ZDŠ Přerov, Palackého	8. r.
Hladký Roman	ZDŠ Karviná, Mendelova	8. r.
Kos Pavel	ZDŠ Litovel, Jungmannova	8. r.
Kučera Petr	1. ZDŠ Zábřeh na Moravě	8. r.
Šamánek Petr	ZDŠ Frenštát p. R., Tyršova	8. r.
Valášek Radim	ZDŠ Kopřivnice, Obránců míru	8. r.
Vařeková Martina	1. ZDŠ Rýmařov	8. r.

Bratislava:

Pancza Dávid	ZŠ B., Medzilaborecká	7. r.
Veselý Vladimír	ZDŠ B., Košická	8. r.
Polakovič Marcel	ZDŠ B., Jelačičova	8. r.
Böhm Radoslav	ZDŠ B., Nevädzová	8. r.
Kováč Alexander	ZDŠ B., Plickova	8. r.
Nyilaš Mário	ZDŠ B., Palisády	8. r.
Belan Anton	ZDŠ B., Košická	8. r.
Šretter Ladislav	ZDŠ B., Beňovského	8. r.

Mázor Juraj	ZDŠ B., Jesenského	8. r.
Sitár Rastislav	ZDŠ B., Novomeského	8. r.
Baumgartner Richard	ZDŠ B., Drieňová	8. r.

Západoslovenský kraj:

Kolník Pavol	ZDŠ Nové Mesto n. V., kpt. Nálepku	8. r.
Kollár Stanislav	1. ZDŠ Senica	8. r.
Belák Csaba	ZDŠ Štúrovo - maďarská	8. r.
Minárik Marián	3. ZDŠ Bánovce n. Bebravou	8. r.
Ivanický Miroslav	ZDŠ Hronské Kľačany	8. r.
Škultéty Rastislav	ZDŠ Trnava, Nedviedova	8. r.
Mancel Milan	ZDŠ Piešťany, Balakovská	8. r.
Burel Rudolf	ZDŠ Trnava, Lomonosovova	8. r.
Klein Peter	ZDŠ Piešťany, Balakovská	8. r.
Ištok Richard	ZDŠ Piešťany, Balakovská	8. r.

Stredoslovenský kraj:

Mózer Anton	1. ZDŠ Veľký Krtíš	9. r.
Šimon Imrich	3. ZDŠ Lučenec	9. r.
Hanes Dušan	ZDŠ Prievidza, Obrancov mieru	8. r.
Štrba Fridrich	ZDŠ Žilina, Hliny	8. r.
Gomela Jozef	ZŠ Prievidza, Malonecpalská	7. r.
Janičík Peter	5. ZDŠ Považská Bystrica	8. r.
Findra Michal	ZDŠ Vysoká n. Kysucou	8. r.
Báreš Róbert	1. ZDŠ Kremnica	9. r.
Coch Karol	ZDŠ Rim. Sobota, Daxnerova	8. r.
Drenka Ľudovít	ZDŠ Banská Bystrica, Radvaň	8. r.
Krajčoviech Richard	5. ZDŠ Považská Bystrica	8. r.
Pavlák Miroslav	1. ZDŠ Nová Dubnica	8. r.
Špakula Ivan	ZDŠ Rim. Sobota, Daxnerova	8. r.

Východoslovenský kraj:

Čiško Róbert	ZDŠ Spišská Nová Ves, Nad Medzou	8. r.
Krajčí Stanislav	1. ZŠ Bardejov	7. r.
Špic Štefan	2. ZDŠ Krompachy	8. r.
Kniš Dalibor	ZDŠ Snina, Budovateľská	9. r.
Drosc Mário	6. ZDŠ Michalovce	8. r.
Nemčík Michal	ZDŠ Poprad, Marxova	8. r.
Štefko Ladislav	ZDŠ Košice, Trebišovská	8. r.
Hlinický Juraj	ZDŠ Veľké Kapušany	8. r.
Durkáč Martin	ZDŠ Veľké Kapušany	8. r.
Šandor Marián	ZDŠ Nacina Ves	8. r.
Demčák Ján	ZDŠ Trebišov, SNP	8. r.
Lieskovský Martin	ZDŠ Prešov, Odborárska	8. r.
Kačír Miroslav	ZDŠ Košice, Kresnianská	8. r.
Paralič Ján	ZDŠ Košice, Steinerova	8. r.
Krempaský Slavomír	ZDŠ Kežmarok, Marxová	8. r.

Zvýšená péče o talentované žáky na ZDŠ i ZŠ spolu se zaváděným novým pojetím výuky fyziky se již v tomto ročníku odrazily v úspěšnosti žáků 7. ročníků ZŠ v krajských kolech FO.

5. PÉČE O NADANÉ ŽÁKY VE XXIV. ROČNÍKU FO

Učitelé fyziky a referenti FO na školách, OV FO i KV FO v tomto ročníku uplatňovali závěry celostátního semináře k péči o nadané žáky v matematice a fyzice. Současně KV FO i OV FO prohloubily přímou práci s referenty FO na školách a prostřednictvím OPS a KPÚ i práci s učiteli fyziky při usměrňování péče o talentované žáky ve fyzice. Výsledkem bylo zintenzívnění individuální práce s řešiteli jednotlivých kategorií. Zvýšeným podílem přispěly k prohloubení práce s učiteli i se žáky i pobočky JČSMF a JSMF.

Práce s nadanými žáky byla prováděna těmito formami:

- a) Rozšířením přípravy pro výběr družstva na mezinárodní fyzikální olympiádu formou korespondenční školy a soustředěními. Tato činnost je hodnocena samostatně u zprávy o MFO.
- b) Celostátním soustředěním vybraných řešitelů FO a MO konaným v Zadově. Toto soustředění zabezpečoval KV FO Jihočeského kraje. Bylo uskutečněno ve dnech 19. 6. — 1. 7. 1983 ve 4 třídách (1 matematická, 1 fyzikální a 2 matematicko-fyzikální). Bylo odučeno 240 hodin v povinné výuce a 36 hodin v zájmové přednáškové činnosti.
- c) Akcemi KV FO a OV FO v jednotlivých krajích:
- Praha: — soustředění úspěšných řešitelů kategorie C v Jevanech ve dnech 13. — 18. 6. 1983,
— dva semináře pro řešitele FO v kategorii D s instrukcemi k metodice řešení úloh,
— 12 přednášek pro řešitele v kategorii E; 480 účastníků.
- StřČ: — 3 přednášky pro kategorii A a B a 3 přednášky pro kategorii C a D v pěti střediscích,
— desetidenní soustředění úspěšných řešitelů kategorií B, C a D společně s MO v Janově n. N.; 42 účastníků,
— sedmidenní soustředění vybraných řešitelů kategorie E spolu s MO v Janově n. N.,
— přednáškový cyklus Teorie relativity pro zájemce z kraje, 4 přednášky.
- JČ: — letní škola pro řešitele kategorií C a D společně s MO v Zadově od 13. 6. do 17. 6. 1983.
- ZČ: — 24 přednášek pro řešitele kategorií A — D ve střediscích Plzeň, K. Vary a Klatovy; průměrná účast 20,
— krajské soustředění pro řešitele kategorií B a C (16 h přednášek z fyziky, 40 účastníků).
- SČ: — přednášky členů KV FO a členů poboček JČSMF v Ústí n. L. a v Liberci pro jednotlivé kategorie:
kat. A - 7 přednášek, 68 účastníků,
kat. B - 7 přednášek, 72 účastníků,

- kat. C - 7 přednášek, 98 účastníků,
- kat. D - 15 přednášek, 184 účastníků,
- letní škola společně s MO v Teplicích od 1. 7. — 7. 7. 1983,
- příprava žáků SOU na soutěž SOU,
- prázdninové soustředění pro úspěšné řešitele FO v Teplicích, 78 účastníků.
- VČ: — 3 jednodenní semináře pro řešitele FO kategorie A - 30 účastníků,
- desetidenní soustředění řešitelů FO kategorie D v červnu, 20 účastníků.
- JM: — 10 seminářů pro řešitele FO kategorií A — D v průběhu školního roku, průměrná účast 15,
- soustředění pro úspěšné řešitele FO kategorií C a D společně s MO v Jedovnicích od 5. — 10. 6. 1983, 32 účastníků.
- SM: — besedy s řešiteli FO kategorií A — D v Ostravě a v Olomouci 13. 11. 1982 a 8. 1. 1983 - účast 221 řešitelů a 148 řešitelů,
- soustředění úspěšných řešitelů FO spolu s MO pro kategorie B, C a D v Rožnově p. Radh. ve dnech 30. 6. — 9. 7. 1983, 42 účastníků,
- soustředění řešitelů kategorie E spolu s MO ve dnech 9. 7. — 17. 7. 1983 v Rožnově p. Radh., 35 účastníků.
- Bratislava: — přednášky pro řešitele kategorií A, B a C, soustředění řešitelů kategorií B, C a D od 30. 5. do 3. 6. 1983 v Piešťanech.
- ZS: — soustředění řešitelů FO kategorie A — D ve dnech 27. — 30. 9. 1982, 43 účastníků,
- soustředění řešitelů FO kategorie E ve dnech 14. — 17. 6. 1983, 45 účastníků,
- činnost 29 kroužků FO na 14 středních školách.
- StřS: — 30 hodin přednášek pro řešitele kategorií A a B, průměrná účast 12 řešitelů,

- laboratorní měření a řešení fyzikálních úloh v průběhu celého školního roku.
 - VS: — týdenní soustředění pro řešitele FO v kategoriích A–D,
 - třídní intenzivní kurs pro vybrané řešitele kategorie A před celostátním kolem.
- d) Pro řešitele FO kategorie E byly v průběhu 1. kola na popud OV FO uskutečňovány konzultace jak k řešení úloh s fyzikální tematikou doposud na škole neprobranou, tak i na použití matematického aparátu při řešení úloh.
- Údaje jsou převzaty ze zpráv jednotlivých KV FO.

6. ZHODNOCENÍ XXIV. ROČNÍKU FO

Fyzikální olympiáda ve XXIV. ročníku přispěla k prohloubení znalostí a dovedností jak žáků, tak i jejich učitelů. Žáci si řešením úloh prohloubili návyky samostatné práce i dovednost pracovat s literaturou. Tím se upevnily i jejich studijní návyky.

Současně fyzikální olympiáda plnila i významný výchovný úkol — žáci se při řešení úloh FO přesvědčovali, že pouze svědomitou a soustavnou prací jsou schopni dosáhnout dobrých výsledků ve studiu i při řešení úloh FO. Současně se přesvědčovali o významu fyziky pro rozvoj techniky. Proto není zanedbatelný přínos FO při ovlivňování volby žáků přírodovědných a technických směrů studia.

Počty řešitelů i zúčastněných škol jsou ve XXIV. ročníku FO v podstatě stejné jako v minulých letech. Větší výkyvy se projevily v jednotlivých krajích. Stále se zvyšující náročnost a požadavky na řešení v jednotlivých kategoriích způsobují pokles úspěšnosti řešitelů nebo jejich odstoupení ze soutěže v průběhu řešení úloh 1. kola. Dále je třeba vzít v úvahu, že většina řešitelů v kategoriích C a D jsou žáci, kteří přešli na střední školy z 8. ročníku ZDŠ, a neabsolvovali tedy celý cyklus učiva matematiky a fyziky ZDŠ. Proto byl v tomto ročníku kladen velký důraz na práci vyučujících s řešiteli

při jejich vedení a odborně metodické pomoci. Tím byl plněn i závěr celostátního semináře k péči o talentované žáky v matematice a ve fyzice.

Ani takovýchto výsledků by nemohlo být dosaženo, kdyby se práci s řešiteli jednotlivých kategorií a organizátorské práci při zabezpečování FO nevěnovaly stovky dobrovolných pracovníků na školách, v okresních a krajských výborech FO i v samotném ÚV FO.

Ústřední výbor fyzikální olympiády proto děkuje všem učitelům fyziky a referentům FO, kteří intenzivně pracovali se žáky na školách, i všem pracovníkům okresních a krajských výborů FO za vykonanou práci, práci společensky významnou a pro společnost potřebnou.

Ústřední výbor FO současně děkuje KV FO, referentům FO na školách i samotným řešitelům za podnětné připomínky zaměřené na zkvalitnění práce ve fyzikální olympiádě a k prohloubení její účinnosti při ovlivňování budoucích zájmů žáků. Všechny připomínky byly projednány v komisi pro výběr úloh i v plénu ÚV FO. Přijatá opatření by měla odstranit přílišnou náročnost některých úloh (v tomto ročníku byly takovými úlohami např. A - III - 1, C - I - 1 a další), zabezpečit návaznost úloh na studijní texty a úlohy jednotlivých kol, a tím umožnit dosáhnout vyšší úspěšnosti soutěžících především ve 2. kole soutěže. V tomto ročníku náročnost některých úloh byla příčinou malé úspěšnosti soutěžících, jak vyplynulo z předcházejících statistických údajů.

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. ÚLOHY KATEGORIE A

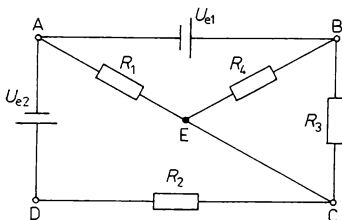
Úlohy a řešení recenzovali dr. Alojz Pecho a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhol dr. Alojz Pecho)

Dva zdroje elektromotorických napětí $U_{e1} = 2,1 \text{ V}$, $U_{e2} = 1,9 \text{ V}$ a čtyři rezistory $R_1 = 45 \text{ } \Omega$, $R_2 = 10 \text{ } \Omega$, $R_3 = 30 \text{ } \Omega$, $R_4 = 15 \text{ } \Omega$ sú zapojené podľa schémy na obr. 1. Vnútorne odpory zdrojov neuvažujeme.

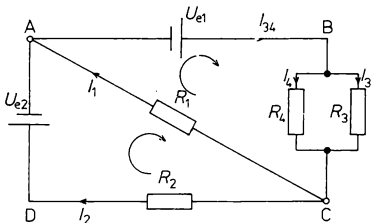
- Odhadnite a vyznačte smery prúdov prechádzajúcich jednotlivými rezistormi a vypočítajte tieto prúdy.
- Určte napätie, ktoré by ste namerali medzi bodmi B, C voltmetrom s vnútorným odporom $R_V = 200 \text{ } \Omega$.



Obr. 1

Riešenie:

- a) Pretože body C, E sú z hľadiska prechádzajúcich prúdov totožné, môžeme schému zjednodušiť podľa obr. 2.



Obr. 2

Zavedeme označenie $R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 10 \, \Omega$ a prúd vo vetvi BC označíme I_{34} . Teraz platí

pre uzol A: $I_1 + I_2 = I_{34}$,

pre obvod CDA: $R_2 I_2 + U_{e2} - R_1 I_1 = 0$,

pre obvod CAB: $R_1 I_1 - U_{e1} + R_{34} I_{34} = 0$.

Z tejto sústavy rovníc vyjadríme

$$I_1 = \frac{R_2 U_{e1} + R_{34} U_{e2}}{R_1 R_2 + R_2 R_{34} + R_1 R_{34}} = 40 \, \text{mA},$$

$$I_2 = \frac{R_1 U_{e1} - (R_1 + R_{34}) U_{e2}}{R_1 R_2 + R_2 R_{34} + R_1 R_{34}} = -10 \, \text{mA},$$

$$I_{34} = \frac{(R_1 + R_2) U_{e1} - R_1 U_{e2}}{R_1 R_2 + R_2 R_{34} + R_1 R_{34}} = 30 \, \text{mA}. \quad (1)$$

Pre I_2 sme na obr. 2 odhadli nesprávny smer — prúd prechádza od D k C.

Prúdy I_3 , I_4 určíme zo vzťahov

$$I_3 : I_4 = R_4 : R_3, \quad I_3 + I_4 = I_{34};$$

odtiaľ

$$I_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I_{34} = 10 \text{ mA},$$

$$I_4 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} I_{34} = 20 \text{ mA}.$$

- b) Vo vetvi BC musíme uvažovať odpor $R'_{34} = \frac{R_{34}R_V}{R_{34} + R_V}$ a prúd I'_{34} , ktorý vyjadríme zo vzťahu (1), ak miesto R_{34} tu položíme R'_{34} . Napätie na R'_{34} , ktoré nameríme voltmetrom, je

$$U_V = R'_{34} I'_{34} = \frac{(R_1 + R_2) U_{e1} - R_1 U_{e2}}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R'_{34}}} \doteq 0,29 \text{ V}.$$

2. úloha (navrhol doc. dr. Árpád Kecskés, CSc.)

Dané sú tri veľmi tenké šošovky s ohniskovými vzdialenosťami $f_1 = 12,5 \text{ cm}$, $f_2 = 50,0 \text{ cm}$, $f_3 = -100 \text{ cm}$.

- Navrhňte možnosti zostavenia ďalekohľadu z týchto šošoviek.
- Vytvorte z týchto šošoviek ďalekohľad s maximálnym zväčšením. Urobte schématický obrázok.
- Určte zväčšenie ďalekohľadu z úlohy b).

Řešení:

Čočky označíme po řadě 1, 2, 3.

a) Optická soustava sestavená z objektivu a okuláru je skutečným dalekohledem, jestliže její úhlové zvětšení $\gamma > 1$. Je-li f_{ob} ohnisková vzdálenost objektivu, f_{ok} ohnisková vzdálenost okuláru, musí být $f_{ob} > f_{ok}$.

Holandský dalekohled nepřichází v úvahu, protože

$$|f_3| > f_1, |f_3| > f_2.$$

Hvězdářský dalekohled sestavený ze dvou ze tří daných čoček musí mít jako objektiv čočku 2, jako okulár

čočku 1. Jeho úhlové zvětšení $\gamma = \frac{f_{ob}}{f_{ok}} = 4$, dalekohled

má délku 62,5 cm.

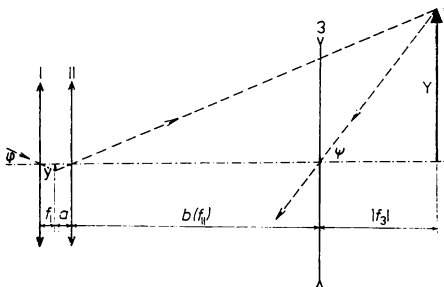
Použijeme-li všechny tři čočky, pak jsou tyto možnosti:

1. Objektivem je soustava čoček 2 a 3, těsně k sobě přiložených, takže se jejich optické mohutnosti sčítají, okulárem je čočka 1. V tomto případě $f_{ob} = 100$ cm, $f_{ok} = 12,5$ cm, $\gamma = 8$, délka dalekohledu 112,5 cm.
2. Objektivem je čočka 2, okulárem je soustava těsně k sobě přiložených čoček 1, 3. V tomto případě $f_{ob} = 50$ cm, $f_{ok} = 14,3$ cm, $\gamma = 3,5$, délka dalekohledu 64,3 cm.

Je možné i třetí řešení, znázorněné na obr. 3, že jednou ze dvou spojek vytvoříme v její ohniskové obrazové rovině skutečný obraz y předmětu, tento obraz zobrazíme druhou spojkou a tento druhý obraz Y umístíme v předmětové rovině rozptylky. Úhlové zvětšení tohoto holandského dalekohledu (obr. 3)

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{Y}{|f_3|} : \frac{y}{f_1} = \frac{f_1}{|f_3|} \frac{Y}{y} = \frac{f_1}{|f_3|} \frac{b}{a},$$

přičemž



Obr. 3

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_{II}},$$

kde f_{II} je ohnisková vzdálenost střední, spojné čočky. Poněvadž obraz y musí být skutečný, musí být $a > f_{II}$.

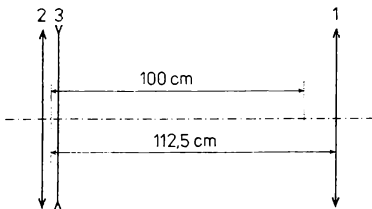
Pro $a \rightarrow f_{II}$ je $b \rightarrow \infty$, takže poměr $\frac{b}{a}$ by mohl být libovolně velký, což by platilo i pro úhlové zvětšení soustavy.

Pro praxi však takové řešení nepřichází v úvahu; poněvadž dalekohled by musel být velmi dlouhý a optické podmínky zobrazení by byly velmi nepříznivé. Kdybychom např., což by bylo ze dvou možných způsobů výhodnější, použili jako objektiv spojku 2 a požadovali $\gamma = 8$, museli bychom vzdálenosti a, b učinit takové, aby platilo $\frac{b}{a} = 16$, přičemž

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12,5} \text{ cm}^{-1}.$$

Odtud $a \doteq 13,3 \text{ cm}$, $b \doteq 212 \text{ cm}$. Dalekohled by musel mať dĺžku $50 \text{ cm} + 13,3 \text{ cm} + 212 \text{ cm} \doteq 275,3 \text{ cm}$, tj. byl by výrazne delší než podľa prípadu 1. v úloze a) a při zvětšení ještě větším by jeho délka byla neúnosně velká.

- b) Uvážime-li řešení podle obr. 3, konstatujeme, že nelze nalézt použitelný dalekohled s maximálním zvětšením. Poněvadž však řešení podle obr. 3 je vzhledem k nepříznivým podmínkám pro praxi nevhodné, rozhodneme se pro řešení podle obr. 4.
- c) Úhlové zvětšení $\gamma = 8$.



Obr. 4

3. úloha (navrhol dr. Václav Koubek, CSc.)

Kondenzátor s kapacitou C a ampérmeter sú spojené za sebou a pripojené na zdroj harmonického napätia s meniteľnou frekvenciou (generátor RC). Na svorky kondenzátora je pripojený (elektrónkový) voltmeter s veľkým vnútorným

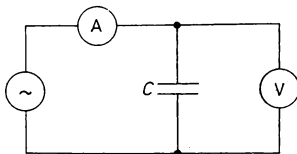
odporom. Pri stálej efektívnej hodnote napätia $U = 4,0 \text{ V}$ sa menila frekvencia f napätia zdroja. Do tabuľky sa zaznamenali dvojice (f_i, I_i) frekvencie f a efektívnej hodnoty I prúdu prechádzajúceho obvodom:

$\frac{f}{\text{Hz}}$	600	700	800	900	1 000	1 100	1 200
$\frac{I}{\text{mA}}$	30	36	39	45	52	54	60

- Nakreslite schému obvodu.
 - Na milimetrový papier, v pravouhlej súradnicovej sústave, zobrazte funkciu $I = I(f)$. Túto funkciu vyjadrite analyticky.
 - Meraním na grafe funkcie $I = I(f)$ stanovte kapacitu C kondenzátora.
- Neuvažujte indukčanciu a rezistanciu obvodu.

Riešenie:

- obr. 5.



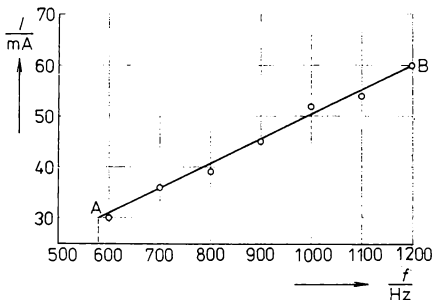
Obr. 5

- b) obr. 6. Z Ohmovho zákona pre efektívne hodnoty je hľadaná funkcia

$$I = 2 \pi f U C. \quad (1)$$

- c) Na lineárnom grafe funkcie v obr. 6 zvolíme dva body, napr. A ($f = 580 \text{ Hz}$, $I = 30 \text{ mA}$), B ($f = 1\,200 \text{ Hz}$, $I = 60 \text{ mA}$), odtiaľ $\Delta f = 620 \text{ Hz}$, $\Delta I = 30 \text{ mA}$. Pretože, podľa (1), $\Delta I = 2 \pi U C \Delta f$, vyjadríme

$$C = \frac{1}{2 \pi U} \frac{\Delta I}{\Delta f} \doteq 1,9 \mu\text{F}.$$



Obr. 6

4. úloha (navrhol doc. dr. Ján Chrapan, CSc.)

V Balmerovej sérii čiarového spektra atómu vodíka pri-slúcha čiara H_α vlnová dĺžka 656,3 nm a čiara H_δ vlnová dĺžka 410 nm.

Vychádzame z Bohrovho modelu atómu vodíka.

- Vypočítajte, akú energiu majú elektróny pred preskokom a po ňom.
- Aké sú polomery dráh L a P vodíkového atómu?
- Akú energiu musí mať fotón, ktorý po absorpcii atómom vodíka spôsobí preskok elektrónu z dráhy L na dráhu P?

Riešenie:

- a) Pre energiu $h\nu$ fotónov čiar Balmerovej série platí

$$h\nu = \frac{ch}{\lambda} = K \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{s^2} \right), \quad (1)$$

kde $n = 2, s = 3, 4, 5, \dots$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s je Planckova konštanta, $c \doteq 3,00 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ rýchlosť elektromagnetického žiarenia vo vákuu, λ vlnová dĺžka čiary. Pre čiara H_α je $s = 3$, pre čiara H_δ je $s = 6$, takže v prípade čiary H_α sú elektróny pred preskokom na dráhe M, v prípade čiary H_δ na dráhe P. Po preskoku sú na dráhe L.

Z (1) môžeme zistiť hodnotu konštanty K , ak poznáme veličiny λ, n, s . Pre čiara H_α máme $K \doteq 2,18 \cdot 10^{-18}$ J $\doteq 13,6$ eV, pre čiara H_δ máme tiež tú istú hodnotu. Na hladine charakterizovanej prirodzeným číslom k má elektrón energiu $E_k = -K \frac{1}{k^2}$. Pre dráhy L, M, P je

$k = 2, 3, 6$, teda $E_L \doteq -3,40$ eV, $E_M \doteq -1,51$ eV, $E_P \doteq -0,38$ eV. Pred preskokom má teda elektrón

energiu $E_M \doteq -1,51 \text{ eV}$, príp. $E_P \doteq -0,38 \text{ eV}$, po preskoku má v oboch prípadoch energiu $E_L \doteq -3,40 \text{ eV}$.

- b) Pre pohyb elektrónov na dráhach v atómovom obale platí, že Coulombova sila tu pôsobí ako sila dostredivá, t.j.

$$\frac{m_e v^2}{r_k} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_k^2} \quad (2)$$

a Bohrova kvantová podmienka

$$m_e r_k v = k \frac{h}{2\pi}, \quad (3)$$

kde $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ je hmotnosť elektrónu,

$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ je elementárny náboj,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ permitivita vákua,

r_k polomer dráhy charakterizovanej číslom k , v rýchlosť elektrónu na tejto dráhe. Z (2) a (3) vyjadríme

$$r_k = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} k^2. \quad (4)$$

Pre dráhu L je $k = 2$, pre dráhu P je $k = 6$. Potom podľa

(4) $r_L \doteq 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, $r_P \doteq 1,91 \cdot 10^{-9} \text{ m}$.

- c) Fotón musí mať energiu

$$E_f = E_P - E_L \doteq 3,02 \text{ eV}.$$

5. úloha (navrhol dr. Viktor Bezák, CSc.)

Vnútri upevnenej uzavretej kovovej nádoby tvaru gule s vnútorným polomerom $r = a(\sqrt{2} + 1)$ sú umiestnené

v dielektrickej nestlačiteľnej kvapaline štyri rovnaké gule s polomerom a . Tieto gule sú z tuhého rovnorodého dielektrika s permitivitou ϵ rovnakou ako permitivita kvapaliny. V strede každej z týchto gulí je »bodové« jadierko. Dve gule majú jadierko s nábojom $+Q$ a dve s nábojom $-Q$. Každá guľa (spolu s jadierkom) má rovnakú hmotnosť m . Kvapalina a štyri gule vyplňajú celý objem nádoby. Gule sa vznášajú v kvapaline.

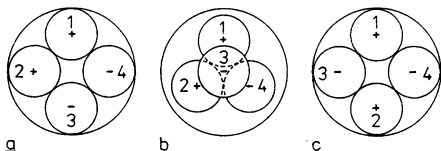
- Vypočítajte hustotu ρ kvapaliny.
- Nájdite všetky možné stredové súmerné usporiadania gulí, pri ktorých sú aspoň tri gule vo vzájomnom dotyku.
- Ktoré z týchto usporiadaní je elektricky stabilné?
- Aké energie získame pri prechode gúl z elektricky nestabilných usporiadaní do elektricky stabilného usporiadania?
- Ako sa prejaví premena energie pri prechode podľa bodu d)?

Riešenie:

- Hustota kvapaliny sa rovná hustote gúl, teda

$$\rho = \frac{3m}{4\pi a^3}.$$

- Obr. 7; v prípadoch a, c sú vo vzájomnom dotyku iba 3 gule, v prípade b sú vo vzájomnom dotyku všetky 4 gule.
- Stabilné usporiadanie gúl je iba usporiadanie na obr. c, pretože energia sústavy je najmenšia.
- Pre energiu E bodového elektrického náboja Q_1 v elektrickom poli bodového náboja Q_2 , ktorá sa uvoľní alebo spotrebuje pri prechode náboja Q_1 zo vzdialenosti r_1 do vzdialenosti r_2 od druhého náboja, platí



Obr. 7

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} Q_1 Q_2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} Q_1 Q_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Pri prechode gúľ z nestabilnej polohy a do stabilnej polohy c si gule 2 a 3 vymenia miesto. Vzdialenosť medzi stredom gule 2 a stredom gule 1 sa zväčší z $2a$ na $2a\sqrt{2}$ a vzdialenosť medzi stredmi gúľ 2 a 4 sa zmenší z $2a\sqrt{2}$ na $2a$. Obdobné zmeny nastanú medzi stredmi gúľ 3, 1 a 3, 4. Pre energiu, ktorá sa pritom uvoľňuje, platia vzťahy

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} Q^2 \left(\frac{1}{2a} - \frac{1}{2a\sqrt{2}} \right),$$

$$E_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon} Q^2 \left(\frac{1}{2a\sqrt{2}} - \frac{1}{2a} \right),$$

$$E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} Q^2 \left(\frac{1}{2a} - \frac{1}{2a\sqrt{2}} \right),$$

$$E_4 = -\frac{1}{4\pi\epsilon} Q^2 \left(\frac{1}{2a\sqrt{2}} - \frac{1}{2a} \right).$$

Celková uvoľnená energia sústavy

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon a} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Pri prechode gúľ z nestabilnej polohy b do stabilnej polohy c sa zväčší vzdialenosť gule 3 od gule 1 z $2a$ na $2a\sqrt{2}$ a vzdialenosť medzi guľami 2 a 4 sa tiež zväčší z $2a$ na $2a\sqrt{2}$. Uvoľnenú energiu vypočítame ako v predošlom prípade

$$E = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon a} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

e) Uvoľnená energia sa prejaví zohriatím kvapaliny.

6. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

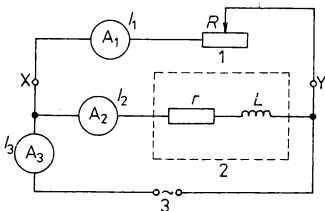
Měření indukčnosti metodou tří ampérmetrů

Úvod

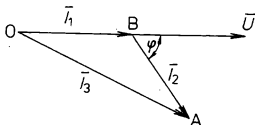
Indukčnost cívky se dá měřit v zapojení podle obr. 8, v němž 1 je rezistor (reostat) o známém odporu R , 2 cívka o indukčnosti L a odporu r , 3 zdroj harmonického napětí. Označíme-li I_1 , I_2 , I_3 efektivní proudy měřené ampérmetry A_1 , A_2 , A_3 , vypočítáme indukčnost cívky ze vztahu

$$L = R \frac{\sqrt{I_s(I_s - I_1)(I_s - I_2)(I_s - I_3)}}{\pi f I_2^2}, \quad (1)$$

kde $I_s = \frac{1}{2} (I_1 + I_2 + I_3)$, f je kmitočet harmonického napětí zdroje (v našem případě to bude 50 Hz).



Obr. 8



Obr. 9

Podle obr. 9 je $\bar{U}$ fázor napětí, proud $\bar{I}_1$ má fázi souhlasnou s $\bar{U}$, proud $\bar{I}_2$ je ve fázi zpožděn o fázový úhel φ , pro který platí

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{r}, \quad \sin \varphi = \frac{X_L}{\sqrt{r^2 + X_L^2}},$$

kde $X_L = 2\pi fL$ je reaktance cívky.

Obsah S trojúhelníku OAB vyjádříme jednak pomocí tří stran

$$S = \sqrt{I_8 (I_8 - I_1) (I_8 - I_2) (I_8 - I_3)}, \quad (2)$$

jednak pomocí stran OB, BA a sevřeného úhlu

$$S = \frac{1}{2} I_1 I_2 \sin (\pi - \varphi) = \frac{1}{2} I_1 I_2 \frac{X_L}{\sqrt{r^2 + X_L^2}}. \quad (3)$$

Pro dolní větev na obr. 8 platí

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{r^2 + X_L^2}} = \frac{RI_1}{\sqrt{r^2 + X_L^2}}.$$

Za $\sqrt{r^2 + X_L^2}$ dosadíme do (3):

$$S = \frac{I_1^2 X_L}{2 R} \quad (4)$$

Porovnáme (2) a (4), vyjádříme X_L , odtud dostaneme pro L vztah (1).

Úloha

Metodou tří ampérmetrů změřte indukčnosti dvou cívek s uzavřenými feromagnetickými jádry.

Pomůcky

Reostat, dvě cívky s velkým počtem závitů, s uzavřeným jádrem (např. dvě různé cívky z demonstračního rozkladného transformátoru), zdroj nízkého napětí do 24 V o kmitočtu 50 Hz, tři ampérmetry s malým vnitřním odporem (postačí však jen jeden), spojovací vodiče.

Postup

1. Sestavte elektrický obvod podle obr. 8. Napětí zdroje volte tak, aby nebyl překročen maximální proud přípustný pro cívku a pro reostat.
2. Pokusně nastavte odpor R tak, aby proudy I_1 , I_2 byly přibližně stejně velké.
3. Nastavený odpor zjistěte (jakoukoli metodou).
4. Na reostatu postupně nastavte 5 různých hodnot odporu v okolí hodnoty R (menších i větších), měřte proudy I_1 , I_2 , I_3 a podle (1) určete indukčnost L_1 první cívky. Měření opakujte pro druhou cívku a určete její indukčnost L_2 . Naměřené hodnoty a výsledky sestavte do tabulek podle následujícího vzoru:

Č.	$\frac{R}{(\Omega)}$	$\frac{I_1}{(\text{mA})}$	$\frac{I_2}{(\text{mA})}$	$\frac{I_3}{(\text{mA})}$	$\frac{I_s}{(\text{mA})}$	$\frac{L}{(\text{H})}$

5. Vypočítejte průměrné hodnoty L_{1p} , L_{2p} indukčností obou cívek.

Doplňkové úlohy

1. Podle výsledků zjištěných pro obě cívky, jejichž počty závitů znáte, usudte, jak indukčnost cívky závisí na počtu jejích závitů (za předpokladu, že cívky mají stejný průřez, jsou stejně dlouhé a mají stejné jádro).
2. Máte-li k použití měřicí můstek (např. Omega II nebo elektronický můstek RLC), ověřte správnost naměřených hodnot indukčností, tj. porovnejte je s hodnotami naměřenými můstkovou metodou.

Poznámky

1. Nemáte-li tři vhodné ampérmetry, postačí jen jeden (v obr. 8 označený A_3). Ke svorkám X, Y připojíte nejprve větev horní, pak dolní a pak obě paralelně.
1. Použijete-li reostat válcový, volte takový, jehož indukčnost je vzhledem k indukčnosti cívky zanedbatelná.

Řešení:

Bylo měřeno v zapojení podle obr. 8. Jako zdroj byl použit transformátor, jehož sekundární efektivní napětí bylo 24 V. Pomocí regulačního transformátoru byly vyrovnávány náhodné odchylky způsobené kolísáním síťového napětí, a to tak, aby cívkou procházel konstantní proud.

V horní větvi byl zařazen dekadový reostat. Proudby byly měřeny ručkovými měřidly Metra, typ Avomet II.

Výsledky jsou sestaveny v tabulce 8 pro cívku s 12 000 závitů a v tabulce 9 pro cívku s 6 000 závitů.

Tabulka 8

Č.	$\frac{R}{\Omega}$	$\frac{I_1}{\text{mA}}$	$\frac{I_2}{\text{mA}}$	$\frac{I_3}{\text{mA}}$	$\frac{I_s}{\text{mA}}$	$\frac{L_1}{\text{H}}$
1	1 500	16,0	9,3	21,5	23,4	7,61
2	2 000	12,0	9,3	18,0	19,7	7,64
3	2 500	9,6	9,3	15,9	17,4	7,48
4	3 000	7,8	9,3	14,2	15,7	7,62
5	3 500	6,8	9,3	13,5	14,8	7,50

$$\underline{L_{1p} \doteq 7,6 \text{ H}}$$

Tabulka 9

Č.	$\frac{R}{\Omega}$	$\frac{I_1}{\text{mA}}$	$\frac{I_2}{\text{mA}}$	$\frac{I_3}{\text{mA}}$	$\frac{I_4}{\text{mA}}$	$\frac{L_2}{\text{H}}$
1	600	40,0	28,5	63,0	65,7	1,93
2	700	34,5	28,5	57,2	60,1	2,06
3	800	30,0	28,5	53,5	56,0	1,98
4	900	26,5	28,5	50,6	52,8	1,92
5	1 000	24,0	28,5	48,3	50,4	1,94

$$L_{2p} \doteq 2,0 \text{ H}$$

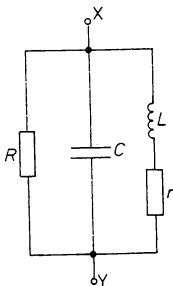
Zjištěné hodnoty byly ověřeny pomocí elektronického měřicího můstku RLC a byl nalezen dobrý souhlas.

Z výsledků je zřejmé, že je splněn teoretický předpoklad, že indukčnost cívky je přímo úměrná druhé mocnině počtu jejích závitů.

7. úloha (navrhl Mojmir Simerský) ke studijnímu tématu

Obvod znázorněný na obr. 10 je zjednodušený ekvivalent paralelního rezonančního obvodu sestaveného z cívky o indukčnosti L a odporu r a z kondenzátoru kapacity C , jehož dielektrikum má svodový odpor R .

- Stanovte rezonanční kmitočet f_0 obvodu. Uveďte podmínku řešitelnosti.
- Stanovte rezonanční vodivost G_r a rezonanční odpor R_r obvodu, jestliže harmonické napětí na svorkách X, Y má úhlový kmitočet $\omega_0 = 2\pi f_0$.
- Označme I_R , I_C , I_L proudy v jednotlivých větvích při rezonančním kmitočtu, I proud v nerozvětvené části obvodu.



