

PAEDDR. KAREL ŽAMPA, DOC. RNDR. ING. DANIEL
KLUVANEC, CSC., MOJMÍR SIMERSKÝ,
RNDR. IVO VOLF

XXIII. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH ZE SOUTĚŽE
KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE 1981-82

STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ PRAHA

Zpracovali: PaedDr. Karel Žampa, doc. RNDr. ing. Daniel Kluva-
nec, CSc., Mojmír Simerský a RNDr. Ivo Volf

Recenzovali: doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc., RNDr. Václav Šula
a František Živný

© PaedDr. Karel Žampa za autorský kolektiv, 1985

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

Fyzikální olympiáda v ČSSR má od svého vzniku za cíl vést žáky k hlubšímu studiu fyziky, rozvíjet jejich nadání a schopnosti používat získané poznatky k samostatnému řešení úloh, vytvářet podmínky k hlubšímu samostatnému studiu fyziky a vzbuzovat u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů na středních a vysokých školách. Tím plní fyzikální olympiáda i úkol, který v oblasti výchovy mimo vyučování při péči o rozvoj talentů vytyčilo i usnesení PÚV KSČ ze 4. 6. 1976 v souvislosti s přijetím Projektu přestavby československé výchovně vzdělávací soustavy.

Ve školním roce 1981/82 vstoupila fyzikální olympiáda do XXIII. ročníku svého trvání.

1. Cíl soutěže a její organizace

Úkoly soutěže fyzikální olympiáda jsou dány organizačním řádem matematické a fyzikální olympiády, který nabyl účinnosti dnem 1. září 1976 výnosem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76 - 210, a výnosem MŠ SSR ze dne 25. května 1976, č. j. 5 835/76 - II/1.

Podrobnější objasnění cílů soutěže fyzikální olympiáda bylo uvedeno naposledy v ročence XXI. ročník FO.

Fyzikální olympiáda vytváří předpoklady pro dobrou přípravu žáků středních škol ke studiu na vysokých sko-

lách matematicko-fyzikálního a technického zaměření. Žákům základních devítiletých škol pomáhá při prohloubení přípravy ke studiu na středních školách.

Ve XXIII. ročníku probíhala fyzikální olympiáda v pěti kategoriích: v kategorii A pro žáky 4. ročníků středních škol, v kategorii B pro žáky 3. ročníků středních škol, v kategorii C pro žáky 2. ročníků středních škol a v kategorii D pro žáky 1. ročníků středních škol. Přitom každý žák střední školy mohl soutěžit i v kategorii určené pro vyšší ročník, než který navštěvoval. Kategorie E byla pořádána pro žáky 9. a 8. ročníků základních devítiletých škol a 8. ročníků experimentálních základních škol.

První kolo všech kategorií probíhalo na školách. V prvním kole všech kategorií dostali žáci za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu laboratorní. Úspěšnými řešiteli prvního kola se stali ti žáci, kteří vyřešili dobře 5 úloh, přičemž v kategoriích A—D museli řešit experimentální úlohu. Řešitelé těchto kategorií měli současně prostudovat zadané studijní téma, na které navazovala jedna úloha v prvním kole soutěže a rovněž úlohy ve druhém a u kategorie A i ve třetím kole soutěže. Pro kategorii E nebylo určeno studijní téma. Třetím rokem již nejsou studijní témata zveřejňována jako součást Letáku pro kategorie A—D. V tomto ročníku bylo zveřejněno studijní téma pro kategorii A v 1. a 2. čísle 60. ročníku Rozhledů matematicko-fyzikálních (Mojmír Simerský: Tranzistorové zesilovače malých signálů). Další studijní téma pro kategorii C bylo rozmnoženo ÚDPM KG v Bratislavě (RNDr. Marta Chytilová, CSc.: Valivý pohyb tělesa po vodorovné a po nakloněné rovině).

Druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo pro kategorii A a C bylo uskutečněno 27. 2. 1982 a druhé kolo pro kategorii B a D dne 24. 4. 1982.

Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a bylo řízeno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO).

Druhé kolo pro kategorii E bylo uskutečněno 17. 2. 1982.

Třetí kolo soutěže bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil Ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO) a jejím provedením pověřil KV FO Severomoravského kraje. Účastníkům byly zadány 4 úlohy teoretické a jedna úloha laboratorní.

Třetí kolo kategorie E bylo organizováno v krajích a uskutečnilo se 15. 5. 1982. Účastníci řešili čtyři teoretické úlohy. Úspěšným řešitelem třetího kola FO kategorie E se stal ten účastník soutěže, který vyřešil úspěšně alespoň dvě úlohy.

V prvním kole soutěže FO se ve všech kategoriích hodnotily úlohy třístupňovou klasifikační stupnicí, ve druhém kole všech kategorií a ve třetím kole kategorie E čtyřstupňovou klasifikační stupnicí.

Řešení úloh 3. kola kategorie A byla hodnocena bodovým systémem. Bodový systém hodnocení byl obdobný systému hodnocení úloh na mezinárodních olympiádách. Tento systém hodnocení byl uveden v praxi podruhé.

Při stanovení pořadí a úspěšnosti řešitelů 3. kola byl zjištěn počet bodů, který získal nejlepší řešitel. Tento počet bodů byl vzat za základ a úspěšnými řešiteli byli prohlášeni všichni, kteří získali alespoň 50 % tohoto bodového hodnocení. Dvacet nejlepších účastníků soutěže bylo vyhlášeno za vítěze XXIII. ročníku FO.

Podrobné hodnocení jednotlivých klasifikačních stupňů a stanovení pořadí při použití čtyřstupňové klasifikační stupnice bylo zveřejněno v ročence XXI. ročník FO.

Pořadatelé XXIII. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků a Socialistickým svazem mládeže.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR Ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory fyzikální olympiády a v rámci okresů řídily soutěž FO kategorie E v 1. a ve 2. kole okresní výbory fyzikální olympiády. Na základních a středních školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

2. Složení ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1981/82

ÚV FO byl jmenován ministerstvy školství ČSR a SSR na funkční období 1980/83. Ve školním roce 1981/82 probíhá druhý rok jeho funkční činnosti. Složení ÚV FO pro období 1980—1983 bylo zveřejněno v ročence XXII. ročník FO.

V průběhu XXIII. ročníku FO došlo v ÚV FO k jediné změně. Dr. Haluška vzhledem ke změně pracoviště přestal v ÚV FO pracovat.

Sídlem ÚV FO je Bratislava, sekretariát ÚV FO je rozdělen na bratislavské pracoviště a hradecké pracoviště.

3. Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1981/82

Předsedy a členy KV FO jmenovaly na návrh poboček JČSMF a JSMF odbory školství příslušných KNV. Funkční období je shodné s funkčním obdobím ÚV FO.

Jmenovitý seznam předsedů KV FO byl uveden v ročence XXII. ročník FO. Ve XXIII. ročníku FO nedošlo ve funkcích předsedů KV FO ke změnám.

KV FO řídily FO v kraji, a to kategorii A—D přímo a kategorii E prostřednictvím OV FO.

OV FO jmenovaly na návrh okresních pedagogických středisek odbory školství příslušných okresních národních výborů. Práce v OV FO se účastní pracovníci vysokých a středních škol, učitelé základních škol a pracovníci školské správy.

OV FO zabezpečovaly práci s referenty FO kategorie E a organizovaly 2. kolo FO kategorie E. Iniciativně řešily i přípravu žáků 7. ročníků ZDŠ k řešení úloh FO.

4. Průběh soutěže ve školním roce 1981/82

A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C, D

První kolo FO probíhalo na školách od září 1981 do konce ledna 1982. Úlohy prvního kola byly zveřejněny v letáku XXIII. ročníku FO pro kategorii A—D, v časopisu Rozhledy matematicko-fyzikální a první tři rovněž v časopisu Matematika a fyzika ve škole.

Druhé kolo FO kategorií A—D proběhlo ve dvou termínech, a to:

pro kategorie A a C 27. 2. 1982,

pro kategorie B a D 24. 4. 1982.

Komentář ke statistickým údajům:

Rozbor úspěšnosti v jednotlivých kategoriích ukazuje, že výsledky ve 2. kole kategorií B-3 jsou ovlivněny třemi faktory:

a) výběrem a především přílišnou náročností úloh, které především u kategorií B a C předbíhají i školskou fyziku a současně k nim chybějí studijní texty.

b) přes dodávaná vzorová řešení je přistupováno v některých krajích k velmi přísné klasifikaci, dané výkladem vzorového řešení,

c) projevuje se nedostatečná připravenost řešitelů kategorie C a D, kterým chybějí nejen učivo fyziky 9. ročníku ZDŠ, ale především potřebný matematický aparát (algebra a goniometrické funkce z 9. ročníku).

Rozdíly jsou i v hodnocení jednotlivých kol a kategorií vzhledem k úspěšnosti žáků. Nejvyrovnanější je kategorie A (v 1. kole úspěšnost 53,5 %, ve 2. kole 34,3 %), nejméně je úspěšná kategorie B (v 1. kole 52,1 %, ve druhém pouze 18,0 %). Úspěšnost ve zbývajících kategoriích je: v kategorii C v 1. kole 48,6 % a ve 2. kole 26,4 %; v kategorii D v 1. kole 40,0 % a ve 2. kole 27,4 %.

Tabulka 1. Počet středních škol, které se zúčastnily XXIII. ročníku FO v kategorii A—D.

Kraj	Gymnázia						SPŠ						Ostatní školy						Celkový počet škol zapojených					
	zapojeno						zapojeno						zapojeno						cel. počet škol zapojených					
	v kategorii						v kategorii						v kategorii						cel. počet škol zapojených					
	A	B	C	D	cel. počet	kom	A	B	C	D	cel. počet	kom	A	B	C	D	cel. počet	kom	A	B	C	D	cel. počet	kom
Praha	12	10	12	11	12	12	2	2	3	6	8	—	—	—	—	—	—	—	14	12	15	17	20	20
StřC	16	18	18	18	21	21	1	2	1	5	5	—	—	—	—	—	—	—	17	20	19	24	27	27
JČ	10	10	12	16	16	16	2	1	2	3	3	—	—	—	—	—	—	—	12	11	14	19	19	19
ZČ	8	10	12	13	15	15	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	8	10	12	15	17	17
SČ	12	15	18	16	18	18	—	—	—	4	4	—	—	—	—	—	—	—	12	15	19	21	24	24
VČ	14	24	23	28	34	34	3	1	2	6	7	—	—	—	—	—	—	—	17	26	25	36	43	43
JM	24	31	32	30	36	36	—	—	3	4	5	—	—	—	—	—	—	—	24	32	35	37	44	44
SM	34	36	39	38	39	39	2	5	5	15	15	—	—	—	—	—	—	—	38	45	50	61	63	63
Bratislava	8	8	9	10	10	10	—	1	—	3	3	—	—	—	—	—	—	—	8	9	9	13	13	13
ZS	32	34	36	38	38	38	1	2	4	9	11	—	—	—	—	—	—	—	33	36	40	47	49	49
StřS	25	26	23	34	34	34	—	—	2	8	8	—	—	—	—	—	—	—	25	26	25	43	43	43
VS	14	22	21	28	32	32	2	3	7	12	13	—	—	—	—	—	—	—	16	25	28	42	47	47
Celkem	209	244	255	280	305	305	13	17	29	77	84	20	20	224	267	291	375	409	224	267	291	375	409	409
1980/81	226	249	249	272	307	307	11	13	22	81	86	12	12	238	263	272	364	395	238	263	272	364	395	395
1979/80	183	249	237	230	301	301	20	15	29	70	83	14	14	203	266	270	369	398	203	266	270	369	398	398

Tabulka 2. Počet žáků soutěžících v 1. kole XXIII. ročníku FO kategorie A, B, C, D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	54	26	78	41	84	44	137	51	353	162
StřČ	56	39	80	46	106	60	177	76	419	221
JČ	40	29	44	31	69	50	157	69	310	179
ZČ	40	25	51	34	65	44	82	59	238	162
SČ	35	24	55	40	99	47	176	87	365	198
VČ	52	43	67	54	78	73	206	139	403	309
JM	122	43	134	44	160	67	216	69	641	223
SM	175	48	214	77	321	84	574	101	1 284	310
Bratislava	73	73	78	78	100	93	147	118	398	362
ZS	155	62	215	78	323	108	603	146	1 356	394
StřS	116	76	166	89	184	98	384	138	850	401
VS	65	38	145	73	128	71	165	88	503	267
Celkem	983	526	1 327	682	1 726	839	3 084	1 141	7 120	3 188
1930/81	876	594	1 295	742	1 395	760	2 847	1 540	6 413	3 636
1979/80	657	434	1 395	890	1 464	948	1 870	941	5 386	3 213

S — počet soutěžících žáků
 Ú — počet úspěšných žáků

Tabulka 3. Počet žáků soutěžících ve 2. kole XXIII. ročníku FO kategorie A – D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	18	10	38	8	25	19	50	18	131	55
StřČ	27	5	33	3	42	7	69	13	171	28
JČ	27	6	30	1	41	12	56	9	154	28
ZČ	22	12	33	5	42	7	41	14	138	38
SČ	19	5	35	12	40	13	70	19	173	49
VČ	33	16	52	12	57	13	112	45	254	86
JM	41	14	41	22	57	21	64	18	203	75
SM	45	20	75	6	80	34	98	27	298	87
Bratislava	66	22	69	7	84	24	108	21	327	74
ZS	68	18	71	18	91	16	112	11	342	63
StřS	48	13	36	8	51	9	56	18	191	48
VS	38	14	70	3	71	5	88	43	267	65
Celkem	452	155	583	105	681	180	933	256	2 649	696
1980/81	539	246	638	76	616	210	1 241	385	3 034	917
1979/80	414	182	797	206	865	332	806	206	2 882	929

S – počet soutěžících žáků

Ú – počet úspěšných řešitelů

Přehled nejúspěšnějších řešitelů FO ve 2. kole v kategoriích A, B, C a D

V přehledu je uváděno deset nejúspěšnějších řešitelů z kraje v každé kategorii. Pouze při rovnosti pořadí řešitelů (např. umístění řešitelů na 8.—13. místě se stejným hodnocením) je uváděn počet úspěšných řešitelů vyšší. V případě, že počet úspěšných řešitelů některé kategorie byl v kraji nižší, jsou v přehledu uváděni pouze tito řešitelé.