Obr. 10

Stanovte poměry $p_1 = \frac{I_R}{I}$, $p_2 = \frac{I_C}{I}$, $p_3 = \frac{I_L}{I}$.

d) Jaké jsou tyto poměry p'_1 , p'_2 , p'_3 pro $R \rightarrow \infty$?

Úlohy a), b), c), d) řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $R = 1,0 \cdot 10^{10} \Omega$, $C = 300 \text{ pF}$, $L = 0,20 \text{ mH}$, $r = 2,0 \Omega$.

e) Jaký důsledek vyplývá pro použitou cívku při zadaných hodnotách, jestliže $I = 1,0 \text{ mA}$?

Řešení:

a) Komplexní admitance obvodu je

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{r + j\omega L} = \\ &= \left(\frac{1}{R} + \frac{r}{r^2 + \omega^2 L^2} \right) + j\omega \left(C - \frac{L}{r^2 + \omega^2 L^2} \right). \quad (1) \end{aligned}$$

Paralelní rezonance nastane tehdy, když imaginární část v (1) je nulová. Vyloučíme-li případ $\omega = 0 \text{ s}^{-1}$, dostaneme anulováním imaginární části (1):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{L - Cr^2}{CL^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{r}{L}\right)^2} \quad (2)$$

a
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}.$$

Podmínka řešitelnosti: $L > Cr^2$.

b) Do (1) dosadíme $\omega = \omega_0$ podle (2), tím dostaneme rezonanční vodivost

$$G_r = \frac{L + rRC}{RL}$$

a rezonanční odpor

$$R_r = \frac{RL}{L + rRC}.$$

c) Jestliže U je efektivní napětí mezi svorkami X, Y, pak

$$I = UG_r = U \frac{L + rRC}{RL},$$

$$I_R = \frac{U}{R},$$

$$I_C = U\omega_0 C = \frac{U}{L} \sqrt{LC - C^2 r^2},$$

$$I_L = \frac{U}{\sqrt{r^2 + \omega_0^2 L^2}} = U \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Poměry proudů jsou potom tyto:

$$p_1 = \frac{I_R}{I} = \frac{L}{L + rRC},$$

$$p_2 = \frac{I_C}{I} = R \frac{\sqrt{LC - r^2 C^2}}{L + rRC},$$

$$p_3 = \frac{I_L}{I} = R \sqrt{LC} \frac{1}{L + rRC}.$$

d) Pro $R \rightarrow \infty$ mají uvedené poměry limity

$$p'_1 = 0, p'_2 = \sqrt{\frac{L}{r^2 C}} - 1, p'_3 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Pro zadané hodnoty: $\omega_0 \doteq 4,1 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, $f_0 \doteq 650 \text{ kHz}$, $G_r \doteq 3 \cdot 10^{-6} \text{ S}$, $R_r \doteq 3,3 \cdot 10^5 \Omega$, $p_1 \doteq 3,3 \cdot 10^{-5}$, $p_2 \doteq p_3 \doteq 410$, $p'_1 = 0$, $p'_2 \doteq p'_3 \doteq 410$.

e) Cívka musí bezpečně vydržet zatížení proudem 410 mA, tedy skoro 0,5 A, bez znatelného zahřívání, popř. poškození.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhol dr. Alojz Pecho)

Balón s objemom V je naplnený vzduchom s teplotou t . Hmotnosť obalu balóna je m . Vzduch v okolí balóna má teplotu t_1 , $t_1 < t$.

a) Určte najväčšiu hmotnosť m_1 telesa, ktoré môže balón zdvihnúť do výšky h . Atmosférický tlak pri povrchu zeme

je p_0 , hustota vzduchu pri zemi a pri teplote t_1 je ρ_0 . Teplota t_1 vzduchu od povrchu zeme až do výšky h je stála.

Pre atmosférický tlak p_h vo výške h nad povrchom zeme pri stálej teplote platí vzťah

$$p_h = p_0 \exp \left(-\frac{\rho_0}{p_0} gh \right),$$

kde ρ_0 je hustota vzduchu pri povrchu zeme.

b) Určte začiatkové zrýchlenie a balóna pri zemi so záťažou hmotnosti m_1 podľa úlohy a).

Úlohy riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty $V = 500 \text{ m}^3$, $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $t = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, $m = 50 \text{ kg}$, $h = 200 \text{ m}$, $\rho_0 = 1,205 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $p_0 = 101,3 \text{ kPa}$.

Poznámky

1. Vzduch považujte za ideálny plyn.
2. Stenu balóna považujte za tuhú, jej hrúbka je zanedbateľná.
3. Rozmery balóna sú zanedbateľné voči výške h .
4. Rozmery telesa (záťaže) sú voči rozmerom balóna zanedbateľné.
5. Tiažové zrýchlenie je konštantné, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
6. Balón je na spodu otvorený, aby zohriaty vzduch mohol unikáť, preto je tlak vzduchu v balóne rovný atmosférickému tlaku.

Řešení:

Označení veličin: $V = 500 \text{ m}^3$ objem balónu, $T_1 = 293 \text{ K}$, $T = 333 \text{ K}$ absolutní teploty odpovídající teplotám t_1 , t , $\rho_0 = 1,205 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ hustota vzduchu při zemi při teplotě T_1 , ρ_1 hustota vzduchu ve výšce $h = 200 \text{ m}$ při teplotě T_1 ,

ϱ_2 hustota vzduchu při zemi při teplotě T , ϱ hustota vzduchu ve výšce h při teplotě T , $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa atmosférický tlak při zemi, $m = 50$ kg hmotnost obalu balónu, m_1 hmotnost tělesa (zátěže), $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ konstantní tíhové zrychlení.

- a) Ve výšce h působí na balón vztlaková síla $F_{vz} = V\varrho_1 g$ a tíhová síla $F_G = (V\varrho + m + m_1)g$. Z rovnosti $F_{vz} = F_G$ dostaneme

$$m_1 = V(\varrho_1 - \varrho) - m. \quad (1)$$

Protože teplota T_1 se nemění, jsou hustoty atmosférického vzduchu přímo úměrné jejich tlakům, proto

$$\varrho_1 = \varrho_0 \exp\left(-\frac{\varrho_0}{p_0} gh\right).$$

Protože vzduch v balónu má tlak rovný tlaku atmosférickému ve výšce h , platí pro hustoty podle stavové rovnice

$$\varrho = \varrho_1 \frac{T_1}{T}.$$

Dosazením do (1)

$$m_1 = V\varrho_0 \exp\left(-\frac{\varrho_0}{p_0} gh\right) \left(1 - \frac{T_1}{T}\right) - m = 20,7 \text{ kg}.$$

- b) Na balón působí při zemi vztlaková síla $F_{vz} = V\varrho_0 g$ a tíhová síla $F_G = (V\varrho_2 + m + m_1)g$. Výsledná síla, která uděluje balónu zrychlení směrem svise vzhůru,

$$F = F_{vz} - F_G = [V(\varrho_0 - \varrho_2) - (m + m_1)]g.$$

Protože

$$\varrho_2 = \varrho_0 \frac{T_1}{T},$$

dostaneme

$$F = \left[V\varrho_0 \left(1 - \frac{T_1}{T} \right) - (m + m_1) \right] g.$$

Hmotnost balónu se zátěží

$$m_b = V\varrho_2 + m + m_1 = V\varrho_0 \frac{T_1}{T} + m + m_1,$$

a tedy zrychlení

$$a = \frac{F}{m} = \frac{V\varrho_0 \left(1 - \frac{T_1}{T} \right) - (m + m_1)}{V\varrho_0 \frac{T_1}{T} + m + m_1} g.$$

Pro zadané hodnoty a hodnotu m_1 vypočítanou v úloze

a) vyjde $a \doteq 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2. úloha (navrhl Milan Rádl)

Na svislé pružině o zanedbatelné hmotnosti je zavěšena miska. Když pružinu natáhneme o malou délku a pustíme, počne soustava kmitat s periodou T_1 . Když na misku vložíme závaží o hmotnosti m_1 , kmitá soustava s periodou T_2 , $T_2 > T_1$.

a) Stanovte hmotnost m misky.

b) O jakou délku y můžeme pružinu, na jejíž misce je závaží

o hmotnosti m_1 , natáhnout, aby při kmitání soustavy závaží na misce nenadskakovalo?

- c) Když na misce je závaží o hmotnosti m_1 , zaujme miska určitou rovnovážnou polohu. O jakou délku Δy se tato poloha posune, když závaží o hmotnosti m_1 nahradíme závažím o hmotnosti m_2 ? Proveďte diskusi vzhledem

k podílu $p = \frac{m_2}{m_1}$.

- d) Vyložte, jak se soustava, které se úloha týká, dá použít k měření hmotnosti těles, když máme k dispozici jen stopky a závaží o známé hmotnosti m_1 .

Řešení:

- a) Soustava pružiny s miskou kmitá s periodou

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (1)$$

kde k je tuhost pružiny. Když na misku vložíme závaží o hmotnosti m_1 , kmitá soustava s periodou

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_1}{k}}. \quad (2)$$

Z (1) a (2) vyjádříme

$$m = m_1 \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}. \quad (3)$$

- b) Pro zrychlení harmonického pohybu platí

$$|a| = \omega^2 y = \frac{4\pi^2}{T_2^2} y,$$

a tedy

$$y \leq \frac{gT_2^2}{4\pi^2}, \text{ protože } |a| \leq g.$$

- c) Je-li na misce závaží o hmotnosti m_1 , působí na pružinu síla $F_1 = (m + m_1)g$. Se závažím o hmotnosti m_2 na ni působí síla $F_2 = (m + m_2)g$. Rozdíl obou sil

$$\Delta F = F_2 - F_1 = (m_2 - m_1)g = k\Delta y.$$

Z (1) vyjádříme pomocí (3) s periodami T_1 , T_2 uvažovanými v a):

$$k = \frac{4\pi^2 m_1}{T_2^2 - T_1^2},$$

a tedy

$$\Delta y = \frac{1}{4\pi^2} (p - 1) (T_2^2 - T_1^2) g.$$

Pro $p > 1$ je $\Delta y > 0$ m, pružina se prodlouží; pro $p = 1$ je $\Delta y = 0$ m, délka pružiny se nezmění; pro $p < 1$ je $\Delta y < 0$ m, pružina se zkrátí.

- d) Označíme m_x hmotnost tělesa, které vložíme na miskou. Pro periodu kmitů platí v tomto případě

$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_x}{k}}.$$

Dosazením z (1) a (3)

$$m_x = m_1 \frac{T_x^2 - T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}.$$

Postačí tedy změřit periody T_1 , T_2 , T_x ; nemusíme znát ani hmotnost misky, ani tuhost pružiny.

3. úloha (navrhol dr. Alojz Pecho)

Žiarovka s matnou guľovou bankou priemeru d má svietivosť I vo všetkých smeroch rovnakú.

- Určte svetelný tok Φ vysielaný žiarovkou.
- Určte jas tohto zdroja.
- Určte osvetlenie a jas premietacieho plátna, na ktoré dopadá p_1 % svetelného toku, ktorý vysielá náš zdroj svetla. Rozptylom na plátne sa stráca p_2 % svetelného toku.

Riešte všeobecne, potom pre hodnoty $d = 20$ cm, $I = 1\,000$ cd, $p_1 = 10$ %, $p_2 = 10$ %.

Riešenie:

- Celkový svetelný tok vysielaný zdrojom

$$\Phi = 4\pi I \doteq 1,26 \cdot 10^4 \text{ lm.}$$

- Jas $L = \frac{I}{\Delta S^*}$, kde ΔS^* je plošný obsah kruhu obmedzujúceho viditeľnú časť svietiaceho povrchu, teda

$$\Delta S^* = \frac{1}{4} \pi d^2:$$

$$L = \frac{4I}{\pi d^2} \doteq 3,18 \cdot 10^4 \text{ cd} \cdot \text{m}^{-2}.$$

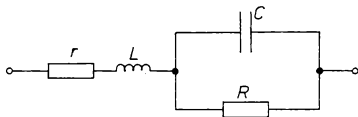
- Na plátno dopadá svetelný tok $\Phi_1 = \frac{p_1}{100} \Phi$.

Pretože p_2 % dopadajúceho svetelného toku sa rozptyluje, má plátno osvetlenie

$$E = \frac{1}{S} \Phi_1 \left(1 - \frac{p_2}{100} \right) = \frac{1}{S} \frac{p_1}{100} \left(1 - \frac{p_2}{100} \right) \Phi \doteq 4,5 \cdot 10^3 \text{lx}.$$

4. úloha (navrhl Mojmir Simerský) ke studijnímu tématu

Obvod na obr. 11 představuje ekvivalentní obvod skutečného kondenzátoru; r je odpor přívodů a elektrod, L jejich vlastní indukčnost, C jmenovitá kapacita kondenzátoru, R odpor jeho dielektrika.



Obr. 11

- Stanovte rezonanční kmitočet ω_0 tohoto obvodu, udejte podmínku řešitelnosti.
- Stanovte odpor R_r obvodu při rezonančním kmitočtu.
- Úlohy a), b) řešte za zjednodušujícího předpokladu, že $R \gg \frac{1}{\omega C}$.
- Označte $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$ a použijte stejný předpoklad jako v úloze c). Dokažte, že pro $x < 1$ lze obvod nahradit určitou rezistancí R' a určitou kapacitou C' . Vyjádřete C' pomocí veličin C , x . Výsledek zhodnoťte.

- e) Za týchž podmínek dokažte, že při $x > 1$ lze obvod nahradit určitou rezistancí R'' a určitou indukčností L' . Vyjádřete L' pomocí veličin L , x . Výsledky zhodnoťte.
- f) Jaký výsledek vyplývá z výsledků úloh d), e) pro použití kondenzátorů v elektronických zařízeních?

Řešení:

- a) Komplexní impedance obvodu při obecném úhlovém kmitočtu ω je

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= r + j\omega L + \frac{R \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = r + j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega RC} = \\ &= \left[r + \frac{R}{1 + (\omega RC)^2} \right] + j\omega \left[L - \frac{R^2 C}{1 + (\omega RC)^2} \right]. \quad (1)\end{aligned}$$

Při sériové rezonanci je imaginární složka impedance $\bar{Z}$ nulová. Neuvažujeme-li případ $\omega = 0 \text{ s}^{-1}$, dostaneme

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}. \quad (2)$$

Podmínka řešitelnosti:

$$L < R^2 C$$

- b) Dosazením (2) do reálné části (1) dostaneme

$$R_r = r + \frac{L}{RC}.$$

c) Vztah (1) má nyní jednodušší tvar, neboť $1 \ll (\omega RC)^2$:

$$\bar{Z} = \left(r + \frac{1}{\omega^2 RC^2} \right) + j\omega \left(L - \frac{1}{\omega^2 C^2} \right) \quad (3)$$

Anulováním imaginární části (3) dostaneme

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Pro R_r vyjde výsledek stejný jako v úloze b).

d) Napíšeme (3) ve tvaru

$$\bar{Z} = R' - \frac{j}{\omega C'} = R' - j\omega \left(\frac{1}{\omega^2 C} - L \right),$$

odtud

$$C' = \frac{1}{\frac{1}{C} - L\omega^2}.$$

Po zavedení veličiny $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, poněvadž $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$,

vyjádříme $\omega^2 L = \frac{x^2}{C}$, a tedy

$$C' = \frac{C}{1 - x^2}.$$

Pro $x < 1$, tj. $f < f_0$, je $C' > C$, kapacita kondenzátoru je tedy větší než jeho kapacita jmenovitá.

Pro $x \rightarrow 1$ je $C' \rightarrow \infty$, charakter obvodu se blíží charakte-

ru rezistance R_r . Zvětšování účinné kapacity je tím výraznější, čím více se pracovní kmitočet blíží kmitočtu rezonančnímu.

Pro $x > 1$ vychází pro C' záporná hodnota. To znamená že obvod nemá charakter kapacity, nýbrž charakter indukčnosti.

e) Zapišeme (3) ve tvaru

$$\bar{Z} = R'' + j\omega L' = R'' + j\omega \left(L - \frac{1}{\omega^2 C} \right).$$

Odtud

$$L' = L - \frac{1}{\omega^2 C},$$

a poněvadž $\omega^2 C = \frac{x^2}{L}$,

$$L' = L \left(1 - \frac{1}{x^2} \right).$$

Pro $x > 1$ je $L' < L$, pro $x \rightarrow 1$ je $L' \rightarrow 0$, charakter obvodu se blíží charakteru rezistance R_r .

Pro $x < 1$ vychází pro L' záporná hodnota – obvod má charakter kapacity.

f) Kondenzátory v obvodech pracujících při vysokých kmitočtech musí mít co nejmenší vlastní indukčnost, aby jejich rezonanční kmitočty byly výrazně vyšší než jejich kmitočty pracovní. Jsou vhodné tzv. »bezindukční« kondenzátory neboli, správněji řečeno, kondenzátory s malou vlastní indukčností.

Při přibližování pracovního kmitočtu ke kmitočtu rezo-

nančnmu totiž účinná kapacita výrazně vzrůstá, což je velmi škodlivé. Při kmitočtech nadrezonančních ztrácí kondenzátor svůj požadovaný charakter kapacity a dostává charakter indukčnosti, což úplně vyřadí elektronické zařízení (např. i televizor) z činnosti.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Kosmická loď, vyslaná z povrchu Země směrem k Měsíci, vykonala nejprve několik oběhů kolem Země po kruhové trajektorii.

- a) Doba oběhu kosmické lodi kolem Země $T_0 = 100$ min. Stanovte poloměr r_0 trajektorie. Stanovte velikost rychlosti v_0 kosmické lodi vzhledem k Zemi na této trajektorii.
- b) Jakou práci vykonaly raketové motory při vynesení tělesa o hmotnosti 1 kg z povrchu Země na kruhovou trajektorii o poloměru r_0 kolem Země?
- c) Po krátkodobém uvedení raketových motorů do činnosti opustila kosmická loď kruhovou trajektorii o poloměru r_0 kolem Země a zamířila k Měsíci. Při jak velké rychlosti by se kosmická loď stala v tomto místě své dráhy umělou planetou sluneční soustavy?
- d) Ve skutečnosti se kruhová trajektorie kosmické lodi po tomto manévru změnila na eliptickou trajektorii kolem Země. Po této trajektorii se kosmická loď dostala do bodu X, v němž gravitační síly, kterými na kosmickou loď působí Země a Měsíc, jsou v rovnováze. Určete velikost minimální rychlosti $v_{\min}$ vzhledem k Zemi potřebné k dosažení bodu X po elipse.
- e) Je možné, aby se kosmická loď dostala z bodu X na eliptickou trajektorii kolem Měsíce bez zapojení brzdících motorů?

f) Předpokládáme, že trajektorie kosmické lodi ve všech fázích jejího pohybu zůstává v rovině určené středy Země, Měsíce a Slunce. Které další zjednodušující předpoklady musíte udělat, abyste úlohu mohli vyřešit?

Dílčí úlohy a) až e) řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: hmotnost Země $M_Z = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg, hmotnost Měsíce $M_M = \frac{1}{81} M_Z = 0,0123 M_Z$, poloměr Země $R_Z = 6,38 \cdot 10^6$ m, poloměr Měsíce $R_M = 1,74 \cdot 10^6$ m, střední vzdálenost Měsíce od Země a poloměr trajektorie Měsíce, považujeme-li ji za kruhovou, $r_M = 3,84 \cdot 10^8$ m, součin $\approx M_Z = 40 \cdot 10^{13} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$.

Poznámka

Gravitační potenciální energie tělesa o hmotnosti m na povrchu Země je $-\approx \frac{mM_Z}{R_Z}$, ve vzdálenosti r od středu Země je $-\approx \frac{mM_Z}{r}$.

Řešení:

a) Gravitační síla Země působí na kosmickou loď jako síla dostředivá a způsobuje kruhový pohyb tělesa (lodi) o hmotnosti m , trajektorie má poloměr r_0 . Platí

$$\approx \frac{mM_Z}{r_0^2} = m \frac{v_0^2}{r_0} = m \frac{4\pi^2 r_0}{T_0^2}, \quad (1)$$

protože

$$v_0 = \frac{2\pi r_0}{T_0}.$$

Odtud vyjádříme

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{\kappa M_Z T_0^2}{4\pi^2}}, \quad v_0 = \sqrt[3]{\frac{2\pi\kappa M_Z}{T_0}},$$

pro zadané hodnoty: $r_0 \doteq 7,14 \cdot 10^6 \text{ m}$, $v_0 \doteq 7,48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- b) Vynesením na kruhovou trajektorii o poloměru r_0 se kinetická energie kosmické lodi, popř. jakéhokoli tělesa o hmotnosti m , změnila z 0 J na $\frac{1}{2} m v_0^2$, tedy

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 \text{ a s přihlédnutím k (1):}$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m \frac{\kappa M_Z}{r_0}$$

Gravitační potenciální energie E_p se změnila z $-\frac{\kappa m M_Z}{R_Z}$ na $-\frac{\kappa m M_Z}{r_0}$, tedy $\Delta E_p = \kappa m M_Z \left(\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{r_0} \right)$.

Vykonaná práce W je ekvivalentní změně celkové energie tělesa

$$W = \Delta E_k + \Delta E_p = \kappa m M_Z \left(\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{2r_0} \right).$$

Pro zadané hodnoty a $m = 1 \text{ kg}$: $W \doteq 3,47 \cdot 10^7 \text{ J}$.

- c) Aby se kosmická loď ve vzdálenosti r_0 od středu Země stala umělou planetou sluneční soustavy, musí získat

tzv. parabolickou rychlost. Pro rychlost v na eliptické trajektorii s hlavní poloosou a ve vzdálenosti r_0 od středu Země platí

$$v = \sqrt{\kappa M_Z \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a} \right)}.$$

Pro $a = r_0$ dostáváme rychlost v_0 na kruhové trajektorii, pro $a \rightarrow \infty$ rychlost parabolickou. Zřejmě platí pro parabolickou rychlost $v_p = v_0 \sqrt{2}$. Při $v > v_p$ jde o rychlost hyperbolickou, těleso se pohybuje po hyperbolické trajektorii.

Pro zadané hodnoty: $v_p \doteq 1,06 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vzhledem ke vztažné soustavě spojené se Zemí.

- d) Určíme nejprve, jakou vzdálenost x od středu Země má bod X. Jeho vzdálenost od středu Měsíce je $r_M - x$. Při rovnováze gravitačních sil platí

$$\kappa \frac{mM_Z}{x^2} = \kappa \frac{mM_Z}{81 (r_M - x)^2},$$

odtud

$$\left(\frac{r_M - x}{x} \right)^2 = \frac{1}{81},$$

takže $x = 0,9 r_M \doteq 3,46 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Podle zákona zachování energie dovedeme určit, jakou minimální rychlostí $v'_{\min}$ by musela kosmická loď opustit původní kruhovou trajektorii, aby se dostala do vzdálenosti x od středu Země, kde by však měla rychlost nulovou:

$$\frac{1}{2} m v_{\min}'^2 - \kappa \frac{m M_Z}{r_0} = -\kappa \frac{m M_Z}{x},$$

odtud

$$v_{\min}' = \sqrt{2\kappa M_Z \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{x} \right)} \doteq 1,05 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (2)$$

Kosmická loď se však pohybuje po eliptické trajektorii, jejíž jedno ohnisko je ve středu Země. Délka perigea je $r_{pZ} = r_0$, délka apogea $r_{aZ} = x$. Odpovídající rychlosti označíme v_{pZ} , v_{aZ} . Podle zákona zachování energie platí

$$\frac{1}{2} m v_{pZ}^2 - \kappa \frac{m M_Z}{r_{pZ}} = \frac{1}{2} m v_{aZ}^2 - \kappa \frac{m M_Z}{r_{aZ}}.$$

Podle Keplerova zákona dosadíme

$$v_{pZ} = \frac{v_{aZ} r_{aZ}}{r_{pZ}}$$

a určíme rychlosti

$$v_{aZ} = \sqrt{\frac{2\kappa M_Z r_{pZ}}{r_{aZ} (r_{aZ} + r_{pZ})}} \doteq 2,16 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$v_{\min} = v_{pZ} = \sqrt{\frac{2\kappa M_Z r_{aZ}}{r_{pZ} (r_{aZ} + r_{pZ})}} \doteq 1,05 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3)$$

Dostali jsme (při zaokrouhlování na tři platné číslice) hodnotu stejnou jako podle (2). Při výpočtu přesnějším by se však ukázala odlišnost. Přibližnou shodnost vý-

sledků podle (2) a podle (3) můžeme dobře zdůvodnit, zapíšeme-li (2) ve tvaru

$$v'_{\min} = \sqrt{2\kappa M_Z \frac{r_{aZ} - r_{pZ}}{r_{pZ} r_{aZ}}}. \quad (4)$$

Jestliže nyní, a to je v našem případě, $r_{pZ} \ll r_{aZ}$, můžeme v (3) i (4) zanedbat r_{pZ} proti r_{aZ} jak v součtu v (3), tak v rozdílu (4). Pak z (3) i (4) dostaneme stejný přibližný výsledek

$$v''_{\min} \doteq \sqrt{\frac{2\kappa M_Z}{r_{pZ}}}.$$

- e) Stanovíme rychlost Měsíce na kruhové trajektorii vzhledem k Zemi

$$v_M = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{r_M}} \doteq 1,03 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Rychlost kosmické lodi v bodě X vzhledem k Měsíci závisí na směru rychlosti Měsíce a rychlosti lodi:

$$v_{XM} = (10,3 \pm 2,16) \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

tj. buď $12,5 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, nebo $8,1 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Tuto rychlost porovnáme s parabolickou rychlostí $v_{\text{par } M}$ kosmické lodi v bodě X, v gravitačním poli Měsíce. Pro rychlost v bodě X po kruhové trajektorii kolem Měsíce platí

$$v_{kM} = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{81 (r_M - x)}} \doteq 3,60 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Parabolická rychlost v bodě X ve vztažné soustavě spojené s Měsícem

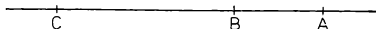
$$v_{\text{par M}} = v_{\text{KM}} \sqrt{2} \doteq 5,10 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Protože rychlost v_{XM} kosmické lodi je větší než rychlost $v_{\text{par M}}$, byla by trajektorie kosmické lodi vzhledem k Měsíci v obou případech hyperbolická. Je tedy nutno uvést v činnost brzdicí motory.

- f) Předpokládáme, že Země a Měsíc jsou homogenní kulová tělesa s centrálním gravitačním polem, kosmickou loď považujeme za hmotný bod, jehož hmotnost je velmi malá vzhledem k hmotnosti obou těles. V každé fázi pohybu kosmické lodi se uplatňuje jen jedno gravitační pole. Trajektorie Měsíce vzhledem k Zemi je kruhová. Pohyb kosmické lodi je v tzv. sféře gravitačního působení Země (neuvažujeme gravitační pole Slunce).

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Svítící bod je na optické ose tenké spojky. Nachází-li se v bodě A, je jeho obraz v bodě B; nachází-li se svítící bod v bodě B, je jeho obraz v bodě C (obr. 12), $BC = 2 AB$.



Obr. 12

- a) Proveďte diskusi všech možných poloh souboru bodů A, B, C na optické ose spojky vzhledem k jejímu optickému středu a ohniskům, které splňují podmínky úlohy. Rozhodněte, zda úloha má jediné, nebo více řešení.

- b) Pro $AB = d$ určete ohniskovou vzdálenost f spojky.
 c) S použitím výsledků řešení úloh a), b) znázorněte graficky svazek paprsků vycházejících ze svítícího bodu D a procházejících spojkou. Bod D půlí úsečku BC.

Řešení:

- a) Je-li v bodě A svítící bod (skutečný předmět), je jeho obraz v bodě B buď skutečný, nebo neskutečný. Předpokládejme nejprve, že je skutečný. Potom, umístíme-li v bodě B svítící bod, vznikne jeho obraz v bodě A, nikoli v bodě C. Nachází-li se obraz bodu A v bodě B, je tedy neskutečný. To znamená, že bod A i bod B jsou v předmětovém prostoru spojky a vzdálenost bodu A od spojky je menší než ohnisková vzdálenost spojky. Potom také bod C je v předmětovém prostoru, obraz C bodu B je neskutečný, vzdálenost bodu B od spojky je menší než ohnisková vzdálenost spojky.

Poloha bodů A, B, C vzhledem ke spojce a jejímu ohnisku je jednoznačná, úloha má jediné řešení.

- b) Označíme vzdálenosti bodů A, B, C od spojky postupně a , b , c . Pak platí

$$AB = b - a = d, \quad (1)$$

$$BC = c - b = 2d. \quad (2)$$

Je-li svítící bod v bodě A a jeho neskutečný obraz v bodě B, platí rovnice

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad (3)$$

Je-li svítící bod v bodě B a jeho neskutečný obraz v bodě C, platí rovnice

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{f}. \quad (4)$$

Odečtením levých a pravých stran rovnic (3) a (4) dostaneme

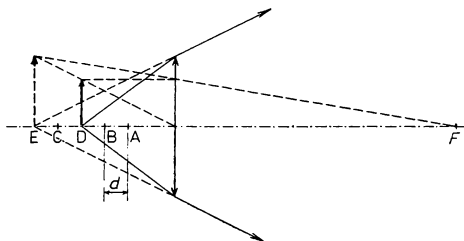
$$\frac{1}{a} - \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 0. \quad (5)$$

Do rovnice (5) dosadíme z (1) $a = b - d$, z (2) $c = 2d + b$:

$$\frac{1}{b-d} - \frac{2}{b} + \frac{1}{2d+b} = 0$$

Řešením dostáváme: $b = 4d$, $a = 3d$, $c = 6d$. Po dosazení do (3) nebo do (4) určíme

$$f = 12d.$$



Obr. 13

- c) Vzdálenost bodu D od spojky je $5d < f$, proto je obraz E bodu D neskutečný. Sestrojíme jej např. takto: V bodě D zvolíme úsečku kolmou k optické ose, sestrojíme její obraz podle známé konstrukce (obr. 13). Svazek paprsků vychází z bodu D ke spojce, jejíž tvar považujeme, jak je obvyklé, za kruhový. Na spojku tedy dopadá z bodu D kuželový rozbíhavý svazek paprsků, situace je v osovém řezu znázorněna na obr. 13, v němž jsou vyznačeny okrajové paprsky. Po průchodu spojkou vytvoří paprsky rovněž kužel, ale již méně rozbíhavý, jehož vrchol je v bodě E.

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Uzavřený kruhový závit o poloměru R , zhotovený ze stejnorodého válcového drátu o poloměru r , $r \ll R$, a měrném odporu ρ , je umístěn mezi pólovými nástavci elektromagnetu tak, že magnetická indukce B je kolmá k rovině závitu. Indukce B má v celém prostoru mezi nástavci velikost $B = B_m \sin \omega t$, kde ω je úhlová frekvence harmonického střídavého proudu, který prochází cívkou elektromagnetu.

- Stanovte indukované elektromotorické napětí u_i v závitě a jeho maximální hodnotu U_m .
- Stanovte maximální hodnotu I_m indukovaného proudu, který prochází závitem.
- Stanovte maximální velikost dF_n elementární síly dF_n působící na element závitu, který odpovídá elementárnímu středovému úhlu $d\alpha$.
- Stanovte maximální velikost F_t síly, která napíná závit.
- Stanovte maximální mechanické napětí σ_m v závitě. Jak toto napětí závisí na poloměru r drátu?
- Po obecném vyřešení řešte úlohy a) až e) pro hodnoty: $R = 1,50 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $r = 1,50 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, $B_m = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ T}$, $\rho = 5,0 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$, $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$.

Řešení:

- a) Závít má plošný obsah $S = \pi R^2$ a prochází jím magnetický indukční tok

$$\Phi = B_m S \sin \omega t = \pi B_m R^2 \sin \omega t.$$

Indukované elektromotorické napětí

$$u_1 = \frac{d\Phi}{dt} = \pi B_m R^2 \omega \cos \omega t$$

má maximální hodnotu

$$U_m = \pi B_m R^2 \omega.$$

- b) Závít má elektrický odpor

$$R_z = \varrho \frac{2\pi R}{\pi r^2} = \frac{2R\varrho}{r^2}$$

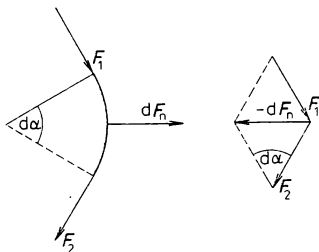
a prochází jím maximální proud

$$I_m = \frac{U_m}{R_z} = \frac{\pi B_m R r^2 \omega}{2\varrho}.$$

- c) Maximální elementární síla dF_n působí na element, který má délku $dl = R d\alpha$, v radiálním směru a má velikost

$$dF_n = B_m I_m R d\alpha = \frac{\pi B_m^2 R^2 r^2 \omega}{2\varrho} d\alpha.$$

- d) Síla dF_n je v rovnováze s vektorovým rozdílem sil působících v krajních bodech elementu (obr. 14). Protože $F_1 = F_2 = F_t$, je z obr. 14 zřejmé, že platí



Obr. 14

$$dF_n = F_t d\alpha.$$

Porovnáním obou vztahů pro dF_n určíme

$$F_t = \frac{\pi B_m^2 R^2 r^2 \omega}{2\varrho}.$$

e) Maximální mechanické napětí v závitu

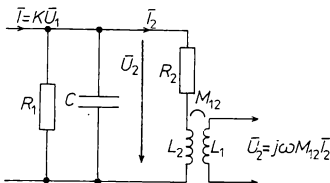
$$\sigma_m = \frac{F_t}{\pi r^2} = \frac{B_m^2 R^2 \omega}{2\varrho}$$

nezávisí na poloměru r drátu, z něhož je závit zhotoven.

f) Pro zadané hodnoty: $U_m \doteq 0,11 \text{ V}$, $I_m \doteq 0,17 \text{ A}$, $F_t \doteq 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$, $\sigma_m \doteq 1,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

4. úloha (navrhl Mojmír Simerský) ke studijnímu tématu

Obvod na obr. 15 představuje funkční díl oscilátoru s indukční (magnetickou) vazbou. Do obvodu se přivádí proud $\bar{I} = K\bar{U}_1$, kde $\bar{U}_1$ je napětí na vstupu (nezakreslené) aktivní elektronické součástky, K je reálný součinitel s jed-



Obr. 15

notkou $A \cdot V^{-1}$. Dále je R_1 výstupní odpor aktivní součástky, R_2 odpor cívky, která má indukčnost L_2 . Odpor vazební cívky o indukčnosti L_1 je zanedbatelný. Mezi svorkami této cívky je napětí $\bar{U}_2 = j\omega M_{12}\bar{I}_2$, kde M_{12} je vzájemná indukčnost mezi cívkami o indukčnostech L_1 , L_2 , $\bar{I}_2$ proud procházející větví $R_2 - L_2$.

- Stanovte podmínku, kterou je třeba splnit, má-li platit rovnost $\bar{U}_2 = \bar{U}_1$, tj. obě napětí jsou stejně velká a mají souhlasnou fázi. V tomto případě totiž napětí $\bar{U}_2$, je-li zavedeno na vstup aktivní součástky, nahradí vstupní napětí $\bar{U}_1$ a původní zesilovač se stane samostatným generátorem střídavého proudu, tedy oscilátorem.
- Stanovte úhlový kmitočet ω_0 , při němž je tato podmínka splněna.

- c) Stanovte hodnotu M_0 vzájemné indukčnosti M_{12} , při které je tato podmínka splněna.

Řešení:

- a) Proud $\bar{I}$ je přiváděn do obvodu, jehož komplexní admitance

$$\bar{Y} = \frac{1}{R_1} + j\omega C + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}.$$

Napětí na větvi $R_2 - L_2$ je

$$\bar{U}_2 = \bar{I} \frac{1}{\bar{Y}} = \frac{K\bar{U}_1(R_2 + j\omega L_2)}{\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C\right)(R_2 + j\omega L_2) + 1}.$$

Pro proud $\bar{I}_2$ pak platí

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_2}{R_2 + j\omega L_2} = \frac{K\bar{U}_1}{\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C\right)(R_2 + j\omega L_2) + 1}.$$

Podle zadání: $j\omega M_{12}\bar{I}_2 = \bar{U}_1$, když $\omega = \omega_0$, $M_{12} = M_0$, odtud po úpravě, s použitím předchozího vztahu, dostaneme

$$j\omega_0 M_0 K = \frac{R_2}{R_1} + j\omega_0 \frac{L_2}{R_1} + j\omega_0 C R_2 - (\omega_0^2 C L_2 - 1).$$

- b) Porovnáním reálných částí (na levé straně je reálná část nulová) dostaneme

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} \sqrt{1 + \frac{R_2}{R_1}}.$$

c) Porovnáním imaginárních částí dostaneme

$$M_0 = \frac{L_2 + CR_1R_2}{KR_1}.$$

5. úloha (navrhl Milan Rádl)

Měření Faradayovy konstanty

Úvod

Pro hmotnost m látky elektrolyticky vyloučené platí

$$m = \frac{1}{F} \frac{M_m}{n_m \nu} Q,$$

kde M_m je molární hmotnost vyloučené látky, n_m počet atomů v molekule této látky, ν její mocnoství ve sloučenině, která se elektrolyticky rozkládá, Q elektrický náboj, který elektrolytem prošel.

Probíhá-li elektrolýza po dobu τ při stálém proudu I , pak $Q = I\tau$ a vyjádříme Faradayovu konstantu

$$F = \frac{M_m I \tau}{m n_m \nu}. \quad (1)$$

Známe-li tedy veličiny m , M_m , n_m , ν , I , τ , můžeme z nich Faradayovu konstantu vypočítat.

Úloha

Pomocí elektrolýzy zředěného roztoku kyseliny sírové ve vodě změřte Faradayovu konstantu F a určete chybu zjištěného výsledku, který zapíšeme ve tvaru

$$F = (\dots \pm \dots) \text{ C.mol}^{-1}.$$

V zápisu uveďte, které z naměřených veličin mají největší vliv na chybu výsledku a které jsou z tohoto hlediska málo významné.

Pomůcky

Roztok kyseliny sírové ve vodě, skleněný odměrný válec 250 cm³, délkové měřidlo, teploměr, kádinka, dvě elektrody s připojenými vodiči pro provedení elektrolýzy, zdroj stejnosměrného napětí, reostat, ampérmetr.