Používané zkratky:

- M** — studijní zaměření žáka na matematiku
MF — studijní zaměření žáka na matematiku a fyziku
P — studijní zaměření žáka na přírodovědné předměty
H — studijní zaměření žáka na humanitní předměty

Praha:

A:	Vojtek Michal	G P. 2, W. Piecka	M 3. r.
	Lieberzeit Vladimír	G P. 2, W. Piecka	M
	Engliš Miroslav	G P. 2, W. Piecka	M
	Kouba Luboš	G P. 2, W. Piecka	M
	Alexa Petr	G P. 2, W. Piecka	M 3. r.
	Horák Petr	SPŠE P. 2, Ječná	
	Němeček Ivo	G P. 6, Arabská	P
	Huth Radan	G P. 3, Sladkovského	P
	Wichterle Dan	G P. 7, Nad štolou	P
	Bradáč Jiří	G P. 6, Arabská	P
B:	Beneš Petr	G P. 3, Sladkovského	P
	Alexa Petr	G P. 2, W. Piecka	M
	Čubanová Zuzana	G P. 2, W. Piecka	M
	Kráčmar Jan	G P. 2, W. Piecka	M
	Rafaja David	G P. 3, Sladkovského	P
	Marušiak Jiří	G P. 3, Sladkovského	P
	Toman Jaroslav	G P. 3, Sladkovského	P
	Vosáhlo Martin	G P. 4, Na vít. pláni	P
C:	Janoušek Martin	G P. 10, Voděradská	P
	Šmaus Martin	SPŠE P. 2, Ječná	

Fiala Tomáš	G P. 4, Budějovická	P
Pleva Richard	G P. 3, Sladkovského	P
Čulík Zdeněk	G P. 2, W. Piecka	M
Štědronský Jaroslav	G P. 2, W. Piecka	M
Aubrecht Ivo	G P. 8, Náhorní	P
Lehečková Hana	G P. 4, Na vít. pláni	P
Höfner Tomáš	G P. 10, Voděradská	P
Marušič Petr	G P. 3, Sladkovského	P
Pospíšek Martin	G P. 3, Sladkovského	P
Šik Vladimír	G P. 2, W. Piecka	M
D: Myslivec Ivo	G P. 4, Budějovická	P
Tůma Roman	G P. 2, W. Piecka	P
Španěl Patrick	G P. 2, W. Piecka	P
Mlynář Jan	G P. 3, Pražanka	P
Loos Jan	G P. 5, Radotín	P
Šlesinger Jaromír	G P. 7, Nad Štolou	P
Loucký Petr	G P. 2, W. Piecka	M
Trísková Iva	G P. 7, Nad štolou	P
Puzanov Igor	G P. 2, W. Piecka	M
Herynek Vít	G P. 2, W. Piecka	M
Lego Stanislav	G P. 2, W. Piecka	P
Perušič Boris	G P. 2, W. Piecka	M
Mervart Leoš	G P. 10, Voděradská	P
Středočeský kraj:		
A: Šimůnek Jiří	G Kutná Hora	P
Podolský Jiří	G Mladá Boleslav	P
Vacek Karel	G Kolín	P
Hendrych Ivan	G Mělník	P
Bednář Bohumil	SPŠ Mladá Boleslav	
B: Dvořák Martin	G Čáslav	P
Kielar Petr	G Dobříš	P
Zavadil Petr	G Říčany	P
C: Nejedlý Zdeněk	G Benešov	P
Pelc Radek	G Mělník	P
Pryl Karel	G Benešov	P

Dvořák Miroslav	SPŠ Vlašim	
Honzátko Pavel	G Kralupy	P
Krbeček Tomáš	G Mladá Boleslav	P
Tomáš Michal	G Poděbrady	P
D: Hořínek Antonín	SPŠ Kladno	
Miláčková Běla	G Český Brod	P
Pacák Jan	G Kolín	P
Hofman Jaroslav	SPŠ Kutná Hora	
Králová Jana	G Benešov	P
Šil Petr	G Mladá Boleslav	P
Votava Petr	G Kolín	P
Česánek Jaroslav	G Čáslav	P
Merunka Vojtěch	G Čáslav	P
Talacko Jaroslav	G Český Brod	P

Jihočeský kraj:

A: Šimková Marie	G Týn nad Vltavou	P
Jiráček Pavel	G Č. Budějovice, K. Šatava	P
Miřátský Václav	G Pelhřimov	P
Doležal Miroslav	G Strakonice	P
Valenta Petr	G Český Krumlov	P
Kleziva Marek	G Tábor	P
B: Bláha Roman	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
C: Pelikán Josef	G Č. Budějovice, K. Šatava	P
Marsa Petr	G Jindřichův Hradec	P
Drtina Tomáš	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Kukačka Václav	G Pelhřimov	P
Sládek Bohumír	SPŠE Písek	
Slováček Pavel	G Strakonice	P
Vytiska Josef	G Pelhřimov	P
Habart Pavel	G Tábor	P
Krajčíková Iveta	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Vomastek Miroslav	G Dačice	P
Masojídek Antonín	G Písek	P
Mazanec Petr	G Pelhřimov	P

Západočeský kraj:

A: Jůza Jan	G Plzeň, nám. Odborářů	MF
Tříška Bohumil	G Blovice	P
Šmrhová Božena	G Plzeň, nám. Odborářů	P
Vančata Marek	G Karlovy Vary	MF
Mundil David	G Karlovy Vary	P
Hercik Zbyněk	G Karlovy Vary	MF
Jursa Vladimír	G Karlovy Vary	MF
Čížek Jiří	G Plasy	P
Rejlková Miroslava	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
Beneš Tomáš	G Karlovy Vary	MF
B: Jelen Stanislav	G Karlovy Vary	MF
Marešová Jana	G Plzeň, nám. Odborářů	MF
Hajšman Martin	G Karlovy Vary	MF
Jarolím Pavel	G Sokolov	P
Lažo Igor	G Cheb	P
C: Adamec František	G Ostrov nad Ohří	P
Šíma Vladislav	G Klatovy	P
Noháč Karel	G Cheb	P
Martínek Tomáš	G Ostrov nad Ohří	P
Kerhart Dušan	G Rokycany	P
Krákora Petr	G Plzeň, Opavská	P
Minář Emil	G Cheb	P
D: Nová Šárka	G Karlovy Vary	MF
Decker Milan	G Domažlice	P
Janíková Dominika	G Karlovy Vary	MF
Brendl Tomáš	G Karlovy Vary	MF
Matásková Hana	G Plzeň, nám. Odborářů	P
Johánek Josef	G Domažlice	P
Tuchanová Milena	G Karlovy Vary	MF
Hanyk Ladislav	G Karlovy Vary	MF
Mach Petr	G Karlovy Vary	MF
Teršová Ivana	G Klatovy	P

Severočeský kraj:

A: Jelínek Radek	G Jablonec n. N.	P
-------------------------	------------------	---

Ježek Lubomír	G Rumburk	P
Šindelář Jaroslav	G Teplice	P
Šaroun Jan	G Rumburk	P
Hřivnáč Julius	G Chomutov	P
Krejčík Michal	G Jablonec n. N.	P
Krejza Ivo	G Roudnice n. L.	P
Nykodýmová Petra	G Liberec	P
Ottová Vladimíra	G Liberec	P
Račinský Stanislav	G Podbořany	P
Vítovec Pavel	G Litvínov	P
Pajer Luboš	G Chomutov	P
Motejzík Petr	G Česká Lípa	P
Kapoun Petr	G Děčín	P
Rychtařík Tomáš	G Česká Lípa	P
Klazar Martin	G Louny	P
Matějka Pavel	G Louny	P
Richtr Aleš	G Jablonec n. N.	P
Orálek Luboš	G Roudnice n. L.	P
Müller Tomáš	G Roudnice n. L.	P
Kuba Pavel	G Teplice	MF
Holý Michal	G Jablonec n. N.	P
Holoubek Michal	G Děčín	P
Říčař Marek	G Frýdlant	P
Procházka Petr	G Frýdlant	P
Kaplánek Petr	G Česká Lípa	P
Souček Michal	G Česká Lípa	P
Krtouš Pavel	G Liberec	MF
Krejčí Michal	G Ústí n. L.	MF
Salov Hubert	G Rumburk	P
Chroustovský Jiří	G Rumburk	P
Denksteinová		
Kateřina	G Děčín	P
Vlček Stanislav	G Teplice	MF
Pokorný Jiří	G Litvínov	P
Kirov Dalibor	G Louny	P

Kořítko Tomáš
Polák Luděk

SPŠ str. Liberec
SPŠ str. Liberec

Východočeský kraj:

A:	Novotný Miroslav	SPŠE Pardubice	
	Burda Radek	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
	Koreň Ivo	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF 3.
	Škoda Petr	G Turnov	P
	Palata Vlastimil	G Trutnov	MF
	Štembera Michal	G Pardubice	MF
	Urban Jaroslav	G Pardubice	MF
	Machačová Mirka	G Rychnov n. K.	P
	Eisler Petr	G Havlíčkův Brod	P
	Souhrada Milan	G Pardubice	MF
B:	Ludvík Karel	G Dvůr Králové n. L.	P
	Rýdl Adolf	G Trutnov	MF
	Klouček Jan	G Havlíčkův Brod	P
	Novotný Petr	G Hradec Králové, Šimkova	P
	Kadlec Zdeněk	G Havlíčkův Brod	P
	Havel Michal	G Trutnov	MF
	Žalská Martina	G Jičín	P
	Vojíř Zbyšek	G Dvůr Králové n. L.	P
	Kratochvíl Aleš	G Hořice	P
	Kvaček Robert	G Jičín	P
	Votinský Jiří	G Pardubice	MF
	Kopecký Miloš	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
C:	Prachar Petr	G Pardubice	MF
	Fifka Aleš	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
	Píro Jiří	SPŠ žel. Česká Třebová	
	Červíček Karel	G Trutnov	P
	Pecina Tomáš	G Turnov	P

Procházka Jan	SPŠE Pardubice	
Linhart Zbyněk	G Pardubice	MF
Šimůnek Pavel	G Jilemnice	P
Vaněk Miloš	G Trutnov	P
Florián Luboš	G Jičín	P
Kurtevořá Sylva	G Hradec Králové, Šimkova	P
Pícek Ivan	G Hradec Králové, Šimkova	MF
Hubeňák Jiří	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Hýbner Aleš	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Hyjánek Tomáš	G Turnov	P
Kristek Jiří	SPŠE Pardubice	
Sluka Roman	G Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Seidl Libor	SPŠE Pardubice	
Staša Marek	G Hradec Králové, J. K. Tyla	P
Dobešová Hana	G Hradec Králové, Šimkova	MF
Strmiska Čestmír	SPŠE Pardubice	

omoravský kraj:

Jelínek Pavel	G Brno, Koněvova	MF
Kučera Jaromír	G Kyjov	P
Smejkal Jaroslav	G Velké Meziříčí	P 3. r.
Suk Jiří	G Žďár n. Sáz.	P
Máca Karel	G Uherský Brod	P
Hlušík Petr	G Kroměříž	P
Kuchyňa Petr	G Boskovice	P
Fojtík Richard	G Uherský Brod	P
Koníček Vladimír	G Uherské Hradiště	P
Mertl Jiří	G Uherské Hradiště	P
Smejkal Jaroslav	G Velké Meziříčí	P

	Skládal Petr	G Prostějov	P
	Rotschein Petr	G Brno, Koněvova	prog
	Matýšek René	G Brno, Koněvova	MF
	Peringer Petr	G Bystřice n. P.	P
	Chrastina Jan	G Brno, Koněvova	P
	Slavík Petr	G Brno, Koněvova	MF
	Dolník Jiří	G Žďár n. Sáz.	P
	Píška Libor	G Uherský Brod	P
	Sedlák Roman	G Žďár n. Sáz.	P
C:	Vaškovic Dušan	G Uherský Brod	P
	Kolář Petr	G Brno, Táborská	P
	Nekvapil Tomáš	G Brno, Elgartova	P
	Nasarčuk Petr	G Brno, Slovanské nám.	P
	Bakalová Ivana	SPŠ str. Gottwaldov	
	Mládková Petra	G Otrokovice	P
	Uhlík Stanislav	G Hodonín	P
	Fabíková Hana	G Brno, Slovanské nám.	P
	Drtílek Tomáš	G Brno, Koněvova	P
	Mareček Pavel	G Brno, Křenová	P
D:	Pail Josef	G Žďár nad Sáz.	P
	Kovár Martin	G Brno, tř. kpt. Jaroše	P
	Schwarz Jiří	G Jihlava	P
	Vavřínek Petr	SPŠ str. Gottwaldov	
	Coufal Svatoš	G Blansko	P
	Mayer Petr	G Brno, Lerchova	P
	Řečková Taťána	G Žďár n. Sáz.	P
	Čoupek Petr	G Brno, tř. kpt. Jaroše	P
	Janoušek Vladimír	G Boskovice	P
	Šejnoha Radim	G Blansko	P

Severomoravský kraj:

A:	Petr Ondřej	G Bílovec	M
	Hudec Richard	G Frýdek-Místek	P
	Horský Vladimír	G Bílovec	M
	Dorda Miloslav	G Český Těšín	P
	Grundmann Miloslav	G Ostrava, Poruba	P

Lopraisová Marta	G Bílovec	M
Krajča Robert	G Bílovec	M
Bajer Jiří	G Frýdek-Místek	P
Botek Libor	G Český Těšín	P
Zicháček Radek	G Valašské Meziříčí	P
Geschwinder Roman	G Litovel	P
Marek Jiří	G Bílovec	M
Kývala Ctirad	G Bohumín	P
Rusek Michal	G Šternberk	P
Cieplý Aleš	G Ostrava, ul. Dr. Šmerala	P
Hnilica Oleg	G Bílovec	M
Čermák Ivo	G Bílovec	M
Bajer Ivo	G Frýdek-Místek	P
Damborský Dalibor	G Bílovec	M
Grajcar Martin	G Bílovec	M
Ryška Miroslav	G Frýdek-Místek	P
Surý Petr	G Ostrava, ul. Dr. Šmerala	P
Guňka Roman	G Český Těšín	P polské
Paka Pavel	G Přerov	H
Hlawiczka Witold	G Český Těšín	P polské
Kráčmar Pavel	G Bílovec	M
Kupková Martina	G Olomouc, Hejčín	P
Teichmann Jiří	G Olomouc, Hejčín	P
Žalman Lubor	G Ostrava, ul. Dr. Šmerala	P
Halata Alan	G Ostrava, Zábřeh	P
Skotnica Marek	G Rožnov p. Radh.	P
Adámek Petr	G Bílovec	M
Kocián Tomáš	G Ostrava, ul. Dr. Šmerala	P
Neuman Vilém	SPŠS Kopřivnice	
Jašek Vladimír	SPŠE Olomouc	
Kantor Roman	G Bílovec	M
Pánek Petr	G Rožnov p. Radh.	P
Podgrabinský Radan	G Olomouc, Hejčín	P
Brzezanski Henryk	G Český Těšín	P polské
Nesrsta Aleš	G Orlová	MF

Bratislava:

A:	Bernát Viliam	G B., J. Hronca	MF
	Hlubina Richard	G B., Vazova	P
	Rajčáni Peter	G B., J. Hronca	MF
	Klačka Jozef	G B., L. Novomeského	P
	Jex Igor	G B., J. Hronca	MF
	Vojtyla Pavol	G B., J. Hronca	MF
	Pulman Richard	G B., J. Hronca	MF
	Pichňa Roman	G B., A. Markuša	M
	Gmiterko Peter	G B., J. Hronca	MF
	Bochníček Jozef	G B., J. Hronca	MF
	Ferák Peter	G B., J. Hronca	MF
B:	Florek Miroslav	G B., J. Hronca	MF
	Martišovitéš Viktor	G B., J. Hronca	MF
	Panáč Stanislav	G B., J. Hronca	MF
	Pulman Richard	G B., J. Hronca	MF
	Gubáš Xaver	G B., A. Markuša	M
	Minárik Tomáš	G B., J. Hronca	MF
	Tiňo Peter	G B., J. Hronca	MF
C:	Kátlovská Jana	G B., J. Hronca	MF
	Kiss Róbert	G B., Dunajská	P
	Horváth Ivan	G B., A. Markuša	M
	Jajcay Richard	G B., A. Markuša	M
	Ježík Ivan	G B., A. Markuša	M
	Paleš Emil	G B., J. Hronca	MF
	Podhorová Monika	G B., Bilíková	P
	Belohorec Peter	G B., J. Hronca	MF
	Horváth Tomáš	G B., J. Hronca	MF
	Szelepesényi Róbert	G B., A. Markuša	M
	Franz Marcel	G B., Metodova	P
D:	Svoboda Roman	G B., I. Horvátha	P
	Šimkovic Pavol	G B., J. Hronca	MF
	Marko Roman	G B., J. Hronca	MF
	Benkovič Pavol	G B., J. Hronca	MF
	Smorádek Peter	G B., J. Hronca	MF

Kossey Peter	G B., J. Hronca	MF
Kliment Vladimír	G B., A. Markuša	M
Ševčík Ján	G B., A. Markuša	M
Pavelka Tomáš	G B., J. Hronca	MF
Bock Martin	G B., I. Horvátha	P
Volek Peter	G B., Metodova	P
Tupta Mario	G B., Makarenkova	P

padoslovenský kraj:

Klivanec Daniel	G Nitra, Párovce	MF 3. r.
Kolesík Miroslav	G Trnava	P
Géza Móricz	G Komárno	P 3. r. maď.
Šášik Roman	G Nitra, Párovce	MF 3. r.
Tarina Peter	G Topoľčany	P
Gyarmati Tichomír	G Komárno	P 3. r. maď.
Mužík Vladimír	G Nitra, Párovce	MF
Obuch Milan	G Nitra, E. Gudernu	P
Papp Alexander	G Komárno	P maď.
Teleki Aba	G Nitra, E. Gudernu	P
Klivanec Daniel	G Nitra, Párovce	MF
Mocko Dušan	G Nové Mesto n. V.	P
Šášik Roman	G Nitra, Párovce	MF
Mircz Jacint	G Galanta	P maď.
Lovász Tibor	G Komárno	P maď.
Kravár Igor	G Nitra, Párovce	MF
Ševčovič Daniel	G Trenčín	P
Bartek Marián	G Sereď	P
Gajdoš Radovan	G Nové Mesto n. V.	P
Gyarmati Tichomír	G Komárno	P maď.
Móricz Gejza	G Komárno	P maď.
Pšenica Ján	G Nitra, E. Gudernu	P
Purgat Pavel	G Partizánske	P
Roháč Jozef	G Nitra, E. Gudernu	P
Szabó Tibor	G Dunajská Streda	P maď.
Klivanecová Dagmar	G Nitra, Párovce	MF
Páleník Richard	G Nitra, Párovce	MF

Keseli Roland	SPŠCH Šaľa	
Petrányiová Zuzana	G Nitra, Párovce	MF
Štefankovič Jozef	G Komárno	P maď
Beluský Pavel	G Nitra, Párovce	MF
Lászloová Klaudia	G Nitra, Párovce	MF
Mečár Milan	G Modra	P
Vančo Juraj	G Hlohovec	P
Barca Róbert	G Pezinok	P
Jablonický Vladimír	G Trnava	P
Pásztor Attila	G Želiezovce	P maď
Rajníková Danica	G Trenčín	P
Valent Michal	G Levice	P
D: Gašparín Michal	G Nové Mesto n. V.	P
Šipka Miroslav	G Trenčín	P
Pospíšil Tibor	G Piešťany	P
Bráneková Zuzana	G Levice	P
Farkaš Miloš	SPŠE Piešťany	
Medlen Ivan	SPŠE Stará Turá	
Vinczeová Silvia	G Komárno	P maď
Roth Norbert	G Dunajská Streda	P maď
Paulen Tibor	G Nitra, Párovce	MF
Spátay Lotar	G Komárno	P maď
Strečko Ján	G Levice	P

Středoslovenský kraj:

A: Martoňák Roman	G Žilina, Wolkerova	P
Mendris Róbert	G Považská Bystrica	P
Celerin Ivan	G Martin	P
Grolmus Eduard	G Martin	P
Brozman Ivan	G Martin	P
Đurec František	G Trenč. Teplice	P
Rusko Milan	G Banská Bystrica, SNP	P
Valentová Jana	G Banská Bystrica, SNP	P
Magdolen Ľuboš	G Prievidza	P
Hužvár Miroslav	G Zvolen	MF
B: Bezák Martin	G Prievidza	MF 2. r

Blaško Rudolf	G Žilina, Wolkerova	MF
Belán Tibor	G Prievidza	MF
Daněk Jan	G Žilina, Wolkerova	MF
Nemček Jaroslav	G Kremnica	P
Sucháč Aleš	G Vrútky	P
Dominik Jaroslav	H Hnúšťa	P
Kafka Radim	G Žilina, V. Okružná	MF
Bezák Marin	G Prievidza	MF
Pospíšil Dušan	G Považská Bystrica	P
Gajdošech Roman	G Žilina, V. Okružná	M
Okál Ján	G Martin	P
Lipták Jozef	G Zvolen	MF
Bednár Stanislav	G Žiar n. Hronom	P
Šenk Peter	G Žilina, V. Okružná	M
Kučera Roman	G Žilina, V. Okružná	M
Körmöczy Karol	G Žilina, V. Okružná	M
Rizman Radovan	G Vrútky	P
Šmihla Marek	G B. Bystrica, Tajovského	MF
Kejst Jozef	G Žilina, V. Okružná	M
Poljak Andrej	G Rimavská Sobota	P
Rýdži Karol	G Dubnica	P
Odrobina Igor	G Žilina, V. Okružná	M
Malík Ivan	G Trstená	P
Jarina Roman	G Žilina, V. Okružná	MF
Blaho Peter	G Martin	P
Menšík Miroslav	G B. Bystrica, Tajovského	MF
Nemec Richard	G B. Bystrica, Tajovského	MF

hodoslovenský kraj:

Hric Ján	G Prešov, Konštantínova	MF
Drutarovský Miloš	SPŠE Prešov	
Dančík Vladimír	G Košice, Šmeralova	M
Đurčík Matej	G Košice, Šmeralova	M
Đuriš Vladimír	SPŠE Prešov	
Fedáková Anna	G Snina	P
Mamrák Peter	G Košice, Šmeralova	M

Spišiak Peter	G Košice, Šmeralova	M
Balog Peter	G Prešov, T. Ševčenku	P
Kožuško Peter	G Košice, Šrobárova	P
Paluch Luboš	SPŠE Košice	
Šoltés Lubomír	G Michalovce	MF
B: Drutarovský Miloš	SPŠE Prešov	
Dančík Vladimír	G Košice, Šmeralova	M
Králik Ivan	G Rožňava	P
C: Balasz Juraj	G Košice, Kuzmányho	P
Kvasnica Branislav	G Košice, Šrobárova	P
Benický Marián	G Košice, Šmeralova	M
Barešová Eva	G Košice, Šmeralova	M
Vojtek Miroslav	G Košice, Opatovská cesta	P
D: Sentelík Ladislav	G Košice, Šmeralova	M
Bača Rastislav	G Prešov, Konštantínova	MF
Ščúr Igor	G Bardejov	P
Budzáková Dana	G Košice, Kováčska	P
Oravcová Katarína	G Košice, Šrobárova	P
Ondruš Peter	G Košice, Šrobárova	P
Lúžny Ján	SPŠE Prešov	
Maťaš Martin	G Velké Kapušany	P
Medvedová Zuzana	G Košice, Šmeralova	M
Berešik Peter	SPŠE Prešov	
Dulák Luboš	G Košice, Šmeralova	M

B. Třetí kolo kategorie A

Třetí kolo FO kategorie A proběhlo ve dnech 25. až 28. 1982 v Řece u Českého Těšína.

Slavnostního zahájení se zúčastnili zástupci státních orgánů a společenských organizací.

Hodnotilo se opět bodovým systémem a výsledky byly spolu s oceněním úspěšným řešitelům tlumočeny již v závěru soutěže.

Třetího kola kategorie A se zúčastnilo 80 soutěžících, 50 z nich se stalo úspěšnými řešiteli.

Výsledky 3. kola FO kategorie A XXIII. ročníku

a) Vítězové XXIII. ročníku FO v kategorii A

Pořadí	Jméno	Škola	Roč.	Zam.	Body
1. - 2.	Bajor Jiří Kolesík Miroslav	G Frýdek-Místek	4	P	54
3.	Martoniák Roman	G Trnava	4	P	54
4. - 5.	Štáik Roman	G Žilina	4	P	49
6.	Drutarovský Miloš	G Nitra, Párovská ul. SPŠE Prešov	3	MF	48
7. - 9.	Lieberzeit Vladimír Vojtek Michal	G Praha, W. Piecka	4	M	46
10. - 11.	Lopraisová Marta Tarina Peter	G Břilovec	3	M	45
12. - 13.	Klivanec Daniel Tichavský Petr	G Topoľčany	4	M	45
14.	Jelínek Pavel	G Nitra, Párovská	3	MF	44
15. - 17.	Hrie Ján Hudec Richard	G Břilovec	4	M	44
18. - 19.	Mužík Vladimír Obuch Milan	G Brno, Koněvova G Prešov, Konštantínova	4	MF	43
20.	Koreň Ivo Podolský Jiří	G Frýdek-Místek	4	MF	43
	Hlubina Richard	G Nitra, Párovská	4	P	41
	Engliš Miroslav	G Nitra, E. Gudermu	4	MF	40
		G Ilavce Královce, J. K. Tyla	4	P	40
		G Mladá Boleslav	3	MF	40
		G Bratislava, Vázovo	4	P	38
		G Praha, W. Piecka	4	P	38
			4	M	37

b) Ostatní úspěšní řešitelé XXIII. ročníku FO v kategorii A

21. -- 25.	Júza Jan Tříska Bohumil Kučera Jaromír Kuchýňa Petr Beneš Miroslav Huth Radan Ježek Lubomír Celerin Ivan Vacek Karel Němeček Ivo Jelínek Radok Zicháček Radek Novotný Miroslav Burda Radek Štembera Michal Teleki Aba Barnát Viliam Alexa Petr Vančata Marek Maca Karol Dorda Miroslav Moricz Géza Jex Igor	G Plzeň, nám. Odborářů G Blovice G Kyjov G Fokovice G Ostrava, Poruba G Praha, Sladkovského G Rumburk G Martin G Kolin G Praha, Arabská G Jablonec n. N. G Valašské Meziříčí SPŠE Pardubice G Hradec Králové, J. K. Tyla G Pardubice G Nitra, E. Gudernu G Bratislava, J. Hronca G Praha, W. Piecka G Karlovy Vary G Uherský Brod G Český Těšín G Komárno - maď. G Bratislava, J. Hronca	4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 3 4 3 4 3 4	MF P P P P P P P P P MF MF P MF M MF P P P MF	36 36 36 36 36 35 35 34 33 32 32 32 30 30 30 30 30 29 29 29 29 29 29
------------	---	--	---	--	--

44. — 48.	Krajča Robert Urban Jaroslav Palata Vlastimil Mendris Róbert Vojtyla Pavol Suk Jiří Daněšik Vladimír	G Břlovec G Pardubice G Trutnov G Považská Bystrica G Bratislava, J. Hronca G Žďár n. Sáz. G Košice, Šmeralova	4 4 4 4 4 4 3	M M P P MF P M	28 28 28 28 28 27 27
49. — 50.					

Statistické údaje jsou uvedeny v tabulkách 4 a 5.

Tabulka 4. Přehled výsledků soutěžících žáků ve 3. kole FO kategorie A podle krajů

Kraj	Počet soutěžících	Počet úspěšných řešitelů	Z nich počet vítězů
Praha	8	6	3
StřČ	5	3	1
JČ	1	—	—
ZČ	5	3	—
SČ	2	2	—
VČ	8	6	1
JM	9	5	1
SM	12	8	4
Bratislava	9	4	1
ZS	10	8	6
StřS	7	2	1
VS	4	3	2
Celkem	80	50	20

V soutěži se projevila dlouhodobá práce se soutěžícími především v Západoslovenském kraji.

Tabulka 5. Přehled hodnocení jednotlivých úloh 3. kola FO kategorie A ve XXIII. ročníku FO.
3. kola se zúčastnilo 80 soutěžících.

Body	Úlohy					Body
	1	2	3	4	5*)	
0	19	2	28	27	1 —	—
1	6	—	11	19	1 8	11
2	7	2	8	5	1 5	12
3	—	2	6	4	— 4	13
4	6	—	2	4	2 5	14
5	5	2	—	7	2 3	15
6	8	6	2	1	1 7	16
7	5	3	4	7	1 2	17
8	6	12	5	1	9 3	18
9	6	15	9	—	9 5	19
10	12	36	2	—	6 5	20
neř.	—	—	4	4	— —	—
max. bodů	10	10	10	10	20	
dos. prům.	4,67	8,35	2,92	1,94	11,96	

Hodnocení jednotlivých úloh ukazuje, že úlohy 3. a 4. byly i pro nejlepší řešitele z krajů příliš náročné. Obsahově předbíhaly možnosti soutěžících.

*) V prvním sloupci je uvedeno ohodnocení 5. úlohy body 1–10, ve druhém sloupci body 11–20.

C. Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo od září 1981 do ledna 1982. Texty soutěžních úloh byly uveřejněny v letáku, který vydalo SPN v Praze pro české kraje a SPN v Bratislavě ve slovenském a maďarském znění pro slovenské kraje. Pro referenty FO na školách zabezpečil ÚV FO prostřednictvím hradeckého sekretariátu orientační řešení.

Druhé kolo se konalo 17. 2. 1982 většinou v okresních městech. Organizačně je zabezpečovaly OV FO.

Třetí kolo se konalo 15. 5. 1982 a jeho organizaci zabezpečovaly KV FO.

Přehled o účasti škol uvádějí tabulky 6 a 7.

Tabulka 6. Počet ZDŠ, zúčastněných XXIII. roč. FO v kategorii

Kraj	Počet ZDŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	198	148	75	140	71	29	15
StřČ	274	166	56	132	48	40	15
JČ	180	128	71	123	68	29	16
ZČ	221	162	73	138	62	38	17
SČ	285	192	67	127	45	30	11
VČ	318	288	72	174	55	40	13
JM	454	298	66	261	57	31	6
SM	474	271	57	208	44	42	9
Bratislava	60	60	100	58	97	22	37
ZS	478 ^{a)}	347 ^{b)}	73	312 ^{c)}	65	32 ^{d)}	7
StřS	406	264	65	228	56	35	9
VS	385	280	73	230	60	48	12
Celkem	3 727	2 544	68	2 131	57	416	11
1980/81	3 739	2 526	67	2 073	55	389	10
1979/80	3 746	2 547	68	2 069	55	398	11

a) z toho 91 maďarských

b) z toho 79 maďarských

c) z toho 75 maďarských

d) z toho 4 maďarské

Tabulka 7. Počet žáků ZDŠ soutěžících v 1., 2. a 3. kole XXIII. ročníku FO kategorie E

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo	
	C	Ú	C	Ú	C	Ú
Praha	1 218	960	453	369	38	38
StřČ	863	511	386	237	49	42
JČ	766	410	369	192	38	36
ZČ	918	386	305	119	40	34
SČ	1 105	461	311	223	38	37
VČ	1 192	463	383	267	44	39
JM	1 719	850	710	529	40	38
SM	1 647	681	426	275	44	40
Brat.	409	322	293	178	50	40
ZS	1 692	960	905	493	42	41
StřS	1 649	912	691	413	38	34
VS	1 683	792	625	412	66	59
Celkem	14 861	7 708	5 857	3 707	527	478
1980/81	14 335	7 756	5 818	4 101	511	473
1979/80	16 096	7 867	5 902	2 204	489	408

C – celkový počet soutěžících

Ú – počet úspěšných řešitelů

Ve třetím kole FO kategorie E se stali vítězi v jednotlivých krajích tito žáci (v případě, že počet vítězů je menší než deset, jsou doplněni dalšími úspěšnými řešiteli do počtu deset, v případě rovnosti hodnocení ještě o žáky přesahující stejným hodnocením počet deset):

Praha

Kamínek Pavel	ZDŠ Praha 4, Bítovská	8. r.
Křížek Jan	ZDŠ Praha 3, Jiřího nám.	8. r.
Kašpar Pavel	ZDŠ Praha 9, Mochovská	8. r.

Hlinka Jiří	ZDŠ Praha 6, nám. Svobody	8. r.
Sochor Jan	ZDŠ Praha 2, Londýnská	8. r.
Široká Renata	ZDŠ Praha 4, K sídlišti	8. r.
Zahradník Václav	ZDŠ Praha 5, N. Belojanise	8. r.
Zelenka Petr	ZDŠ Praha 6, Na dlouhém lánu	8. r.
Auzký Miroslav	ZDŠ Praha 4, Na Chodovci	8. r.
Libicher Ivan	ZDŠ Praha 4, Na Chodovci	8. r.
Nekola Michal	ZDŠ Praha 10, V olšínách	8. r.
Roskovec Jakub	ZDŠ Praha 6, Norbertov	8. r.
Řasa Jaroslav	ZDŠ Praha 10, V rybníčkách	8. r.