Postup

1. Navrhnete způsob, jak s uvedenými pomůckami určíte Faradayovu konstantu.
2. Sestavte aparaturu podle svého návrhu.
3. Zaveďte proud a pomocí reostatu nastavte jeho vhodnou velikost.
4. Připravte odměrný válec pro vlastní měření.
5. Znovu zaveďte proud, jeho velikost I udržujte reostatem na stálé hodnotě, stopkami měřte dobu τ , po kterou elektrolýza probíhá. Teploměrem měřte teplotu elektrolytu.
6. Po ukončení pokusu vypněte proud, zjistěte objem V vyloučené směsi vodíku a kyslíku a výšku h kapalinového sloupce ve válci; budete ji potřebovat k určení tlaku vyloučené směsi plynů.
7. Z naměřených veličin (objem, tlak, teplota) vypočítejte hmotnost m vyloučeného vodíku, jehož molární hmotnost $\nu = 1$.
8. Vztah (I) upravte tak, aby se v něm vyskytovaly veličiny, které budete měřit.
9. Z takto upraveného vztahu vypočítejte Faradayovu konstantu a stanovte chybu vypočítané hodnoty.

Poznámky

1. Hustota elektrolytu $\rho = (1\,000 \pm 2) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
2. Tíhové zrychlení $g = (9,810 \pm 0,005) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
3. Molární plynová konstanta $R_{\text{m}} = (8,317 \pm 0,001) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
4. Údaj atmosférického tlaku vám sdělí dohlízející pracovník, proto nebudete potřebovat barometr.
5. Při práci nejsou povoleny tabulky.
6. Dodržujte pravidla bezpečnosti a hygieny práce. Koncentrace kyseliny sírové v roztoku je tak malá, že roztok není nebezpečný. Přesto ale při náhodném dotyku nebo znečištění pečlivě omyjte místa, která přišla s elektrolytem do styku. Vyloučená směs plynů je třaskavý plyn, proto je přísně zakázána manipulace s otevřeným ohněm.
7. Údaje potřebné k nalezení konečného výsledku zapisujte do tabulky přiložené k zadání.
8. Předpokládejte, že teplota vyloučené směsi plynů se od teploty elektrolytu neliší více než o $\pm 3 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Řešení:

Nejprve upravíme vztah (1) tak, aby se v něm vyskytovaly veličiny, které budeme měřit. Vyjádříme tedy hmotnost m vyloučeného vodíku. Absolutní teplotu směsi plynů označíme T , objem vyloučeného vodíku V_{H} . Z celého objemu V připadá na vodík objem

$$V_{\text{H}} = \frac{2}{3}V,$$

protože na 2 díly vodíku připadá 1 díl kyslíku.

Látkové množství n vodíku, jehož tlak je p a teplota T , zjistíme ze stavové rovnice

$$pV_{\text{H}} = nR_{\text{m}}T; \quad n = \frac{pV_{\text{H}}}{R_{\text{m}}T} = \frac{2}{3} \frac{pV}{R_{\text{m}}T}.$$

Vyloučený vodík má tedy hmotnost

$$m = nM_{\text{m}} = \frac{2}{3} \frac{pVM_{\text{m}}}{R_{\text{m}}T}.$$

Jelikož $n_{\text{m}} = 2$, $\nu = 1$, dostaneme dosazením do (1):

$$F = \frac{3}{4} \frac{I\tau R_{\text{m}}T}{pV}.$$

Tlak p směsi plynů ve válci $p = p_{\text{a}} - h\rho g$, kde $h\rho g$ je hydrostatický tlak kapalinového sloupce ve válci. Poněvadž veličiny p_{a} , ρ , g jsou dány, stačí k určení tlaku p změřit výšku h .

Měřením byly určeny hodnoty sestavené v tabulce 10.

Tabulka 10

Veličina	Hodnota	Absolutní chyba Δ	Relativní chyba δ	Poznámka
proud I	1,0 A	0,01 A	0,010	rozsah 1,2 A třída přesnosti 1,0
doba τ	900 s	5 s	0,005	měřeno stopka- mi, chyba odhadnuta
objem V	180 cm ³	5 cm ³	0,028	1 dílek odpoví- dá 5 cm ³
teplota T	300 K	3 K	0,010	chyba zadána
výška h	40 mm	2 mm	0,050	odhadnuta chyba 2 dílky
tlak p	$9,72 \cdot 10^4$ Pa	150 Pa	0,001 5	

V posledním řádku tabulky je uveden tlak p , který byl zjištěn způsobem již vyloženým. Atmosférický tlak byl 732 Torr = $9,76 \cdot 10^4$ Pa, chyba odhadnuta hodnotou 1 Torr = 133 Pa, tedy $p_a = (9,76 \pm 0,0013) \cdot 10^4$ Pa.

Hydrostatický tlak kapalinového sloupce $h\rho g = 392$ Pa s relativní chybou rovnou relativní chybě výšky h , protože chyby zadaných veličin ρ , g jsou zanedbatelné. Je tedy $h\rho g = (392 \pm 20)$ Pa. V rozdílu $p_a - h\rho g$ se absolutní chyby sčítají, takže $p = (9,72 \pm 0,0015) \cdot 10^4$ Pa.

Z hodnot v tabulce vypočítame

$$F = 9,62 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Relatívni chyba

$$\delta F = \delta I + \delta \tau + \delta T + \delta p + \delta V = 0,055.$$

Absolutní chyba

$$F = 9,62 \cdot 10^4 \cdot 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1} = 5,3 \cdot 10^3 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Výsledok proto můžeme zaokrouhlit jen na dvě platné číslice, tedy

$$F = (9,6 \pm 0,5) \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

2. ÚLOHY KATEGORIE B

Úlohy a riešenia recenzovali doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.
a Mojmír Simerský

a) Prvé kolo súťaže

1. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Jeden mól jednoatómového plynu je v uzavretej nádobe, ktorej jedna stena je pohyblivá.

Plyn budeme zohrievať a pomocou pohyblivej steny zabezpečíme izobarický, resp. izochorický priebeh dejov v plyne. Konečný stav plyn dosiahne dvoma spôsobmi:

1. izochoricky sa zväčší tlak plynu a -krát a potom sa izobaricky zväčší objem plynu b -krát. Plyn prijme teplo Q_1 ;

2. izobaricky sa zväčší objem plynu a -krát a potom sa izochoricky zväčší tlak plynu b -krát. Plyn prijme teplo Q_2 .

a) Určte podiel $k = \frac{Q_1}{Q_2}$.

b) Určte parameter a tak, aby podiel $k = 1$, keď $b = 1,5$. Plyn považujte za ideálny.

Riešenie:

a) Pre obidva prípady zo stavovej rovnice máme

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{ap_0 bV_0}{T}, \text{ t.j. } T = abT_0,$$

kde p_0 , V_0 , T_0 sú počiatočné stavové veličiny plynu, T teplota plynu po prebehnutí dejov.

Teplota plynu sa v obidvoch prípadoch zmení o rovnakú hodnotu $\Delta T = T - T_0 = (ab - 1) T_0$. Preto aj zmeny ΔU_1 , ΔU_2 vnútornej energie plynu v oboch prípadoch sú rovnaké:

$$\Delta U = \Delta U_1 = \Delta U_2 = \frac{3}{2} R_m \Delta T = \frac{3(ab - 1)}{2} R_m T_0,$$

kde R_m je molárna plynová konštanta.

Zo stavovej rovnice tiež máme

$$\Delta U = \frac{3(ab - 1)}{2} R_m T_0 = \frac{3(ab - 1)}{2} p_0 V_0. \quad (1)$$

Teplá Q_1 , Q_2 určíme v súlade s druhou termodynamickou vetou

$$Q_1 = \Delta U + W_1, \quad Q_2 = \Delta U + W_2; \quad (2)$$

W_1, W_2 sú práce, ktoré vykonal plyn v oboch prípadoch:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= ap_0(bV_0 - V_0) = a(b - 1)p_0V_0, \\ W_2 &= p_0(aV_0 - V_0) = (a - 1)p_0V_0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Dosadením (1), (3) do (2) a úpravou máme

$$k = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{5ab - 2a - 3}{3ab + 2a - 5}. \quad (4)$$

b) Pre $k = 1$ máme z (4)

$$ab - 2a + 1 = 0,$$

t.j.

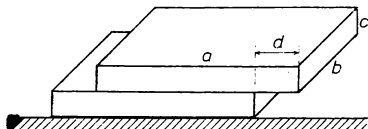
$$a = \frac{1}{2 - b}.$$

Keď $b = 1,5$, potom $a = 2$.

2. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Dĺžky hrán rovnakých rovnorodých kvádrov sú a, b, c ($a > b > c$). Kvádre postupne ukladáme na seba tak, že dvojice ich bočných stien s dĺžkami hrán a, c sú v dvoch zvislých rovinách. Steny s dĺžkami hrán b, c každej dvojice susedných kvádrov sú však navzájom posunuté. Vzdialenosť d rovin, v ktorých sa nachádzajú sebeodpovedajúce steny s dĺžkami hrán b, c dvojíc kvádrov, nazveme vysunutím (obr. 16). Kvádre máme uložiť na seba tak, aby sústava kvádrov nebola labilná.

a) Určte najväčší počet n_0 kvádrov, ktoré môžeme týmto spôsobom na seba uložiť, ak vysunutie d každej susednej



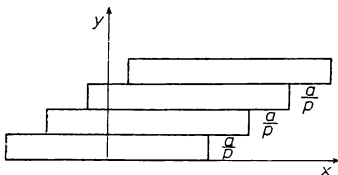
Obr. 16

dvojice kvádrov má rovnakú hodnotu $\frac{a}{p}$, kde p je celé číslo.

- b) Určte spôsob ukladania kvádrov tak, aby pri danom počte kvádrov bolo vysunutie vrchného kvádra vzhľadom na spodný kváder čo najväčšie. Je možné, aby toto vysunutie bolo neohraničene veľké?
Predpokladáme, že kvádre sa nedeformujú.

Riešenie:

- a) Podmienka riešenia úlohy je, aby pre súradnicu x_0 hmotného stredu sústavy $(n - 1)$ kvádrov (okrem spodného) v zvolenej súradnicovej sústave (obr. 17) platilo



Obr. 17

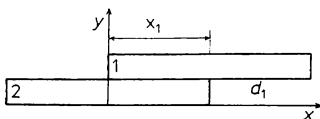
$$x_0 \leq \frac{a}{2}, \quad (1)$$

pričom, pretože $m_i = \text{konšt.}$, platí

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{n-1} m_i} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} x_i = \frac{a}{(n-1)p} \sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{an}{2p}.$$

Z podmienky (1): $n_0 = p$.

- b) Kvádre sú ukladané tak, aby sústava práve ešte nebola labilná. Situácia pre dva kvádre je na obr. 18. V zvolenej

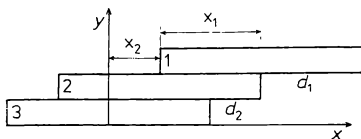


Obr. 18

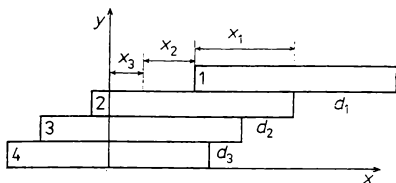
súradnicovej sústave má hmotný stred kvádra 1 súradnicu

$x_1 = \frac{a}{2}$; je to tiež najväčšie možné vysunutie d_1 kvádra 1 vzhľadom na kváder 2, ak sústava nie je labilná. Pre tri kvádre platí podľa obr. 19

$$\frac{1}{2} (x_2 + x_2 + x_1) = x_2 + \frac{x_1}{2} = \frac{a}{2},$$



Obr. 19



Obr. 20

$$x_2 = d_2 = \frac{a}{4}.$$

Pre štyri kvádre podľa obr. 20

$$\frac{1}{3} (x_3 + x_3 + x_2 + x_3 + x_2 + x_1) =$$

$$= \frac{1}{3} (3x_3 + 2x_2 + x_1) = \frac{a}{2},$$

$$x_3 = d_3 = \frac{a}{6}.$$

Podľa týchto výsledkov možno očakávať, že pre vysunutie kvádra i vzhľadom na kváder $(i + 1)$ bude platiť

$$d_i = \frac{a}{2i}.$$

Dokážeme to matematickou indukciou. Pre vysunutie d_n n -tého kvádra vzhľadom na kváder $(n + 1)$ platí všeobecne, v súradnicovej sústave spojenej so stredom kvádra $(n + 1)$

$$\frac{1}{n} [nx_n + (n - 1)x_{n-1} + (n - 2)x_{n-2} + \dots + \\ + 2x_2 + x_1] = \frac{a}{2}.$$

Budeme predpokladať, že uvedený vzťah pre vysunutie platí až do indexu $(n - 1)$. Potom

$$\frac{1}{n} \left[nx_n + (n - 1) \frac{a}{2(n - 1)} + (n - 2) \frac{a}{2(n - 2)} + \right. \\ \left. + \dots + 2 \frac{a}{4} + \frac{a}{2} \right] = \frac{a}{2},$$

teda

$$\frac{1}{n} \left[nx_n + \frac{a}{2} (n - 1) \right] = \frac{a}{2}$$

a odtiaľ

$$x_n = d_n = \frac{a}{2n}.$$

Ak máme sústavu celkom n kvádrov, potom pre súčet s všetkých vysunutí platí

$$s = \frac{a}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} \right).$$

Je zrejmé, že tento súčet, t.j. celkové vysunutie kvádrov, môže dosahovať neobmedzene veľkú hodnotu, pretože harmonický rad

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i},$$

ako možno dokázať, je divergentný, má nevlastnú limitu $+\infty$.

Pre $n_1 = 10$, $n_2 = 20$, $n_3 = 30$ vychádza $s_1 \doteq 1,41 a$, $s_2 \doteq 1,77 a$, $s_3 \doteq 1,98 a$.

3. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Tenká tyč s hmotnosťou m a s dĺžkou h je položená na vodorovnej podložke. V smere priamky kolmej na tyč a prechádzajúcej koncovým bodom tyče sa pohybuje stálou rýchlosťou v teliesko z plastelíny s hmotnosťou m , ktoré po dokonale nepružnom náraze sa spojí s koncom tyče. Dej zrazu trvá veľmi krátku dobu.

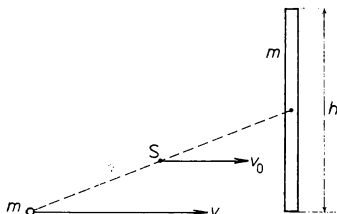
- Určte rýchlosti hmotného stredu sústavy tyče a telieska pred a po ich zraze.
- Určte moment hybnosti sústavy vzhľadom na jej hmotný stred bezprostredne pred zrazom tyče a telieska.
- Určte uhlovú rýchlosť otáčania sústavy vzhľadom na jej hmotný stred po zraze tyče s telieskom.
- Ako sa zmení energia sústavy po zraze telieska a tyče vzhľadom na ich energiu pred zrazom?

Trenie medzi tyčou, telieskom a vodorovnou podložkou, ako aj rozmery telieska neuvažujeme.

Odporúčaná štúijná literatúra:

M. Chytilová: Zákon zachování momentu hybnosti, studijní text pro kategorii C v XIX. ročníku FO, školní rok 1977/78, str. 69.

Riešenie: — obr. 21



Obr. 21

a) Zo zákona zachovania hybnosti máme

$$2 mv_0 = mv,$$

kde v_0 je rýchlosť hmotného stredu S sústavy, v rýchlosť telieska. Z toho

$$v_0 = \frac{v}{2}.$$

Rýchlosť hmotného stredu sústavy sa po zraze telieska s tyčou nezmení (hybnosť sústavy sa zachováva).

- b) Vzhľadom na hmotný stred sústavy, ktorý má od dolného konca tyče vzdialenosť $\frac{h}{4}$, má teliesko moment zotrvačnosti

$$I_0 = m \left(\frac{h}{4} \right)^2$$

a otáčalo by sa okolo tohto stredu uhlovou rýchlosťou

$$\omega_0 = \frac{v}{\frac{h}{4}}.$$

Pretože tyč má moment hybnosti nulový, je teda moment hybnosti sústavy pred zrazom telieska s tyčou

$$I_0 \omega_0 = mv \frac{h}{4}.$$

- c) Moment zotrvačnosti tenkej rovnorodej tyče vzhľadom na jej stred je

$$I_1 = \frac{1}{12} m h^2.$$

Vzhľadom na hmotný stred sústavy je jej moment zotrvačnosti (podľa Steinerovej vety)

$$I_2 = I_1 + m \left(\frac{h}{4} \right)^2.$$

Celkový moment zotrvačnosti sústavy vzhľadom na jej hmotný stred

$$I = I_2 + I_0 = \frac{1}{12} m h^2 + \frac{1}{8} m h^2.$$

Moment hybnosti sústavy po zraze telieska s tyčou je

$$I\omega = \frac{5}{24} m h^2 \omega.$$

Vzhľadom na výsledok v časti b) je

$$\frac{5}{24} m h^2 \omega = m v \frac{h}{4},$$

a teda

$$\omega = \frac{6}{5} \frac{v}{h}.$$

d) Kinetická energia sústavy po zraze

$$E_2 = \frac{1}{2} (2m) \left(\frac{v}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{2}{5} m v^2.$$

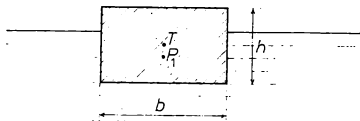
Zmena ΔE kinetickej energie sústavy je

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{2}{5} m v^2 = \frac{1}{10} m v^2,$$

kde E_1 je energia sústavy telieska a tyče pred zrazom.

4. úloha (navrhl ing. Jiří Machalický, CSc.)

Stejnorodý kvádr o rozměrech l , b , h a hustotě ρ plove v kapalině s hustotou ρ_k tak, jak je znázorněno na obr. 22, v němž T je těžiště hranolu, P_1 těžiště jeho části, která vytlačuje vodu.



Obr. 22

Určete podíl $p = \frac{h}{b}$ výšky h a šířky b příčného řezu kvádrů, aby poloha kvádrů plovoucího v kapalině byla stabilní. Předpokládejte $l \gg b$, $l \gg h$.

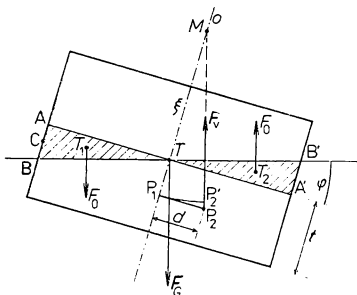
Doporučená literatura:

Slavík a kol., Základy fyziky I, článek 16,11 Tlak v kapalině (Stabilní rovnovážná poloha plovoucího tělesa, str. 268); Academia 1961.

D. Ilkovič, Fyzika (stabilita plávania, str. 247); SVTL, Bratislava 1957.

Řešení: — obr. 23

Tíhová síla F_G působí v těžišti T hranolu. Vztlačková síla F_v působí před otočením hranolu v těžišti P_1 hranolu, který



Obr. 23

vytláčuje kapalinu. Hranol na kapalině plave, proto pro hustotu ρ_k kapaliny platí $\rho_k > \rho$.

Stabilita hranolu je zajištěna, když při otočení hranolu o malý úhel φ vytvoří dvojice F_v a F_G moment působící proti otočení hranolu. Tuto podmínku lze vyjádřit též tak, že průsečík svislé přímky, která prochází novým působišťem P_2 vztlakové síly F_v po otočení hranolu, protíná osu o v bodě M , který je nad těžištěm hranolu. Bod M se nazývá metacentrum hranolu, $\xi = TM$ je metacentrická výška.

V dalším budeme používat některé aproximace vyplývající z toho, že úhel φ je velmi malý. Délku těžnice TT_1C trojúhelníku BTA aproximujeme délkou výšky $TA = \frac{b}{2}$,

takže $TT_1 = \frac{b}{3}$; T_1 je těžiště trojúhelníku BTA . Obdobně

v trojúhelníku $A'B'T$. Oblouk kružnice $P_1 P_2'$ se středem M nahradíme úsečkou $P_1 P_2$ délky d kolmou k ose o . Dále aproximujeme $TB \doteq TA = \frac{b}{2}$.

Vznik momentu o velikosti $F_v d$ si můžeme vysvětlit tak, že na levé straně hranolu se vztlaková síla zmenšila o F_0 a na pravé straně se zvětšila o F_0 . Moment této dvojice sil má velikost $F_0 \cdot \frac{2}{3} b$, a platí proto

$$F_v d = \frac{2}{3} F_0 b. \quad (1)$$

Sílu F_0 vyjádříme jako vztlakovou sílu působící na trojboký hranol, jehož podstava má obsah jako trojúhelník BTA a jehož výška má délku l . Hranol má objem

$$V = \frac{1}{2} BT \cdot AT \cdot \sin \varphi \cdot l = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} \right)^2 l \sin \varphi$$

a působí tedy na něj vztlaková síla

$$F_0 = \frac{1}{8} b^2 l \sin \varphi \cdot \varrho_{kg}.$$

Poněvadž $F_v = btl\varrho_{kg}$, dostaneme po dosazení do (1)

$$d = \frac{1}{12} \frac{b^2 \sin \varphi}{t}.$$

Dále platí

$$MP_1 = \frac{d}{\sin \varphi} = \frac{1}{12} \frac{b^2}{t}. \quad (2)$$

Metacentrická výška

$$\xi = MP_1 - TP_1 = MP_1 - \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right). \quad (3)$$

Uvážíme-li, že

$$t = \frac{\varrho}{\varrho_k} h,$$

dostaneme dosazením do (3) s přihlédnutím k (2)

$$\xi = \frac{1}{12} \frac{b^2}{h} \frac{\varrho_k}{\varrho} - \frac{h}{2} + \frac{h\varrho}{2\varrho_k}. \quad (4)$$

Hranol plove v uvažované poloze stabilně tehdy, když $\xi \geq 0$. V mezním případě $\xi = 0$ dostaneme pro poměr $\frac{h}{b}$ pomocí (4)

$$p_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{6 \frac{\varrho}{\varrho_k} \left(1 - \frac{\varrho}{\varrho_k} \right)}}.$$

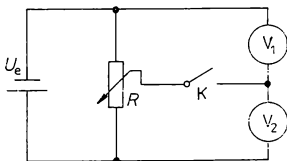
Podmínka stabilního plavání je splněna, když

$$p = \frac{h}{b} \leq p_0.$$

5. úloha (navrhl dr. Miroslav Svoboda, CSc.)

Zdroj s elektromotorickým napětím U_e , rezistor s měnitelným odporem a celkovým odporem R , dva voltmetry

s vnitřními odpory R_1 , R_2 a spínač K jsou spojeny podle schématu na obr. 24.



Obr. 24

- Určete napětí U_1 , U_2 , která naměříme voltmetry, když spínač K je vypnut.
- Určete napětí U'_1 , U'_2 , která naměříme voltmetry, když spínač K je zapnut a jezdec J rezistoru je přesně v jeho středu.
- Určete odpory R' a R'' částí rezistoru, na které jezdec rozděljuje rezistor v případě, že spínač K je zapnutý a napětí mezi svorkami voltmetrů jsou stejná.

Vnitřní odpor zdroje a odpory spojovacích vodičů neuvažujte. Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty $U_e = 20 \text{ V}$, $R = 20 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 6,0 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 4,0 \text{ k}\Omega$.

Řešení:

- Napětí U_e se rozdělí na voltmetry v poměru jejich odporů:

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2 \quad \text{a platí} \quad U_1 + U_2 = U_e.$$

Odtud vyjádříme

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_e = 12 \text{ V}, U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_e = 8,0 \text{ V}.$$

b) Napětí U_e se rozdělí na voltmetry v poměru odporů, které jsou

$$\frac{R_1 \frac{R}{2}}{R_1 + \frac{R}{2}} = \frac{R_1 R}{2 R_1 + R},$$

$$\frac{R_2 \frac{R}{2}}{R_2 + \frac{R}{2}} = \frac{R_2 R}{2 R_2 + R},$$

tedy

$$U'_1 : U'_2 = \frac{R_1 R}{2 R_1 + R} : \frac{R_2 R}{2 R_2 + R},$$

přičemž opět $U'_1 + U'_2 = U_e$.

Odtud vyjádříme, po úpravě,

$$U'_1 = \frac{R_1 (2 R_2 + R)}{R_1 (2 R_2 + R) + R_2 (2 R_1 + R)} U_e \doteq 11,4 \text{ V},$$

$$U'_2 = \frac{R_2 (2 R_1 + R)}{R_1 (2 R_2 + R) + R_2 (2 R_1 + R)} U_e \doteq 8,6 \text{ V}.$$

c) Napětí mezi svorkami jsou stejná, když platí

$$\frac{R' R_1}{R' + R_1} = \frac{R'' R_2}{R'' + R_2}.$$

Dále platí $R' + R'' = R$. Dosazením např. $R'' = R - R'$ do prvního vztahu a úpravou dostaneme kvadratickou rovnici

$$R'^2(R_1 - R_2) - R'(R R_1 - R R_2 + 2 R_1 R_2) + R R_1 R_2 = 0,$$

která má dvě reálná řešení

$$R'_{1,2} = \frac{R(R_1 - R_2) + 2 R_1 R_2}{2 (R_1 - R_2)} \pm \frac{\sqrt{[R(R_1 - R_2) + 2 R_1 R_2]^2 - 4(R_1 - R_2) R R_1 R_2}}{2 (R_1 - R_2)}.$$

Pro zadané hodnoty vyhovuje jen řešení se záporným znaménkem odmocniny: $R' \doteq 6,4 \text{ k}\Omega$, potom $R'' \doteq 13,6 \text{ k}\Omega$.

6. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

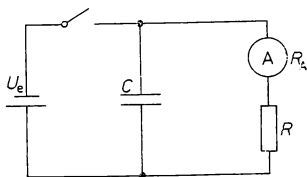
Meranie kapacity kondenzátora metódou určenia funkcie $i = f(t)$ prúdu, kde i je prúd v jednoduchom obvode, t je čas.

Princíp merania

Pre meranie budeme používať kondenzátor s väčšou kapacitou zapojený v obvode podľa schémy na obr. 25.

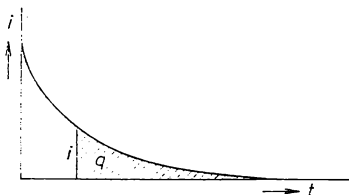
Kondenzátor po zapnutí spínača získa náboj

$$Q = C U_e.$$



Obr. 25

Po vypnutí spínača obdom ampérmetra s vnútorným odporom R_A a rezistora s odporom R prechádza prúd i , ktorého veľkosť sa stále zmenšuje (obr. 26).



Obr. 26

Vtedy približne platí

$$q = Cu = Ci(R + R_A), \quad (1)$$

kde q je okamžitý náboj na kondenzátore, i okamžitý prúd, u okamžité napätie.

Zo vzťahu (1) vyplýva

$$C = \frac{q}{i(R + R_A)}. \quad (2)$$

Postup merania

Na meranie použijeme mikroampérmetr s vnútorným odporom R_A , rezistor s odporom do $1\text{ M}\Omega$, kondenzátor, o ktorom predpokladáme, že má väčšiu kapacitu (rádovo niekoľko desiatok μF), batériu $4,5\text{ V}$, spojovacie vodiče, spínač, stopky.

Obvod zapojíme podľa obr. 25. Navrhujeme tabuľky, do ktorých zapisujeme v určitých časoch t prúd i . Z grafu funkcie $i = f(t)$ určíme niekoľko hodnôt i a q a potom zo vzťahu (2) kapacitu C kondenzátora. Určíme najpravdepodobnejšiu hodnotu kapacity C a chybu merania.

Poznámky

1. V prípade, že pri meraní je pokles prúdu veľmi pomalý, zapojíme do obvodu rezistor s menším odporom. Snažíme sa k meraniu použiť rezistor s najmenším odporom, aby prúd v obvode bol väčší a pokles prúdu merateľný s potrebnou presnosťou.
2. Náboj q určujeme z obsahu plochy príslušnej časti grafu funkcie $i = f(t)$, napr. metódou grafickej integrácie alebo použitím milimetrového papiera.

Řešení:

Byl sestaven obvod podle obr. 25. Mikroampérmetr měl měřicí rozsah do $10\text{ }\mu\text{A}$, nejmenší dílek stupnice odpovídal $0,1\text{ }\mu\text{A}$. Rezistor R měl jmenovitý odpor $470\text{ k}\Omega$, měřením (při napětí $4,5\text{ V}$ procházel rezistorem proud $9,5\text{ }\mu\text{A}$) byla

hodnota odporu zpřesněna na 475 kΩ. Poněvadž elektrolytický kondenzátor s velkou kapacitou nevyhovoval (po nabití se rychle vybíjel přes málo jakostní dielektrikum), byla sestavena baterie z několika jakostních kondenzátorů s papírovým dielektrikem. Odpor R_A mikroampérmetru byl zanedbatelný ve srovnání s odporem sériového rezistoru, takže kapacita byla počítána ze vztahu

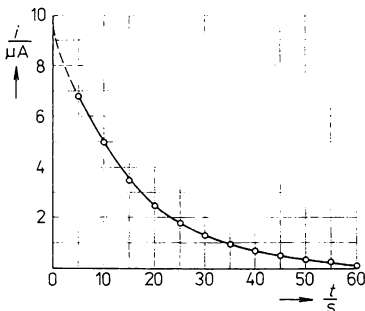
$$C = \frac{q}{Ri}$$

Proud i byl měřen v časových intervalech po 5 s. Graf byl nakreslen na milimetrový papír, na ose t bylo použito měřítko 1 cm $\triangleq$ 5 s, na ose i měřítko 1 cm $\triangleq$ 1 μ A, takže plošný obsah 1 cm² odpovídal náboji 5 · 10⁻⁶ C. Plošné obsahy byly zjišťovány pomocí milimetrové sítě.

Hodnoty nalezené měřením (průměry z 5 měření) a výpočtem jsou uvedeny v tabulce 11, graf je na obr. 27.

Tabulka 11

$\frac{t}{s}$	$\frac{i}{\mu A}$	$\frac{S}{cm^2}$	$\frac{q}{\mu C}$	$\frac{C}{\mu F}$
5	6,8	20,8	104	32,2
10	5,0	15,2	76	32,1
15	3,5	10,8	54	32,5
20	2,5	0,76	38	32,1
25	1,8	0,56	28	32,8
30	1,3	0,40	20	32,4
35	0,95			
40	0,70			
45	0,50			
50	0,35			
55	0,25			
60	0,10			



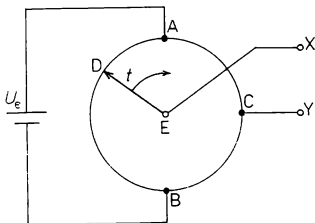
Obr. 27

Nejpravděpodobnější hodnota $C_p = 32,4 \mu\text{F}$. Chyba této hodnoty, vypočítaná z odchylek jednotlivých hodnot od střední hodnoty C_p a z počtu měření, je $\Delta C \doteq 0,1 \mu\text{F}$, a tedy

$$C = (32,4 \pm 0,1) \mu\text{F}.$$

7. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Elektricky vodivá tyč (obr. 28) so zanedbateľným odporom sa rovnomerne otáča uhlovou rýchlosťou ω okolo bodu E tak, že koncový bod D tyče klže po rovnomerom odporovom drôte, ktorý je upravený do tvaru kružnice. Ku dvom protiahlym bodom A, B kružnice je pripojený zdroj s elektromotorickým napätím U_e . Bod C drôtu ($AC = BC$) je vodive



Obr. 28

spojený so svorkou Y, koniec E tyče je vodive spojený so svorkou X.

Určte funkciu $u = f(t)$, kde u je napätie medzi svorkami X a Y, t je čas; nakreslite jej graf.

Vnútorňý odpor zdroje napätia a odpory vodičov, ktoré spájajú zdroj napätia s bodmi A a B a body E a C so svorkami, sú veľmi malé.

Riešenie:

Označíme $T = \frac{\omega}{2\pi}$ periódu otáčania tyče. Predpokladajme, že v čase $t = 0$ s koniec otáčajúcej sa tyče je v bode A. Vtedy

$$u = U_{XY} = \frac{U_e}{2}.$$

Pri postupnom rovnomernom klízaní konca D tyče z bodu A

do bodu C napätie u klesá priamoúmerne s časom z hodnoty $\frac{U_e}{2}$ na hodnotu 0 V.

Pre $t \in \left(0, \frac{T}{4}\right)$ platí

$$u = \frac{U_e}{2} - ct.$$

Konštantu c určíme z podmienky, že pre $t = \frac{T}{4}$ je $u = 0$ V. Odtiaľ

$$c = \frac{2U_e}{T},$$

a teda

$$u = U_e \left(-\frac{2t}{T} + \frac{1}{2} \right) = U_e \left(-\frac{\omega t}{\pi} + \frac{1}{2} \right). \quad (1)$$

Pre $t \in \left(\frac{T}{4}, \frac{T}{2}\right)$ napätie priamoúmerne s časom klesá z hodnoty 0 V na hodnotu $-\frac{U_e}{2}$. Funkcia $u = f(t)$ je v tomto intervale tiež daná vzťahom (1).

V dobe od $\frac{T}{2}$ do $\frac{3T}{4}$ napätie $u = f(t)$ s časom rovnomerne rastie z hodnoty $-\frac{U_e}{2}$ na hodnotu 0 V. V poslednej časti otáčky tyče, t.j. v dobe od $\frac{3T}{4}$ do T , napätie u sa naďalej s ča-

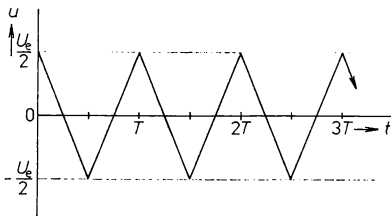
som rovnomerne zväčšuje z hodnoty 0 V na hodnotu $\frac{U_e}{2}$. Analytické vyjadrenie funkcie $u = f(t)$ pre interval $t \in \left(\frac{T}{2}, T\right)$ je

$$u = U_e \left(\frac{2t}{T} - \frac{3}{2} \right) = U_e \left(\frac{\omega}{\pi} t - \frac{3}{2} \right). \quad (2)$$

Ak výsledky (1), (2) zovšeobecníme, potom funkciu $u = f(t)$ možno definovať dvoma analytickými vyjadreniami:

$$\begin{aligned} u &= U_e \left[-\frac{2}{T} (t - kT) + \frac{1}{2} \right] = \\ &= U_e \left[-\frac{1}{\pi} (\omega t - 2k\pi) + \frac{1}{2} \right], \end{aligned}$$

čo platí pre $t \in \left(kT, \left(k + \frac{1}{2}\right)T\right)$;



Obr. 29

$$u = U_e \left[\frac{2}{T} (t - kT) - \frac{3}{2} \right] = U_e \left[\frac{1}{\pi} (\omega t - 2k\pi) - \frac{3}{2} \right],$$

čo platí pre $t \in \left(\left(k + \frac{1}{2} \right) T, (k + 1) T \right)$,

kde k je prirodzené číslo alebo 0.

Graf funkcie $u = f(t)$ je na obr. 29. Sú to súmerné periodické trojuholníkové kmity.

b) Druhé kolo súťaže

Všetky úlohy navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.

1. úloha

Dve rovnaké guľové telesá z ľadu sa pri pohybe proti sebe rýchlosťami v zrazia.

- Určte najmenšiu rýchlosť v_1 telies tak, aby pri dokonale nepružnom zraze sa okamžite roztopili na vodu s teplotou 0°C .
- Určte najmenšiu rýchlosť v_2 telies tak, aby pri dokonale nepružnom zraze sa okamžite premenili na paru s teplotou 100°C .

Začiatočná teplota ľadu je t_0 , merná tepelná kapacita ľadu c_1 , merná tepelná kapacita vody c_2 , merné skupenské teplo topenia ľadu l_t , merné skupenské teplo varu vody l_v . Predpokladajte, že pri zraze telies nenastáva tepelná výmena s okolím.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty:

$$c_1 = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad c_2 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \\ l_t = 330 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad l_v = 2,3 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad t_0 = -20^\circ\text{C}.$$

Riešenie:

Kinetická energia oboch telies je $E_k = 2 \cdot \frac{1}{2} m v^2 = m v^2$, kde m je hmotnosť jedného kúska ľadu. Pri dokonale nepružnom zraze sa prejaví ako zmena vnútornej energie ľadových telies. Energia telies je taká, že postupne nastávajú skupenské premeny sústavy.

- a) $\Delta E = 2 m (c_1 \Delta t_1 + l_t)$, kde $\Delta t_1 = 0^\circ\text{C} - t_0 = 20^\circ\text{C}$.
Z rovnosti $\Delta E_k = \Delta E$ vyplýva

$$v_1 = \sqrt{2 (c_1 \Delta t_1 + l_t)},$$

pre dané hodnoty veličín: $v_1 \doteq 863 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

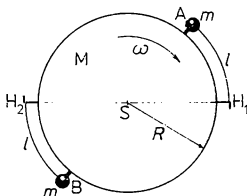
- b) $\Delta E' = 2 m (c_1 \Delta t_1 + l_t + c_2 \Delta t_2 + l_v)$, kde $\Delta t_2 = 100^\circ\text{C}$.
Z rovnosti $\Delta E_k = \Delta E'$ vyplýva

$$v_2 = \sqrt{2 (c_1 \Delta t_1 + l_t + c_2 \Delta t_2 + l_v)},$$

pre dané hodnoty veličín: $v_2 \doteq 2,5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. úloha

Na spomalenie otáčavého pohybu umelých družíc sa používa zariadenie, ktoré pracuje na nasledovnom princípe: Rovnorodý kotúč s hmotnosťou M a polomerom R sa rovnomerne otáča uhlovou rýchlosťou ω_0 okolo svojej rotačnej osi (obr. 30). Na obvode kotúča sú upevnené v bodoch A, B dve guľôčky s hmotnosťami m spojené pevnými vláknami dĺžky l s háčikmi H_1, H_2 v protiľahlých bodoch kotúča. Ak chceme zmenšiť frekvenciu otáčavého pohybu kotúča, guľôčky bez zmeny momentu hybnosti kotúča uvoľníme.



Obr. 30

Gulôčky sa postupne vzdalujú od kotúča, až vlákna majú radiálny smer vzhľadom na kotúč.