Středočeský kraj

Chvátal Vladimír	ZDŠ Úvaly	9. r.
Kotyk Pavel	ZDŠ N. Strašecí	8. r.
Erbenová Marie	ZDŠ Velký Osek	8. r.
Heckl Martin	ZDŠ Kralupy	8. r.
Sláma Pavel	ZDŠ Sedlec-Prčice	8. r.
Liebzeit Martin	9. ZDŠ Kladno	9. r.
Malinová Pavla	ZDŠ Sázava	8. r.
Jirout Tomáš	3. ZDŠ Beroun	8. r.
Musil Ondřej	ZDŠ Potěhy	8. r.
Hrbek Roman	ZDŠ Kutná Hora, Na náměstí	8. r.

Jihočeský kraj

Benda Stanislav	ZDŠ Č. Krumlov	8. r.
Bořík Jiří	ZDŠ Tábor	8. r.
Petrouš Ivo	ZDŠ Č. Budějovice, Rožnov	9. r.
Pulzová Eva	ZDŠ Kaplice	8. r.
Štech Milan	ZDŠ Č. Budějovice, Nerudova	8. r.
Houdek Roman	ZDŠ Blatná	8. r.
Ľatun Martin	ZDŠ Písek, Husova	8. r.
Štěpková Barbara	ZDŠ Č. Budějovice, Dukelská	8. r.
Janota Petr	ZDŠ Kaplice	8. r.
Lakomý Miroslav	ZDŠ Tábor	9. r.

Západočeský kraj

Helusová Šárka	ZDŠ Chrást	8. r.
----------------	------------	-------

Pittner Jiří	21. ZDŠ Plzeň	8. r.
Konrádová Iveta	ZDŠ Klatovy, A. Zápotockého	8. r.
Polák Jan	ZDŠ Tachov, Záročná	8. r.
Skala Martin	28. ZDŠ Plzeň	8. r.
Tkaczyszyn Lad.	6. ZDŠ Cheb	8. r.
Svobodová Jitka	22. ZDŠ Plzeň	8. r.
Dvořák Karel	29. ZDŠ Plzeň	8. r.
Pupík Libor	ZDŠ K. Vary, Dukelských hrd.	8. r.
Kohout Václav	25. ZDŠ Plzeň	8. r.

Severočeský kraj

Karban J.	ZDŠ Liberec, U soudu	8. r.
Socha T.	ZDŠ Jablonec, Komenského	8. r.
Kukla M.	ZDŠ Velké Hamry	8. r.
Mareš R.	2. ZDŠ Louny	8. r.
Seneši P.	ZDŠ Nové Město p. S.	8. r.
Machačny J.	1. ZDŠ Tanvald	8. r.
Janík T.	25. ZDŠ Ústí n. L.	8. r.
Kasanič P.	4. ZDŠ Ústí n. L.	8. r.
Vollman V.	4. ZDŠ Louny	8. r.
Pánek L.	ZDŠ Česká Lípa, Partyzánská	8. r.

Východočeský kraj

Vladyka Jiří	ZDŠ Pardubice, Dašická	8. r.
Pallová Dagmar	ZDŠ Rychnov n. K., Leninova	8. r.
Matyska Martin	ZDŠ Trutnov, kpt. Jaroše	8. r.
Konrát Michal	ZDŠ Hronov 1	8. r.
Fišer Jiří	ZDŠ Jablunné n. O.	8. r.
Matyk Vratislav	ZDŠ Javornice	8. r.
Matějů Miroslav	ZDŠ Trutnov, kpt. Jaroše	8. r.
Němec Martin	ZDŠ Hronov 2	8. r.
Křištof Pavel	ZDŠ Polička I	8. r.

Jihomoravský kraj

Adamec Radek	4. ZDŠ Kroměříž	8. r.
Burda Jan	1. ZDŠ Uherské Hradiště	8. r.

Šverdík Michal	ZDŠ Prostějov, Chorázova	8. r.
Fousek Milan	ZDŠ Brno, Horácké nám.	9. r.
Hrodek Miroslav	ZDŠ Jihlava, Rošického	8. r.
Bořuta Roman	14. ZDŠ Gottwaldov	9. r.
Ostřížek Tomáš	ZDŠ Brno, Hakenova	8. r.
Seda Richard	ZDŠ Blansko, Erbenova	8. r.
Vencelides Zbyněk	4. ZDŠ Žďár n. Sáz.	9. r.
Grosman Radim	4. ZDŠ Žďár n. Sáz.	8. r.

Severomoravský kraj

Balavajder Michal	ZDŠ Frýdek-Místek, Krásnohorské	8. r.
Kolařík Pavel	ZDŠ Olomouc, Kopeček	8. r.
Pořízka Aleš	ZDŠ Ostrava, Kosmonautů	8. r.
Bernat Petr	ZDŠ Ostrava, Klagova	8. r.
Eber Martin	ZDŠ Olomouc, Stupkova	8. r.
Franek Antonín	ZDŠ Olomouc, Stupkova	8. r.
Hořák Jan	ZDŠ Ostrava, Ukrajinská	8. r.
Hubáček Svatopluk	ZDŠ Třinec, Gottwaldova	8. r.
Mořkovský Václav	ZDŠ Vítkov, Opavská	9. r.
Švancara Ladislav	3. ZDŠ Šumperk	8. r.
Zeman Petr	ZDŠ Kozlovice	9. r.

Bratislava

Meduna Stanislav	ZDŠ B., Košická	8. r.
Synek Ivan	ZDŠ B., Palisády	8. r.
Mokráň Pavol	ZDŠ B., Nevädzová	8. r.
Zákutný Ivan	ZDŠ B., Nevädzová	9. r.
Fabula Roman	ZDŠ B., Nevädzová	8. r.
Potisk Vladimír	ZDŠ B., Košická	8. r.
Jantošciak Peter	ZDŠ B., Dolinského	9. r.
Orgonášová Mária	ZDŠ B., Košická	8. r.
Paško Martin	ZDŠ B., Dukelská	8. r.
Vegh Peter	ZDŠ B., Dukelská	8. r.
Pašteka Roman	ZDŠ B., Dukelská	8. r.
Magál Ivan	ZDŠ B., Thälmannova	8. r.

Západoslovenský kraj

Horváth Peter	ZDŠ Tekovské Lužany	8. r.
Juríček Štefan	ZDŠ Skalica	8. r.
Czékus Ondrej	ZDŠ Marcelová - maď.	8. r.
Hatala Juraj	2. ZDŠ Trenčín	8. r.
Klas Marián	ZDŠ Pezinok, Fándl. 8	8. r.
Csicsay Gabriel	ZDŠ Dun. Streda, Gorkého - maď.	8. r.
Kubicová Monika	4. ZDŠ Trenčín	8. r.
Semetko Jozef	ZDŠ Nitra, Zobor	8. r.
Ďurčanský Peter	ZDŠ Trnava, Gorkého	8. r.
Juráš Ján	ZDŠ Myjava	8. r.
Kolínek Milan	ZDŠ Bošany	8. r.
Straka Milan	3. ZDŠ Nové Mesto n. V.	8. r.

Středoslovenský kraj

Kubala Milan	ZDŠ Zborov n. B.	8. r.
Bize František	ZDŠ Lučenec - maď.	8. r.
Kohoutek Ivan	ZDŠ Martin, Mudroňova	8. r.
Orvoš Peter	ZDŠ L. Mikuláš, Čsl. brigády	8. r.
Lukáčová Zuzana	ZDŠ Martin, Budovateľov	8. r.
Luptáková Alex.	ZDŠ Zvolen 4	8. r.
Podolinský Peter	ZDŠ B. Bystrica	8. r.
Koiš Ladislav	ZDŠ R. Sobota, Víťazstva	8. r.
Kyselica Ondrej	3. ZDŠ Nová Dubnica	8. r.
Suja Juraj	ZDŠ Modrý Kameň	8. r.
Zvada Peter	4. ZDŠ Ružomberok	8. r.

Východoslovenský kraj

Bilák Igor	ZDŠ Prešov, Čsl. armády	8. r.
Katreňák Peter	ZDŠ Košice, Steinerova	8. r.
Matta Peter	ZDŠ Michalovce, T. J. Mousona	8. r.
Bodnár Vojtech	ZDŠ Košice, Tomášikova	8. r.
Kublík Karol	ZDŠ Košice, Febr. víťazstva	8. r.
Uhliarík Peter	ZDŠ V. Kapušany	8. r.
Medvecová Ľubica	ZDŠ Košice, Steinerova	8. r.

Ištvaniková Jana	ZDŠ Košice, Steinerova	8. r.
Kiss Tibor	ZDŠ Košice, Trebišovská	9. r.
Alušik Pavol	ZDŠ Snina	8. r.

5. Akce na podporu FO

KV FO organizovaly na podporu FO pracovní semináře pro referenty FO a učitele fyziky ve spolupráci s kabinety KPÚ a pobočkami JČSMF a JSMF. Obsahem seminářů byly otázky péče o nadané žáky ve fyzice, metodické problémy v kategoriích D a E (přechod žáků z 8. ročníků ZDŠ na střední školy a účast převážně žáků 8. ročníků ZDŠ v kategorii E) a sjednocení klasifikace některých úloh.

ÚV FO ve spolupráci s JČSMF a ministerstvy školství připravuje pracovní seminář k otázkám péče o nadané žáky.

S vybranými žáky ústředně pracoval dr. Volf prostřednictvím fyzikální korespondenční školy.

Celostátní soustředění účastníků MO a FO v kategorii B organizoval Západočeský kraj.

Pro přípravu účastníků mezinárodní olympiády byla uspořádána tři soustředění.

V jednotlivých krajích byly pro účastníky soutěže organizovány tyto významnější akce:

Praha

2 semináře pro řešitele z kategorií B, C, D (79 účastníků),
7denní soustředění pro řešitele kategorie C (22 účastníků).

Středočeský kraj

10denní soustředění v Janově n. N. účastníků kategorií B—D (43 účastníků) ve spolupráci s KV MO,
cyklus 4 přednášek na téma vektorový počet v úlohách FO,
pracovní přednášky v pěti konzultačních střediscích,

7denní soustředění úspěšných řešitelů kategorie E v Janově n. N. (40 účastníků) ve spolupráci s MO.

Jihočeský kraj

Letní škola na Zadově (pětidenní) pro účastníky z 1. a 2. ročníku středních škol (60 účastníků) ve spolupráci s MO. Uspořádáno 38 dvouhodinových přednášek pro řešitele v kategoriích A—D.

Západočeský kraj

Sedmidenní soustředění 26 účastníků MO a FO.

Severočeský kraj

Sedmidenní letní škola pro účastníky MO a FO (92 účastníků) ve spolupráci s pobočkou JČSMF v Ústí n. L.

Pro řešitele byly realizovány přednášky takto:

kategorie A 7 přednášek, 78 účastníků,
kategorie B 7 přednášek, 73 účastníků,
kategorie C 7 přednášek, 121 účastníků,
kategorie D 13 přednášek, 277 účastníků.

Východočeský kraj

Tábor mladých pythagorovců - červenec,
soustředění řešitelů MO a FO (30 účastníků),
cyklus 4 semináře pro účastníky kategorie A (30 účastníků).

Jihomoravský kraj

7 seminářů pro kategorii A a B (Ø 20 účastníků),
7 seminářů pro kategorii C a D (Ø 20 účastníků),
6 populárně vědeckých přednášek s fyzikální tematikou ve spolupráci s přírodovědeckou fakultou (soboty - Ø 35 účastníků).

Severomoravský kraj

10denní soustředění pro úspěšné řešitele FO a MO v Bruntále (43 účastníků),

10denní soustředění pro žáky základních škol (31 účastníků),
besedy pro účastníky FO kategorií A—D.

Bratislava

10 seminářů pro učitele všech kategorií (instruktážní řešení),
8 seminářů pro žáky,
týdenní soustředění pro nejúspěšnější řešitele z kategorií B—E.

Západoslovenský kraj

32 kroužků pro přípravu řešitelů v kategorii A—D,
týdenní krajské soustředění 41 řešitelů kategorií A, B a C v Budmericiach.

Středoslovenský kraj

Pro účastníky kategorií A—D uskutečněny 3 semináře s průměrnou účastí 30 žáků (pro každou kategorii samostatně). Při přípravě řešitelů kategorie E odpřednášeno 1 885 hodin, průměrná účast 16 žáků na akci.

Východoslovenský kraj

Týdenní soustředění 80 řešitelů kategorií A, B, C v Domaši,
týdenní soustředění 70 řešitelů kategorie D v Bardejovských kúpeľoch,
týdenní soustředění 60 řešitelů kategorií A, C v lednu 1982,
týdenní soustředění 60 řešitelů kategorií B a D v březnu v Prešově.

6. Zhodnocení XXIII. ročníku FO

XXIII. ročník FO splnil cíle, které před něj byly postaveny: pomohl účastníkům soutěže při zkvalitnění jejich

vědomostí a dovedností, prohloubil jejich studijní návyky a ovlivnil i jejich další orientaci na přírodovědné a technické směry, především pokud šlo o žáky středních škol.

Oproti minulému ročníku došlo ke zvýšení počtu řešitelů všech kategorií v 1. kolech. Toto zvýšení je zvláště potěšitelné u kategorií E a D. Došlo k prohloubení práce učitelů fyziky a referentů FO na školách s řešiteli těchto kategorií, a tím k překlenutí chybějícího fyzikálního vzdělání z 9. třídy ZDŠ v nejdůležitějších oblastech.

Ústřední výbor fyzikální olympiády proto všem pracovníkům okresních a krajských výborů FO, referentům FO na školách a učitelům fyziky, připravujícím žáky na účast v soutěži, děkuje za vykonanou práci ve XXIII. ročníku FO. Je to práce společensky velmi významná a pro další rozvoj společnosti v období uskutečňování vědecko-technické revoluce potřebná.

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

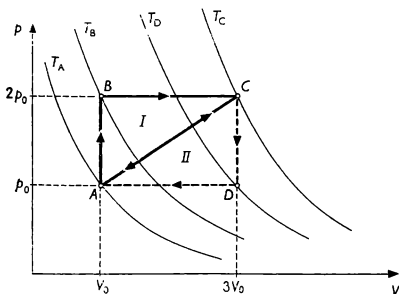
1. Úlohy kategorie A

Úlohy a řešení recenzovali dr. Alojz Pecho, dr. Marta Chytilová, CSc.
a Mojmír Šimerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Na obr. 1 jsou znázorněny dva cykly I, II v diagramu $V-p$. V obou cyklech je pracovním plynem ideální plyn



Obr. 1

o látkovém množství 1 mol složený z jednoatomových částic.

a) Rozhodněte, ve kterých úsecích cyklů I a II plyn přijímá a ve kterých odevzdává teplo.

b) Určete poměr účinností cyklů I a II. Který z obou cyklů má větší účinnost?