- Určte uhlovú rýchlosť ω sústavy telies.
- Vlákna s gulôčkami sa samočinne z háčikov uvoľnia. Zmení sa tým uhlová rýchlosť kotúča? Odpoveď zdôvodnite.
- Určte dĺžku l_0 vlákien tak, aby sa uhlová rýchlosť ω_0 kotúča zmenila na hodnotu $\omega_1 = \frac{\omega_0}{n}$ po uvoľnení vlákien z háčikov.

Kotúč má tvar valca a nachádza sa v priestore so zanedbateľným gravitačným pôsobením. Rozmery gulôčiek a hmotnosti vlákien neuvažujte. Moment zotrvačnosti kotúča vzhľadom na jeho rotačnú os

$$I = \frac{1}{2} MR^2.$$

Riešenie:

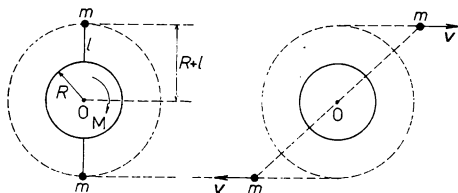
- Zo zákona zachovania momentu hybnosti vyplýva

$$\left(\frac{MR^2}{2} + 2mR^2\right) \omega_0 = \left[\frac{MR^2}{2} + 2m(R+l)^2\right] \omega.$$

Uhlová rýchlosť

$$\omega = \frac{MR^2 + 4mR^2}{MR^2 + 4m(R+l)^2} \omega_0.$$

- b) Po uvoľnení guľôčiek sa uhlová rýchlosť kotúča nezmení, lebo moment hybnosti guľôčiek pri otáčavom pohybe po kružnici s polomerom $(R+l)$ je rovnaký ako moment hybnosti guľôčiek pri ich priamočiariom pohybe v opačných smeroch po uvoľnení vlákien z háčikov (obr. 31).



Obr. 31

Preto sa zachováva aj moment hybnosti kotúča a jeho uhlová rýchlosť sa nezmení. Moment hybnosti guľôčiek vzhľadom na os O v oboch prípadoch je $L = 2(R+l)mv$.

- c) Vzhľadom na časti a), b) možno písať

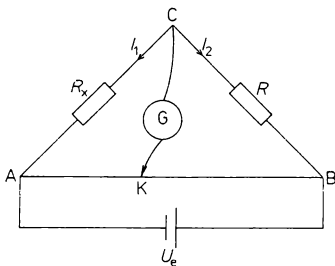
$$\frac{\omega_0}{n} = \frac{MR^2 + 4mR^2}{MR^2 + 4m(R+l_0)^2} \omega_0.$$

Z toho vyplýva pre dĺžku l_0 vlákien ($R + l_0 > 0$):

$$l_0 = R \left[\sqrt{n + \frac{M}{4mn} (n - 1)} - 1 \right].$$

3. úloha

Na obr. 32 je model Wheastonovho môstika, ktorý sa používa ako prístroj na meranie elektrického odporu re-



Obr. 32

zistorov. Medzi uzlami A, C je pripojený rezistor s neznámym odporom R_x , medzi uzly B, C sa pripája rezistor so známym odporom R . Medzi uzlami A, B je pripojený rovnorodý drôt všade rovnakého prierezu S , s dĺžkou d a z materiálu s veľkým merným odporom ϱ . Ak posúvame kontakt K vodiča spojeného s galvanometrom po drôte, v určitej polohe kontaktu výchylka ručičky galvanometra je nulová. Kontakt K delí drôt na dve časti s dĺžkami $AK = a$, $BK = b$.

- Určte odpor R_x rezistora.
- Závisí presnosť merania odporu od napätia U_e zdroja? Odpoveď zdôvodnite.
- Určte podmienku pre meranie, ktorá musí byť splnená, aby relatívna chyba merania odporu bola čo najmenšia. Ako možno tento stav dosiahnuť?

Riešenie:

- Ak galvanometrom neprechádza prúd, vtedy $U_{KC} = 0$ V, t.j.

$$U_{AC} = U_{AK}, U_{BC} = U_{BK}.$$

Môžeme napísať

$$R_x I_1 = \varrho \frac{a}{S} I_2, \quad R I_1 = \varrho \frac{b}{S} I_2,$$

kde S je obsah kolmého rezu drôtu. Podielom posledných vzťahov a ich úpravou máme

$$R_x = \frac{a}{b} R. \quad (1)$$

- Medzi svorkami reálneho galvanometra môže byť malé elektrické napätie ΔU , dané triedou presnosti galvanometra, pri ktorom výchylka ručičky galvanometra je nulová. Ak $U_{CK} = 0$ V, potom výchylku galvanometra pozorovateľ považuje za nulovú v okolí (K_1, K_2) bodu K , kde $U_{KK_1} = U_{KK_2} = \Delta U$. Čím väčšie je napätie U_e zdroja, tým menšia je vzdialenosť $K_1 K_2$ a meranie je presnejšie.

c) Relatívna chyba merania odporu R , podľa (1)

$$\delta = \delta a + \delta b + \delta R = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta R}{R}.$$

kde Δa , Δb sú chyby merania dĺžok a , b , ΔR je chyba určenia odporu známeho rezistora, ktorú nemôžeme ovplyvniť, lebo je daná výrobnou presnosťou. Chyba merania je daná

$$\delta = \delta a + \delta b = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} = \frac{b\Delta a + a\Delta b}{ab}.$$

Ak označíme $a + b = d$, je chyba najmenšia vtedy, keď menovateľ výrazu

$$\delta a + \delta b = \frac{d - a + a}{(d - a)a} \Delta d = \frac{d}{(d - a)a} \Delta d$$

je najväčší. Pritom $\Delta a = \Delta b = \Delta d$ sú chyby odčítania dĺžky drôtu. Výraz

$$z = a(d - a)$$

dosahuje najväčšiu hodnotu z_1 , keď $a = d - a$.

Relatívna chyba merania je najmenšia, ak $a = b = \frac{d}{2}$.

To možno dosiahnuť voľbou $R \doteq R_x$.

4. úloha

Medzi rovinnými kovovými doskami s obsahom S prúdi stálou rýchlosťou v rovnobežne s doskami elektricky vodivá

kvapalina s mernou elektrickou vodivosťou γ . Prúd kvapaliny prechádza celým priestorom medzi kovovými doskami. Kvapalina sa nachádza v rovnomernom magnetickom poli, ktorého magnetická indukcia B je rovnobežná s doskami a kolmá na rýchlosť prúdu kvapaliny. Vzdialenosť medzi doskami je d . Ku kovovým doskám pripojíme rezistor s odporom R .

- Prochádza rezistorom elektrický prúd? Vysvetlite.
- Určte elektrické napätie U medzi doskami.
- Určte elektrický príkon P rezistora.

Riešenie:

- Úloha opisuje model hydrodynamického generátora. Predpokladáme iónovú vodivosť kvapaliny. Kladné ióny sa pôsobením Lorentzovej sily dostávajú na jednu a záporné ióny na druhú z kovových dosiek. Kladné ióny odoberajú elektróny z dosky, ktorá sa kladne zelektuje, záporné ióny odovzdávajú elektróny doske, ktorá sa záporne zelektuje. Medzi doskami, ktoré môžeme považovať za elektródy generátora, vzniká elektrické napätie. Ak ich spojíme s rezistorom, obvodom prechádza elektrický prúd.
- Na ión s nábojom Q pôsobí Lorentzova sila $F_L = QvB$ a sila elektrického poľa $F_e = EQ = \frac{U}{d} Q$. V rovnovážnom stave sú obidve sily rovnako veľké, $F_L = F_e$. Z tejto rovnosti vyjadríme napätie medzi doskami: $U = vBd$.
- Obvodom s rezistorom, ktorého odpor je R , prechádza prúd

$$I = \frac{U}{R + r}, \quad (3)$$

kde r je odpor kvapaliny medzi doskami.

Přibližně platí

$$r = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{S},$$

dosazením do (3)

$$I = \frac{vBd}{R + \frac{1}{\gamma} \frac{d}{S}}.$$

Výkon rezistora určíme

$$P = R \left(\frac{vBd}{R + \frac{1}{\gamma} \frac{d}{S}} \right)^2.$$

3. ÚLOHY KATEGORIE C

Úlohy a řešení recenzovali dr. Marta Chytilová, CSc. a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Dvě tělesa tvaru kvádrů o hmotnostech $m_1, m_2, m_2 > m_1$, jsou svázána vláknem a položena na nakloněnou rovinu tak, že vlákno je rovnoběžné se spádnicí nakloněné roviny. Nakloněná rovina svírá s vodorovnou rovinou úhel β . Součinitel smykového tření mezi prvním tělesem a podložkou je f_1 , mezi druhým tělesem a podložkou je $f_2, f_2 > f_1$. Určete, jakou silou je napínáno vlákno v těchto případech:

a) Soustava těles se pohybuje po nehybné nakloněné rovině jen působením tíhového pole.

b) Soustava je tažena po nakloněné rovině vzhůru rovnoměrným pohybem.

V každém případě je těleso o hmotnosti m_2 nejprve umístěno na nakloněné rovině výše než těleso o hmotnosti m_1 , potom obráceně.

Proveďte diskusi všech případů úlohy a) i b). Ke každému z nich nakreslete náčrtek a popište pohyb soustavy. Po diskusi řešte úlohu pro hodnoty: $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 8 \text{ kg}$, $\beta = 30^\circ$, $f_1 = 0,1$, $f_2 = 0,2$.

Řešení:

a) Soustava se pohybuje po nakloněné rovině dolů. Zvolíme osu souřadnic $+y$ rovnoběžnou se spádnicí nakloněné roviny a směřující dolů.

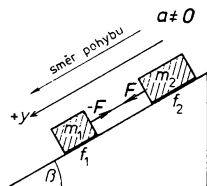
Na těleso o hmotnosti m_1 působí ve směru osy $+y$ síla $m_1 g \sin \beta$, v opačném směru třecí síla $m_1 g f_1 \cos \beta$. Na těleso o hmotnosti m_2 působí ve směru osy $+y$ síla $m_2 g \sin \beta$, v opačném směru třecí síla $m_2 g f_2 \cos \beta$. Zrychlení soustavy, souhlasně rovnoběžné s osou $+y$, označíme a . Podle 2. pohybového zákona platí pro pohyb soustavy

$$(m_1 + m_2) a = m_1 g \sin \beta - m_1 g f_1 \cos \beta + m_2 g \sin \beta - m_2 g f_2 \cos \beta, \quad (1)$$

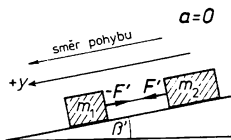
a to vždy, tj. v obou vzájemných polohách těles ve smyslu zadání. Z (1) vyjádříme zrychlení soustavy

$$a = g \frac{(m_1 + m_2) \sin \beta - (m_1 f_1 + m_2 f_2) \cos \beta}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

Je-li těleso o hmotnosti m_2 výše než těleso o hmotnosti m_1 , budeme o síle F , která napíná vlákno, předpokládat,



Obr. 33



Obr. 34

že je souhlasně rovnoběžná s osou $+y$ (obr. 33, 34). Na těleso o hmotnosti m_1 působí vlákno silou stejně velkou, ale opačného směru. Pro pohyb tělesa o hmotnosti m_1 proto platí podle 2. pohybového zákona

$$m_1 a = m_1 g \sin \beta - m_1 g f_1 \cos \beta - F.$$

Dosadíme za a z (2) a vyjádříme

$$F = \frac{m_1 m_2 g (f_2 - f_1) \cos \beta}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

Protože $f_2 > f_1$, je $F > 0$ N, tj. náš předpoklad o směru síly F byl správný.

Zrychlení a , jehož velikost je dána vztahem (2), může být buď nenulové, nebo nulové.

Pro $a \neq 0$ (obr. 33) koná soustava rovnoměrně zrychlený pohyb po nakloněné rovině dolů; vlákno je napínáno silou souhlasně rovnoběžnou s osou $+y$, jejíž velikost je dána vztahem (3). Pro $a = 0$ (obr. 34) se soustava pohybuje rovnoměrně a z (2) vyjádříme

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2}{m_1 + m_2}, \quad (4)$$

kde β' je úhel, který v tomto případě nakloněná rovina svírá s vodorovnou rovinou. Vlákno je napínáno silou F' , souhlasně rovnoběžnou s osou $+y$; její velikost je dána vztahem (3) pro úhel β' podle (4).

Je-li těleso o hmotnosti m_1 výše než těleso o hmotnosti m_2 a předpokládáme-li opět, že síla F je souhlasně rovnoběžná s osou $+y$, pak pro pohyb tělesa o hmotnosti m_2 platí

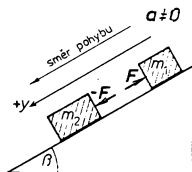
$$m_2 a = m_2 g \sin \beta - m_2 g f_2 \cos \beta - F.$$

Po dosazení z (2) dostaneme

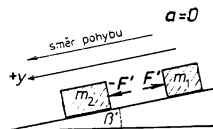
$$F = \frac{m_1 m_2 g (f_1 - f_2) \cos \beta}{m_1 + m_2}.$$

Poněvadž $f_1 < f_2$, učinili jsme o směru síly F nesprávný předpoklad; síla F má směr nesouhlasně rovnoběžný se směrem osy $+y$ a velikost danou vztahem (3).

Opět může být buď $a \neq 0$, nebo $a = 0$, a platí úvahy stejné jako v předchozím případě. Situace jsou znázorněny na obr. 35 a 36.



Obr. 35



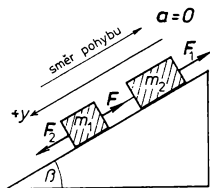
Obr. 36

Poznámka

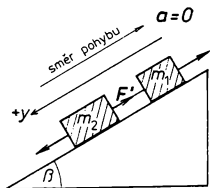
Klidová poloha soustavy se neuvažuje, poněvadž v úloze jsou dány jen součinitelé smykového tření.

- b) Při rovnoměrném pohybu vzhůru po nakloněné rovině (obr. 37, 38) si musíme představit, že na soustavu působí síla F_1 nesouhlasně rovnoběžná s osou $+y$, která je v rovnováze se silou F_2 , jejíž směr je souhlasně rovnoběžný se směrem osy $+y$: $F_1 = -F_2$.

Třecí síly působí ve směru souhlasně rovnoběžném s osou $+y$, takže



Obr. 37



Obr. 38

$$F_2 = m_1 g \sin \beta + m_1 g f_1 \cos \beta + m_2 g \sin \beta + m_2 g f_2 \cos \beta. \quad (6)$$

Je-li těleso o hmotnosti m_2 výše než těleso o hmotnosti m_1 , pak na těleso o hmotnosti m_1 působí síla F_2 , jejíž velikost je součtem velikostí tří sil (vlákno působí na těleso silou o velikosti F souhlasně rovnoběžnou se směrem osy $+y$):

$$F_2 = m_1 g \sin \beta + m_1 g f_1 \cos \beta + F.$$

S použitím (6) vyjádříme

$$F = m_2 g (\sin \beta + f_2 \cos \beta) = m_2 g \cos \beta (\operatorname{tg} \beta + f_2).$$

Je-li těleso o hmotnosti m_1 výše než těleso o hmotnosti m_2 , plyne z obdobné úvahy

$$F_2 = m_2 g \sin \beta + m_2 g f_2 \cos \beta + F'$$

a odtud

$$F' = m_1 g \cos \beta (\operatorname{tg} \beta + f_1).$$

Protože $m_2 > m_1$, $f_2 > f_1$, je $F > F'$.

Pro zadané hodnoty vychází v části a): $a \doteq 3,49 \text{ m.s}^{-2}$, $F \doteq 2,27 \text{ N}$, $\beta' \doteq 9^\circ 28'$, $F' \doteq 2,77 \text{ N}$; v části b): $F \doteq 52,8 \text{ N}$, $F' \doteq 20,0 \text{ N}$.

2. úloha (navrhl Milan Rádl)

Na povrchu Země v místě s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ byla změřena tíha F závaží A na siloměru se stupnicí v newtonech. Siloměr a závaží A vzal s sebou kosmonaut na cestu na planetu P. Po přistání na planetě P našel na jejím povrchu takový kámen B, že po jeho zavěšení na siloměr naměřil opět sílu F . Pak provedl tento pokus:

Na jeden konec vlákna upevnil těleso A, na druhý konec těleso B a vlákno vedl žlábkem pevné kladky. Zjistil, že těleso B klesá se zrychlením a .

a) Jak z výsledku pokusu stanovil kosmonaut zrychlení volného pádu g_P v místě pokusu na planetě?

Po obecném vyřešení úlohy řešte pro hodnoty $F = 9,81 \text{ N}$, $a = 1,20 \text{ m.s}^{-2}$.

Hmotnost vlákna, pevné kladky ani pasívní odpory při pohybu kladky neuvažujte.

- b) Kosmonaut měl k dispozici osobní automatickou pružinovou váhu s rovnoměrnou stupnicí (pro měření na povrchu Země v kilogramech 1 dílek odpovídá 1 kg) a věděl, že jeho hmotnost je asi 80 kg. Když se na planetě postavil na váhu, ustálil se index na dílku 55. stupnice. Jak z těchto informací ověřil správnost výsledku řešení úlohy a)?
- c) Jaká je hmotnost tělesa B?

Řešení:

- a) Na místě přistání jsou tělesa A, B přitahována k planetě silami

$$F_A = m_A g_P, \quad (1)$$

$$F_B = m_B g_P, \quad (2)$$

přičemž

$$F_B = m_A g. \quad (3)$$

Pro soustavu těles platí při pokusu, podle 2. pohybového zákona

$$(m_A + m_B) a = F_B - F_A$$

a s přihlédnutím k (1), (2), (3)

$$\left(m_A + m_A \frac{g}{g_P} \right) a = m_A g - m_A g_P,$$

z čehož dostaneme pro g_P kvadratickou rovnici

$$g_P^2 + (a - g) g_P + ag = 0. \quad (4)$$

Rovnice (4) má dva reálné kořeny, jestliže pro

$$D = (g - a)^2 - 4ag$$

platí $\{D\} > 0$.

Tyto kořeny jsou

$$(g_P)_{1,2} = \frac{g - a \pm \sqrt{(g - a)^2 - 4ag}}{2},$$

pro zadané hodnoty $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, $a = 1,2 \text{ m.s}^{-2}$ je

$$\{D\} \doteq 27 > 0, g_{P1} \doteq 6,9 \text{ m.s}^{-2}, g_{P2} \doteq 1,7 \text{ m.s}^{-2}.$$

Pro danou planetu ovšem platí jen jeden kořen; který z nich to je, o tom rozhodne řešení úlohy b).

- b) Postaví-li se kosmonaut o hmotnosti m na desku osobní váhy na povrchu Země, působí na desku tlakovou silou $F_Z = mg$ a index se ustálí na dílku 80. Postaví-li se na desku osobní váhy na povrchu planety P, působí na desku tlakovou silou $F_P = mg_P$ a index se ustálí na dílku 55. Platí tedy

$$\frac{g}{g_P} = \frac{80}{55}, \quad g_P = g \frac{55}{80} \doteq 6,7 \text{ m.s}^{-2}.$$

Zrychlení volného pádu v místě přistání na povrchu planety P je tedy dáno kořenem g_{P1} rovnice (4). Rozdíl mezi g_P a g_{P1} je způsoben především nepřesností hodnoty předpokládané pro m .

- c) Hmotnost tělesa B je

$$m_B = \frac{F}{g_P} = \frac{9,81}{6,9} \text{ kg} \doteq 1,4 \text{ kg}.$$

3. úloha (navrhl doc. dr. Miroslav Svoboda, CSc.)

Při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ má zinková válcová tyč délku $l_1 = 200\text{ mm}$ a měděná válcová tyč délku $l_2 = 201\text{ mm}$.

- a) Mohou mít tyče při některé teplotě $t \neq 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ stejnou délku?

Teplotní součinitel délkové roztažnosti zinku

$$\alpha_1 = 26,3 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}, \text{ mědi } \alpha_2 = 16,8 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}.$$

- b) Při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ je každá tyč těsně zasazena mezi dvě nehybné zarážky, jejichž roviny jsou kolmé k podélné ose tyče. Která tyč působí na zarážky větší tlakovou silou, jestliže se teplota tyčí zvětší na $100\text{ }^{\circ}\text{C}$? Předpokládáme, že deformace tyčí je pružná. Dále předpokládáme, že při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ je poměr poloměrů tyčí $r_1 : r_2 = l_1 : l_2$. Modul pružnosti v tahu zinku $E_1 = 9,0 \cdot 10^{10}\text{ Pa}$, mědi $E_2 = 12,3 \cdot 10^{10}\text{ Pa}$.

- c) Které fyzikální předpoklady činíme o veličinách α_1 , α_2 , E_1 , E_2 ? Jakým předpokladem zjednodušíme matematické řešení úlohy b)?

Řešení:

- a) Pro teploty $t > 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ je třeba splnit podmínku

$$l_1(1 + \alpha_1 t) = l_2(1 + \alpha_2 t),$$

odtud

$$t = \frac{l_2 - l_1}{l_1 \alpha_1 - l_2 \alpha_2} \doteq 531\text{ }^{\circ}\text{C};$$

tato teplota je vyšší než teplota tání zinku ($419,5\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Obdobně pro $t < 0\text{ }^{\circ}\text{C}$

$$t = \frac{l_1 - l_2}{l_1\alpha_1 - l_2\alpha_2} \doteq -531\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Výsledek nemá fyzikální smysl, poněvadž tato teplota je menší než 0 K .

Obě tyče tedy nemohou mít stejnou délku při žádné teplotě.

b) Podle Hookova zákona

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma_n,$$

kde ε je poměrné prodloužení, $\sigma_n = \frac{F}{S}$ normálové mechanické napětí způsobené silou F v tyči, jejíž kolmý řez má obsah S . Při teplotě t má zinková tyč délku $l_t = l_1(1 + \alpha_1 t)$, její poměrné prodloužení

$$\varepsilon_1 = \frac{l_t - l_1}{l_1} = \alpha_1 t = \frac{F_1}{E_1 S_1},$$

odtud

$$F_1 = \alpha_1 t E_1 S_1, \quad (1)$$

kde S_1 je obsah kolmého řezu zinkové tyče.

Obdobně pro měděnou tyč, jejíž kolmý řez má obsah S_2 ,

$$F_2 = \alpha_2 t E_2 S_2. \quad (2)$$

Z (1) a (2) stanovíme podíl

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{E_1}{E_2} \frac{S_1}{S_2}. \quad (3)$$

Pro obsahy kolmých řezů tyčí platí

$$S_1 = \pi r_1^2 (1 + \alpha_1 t)^2 \approx \pi r_1^2 (1 + 2 \alpha_1 t),$$

$$S_2 \approx \pi r_2^2 (1 + 2 \alpha_2 t);$$

podíl obsahů kolmých řezů za předpokladu $r_1 : r_2 = l_1 : l_2$ je

$$\frac{S_1}{S_2} \approx \frac{r_1^2}{r_2^2} \frac{1 + 2 \alpha_1 t}{1 + 2 \alpha_2 t} = \frac{l_1^2}{l_2^2} \frac{1 + 2 \alpha_1 t}{1 + 2 \alpha_2 t}.$$

Dosazením do (3)

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{E_1}{E_2} \frac{l_1^2}{l_2^2} \frac{1 + 2 \alpha_1 t}{1 + 2 \alpha_2 t}.$$

Pro zadané hodnoty

$$\frac{F_1}{F_2} \doteq 1,1 > 1, \text{ tedy } F_1 > F_2.$$

Zinková tyč působí na zarážky větší silou než tyč měděná.

- c) Při řešení úlohy a) předpokládáme, že veličiny α_1, α_2 jsou konstantní v celém oboru teplot od -273°C až do teploty tání zinku. Při řešení úlohy b) předpokládáme, že veličiny $\alpha_1, \alpha_2, E_1, E_2$ jsou konstantní v intervalu teplot od 0°C do 100°C . Matematické řešení zjednodušujeme

předpoklady $\alpha_1 t \ll 1$, $\alpha_2 t \ll 1$, což je pro zadané hodnoty velmi dobře splněno, neboť $\alpha_1 t \doteq 2,6 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_2 t \doteq 1,7 \cdot 10^{-3}$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V dutém rotačním válci se svislou osou rotace je uzavřen vzduch pístem o hmotnosti m . Je-li h vzdálenost dna válce od dolní podstavy pístu, je píst v rovnovážné poloze.

Atmosférický tlak je p_a . Obsah podstavy pístu je S . Posuneme-li píst po krátké dráze y dolů a uvolníme, koná píst kmitavý pohyb.

- Dokažte, že kmity pístu jsou harmonické, považujeme-li vzduch za ideální plyn, jehož teplota je stálá, a pohybuje-li se píst ve válci bez tření. Jaký by byl pohyb pístu, jestliže některý z uvedených předpokladů není splněn?
- Určete periodu harmonických kmitů pístu.
- Jak se změni perioda harmonických kmitů, jestliže za jinak stejných podmínek položíme na horní podstavu pístu závaží o hmotnosti m_0 ?

Poznámka

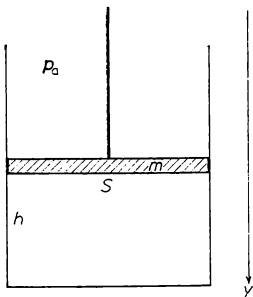
Uvažte, že při izotermickém ději je $pV = \text{konst.}$, a proto $\Delta(pV) = 0$ nebo $V\Delta p + p\Delta V = 0$.

Řešení:

- Zvolíme svislou osu souřadnic y orientovanou dolů (obr. 39). Na píst působí tíhová síla mg svisle dolů, atmosférická tlaková síla $p_a S$ svisle dolů, tlaková síla vzduchu pod pístem pS svisle vzhůru, p je tlak vzduchu pod pístem. Při rovnovážné poloze pístu platí

$$mg + p_a S - pS = 0.$$

Označme V počáteční objem plynu pod pístem. Posune-li



Obr. 39

se píst o malou délku y dolů, zmenší se objem plynu pod pístem o hodnotu ΔV a zvětší se jeho tlak o hodnotu Δp . Protože děj je izotermický, je $pV = \text{konst.}$ a $\Delta(pV) = 0$, $\Delta(pV) = V\Delta p + p\Delta V = 0$. Pomocí tohoto vztahu dostaneme

$$\Delta p = -p \frac{\Delta V}{V} = -\frac{pS}{V} y.$$

Poněvadž $pS = mg + p_a S$, $V = hS$, dostaneme

$$\Delta p = -\frac{mg + p_a S}{hS} y = -\frac{p_a + \frac{mg}{S}}{h} y.$$

Po uvolnění působí na píst výsledná síla $S\Delta p$ a uděluje mu zrychlení a . Podle 2. Newtonova zákona platí

$$\Delta p S = ma,$$

neboli

$$-\frac{p_a + \frac{mg}{S}}{h} y S = ma.$$

Odtud vyjádříme

$$a = -\frac{Sp_a + mg}{hm} y. \quad (1)$$

Protože veličiny S , p_a , m , g , h jsou kladné a konstantní, můžeme konstantní hodnotu zlomku na pravé straně označit ω^2 ; potom

$$a = -\omega^2 y, \quad (2)$$

takže pohyb je skutečně harmonický.

Kdyby teplota vzduchu pod pístem nebyla stálá a vzduch nebyl ideální plyn, nemohli bychom použít Boyleův zákon, který má pro požadovaný důkaz zásadní význam. Kdyby se píst nepohyboval bez tření, pak by ve vztahu pro rovnovážnou polohu pístu přibyla ještě další síla, která by na pohyb pístu působila jako síla brzdící. Píst by konal tlumený kmitavý pohyb nebo by jeho pohyb byl neperiodický.

b) Porovnáním (1) a (2) najdeme úhlovou frekvenci

$$\omega = \sqrt{\frac{Sp_a + mg}{hm}}$$

a odtud periodu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g + \frac{Sp_a}{m}}}. \quad (3)$$

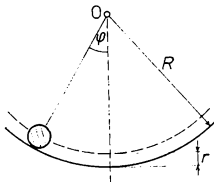
c) Při přidání závaží o hmotnosti m_0 na píst se perioda změní na

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g + \frac{Sp_a}{m + m_0}}}. \quad (4)$$

Protože jmenovatel zlomku v (4) je menší než jmenovatel zlomku v (3), je $T' > T$, takže přidáním závaží se perioda kmitů prodlouží.

5. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.) ke studijnímu tématu

Po vnitřní straně válcové plochy o poloměru R upevněné na vodorovné podložce koná stejnorodý válec o poloměru r , $r < R$, bez smyku valivý pohyb (obr. 40).



Obr. 40

- a) Určete kinetickou energii válce v poloze určené úhlem φ podle obrázku. Moment setrvačnosti stejnorodého válce vzhledem k ose rotace je $I = \frac{1}{2} m r^2$, kde m je hmotnost válce.
- b) Valivý pohyb válce začíná v poloze dané úhlem $\varphi = \frac{\pi}{3}$ rad ve stejnorodém tíhovém poli. Určete rychlost v posuvného pohybu a úhlovou rychlost ω otáčivého pohybu při průchodu válce rovnovážnou polohou, je-li $R = 1$ m, $r = 0,01$ m. Odporové síly neuvažujte.

Řešení:

- a) Pohyb válce je složený z posuvného pohybu a otáčivého pohybu kolem rotační osy. Kinetická energie pohybujícího se válce

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2, \quad (1)$$

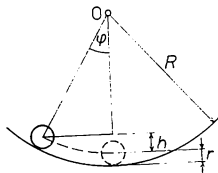
kde v je rychlost posuvného pohybu, ω úhlová rychlost otáčivého pohybu.

Podle obr. 41

$$v = (R - r) \frac{d\varphi}{dt}, \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{R - r}{r} \frac{d\varphi}{dt}.$$

Po dosazení do (1)

$$E_k = \frac{3}{4} m (R - r)^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2. \quad (2)$$



Obr. 41

- b) Mezi krajní a rovnovážnou polohou nastane změna tíhové potenciální energie ΔE_p a změna kinetické energie ΔE_k .

$$\begin{aligned}\Delta E_p &= mgh = mg[(R - r) - (R - r) \cos \varphi] = \\ &= mg(R - r)(1 - \cos \varphi).\end{aligned}$$

Změna ΔE_k je vyjádřena vztahem (2). Podle zákona zachování mechanické energie platí rovnost $\Delta E_p = \Delta E_k$ a z této rovnosti vyjádříme

$$\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{4g(1 - \cos \varphi)}{3(R - r)}} \doteq 2,57 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$v = (R - r) \frac{d\varphi}{dt} \doteq 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$\omega = \frac{R - r}{r} \frac{d\varphi}{dt} \doteq 254 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

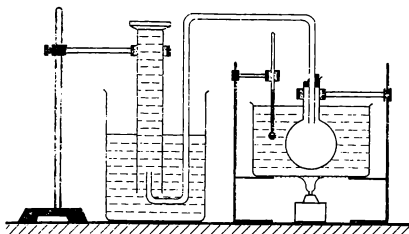
Poznámka

Úlohu a) lze řešit také určením energie otáčivého pohybu válce kolem okamžité osy — společné povrchové přímky

válcové plochy o poloměru R a stejnorodého válce o poloměru r . Vzhledem k této přímce má válec, podle věty Steinerovy, moment setrvačnosti $I' = \frac{3}{2} mr^2$.

6. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Ověření platnosti stavové rovnice s použitím pokusu sestaveného podle obr. 42.



Obr. 42

Přípravné otázky

1. V baňce spojené s odměrným válcem zahříváme vzduch. Které stavové veličiny vzduchového tělesa se při tom mění a kterou lze považovat za konstantní?
2. Který zvláštní případ stavové rovnice pro vzduchové těleso můžete pokusem ověřit? Zapište příslušný vztah.
3. Zapište pro odměrný válec jednotku stupnice, objem odpovídající nejmenšímu dílku stupnice a měřicí rozsah

válce. Zapište pro teploměr jednotku stupnice a měřicí rozsah.

4. Jak změříte vnitřní objem V_0 baňky od zátky ke dnu a vnitřní objem trubice spojující baňku s válcem?
5. Vysvětlete, jak změříte odměrným válcem změnu ΔV objemu vzduchového tělesa při určité teplotě tělesa.

Provedení pokusu a měření

1. Sestavte pokus podle obrázku. Odměrný válec je zcela naplněn vodou. Po vyrovnání teploty mezi vodní lázní s baňkou a vzduchem v baňce změřte počáteční teplotu t_0 vodní lázně.
2. Malým plamenem zahřívejte vodní lázeň tak, abychom mohli předpokládat, že vzduch v baňce a vodní lázeň mají v každém okamžiku stejnou teplotu.
3. Proveďte aspoň pět měření teploty vodní lázně t a příslušné změny objemu vzduchu ΔV a zapište naměřené veličiny do tabulky. První měření v tabulce je $t = t_0$, $\Delta V = 0 \text{ cm}^3$.

Zpracování měření

1. Každou dvojici naměřených veličin doplňte do tabulky těmito údaji: teplota T vyjádřená v kelvinech,

$$V = V_0 + \Delta V, \frac{V}{T}.$$

2. Porovnejte číselné hodnoty veličiny $\frac{V}{T}$ v posledním sloupci tabulky.
3. Podle tabulky narýsujte na milimetrový papír graf funkce $V = f(t)$.

Závěr a zhodnocení řešení úlohy

Souhlasí výsledky pokusu se vztahem $\frac{V}{T} = \text{konst.}$?

Pokuste se vysvětlit případné odchylky.

Řešení:

Příprava

1. K sestavení a provedení pokusu podle obr. 42 potřebujeme tyto pomůcky: odměrný válec, baňku se zátkou a skleněnou trubicí, teploměr, lihový kahan; nádobu, jejíž obsah vodorovného řezu je několikanásobně větší než obsah kolmého řezu odměrného válce; nádobu, jejíž obsah vodorovného řezu je značně větší než obsah největšího vodorovného řezu baňky; míchačku; tři stojany s vodorovnými držáky pro odměrný válec, teploměr a baňku; sítku; teploměr pro měření teploty okolního vzduchu; aneroid. (Míchačka není na obr. 42 zakreslena.)
2. Stavová rovnice pro ideální plyn je dána vztahem

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1)$$

kde p je tlak plynu, V je objem plynného tělesa, m je hmotnost plynného tělesa, M je molární hmotnost plynu, T je teplota plynu, R je molární plynová konstanta.

Zjednodušující předpoklady pro řešení úlohy:

Při řešení úlohy předpokládáme, že vzduch je ideální plyn. Počáteční objem V_0 vzduchu se rovná vnitřnímu objemu baňky až k zátce, vnitřnímu objemu trubice od zátky ke konci trubice zasahujícímu do vody v odměrném válci; jestliže tyto části nejsou vyplněny vodou, tlak tohoto vzduchu se přibližně rovná atmosférickému tlaku

p_a . Při pomalém zahřívání baňky ve vodní lázni se tlak vzduchu p uvnitř baňky stále vyrovnává s vnějším atmosférickým tlakem p_a tím, že vzduch pomalu uniká trubici do odměrného válce, vytlačuje vodu z válce do vnější nádoby a zadržuje se nad volným povrchem vody ve válci. Vzduch může unikat z trubice do válce teprve tehdy, když jeho tlak v baňce a v trubici vzroste o hydrostatický tlak sloupce vody v odměrném válci nad ústím trubice. Tento tlak není stálý, protože výška sloupce vody se zkracuje; vzhledem k atmosférickému tlaku je však zanedbatelný. Během pokusu se objem V vzduchu zvětšuje o objem ΔV vzduchu zachyceného v odměrném válci nad volným povrchem vody. Nádobu, v níž je ponořen odměrný válec, volíme tak, aby obsah jejího vodorovného řezu byl několikrát větší než obsah kolmého řezu odměrného válce; pak zvyšování volného povrchu vody ve vnější nádobě lze zanedbat. Dále zanedbáváme změnu vnitřního objemu baňky a trubice a předpokládáme, že teplota vzduchu v baňce, v trubici i ve válci je v každém okamžiku stejná. Měření ukončíme dříve, než volný povrch vody v odměrném válci dosáhne k volnému povrchu vody ve vnější nádobě.

Za těchto zjednodušujících podmínek můžeme považovat tlak p a hmotnost m vzduchového tělesa za konstantní. Pokusem ověřujeme zvláštní případ stavové rovnice pro děj izobarický. Hypotéza pokusu tedy je:

$$\frac{V}{T} = \text{konst.} \quad (2)$$

3. Vymezili jsme řadu zjednodušujících předpokladů pro pokus, při němž probíhá izobarický děj. Tyto předpoklady jsou ve skutečnosti splněny jen přibližně. Za těchto podmínek k ověření vztahu (2) postačí, zvolíme-li odměrný válec s nejmenším dílkem na stupnici odpovídajícím

1 ml a teploměr s nejmenším dílkem na stupnici odpovídajícím 1 °C. Odchylna při čtení na stupnicích je 0,5 ml a 0,5 °C. Měřicí rozsah odměrného válce zvolíme 100 ml a teploměru od 0 °C do 100 °C.

4. Určení počátečního objemu baňky a spojovací trubice: Počáteční objem V_b baňky určíme tak, že baňku naplníme vodou, zazátkujeme a odstraníme vzduchové bubliny. Když přebytečná voda odteče, přelejeme vodu z baňky do vhodného odměrného válce; po ustálení vody a odstranění vzduchových bublin změříme objem vody. Trubicu v poloze podle obr. 42 ponoříme pravým otvorem do nádoby s vodou a levým otvorem nasajeme do trubice vodu až k levému otvoru. Uzavřeme otvory. Potom přelejeme vodu do odměrného válce. Po ustálení vody a odstranění vzduchových bublin změříme objem V_1 vody. Po sestavení pokusu změříme délku části trubice pod zátkou a určíme vnitřní objem V_2 této části trubice. Objem vzduchu v trubici je pak $V_t = V_1 - V_2$. Objem skla trubice pod zátkou považujeme za zanedbatelný.
5. Změny objemu ΔV vzduchového tělesa v odměrném válci určíme na stupnici válce.

Provedení pokusu

Sestavíme pokus podle obr. 42.

Zapišeme podmínky pokusu:

Objem vzduchového tělesa $V_0 = V_b + V_t = 427$ ml; $V = V_0 + \Delta V$; teplota vody $t_0 = 21,0$ °C, teplota vzduchu 22,0 °C; atmosférický tlak $p_a = 986$ mbar.

Připravíme tabulku 12.

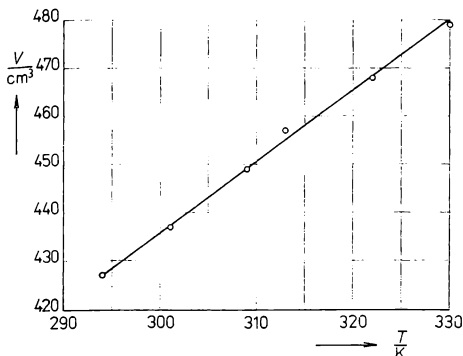
Tabulka 12

1	2	3	4	5	6
Měření	t °C	ΔV cm ³	V cm ³	T K	$\frac{V}{T}$ cm ³ .K ⁻¹
1	21	0,0	427	294	1,45
2	28	10	437	301	1,45
3	36	22	449	309	1,45
4	40	30	457	313	1,46
5	49	41	468	322	1,45
6	57	52	479	330	1,45

Do sloupců 2 a 3 zapíšeme naměřené hodnoty veličin; po ukončení měření určíme ve sloupci 4 objem vzduchového tělesa při teplotě t ; ve sloupci 5 zapíšeme příslušnou termodynamickou teplotu $T = [\{t\} + 273]$ K; ve sloupci 6 určíme hodnoty veličiny $\frac{V}{T}$. Podle sloupců 5 a 4 sestojíme graf funkce $V = f(T)$ – obr. 43.

Závěr a zhodnocení řešení úlohy

Číselné hodnoty ve sloupci 6 se shodují na dvě platné číslice, průměrná hodnota $\frac{V}{T} \doteq 1,45 \text{ cm}^3 \cdot \text{K}^{-1}$. Hypotézu pokusu (2) jsme tedy ověřili s relativní odchylkou menší než 10^{-1} , tj. 10 %. Vzhledem k neurčitostem pokusu vymezeným v bodě 2 přípravy je dosažený výsledek přiměřený.

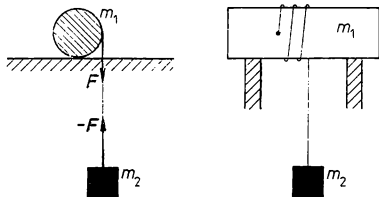


Obr. 43

7. úloha (navrhl ing. Jiří Machalický, CSc.)

Na dvou vodorovných kolejnicích koná stejnorodý rotační válec o poloměru r a hmotnosti m_1 valivý pohyb. Na válci je navinuto vlákno, na jehož volném konci je upevněno závaží o hmotnosti m_2 (obr. 44). Součinitel smykového tření mezi válcem a kolejnicemi je f .

- Určete zrychlení a posuvného pohybu těžiště válce, na který působí odvíjející se vlákno tahovou silou. Zrychlení určete pro okamžik, kdy se obě tělesa dávají do pohybu.
- Při které nejmenší hodnotě součinitele smykového tření mezi válcem a kolejnicemi nedojde v okamžiku uvedení těles do pohybu ke smyku, tj. k prokluzování válce?



Obr. 44

- c) Pro $f = 0,15$ stanovte nejmenší hodnotu poměru $p = \frac{m_1}{m_2}$ tak, aby válec začal valivý pohyb bez smyku. Moment setrvačnosti stejnorodého rotačního válce vzhledem k rotační ose je $I_0 = \frac{1}{2} m r^2$. Valivý odpor je zanedbatelný.

Řešení:

- a) Napíšeme pohybové rovnice pro okamžik, kdy se obě tělesa dávají do pohybu, a to válec ve směru vodorovném a závaží ve směru svislém se zrychlením o stejné velikosti a . Vlákno je ještě svislé a je napínáno tahovou silou o velikosti

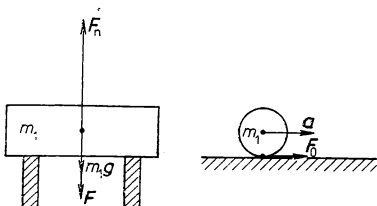
$$F = m_2 (g - a). \quad (1)$$

Na válec působí ve svislém směru tahová síla vlákna F , tíha válce $m_1 g$ a opačným směrem reakce podložky F_n , která je součtem

$$F_n = F + m_1 g. \quad (2)$$

Ve směru vodorovném působí na válec podložka tečnou silou (obr. 45) F_0 , která udělí válci zrychlení a , a tedy je

$$F_0 = m_1 a. \quad (3)$$



Obr. 45.

Tečná síla F_0 může nabýt nejvýše hodnoty třecí síly $F_t = fF_n$, jinak by válec na podložce prokluzoval, takže

$$F_0 \leq fF_n. \quad (4)$$

Předpokládejme, že podmínka (4) je splněna a že k prokluzování nedojde. Pro otáčivý pohyb válce kolem okamžité — osy povrchové přímky ležící v rovině podložky — platí

$$I\alpha = M, \quad (5)$$

$$\text{kde } M = Fr \text{ je moment síly } F, \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{a}{r} \text{ úhlové zrychlení pohybu.} \quad (7)$$

Podle Steinerovy věty je

$$I = I_0 + m_1 r^2 = \frac{3}{2} m_1 r^2. \quad (8)$$

moment setrvačnosti válce vzhledem ke zvolené ose.

Dosadíme (1) do (6) a (6), (7), (8) do (5) a po úpravách dostaneme

$$a = \frac{2 m_2 g}{3 m_1 + 2 m_2} = \frac{g}{1 + \frac{3 m_1}{2 m_2}}. \quad (9)$$

b) Do podmínky (4) dosadíme (3), (2), (1), (9) a po úpravách najdeme pro součinitele tření podmínku

$$f \geq \frac{1}{\frac{3 m_1}{2 m_2} + \frac{5}{2}}. \quad (10)$$

c) Pro $f = 0,15$ dostaneme z (10) poměr

$$p = \frac{m_1}{m_2} \geq 2,78,$$

takže musí být $m_1 \geq 2,78 m_2$.

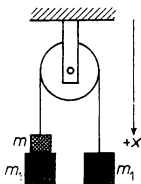
b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.

1. úloha

Dva kovové válce, z nichž každý má hmotnost m_1 , jsou zavěšeny na koncích lana vedeného přes pevnou kladku. Obě tělesa jsou v rovnovážné poloze v klidu. Položíme-li na válec vlevo těleso o hmotnosti m , uvede se soustava působením tíhy mg do pohybu v kladném směru osy souřadnic x . Tření neuvažujte.

- a) Jaký pohyb koná soustava? Určete zrychlení a soustavy, jestliže hmotnosti lana a kladky jsou zanedbatelné.
Zpřesněte název pohybu.
- b) Jak se změní situace, jestliže hmotnost m_1 lana není zanedbatelná vzhledem k ostatním hmotnostem soustavy? Určete zrychlení soustavy v tomto případě. Délka lana je l , výchozí klidová poloha podle obr. 46. Jaký pohyb koná v tomto případě soustava?



Obr. 46

Řešení:

- a) Soustava koná zrychlený pohyb. Na soustavu působí síla mg , která soustavě uděluje zrychlení a . Celková hmotnost soustavy je $2 m_1 + m$. Podle 2. pohybového zákona Newtonova platí

$$(2 m_1 + m) a = mg,$$

$$a = \frac{m}{2 m_1 + m} g = \text{konst.}$$

Soustava koná rovnoměrně zrychlený pohyb. Těleso vpravo se pohybuje se zrychlením — a vzhůru, tělesa vlevo se pohybují se zrychlením a dolů.

- b) Není-li hmotnost lana zanedbatelná, zvětšuje se na levé straně tahová síla s časem. Klesnou-li tělesa vlevo po dráze s , vystoupí těleso vpravo po dráze s ; lano je převísle na levé straně o délku $2 s$ vzhledem k ose kladky. Hmotnost této části lana je

$$2 s \frac{m_l}{l};$$

odvinutá část lana délky $2 s$ působí na levé straně tíhou

$$2 s \frac{m_l}{l} g.$$

Podle 2. pohybového zákona Newtonova platí

$$(2 m_1 + m + m_l) a = \left(m + \frac{2 m_l s}{l} \right) g,$$

$$a = \frac{m_1 + 2 m_l s}{l (2 m_1 + m + m_l)} g,$$

$a \neq \text{konst.}$ je lineární funkcí délky s .

Pohyb soustavy je nerovnoměrně zrychlený, zrychlení roste s délkou s odvinutého lana.

2. úloha

Dokažte, že oběžná doba umělé družice, která obíhá kolem centrálního tělesa po kruhové trajektorii v bezprostřední blízkosti jeho povrchu, závisí jen na střední hustotě centrálního tělesa.

Určete oběžnou dobu takové umělé družice obíhající

- kolem Země,
- kolem Jupitera,
- kolem neutronové hvězdy.

Střední hustota Země $\rho_Z = 5,52 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, střední hustota Jupitera $\rho_J = 1,33 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, střední hustota neutronové hvězdy odpovídá řádově hustotě atomových jader $\rho_N = 10^{17} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

Označme r vzdálenost umělé družice od středu tělesa, které modelujeme jako kulové homogenní těleso, r je roven přibližně poloměru tělesa. Dále označme m hmotnost umělé družice, M hmotnost tělesa a ω úhlovou rychlost pohybu družice. V našem modelu se družice pohybuje v centrálním gravitačním poli tělesa. Gravitační zrychlení je dostředivým zrychlením pohybu; proto

$$\kappa \frac{mM}{r^2} = m\omega^2 r. \quad (1)$$

Pro hmotnost modelu tělesa platí

$$M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \quad (2)$$

a dále platí

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}. \quad (3)$$

Do (1) dosadíme z (2) a (3), upravíme a vyjádříme

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{\kappa\rho}};$$

doba T tedy skutečně závisí jen na střední hustotě centrálního tělesa.

Gravitační konstanta $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. Pro zadané hodnoty hustoty dostáváme:

- a) $T_Z \doteq 5,1 \cdot 10^3 \text{ s}$
- b) $T_J \doteq 1,03 \cdot 10^4 \text{ s}$
- c) $T_N \doteq 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

3. úloha

Délku homogenní kovové tyče lze vyjádřit jako stoupající lineární funkci teploty.

- a) Homogenní kovová tyč má při teplotě 0°C délku l_0 a při teplotě t_1 , $t_1 > 0^\circ\text{C}$ délku l_1 . Určete teplotní součinitel délkové roztažnosti α kovu.

- b) Homogenní kovová tyč má při teplotě t_1 délku l_1 a při teplotě t_2 délku l_2 ; $t_2 > t_1$, $t_1 > 0$ °C. Určete teplotní součinitel délkové roztažnosti α kovu.
- c) V obou případech a), b) nakreslete náčrtek funkce $l = f(t)$. S využitím grafů a teplotních součinitelů délkové roztažnosti určených v úlohách a), b) napište rovnici $l = f(t)$.

Řešení:

- a) Pro veličiny l_1 , l_0 , t_1 platí

$$l_1 = l_0 (1 + \alpha t_1),$$

odtud

$$\alpha = \frac{l_1 - l_0}{l_0 t_1}. \quad (1)$$

- b)

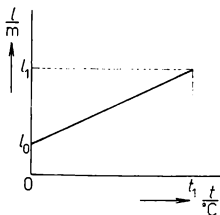
$$\begin{aligned} l_1 &= l_0 (1 + \alpha t_1) \\ l_2 &= l_0 (1 + \alpha t_2) \end{aligned}$$

Z této soustavy rovnic vyloučíme l_0 a vyjádříme

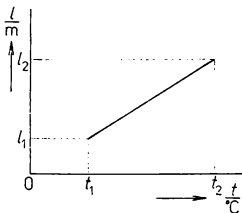
$$\alpha = \frac{l_2 - l_1}{l_1 t_2 - l_2 t_1}. \quad (2)$$

- c) Náčrty jsou na obr. 47 pro případ a) a na obr. 48 pro případ b). V případě a) platí

$$l = l_0 + \frac{l_1 - l_0}{t_1} t,$$



Obr. 47



Obr. 48

po dosazení z (1) a úpravě

$$l = l_0 (1 + \alpha t). \quad (3)$$

V případě b)

$$l = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{t_2 - t_1} (t - t_1),$$

po dosazení z (2) a úpravě

$$l = \frac{l_1 t_2 - l_2 t_1}{t_2 - t_1} (1 + \alpha t). \quad (4)$$

Rovnice (3) a (4) určují délku l tyče při libovolné teplotě t vyhovující podmínce $t \geq 0$ °C. Přitom se ovšem předpokládá, že součinitel α je v uvažovaném oboru teplot konstantní.

4. úloha

Nakloněná rovina o výšce h svírá s vodorovnou rovinou úhel β . Z nejvyššího místa nakloněné roviny jsou současně z klidové polohy spuštěny dvě kovové koule o stejné hmotnosti m a stejném poloměru r , z nichž jedna je plná a druhá tenkostěnná dutá. Obě koule jsou z homogenního materiálu. Koule konají po nakloněné rovině valivý pohyb bez smyku.

Moment setrvačnosti plné koule $I_{01} = \frac{2}{5} mr^2$, tenkostěnné koule $I_{02} = \frac{2}{3} mr^2$. Valivý odpor neuvažujte.

- Jak poznáme při pozorování pohybu koulí, která z nich je plná a která tenkostěnná dutá? Odpověď zdůvodněte určením poměru $t_1 : t_2$, kde t_1 je doba pohybu plné koule, t_2 doba pohybu tenkostěnné duté koule po nakloněné rovině.
- Po dosažení dolního konce nakloněné roviny se koule pohybují za stejných podmínek dále po vodorovné rovině. Jaká je vzájemná vzdálenost středů obou koulí v okamžiku, kdy poslední z nich dosáhne dolního konce nakloněné roviny?

Řešení:

- a) Vyjádříme zákon zachování energie pro polohu koule na počátku a na konci pohybu po nakloněné rovině. Pro plnou kouli

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} I_{01} \omega_1^2 = mgh,$$

pro tenkostěnnou dutou kouli

$$\frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} I_{02} \omega_2^2 = mgh.$$

Po dosazení ze zadaných vztahů pro momenty setrvačnosti a z podmínky pro valivý pohyb bez smyku ($v = r\omega$) dostaneme pro plnou kouli na dolním konci nakloněné roviny

$$\frac{7}{10} v_1^2 = gh \quad (1)$$

a pro dutou tenkostěnnou kouli

$$\frac{5}{6} v_2^2 = gh.$$

Potřebujeme nyní zjistit, která z koulí se dostane na dolní konec nakloněné roviny dříve; podle toho poznáme, která z nich je plná a která dutá. Stanovíme nejprve obecně zrychlení a koule, jejíž moment setrvačnosti je I , při pohybu po nakloněné rovině s úhlem sklonu β .

Ze zákona zachování energie dostaneme, je-li s délka nakloněné roviny a v rychlost středu koule na jejím konci:

$$2mgh = 2mgs \sin \beta = mv^2 + I\omega^2 = mv^2 + I\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \\ = v^2 \left(m + \frac{I}{r^2}\right),$$

tedy

$$v^2 = \frac{2mgs \sin \beta}{m + \frac{I}{r^2}}. \quad (2)$$

Označíme t dobu, za kterou se střed koule posune o délku s . Ze vztahů

$$v = at, s = \frac{1}{2} at^2$$

vyjádříme $a = \frac{v^2}{2s}$ a po dosazení z (2)

$$a = \frac{mg \sin \beta}{m + \frac{I}{r^2}}.$$

Pro plnou, popř. dutou kouli dostaneme zrychlení

$$a_1 = \frac{7}{5} g \sin \beta, \text{ popř. } a_2 = \frac{3}{5} mg \sin \beta. \quad (3)$$

$$\text{Protože } t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a_1}}, \quad t_2 = \sqrt{\frac{2s}{a_2}}, \quad (4)$$

dostáváme

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} = \sqrt{\frac{15}{35}} < 1,$$

takže $t_1 < t_2$ a plná koule se dostane na dolní konec nakloněné roviny dříve.

- b) Dutá koule se dostane na dolní konec nakloněné roviny později o dobu $\Delta t = t_2 - t_1$. Po opuštění nakloněné roviny má plná koule, jak vyplývá ze vztahu (1), rychlost

$$v_1 = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$

a za dobu Δt se její střed posune o délku

$$s_0 = (t_2 - t_1) v_1.$$

Po dosazení z (4) s přihlédnutím k (3) a s použitím vztahu $h = s \sin \beta$ dostaneme výsledek

$$s_0 = h \sqrt{\frac{20}{7}} \left(\sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{7}{5}} \right) = h \left(\frac{10}{\sqrt{21}} - 2 \right) \doteq 0,182 h.$$

4. ÚLOHY KATEGORIE D

Úlohy a řešení recenzovali dr. Ivo Volf a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl dr. Ivo Volf, na úloze č. 6 spolupracoval Miroslav Ouhrabka, CSc.

1. úloha

Vlak délky $l = 300$ m jede po přímé vodorovné trati stálou rychlostí $v_1 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Souběžně s tratí vede silnice, která se s tratí křížuje na přejezdu řízeném světelnými signály. Přejezd je automaticky uvolňován vždy za dobu $t_0 = 5,0$ s po projetí konce vlaku. Po silnici se pohybuje automobil rychlostí $v_1 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ tak, že je na úrovni posledního vagónu. Přes přejezd může řidič jet rychlostí $v_2 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- a) V jaké vzdálenosti x od přejezdu musí řidič vyřadit rychlostní stupeň a automobil jet bez tahové síly motoru, aby mohl přejet přes přejezd plynule, bez zastavení?
S jakým zrychlením a_1 se při tom pohybuje? Jakou dobu t_1 tento pohyb trvá?
- b) Po přjetí přejezdu se začne automobil pohybovat se stálým zrychlením $a_2 = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ do doby, než dosáhne největší povolené rychlosti $v_3 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. V jaké vzdálenosti od přejezdu automobil dohoní a v jaké vzdálenosti předhoní vlak?
- c) Bude moci automobil přejet i v případě, že bude na úrovni lokomotivy? Vysvětlete.

Nebudeme uvažovat dobu, kterou automobil potřebuje k přjetí přejezdu.

Řešení:

- a) Přejezd bude uvolněn za dobu

$$t_1 = \frac{x}{v_1} + t_0$$

od doby, kdy řidič vyřadil rychlostní stupeň.
Dále platí, ve smyslu zadání,

$$x = v_1 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2,$$

$$v_2 = v_1 + a_1 t_1.$$

Z této soustavy rovnic vyjádříme:

$$x = v_1 t_0 \frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2} = 375 \text{ m}$$

$$a_1 = - \frac{(v_1 - v_2)^2}{2v_1 t_0} = - \frac{1}{6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$t_1 = \frac{2v_1 t_0}{v_1 - v_2} = 30 \text{ s}$$

b) Po přejetí přejezdu se automobil pohybuje rychlostí

$$v = v_2 + a_2 t$$

a maximální dovolenou rychlost získá za dobu

$$t_2 = \frac{v_3 - v_2}{a_2} = 15 \text{ s}.$$

Za tuto dobu ujede dráhu

$$s_1 = v_2 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = 262,5 \text{ m}$$

a vlak od otevření přejezdu dráhu

$$s_2 = v_1 (t_2 + t_0) = 300 \text{ m}.$$

Vzhledem k vlaku se potom automobil pohybuje rychlostí

$$v_4 = v_3 - v_1 = 10 \text{ m.s}^{-1}.$$

Vzdálenost $s_2 - s_1 = 37,5 \text{ m}$, v níž automobil dohoní vlak, ujede automobil za dobu

$$t_3 = \frac{s_2 - s_1}{v_4} = 3,75 \text{ s},$$

vzhledem k povrchu Země urazí dráhu

$$s_3 = v_3 t_3 = 93,75 \text{ m}$$

a od přejezdu má vzdálenost

$$d = s_1 + s_3 = 356,25 \text{ m}.$$

Začátek vlaku dostihne (tj. vlak předhóní) za dobu

$$t_4 = \frac{l}{v_4} = 30 \text{ s}$$

a vzhledem k povrchu Země ujede dráhu

$$s_4 = v_3 t_4 = 750 \text{ m}.$$

Od přejezdu má vzdálenost

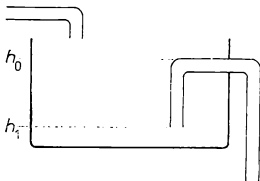
$$d + s_4 = 1\,106 \text{ m}.$$

- c) Automobil nebude moci přejet. Změní svou rychlost z v_1 na v_2 za dobu $t_1 = 30 \text{ s}$. Lokomotiva vlaku se za tuto dobu dostane do vzdálenosti $l' = v_1 t_1 = 450 \text{ m}$ od místa,

v němž řidič vyřadil rychlostní stupeň, tj. do vzdálenosti $d' = l' - x = 75 \text{ m}$ od přejezdu. Poněvadž $l > d'$, dojde automobil k přejezdu, když vlak přejezdem projíždí.

2. úloha

Do nádrže (obr. 49) přitéká voda potrubím tak, že objemový tok vody je $Q_{V1} = 20 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$. Dosáhne-li voda výšky $h_0 = 30 \text{ cm}$, může odtékat potrubím. Průměrný objemový tok odtékající vody je $Q_{V2} = 3,0 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$. Voda začne vytékat,



Obr. 49

je-li v nádrži voda o objemu $V_1 = 15 \text{ l}$, přestane vytékat, zbude-li v nádrži voda o objemu $V_2 = 3,0 \text{ l}$. Předpokládáme, že objemové toky jsou v obou případech stálé.

- Vysvětlete princip činnosti zařízení.
- Nakreslete graf změn výšky volného povrchu vody v nádrži jako funkce času. Vysvětlete též, proč tento graf není zcela přesný.
- Řešte úlohu b) do téhož grafu i pro případ $Q_{V1} = 5 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$. Při přibližném řešení předpokládejte, že při vytékání vody voda do nádrže nepřitéká.

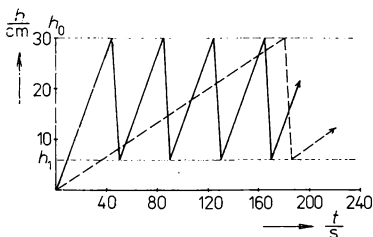
Řešení:

- a) Označme S obsah kolmého řezu nádrže. Zřejmě platí $S = \frac{V_1}{h_0} = 0,05 \text{ m}^2$. Když voda přestane vytékat, má její volný povrch výšku $h_1 = \frac{V_2}{S} = 6,0 \text{ cm}$.

Při objemovém toku $Q_{v1} = \frac{1}{3} \text{ l.s}^{-1}$ dosáhne voda výšky h_1 za dobu $t_1 = \frac{V_2}{Q_{v1}} = 9 \text{ s}$, potom dosáhne výšky h_0 za dobu $t_2 = \frac{V_1 - V_2}{Q_{v1}} = 36 \text{ s}$, přičemž vytlačí vzduch z plnění se části nádrže a z první svislé části druhé trubice, takže voda počne vytékat a vyteče za dobu $t_3 = \frac{V_1 - V_2}{Q_{v2}} = 4 \text{ s}$. Potom se situace periodicky opakuje, tj. voda nateče vždy za dobu t_2 a vyteče za dobu t_3 .

- b) Přibližný graf je na obr. 50. Při jeho sestrojení se nepřihlíželo k přitékání vody vždy za dobu t_3 (tato voda má objem $\frac{4}{3} \text{ l}$), což je jeden důvod, proč graf není přesný. Dále není v praxi splněn předpoklad, že objemový tok Q_{v2} je stálý; ve skutečnosti se s časem zmenšuje a voda vyteče za dobu $t'_3 > t_3$.

- c) Graf je v témž obrázku zakreslen čárkovaně. Voda o objemu $V_1 = 15 \text{ l}$ nateče do nádrže při objemovém toku $Q'_{v1} = 5 \text{ l.min}^{-1} = \frac{1}{12} \text{ l.s}^{-1}$ za dobu $t_4 = \frac{V_1}{Q'_{v1}} =$

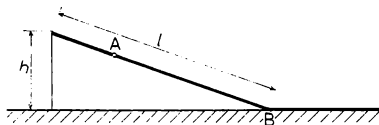


Obr. 50

= 180 s. Graf je přesnější než graf k části b), protože při výtoku vody za dobu t_3 nateče do nádrže jen $\frac{1}{3}$ l vody.

3. úloha

Kopec se sklonem $p = \frac{h}{l} = 0,30$ přechází v dolní části do vodorovné roviny (obr. 51). V místě A stojí lyžař Karel,



Obr. 51

který pojede s kopce vyjetou stopou, na níž odporová síla proti pohybu $F_1 = 120 \text{ N}$. Lyžař Tomáš pojede z téhož místa nevyjetou stopou, na níž na něj působí odporová síla proti pohybu $F_2 = 200 \text{ N}$. Délka trasy AB je $s = 50 \text{ m}$. Na vodorovné rovině působí čerstvý sníh na lyžaře odporovou silou proti pohybu $F_3 = 400 \text{ N}$. Hmotnost každého z obou lyžařů je $m = 80 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- Jakou rychlostí dojde Karel do bodu B? V jaké vzdálenosti od bodu B zastaví na vodorovné části trasy?
- Jakou rychlostí dojde Tomáš do bodu B a v jaké vzdálenosti od bodu B zastaví na vodorovné části trasy?
- Z kterého místa na kopci by musel vyjet Tomáš, aby po nevyjeté stopě získal na úpatí kopce v bodě B touž rychlost jako Karel? V jaké vzdálenosti od bodu B by Tomáš zastavil na vodorovné části trasy? Jaké rychlosti by dosáhl Tomáš v bodě A?

Výsledky jednotlivých údajů porovnejte.

Řešení:

Označíme a_1 zrychlení Karla při sjezdu, a_2 zrychlení Tomáše při sjezdu, a_3 zrychlení každého z obou lyžařů na vodorovné části trasy:

$$a_1 = g \frac{h}{l} - \frac{F_1}{m} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_2 = g \frac{h}{l} - \frac{F_2}{m} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_3 = -\frac{F_3}{m} = -5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Rychlost lyžaře, již dosáhne při zrychlení a na dráze s , se určí ze vztahu

$$v = \sqrt{2as}.$$

Dráha, na níž lyžař zastaví na vodorovné části trasy,

$$s' = \frac{v^2}{2|a_3|}.$$

- Karel dojede do bodu B rychlostí $v_1 \doteq 12,3 \text{ m.s}^{-1}$, zastaví ve vzdálenosti $s_1 = 15 \text{ m}$.
- Tomáš dojede do bodu B rychlostí $v_2 \doteq 7,1 \text{ m.s}^{-1}$, zastaví ve vzdálenosti $s_2 = 5,0 \text{ m}$.
- Celková vzdálenost od bodu B

$$x + s = \frac{v_1^2}{2a_2} = 150 \text{ m}, \quad x = 100 \text{ m}.$$

Tomáš musí vyjet z místa C, pro které platí $CA = 100 \text{ m}$, $CB = 150 \text{ m}$. Zastaví ve stejné vzdálenosti $s_1 = 15 \text{ m}$ jako Karel. Místem A projede rychlostí

$$v_3 = \sqrt{2a_2x} = 10 \text{ m.s}^{-1}.$$

4. úloha

Expresní autobus Praha-Brno musí projet z autobusového nádraží Praha-Florenc městem po trase délky $s_1 = 9,5 \text{ km}$, potom jede po dálnici po trase délky $s_2 = 189 \text{ km}$ a z výjezdu z dálnice na autobusové nádraží v Brně projede městem trasu délky $s_3 = 7,5 \text{ km}$. Podle jízdního řádu musí expresní

autobus projet celou trasu za dobu $t = 165$ minut, přičemž městem Brno projíždí zpravidla za dobu $t_3 = 14$ minut.

- Jaká je průměrná rychlost autobusu po celé trase?
- Jestliže Prahou projede autobus za dobu $t_1 = 13$ min, jaká je průměrná rychlost autobusu v jednotlivých úsecích?
- V období dopravní špičky projede autobus městským úsekem v Praze za dobu $t'_1 = 26$ min. Určete, jaká musí být průměrná rychlost autobusu po dálnici, aby do Brna přijel podle jízdního řádu.

Řešení:

- Průměrná rychlost na celé trase:

$$v_p = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t} = \frac{206 \text{ km}}{165 \text{ min}} \doteq 74,9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

- Průměrné rychlosti v jednotlivých úsecích:

$$v_{p1} = \frac{s_1}{t_1} = \frac{9,5 \text{ km}}{13 \text{ min}} \doteq 43,8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$v_{p2} = \frac{s_2}{t - t_1 - t_3} = \frac{189 \text{ km}}{138 \text{ min}} \doteq 82,2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$v_{p3} = \frac{s_3}{t_3} = \frac{7,5 \text{ km}}{14 \text{ min}} \doteq 32,1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

- V případě $t'_1 = 26$ min je $t'_2 = t - t'_1 - t_3 = 125$ min. Poněvadž veličiny s_3 , t_3 se nezměnily, změnily se průměrné rychlosti jen v prvních dvou úsecích. Po dálnici musí autobus jet průměrnou rychlostí

$$v'_{p2} = \frac{s_2}{t - t'_1 - t_3} = \frac{189 \text{ km}}{125 \text{ min}} \doteq 90,7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

5. úloha

Vozík o hmotnosti m_1 stojí na vodorovné podložce, po níž se může pohybovat bez tření. Na obdélníkové plošině vozíku leží krabice o hmotnosti m_2 . Součinitel klidového tření mezi krabicí a plošinou je f_0 , součinitel smykového tření je f . Na vozík působíme vodorovnou silou F , jejíž směr je rovnoběžný s delšími hranami plošiny.

- Určete síly, které působí na tělesa, a zrychlení těles, jestliže se krabice po plošině nepohybuje a jestliže se pohybuje.
- Stanovte podmínku pro sílu F tak, aby se krabice nedala do pohybu vzhledem k plošině vozíku.
- Krabice se po plošině vozíku pohybuje. Na počátku pohybu ležela na plošině tak, že její těžiště bylo ve vzdálenosti l od svislé roviny procházející přední kratší hranou plošiny (z hlediska pohybu vozíku). Určete dobu, za kterou krabice opustí plošinu.

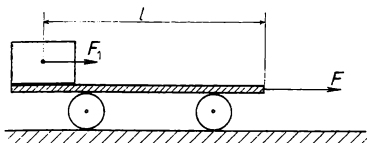
Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $m_1 = 48$ kg, $m_2 = 2,0$ kg, $f_0 = 0,25$, $f = 0,20$, $F = 124$ N, $l = 1,2$ m, $g = 10$ m.s⁻².

Řešení:

- Označíme a_1 zrychlení vozíku, a_2 zrychlení krabice. Když se krabice vzhledem k plošině vozíku nepohybuje, je

$$a_1 = a_2 = \frac{F}{m_1 + m_2} \doteq 2,48 \text{ m.s}^{-2}.$$

Když se krabice pohybuje, působí na ni vazebná síla F_1 (obr. 52), jejíž velikost je rovna velikosti třecí síly, tedy $F_1 = fm_2g$. Tato síla má směr stejný jako síla F a uděluje



Obr. 52

krabici zrychlení a_2 . Pohyb vozíku je pak působen silou o velikosti $F - F_1$.

Pro krabici tedy platí

$$m_2 a_2 = f m_2 g,$$

pro vozík platí

$$m_1 a_1 = F - f m_2 g.$$

Odtud

$$a_1 = \frac{F - f m_2 g}{m_1} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$a_2 = f g = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

- b) Podle zadání je krabice zpočátku vzhledem k plošině v klidu, takže musíme počítat se součinitelem klidového tření. Krabice se nedá vzhledem k plošině do pohybu, jestliže $a_1 = a_2 = a$. Je to tehdy, když $F \leq F'$, kde F' je nějaká mezní hodnota, pro kterou platí

$$m_2 a = f_0 m_2 g, \quad m_1 a = F' - f_0 m_2 g.$$

Sečtením levých a pravých stran těchto vztahů dostaneme

$$a(m_1 + m_2) = F',$$

a poněvadž $a = f_0 g$,

$$F' = f_0 g (m_1 + m_2) = 125 \text{ N.}$$

- c) Poněvadž $F < F'$ podle zadaných hodnot, musela být v situaci úlohy a) krabice přivedena nějakým nepatrným nárazem do pohybu vzhledem k plošině, a to proti směru pohybu plošiny. Tím ovšem získala nějakou počáteční rychlost, kterou však nebudeme uvažovat. Vzhledem k plošině má krabice zrychlení $a_0 = a_1 - a_2 = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ proti směru pohybu vozíku; pro dobu t , za kterou krabice opustí plošinu (předpokládáme, že na počátku byla na jejím předním konci), platí

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_0}} \doteq 2,2 \text{ s.}$$

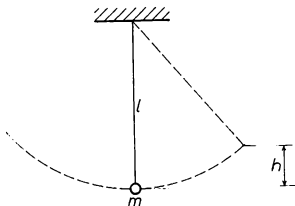
6. úloha

Zjišťování síly potřebné k přetržení vlákna

Úvod

Pevnost vlákna je charakterizována silou F_0 působící v jeho směru, při níž se vlákno právě přetrhne. V technické praxi slouží k měření této síly speciální trhací stroje. K orientačnímu zjišťování může u tenkých vláken posloužit i siloměr. Vaším úkolem je určit sílu F_0 potřebnou k přetržení vlákna metodou založenou na současném působení tíhové a setrvačné odstředivé síly na těleso zavěšené na zkoušeném vlák-

nu. Princip metody je zřejmý z obr. 53. Hmotný střed tělesa hmotnosti m zavěšeného na vlákně délky l (měřené od závěsu k hmotnému středu tělesa) vychylujeme postupně



Obr. 53

do různých výšek h , $h < \frac{l}{2}$ nad rovnovážnou polohu a pokusem stanovíme výšku h_0 pro případ, že při průchodu rovnovážnou polohou se vlákno právě přetrhne.

Síla, která působí na vlákno při průchodu tělesa rovnovážnou polohou, má velikost

$$F = mg \left(1 + \frac{2h}{l} \right), \quad (1)$$

přičemž hmotnost vlákna zanedbáváme ve srovnání s hmotností m tělesa.

Pomůcky

Stativ, délkové měřidlo, dvakrát po šesti vláknech dvou různých druhů (např. rezná nebo jiná nit a bavlnka), dvě

tělesa známé hmotnosti (např. závaží o hmotnosti 0,5 kg pro reznou nit, závaží o hmotnosti 0,3 kg pro bavlnku), tlumicí podložka (molitan, tlustší plst apod.), siloměr s měřicím rozsahem asi do 20 N.

Úkoly

1. Pomocí informací z učebnice fyziky a Doplnku pro 1. ročník gymnázia odvoďte vztah (1).
2. Těleso o známé hmotnosti zavěste na vlákno určitého druhu (např. rezná nit) a změřte vzdálenost l od místa závěsu k odhadnutému hmotnému středu tělesa. Délku l volte v rozmezí kolem 1 metru. Těleso zavěste tak, aby v rovnovážné poloze bylo nízko nad podlahou (několik centimetrů), a položte pod ně tlumicí podložku.
3. Postupně zvedejte těleso (při napnutém vláknu) tak, aby se jeho hmotný střed dostával do výšek 5 cm, 10 cm atd. nad rovnovážnou polohu.
Pokusem najdete výšku h' , při níž se vlákno ještě nepřetrhne, a výšku h'' , při níž se již přetrhne ($h'' - h' = 5$ cm).
4. V intervalu $h' < h < h''$ opakujte měření při zvětšování výšky h vždy jen o 1 centimetr a stanovte tak s dobrou přibližností výšku h_0 , při níž se vlákno právě přetrhne. Pokus proveďte pětkrát, výsledky zapisujte do tabulky, kde síla F_0 potřebná k přetržení vlákna je dána vztahem (1) pro $h = h_0$.

Č.	$\frac{l}{\text{m}}$	$\frac{h_0}{\text{m}}$	$\frac{F_0}{\text{N}}$

Vypočítejte aritmetický průměr síly F_0 .

5. Úkoly 3 a 4 proveďte ještě pro vlákno jiného druhu.
6. Výsledky svého měření ověřte pomocí siloměru. Porovnejte výsledky získané oběma způsoby.

Řešení:

Při průchodu rovnovážnou polohou působí na těleso tíhová síla $F_1 = mg$ a odstředivá setrvačná síla $F_2 = m \frac{v^2}{l}$.

Součin mv^2 nalezneme z rovnosti potenciální energie tíhové $E_p = mgh$ tělesa ve výchozí poloze a jeho kinetické energie

$E_k = \frac{1}{2} mv^2$ při průchodu rovnovážnou polohou: $mv^2 = 2mgh$. Celková síla působící při průchodu rovnovážnou polohou na vlákno

$$F = F_1 + F_2 = mg + \frac{2mgh}{l} = mg \left(1 + \frac{2h}{l} \right).$$

Pro reznou nit bylo použito závaží o hmotnosti 0,5 kg. Délka vlákna byla měněna v rozmezí od 0,90 m do 1,10 m, pro každou délku byla experimentálně nalezena výška h_0 , při níž se vlákno právě přetrhlo, a vypočítána síla F_0 . Výsledky jsou sestaveny v tabulce 13, průměrná hodnota $F_{0p} = 12,3$ N byla ověřena siloměrem – zjištěno $F_0 = 12,5$ N.

Tabulka 13

č.	$\frac{l}{m}$	$\frac{h_0}{m}$	$\frac{F_0}{N}$
1	0,90	0,68	12,60
2	0,95	0,70	12,36
3	1,00	0,73	12,30
4	1,05	0,75	12,14
5	1,10	0,78	12,10

Obdobně pro bavlnku. Použité závaží mělo hmotnost $m = 0,3 \text{ kg}$, výsledky jsou sestaveny v tabulce 14, průměrná hodnota $F_{0p} = 7,2 \text{ N}$ byla ověřena siloměrem - zjištěno $F_0 = 7,5 \text{ N}$.

Tabulka 14

č.	$\frac{l}{m}$	$\frac{h_0}{m}$	$\frac{F_0}{N}$
1	0,90	0,64	7,27
2	0,95	0,68	7,29
3	1,00	0,71	7,26
4	1,05	0,73	7,17
5	1,10	0,77	7,20

7. úloha

Nádoba je vyrobena z plechu o hustotě $\rho_1 = 7\,700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, má hmotnost $m_1 = 0,50 \text{ kg}$ a vnitřní objem $V_1 = 10 \text{ l}$. Položíme ji na volný povrch vody.