Řešení:

Cyklus I

Z obr. 1 je patrné, že $T_C > T_B > T_A$. V úsecích AB a BC plyn přijímá teplo, v úseku CA plyn odevzdává teplo. Přitom v úseku AB plyn nekoná práci ($\Delta V = 0 \text{ m}^3$), přijaté teplo je ekvivalentní přírůstku vnitřní energie plynu. Plyn koná práci W_1 . Celková změna vnitřní energie během cyklu je nulová. Platí vztah

$$W_1 = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}, \text{ přičemž } Q_{CA} < 0.$$

Účinnost cyklu I je tedy

$$\eta_1 = \frac{W_1}{Q_{AB} + Q_{BC}}.$$

Cyklus II

Z obr. 1 je patrné, že $T_C > T_D > T_A$. V úseku AC plyn přijímá teplo, v úsecích CD a DA odevzdává teplo. Přitom v úseku CD se teplota plynu sníží a plyn nekoná práci ($\Delta V = 0 \text{ m}^3$), odevzdané teplo je ekvivalentní úbytku vnitřní energie plynu. Plyn koná práci W_2 . Celková změna vnitřní energie plynu během cyklu je nulová. Proto tedy

$$W_2 = Q_{AC} + Q_{CD} + Q_{DA}, \text{ přičemž } Q_{CD} < 0, Q_{DA} < 0.$$

Účinnost cyklu II je tedy

$$\eta_2 = \frac{W_2}{Q_{AC}}.$$

a) V cyklu I plyn přijímá teplo v úsecích AB a BC , v úseku CA teplo odevzdává.

V cyklu II plyn přijímá teplo v úseku AC , v úsecích CD a DA teplo odevzdává.

b) Podle obr. 1 je obsah obou ploch graficky znázorněných cyklů v diagramu stejný, takže $W_1 = W_2$ a poměr účinností

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{Q_{AC}}{Q_{AB} + Q_{BC}}. \quad (1)$$

Musíme nyní stanovit veličiny Q_{AC} , $Q_{AB} + Q_{BC}$.

Poněvadž v cyklu I na úseku AB plyn práci nekoná, je $Q_{AB} = \Delta U_{AB}$, kde ΔU_{AB} je přírůstek vnitřní energie plynu. Pro 1 mol jednoatomového plynu určíme

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} R_m (T_B - T_A),$$

kde R_m je molární plynová konstanta.

Ze stavové rovnice, podle obr. 1, je

$$T_B = \frac{2p_0V_0}{R_m}, \quad T_A = \frac{p_0V_0}{R_m}, \quad T_B - T_A = \frac{p_0V_0}{R_m},$$

a proto

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} p_0V_0. \quad (2)$$

Na úseku BC plyn přijímá teplo a zároveň koná práci W_{BC} :

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC}. \quad (3)$$

Dále platí

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} R_m (T_C - T_B) \quad (4)$$

a ze stavové rovnice, podle obr. 1

$$T_C = \frac{2p_0 \cdot 3V_0}{R_m}, \quad T_B = \frac{2p_0 V_0}{R_m}, \quad T_C - T_B = \frac{4p_0 V_0}{R_m}.$$

Dosazením do (4)

$$\Delta U_{BC} = 6p_0 V_0$$

a zároveň, podle obr. 1,

$$W_{BC} = 2p_0 \cdot 2V_0 = 4p_0 V_0.$$

Podle (3) tedy

$$Q_{BC} = 6p_0 V_0 + 4p_0 V_0 = 10p_0 V_0. \quad (5)$$

Podle (2) a (5) pak platí

$$Q_{AB} + Q_{AC} = \frac{23}{2} p_0 V_0.$$

Podle obr. 1 platí dále $Q_{AC} = -Q_{CA}$, přičemž

$$\begin{aligned} Q_{CA} &= W_{CA} - (Q_{AB} + Q_{BC}) = \frac{1}{2} p_0 \cdot 2V_0 - \frac{23}{2} p_0 V_0 = \\ &= -\frac{21}{2} p_0 V_0, \end{aligned}$$

tedy

$$Q_{AC} = \frac{21}{2} p_0 V_0.$$

Podle (1)

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{21}{23} = 0,91,$$

takže účinnost cyklu II je větší než účinnost cyklu I.

2. úloha (navrhl ing. Jiří Machalický, CSc.)

Na přímce jsou, ve vakuu, ve stejných vzájemných vzdálenostech a střídavě umístěny kladné a záporné bodové elektrické náboje velikosti Q .

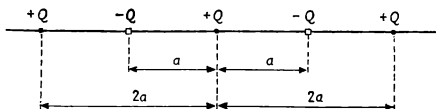
Určete potenciální energii kteréhokoli z nich v poli vytvořeném ostatními náboji na dané přímce.

Při konečné úpravě výsledku použijte vztah známý z teorie řad:

$$\ln(1 \pm x) = x - \frac{x^2}{2} \pm \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \pm \dots;$$

pro $-1 < x \leq 1$ je tato řada konvergentní.

Řešení: - obr. 2



Obr. 2

Označme (např. tečkou) některý náboj $+Q$, jehož potenciální energii chceme stanovit; je stejná i pro kterýkoli jiný z nábojů na přímce.

Potenciální energie tohoto náboje $+Q$ v poli náboje $-Q$, který je ve vzdálenosti a , je podle definice elektrostatické potenciální energie

$$\begin{aligned} E_p &= \int_a^\infty F \, dr = - \int_a^\infty \frac{Q^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \, dr = \\ &= - \frac{Q^2}{4\pi \epsilon_0 a}; \end{aligned} \quad (1)$$

r zde značí obecnou vzdálenost náboje $+Q$ od náboje $-Q$, přičemž $r \geq a$; tato energie je totiž ekvivalentní (záporné) práci, kterou vykonají síly elektrického pole při přemístění náboje $+Q$ z jeho původní polohy do nekonečna.

Vztah (1) platí pro dvojici nábojů $+Q$ a $-Q$ ve vzájemné vzdálenosti a . Náboj $+Q$ má však v sousedství dva náboje $-Q$, takže jeho potenciální energie je dvojnásobkem energie (1), tedy

$$E_p = - \frac{Q^2}{2\pi \varepsilon_0 a}.$$

Obdobně uvažujeme pro ostatní náboje $\pm Q$, které od označeného náboje $+Q$ mají vzdálenosti $2a$, $3a$ atd.

Celková potenciální energie označeného náboje v elektrickém poli vytvořeném všemi ostatními náboji je proto

$$E_p = - \frac{Q^2}{2\pi \varepsilon_0 a} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right)$$

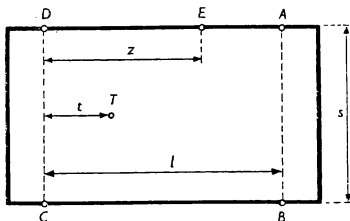
a podle poznámky uvedené v zadání

$$E_p = \frac{\ln 2}{2\pi \varepsilon_0 a} Q^2.$$

3. úloha (navrhl Zdeněk Přikryl)

Vozidlo (obr. 3) má kola v místech A , B , C , D . Kola jsou odpružena čtyřmi stejnými pružinami. Těžiště vozidla je v bodě T . V místě E je úchyt pro upevnění zvedáku. Význam délek s , l , t , z je patrný z obr. 3, přičemž $z > \frac{l}{2}$. Vozidlo má hmotnost m .

Karosérie je tuhé těleso, zvedání je tak malé, že úsečky s , l , t , z lze považovat za vodorovné. Deformace pneumatik ve styku s vozovkou jsou zanedbatelné.



Obr. 3

a) Stanovte velikosti sil F_1 , popř. F_2 , jimiž na vozovku působí kola v místech A , B , popř. C , D .

b) V místě E počneme vozidlo zvedat silou o velikosti $F_E = n F_G$, kde n je dané číslo, $F_G = mg$. Stanovte velikosti sil F_A , F_B , F_C , F_D , jimiž kola působí na vozovku.

c) Při zvedání silou o velikosti F_E podle části b) se poloha místa E zvýší o délku e , všechna kola jsou přitom ve styku s vozovkou.

Vyjádřete tuhost k každé z pružin pomocí délky e a veličin dříve zadaných, tj. s , l , t , z , n .

Řešení:

V těžišti působí na vozidlo tíhová síla $F_G = mg$.

a) Z rovnováhy momentů vzhledem k osám CD a AB dostáváme

$$2F_1 = \frac{t}{l} F_G, \quad 2F_2 = \frac{l-t}{l} F_G, \text{ tedy}$$

$$F_1 = \frac{t}{2l} F_G, \quad F_2 = \frac{l-t}{2l} F_G.$$

b) K určení sil F_A , F_B , F_C , F_D potřebujeme čtyři rovnice.

Tři z nich dostaneme z podmínek rovnováhy momentů vzhledem k osám AD , BC , CD :

$$s(F_B + F_C) = \frac{s}{2} F_G, \quad s(F_A + F_D + F_E) = \frac{s}{2} F_G,$$

$$l(F_A + F_B) + z F_E = t F_G, \text{ odtud}$$

$$\frac{1}{2} (F_B + F_C) = F_G, \quad (1)$$

$$F_A + F_D = \frac{1 - 2n}{2} F_G, \quad (2)$$

$$F_A + F_B = \frac{t - n z}{l} F_G. \quad (3)$$

Označíme a , b , c , d změny délek pružin kol v místech A , B , C , D , tuhost každé pružiny označíme k . Potom

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{F_1 - F_A}{k}, \quad b = \frac{F_1 - F_B}{k}, \\ c &= \frac{F_2 - F_C}{k}, \quad d = \frac{F_2 - F_D}{k}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Poněvadž je karosérie tuhá, musí platit

$$a - b = d - c$$

a odtud, s použitím (4),

$$F_A - F_B = F_D - F_C. \quad (5)$$

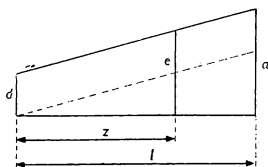
Řešením soustavy rovnic (1), (2), (3), (5) dostaneme

$$F_A = \frac{2t - n(l + 2z)}{4l} = F_1 - \frac{n(l + 2z)}{4l} F_G,$$

$$F_B = \frac{2t + n(l - 2z)}{4l} F_G = F_1 - \frac{n(2z - l)}{4l} F_G,$$

$$F_C = \frac{2(l - t) + n(2z - l)}{4l} F_G = F_2 + \frac{n(2z - l)}{4l} F_G,$$

$$F_D = \frac{2(l - t) - n(3l - 2z)}{4l} F_G = F_2 - \frac{n(3l - 2z)}{4l} F_G.$$



Obr. 4

c) Z podobnosti trojúhelníků (obr. 4) vyplyne

$$\frac{a - d}{e - d} = \frac{l}{z}, \text{ neboli}$$

$$a z + d(l - z) = e l$$

a s použitím (4)

$$(F_1 - F_A) z + (F_2 - F_D)(l - z) = e l k, \text{ tedy}$$

$$\frac{n(l + 2z)z}{4l} F_G + \frac{n(3l - 2z)(l - z)}{4l} F_G = e l k$$

a z toho

$$k = \frac{n F_G}{e} \cdot \frac{3l^2 + 4z^2 - 4lz}{4l^2}.$$

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Průtokovým elektrickým ohřívačem proudí vzduch, jehož vstupní teplota je t_1 a hmotnostní průtok Q_{m1} . Příkon topného tělesa ohřívače je P_{01} . Použijeme-li příkon P_{02} při hmotnostním průtoku Q_{m2} , má vzduch při stejné vstupní teplotě t_1 výstupní teplotu stejnou jako v prvním případě. Tlak vzduchu v celém prostoru ohřívače je stejný. Vzduch považujeme za ideální plyn.

a) Určete změnu Δt teploty vzduchu při průtoku ohřívačem.

b) Určete výstupní teplotu t_2 vzduchu pro hodnoty: $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $P_{01} = 1,0 \text{ kW}$, $Q_{m1} = 540 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$, $P_{02} = 2,0 \text{ kW}$, $Q_{m2} = 720 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$, molární teplo vzduchu při stálém objemu $C_{mV} = 21 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, molární hmotnost vzduchu $M_m = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, molární plynová konstanta $R_m = 8,3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Řešení:

a) Při proudění vzduchu v ohřívači se vzduch ohřívá a zároveň koná mechanickou práci. Nastává tedy změna toku vnitřní energie $\Delta \Phi$ a vzduch má mechanický výkon P . Dochází také k tepelným ztrátám, vzduch má tepelný výkon P_t . V ustáleném stavu jsou tyto změny kompenzovány elektrickým příkonem P_0 ohřívače.

V prvním případě tedy platí

$$P_{01} = \Delta \Phi_1 + P_1 + P_{t1}$$

a v druhém případě

$$P_{02} = \Delta \Phi_2 + P_2 + P_{t2}.$$

Podle toho pak

$$P_{02} - P_{01} = \Delta \Phi_2 - \Delta \Phi_1 + P_2 - P_1 + P_{t2} - P_{t1}. \quad (1)$$

Změna toku vnitřní energie je

$$\Delta \Phi = \frac{C_{mV}}{R_m} Q_m (T_2 - T_1).$$

Při stálém tlaku p je práce vykonaná proudícím plynem $W = p \Delta V$.

Podle stavové rovnice pro ideální plyn

$$p \Delta V = \frac{m}{M_m} R_m \Delta T$$

a mechanický výkon plynu je

$$P = \frac{Q_m}{M_m} R_m \Delta T.$$

Protože rozdíl $T_2 - T_1$ je v obou případech stejný a nezměnily se ani vnější podmínky, platí $P_{t2} = P_{t1}$. Dosadíme do vztahu (1) a upravíme:

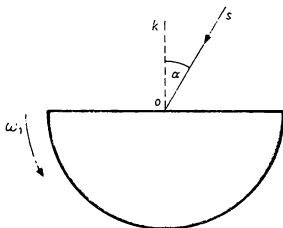
$$\Delta P_0 = \frac{1}{M_m} (C_{mV} + R_m) (Q_{m2} - Q_{m1}) \Delta T, \text{ odtud}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta P_0 M_m}{(C_{mV} + R_m) (Q_{m2} - Q_{m1})}.$$

b) Pro zadané hodnoty $\Delta P_0 = 1\,000 \text{ W}$, $Q_{m2} - Q_{m1} = 180 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1} = 0,050 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ vychází $\Delta T \doteq 20 \text{ K}$ a tedy $\{\Delta T\} = \{\Delta t\} \doteq 20^\circ \text{C}$, takže $t_2 \doteq 40^\circ \text{C}$.

5. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Skleněná deska s půlkruhovým průřezem, zhotovená ze skla o indexu lomu n , se otáčí stálou úhlovou rychlostí ω_1 kolem osy o , která je určena střední příčkou obdélníkové stěny desky a je kolmá k jejím půlkruhovým podstavům (obr. 5).



Obr. 5

Do středu rovinné stěny dopadá, ve směru kolmém k ose o , světelný paprsek s , který svírá s kolmicí dopadu úhel α . Může nastávat buď lom, nebo úplný odraz.

Označme ω_2 úhlovou rychlost, s níž se kolem osy o otáčí paprsek buď lomený, nebo úplně odražený.

a) Stanovte funkci $p = \frac{\omega_2}{\omega_1} = f(\sin \alpha)$.

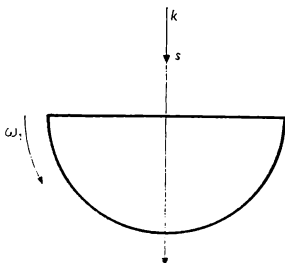
b) Načrtněte graf funkce $p = F(\alpha)$ v oboru $0 \leq \alpha \leq 2\pi$.

Řešení:

a) Označíme α úhel dopadu, β úhel lomu (popř. úplného odrazu), φ úhel, o který se v čase t otočí deska z výchozí polohy, ψ úhel, o který se v témže čase otočí lomený (popř. úplně odražený) paprsek.