- Kolik vody je možno nalít do nádoby, aby se celá neponořila?
- Kolik lihu o hustotě $\rho_2 = 880 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ je možno nalít do nádoby, aby se celá neponořila?
- Uvažte, jak by bylo možno použít tuto nádobu ke zjišťování hustoty a hmotnosti kapalin.

Řešení:

Stěny nádoby mají objem $V'_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$, nádoba má tedy vnější objem $V_2 = V_1 + \frac{m_1}{\rho_1}$. Když do nádoby nalejeme

kapalinu o objemu V a hustotě ϱ , působí na nádobu s vodou tíhová síla

$$F_G = (m_1 + V\varrho)g.$$

Ponořená část nádoby s nality kapalinou má objem $V'_2 \leq V_2$ a ve vodě o hustotě $\varrho_0 = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ působí na nádobu vztlačová síla

$$F_V = V'_2\varrho_0g.$$

Z rovnosti $F_G = F_V$ dostaneme

$$V\varrho = V'_2\varrho_0 - m_1 \leq V_2\varrho_0 - m_1 = \left(V_1 + \frac{m_1}{\varrho_1}\right)\varrho_0 - m_1. \quad (1)$$

Pravá strana tohoto vztahu má pro zadané údaje hodnotu $M = 9,565\text{ kg}$. Z (1) můžeme vyjádřit objem V nalité kapaliny, jejíž hustota je ϱ .

- Pro vodu o hustotě $\varrho = \varrho_0$ vyjde $V \leq 9,565\text{ l}$.
- Pro líh o hustotě $\varrho = \varrho_2$ vyjde $V \leq 10,87\text{ l}$.
- Nádoba se dá použít k měření hustoty ϱ nějaké kapaliny takto: Nalejeme do ní kapalinu o známém objemu V takovém, že se nádoba právě ještě celá neponoří. Z rovnosti $V\varrho = 9,565\text{ kg}$ určíme hustotu ϱ kapaliny. Pomocí takové nádoby můžeme zjišťovat i hmotnost nalité kapaliny, popř. tělesa vloženého do nádoby. Tuto hmotnost vyjádříme pomocí (1), kde levá strana určuje právě tuto hmotnost m . Hloubka h ponoru je totiž funkcí této hmotnosti. Tuto funkci můžeme početně stanovit, má-li nádoba všude stejný průřez a její plášť má všude stejnou tloušťku. Její plášť můžeme opatřit stupnicí cejchovanou přímo ve vypočítaných hodnotách hmotnosti m nalité kapaliny, popř. vloženého tělesa. V obec-

ném případě, když nádoba nemá všude stejný průřez, musíme stupnici najít pokusně.

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl dr. Ivo Volf.

1. úloha

Elektrický vlak projel vzdálenost 2 500 m mezi dvěma sousedními stanicemi za dobu 2,5 min. Vlak se pohyboval z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením a_1 , dosáhl rychlosti $72,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Dále se pohyboval rovnoměrně a v posledním úseku trasy jel rovnoměrně zpomaleným pohybem se zrychlením $a_2 = -a_1$.

- Určete dobu pohybu a dráhu vlaku v jednotlivých úsecích.
- Určete zrychlení a_1 , a_2 vlaku.
- Narýsujte na milimetrový papír graf rychlosti jako funkce času.
- Popište pohyb vlaku a určete průměrnou rychlost vlaku při pohybu mezi stanicemi.

Řešení:

Označíme veličiny: $s = 2\,500 \text{ m}$, $v_0 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $t = 150 \text{ s}$. Vlak se pohyboval rovnoměrně zrychleně se zrychlením a_1 , za dobu t_1 dosáhl rychlosti $v_0 = a_1 t_1$ na dráze $s_1 = \frac{1}{2} v_0 t_1$. Potom se pohyboval po dobu t_2 rovnoměrně rychlosti v_0 po dráze $s_2 = v_0 t_2$. V posledním úseku trasy se pohyboval rovnoměrně zpomaleně po dobu t_3 se zrychlením $a_2 = -a_1$ a ujel vzdálenost $s_3 = \frac{1}{2} v_0 t_3$.

- a) Pro dobu pohybu a dráhu vlaku při jízdě mezi stanicemi platí

$$t = t_1 + t_2 + t_3, \quad s = s_1 + s_2 + s_3.$$

Pro pohyb v prvním a ve třetím úseku platí ($a_2 = -a_1$):

$$t_1 = t_3, \quad s_1 = s_3,$$

takže po dosazení

$$t = 2t_1 + t_2,$$

$$s = 2s_1 + s_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} v_0 t_1 + v_0 t_2 = v_0 (t_1 + t_2),$$

$$t_1 + t_2 = \frac{s}{v_0}.$$

Po úpravě a dosazení číselných hodnot je $t_1 = t_3 = 25$ s, $t_2 = 100$ s, $s_1 = s_3 = 250$ m, $s_2 = 2\,000$ m.

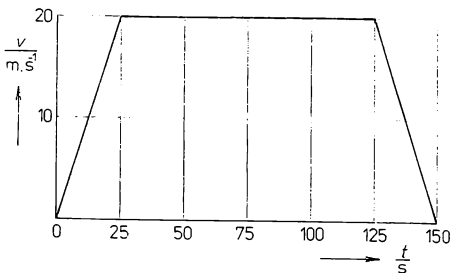
- b) Zrychlení rovnoměrně zrychleného pohybu stanovíme

$$a_1 = \frac{v_0}{t_1}, \text{ po dosazení číselných hodnot } a_1 = 0,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$a_2 = -0,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

- c) V soustavě souřadnic (t, v) sestojíme graf rychlosti jako funkce času (obr. 54). Z grafu lze také určit úseky dráhy s_1, s_2, s_3 , a tím ověřit správnost původní úvahy.

- d) Pohyb vlaku se skládá ze tří úseků. Vlak se rozjede rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $a_1 = 0,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ na dráze $s_1 = 250$ m a po době $t_1 = 25$ s dosáhne rychlosti rovnoměrného pohybu $v_0 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,



Obr. 54

jíž jede po dobu $t_2 = 100$ s a po dráze $s_2 = 2\,000$ m. Potom se pohybuje rovnoměrně zpomaleně se zrychlením $a_2 = -0,80$ m.s⁻² po dráze $s_3 = 250$ m po dobu $t_3 = 25$ s. Průměrnou rychlost vlaku při jízdě mezi stanicemi určíme ze vztahu $v_p = \frac{s}{t}$, po dosazení číselných hodnot $v_p \doteq 16,7$ m.s⁻¹.

2. úloha

Automobil jel stálou rychlostí 90 km.h⁻¹ po přímé vodorovné silnici. Na vodorovný úsek silnice navazuje na jednom konci trasa se stálým stoupáním 5 m na 1 km dráhy, na druhém konci trasa se stálým klesáním 5 m na 1 km dráhy. V určitém místě trasy vyřadí řidič rychlostní stupeň. Automobil jede dál bez tahové síly motoru. Na automobil působí při jízdě stálá odporová síla o velikosti 600 N, hmotnost automobilu je 1 200 kg, $g = 10$ m.s⁻². Popište pohyb auto-

mobilu. Za jakou dobu a na jaké dráze automobil zastaví, jestliže jede po vyřazení rychlostního stupně

- jen po vodorovném úseku,
- jen do kopce,
- jen s kopce?

Řešení:

Soustavu souřadnic zvolíme tak, že se automobil pohybuje ve směru $+x$. Stálou rychlost označíme $v_0 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, hmotnost automobilu je $m = 1\,200 \text{ kg}$, odporová síla $F_0 = 600 \text{ N}$, stoupání nebo klesání trasy je dáno poměrem $p = 5 \text{ m} : 1\,000 \text{ m} = 0,005$. Po vyřazení rychlostního stupně působí na automobil na každém úseku stálá síla F , jež způsobí, že se automobil bude pohybovat rovnoměrně zpomaleně se zrychlením $a = -\frac{F}{m}$, zastaví za dobu

$$t = -\frac{v_0}{a} = \frac{mv_0}{F} \text{ na dráze } s = \frac{mv_0^2}{2F}.$$

- Při pohybu automobilu po vodorovném úseku je velikost odporové síly $F_1 = F_0 = 600 \text{ N}$, automobil se pohybuje se zrychlením

$$a_1 = -\frac{F_0}{m} = -0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

zastaví na dráze $s_1 = 625 \text{ m}$ za dobu $t_1 = 50 \text{ s}$.

- Při jízdě do kopce působí na automobil stálá síla F_0 a síla F_p , která je výslednicí tíhové síly a reakce podložky (složka tíhové síly) $F_p = pF_G$, proti pohybu působí celková síla $F_2 = F_0 + F_p$. Zrychlení pohybu $a_2 = -\frac{1}{m} \cdot (F_0 + F_p)$, po dosazení číselných hodnot $a_2 \doteq$

$\doteq - 0,55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Automobil zastaví na dráze $s_2 \doteq 568 \text{ m}$, doba k zastavení $t_2 \doteq 45,5 \text{ s}$.

- c) Při jízdě automobilu s kopce je výsledná síla působící proti pohybu $F_3 = F_o - F_p$. Je-li tento rozdíl sil F_o , F_p kladný, pohybuje se automobil rovnoměrně zpomaleně, je-li rozdíl sil nulový, pohybuje se dále rovnoměrným pohybem, je-li záporný, bude se automobil zrychlovat. Pro náš případ je $F_3 \doteq 540 \text{ N}$, $a_3 \doteq - 0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $s_3 \doteq 695 \text{ m}$, $t_3 \doteq 56 \text{ s}$.

3. úloha

Předpokládáme, že Země má tvar koule o poloměru $R_Z = 6\,400 \text{ km}$ a o střední hustotě $\varrho = 5\,600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Země obíhá kolem Slunce rovnoměrným pohybem po kružnici o poloměru $r = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$ za dobu 1 roku ($3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$).

a) Určete z těchto údajů přitažlivou sílu, jíž Slunce působí na Zemi.

b) Určete hmotnost Slunce.

Úlohy řešte obecně, potom pro zadané hodnoty. Gravi-
tační konstanta $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

Řešení:

- a) Hmotnost Země je $M_Z = \frac{4}{3} \pi R_Z^3 \varrho$. Určíme dostředivé zrychlení Země při pohybu kolem Slunce po kruhové dráze $a_d = \frac{4 \pi^2}{T^2} r$, kde T je oběžná doba Země kolem Slunce. Slunce působí na Zemi dostředivou silou

$$F_d = M_Z a_d = \frac{4}{3} \pi R_Z^3 \varrho \frac{4 \pi^2}{T^2} r = \frac{16}{3} \pi^3 \varrho R_Z^3 \frac{r}{T^2}.$$

Po dosazení číselných hodnot: $F_d \doteq 3,6 \cdot 10^{22} \text{ N}$.

- b) Dostředivou silou při pohybu Země kolem Slunce po kruhové dráze je gravitační síla, kterou působí Slunce na Zemi. Platí tedy vztah

$$\kappa \frac{M_Z M_S}{r^2} = \frac{4 \pi^2}{T^2} r M_Z,$$

odtud

$$M_S = \frac{4 \pi^2 r^3}{\kappa T^2}.$$

Po dosazení číselných hodnot $M_S \doteq 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg} \doteq 330\,000 M_Z$.

4. úloha

Při posunování získal vagón o hmotnosti 40 t v okamžiku odpojení od lokomotivy nárazem rychlost $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a pohyboval se dále po přímé vodorovné trati. Celková odporová síla je rovna 2 000 N.

- V jaké nejmenší vzdálenosti od místa odpojení vagónu od lokomotivy může být na trati druhý vagón, aby nedošlo k vzájemnému nárazu?
- První vagón narazí do druhého za dobu 40 s po odpojení od lokomotivy. Oba vagóny se spojí a pojedou dále společně. V jaké vzdálenosti od místa spojení vagónů se soustava zastaví? Oba vagóny mají stejnou hmotnost, jejich zrychlení při pohybu $a = \text{konst.}$
- Porovnejte délku trati od odpojení prvního vagónu od lokomotivy do jeho zastavení v části a), b). Případný rozdíl vysvětlete.

Řešení:

Označíme veličiny: hmotnosti vagónů $m_1 = m_2 = m = 40\,000\text{ kg}$, počáteční rychlost vagónu $v_0 = 6\text{ m.s}^{-1}$, odporová síla proti pohybu $F_o = 2\,000\text{ N}$. Zrychlení vagónů při pohybu $a = -\frac{F_o}{m} = -0,05\text{ m.s}^{-2}$.

- a) První vagón zastaví za dobu $t_1 = -\frac{v_0}{a} = 120\text{ s}$ od okamžiku odpojení, ve vzdálenosti $s_1 = \frac{v_0^2}{2|a|} = 360\text{ m}$ od místa odpojení od lokomotivy. Druhý vagón musí být v nejmenší vzdálenosti $s_{\min} = 360\text{ m}$.
- b) V okamžiku, kdy se oba vagóny spojí, se první vagón pohyboval po dobu $t_0 = 40\text{ s}$, měl rychlost $v_1 = v_0 + at_0 = 4,0\text{ m.s}^{-1}$. Při spojení došlo k dokonale nepružnému rázu. Obecně pro hybnosti dvou těles při takovém rázu platí

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v.$$

V našem případě je $v_2 = 0\text{ m.s}^{-1}$. Pak

$$v = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} v_1.$$

Po spojení se bude soustava pohybovat dále rychlostí $v = 2,0\text{ m.s}^{-1}$. Působí na ni odporová síla $2F_o$, její hmotnost je $2m$, zrychlení je tedy opět a . Soustava se proto zastaví za dobu $t_2 = -\frac{v_1}{2a} = 40\text{ s}$, dráha nutná k zastavení je $s_2 = 40\text{ m}$.

- c) V prvním případě je délka trati nutná k zastavení prvního vagónu $s_1 = 360$ m od místa odpojení vagónu od lokomotivy. Ve druhém případě ujede vagón od místa odpojení od lokomotivy do místa spojení s druhým vagónem dráhu

$$s_0 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} = 200 \text{ m.}$$

Od okamžiku spojení do okamžiku zastavení ujede dráhu $s_2 = 40$ m, celkem $s_3 = 240$ m. Rozdíl je $\Delta s = 80$ m. Při dokonale nepružném rázu při spojení obou vagónů dojde ke změně kinetické energie soustavy.

5. ÚLOHY KATEGORIE E

Úlohy a řešení recenzovali dr. Milan Bednařík, CSc. a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Pět chlapců, Mirek, Jiří, Luboš, Martin a Ivo, se dohodli, že postupně odstartují z téhož místa na silnici a za dobu $t_0 = 1,0$ h od prvního startu se všichni současně setkají na smluveném místě. První vychází Mirek a jde stálou rychlostí $v_1 = 5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Za ním vyjde Jiří stálou rychlostí $v_2 = 6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, pak vyjede Luboš na koloběžce stálou rychlostí $v_3 = 15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, dále Martin na kole stálou rychlostí $v_4 = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a nakonec Ivo na mopedu stálou rychlostí $v_5 = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- a) Jestliže čas Mirkova startu je $t_1 = 0$ s, určete časy t_2 až t_5 startu Jiřího, Luboše, Martina a Iva.

- b) V jaké vzdálenosti s_0 od společného místa startu měřené podél silnice se všichni chlapci setkají?
- c) Pomocí vypočítaných časů startu a vzdálenosti s_0 znázorníte závislost dráhy jednotlivých chlapců na čase do téže soustavy souřadnic. Na časové ose vyznačte časy startu.

Řešení:

- a) Poněvadž všichni chlapci dorazí na totéž smluvené místo, vykonají stejnou dráhu s_0 . Pohybují-li se rovnoměrně, platí

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= v_1 t_0, s_0 = v_2(t_0 - t_2), s_0 = v_3(t_0 - t_3), \\ s_0 &= v_4(t_0 - t_4), s_0 = v_5(t_0 - t_5). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Dosazujeme-li $s_0 = v_1 t_0$ postupně do vztahů ostatních, dostaneme rovnice, z nichž vyjádříme časy

$$t_2 = t_0 \frac{v_2 - v_1}{v_2} = 10 \text{ min}, \quad t_3 = t_0 \frac{v_3 - v_1}{v_3} = 40 \text{ min},$$

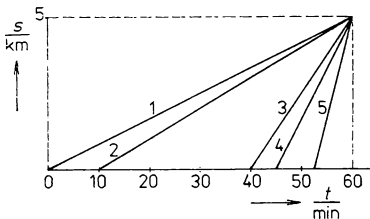
$$t_4 = t_0 \frac{v_4 - v_1}{v_4} = 45 \text{ min}, \quad t_5 = t_0 \frac{v_5 - v_1}{v_5} = 52,5 \text{ min}.$$

- b) Vzdálenost s_0 určíme z některého ze vztahů (1) a dostaneme $s_0 = 5 \text{ km}$.

- c) Graf je na obr. 55.

2. úloha (navrhol dr. Augustín Zvalo)

Rovnobežne so železničnou traťou vedie cesta. Po ceste šiel chodec stálou rýchlosťou $v = 5,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a zistil, že



Obr. 55

nákladný vlak, ktorý šiel v protismere, prešiel okolo neho za čas $t_1 = 20$ s. Potom stretol iného chodca. Tento šiel tiež v protismere stálou rýchlosťou $v = 5,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Od neho sa dozvedel, že ho ten istý vlak minul za čas 25 s. Vlak šiel stálou rýchlosťou.

a) Určte rýchlosť vlaku.

b) Určte dĺžku vlaku.

Riešenie:

Rýchlosť vlaku označíme v' , dĺžku vlaku d .

a) Vzhľadom na prvého chodca sa vlak pohybuje po čas t_1 rýchlosťou $v' + v$, vzhľadom na druhého chodca sa pohybuje po čas $t_2 = 25$ s rýchlosťou $v' - v$. V oboch prípadoch prešiel okolo chodca celý vlak dĺžky d . Preto

$$d = (v' + v) t_1 = (v' - v) t_2$$

a odtiaľ rýchlosť vlaku

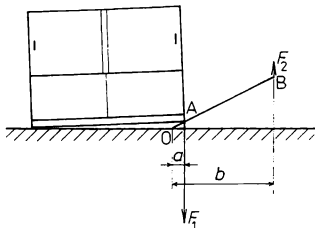
$$v' = v \frac{t_2 + t_1}{t_2 - t_1} = 48,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

b) Dĺžka vlaku

$$d = \left(\frac{t_2 + t_1}{t_2 - t_1} v + v \right) t_1 = 2 v \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 300 \text{ m}.$$

3. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík, CSc.)

Pod jednu nohu skříňky s knihami chceme vložit kousek tenké lepenky, aby se skříňka nekývala. Stranu skříňky nadzvedneme tak, že pod ni vsuneme jeden konec pevné ocelové tyče (obr. 56). V bodě O je tyč opřena o podlahu, v bodě A



Obr. 56

o střed dolní hrany skříňky, v bodě B uchopíme tyč do ruky. Při nadzvednutí působí skříňka na tyč v bodě A tlakovou silou F_1 a ruka na tyč v bodě B silou F_2 . Rameno síly F_1 je $a = 20 \text{ cm}$, rameno síly F_2 je $b = 160 \text{ cm}$, hmotnost skříňky s knihami $m = 80 \text{ kg}$. Hmotnost tyče neuvažujte. Těžiště skříňky je na její svislé ose souměrnosti.

- a) Jak velké jsou síly F_1 , F_2 při nadzvednutí skříňky?
 b) O jakou vzdálenost h_2 se posune působíště síly F_2 směrem vzhůru, chceme-li nadzvednout nohu skříňky nad podlahu do výšky $h_1 = 1$ cm?
 c) Jak velkou silou působí konec tyče v bodě O na podlahu?

Řešení:

- a) Skříňka o hmotnosti $m = 80$ kg působí na podlahu tlakovou silou $G = 800$ N. Při nadzvednutí působí skříňka na tyč tlakovou silou $F_1 = \frac{G}{2} = 400$ N. Páka je v rovnovážné poloze, je-li $F_1 a = F_2 b$, odtud

$$F_2 = F_1 \frac{a}{b} = \frac{G}{2} \frac{a}{b} = 50 \text{ N.}$$

- b) Při nadzvednutí nohy skříňky do výšky h_1 vykonáme práci $W = F_1 h_1 = F_2 h_2$, odtud

$$h_2 = \frac{F_1}{F_2} h_1 = \frac{b}{a} h_1 = 8 \text{ cm.}$$

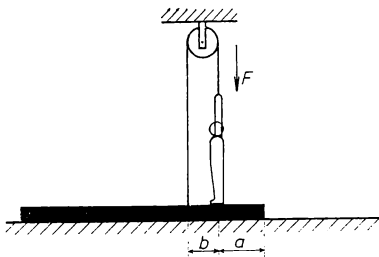
- c) Vzhledem k bodu A má síla F_2 rameno $b - a$, síla F_0 , kterou konec tyče působí na podlahu, má rameno a . Z rovnosti $F_0 a = F_2(b - a)$ dostaneme

$$F_0 = F_2 \frac{b - a}{a} = \frac{G}{2} \frac{a}{b} \frac{b - a}{a} = \frac{G}{2} \frac{b - a}{b} = 350 \text{ N.}$$

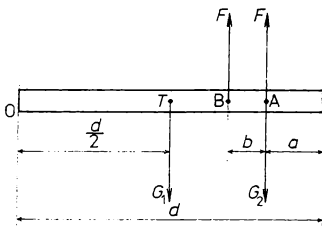
4. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Na vodorovnej rovine leží klada hmotnosti $m_1 = 40$ kg a délky $d = 8$ m. Vo vzdialenosti $a = 1,5$ m od konca klady

(obr. 57) stojí na nej chlapec hmotnosti $m_2 = 40 \text{ kg}$ a ťahá povraz vedený ku kladke vo vzdialenosti $b = 1 \text{ m}$ od miesta, na ktorom stojí chlapec.



Obr. 57



Obr. 58

- a) Akou veľkou silou musí pôsobiť chlapec na povraz, aby sa s ním jeden koniec klady nadvihol?
 b) Akú najväčšiu hmotnosť môže mať klada, aby ju chlapec v danej situácii nadvihol?

Riešenie: – obr. 58

- a) Klada sa bude otáčať okolo bodu O. Je v rovnovážnej polohe, ak moment sily F pôsobiacej v bode B je rovný súčtu momentov síl G_1 a $G_2 - F$ pôsobiacich v bodoch T a A, kde $G_1 = 400$ N je sila, ktorou pôsobí klada na rovinu, $G_2 = 400$ N je sila, ktorou pôsobí chlapec na kladu. Teda, podľa obr. 58

$$F(d - a - b) = G_1 \frac{d}{2} + (G_2 - F)(d - a), \quad (1)$$

odtiaľ

$$F = \frac{G_1 \frac{d}{2} + G_2(d - a)}{2(d - a) - b} = 350 \text{ N.}$$

- b) Chlapec môže vyvinúť najväčšiu silu $F_{\max} = G_2$. Označíme G_1' najväčšiu tiaž klady. Z (1) pre $G_1 = G_1'$, $F = G_2$ vyjadríme

$$G_1' = G_2 \frac{2(d - a - b)}{d} = 550 \text{ N}$$

a klada môže teda mať hmotnosť najviac $m_1' = 55$ kg.

5. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík, CSc.)

Při odlévání cínových figurek byl zbytek cínu o hmotnosti $m_1 = 0,93$ kg, který právě ztuhl v tavné pánvi, vhozen do

nádoby s vodou o hmotnosti $m_2 = 2,00 \text{ kg}$ a teplotě $t_2 = 30^\circ \text{C}$. Po vhození cínu se část vody vypařila, v nádobě zůstala voda o hmotnosti $m_3 = 1,99 \text{ kg}$ a teplotě $t_3 = 32^\circ \text{C}$.

Určete měrnou tepelnou kapacitu cínu c_1 .

Teplota tání cínu $t_1 = 232^\circ \text{C}$, měrná tepelná kapacita vody $c_2 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo varu vody $l_v = 2,26 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Tepelnou výměnu s okolím zanedbáváme. Vypařování vody uvažujeme jen při teplotě varu vody.

Řešení:

Cín o hmotnosti m_1 odevzdá při ochlazení z teploty t_1 na teplotu t_3 teplo $Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t_3)$.

Po vhození cínu do vody se vypaří voda o hmotnosti $m_v = m_2 - m_3$, přičemž přijme jednak teplo potřebné ke změně skupenství $Q_v = m_v l_v = (m_2 - m_3) l_v$, jednak teplo potřebné k zahřátí z teploty t_2 na teplotu varu $t_v = 100^\circ \text{C}$, tj. teplo $Q_2 = c_2 (m_2 - m_3) (t_v - t_2)$. Zbývajíc voda o hmotnosti m_3 přijme dále teplo $Q_3 = c_2 m_3 (t_3 - t_2)$.

Z rovnosti $Q_1 = Q_v + Q_2 + Q_3$ dostaneme

$$c_1 = \frac{(m_2 - m_3) [l_v + c_2 (t_v - t_2)] + c_2 m_3 (t_3 - t_2)}{m_1 (t_1 - t_3)},$$

pro zadané hodnoty: $c_1 \doteq 227 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

6. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Určení objemu tělesa použitím Archimédova zákona

Příprava

1. K řešení úlohy použijeme pevné stejnorodé těleso a kapalinu. Těleso má vzhledem ke kapalině tyto vlastnosti:

v kapalině se nerozpouští ani s ní nereaguje, a je-li volně puštěno do kapaliny, klesá ke dnu.

2. Těleso zavěs pomocí tenkého drátku na háček siloměru se stupnicí v newtonech a zjistí jeho tíhu G . Potom ponoř těleso zavěšené na siloměru zcela do kapaliny uvedených vlastností. Změř tahovou sílu F , kterou působí nyní těleso na siloměr.
3. Podle zákona Archimédova je $F < G$. Kapalina působí na těleso vztlakovou silou

$$F_{vz} = G - F. \quad (1)$$

4. Podle Archimédova zákona se vztlaková síla F_{vz} , kterou působí kapalina na pevné těleso, rovná tíze kapalinového tělesa, která má objem V jako těleso; platí tedy

$$F_{vz} = \gamma_0 V, \quad (2)$$

kde γ_0 je měrná tíha kapaliny. Protože levé strany rovnic (1), (2) jsou stejné, platí také $G - F = \gamma_0 V$,

$$V = \frac{G - F}{\gamma_0}.$$

Úkoly

1. Urči objem pevného tělesa použitím Archimédova zákona.
2. Urči hustotu pevného tělesa.

Pokusné provedení

1. Jaké stejnorodé pevné těleso můžeš použít k řešení úkolů, jestliže vodu zvolíš jako kapalinu? Přesvědč se, že těleso má vzhledem k vodě jako pokusné kapalině uvedené vlastnosti, a napiš závěr. Měrná tíha vody $\gamma_0 = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

2. Které veličiny budeš při řešení úlohy měřit? Zapiš jejich názvy, značky a jednotky. Které pomůcky potřebuješ k řešení úlohy? Popiš siloměr, který použiješ: jednotky stupnice, nejmenší dílek stupnice vyjádřený v newtonech, měřicí rozsah siloměru.

3. Měření

$$G = \dots\dots, F = \dots\dots, F_{vz} = \dots\dots$$

Na kolik platných číslic zjistíš číselnou hodnotu vztlakové síly?

4. Výpočty

Objem pevného tělesa $V = \dots\dots$, číselnou hodnotu správně zaokrouhli.

Znáš-li tíhu G tělesa a jeho objem V , urči měrnou tíhu γ tělesa a číselnou hodnotu správně zaokrouhli. Urči hustotu ρ tělesa.

5. Zapiš odpovědi na 1. a 2. úkol.

7. **úloha** (navrhol dr. Ján Mička)

Konštantánovým drôtom stáleho prierezu $S = 0,7 \text{ mm}^2$, ktorého merný odpor $\rho = 0,5 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$, prechádza prúd $I = 1,5 \text{ A}$ pri napätí $U = 9,0 \text{ V}$.

a) Určte dĺžku l drôtu.

b) Z drôtu oddelíme časť dĺžky $\frac{1}{3} l$, ktorú vodivo spojíme so zvyšnou časťou drôtu tak, aby sa kratšia časť po celej svojej dĺžke dotýkala časti dlhšej.
Určte odpor takto vzniknutého vodiča.

Riešenie:

a) Pre elektrický odpor drôtu platí $R = \frac{U}{I}$ a tiež $R \rho \frac{l}{S}$,
odtiaľ určíme dĺžku drôtu

$$l = \frac{SU}{\rho I} = 8,4 \text{ m}.$$

- b) Upravený vodič je složený z dvou částí spojených za sebou. Každá část má délku $\frac{1}{3} l$, pričom prierez prvej časti je $2 S$, prierez druhej časti je S . Odpor prvej časti

$$R_1 = \rho \frac{\frac{l}{3}}{2S} = \frac{1}{6} \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{6} \frac{U}{I},$$

odpor druhej časti

$$R_2 = \rho \frac{\frac{l}{3}}{S} = \frac{1}{3} \frac{U}{I}.$$

Celkový odpor upraveného vodiča

$$R' = R_1 + R_2 = \frac{1}{2} \frac{U}{I} = 3,0 \, \Omega.$$

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Nákladní loď délky $l = 300 \text{ m}$ se pohybuje v přímém směru stálou rychlostí v_1 . Motorový člun se pohybuje stálou rychlostí v_2 nejprve proti směru pohybu lodi, přičemž ji míjí za dobu $t_1 = 20 \text{ s}$, potom ve směru pohybu lodi, kterou mine za dobu $t_2 = 30 \text{ s}$.

a) Určete velikosti rychlostí v_1 , v_2 .

b) Určete dobu t_3 , za kterou by pohybující se motorový člun minul stojící loď.

Řešení:

- a) Pohybuje-li se člun proti směru pohybu lodi, míjí loď rychlostí $v_2 + v_1$ a za dobu t_1 urazí dráhu

$$l = (v_2 + v_1) t_1. \quad (1)$$

Pohybuje-li se člun ve směru pohybu lodi, míjí loď rychlostí $v_2 - v_1$ a za dobu t_2 urazí dráhu

$$l = (v_2 - v_1) t_2. \quad (2)$$

Řešením soustavy rovnic (1), (2) dostaneme

$$v_1 = l \frac{t_2 - t_1}{2 t_1 t_2} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_2 = l \frac{t_2 + t_1}{2 t_1 t_2} = 12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- b) Člun by minul stojící loď za dobu

$$t_3 = \frac{l}{v_2} = \frac{2 t_1 t_2}{t_2 + t_1} = 24 \text{ s}.$$

2. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Na dvouh zvislých lanách visí vo vodorovnej polohe rovnorodá klada dĺžky $d = 8 \text{ m}$ všade rovnakého prierezu, ktorej hmotnosť $m = 180 \text{ kg}$. Jedno lano je upevnené na jednom konci klady, druhé lano vo vzdialenosti $\frac{d}{4}$ od druhého konca klady.

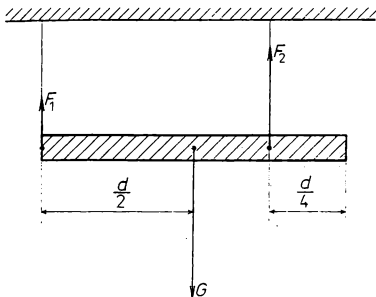
- a) Akými veľkými silami sú napínané laná?
b) Akými veľkými silami sú napínané laná, ak do ťažiska klady zavesíme teleso hmotnosti $m_1 = 240 \text{ kg}$?

Poznámka

Úlohu riešte pomocou rovnovážnej polohy klady, ktorá sa môže otáčať okolo osi kolmej na pozdĺžnu os klady a prechádza napr. jej ľavým koncovým bodom.

Riešenie:

Sily napínajúce laná označíme F_1' , F_2' , prislúchajúce sily reakčné, t.j. pôsobiace na kladu, označíme F_1 , F_2 . Silu, ktorou pôsobí Zeme na kladu, označíme G (obr. 59), $G = 1\,800\text{ N}$.



Obr. 59

- a) Klada je v rovnovážnej polohe, ak moment sily G vzhľadom na os otáčania o sa rovná momentu sily F_2 vzhľadom na tú istú os o . Teda

$$G \frac{d}{2} = F_2 \frac{3d}{4} \quad (1)$$

a odtiaľ

$$F_2 = \frac{2}{3} G = 1\,200 \text{ N.}$$

Pretože súčasne platí

$$F_1 + F_2 = G, \quad (2)$$

je

$$F_1 = G - F_2 = \frac{1}{3} G = 600 \text{ N.}$$

Sily napínajúce laná sú $F_1 = F_1' = 600 \text{ N}$, $F_2 = F_2' = 1\,200 \text{ N}$. Rovnaké výsledky dostaneme, keď os otáčania zvolíme inú, napr. v pravom koncovom bode kladky, v jej ťažisku alebo v pôsobisku sily F_2 . Úlohu možno riešiť tiež rozkladom sily G na dve rovnobežné sily rovnakého smeru.

- b) Ak do ťažiska kladky zavesíme teleso s hmotnosťou m_1 , na ktoré pôsobí tiažová sila $G_1 = 2\,400 \text{ N}$, zmenia sa vzťahy (1), (2) vo vzťahy

$$(G + G_1) \frac{d}{2} = F_2^* \frac{3d}{4},$$

$$F_1^* + F_2^* = G + G_1.$$

Z týchto vzťahov určíme sily

$$F_1^* = \frac{1}{3} (G + G_1) = 1\,400 \text{ N},$$

$$F_2^* = \frac{2}{3} (G + G_1) = 2\,800 \text{ N}.$$

3. úloha (navrhl dr. Evžen Růžička, CSc.)

Do vody o hmotnosti $m_1 = 750 \text{ g}$ a teplotě $t_1 = 20 \text{ °C}$ byla vložena ocelová koule o hmotnosti $m_2 = 250 \text{ g}$ a teplotě $t_2 = 100 \text{ °C}$. Teplota vody a koule se pak ustálila na hodnotě $t = 22,8 \text{ °C}$.

a) Určete měrnou tepelnou kapacitu oceli c_2 .

b) Na jakou teplotu t_3 by se zahřála voda, kdybychom do ní vložili olověnou kouli o stejné hmotnosti m_2 a stejné teplotě t_2 ?

Měrná tepelná kapacita vody $c_1 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita olova $c_3 = 0,13 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Tepelnou výměnu s okolím neuvažujte.

Řešení:

a) Po ustálení teploty na hodnotě t voda přijala teplo $Q_1 = m_1 c_1 (t - t_1)$ a ocelová koule odevzdala teplo $Q_2 = m_2 c_2 (t_2 - t)$. Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ dostaneme měrnou tepelnou kapacitu

$$c_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1)}{m_2 (t_2 - t)} \doteq 0,46 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

b) Voda přijala teplo $Q_4 = m_1 c_1 (t_3 - t_1)$ a olověná koule odevzdala teplo $Q_3 = m_2 c_3 (t_2 - t_3)$. Z rovnosti $Q_4 = Q_3$ dostaneme

$$t_3 = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_3 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_3} \doteq 20,8 \text{ °C}.$$

4. úloha (navrhl dr. Evžen Růžička, CSc.)

Jaký je poměr hmotností měděného a hliníkového drátu, jestliže oba mají stejnou délku a stejný elektrický odpor? Měrný odpor mědi $\varrho_{\text{Cu}}^* = 0,0175 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$, hliníku $\varrho_{\text{Al}}^* = 0,0278 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$, hustota mědi $\varrho_{\text{Cu}} = 8\,930 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hliníku $\varrho_{\text{Al}} = 2\,700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

Označíme m_{Cu} hmotnost měděného drátu, S_{Cu} obsah jeho průřezu, R_{Cu} jeho odpor; obdobně m_{Al} , S_{Al} , R_{Al} , oba dráty mají stejnou délku d . Je nyní

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\text{Al}}} = \frac{\varrho_{\text{Cu}} S_{\text{Cu}} d}{\varrho_{\text{Al}} S_{\text{Al}} d} = \frac{\varrho_{\text{Cu}}}{\varrho_{\text{Al}}} \cdot \frac{S_{\text{Cu}}}{S_{\text{Al}}}. \quad (1)$$

Z rovnosti odporů

$$R_{\text{Cu}} = R_{\text{Al}} = \varrho_{\text{Cu}}^* \frac{d}{S_{\text{Cu}}} = \varrho_{\text{Al}}^* \frac{d}{S_{\text{Al}}}$$

vyjádříme podíl

$$\frac{S_{\text{Cu}}}{S_{\text{Al}}} = \frac{\varrho_{\text{Cu}}^*}{\varrho_{\text{Al}}^*}$$

a dosadíme do (1):

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\text{Al}}} = \frac{\varrho_{\text{Cu}} \varrho_{\text{Cu}}^*}{\varrho_{\text{Al}} \varrho_{\text{Al}}^*} = \frac{2}{1}$$

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík, CSc.)

Po dvoukolejné trati jede v jednom směru osobní vlak délky $d_1 = 160$ m, v protisměru rychlík délky $d_2 = 240$ m. Osobní vlak jede stálou rychlostí $v_1 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Jak velkou rychlostí v_2 jede rychlík, jestliže míjí strojvůdce v lokomotivě osobního vlaku po dobu $t_2 = 6,0$ s?
- Po jakou dobu t_1 míjí osobní vlak strojvůdce v lokomotivě rychlíku?
- Jaká doba t uplyne od okamžiku setkání lokomotiv obou vlaků do okamžiku, kdy se minou poslední vagóny vlaků?

Řešení:

Rychlost jednoho vlaku vzhledem k druhému vlaku je $v_1 + v_2$.

- Rychlík délky d_2 míjí strojvůdce v lokomotivě osobního vlaku po dobu t_2 stálou rychlostí $v_1 + v_2$. Proto

$$d_2 = (v_1 + v_2) t_2,$$

odtud

$$v_2 = \frac{d_2}{t_2} - v_1 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

- Osobní vlak délky d_1 míjí strojvůdce v lokomotivě rychlíku po dobu t_1 stálou rychlostí $v_1 + v_2$, takže

$$d_1 = (v_1 + v_2) t_1,$$

odtud

$$t_1 = \frac{d_1}{v_1 + v_2} = 4 \text{ s}.$$

c) Při vzájemném míjení uplyne doba

$$t = \frac{d_1 + d_2}{v_1 + v_2} = 10 \text{ s.}$$

2. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík, CSc.)