Výchozí situaci (obr. 6) zvolíme tak, že paprsek prochází ve směru kolmice dopadu, takže v čase $t = 0$ s je

$$\alpha_0 = \beta_0 = \varphi_0 = \psi_0 = 0^\circ.$$



Obr. 6

V průběhu cyklu nastávají následující případy:

1. $\alpha \in \langle 0^\circ, 90^\circ \rangle$

Otočí-li se deska o úhel φ (obr. 7), je úhel dopadu také φ . Kolmice dopadu se rovněž otočí o úhel φ , takže lomený paprsek se odchýlí od původního směru o úhel $\psi = \varphi - \beta$. Podle Snelliova zákona

$$\sin \alpha = n \sin \beta \quad (1)$$

a odtud derivováním podle času

$$\cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} = n \cos \beta \frac{d\beta}{dt},$$

a protože

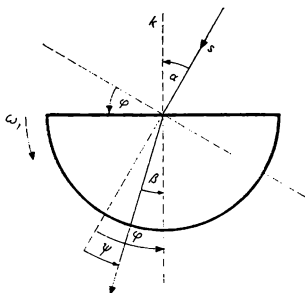
$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} = \omega_1,$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{d(\varphi - \psi)}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} - \frac{d\psi}{dt} = \omega_1 - \omega_2,$$

dostaneme po úpravě, s použitím (1)

$$p = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (2)$$

Poněvadž $p > 0$, otáčí se lomený paprsek ve smyslu stejném jako deska.



Obr. 7

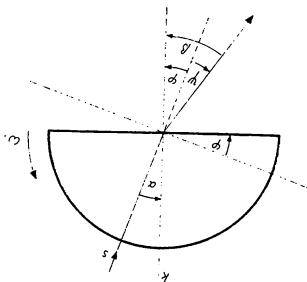
Funkce (2) má derivaci

$$\frac{dp}{d\alpha} = \sin \alpha \cdot (n^2 - 1) (n^2 - \sin^2 \alpha)^{-\frac{3}{2}},$$

která je v uvažovaném intervalu nezáporná, takže p monotónně roste z hodnoty $1 - \frac{1}{n}$ pro $\alpha = 0^\circ$ na hodnotu 1 pro $\alpha = 90^\circ$.

2. Označme α_m mezný úhel, $\sin \alpha_m = \frac{1}{n}$.

Pro $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ, -\alpha_m)$ nastává úplný odraz, $\psi = \beta = 2\alpha = 2\varphi$, tedy $p = 2$, jestliže, pro zjednodušení, značíme úhly znaky $\alpha, \beta, \varphi, \psi$ místo $90^\circ + \alpha$ atd. Obdobně pro $\alpha \in (180^\circ + \alpha_m, 270^\circ)$.



Obr. 8

3. V oboru $\alpha \in (180^\circ - \alpha_m, 180^\circ + \alpha_m)$ nastává lom od kolmice a platí zde (obr. 8) s podobným zjednodušením symboliky jako v případě 2.

$$\varphi = \alpha, \quad \psi = \varphi - \beta = \alpha - \beta,$$

a protože

$$\sin \beta = n \sin \alpha,$$

dostáváme derivováním, po úpravě

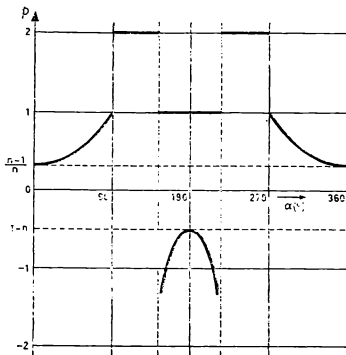
$$p = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \sqrt{1 + \frac{n^2 - 1}{1 - n^2 \sin^2 \alpha}} < 0, \quad (3)$$

což znamená, že lomený paprsek se otáčí, vzhledem k otáčení desky, ve smyslu opačném.

Funkce (3) má lokální extrém pro $\sin \alpha = 0$, což v našem případě odpovídá, vzhledem k výchozí poloze, úhlu $\alpha = 180^\circ$. Úroveň lokálního extrému (maxima) je $-(n - 1)$. Na okrajích intervalu je $\lim p \rightarrow \infty$.

4. V oboru $\alpha \in \langle 270^\circ, 360^\circ \rangle$ platí úvaha obdobná jako v případě 1. Funkce zde monotónně klesá z hodnoty 1 na hodnotu $1 - \frac{1}{n}$.

b) Náčrt grafu funkce $p = f(\alpha)$ je na obr. 9.



Obr. 9

6. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

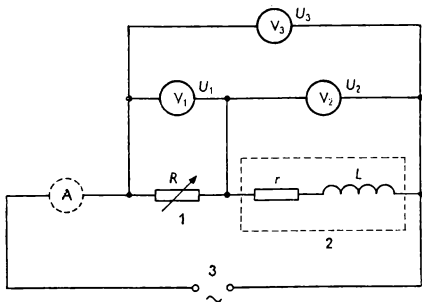
Měření indukčnosti metodou tří voltmetrů

1. Úvod

Indukčnost cívky se dá měřit v zapojení podle obr. 10, v němž 1 je rezistor o známém odporu R , 2 cívka o indukčnosti L a odporu r , 3 zdroj harmonického napětí. Označíme-li U_1 , U_2 , U_3 efektivní napětí mezi dvojicemi svorek, vypočítáme indukčnost cívky ze vztahu

$$L = R \frac{\sqrt{U_s (U_s - U_1) (U_s - U_2) (U_s - U_3)}}{\pi f U_1^2}, \quad (1)$$

kde $U_s = \frac{1}{2} (U_1 + U_2 + U_3)$, f kmitočet harmonického napětí zdroje 3 (v našem případě 50 Hz).



Obr. 10

II. Úloha

Metodou tří voltmetrů změřte indukčnost dvou vzduchových cívek.

III. Pomůcky

Reostat (nejlépe dekadový), dvě vzduchové cívky s velkým počtem závitů (např. dvě různé cívky z demonstračního rozkladného transformátoru), zdroj nízkého napětí (nejvýše 24 V) o kmitočtu 50 Hz, tři voltmetry s velkým vnitřním odporem, spojovací vodiče; ampérmetr není nutný, slouží jen ke kontrole, zda není překročen nejvyšší přípustný proud pro cívku a pro reostat.

IV. Postup

1. Sestavte zapojení podle obr. 10.
2. Pokusně nastavte odpor R reostatu tak, aby napětí U_1 a U_2 byla přibližně stejná.
3. Nastavený odpor zjistěte (jakoukoli metodou).
4. Na reostatu postupně nastavte 5 různých odporů s hodnotami v okolí hodnoty R (menších i větších), měřte napětí U_1 , U_2 , U_3 a podle (1) vypočítejte indukčnost L každé z obou cívek. Naměřené hodnoty a výsledky sestavte do tabulek.
5. Vypočítejte průměrné hodnoty L_{p1} , L_{p2} indukčností každé z obou cívek.

V. Doplnkové úlohy

1. Pomocí fázorového diagramu a vzorce pro obsah trojúhelníku daného stranami (vzorec Heronův) odvoďte vztah (1).
2. Podle výsledků nalezených pro obě cívky, jejichž počet závitů znáte, usudte, jak indukčnost cívky závisí na počtu jejích závitů.
3. Máte-li k použití měřicí můstek (např. Omega II nebo elektronický můstek RLC), ověřte správnost změřených hodnot indukčností, tj. porovnejte je s hodnotami naměřenými můstkovou metodou.

VI. Poznámka

Nemáte-li tři vhodné voltmetry, postačí jen jeden, který budete postupně připojovat k jednotlivým dvojicím svorek.

Řešení:

K měření byla použita cívka, která měla 24 000 závitů. Jako odpor R sloužil dekádový reostat (odporová dekáda), jehož odpor lze nastavit s velkou přesností. Napětí $U_3 = 24 \text{ V}$ na celém obvodu bylo udržováno regulačním transformátorem, za nímž byl teprve zařazen školní transformátor s odbočkami. Naměřené hodnoty a vypočítané výsledky jsou na tabulce 8.

Tabulka 8

č.	$\frac{R}{\text{k}\Omega}$	$\frac{U_1}{\text{V}}$	$\frac{U_2}{\text{V}}$	$\frac{U_3}{\text{V}}$	$\frac{U_s}{\text{V}}$	$\frac{L}{\text{H}}$
1	2,0	11,6	16,6	24,0	26,1	8,2
2	2,4	12,9	15,4	24,0	26,2	8,4
3	2,8	13,9	14,1	24,0	26,0	8,0
4	3,2	14,4	12,9	24,0	25,7	7,8
5	3,6	15,7	12,6	24,0	26,2	8,4
průměrná hodnota						8,2 H

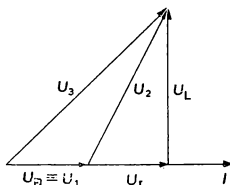
Průměrná hodnota $L_p \doteq 8,2 \text{ H}$ byla ověřena pomocí elektronického měřicího můstku RLC .

Obdobné měření s cívkou s polovičním počtem závitů dalo hodnotu zhruba čtyřikrát menší (kolem 2 H), čímž byl ověřen teoretický předpoklad, že indukčnost cívky je přímo úměrná druhé mocnině počtu jejích závitů. Předpoklad ovšem platí jen pro jednovrstvovou toroidní cívku, takže u cívek, jejichž indukčnost byla měřena, lze očekávat souhlas jen přibližný.

Vztah (1) nalezneme pomocí obr. 11. Je to fázorový diagram, v němž I značí fázor proudu, který soustavou protéká, $U_R = U_1$ fázor napětí na rezistoru R , U_r fázor napětí na odporu r cívky, U_L fázor napětí na reaktanci cívky. Fázor U_L , který má velikost $2\pi f L I$, odpovídá výšce trojúhelníku, jehož strany odpovídají velikostem napětí U_1 , U_2 , U_3 . Podle Heronova vzorce pro obsah trojúhelníku daného stranami dostaneme

$$\sqrt{U_s(U_s - U_1)(U_s - U_2)(U_s - U_3)} = \frac{1}{2} U_1 U_L.$$

Dosadíme za U_L podle předchozího a proud I vyjádříme ze vztahu $U_1 = R I$. Tím dostaneme vztah (1).



Obr. 11

7. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Vlastnosti tranzistoru jako aktivního čtyřpólu mohou být charakterizovány dvěma simultánními funkčními rovnicemi $U_1 = f_1(I_1, I_2)$, $U_2 = f_2(I_1, I_2)$, kde U_1 je stejnosměrné napětí na vstupu, U_2 na výstupu, I_1 proud vstupní, I_2 výstupní. Úplné diferenciály těchto funkcí lze zapsat ve tvaru

$$u_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2,$$

$$u_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2 ,$$

kde u_1 , i_1 , u_2 , i_2 jsou okamžité hodnoty malých střídavých napětí a proudů na vstupu a na výstupu, z_{11} až z_{22} impedanční parametry tranzistoru.

a) Pomocí impedančních parametrů vyjádřete napěťové zesílení A_u , proudové zesílení A_i , výkonové zesílení A_P a vstupní odpor R_{vst} , jestliže k výstupním svorkám tranzistoru, který pracuje jako zesilovač malých signálů, je připojen rezistor o odporu R_z .

b) Stanovte mezní hodnoty veličin A_u , A_i , R_{vst} pro případy $R_z = 0 \Omega$, $R_z \rightarrow \infty$.

c) Stanovte odpor R_{z0} , při němž je výkonové zesílení maximální, a velikost A_{Pmax} tohoto zesílení.

d) Stanovte výstupní odpor $R_{výst}$ tranzistoru, jestliže k jeho vstupním svorkám je připojen rezistor o odporu R_g . Stanovte i mezní hodnoty výstupního odporu pro $R_g = 0 \Omega$ a pro $R_g \rightarrow \infty$.

e) Stanovte podmínky oboustranného výkonového působení tranzistoru.

Řešení:

a) Ze soustavy rovnic

$$u_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2 ,$$

$$u_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2 ,$$

$$u_2 = -R_z i_2$$

stanovíme poměry

$$A_u = \frac{u_2}{u_1} = \frac{z_{21}}{z_{11} + \frac{D_z}{R_z}} , \quad (1)$$

$$A_i = \frac{i_2}{i_1} = - \frac{z_{21}}{R_z + z_{22}} , \quad (2)$$

$$A_P = |A_u \ A_t| = \frac{z_{21}^2}{z_{11}z_{22} + \frac{z_{22}D_z}{R_z} + z_{11}R_z + D_z}, \quad (3)$$

$$R_{\text{vst}} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{z_{11}R_z + D_z}{R_z + z_{22}}, \quad (4)$$

kde $D_z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$ je hodnota determinantu matice impedančních parametrů.

b) Z (1), (2), (4) nalezneme

$$\text{pro } R_z = 0 \ \Omega : A_{uk} = 0, A_{tk} = -\frac{z_{21}}{z_{22}}, R_{\text{vst } k} = \frac{D_z}{z_{22}};$$

$$\text{pro } R_z \rightarrow \infty : A_{up} = \frac{z_{21}}{z_{11}}, A_{tp} = 0, R_{\text{vst } p} = z_{11}.$$

c) Lokální extrém (maximum) funkce (3) zjistíme anulováním derivace $\frac{dA_P}{dR_z}$, odtud určíme

$$R_{z0} = \sqrt{\frac{D_z z_{22}}{z_{11}}}, A_{P \text{ max}} = \left(\frac{z_{21}}{\sqrt{z_{11} z_{22}} + \sqrt{D_z}} \right)^2.$$

d) Ze soustavy rovnic

$$u_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2,$$

$$u_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2,$$

$$u_1 = -R_g i_1$$

stanovíme poměr

$$R_{\text{výst}} = \frac{u_2}{i_2} = \frac{z_{22}R_g + D_z}{R_g + z_{11}} \quad (5)$$

a jeho mezní hodnoty pro $R_g = 0 \, \Omega$ a pro $R_g \rightarrow \infty$:

$$R_{\text{výst k}} = \frac{D_z}{z_{11}}, \quad R_{\text{výst p}} = z_{22}.$$

e) Podmínky jsou tyto: zdroj připojený k vstupním svorkám má vnitřní odpor (popř. zvětšený sériovým rezistorem) R_{g0} rovný vstupnímu odporu pro $R_z = R_{z0}$. Mezi výstupními svorkami je pracovní odpor R_{z0} rovný výstupnímu odporu pro $R_g = R_{g0}$. K určení veličin R_{g0} , R_{z0} dostaneme pomocí (4) a (5) vztahy

$$R_{g0} = \frac{z_{11} R_{z0} + D_z}{R_{z0} + z_{22}}, \quad R_{z0} = \frac{z_{22} R_{g0} + D_z}{R_{g0} + z_{11}},$$

z nichž vyjádříme

$$R_{g0} = \sqrt{\frac{D_z z_{11}}{z_{22}}}, \quad R_{z0} = \sqrt{\frac{D_z z_{22}}{z_{11}}}.$$

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhol dr. Alojz Pecho)

Medzi dvoma paralelnými doskami, ktorých vzájomnú vzdialenosť označíme d , je homogénne elektrické pole, ktorého intenzita je E . Vrchná doska má kladný náboj.

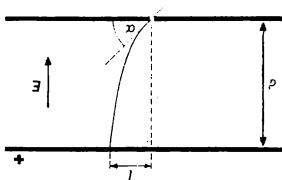
Elektrón, ktorý bol z nulovej rýchlosti urýchlený napätím U_1 , prenikne malým otvorom vo spodnej doske smerom ku kladnej doske pod uhlom α . Elektrón dosiahne vrchnú dosku s posunutím l od kolmého priemetu bodu, z ktorého vyletel (obr. 12).

- Určte čas t , za ktorý elektrón dosiahne vrchnú dosku.
- Určte vzdialenosť d medzi doskami.
- Určte napätie U_2 medzi doskami.

d) Určte energiu W_2 , ktorú elektrón odovzdá pri dopade na vrchnú dosku.

e) Určte rýchlosť v_2 elektrónu pri dopade na vrchnú dosku.

f) Určte maximálnu vzdialenosť h elektrónu od spodnej dosky, ak medzi doskami je napätie $-U_2$ (opačnej polarity). Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty $E = 15 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$, $U_1 = 50 \text{ V}$, $l = 5,0 \text{ cm}$, elementárny náboj $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, hmotnosť elektrónu (konštantná) $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $\alpha = 45^\circ$.