Dřevěná tyč o délce $d = 1,2 \text{ m}$ je zavěšena ve vodorovné poloze na dvou svislých vláknech upevněných na koncích tyče. Ve vzdálenosti $x = 0,4 \text{ m}$ od jednoho konce je na tyči zavěšeno těleso o hmotnosti $m = 3 \text{ kg}$.

a) Jak velkými silami jsou napínána vlákna?

b) Vláknem se ještě nepřetrhne, napínáme-li je silou $F_0 = 25 \text{ N}$. Do jaké nejmenší vzdálenosti x_0 od konce tyče můžeme těleso na tyč zavěsit, aby se vlákno nepřetrhlo?

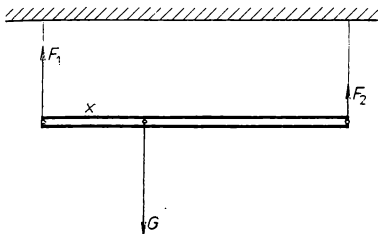
c) Do jaké vzdálenosti od konce tyče je třeba zavěsit těleso, aby každé vlákno bylo napínáno co nejmenší silou? Odpověď zdůvodněte.

Hmotnost tyče je velmi malá vzhledem k hmotnosti zavěšeného tělesa.

Řešení:

Síly napínající vlákna označíme F'_1, F'_2 . Podle zákona akce a reakce působí na tyč stejně velké síly F_1, F_2 opačného směru. Sílu, která působí na tyč, když na ni zavěsíme těleso, označíme G . Velikost síly $G = mg = 30 \text{ N}$. Představíme si, že tyč je otáčivá kolem osy o , která je na jejím levém konci (obr. 60).

a) Tyč je v rovnovážné poloze, jestliže moment síly F_2 vzhledem k ose o je roven momentu síly G vzhledem k téže ose o . Platí tedy $F_2 d = Gx$, odtud



Obr. 60

$$F_2 = \frac{x}{d} G = 10 \text{ N.}$$

Protože $F_1 + F_2 = G$, je

$$F_1 = G - F_2 = 20 \text{ N.}$$

Tedy síly napínající vlákna jsou $F_1' = F_1 = 20 \text{ N}$, $F_2' = F_2 = 10 \text{ N}$.

Úlohu můžeme řešit také rozkladem síly G na dvě rovnoběžné složky F_1' , F_2' stejného směru. Potom platí

$$F_1' + F_2' = G, \quad F_1'x = F_2'(d - x).$$

Řešením této soustavy dostaneme stejný výsledek.

- b) Předpokládejme, že síla $F_1 = F_0 = 25 \text{ N}$, pak síla $F_2 = G - F_0$. Po dosazení do původního vztahu $F_2d = Gx$ dostaneme

$$(G - F_0)d = Gx_0,$$

odtud nejmenší vzdálenost

$$x_0 = \frac{G - F_0}{G} d = 0,2 \text{ m.}$$

- c) Těleso musíme zavěsit uprostřed tyče. Vzhledem k rovnosti $F_1 + F_2 = G$ jsou síly F_1, F_2 nejmenší pro

$$F_1 = F_2 = \frac{G}{2} = 15 \text{ N.}$$

3. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Válcovou nádobu s obsahem dna $S_1 = 100 \text{ cm}^2$ a s výškou $h_1 = 50 \text{ cm}$ zcela naplníme vodou. Potom do nádoby vložíme ledový rampouch tvaru válce s obsahem podstavy $S_2 = 12,5 \text{ cm}^2$ a s výškou $h_2 = 40 \text{ cm}$.

- Určete objem vody, která vyteče z nádoby, když vložíme rampouch do vody.
 - Po určité době rampouch roztaje. Určete objem vody, která při tom z nádoby vyteče. Výsledek zdůvodněte.
- Hustota vody je $\rho_1 = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota ledu $\rho_2 = 900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Řešení:

- Hustota ledu ρ_2 je menší než hustota vody ρ_1 . Proto ledový rampouch ve vodě plove a ponoří se do vody do hloubky h , $h < h_2$. Na plovoucí rampouch působí gravitační síla Země F_g a hydrostatická vztlaková síla F_{vz} . Obě síly jsou v rovnováze. Platí tedy $F_{vz} = F_g$. Dále víme, že platí $F_{vz} = S_2 h \rho_1 g$, $F_g = S_2 h_2 \rho_2 g$, a tedy

$$h\rho_1 = h_2\rho_2, \quad h = h_2 \frac{\rho_2}{\rho_1} = 36 \text{ cm.}$$

Objem V ponořené části rampouchu se rovná objemu vody, která vyteče z nádoby: $V = S_2 h = 450 \text{ cm}^3$. Z nádoby tedy vyteče voda o objemu 450 cm^3 .

- b) Platí $\rho_1 = 1,00 \text{ g.cm}^{-3}$, $\rho_2 = 0,90 \text{ g.cm}^{-3}$. Objem ledového rampouchu je $V_2 = S_2 h_2 = 500 \text{ cm}^3$. Hmotnost rampouchu je $m = V_2 \rho_2 = 450 \text{ g}$. Rampouch roztaje na vodu téže hmotnosti. Označme V' objem této vody. Pak platí

$$V' = \frac{m}{\rho_1} = 450 \text{ cm}^3.$$

Objem vody V' je stejný jako objem ponořené části rampouchu před táním, $V' = V$. Roztaje-li rampouch, pak z nádoby již žádná voda nevyteče.

4. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík, CSc.)

Drátem prochází proud I_0 při napětí U .

- Určete elektrický odpor R_0 drátu.
- Drát rozdělíme na n stejných částí, které pak svineme do jediného lanka. Určete odpor R lanka.
- Jak velký proud I prochází lankem při napětí U ?
Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $U = 32 \text{ V}$, $I_0 = 10 \text{ mA}$, $n = 8$.

Řešení:

- Odpor celého nerozděleného drátu je $R_0 = \frac{U}{I_0} = 3200 \Omega$.

b) Odpor jedné části lanka je $R_1 = \frac{R_0}{n}$, odpor lanka svinutého z n částí je

$$R = \frac{R_1}{n} = \frac{R_0}{n^2} = \frac{1}{n^2} \frac{U}{I_0} = 50 \, \Omega.$$

c) Lankem prochází proud

$$I = n^2 I_0 = 640 \, \text{mA}.$$

III. část

ČTRNÁCTÁ MEZINÁRODNÍ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA

1. PRŮBĚH A VÝSLEDKY SOUTĚŽE

Čtrnáctá mezinárodní fyzikální olympiáda (14. MFO) proběhla ve dnech 5. – 14. července 1983 v hlavním městě Rumunské socialistické republiky Bukurešti. Uspořádalo ji ministerstvo školství RSR ve spolupráci s Národním centrem pro fyziku. Soutěže se zúčastnilo 80 soutěžících ze 16 států.

14. MFO se zúčastnila družstva z těchto států: Bulharská lidová republika (BG), Československá socialistická republika (CS), Finská republika (SF), Francie (F), Socialistická federativní republika Jugoslávie (YU), Kuba (CU), Maďarská lidová republika (H), Německá demokratická republika (DDR), Německá spolková republika (D), Nizozemské království (NL), Polská lidová republika (PL), Rakousko (A), Rumunská socialistická republika (RO), Svaz sovětských socialistických republik (SU), Švédské království (S), Vietnamská socialistická republika (VN). Pozvaná delegace Itálie se na 14. MFO nedostavila. Každou delegaci tvořili vedoucí delegace, pedagogický vedoucí a pět soutěžících. Soutěže se mohli zúčastnit jen žáci středních škol ve věku do 20 let, jak je uvedeno ve statutu MFO.

Kromě oficiálních delegací byli přítomni na 14. MFO tři pozorovatelé: S. M. Kozel, redaktor sovětského časopisu KVANT, Erszébet Lugosiová, redaktorka maďarského časopisu Középiskolai Matematikai Lapok, Colin Siddons, pozorovatel z Velké Británie, jejíž delegace se doposud mezinárodních fyzikálních olympiád nezúčastnila, ale hodlá přijmout pozvání v příštím roce.

Ústřední výbor fyzikální olympiády navrhl, aby vedoucím československé delegace byl doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Nitře, pedagogickým vedoucím RNDr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové.

V přípravě na 14. MFO zdokonalil ÚVFO několika-
stupňovou přípravu širšího výběru nejúspěšnějších účastníků fyzikální olympiády. Většina členů družstva již v loňském roce (1982) patřila mezi úspěšné řešitele celostátního kola fyzikální olympiády v kategorii A, dva členové se zúčastnili 13. MFO, která proběhla v r. 1982 v NSR. Střediska přípravy československého družstva na 14. MFO byla na katedrách fyziky a základů techniky Pedagogických fakult v Nitře a v Hradci Králové.

V období od září do konce listopadu 1982 absolvovalo 35 členů širšího výběru korespondenční přípravu, v níž dostali k řešení 10 náročných úloh z různých oborů fyziky. Tito účastníci byli vybráni na základě svých výsledků v krajském kole fyzikální olympiády, kategorie B, v celostátním kole kategorie A a řešení úloh ve fyzikální korespondenční škole. Na základě výsledků korespondenčního semináře bylo vybráno 18 nejlepších řešitelů, kteří se v prosinci 1982 zúčastnili 1. přípravného soustředění, uspořádaného v Nitře. Obsah soustředění byl orientován na experimentální metody ve fyzice, teorii měření a statistické zpracování hodnot získaných na základě experimentu. Teoretické přednášky se týkaly fyzikální optiky a termodynamiky. V testech dosáhli nejlepšího hodnocení R. Šášik, D. Kluvanec, M. Dru-
tarovský, D. Mocko, I. Koreň. Všichni členové širšího výběru absolvovali 19. února 1983 krajské kolo FO v kategorii A. Třináct nejlepších soutěžících (s přihlédnutím k výsledkům v předcházející přípravě) bylo pozváno na 2. přípravné soustředění, jež proběhlo ve dnech 5.–12. dubna 1983 v Nitře. Toto soustředění se zabývalo problémy z teoretické

mechaniky, optiky, elektrických obvodů. Podstatnou část soustředění představovaly experimentální práce. Po obou soustředěních byli nejlépe hodnoceni: I. Koreň, M. Drutarovský, D. Kluvanec, R. Šášik, J. Chrastina. Všichni účastníci druhého soustředění se zúčastnili celostátního kola fyzikální olympiády v kategorii A, které proběhlo ve dnech 23.–26. dubna 1983 v Plzni. Většina z nich získala titul vítěze celostátního kola 24. ročníku FO nebo patřila mezi úspěšné řešitele. Na závěr celostátního kola bylo rozhodnuto pozvat deset nejlepších řešitelů FO na třetí přípravné soustředění.

Účastník	Škola	Roč.	Kraj	Umístění ve 3. kole
D. Kluvanec	G Nitra	4	ZS	1.–2.
I. Koreň	G Jevičko a Hradec Král.	4	VČ	1.–2.
J. Smejkal	G Velké Meziříčí	4	JM	3.
P. Kožuško	G Košice, Šrobárova	4	VS	4.
M. Drutarovský	SPŠE Prešov	4	VS	5.–7.
J. Chrastina	G Brno, Koněvova ul.	4	JM	5.–7.
R. Šášik	G Nitra	4	ZS	5.–7.
M. Reysser	G Praha, Voděradská	4	Pha	8.
R. Pullman	G Bratislava, Novohradská	4	Blava	9.–11.
P. Borovanský	G Bratislava, Novohradská	4	Blava	9.–11.

Závěrečné, třetí přípravné soustředění se konalo ve dnech 9.–22. června 1983 na katedře fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové. Na soustředění se nedostavil a omluvil P. Borovanský. Na programu soustředění byla řešena problematika fyzikální a kvantové optiky, mechaniky, termodynamiky, elektromagnetického pole. Pozornost byla věnována využití základů matematické analýzy při řešení fyzikálních úloh. Podstatnou část práce

v soustředění představovalo fyzikální praktikum (byly zařazeny úlohy z optiky, elektromagnetismu a elektroniky) včetně řešení netradičních, tvůrčích laboratorních prací. Účastníci soustředění absolvovali tři náročné teoretické a tři experimentální testy, zaměřené na tvůrčí aplikaci poznatků ze středoškolské fyziky při řešení fyzikálních úloh. Vyučující jednotlivých disciplín sdělovali vedoucímu soustředění výsledky svých pozorování účastníků soustředění při individuálním či společném řešení předkládaných problémů.

Na organizačním a odborném zabezpečení všech tří soustředění se podíleli pracovníci katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Nitře (doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc. — vedoucí soustředění, doc. RNDr. A. Kecskés, CSc., doc. RNDr. T. Gál, CSc., prof. RNDr. V. Majerník, DrSc., ing. I. Štubňa, CSc., RNDr. L. Morvay, RNDr. J. Gembarovič, RNDr. T. Korcová a další), pracovníci katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové (RNDr. I. Volf — vedoucí soustředění, doc. ing. B. Vybíral, CSc., RNDr. M. Ouhrabka, CSc., RNDr. J. Podobský, RNDr. T. Pop, RNDr. Z. Šmída, ing. K. Radocha, PaedDr. J. Vondrouš), PaedDr. P. Šedivý z gymnázia J. K. Tyla v Hradci Králové, RNDr. Z. Ungermann z gymnázia v Hradci Králové, Šimkova ul., E. Bittnerová z ÚDPM KG v Bratislavě.

Na základě výsledků krajských kol, celostátního kola 24. ročníku FO a výsledků korespondenčního semináře a výsledků všech tří soustředění určili z pověření předsednictva ÚVFO vedoucí soustředění pětičlenné družstvo pro 14. MFO v Rumunsku ve složení:

1. Ivo Koreň, G Jevíčko (původně G Hradec Králové)
2. Daniel Kluvanec, G Nitra
3. Roman Šášik, G Nitra
4. Miloš Drutarovský, SPŠE Prešov
5. Jaroslav Smejkal, G Velké Meziříčí

Jako náhradníci družstva byli určeni: Jan Chrastina,

G Brno, Koněvova ul., Peter Kožuško, G Košice, Šrobárova ul.

Československá delegace odletěla do Bukurešti v pondělí 4. července 1983 v dopoledních hodinách. Soutěžící spolu se svými vedoucími byli ubytováni v komplexu studentských kolejí (koleje lékařské fakulty), stravování bylo zajištěno ve vysokoškolské menze bukureštské polytechniky. Zasedání mezinárodní komise, slavnostní zahájení i zakončení, jakož i obě části soutěže proběhly v Národním centru pro fyziku na Platformě Magurele nedaleko Bukurešti, kam byli účastníci odváženi autobusem.

Předsedou mezinárodní komise 14. MFO byl jmenován děkan fyzikální fakulty bukureštské univerzity prof. dr. Konstantin Plavițiu. Předsedou organizačního výboru 14. MFO byl ústřední inspektor pro fyziku Alexandru Burcin. Členy komise pro výběr úloh a jejich opravu byli profesori fyzikální fakulty bukureštské univerzity.

Jako členové mezinárodní komise pracovali vedoucí a pedagogičtí vedoucí jednotlivých družstev:

- BG: Gleb Zadorožnyj, fyzikální fakulta sofijské univerzity, Sofia
Nikola M. Velčev, ministerstvo osvěty BLR, Sofia
- CS: doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., katedra fyziky a základů techniky, Pedagogická fakulta Nitra
dr. Ivo Volf, katedra fyziky a základů techniky, Pedagogická fakulta Hradec Králové
- SF: dr. Maija Ahtee, univerzita Helsinky
Jukka Mattila, gymnázium Eurajoki
- F: Marcel Bourie, ústřední inspektor ministerstva školství, Paříž
René Ravier, lyceum Dijon
- YU: dr. Draško Gružič, fyzikální institut Bělehrad
Miloš Pavlovič, vzdělávací ústav Kladovo

- CU: prof. dr. José Luis Hernandez Baez, ministerstvo školství — ústav pro vzdělávání, Havana
Raul Partuondo Duany, gymnázium Havana
- H: dr. László Takács, Ústřední institut pro fyziku, Budapešť
Jenő Szép, Eötvösova univerzita, Budapešť
- DDR: prof. dr. Joachim Wendt, Vysoká škola pedagogická
Güstrow
Heinz Lorenz, ministerstvo školství Berlín
- D: dr. Günter Lind, Institut pedagogiky přírodních věd na univerzitě v Kielu
dr. Harri Heise, Humboldtovo gymnázium, Kiel
- NL: dr. Hans Jordens, gymnázium Haren
dr. Jan F. Schröder, gymnázium Groningen
- PL: dr. Waldemar Gorzkowski, Institut fyziky PAN, Warszawa
dr. Andrzej Nadolny, Institut fyziky PAN, Warszawa
- A: prof. ing. Mag. Helmuth Mayr, gymnázium Vídeň
prof. Mag. Günter Lechner, gymnázium Wörgl
- RO: dr. Mircea Rusu, fyzikální fakulta bukureštské univerzity
Marius Gall, lyceum N. Balcescu, Bukurešť
- SU: Oleg Fjodorovič Kabardin, CSc., APV SSSR, Moskva
Vladimir Alexejevič Orlov, APV SSSR Moskva
- S: dr. Lars Silverberg, univerzita Lund
dr. Lars Gislén, univerzita Lund
- VN: prof. Duong Trong Bai, ministerstvo vzdělávání, Hanoj
Cao Ngoc Vien, CSc., ministerstvo vzdělávání, Hanoj

14. MFO byla zahájena 5. července 1983 v zasedacím sále fyzikální fakulty bukureštské univerzity v areálu Národního centra pro fyziku na Platformě Magurele. Delegace 16 států přivítal náměstek ministra školství RSR prof. dr. George

Ciucu, člen kor. AV RSR. K účastníkům dále promluvil předseda mezinárodní komise 14. MFO, děkan fyzikální fakulty bukureštské univerzity prof. dr. Constantin Plavițiu a předseda Národního komitétu pro fyziku prof. dr. Mariu Ivascu. Jménem rumunské mládeže přivítala účastníky 14. MFO, kteří zastupovali středoškoláky 16 zemí, tajemnice Svazu komunistické mládeže Rumunska Iuliana Cristescu. Štafetu mezinárodních fyzikálních olympiád symbolicky odevzdal pořadatelům z hostitelské země předseda organizačního výboru 13. MFO v Německé spolkové republice dr. Günter Lind. K účastníkům 14. MFO se obrátil dopisem ministr školství RSR Ion Teoreanu, který převzal nad uspořádáním této soutěže patronát. Na závěr zahajovacího ceremoniálu předvedli žáci konzervatoře (hudebního lycea) a další účinkující zajímavý kulturní program, seznamující přítomné s národní kulturou RSR.

První zasedání mezinárodní komise proběhlo ve večerních hodinách 6. července 1983 a protáhlo se dlouho do noci. Na zasedání byly nejprve projednány některé procedurální, organizační a administrativní záležitosti. Organizátoři potom předložili členům mezinárodní komise 6 teoretických úloh. Po několikahodinové diskusi byly vybrány 4 teoretické úlohy; jedna zajímavá úloha propagující výsledky rumunské fyziky (Coandův jev), avšak vymykající se poněkud z obsahu středoškolské fyziky, byla doporučena jako úloha fakultativní, jež nebude do hodnocení započítána, ale bude za její správné vyřešení udělena mimořádná cena. Úlohy byly posouzeny, jejich text poněkud upraven na základě diskusí. Bylo rozhodnuto přisoudit za správné řešení teoretických úloh celkem 30 bodů (po úlohách 8b, 8b, 7b, 7b). Jednání mezinárodní komise proběhlo od 16 h 30 min do 03 h 30 min. Vedoucí delegací přeložili teoretické úlohy z jednacích jazyků (ruština, angličtina, němčina, francouzština) do jazyků soutěžících, texty rozmnožili pro každého soutěžícího.

Řešení čtyř dosti časově náročných i myšlenkově obtíž-

ných úloh proběhlo ve čtvrtek 7. července 1983 v posluchárnách fyzikální fakulty bukureštské univerzity, a to od 9 h 30 min do 14 h 30 min. Vedoucí delegací v té době navštívili matematické lyceum N. Bălcescu. Večer všichni účastníci 14. MFO navštívili představení rumunské profesionální folklórní skupiny. V pátek 8. července 1983 byl zařazen oddechový den, který strávili soutěžící i jejich vedoucí v rekreační oblasti na jezeře ve Snagově.

Soutěžícím nebylo povoleno použít kapesní kalkulačky, takže většina z nich poněkud znervózněla, což se odrazilo i na jejich výkonech při řešení teoretických úloh.

Ve večerních a nočních hodinách 8. července se uskutečnilo druhé zasedání mezinárodní komise, na němž byla posouzena dosti obtížná a časově náročná experimentální úloha. Text úlohy byl po jednání komise upraven, přeložen do národních jazyků a byl připraven materiál pro jednotlivé soutěžící. V sobotu 9. července soutěžící po čtyři hodiny řešili experimentální úlohu (dosažitelný počet bodů 20), vedoucí delegací navštívili matematické lyceum č. 1 v Bukurešti. Po obědě dostali vedoucí delegací xerokopie řešení teoretických úloh, vypracovaná soutěžícími z jejich družstva (společně s bodovým hodnocením úloh), a všichni účastníci 14. MFO odjeli do mládežnického rekreačního zařízení v Costinești na břehu Černého moře. Tam absolvovali projížďku po rumunském černomořském pobřeží, navštívili mořské akvárium v Constanci a odpočívali do úterý 12. července, kdy se celá výprava vrátila zpět do Bukurešti. O vedoucí delegací se po celou dobu pobytu pečlivě staral ředitel odboru středních škol na ministerstvu školství RSR George Rușitoru. Po návratu do Bukurešti obdrželi vedoucí delegací xerokopie řešení experimentální úlohy. Ve večerních, a hlavně nočních hodinách se vedoucí delegací připravovali na jednání v komisi korektorů – museli pečlivě prostudovat řešení svých soutěžících, samostatně ho opravit a bodově ohodnotit. Jednání se členy komise korektorů (pracujících v jednotlivých pod-

skupinách podle úloh) proběhlo ve středu 13. července od 9 h do 13 h 30 min a bylo zakončeno podepsáním protokolu, vyjadřujícího shodu v hodnocení řešení úloh komisí korektorů a vedoucími delegací. Potom se uskutečnilo závěrečné zasedání mezinárodní komise, na kterém byly přijaty zásady vyhodnocení výsledků 14. MFO. Protože nejlepší dosažený výsledek byl 43,75 bodu, byly stanoveny hranice pro udělení cen a pro stanovení úspěšnosti v soutěži (zaokrouhлено dolů):

I. cena 90 % – 100 %	39,00 – 43,75 bodu
II. cena 78 % – 89 %	34,00 – 38,75 bodu
III. cena 65 % – 77 %	28,00 – 33,75 bodu
Úspěšný řešitel 50 % – 64 %	21,00 – 27,75 bodu

Řešitelé, kteří dosáhli méně než 21,00 bodu, byli neúspěšní.

Na zasedání byly přijaty některé závěry, které by měly být využity při organizaci další, 15. mezinárodní fyzikální olympiády, která bude uspořádána ve dnech 24. 6. – 1. 7. 1984 v Sigtuně (Švédsko). Představitel Jugoslávie omluvil svou zemi, že nemůže z ekonomických důvodů uspořádat 16. MFO v r. 1985, představitel NDR neměl zplnomocnění se k uspořádání MFO v tomto roce vyjádřit, i když podle pořadí by měla MFO v r. 1985 uspořádat Německá demokratická republika. Zatím nebyla potvrzena ani místa pořádání dalších MFO; v r. 1986 by to mělo být Finsko nebo Francie.

Dále bylo dohodnuto, že na příští MFO budou soutěžícím zadány pouze tři teoretické úlohy, na jejichž řešení bude dáno soutěžícím 5 h, a maximálně dvě experimentální úlohy na dobu 4 h. Bodové hodnocení 30 bodů za teoretické úlohy a 20 bodů za úlohy praktické zůstává v platnosti i nadále. Soutěžící budou moci používat při řešení teoretických i praktických úloh neprogramovatelné kapesní kalkulačky. Účastníci schválili návrh představitele NSR, aby pro koordinaci orga-

nizační a administrativní činnosti byl vytvořen stálý sekretariát mezinárodních fyzikálních olympiád (podobně jako již pracuje sekretariát MChO). O kandidaturu se přihlásil polský delegát.

Ve večerních hodinách proběhl závěrečný ceremoniál 14. MFO, na němž byly předány soutěžícím diplomy, medaile a věcné odměny vítězům a úspěšným řešitelům. Neúspěšní řešitelé obdrželi potvrzení o účasti na 14. MFO. Bylo uděleno 20 speciálních cen za originální nebo nejlepší řešení jednotlivých úloh a tři speciální ceny za vyřešení úlohy o Coandově jevu.

Soutěž uzavřel náměstek ministra školství RSR prof. dr. George Ciucu. Poté byla uspořádána slavnostní večeře, které se zúčastnili soutěžící, vedoucí jednotlivých delegací a organizátoři i další pracovníci, kteří se zasloužili o dobrý průběh 14. mezinárodní fyzikální olympiády.

Přehled o výsledcích soutěže podávají následující tabulky:

Pořadí, jméno, (stát)	Počet bodů za úlohu					Celkový počet bodů
	1	2	3	4	5	
I. CENA						
1. Ivan Ivanov (BG)	8,00	4,75	5,75	6,25	19,00	43,75
2. Remus Almicar Ionescu (RO)	8,00	6,25	5,50	4,00	19,50	43,25
3. Vladimír Viktorovič Molčanov (SU)	5,50	5,25	4,50	6,50	19,50	41,25
4. Edmont Iancu (RO)	7,00	5,25	4,00	7,00	17,50	40,75
5. Andrej Georgevič Gnilovskij (SU)	8,00	7,25	5,50	5,50	14,00	40,25
6. Anton Jurevič Aleksejev (SU)	4,50	7,50	4,75	7,00	16,00	39,75
7. Jaroslav Smejkal (CS)	6,00	3,75	3,00	7,00	19,50	39,25
II. CENA						
8. Michail Borisovič Džajčikov (SU)	8,00	7,00	7,00	2,00	13,50	37,50
9. Marius Goldenberg (RO)	8,00	3,25	6,75	5,00	14,00	37,00
10. Krzysztof Mnich (PL)	5,50	3,50	5,50	6,00	16,00	36,50
11. Erik Hakvoort (NL)	7,00	5,00	6,50	6,25	11,00	35,75
12. Paweł Jałocha (PL)	5,50	5,25	3,75	4,75	16,00	35,25
13. Roland Schultze (D)	7,50	5,25	2,50	4,50	15,00	34,75
14. Thomas Karler (D)	3,50	5,00	4,00	3,00	19,00	34,50
15. Marius Vasiliu (RO)	7,00	6,00	4,25	7,00	10,00	34,25
16. Daniel Klivanec (CS)	8,00	4,00	5,00	2,50	14,50	34,00

Pořadí, jméno, (stát)	Počet bodů za úlohu					Celkový počet bodů
	1	2	3	4	5	
III. CENA						
17. – 18. Jean Michel Courty (F) Valdis Jurevič Birzvalkis (SU)	4,00	5,00	4,00	4,00	15,00	33,00
19. Steffen Grossert (DDR)	7,50	5,00	6,50	2,00	12,00	33,00
20. – 23. Janos Fent (H) Miklos Naray (H)	6,00	4,00	4,00	0,25	18,50	32,75
Dorel Moldovan (RO)	7,00	2,00	2,50	2,50	17,00	31,00
Darko Stefanović (YU)	5,50	4,00	5,50	2,00	14,00	31,00
Zbigniew Pluciennik (PL)	7,50	6,25	5,25	5,00	7,00	31,00
Miloš Druťarovský (CS)	5,00	0,00	5,00	6,00	15,00	31,00
Béla Gyuricza (H)	6,00	0,00	5,50	5,00	14,00	30,50
Nguyen Quang Son (VN)	4,00	7,00	1,50	6,50	11,00	30,00
Andreas Holtscher (D)	4,50	6,00	3,25	0,00	15,50	29,75
Stojčo Ivanov (BG)	8,00	5,00	6,00	1,50	8,75	29,25
Robert Sandrock (D)	4,00	4,25	4,75	3,50	12,50	29,00
Wolf Bottiger (DDR)	3,00	4,25	6,00	1,50	13,75	28,50
	5,50	5,50	3,00	1,00	13,00	28,00
	4,00	3,00	3,75	2,25	15,00	28,00

Pořadí, jméno, (stát)	Počet bodů za úlohu					Celkový počet bodů
	1	2	3	4	5	
ÚSPĚŠNÍ ŘEŠITELÉ						
32. Daniel Poloni (D)	6,50	5,00	1,25	3,00	11,00	26,75
33. Phan Thank Hai (VN)	6,50	4,25	0,00	5,00	10,00	25,75
34. Tran Hun Huan (VN)	6,00	0,00	5,25	0,00	12,50	23,75
35. Zsolt Frei (H)	6,00	1,75	5,50	0,00	10,00	23,25
36. – 37. Viktor Ivanov (BG)	5,50	5,25	0,50	7,00	4,00	22,25
Antero Hietamaki (SF)	3,50	4,00	2,75	2,00	10,00	22,25
38. – 39. Ivo Koreň (CS)	3,00	2,75	5,75	1,00	9,50	22,00
Anders Eriksson (S)	5,50	3,75	2,25	0,00	10,50	22,00
40. Roman Šášik (CS)	6,00	6,75	1,50	2,00	5,50	21,75
41. – 42. Klaus Aufinger (A)	0,50	2,25	1,25	1,50	16,00	21,50
Igor Herbert (YU)	2,50	2,50	3,50	5,00	8,00	21,50
43. – 44. Michel Arboi (F)	5,00	1,75	2,00	6,50	6,00	21,25
Mans Hennigson (S)	6,00	3,75	5,00	0,00	6,50	21,25
45. – 48. Guillaume Aubin (F)	7,00	3,75	0,75	1,50	8,00	21,00
Jean Louis Dufour (F)	5,50	0,50	4,50	6,50	4,00	21,00
Lauri Pirttiahö (SF)	5,25	2,50	2,75	1,50	9,00	21,00
Anders Lundblad (S)	7,00	2,75	3,75	2,50	5,00	21,00

Pořadí, jméno, (stát)	Počet bodů za úlohu					Celkový počet bodů
	1	2	3	4	5	
POTVRZENÍ O ÚČASTI (pro neúspěšné řešitele)						
49. Ninh Xuan Huong (VN)	6,00	2,50	3,25	0,50	8,00	20,50
50. — 51. Klaus Mittermayer (A)	5,50	5,25	3,00	0,00	6,00	19,75
Otto Arkassy (H)	2,50	4,75	1,00	5,00	6,50	19,75
52. Dietmar Polster (DDR)	3,50	1,50	2,00	6,25	6,00	19,25
53. Plamen Ivanov (BG)	5,50	2,50	5,00	3,00	3,00	19,00
54. Boris Vrabec (YU)	3,00	1,50	3,50	4,00	6,50	18,50
55. Nikola Petrov (BG)	8,00	3,00	0,25	4,00	3,00	18,25
56. Risto Lapatto (SF)	5,50	2,00	4,50	3,00	2,50	17,50
57. Onno Pols (NL)	6,00	0,75	4,00	4,00	2,50	17,25
58. Per Ake Nilsson (S)	3,00	1,50	2,25	5,25	5,00	17,00
59. Olaf Monczak (PL)	3,00	0,00	3,25	2,50	8,00	16,75
60. Jari Stenberg (SF)	5,50	5,00	3,00	0,75	2,00	16,25
61. — 62. Dean Mozetič (YU)	3,50	3,25	0,75	4,00	4,50	16,00
Gerjan van Bakel (NL)	2,50	3,50	3,00	2,00	5,00	16,00
63. Ralf Huonker (DDR)	4,50	2,50	2,00	0,25	6,50	15,75
64. — 65. Hervé Bercegol (F)	0,00	6,00	0,50	7,00	2,00	15,50
Dinh Van Dung (VN)	2,50	0,50	3,50	0,00	9,00	15,50
66. Zoran Rakić (YU)	0,50	2,50	1,75	2,00	8,00	14,75

Pořadí, jméno, (stát)	Počet bodů za úlohu					Celkový počet bodů
	1	2	3	4	5	
67. – 68. Olaf Kalz (DDR) Pawel Susicki (PL)	5,00 6,00	4,50 1,00	1,00 3,50	0,00 0,00	4,00 4,00	14,50 14,50
69. – 70. Stefan Kiechl (A) Olavi Tirkkonen (SF)	3,00 5,50	3,00 1,50	1,25 4,00	0,50 2,75	6,00 0,00	13,75 13,75
71. Glay Chinae Santiago (CU)	3,00	0,25	1,50	0,50	8,00	13,25
72. Paul Verdunen (NL)	2,50	2,75	3,50	0,50	2,50	11,75
73. Hannes Rieser (A)	0,50	1,75	2,50	0,25	6,00	11,00
74. Klaus Krischan (A)	1,00	1,00	1,50	0,50	6,00	10,00
75. Rogelio Caballero Lopez (CU)	2,00	1,00	2,75	2,50	1,00	9,25
76. Bart Te Molder (NL)	1,50	0,50	5,25	0,00	1,50	8,75
77. Carl Gustaf Werner (S)	0,00	0,75	5,25	1,25	0,00	7,25
78. Lino Hernandes Remedios (CU)	3,00	1,75	1,00	0,00	0,00	5,75
79. Angel Solana Pascual (CU)	1,50	2,75	1,25	0,00	0,00	5,50
80. Alberto Clavijo Cotayo (CU)	2,50	0,00	0,00	0,00	0,00	2,50

Přehled o dosažených výsledcích družstev uvádíme v další tabulce. Mezinárodní fyzikální olympiáda je však soutěží pro jednotlivce a mezinárodní komise nevyhlašuje bodové hodnocení družstev.

Stát	Teoretické úlohy				Teor. ú. celkem	Exp. úloha	Celkem	Ceny			Pochv. uznání	Nesp. testisté
	1	2	3	4				I.	II.	III.		
SU	33,50	32,00	28,25	23,00	116,75	75,00	191,75	3	1	1	—	—
RO	37,50	27,00	25,75	29,00	119,25	67,00	186,25	2	2	1	—	—
D	27,00	25,00	15,50	15,00	82,50	70,50	153,00	—	2	2	1	—
CS	27,00	24,25	16,75	19,00	87,00	60,00	147,00	1	1	1	2	—
H	25,50	18,50	17,75	9,50	71,25	63,00	134,25	—	—	3	1	1
PL	26,00	9,75	21,50	18,25	75,50	58,00	133,50	—	2	1	—	2
BG	30,00	19,75	17,50	21,75	89,00	42,75	131,75	1	—	1	1	2
VN	28,00	12,25	18,00	8,25	66,50	48,00	114,50	—	—	1	2	2
F	21,50	17,50	11,75	25,50	76,25	35,50	111,75	—	—	1	3	1
DDR	23,00	15,50	12,75	9,00	60,25	50,00	110,25	—	—	2	—	3
YU	14,50	9,75	14,50	21,00	59,75	42,00	101,75	—	—	1	1	3
SF	25,25	15,00	17,00	10,00	67,25	23,50	90,75	—	—	—	2	3
NL	19,50	12,50	22,25	12,75	67,00	22,50	89,50	—	1	—	—	4
S	21,50	12,50	18,50	9,00	61,50	27,00	88,50	—	—	—	3	2
A	10,50	13,25	9,50	2,75	36,00	40,00	76,00	—	—	—	1	4
CU	12,00	5,75	6,50	3,00	27,25	9,00	36,25	—	—	—	—	5
Celkem	382,25	270,25	273,75	236,75	1 163,00	733,75	1 896,75	7	9	15	17	32
Celkem průměr družstva	23,89	16,89	17,11	14,80	79,89	45,86	118,55					
Průměr jednotl.	4,78	3,38	3,42	2,96	14,54	9,17	23,71					

Další tabulka ukazuje pořadí výsledků v jednotlivých úlohách:

Úloha	Pořadí															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	RO	SU	BG	VN	CS	D	PL	H	SF	DDR	F	S	NL	YU	CU	A
2	SU	RO	D	CS	BG	H	F	DDR	SF	A	S	NL	VN	PL	YU	CU
3	SU	RO	NL	PL	S	VN	H	BG	SF	CS	D	YU	DDR	F	A	CU
4	RO	F	SU	BG	YU	CS	PL	D	NL	SF	H	DDR	S	VN	CU	A
Teoret. úlohy	RO	SU	BG	CS	D	F	PL	H	SF	NL	VN	S	DDR	YU	A	CU
Exper. úloha	SU	D	RO	H	CS	PL	DDR	VN	BG	YU	A	F	S	SF	NL	CU
Celkem	SU	RO	D	CS	H	PL	BG	VN	F	DDR	YU	SF	NL	S	A	CU

Z tabulky je zřejmé, že s výjimkou 3. úlohy (optika) byly výsledky československého družstva stále v první polovině soutěží.

Uvedeme ještě přehled bodových výsledků dosažených v jednotlivých úlohách:

Úloha	Dosaženo celkem	Průměr na řešitele	Nejvýše dosažitelné	Procento úspěšnosti
1	382,25	4,78	640	59,72
2	270,25	3,38	640	42,23
3	273,75	3,42	560	48,89
4	236,75	2,96	560	42,28
Teoretické úlohy	1 163,00	14,54	2 400	48,46
Experim. úloha	733,75	9,17	1 600	45,86
Celkem	1 896,75	23,71	4 000	47,42

Z výsledků je patrné, že nejlehčí byla 1. úloha (mechanika), značně obtížné byly 2. úloha (střídavé proudy) a 4. úloha (rozptyl fotonu). Protože průměrný počet bodů získaných všemi účastníky dohromady nedosáhl poloviční hodnoty (s výjimkou mechaniky), procento úspěšnosti bylo 47,42 %, lze konstatovat, že úlohy 14. MFO v Rumunsku byly dosti obtížné.