Obr. 12

Riešenie:

a) Elektrón má vstupnú rýchlosť v_1 veľkosti

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}}. \quad (1)$$

Vo vodorovnom smere má rýchlosť v_1 zložku v_{1x} veľkosti $v_{1x} = v_1 \cos \alpha$. Táto zložka sa v elektrickom poli medzi doskami nemení. Za čas t vykoná elektrón v smere zložky v_{1x} dráhu l stálou rýchlosťou v_{1x} . Odtiaľ

$$t = \frac{l}{v_{1x}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{2eU_1}{m}} \cos \alpha}. \quad (2)$$

b) V zvislom smere má rýchlosť v_1 zložku v_{1y} veľkosti

$$v_{1y} = v_1 \sin \alpha . \quad (3)$$

Elektrické pole medzi doskami pôsobí na elektrón silou veľkosti $F = e E$, ktorá mu v zvislom smere udeľuje zrýchlenie veľkosti

$$a_y = \frac{e E}{m} . \quad (4)$$

Pre vzdialenosť d potom platí

$$d = v_{1y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

a po dosadení z (3), (1), (2), (4) a úprave

$$d = l \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{4} \frac{E l^2}{U_1 \cos^2 \alpha} . \quad (5)$$

$$\text{c) } U_2 = E d , \quad (6)$$

kde veličina d je určená vzťahom (5).

d) Pri vstupe do elektrického poľa má elektrón energiu $W_1 = e U_1$, elektrické pole urobí prácu $A = e U_2$, kde veličina U_2 je daná vzťahom (6). Elektrón odovzdá pri dopade energiu

$$W_2 = e (U_1 + U_2) .$$

e) Tejto energii prislúcha rýchlosť

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 e (U_1 + U_2)}{m}} .$$

f) V zvislom smere má elektrón zložku rýchlosti v_{1y} s veľkosťou (3), čo je to isté, ako keby bol v zvislom smere urýchlený napätím $U_y = U_1 \sin^2 \alpha$. Elektrón vystúpi do výšky h , v ktorej napätie prislúchajúcej potenciálnej hladiny elektrického poľa je v absolútnej hodnote práve U_y . Z rovnosti

$$E h = U_y = U_1 \sin^2 \alpha$$

máme

$$h = \frac{U_1 \sin^2 \alpha}{E}.$$

Pre zadané hodnoty: $t \doteq 1,7 \cdot 10^{-8}$ s, $d \doteq 43$ cm, $U_2 \doteq 6,45$ kV, $W_2 \doteq 1,0 \cdot 10^{-15}$ J, $v_2 \doteq 4,8 \cdot 10^7$ m.s⁻¹, $h \doteq 1,7$ mm.

2. úloha (navrhol doc. dr. Árpád Kecskés, CSc.)

Tenká spojná dvojvypuklá šošovka má polomery krivosti $R_1 = 15,0$ cm, $R_2 = 10,0$ cm. Index lomu skla, z ktorého je šošovka zhotovená, $n_s = 1,50$.

a) Určte optickú mohutnosť D a ohniskovú vzdialenosť f šošovky.

b) Ako sa zmení optická mohutnosť a ohnisková vzdialenosť, ak šošovku ponoríme do vody s indexom lomu $n_v = 1,33$?

c) Za akých podmienok sa bude táto dvojvypuklá šošovka chovať ako rozptylka? Ukážte pomocou konštrukcie chodu lúčov cez šošovku.

d) Šošovku prerežeme v rovine, ktorá prechádza kruhovou priesečnicou guľových plôch. Určte ohniskové vzdialenosti a optické mohutnosti šošoviek takto vzniklých.

Riešenie:

a) Pre tenkú šošovku platí

$$D = \frac{1}{f} = (n_s - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \doteq 8,3 \text{ dioptrií,} \quad (1)$$

$f \doteq 12 \text{ cm.}$

b) Do (1) je treba miesto n_s dosadiť relatívny index lomu skla na vodu $n_{s,v} = \frac{n_s}{n_v}$, čiže optická mohutnosť šošovky ponorenej do vody je

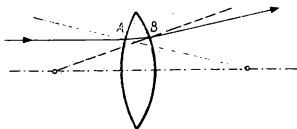
$$D_v = (n_{s,v} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \doteq 2,0 \text{ dioptrie}$$

a ohnisková vzdialenosť

$$f_v \doteq 0,50 \text{ m.}$$

c) Podmienkou k tomu, aby dvojbypuklá spojná šošovka sa chovala ako rozptylka, je: index lomu skla, z ktorého je šošovka vyhotovená, musí byť menší od indexu lomu prostredia, v ktorom sa šošovka nachádza. Je to zrejmé z (1), ak relatívny index lomu prostredia na sklo $n_{s,p} < 1$. Z chodu lúčov cez túto šošovku je to zrejmé z obr. 13. V bode A dochádza k lomu od kolmice, v bode B k lomu ku kolmici.

d) Po reze má prvá šošovka $R_1 = 15 \text{ cm}$, $R_2 \rightarrow \infty$ a podľa úlohy a) $f_1 = 30 \text{ cm}$, $D_1 \doteq 3,3 \text{ dioptrií}$. Druhá šošovka má $R_1 \rightarrow \infty$, $R_2 = 10 \text{ cm}$, t.j. $f_2 = 20 \text{ cm}$, $D_2 = 5,0 \text{ dioptrií}$.



Obr. 13

3. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Asteroid o hmotnosti m_1 se pohybuje v radiálním gravitačním poli hvězdy o hmotnosti m po parabolické dráze. Když prochází místem nejbližším hvězdě (tzv. periasteriem), narazí do planety o hmotnosti m_2 , která se pohybuje po kruhové dráze o poloměru r kolem hvězdy. Ráz je dokonale nepružný.

a) Popište pohyb tělesa vzniklého spojením asteroidu a planety po rázu. Výsledky diskutujte vzhledem k možným pohybům asteroidu a planety před rázem a pro různé hodnoty poměru $p = \frac{m_1}{m_2}$.

b) Určete, po jaké dráze se bude těleso po rázu pohybovat, jestliže $m_1 = 1,0 \cdot 10^{12}$ kg, $m_2 = 1,0 \cdot 10^{15}$ kg.

c) Může těleso vzniklé srážkou získat únikovou rychlost v gravitačním poli hvězdy?

Řešení:

Asteroid má rychlost v_1 , planeta má rychlost v_2 , přičemž

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\kappa m}{r}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{\kappa m}{r}}.$$

Rychlost tělesa vzniklého srážkou označíme v . Platí zákon zachování hybnosti

$$m_2 v_2 \pm m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v.$$

přičemž kladné znaménko platí pro souhlasné orientace*)

* Pozn. redakce: V nové školské terminologii, která je v nových učebnicích důsledně dodržována, se termín orientace nepoužívá a vektor rychlosti, síly apod. je určen směrem. V tomto případě by se jednalo o souhlasný nebo stejný směr. Tato poznámka platí pro celou publikaci.

rychlostí v_1, v_2 těsně před srážkou, záporné znaménko pro orientace navzájem opačné. Odtud

$$v = \frac{m_2 \pm m_1 \sqrt{2}}{m_2 + m_1} \sqrt{\frac{\kappa m}{r}} = \frac{1 \pm p \sqrt{2}}{1 + p} \sqrt{\frac{\kappa m}{r}}.$$

a) Tvar dráhy závisí na veličině

$$K = \frac{1 \pm p \sqrt{2}}{1 + p}. \quad (1)$$

Pro $K < 1$ se těleso pohybuje po eliptické dráze, místo srážky je v jejím apoasteriu. Pro $K = 1$ je dráha kruhová, pro $1 < K < \sqrt{2}$ je dráha eliptická, místo srážky je v jejím periasteriu. Pro $K = \sqrt{2}$ je dráha parabolická, pro $K > \sqrt{2}$ hyperbolická.

b) Pro zadané hodnoty jsou dvě možnosti:

$K = 1,0004$ — dráha je eliptická, s malou výstředností, těleso se po ní pohybuje z periasteria;

$K = 0,9976$ — dráha je eliptická, s malou výstředností, těleso se po ní pohybuje z apoasteria.

c) Tento případ nemůže nastat. Položíme-li v (1) $K = \sqrt{2}$, nedostaneme v žádném z obou případů vyhovující hodnotu pro poměr p .

4. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Jsou dány impedanční parametry $z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22}$ určitého tranzistoru. Pomocí těchto parametrů vyjádřete

a) smíšené parametry $h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}$,

b) admitanční parametry $y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22}$.

Řešení:

a) Čtyřpólové rovnice s impedančními parametry jsou

$$\begin{aligned} u_1 &= z_{11} i_1 + z_{12} i_2, \\ u_2 &= z_{21} i_1 + z_{22} i_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Z této soustavy rovnic vyjádříme

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{D_z}{z_{22}} i_1 + \frac{z_{12}}{z_{22}} u_2, \\ i_2 &= -\frac{z_{21}}{z_{22}} i_1 + \frac{1}{z_{22}} u_2, \end{aligned}$$

kde $D_z = z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21}$ je hodnota determinantu matice imedančních parametrů. Porovnáním se čtyřpólovými rovnicemi zapsanými pomocí smíšených parametrů

$$\begin{aligned} u_1 &= h_{11} i_1 + h_{12} u_2, \\ i_2 &= h_{21} i_1 + h_{22} u_2 \end{aligned}$$

dostaneme

$$h_{11} = \frac{D_z}{z_{22}}, \quad h_{12} = \frac{z_{12}}{z_{22}}, \quad h_{21} = -\frac{z_{21}}{z_{22}}, \quad h_{22} = \frac{1}{z_{22}}.$$

b) Ze soustavy (1) vyjádříme

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{z_{22}}{D_z} u_1 - \frac{z_{12}}{D_z} u_2, \\ i_2 &= -\frac{z_{21}}{D_z} u_1 + \frac{z_{11}}{D_z} u_2. \end{aligned}$$

Porovnáme se čtyřpólovými rovnicemi zapsanými pomocí admitančních parametrů

$$i_1 = y_{11} u_1 + y_{12} u_2 ,$$

$$i_2 = y_{21} u_1 + y_{22} u_2$$

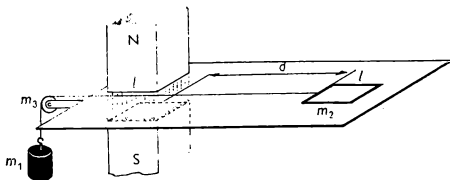
a dostaneme

$$y_{11} = \frac{z_{22}}{D_z}, \quad y_{12} = -\frac{z_{12}}{D_z}, \quad y_{21} = -\frac{z_{21}}{D_z}, \quad y_{22} = \frac{z_{11}}{D_z}.$$

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Uzavřená smyčka z drátu má tvar čtverce o straně l . Smyčka je tažena po vodorovné hladké desce napjatým vláknem vedeným přes kladku o poloměru r (obr. 14). Při pohybu vlákna se kladka otáčí bez smyku. Na druhém konci vlákna je zavěšen válec o hmotnosti m_1 . Hmotnost smyčky je m_2 , hmotnost kladky je m_3 , hmotnost vlákna je zanedbatelná. Smyčka urazí z klidové polohy dráhu d a dostane se do stejnorodého magnetického pole vymezeného póly N, S, jejichž rovinné plochy mají tvar čtverce o straně l . Vektor indukce B magnetického pole směřuje svisle dolů. Materiál desky neovlivňuje indukci B magnetického pole. Při průchodu smyčky magnetickým polem koná smyčka rovnoměr-



Obr. 14

ný posuvný pohyb. Elektrický odpor smyčky je R . Moment setrvačnosti kladky

$$I_k = \frac{1}{2} m_3 r^2.$$

- a) Stanovte velikost indukce $|B|$ magnetického pole.
 b) Řešte úlohu pro hodnoty: $l = 2,0$ cm, $m_1 = 10$ g, $m_2 = 2,0$ g, $m_3 = 5,0$ g, $d = 50$ cm, $R = 1,0 \cdot 10^{-2} \Omega$, $g = 10$ m.s⁻².

c) Znázorněte graficky přibližný časový průběh indukovaného proudu ve smyčce při průchodu smyčky magnetickým polem.

Řešení:

a) Když se smyčka posune z počáteční klidové polohy o délku d , vykoná tíhové pole práci $W = m_1 g d$. Smyčka koná rovnoměrně zrychlený pohyb a získá rychlost v . Soustava získá jednak kinetickou energii posuvného pohybu

$$E_{k1} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2,$$

v je rychlost soustavy, jednak kinetickou energii otáčivého pohybu

$$E_{k2} = \frac{1}{2} I_k \omega^2 = \frac{1}{2} m_3 r^2 \frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{4} m_3 v^2.$$

Pro celkovou kinetickou energii soustavy platí

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} = m_1 g d.$$

Odtud vyjádříme

$$v = 2 \sqrt{\frac{m_1 g d}{m_3 + 2(m_1 + m_2)}}. \quad (1)$$

V magnetickém poli působí na smyčku brzdicí síla $F = B I l$, kde I je indukovaný proud procházející smyčkou; na jeho směr nezáleží. Ve smyčce se indukuje elektromotorické napětí $U_e = B l v$, takže

$$I = \frac{B l v}{R}, \quad F = B^2 l^2 \frac{v}{R}. \quad (2)$$

Tato síla je v rovnováze s tahovou silou napjatého vlákna

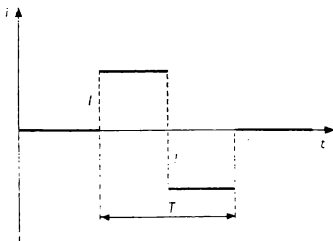
$$F_1 = m_1 g. \quad (3)$$

Porovnáme (2) a (3), za v dosadíme z (1) a po úpravě dostaneme

$$B = \frac{1}{l} \sqrt[4]{\frac{m_1 g R^2 [m_3 + 2(m_1 + m_2)]}{4 d}}.$$

b) Pro zadané hodnoty: $|B| \doteq 0,98 \text{ T}$.

c) Náčrt je na obr. 15, kde T je doba průchodu smyčky magnetickým polem, I proud, který ve smyčce vznikne následkem elektromagnetické indukce.



Obr. 15

2. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Galileo Galilei objevil v r. 1610 při pozorování Jupitera čtyři jeho nejjasnější měsíce. Označme T oběžnou dobu měsíce, r jeho střední vzdálenost od planety. Ve Fyzikálních a matematických tabulkách (1980) najdeme tyto údaje o měsících Jupitera:

Měsíc	$\frac{T}{\text{d}}$	$\frac{r}{\text{km}}$
Io	1,769	$4,22 \cdot 10^5$
Europa	3,551	$6,71 \cdot 10^5$
Ganymed	7,155	$10,71 \cdot 10^5$
Kallisto	16,689	$18,84 \cdot 10^5$

Měsíce obíhají kolem planety v rovině jejího rovníku po eliptických drahách s velmi malou výstředností, takže můžeme považovat střední vzdálenost r měsíce od planety za poloměr kruhové dráhy měsíce.

a) Z údajů o některém měsíci stanovte hmotnost M planety. Ověřte, zda z údajů pro některý jiný měsíc určíme tutéž hodnotu hmotnosti M .

Gravitační konstanta $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

b) Z údajů o měsíci Io ověřte oběžnou dobu T_E měsíce Europa.

c) Z údajů o měsíci Io ověřte střední vzdálenost r_G měsíce Ganymed od planety.

d) Když Olaf Römer pozoroval v r. 1676 zákryty měsíce Io planetou Jupiter, zjistil rozdíl Δt mezi vypočítaným a po-

zorovaným časem počátku, popř. konce, dvou po sobě následujících zákrytů. Tento rozdíl byl v různých dobách různý, dosahoval však maximální hodnoty $\Delta t_{\max} = \pm 15$ s. Vysvětlete příčinu tohoto jevu. Jak využil Römer změřené hodnoty $\Delta t_{\max}$ k přibližnému určení rychlosti světla c ? Stanovte přibližnou hodnotu rychlosti světla c ve vakuu z Römerova pozorování.