Naši účastníci dosáhli následujících bodových výsledků:

Poř.	Účastník	Výsledky hodnocení řešení úloh						Cena
		1	2	3	4	Teor.	Exper.	
7.	Jaroslav Smejkal	6,00	3,75	3,00	7,00	19,75	19,50	I 39,25
16.	Daniel Klivanec	8,00	4,00	5,00	2,50	19,50	14,50	II 34,00
25.	Miloš Druitarovský	4,00	7,00	1,75	6,50	19,00	11,00	III 30,00
38. – 39.	Ivo Koreň	3,00	2,75	5,75	1,00	12,50	9,50	ú 22,00
40.	Roman Šášik	6,00	6,75	1,50	2,00	16,25	5,50	ú 21,75
Celkem bodů		27,00	24,25	16,75	19,00	87,00	60,00	147,00
Dosažitelný počet		40,0	40,0	35,0	35,0	150,0	100,0	250,0
Procento z max. počtu		67,50	60,62	47,86	54,29	58,00	60,00	58,80
Nejlepší dosažený výsledek družstva		37,50	32,00	28,25	29,00	119,25	75,00	191,75
Procento z nejlepšího výsledku družstva		72,00	75,78	59,29	65,52	72,96	80,00	76,66

Účast československého družstva jako celku i jednotlivých soutěžících na 14. mezinárodní fyzikální olympiádě v Bukurešti lze hodnotit jako úspěšnou zejména proto, že všichni členové družstva se stali úspěšnými řešiteli a po delší době získal aspoň jeden účastník první cenu. Je také potěšující, že všichni účastníci z Československa se probojovali do první poloviny pořadí soutěžících a celkový výsledek dopadl tak, že naše družstvo se umístilo mezi čtyřmi nejlepšími.

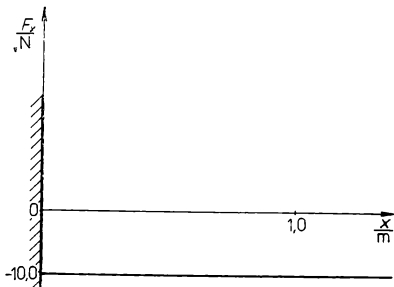
14. MFO byla zakončena pozvánkou švédského delegáta dr. Larse Silverberga na 15. mezinárodní fyzikální olympiádu, která proběhne v r. 1984 ve Švédsku.

2. SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. úloha

Částice se pohybuje podél kladné poloosy x (jednorozměrný případ) působením stálé síly $F_x = -10,00$ N, směřující do počátku soustavy, viz obr. 61. V počátečním bodě 0 kolmo k ose je umístěna ideálně odrazující rovinná stěna. Na částici současně působí při pohybu třecí síla o velikosti $F_t = 1,00$ N. Částice se v určitém okamžiku nachází ve vzdálenosti $x_0 = 1,00$ m od stěny, přičemž má kinetickou energii $E_k = 10,0$ J.

- Určete délku dráhy, kterou částice projde do úplného zastavení.
- Načrtněte graf potenciální energie $E_p(x)$ jako funkce vzdálenosti x částice pohybující se v poli síly F .
- Znárodněte graficky, ale jen kvalitativně, rychlost částice jako funkci její souřadnice x .



Obr. 61

Řešení:

Označme počáteční souřadnici částice $x_0 = 1,00$ m, její kinetickou energii $E_{k0} = 10,0$ J. Částice se pohybuje tak, že její poloha je určena souřadnicí $x > 0$ m při pohybu a $x = 0$ m v okamžiku jejího nárazu na dokonale pružnou stěnu. Na částici působí při pohybu stálá síla $F = 10,0$ N, směřující do počátku soustavy souřadnic. Částice má v každém okamžiku v určitém bodě potenciální energii $E_p = F \cdot x$, tedy $E_{p0} = Fx_0 = 10,0$ J. Celková energie částice v každém okamžiku $E = E_p + E_k$. Kromě síly F směřující do počátku působí na částici síla $F_t = 1,0$ N, vždy proti směru pohybu.

a) Při pohybu částice z polohy x_0 do libovolné, avšak možné polohy $x > x_0$ dochází k energetickým změnám, přičemž celková změna energie je

$$\Delta E = \Delta E_p + \Delta E_k,$$

kde $\Delta E_p = F(x - x_0)$, $\Delta E_k < E_{k0}$.

Při pohybu se koná práce proti silám tření, $W = F_t(x - x_0)$. Platí proto rovnice vycházející z energetických změn

$$F(x - x_0) = \Delta E_k + F_t(x - x_0).$$

Na počátku byla částice charakterizována celkovou energií

$$E = Fx_0 + E_k.$$

Částice se zastaví, když změna této energie se projeví jako práce proti třecí síle při pohybu částice po dráze s ,

$$Fx_0 + E_k = F_t s,$$

pro dráhu

$$s = \frac{Fx_0 + E_k}{F_t} = 20 \text{ m}.$$

Částice se zastaví na dráze 20 m.

Úlohu lze řešit jiným, i když složitějším způsobem. Nechme částici pohybovat od odrazové stěny. Na počátku má částice energii

$$E_0 = E_{k0} + E_{p0} = E_{k0} + Fx_0.$$

Částice se zastaví ve vzdálenosti x_1 od stěny, bude mít energii $E_{k1} = 0 \text{ J}$, $E_{p1} = Fx_1$, na dráze $x_1 - x_0$ se proti třecí síle konala práce $W = F_t(x_1 - x_0)$. Můžeme tedy psát vztah:

$$E_{k0} + Fx_0 = Fx_1 + F_t(x_1 - x_0)$$

$$E_{k0} + Fx_0 = Fx_1 + F_tx_1 - F_tx_0$$

$$x_1 = \frac{E_{k0}}{F + F_t} + x_0$$

Částice se vlivem síly F bude pohybovat směrem ke stěně, po dopadu se pružně odrazí a zastaví se ve vzdálenosti x_2 , takže pro velikost potenciální energie platí:

$$Fx_1 = Fx_2 + F_t(x_1 + x_2)$$

$$Fx_1 - F_tx_1 = x_2(F + F_t)$$

$$x_2 = \frac{F - F_t}{F + F_t} x_1 = \frac{F - F_t}{(F + F_t)^2} E_{k0} + \frac{F - F_t}{F + F_t} x_0$$

Můžeme pokračovat dále. Částice se bude pohybovat směrem ke stěně, ze vztahu pro potenciální energii platí

$$Fx_2 = Fx_3 + F_t(x_2 + x_3)$$

$$(F - F_t) x_2 = (F + F_t) x_3$$

$$x_3 = \frac{F - F_t}{F + F_t} x_2 = \frac{(F - F_t)^2}{(F + F_t)^3} E_{k0} + \frac{(F - F_t)^2}{(F + F_t)^2} x_0$$

Celková dráha částice je rovna $s = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots - x_0$. Tedy

$$s = 2 \left[\frac{E_{k0}}{F + F_t} + \frac{F - F_t}{(F + F_t)^2} E_{k0} + \frac{(F - F_t)^2}{(F + F_t)^3} E_{k0} + \dots + x_0 + \frac{F - F_t}{F + F_t} x_0 + \frac{(F - F_t)^2}{(F + F_t)^2} x_0 + \dots \right] - x_0.$$

Určíme dráhu s_b , na níž se částice zastaví. Jde tedy o dvě řady, jejichž součty snadno určíme. První členy řad jsou

$$a_{01} = \frac{E_{k0}}{F + F_t}, a_{02} = x_0, \text{ kvocienty } q = \frac{F - F_t}{F + F_t} < 1$$

jsou v obou případech stejné. Jde o řady konvergující, takže dovedeme určit jejich součet:

$$s_{\infty} = 2 \left[\frac{E_{k0}}{F + F_t} \cdot \frac{1}{1 - \frac{F - F_t}{F + F_t}} + x_0 \frac{1}{1 - \frac{F - F_t}{F + F_t}} \right] - x_0$$

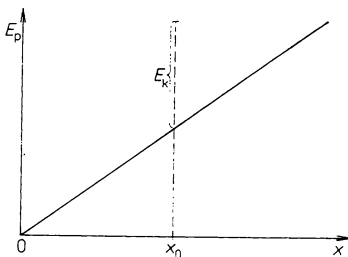
$$s_{\infty} = 2 \left(\frac{E_{k0}}{2F_t} + x_0 \frac{F + F_t}{2F_t} \right) - x_0 = \frac{E_{k0}}{F_t} + x_0 \frac{F}{F_t}$$

$$\text{Po dosazení } s_{\infty} = \frac{10,0 \text{ J}}{1,0 \text{ N}} + \frac{1,00 \cdot 10,0 \text{ J}}{1,0 \text{ N}} = 20,0 \text{ m.}$$

Podobnou úvahou lze úlohu vyřešit v případě, že se částice bude pohybovat směrem ke stěně. Na stěnu dopadne větší rychlostí než v prvním případě, odrazí se však do větší vzdálenosti a celková dráha k zastavení zůstane stejná.

Úloha je takto řešitelná jen v případě dostatečné energie částice na počátku pohybu, neboť jinak se částice zastaví v určité vzdálenosti ještě dříve, než se poprvé odrazí (např. při velké třecí síle F_t).

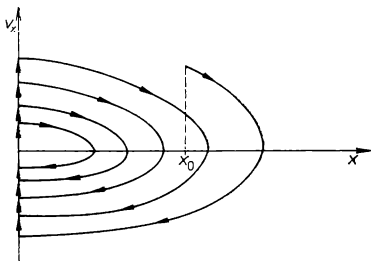
b) Jak jsme viděli, platí pro potenciální energii částice vztah $E_p = Fx$, kde $F = \text{konst.}$ Potenciální energie je tedy lineární funkcí polohy částice. Grafem funkce $E_p(x)$ je část přímky na obr. 62. Někteří řešitelé chybně uvažovali v rámci výpočtu potenciální energie nejen danou sílu F , ale i třecí sílu F_t .



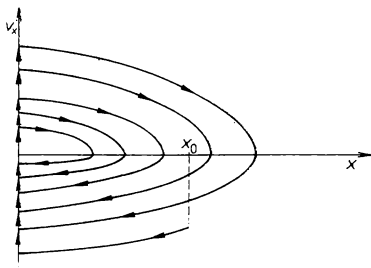
Obr. 62

Ta však souvisí pouze s prací $W = F_t x$. V grafu na obr. 62 je vyznačena i kinetická energie částice E_k , takže celková energie $E = E_p + E_k$.

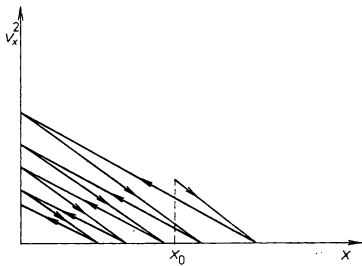
c) Nechť se částice nejprve pohybuje směrem ke stěně. Její rychlost má vzhledem k ose x záporný směr, proto je na obr. 64 nakreslena jako záporná. Protože na částici působí stálá síla ve směru pohybu nebo proti směru pohybu, bude konat pohyb rovnoměrně proměnný se stálým zrychlením. Při dopadu dosáhne největší hodnoty rychlosti. V tomto okamžiku se rázem mění znaménko rychlosti, velikost rychlosti se u pružného rázu nemění. Protože však při pohybu působí na částici třecí síla, nedostane se do největší vzdálenosti, ale po každém následujícím odrazu se vzdálenost zmenšuje. V místě největší vzdálenosti od stěny je rychlost částice nulová a postupně se zase její velikost bude zvětšovat. Děj se opakuje až do zastavení částice. Obr. 63 naznačuje případ, kdy se částice začala pohybovat od stěny, obr. 64 případ, kdy se částice začala pohybovat směrem ke stěně.



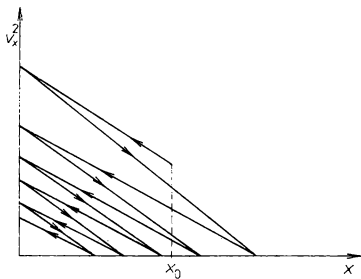
Obr. 63



Obr. 64



Obr. 65

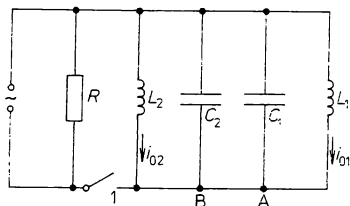


Obr. 66

Protože u pohybu rovnoměrně proměnného závisí vzdálenosti na druhé mocnině rychlosti a znázorněné křivky jsou částmi parabol, můžeme nakreslit jednodušší grafy v^2 jako funkce vzdálenosti; tyto grafy jsou lineární (obr. 65, 66).

2. úloha

Elektrický obvod střídavého proudu (viz obr. 67) se skládá ze dvou ideálních cívek s vlastními indukčnostmi $L_1 = 10 \text{ mH}$, $L_2 = 20 \text{ mH}$, ze dvou ideálních kondenzátorů o kapacitách $C_1 = 10 \text{ nF}$, $C_2 = 5,0 \text{ nF}$ a rezistoru o odporu $R = 100 \text{ k}\Omega$. Je-li obvod uzavřen (klíč je zapojen v poloze 1), mění se frekvence na generátoru harmonického napětí, amplituda harmonického střídavého proudu v obvodu zůstává stejná.



Obr. 67

a) Určete podíl $f_m/\Delta f$, kde f_m je frekvence, při níž je činný výkon P_m obvodu maximální, $\Delta f = f_+ - f_-$ je rozdíl frekvencí, při nichž je činný výkon roven polovině maximálního výkonu P_m .

Dále spínač rozpojíme. Je známo, že v určitém okamžiku t_0 po rozpojení obvodu mají proudy v cívkách L_1 , L_2 hodnoty $i_{01} = 0,10$ A, $i_{02} = 0,20$ A. Na obr. 67 jsou vyznačeny směry proudu, napětí na svorkách kondenzátoru C_1 je rovno $U_0 = 40,0$ V. Určete dále:

b) frekvenci f volných elektrických kmitů v obvodu obou cívek a obou kondenzátorů ($L_1 C_1 C_2 L_2$),

c) proud ve vodiči AB v obvodu,

d) amplitudu kmitů proudu I_1 v cívce L_1 .

Vzájemnou indukčnost obou cívek neuvažujte.

Řešení:

a) Při klíči zapnutém v poloze 1 můžeme obvod nahradit obvodem s cívkou indukčnosti $L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$, s kondenzátorem o kapacitě $C = C_1 + C_2$, dále s rezistorem R . Impedance obvodu bude

$$Z = \left[\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

kde ω je kruhová frekvence kmitů v obvodu.

Činný výkon

$$P = \frac{I^2}{R} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}.$$

Podle podmínek má proud I stálou hodnotu, která nezávisí na frekvenci generátoru harmonického napětí. Proto výkon

bude maximální P_m tehdy, když platí $\omega_{\max} C - \frac{1}{\omega_{\max} L} = 0$,

neboli $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Po dosazení daných hodnot je

$\omega_{\max} = 10^5 \text{ s}^{-1}$. Výkon se zmenší na poloviční hodnotu $P = \frac{P_m}{2}$ při kruhových frekvencích $\omega_{\pm}$, které vyhovují rovnici

$$\omega_{\pm} C - \frac{1}{\omega_{\pm} L} = \pm \frac{1}{R}.$$

Po úpravě dostaneme rovnici $RL\omega_{\pm}^2 C \pm \omega_{\pm} L - R = 0$, odkud pro kruhovou frekvenci plyne

$$\omega_{\pm} = \frac{\pm L + \sqrt{L^2 + 4R^2LC^2}}{2RLC}.$$

Znaménko minus před odmocnitkem nemá fyzikální smysl, proto jsme ho neuvažovali. Pro rozdíl kruhových frekvencí platí $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- = \frac{1}{\sqrt{RC}}$.

Podíl $\frac{f_m}{\Delta f} = \frac{\omega_{\max}}{\Delta\omega} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = R\omega_{\max}C = \frac{R}{L\omega_{\max}} = 150$.

b) Když rozpojíme spínač v obvodu, který je složen z kondenzátorů a cívek, vzniknou vlastní netlumené kmity. Tento obvod je ekvivalentní s obvodem CL , kde $C = C_1 + C_2$, $L = \frac{L_1L_2}{L_1 + L_2}$, využili jsme vztahy pro paralelní spojení prvků. Proto frekvence vlastních netlumených kmitů v obvodu $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} = 15,9 \text{ kHz}$.

c) Při paralelním spojení ideálních cívek můžeme psát vztah

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} = u,$$

kde u je napětí na paralelně spojených cívkách a kondenzátorech. Odtud je $L_1 i_1 = L_2 i_2 + L_2 i_0$, kde i_0 je stálá veličina. Z údajů daných v úloze platí

$$i_0 = \frac{1}{L_2} (L_1 i_{01} - L_2 i_{02}) = -0,15 \text{ A.}$$

Tento výsledek naznačuje, že v cívkách prochází stálý proud. Příčinou jeho vzniku je např. změna vnějšího magnetického pole. K dalšímu výpočtu použijeme 1. Kirchhoffův zákon:

$$\begin{aligned} i_1 + i_2 + i_{C1} + i_{C2} &= i_1 + \frac{L_1}{L_2} i_1 - i_0 + (C_1 + C_2) \frac{dU}{dt} = \\ &= i_1 \left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right) - i_0 + L_1 (C_1 + C_2) \frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0, \end{aligned}$$

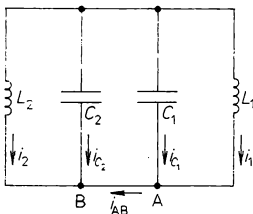
neboli

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{1}{CL} i_1 = \frac{1}{CL} i_0.$$

Řešením této diferenciální rovnice je

$$i_1 = I_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{L_1}{L_2} i_0,$$

kde I_1 je amplituda a φ je počáteční fáze kmitů proudu v cívce s indukčností L_1 , $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}}$ je kruhová frekvence vlastních kmitů, která je totožná s rezonanční frekvencí ω_r . Nyní určíme proud v úseku AB podle obr. 68.



Obr. 68

$$\begin{aligned}
 i_{AB} &= i_1 + i_{C1} = i_1 + C_1 \frac{dU}{dt} = i_1 + L_1 C_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} = \\
 &= I_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{L}{L_1} i_0 - \frac{L_1 C_1}{LC} I_1 \cos(\omega_0 t + \varphi).
 \end{aligned}$$

Z daných údajů je $\frac{L_1 C_1}{L_2 C_2} = 1$, proto

$$i_{AB} = \frac{L'}{L_1} i_0 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} i_0 = -0,1 \text{ A.}$$

d) Amplitudu kmitů proudu I_1 v cívce s indukčností L_1 určíme ze zákona zachování energie. Když analyzujeme proces netlumených kmitů v obvodu $L_1 C_1$ a vyloučíme stálou složku proudu v cívce rovnou i_{AB} , platí

$$\frac{L_1}{2} (i_{01} - i_{AB})^2 + \frac{C_1 U_0^2}{2} = \frac{L_1 I_1^2}{2}.$$

$$\text{Odtud } I_1 = \sqrt{(i_{01} - i_{AB})^2 + \frac{C_1}{L_1} U_0^2} \doteq 0,204 \text{ A.}$$

Řešení této úlohy přesahuje rámec středoškolské fyziky.

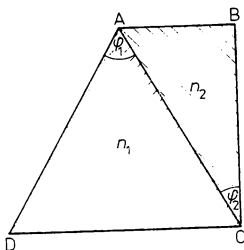
3. úloha

Dva hranoly s lámatými úhly $\varphi_1 = 60^\circ$, $\varphi_2 = 30^\circ$ jsou slepeny podle obr. 69, úhel BCD je pravý (90°). Indexy lomu hranolů jsou dány vztahy

$$n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2}, \quad n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2},$$

kde $a_1 = 1,1$, $b_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ nm}^2$, $a_2 = 1,3$, $b_2 = 5,0 \cdot 10^4 \text{ nm}^2$.

a) Pro libovolný úhel dopadu určete takovou vlnovou délku dopadajícího záření λ_0 , jež prochází hranoly tak, aby nedošlo k lomu na stěně AC. Určete hodnoty n_1 , n_2 pro tuto vlnovou délku.



Obr. 69

b) Načrtněte přibližně chod paprsků touto soustavou hranolů pro tři záření různé vlnové délky: $\lambda_e > \lambda_0$, λ_0 , $\lambda_f < \lambda_0$. Úhel dopadu je pro všechny tři paprsky stejný.

c) Určete úhel nejmenší deviace paprsku způsobený touto soustavou hranolů pro záření o vlnové délce λ_0 .

d) Určete vlnovou délku záření dopadajícího na soustavu rovnoběžně se základnou DC a vycházejícího ze soustavy také rovnoběžně se základnou DC.

Řešení:

a) Vlnění se nebude lámat na stěně AC hranolu (obr. 69), bude-li splněna následující podmínka:

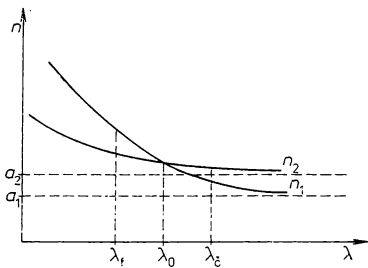
$$a_1 + \frac{b_1}{\lambda_0^2} = a_2 + \frac{b_2}{\lambda_0^2} = n_0$$

Odtud určíme vlnovou délku $\lambda_0 = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500 \text{ nm}$, tomu odpovídající index lomu $n_0 = 1,5$. Záření o vlnové délce 500 nm je v zelené oblasti viditelné části spektra.

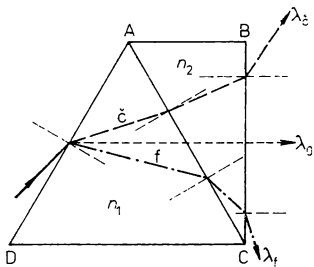
b) Poznamenejme, že indexy lomu pro oba hranoly se zmenšují se zvětšující se vlnovou délkou dopadajícího záření. Navíc, protože je podle podmínek $b_1 > b_2$, pro fialové světlo ($\lambda_f < \lambda_0$) je $n_1 > n_2$, pro červené světlo ($\lambda_e > \lambda_0$) je $n_1 < n_2$, jak lze pozorovat v obr. 70. Chod paprsků pro uvedené tři paprsky jsme naznačili v obr. 71.

c) Minimální deviace při průchodu světla hranolem s lámacím úhlem φ souvisí s indexem lomu n :

$$n = \frac{\sin \frac{\varphi + \delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$



Obr. 70



Obr. 71

Tento vztah si můžeme dokázat, využije-li se symetrického chodu paprsku hranolem.

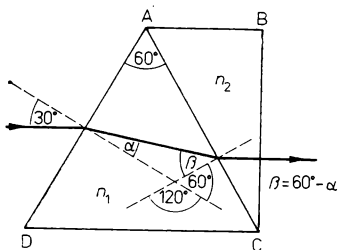
V našem případě soustava hranolů představuje jediný hranol (obr. 71) s indexem lomu $n_0 = 1,5$ a lámovým úhlem $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 30^\circ$ pro vlnovou délku λ_0 . Potom $\delta = 2 \arcsin \left(n_0 \sin \frac{\varphi}{2} \right) - \varphi = 15,68^\circ = 15^\circ 41'$.

d) Na obr. 72 je zobrazen chod paprsku dopadajícího na soustavu hranolů a vycházejícího ze soustavy ve směru rovnoběžném s podstavou DC. Ze zákona lomu je $\sin \alpha = \frac{1}{2n_1}$,

$$\sin(60^\circ - \alpha) = \frac{n_2}{2n_1}.$$

Po úpravách vztahů dostaneme

$$\lambda^4 (3a_1^2 - a_2^2 - a_2 - 1) + \lambda^2 (6a_1b_1 - 2a_2b_2 - b_2) + 3b_1^2 - b_2^2 = 0.$$



Obr. 72

Dosadíme-li číselné hodnoty a vyřešíme poslední rovnici podle λ , pak $\lambda = 1\,200\text{ nm}$.

4. úloha

Na volném elektronu dochází k rozptylu fotonu s vlnovou délkou λ_i . V důsledku pružné srážky se elektron zastavil, ale foton s vlnovou délkou λ_0 se odchýlil od původního směru pohybu původního fotonu o úhel $\Theta = 60^\circ$. Potom došlo k novému rozptylu vzniklého fotonu na dalším volném elektronu, který byl v klidu. Výsledkem nové srážky byl foton o vlnové délce $\lambda_f = 1,25 \cdot 10^{-10}\text{ m}$, který se odklonil od směru pohybu předcházejícího fotonu také o úhel $\Theta = 60^\circ$. Určete de Broglievu vlnovou délku elektronu, který se dostal do vzájemné interakce s pohybujícím se prvním fotonem. Znáte následující hodnoty veličin: Planckova konstanta $h = 6,6 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$, klidová hmotnost elektronu $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$, Rychlost světla $c = 3,0 \cdot 10^8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

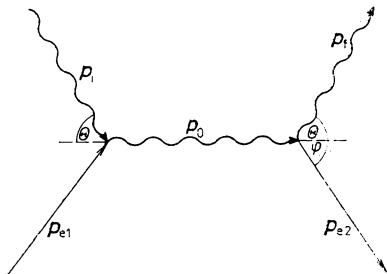
Řešení:

Úlohu budeme řešit podle obr. 73. Písmena p_i , p_0 , p_f jsou hybnosti fotonů, p_{e1} , p_{e2} jsou hybnosti elektronů. První proces studovaný v úloze, rozptyl fotonu na pohybujícím se elektronu, je vlastně obráceným jevem k poslednímu – rozptylu na nepohybujícím se elektronu (tzv. Comptonův jev). Odtud přímo plyne

$$\lambda_i = \lambda_f = 1,25 \cdot 10^{-10}\text{ m},$$

dále platí $p_{e1} = p_{e2} = p_e$.

Vlnovou délku elektronu stanovíme pomocí jeho hybnosti p_e . K tomu stačí použít zákon zachování energie a zákon



Obr. 73

zachování hybnosti pro libovolný jev rozptylu (např. u druhého). Platí

$$hf_0 - hf_f = E_k,$$

$$\frac{hf_0}{c} = \frac{hf_f}{c} \cos \Theta + p_e \cos \varphi,$$

$$0 = \frac{hf}{c} \sin \Theta - p_e \sin \varphi.$$

Zde E_k je kinetická energie elektronu, p_e je hybnost elektronu, φ je úhel určující směr pohybu po rozptylu. Při řešení úlohy můžeme dále postupovat různými cestami. Je možné např. použít vztah popisující Comptonův jev. Platí

$$\lambda_f - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \Theta).$$

Výraz $\frac{h}{mc} = 0,24 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ je tzv. comptonovská vlnová délka. Potom řešení je velmi jednoduché:

$$E_k = hf_0 - hf_1 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_1} = hc \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0 \lambda_1} \doteq \\ \doteq \frac{hc}{\lambda_1^2} \cdot \frac{h}{mc} (1 - \cos \Theta) \doteq 1,56 \cdot 10^{-17} \text{ J} \doteq 97,4 \text{ eV}$$

Protože kinetická energie $E_k \ll mc^2 \doteq 0,5 \text{ MeV}$, jde o ne-relativistický elektron. Proto lze použít klasický vztah

$$E_k = \frac{p_e^2}{2m},$$

odkud pro vlnovou délku $\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{2mE_k} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Jestliže řešitel nezná Comptonův vztah, musí určit hybnost elektronu z rovnic vyjadřujících zákon zachování energie a hybnosti. Ale pak vznikne otázka, jaké vztahy má použít: relativistické nebo klasické. V našem případě dávají stejný výsledek. Chceme-li však již od počátku užít klasické vztahy, musíme se předem přesvědčit, že jde o elektron nerelativistický.

Platí:

$$hf_0 - hf_1 = E_1$$

$$p_i \cos \Theta + p_1 \cos \varphi = p_0$$

$$p_i \sin \Theta - p_1 \sin \varphi = 0$$

Po umocnění dostáváme

$$p_1^2 = p_0^2 + p_i^2 - 2p_0p_i \cos \Theta.$$

Dosadíme za hybnost fotonu $p = \frac{hf}{c}$ a upravíme

$$p_1^2 c^2 = (hf_0)^2 + (hf_i)^2 - 2(hf_0)(hf_i) \cos \Theta.$$

Hybnost fotonu můžeme vyjádřit ze základního relativistického vztahu

$$E_e^2 = (mc^2 + E_1)^2 = m^2 c^4 + p_1^2 c^2.$$

Potom

$$p_1^2 c^2 = E_1(E_1 + 2mc^2) = (hf_0 - hf_i)(hf_0 - hf_i + 2mc^2).$$

Odtud vyjádříme

$$f_0 = \frac{f_i}{1 - \frac{hf_i}{mc^2} (1 - \cos \Theta)}.$$

Potom pro vlnové délky

$$\lambda_0 - \lambda_i = -\Lambda (1 - \cos \Theta), \text{ kde } \Lambda = \frac{h}{mc} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m.}$$

Podobně vyjádříme

$$f_i = \frac{f_0}{1 + \frac{hf_0}{mc^2} (1 - \cos \Theta)}$$

a pro vlnové délky

$$\lambda_f - \lambda_0 = \lambda (1 - \cos \Theta).$$

Platí

$$\lambda_i = \lambda_f = 1,25 \cdot 10^{-10} \text{ m},$$

$$\lambda_0 = \lambda_f - \frac{\lambda}{2} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Pro energii

$$E_1 = hf_0 - hf_i \doteq 1,56 \cdot 10^{-17} \text{ J}.$$

Protože zřejmě $E_1 \ll mc^2$, lze řešit úlohu klasicky. Potom pro vlnovou délku elektronu

$$\lambda_e = \frac{h}{p_1} = \frac{hc}{\sqrt{E_1(E_1 + 2mc^2)}} \doteq \frac{h}{\sqrt{2mE_1}} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

5. úloha (experimentální)

Máte k dispozici následující pomůcky: zdroj stejnosměrného napětí, který se skládá z ploché baterie a připojeného rezistoru, 2 voltmetry, odporovou dekádu.

a) Určete elektromotorické napětí U_e stejnosměrného zdroje pouze pomocí dvou voltmetrů (bez použití dekády), přičemž použijete co nejméně elektrických obvodů.

b) Určete elektromotorické napětí U_e stejnosměrného zdroje, vnitřní odpor r zdroje a vnitřní odpor R_V použitého voltmetru, přičemž použijete pouze jeden voltmetr a odporovou dekádu. K určení těchto veličin si sestrojte dva vhodné grafy, které získáte na základě experimentálních údajů a které odpovídají vhodným teoretickým lineárním rovnicím.

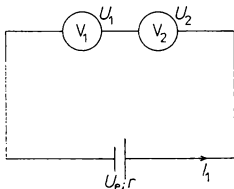
c) Poukažte na zdroje odchylek měření a ukažte, které z nich mají největší vliv na výsledky měření.

Poznámka

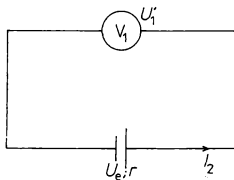
Údaje v konceptu se do hodnocení úlohy nepočítají.

Řešení:

a) K určení elektromotorického napětí U_e zdroje pouze pomocí dvou voltmetrů sestavíme dva obvody podle obr. 74 a obr. 75. Údaje voltmetrů V_1 a V_2 ve schématu na obr. 74



Obr. 74



Obr. 75

označíme U_1 , U_2 , údaj samotného voltmetru na obr. 75 označíme U_1' . Proudů v obvodu jsou I_1 , I_2 . Potom pro první schéma platí

$$U_1 + U_2 = U_e - I_1 r,$$

r je vnitřní odpor zdroje. Proud I_1 určíme ze známých odporů R_1 , R_2 obou voltmetrů,

$$I_1 = \frac{U_e}{R_1 + R_2 + r}.$$

Pro obvod ve schématu na obr. 75 obdobně platí

$$U_1' = U_e - I_2 r,$$

kde proud I_2 určíme $I_2 = \frac{U_e}{R_1 + r}$.

Rovnice pro proud upravíme

$$\frac{1}{I_1} = \frac{R_1 + R_2 + r}{U_e} = \frac{R_1 + r}{U_e} + \frac{R_2}{U_e} = \frac{1}{I_2} + \frac{R_2}{U_e}.$$

Ale v obvodu na obr. 74 je $R_2 I_1 = U_2$, takže dostaneme rovnici

$$\frac{1}{I_1} = \frac{1}{I_2} + \frac{U_2}{I_1 U_e},$$

$$\frac{1}{I_2} = \frac{1}{I_1} - \frac{U_2}{I_1 U_e} = \frac{1}{I_1} \left(1 - \frac{U_2}{U_e} \right).$$

Proud I_2 v obvodu na obr. 75 pak určíme

$$I_2 = \frac{I_1 U_e}{U_e - U_2}.$$

Protože víme, že $I_2 r = U_e - U_1'$, $I_1 r = U_e - U_1 - U_2$, dostáváme

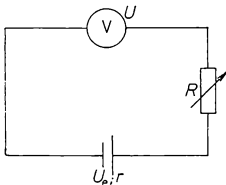
$$U_1' = \frac{U_e (U_e - U_1 - U_2)}{U_e - U_1}$$

a po úpravě

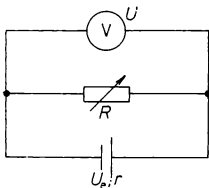
$$U_e = \frac{U_1' U_2}{U_1' - U_1}.$$

Ke stanovení elektromotorického napětí zdroje stačí tedy údaje pouze dvou voltmetrů, zapojených podle schémat na obr. 74 a obr. 75.

b) Ke stanovení elektromotorického napětí U_e stejnosměrného zdroje, jeho vnitřního odporu a vnitřního odporu použitého voltmetru sestavíme obvod podle obr. 76, později podle



Obr. 76



Obr. 77

obr. 77. Údaj voltmetru je při sériovém zapojení voltmetru do obvodu $U = U_e - I(r + R)$, kde R je hodnota známého odporu dekády. Proud I stanovíme

$$I = \frac{U_e}{r + R_V + R}.$$

Dosadíme

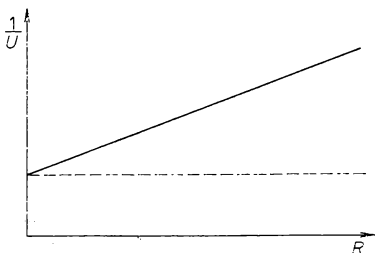
$$U = U_e - \frac{U_e(r + R)}{r + R_V + R} = \frac{U_e R_V}{r + R_V + R}.$$

Pro převrácenou hodnotu

$$\frac{1}{U} = \frac{r + R_V}{U_e R_V} + \frac{1}{U_e R_V} R.$$

Odtud je vidět, že veličina $\frac{1}{U}$ je lineární funkcí veličiny R . Graf má tvar podle obr. 78. Úsek na svislé ose má hodnotu

$$b_1 = \frac{r + R_V}{U_e R_V},$$



Obr. 78

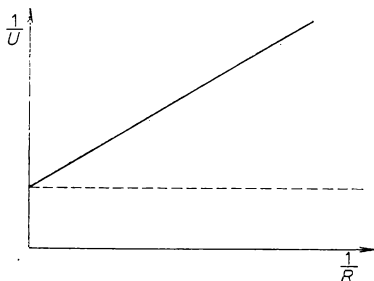
směrnice polopřímky v grafu $k_1 = \frac{1}{U_e R_V}$ se dá stanovit.

Údaje b_1 , k_1 jsou tedy na základě měření hodnot U , R změřitelné a budeme je dále považovat za známé.

Obdobně zpracujeme výsledky získané v práci s obvodem, jehož schéma je na obr. 77. Stejnými úvahami dostaneme vztah

$$\frac{1}{U} = \frac{R_V + r}{U_e R_V} + \frac{r}{U_e} \cdot \frac{1}{R}.$$

V tomto případě je veličina $\frac{1}{U}$ lineární funkcí veličiny $\frac{1}{R}$, tj. nezávisle proměnné. Uvedenou funkční závislost ukazuje graf na obr. 79. Úsek na svislé ose $b_2 = b_1$, směrnice polopřímky $k_2 = \frac{r}{U_e}$.



Obr. 79

Z grafů, které byly sestaveny z naměřených hodnot napětí U a odporu dekády R , můžeme získat hodnoty $b_1 = b_2 = b$, k_1, k_2 , tedy rovnice

$$b = \frac{r + R_V}{U_e R_V}, \quad k_1 = \frac{1}{U_e R_V}, \quad k_2 = \frac{r}{U_e}$$

jsou vlastně soustavou rovnic pro tři neznámé U_e, r, R_V . Řešením soustavy dostáváme

$$r_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1}, \quad R_{V1,2} = r_{2,1}, \quad U_e = \frac{1}{k_2} r_{1,2}.$$

c) Nepřesnosti měření jsou dány především třídou přesnosti měřicích přístrojů – voltmetrů. Podstatnou roli hraje také vztah parametrů popisujících zdroj a voltmetr. Například v první části úlohy se maximální přesnosti dosahuje v přípa-

dě, že vnitřní odpor zdroje a odpory obou měřicích přístrojů jsou řádově stejné. Jestliže jeden z voltmetrů má vysoký vnitřní odpor a druhý nízký, dává uvažovaný způsob měření špatné výsledky. Jestliže pro jeden voltmetr platí $R_V \gg r$, pak je lepší měřit elektromotorické napětí pomocí jediného schématu. Během měření se může ještě projevit nestabilitnost napětí zdroje, což u plochých baterií suchých článků bývá zřídka. Potom však uvedené grafy přestanou být lineární a práce s nimi může vést ke značným chybám.

OBSAH

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE 5

1. Cíl soutěže a její organizace 5
2. Složení ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1982/83 8
3. Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1982/83 9
4. Průběh soutěže ve školním roce 1982/83 10
 - A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D 10
 - B. Třetí kolo FO kategorie A 31
 - C. Kategorie E 36
5. Péče o nadané žáky ve XXIV. ročníku FO 43
6. Zhodnocení XXIV. ročníku FO 46

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY 48

1. Úlohy kategorie A 48
2. Úlohy kategorie B 98
3. Úlohy kategorie C 131
4. Úlohy kategorie D 168
5. Úlohy kategorie E 193

III. ČÁST

ČTRNÁCTÁ MEZINÁRODNÍ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA 215

1. Průběh a výsledky soutěže 215
2. Soutěžní úlohy 234

PaedDr. Karel Žampa,
doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., Mojmír Simerský,
RNDr. Ivo Volf

XXIV. ROČNÍK FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze
roku 1987 jako svou publikaci č. 9-42-18/24

Edice: Pomocné knihy pro žáky

Odpovědná redaktorka: Jaroslava Šarbochová

Výtvarná redaktorka: Zdeňka Drahokoupilová

Technická redaktorka: Eva Procházková

Vytiskly Moravské tiskařské závody, n. p., Olomouc, provoz 11

Formát papíru 70 cm × 100 cm

Počet stran 264

AA 8,74 (7,60 AA textu; 1,14 AA grafiky) - VA 9,39

Náklad 2 800 výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5

1. vydání

Cena brožovaného výtisku Kčs 11,50

505/21,825

14-483-87	Kčs 11,50
-----------	-----------