Země obíhá kolem Slunce přibližně po kruhové dráze střední rychlostí $29,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Považujte kruhový oblouk, který urazí Země za dobu odpovídající oběžné době T_I měsíce Io, za úsečku. Předpokládejte, že za dobu T_I se poloha Jupitera vzhledem k Slunci nezmění, změní se však vzdálenost Země od Jupitera.

Řešení:

Označíme T_I, T_E, T_G, T_K oběžné doby měsíců, r_I, r_E, r_G, r_K poloměry kruhových drah měsíců. Jupiter má hmotnost M .

a) Pro kterýkoli měsíc $i \in \{I, E, G, K\}$ platí

$$\kappa \frac{m_i M}{r_i^2} = \frac{4\pi^2 r_i m_i}{T_i^2}$$

a odtud

$$M = \frac{4\pi^2 r_i^3}{\kappa T_i^2}.$$

Z údajů pro kterýkoli z uvedených měsíců určíme $M \doteq 1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.

b) Podle 3. Keplerova zákona

$$T_E = T_I \left(\frac{r_E}{r_I} \right)^{\frac{3}{2}} \doteq 3,55 \text{ d}.$$

c) Podle 3. Keplerova zákona

$$r_G = r_1 \left(\frac{T_G}{T_I} \right)^{\frac{2}{3}} \doteq 1,07 \cdot 10^6 \text{ km.}$$

d) Země se k Jupiteru přibližuje maximální rychlostí $v_Z = 29,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ tehdy, když se Jupiter nachází na přímce obsahující přímý úsek trajektorie Země.

Mezi dvěma po sobě následujícími počátky, popř. konci, zákrytu uplyne přibližně doba $T_I = 1,769 \text{ d.}$ Za tuto dobu se Země přiblíží k Jupiteru o délku $s = v_Z T_I \doteq 4,55 \cdot 10^6 \text{ km.}$ To znamená, že světlo, jehož rychlost je c , se dostane z Jupitera na Zemi o dobu $\Delta t = \frac{s}{c}$ dříve, než kdyby Země byla

vzhledem k Jupiteru v klidu. Odtud $c = \frac{s}{\Delta t}$; pro hodnotu

$\Delta t_{\max} = 15 \text{ s}$, $s = 4,55 \cdot 10^6 \text{ km}$ určíme $c \doteq 3,04 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jestliže se Země naopak od Jupitera vzdaluje rychlostí v_Z , dostane se světlo na Zemi o dobu $\Delta t_{\max}$ později než kdyby Země byla vzhledem k Jupiteru v klidu.

V každé jiné situaci $|\Delta t| < |\Delta t_{\max}|$.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V rotačním válci se svislou osou se může pohybovat tenký píst bez tření. Po obou stranách pístu je týž plyn o stejné hmotnosti a stejné teplotě. Píst je v rovnovážné poloze. Při teplotě T je podíl objemu horní a dolní části válce $\frac{V_1}{V_2} = n$.

Určete obdobný podíl $x = \frac{V'_1}{V'_2}$, jestliže teplota plynu ve válci je T' .

Proveďte diskusi pro $n \geq 1$ a pro $T' \geq T$ (v mezních případech $T' \rightarrow \infty$, $T' \rightarrow 0 \text{ K}$).

Změny vnitřního objemu válce a změny tloušťky pístu při změnách teploty neuvažujte.

Řešení:

Počáteční stav: teplota T , objemy V_1, V_2 , tlaky p_1, p_2 ,
 $\frac{V_1}{V_2} = n$.

Konečný stav: teplota T' , objemy V'_1, V'_2 , tlaky p'_1, p'_2 ,
 $\frac{V'_1}{V'_2} = x$.

Podíl n má hodnotu $n = 1$ jen tehdy, jestliže hmotnost pístu je nulová, a to při kterékoli teplotě. V dalším tedy předpokládáme $n > 1$.

Na píst působí tíhová síla F_G , tlaková síla F_1 plynu shora a tlaková síla F_2 plynu zdola. Je-li píst v rovnovážné poloze, pak $F_2 - F_1 = F_G = \text{konst.}$ a tedy také

$$p_2 - p_1 = p'_2 - p'_1. \quad (1)$$

Protože vnitřní objem válce nezávisí na teplotě, platí

$$V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2. \quad (2)$$

Protože hmotnost i teplota plynu jsou v obou částech válce stejné, platí

$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \quad (3)$$

$$p'_1 V'_1 = p'_2 V'_2. \quad (4)$$

Podle (3) a (4) je

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = n, \quad \frac{p'_2}{p'_1} = \frac{V'_1}{V'_2} = x. \quad (5)$$

Vztah (1) upravíme

$$p_1 \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = p'_1 \left(\frac{p'_2}{p'_1} - 1 \right)$$

a po dosazení z (5)

$$p_1(n-1) = p_1'(x-1). \quad (6)$$

Obdobně upravíme (2) a dosadíme z (5)

$$V_1 \left(1 + \frac{1}{n}\right) = V_1' \left(1 + \frac{1}{x}\right). \quad (7)$$

Vynásobíme levé a pravé strany rovnic (6) a (7)

$$p_1 V_1 (n-1) \left(1 + \frac{1}{n}\right) = p_1' V_1' (x-1) \left(1 + \frac{1}{x}\right). \quad (8)$$

Podle stavové rovnice

$$\frac{p_1 V_1}{p_1' V_1'} = \frac{T}{T'}$$

upravíme vztah (8) na tvar

$$x^2 - kx - 1 = 0, \quad (9)$$

kde

$$k = \frac{T}{T'} \frac{n^2 - 1}{n}. \quad (10)$$

Rovnice (9) má kořen

$$x = \frac{k + \sqrt{k^2 + 4}}{2}, \quad (11)$$

který vyhovuje úloze; druhý kořen je záporný a nemá fyzikální smysl.

Řešením úlohy je tedy vztah (11), kde veličina k je určena vztahem (10).

Diskuse:

Z (9) s přihlédnutím k (10) vyjádříme

$$\frac{T}{T'} = \frac{n(x^2 - 1)}{x(n^2 - 1)}. \quad (12)$$

Jestliže $\frac{T}{T'} < 1$, dostaneme z (12) úpravou, uvážíme-li, že $n > 1$, podmínku

$$(x - n) \left(x + \frac{1}{n} \right) < 0. \quad (13)$$

Podmínka (13) je splněna ve dvou případech:

1. případ:

$x > n$, $x + \frac{1}{n} < 0$; protože však $x + \frac{1}{n} > 0$, nepřichází tento případ v úvahu.

2. případ:

$x < n$, $x + \frac{1}{n} > 0$; to je splněno pro každé $x < n$, tedy pro $V_1' < V_1$. Při zvýšení teploty se objem horní části válce zmenší. V mezním případě $T' \rightarrow \infty$ plyne z (12), že $x \rightarrow 1$; podle (5) je tlak plynu v obou částech válce tak velký, že objemy plynu nad pístem a pod ním jsou stejné, bez ohledu na tíhovou sílu působící na píst.

Jestliže $\frac{T}{T'} > 1$, pak obdobně jako v předchozím případě dostaneme podmínku

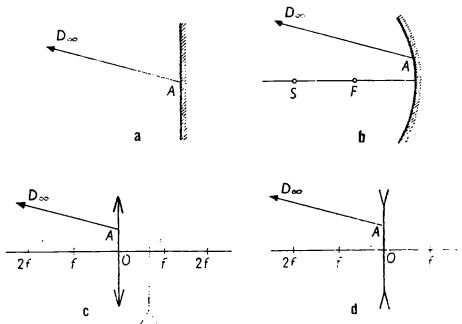
$$(x - n) \left(x + \frac{1}{n} \right) > 0.$$

Poněvadž druhý činitel na levé straně nerovnice je vždy kladný, je podmínka splněna pro $x > n$, tedy pro $V_1' > V_1$. Při snížení teploty se objem horní části válce zvětší. Pro $T \rightarrow 0$ K má (12) nevlastní limitu ∞ . Poněvadž čitatel zlomku na pravé straně obsahuje vyšší mocninu veličiny x než jmenovatel, musí být $x \rightarrow \infty$, tedy $\lim \frac{V_1'}{V_2'} \rightarrow \infty$. To je možné jen pro $V_2' \rightarrow 0$; píst klesne ke dnu válce, uplatní se jen působení tíhové síly.

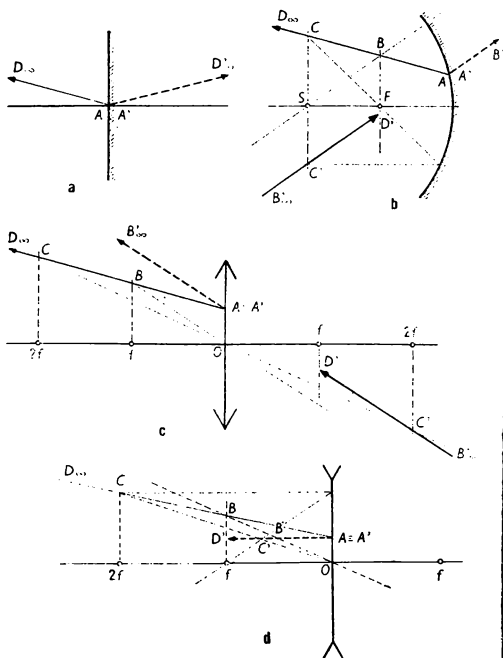
4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.) - obr. 16

Narysujte obraz polopřímky AD_∞ vytvořený

- rovinným zrcadlem,
- dutým kulovým zrcadlem,
- tenkou spojkou,
- tenkou rozptylkou.



Obr. 16



Obr. 17

Skutečné a zdánlivé obrazy narýsujte plnými čarami dvou odlišných barev.

V případech b), c), d) svírá polopřímka AD_{∞} malý úhel s optickou osou.

Výsledek řešení každé úlohy popište.

Řešení: - obr. 17

Poznámka: Z technických důvodů jsou skutečné obrazy kresleny čarou plnou, zdánlivé přerušovanou.

Popis výsledků:

a) Polopřímka AD_{∞} má zdánlivý obraz $A'D'_{\infty}$, přičemž $A \equiv A'$. Polopřímky AD_{∞} , $A'D'_{\infty}$ jsou souměrně sdružené podle roviny zrcadla.

b) Obraz bodu B ležícího v ohniskové rovině zrcadla je v nevlastním bodě spojnice BS . Obraz části AB je zdánlivý, je to polopřímka $A'B'_{\infty}$ rovnoběžná se spojnicí BS . Obraz části BD_{∞} je skutečný. Je to polopřímka $D'C'B'_{\infty}$, rovnoběžná se spojnicí BS , procházející bodem C' , který je skutečným obrazem bodu C . Skutečný obraz D' bodu D_{∞} je v ohniskové rovině zrcadla.

Duté kulové zrcadlo tedy zobrazuje polopřímku AD_{∞} jako dvě polopřímky; z nich $B'_{\infty}D'$ je obraz skutečný, $A'B'_{\infty}$ je obraz zdánlivý.

c) Obraz bodu B ležícího v ohniskové rovině čočky je v nevlastním bodě spojnice BO . Obraz části AB je zdánlivý, je to polopřímka $A'B'_{\infty}$ rovnoběžná se spojnicí BO . Obraz části BD_{∞} je skutečný. Je to polopřímka $B'_{\infty}C'D'$ rovnoběžná se spojnicí BO . Bod C' je skutečným obrazem bodu C . Skutečný obraz D' bodu D_{∞} je v obrazové ohniskové rovině čočky.

Spojka tedy zobrazuje polopřímku AD_{∞} jako dvě polopřímky; z nich $B'_{\infty}D'$ je obraz skutečný, $A'B'_{\infty}$ je obraz zdánlivý.

d) Rozptylka dává obraz zdánlivý. Zdánlivý obraz D' bodu D_{∞} je v ohniskové rovině čočky. Úsečka $A'D'$ je

zdánlivým obrazem polopřímky AD_∞ , prochází zdánlivými obrazy B' , C' bodů B , C .

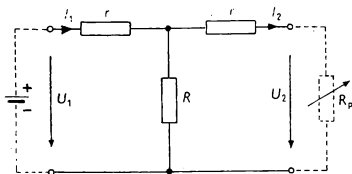
Rozptylka tedy zobrazuje polopřímku AD_∞ jako úsečku $A'D'$. Úsečka $A'D'$ je zdánlivý obraz polopřímky AD_∞ .

5. úloha (navrhli František Geschwinder a ing. Milan Mikošek)

Měření přenosových charakteristik souměrného stejnosměrného přenosového článku

Úvod:

Stejnoseměrný souměrný přenosový článek je sestaven ze dvou rezistorů o stejném odporu r a rezistoru o odporu R podle obr. 18, v němž je znázorněn i stejnosměrný zdroj a spotřebič o odporu R_p .



Obr. 18

Označíme napětí na vstupních svorkách článku U_1 , napětí na výstupních svorkách článku U_2 , proud procházející mezi vstupními svorkami I_1 a proud procházející mezi výstupními svorkami I_2 . Dále označíme odpor mezi vstupními svorkami $R_1 = U_1 \cdot I_1^{-1}$, příkon, který zdroj do soustavy dodává, $P_1 = U_1 I_1$, odpor spotřebiče $R_p = U_2 \cdot I_2^{-1}$ a příkon, který dostává spotřebič, označíme $P_2 = U_2 I_2$.

Z technického hlediska jsou významné tyto funkční závislosti, jejichž grafy označíme jako charakteristiky přenosového článku:

$$R_1 = f_1(R_p), \quad P_2 = f_2(R_p), \quad P_1 = f_3(R_p).$$

Úkoly:

a) Experimentální zjištění uvedených závislostí a sestavení příslušných charakteristik.

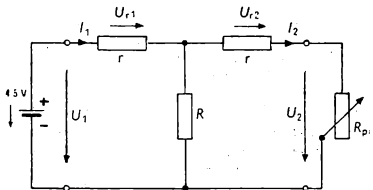
b) Zdůvodnění průběhu grafů na základě teoretických výpočtů.

Pomůcky:

1. Přípravek obsahující přenosový článek s rezistory $r = 100 \, \Omega$, $R = 470 \, \Omega$.
2. Plochá baterie o elektromotorickém napětí 4,5 V.
3. Stejnosměrný voltmetr.
4. Propojovací vodiče (4 kusy).
5. Reostat.
6. Milimetrový papír (3 listy).

Měřicí zapojení přípravku:

Budete měřit v zapojení přípravku podle obr. 19. Zapojení sestavíte z přípravku, ve kterém připojíte plochou baterii



Obr. 19

4,5 V (obr. 19) a pomocí dvou vodičů připojíte reostat. Další dva vodiče použijete k měření potřebných napětí voltmetrem. Pozor na polaritu voltmetru!

A. Pokyny k provedení experimentálních úkolů:

1. Při odpojeném reostatu ($R_p \rightarrow \infty$) změřte napětí U_2 , U_1 , U_{r1} , U_{r2} . Pomoc úbytků U_{r1} , U_{r2} na obou rezistorech o odporu $r = 100 \Omega$ vypočtete proudy I_1 , I_2 .
2. Připojte na výstup přenosového článku reostat a postupně nastavujte pomocí reostatu napětí U_2 podle přiložené tabulky. Pro každé nastavené napětí U_2 změřte napětí U_1 , U_{r1} , U_{r2} a vypočtete proudy I_1 , I_2 .
3. Pomocí naměřených hodnot vypočtete R_1 , R_p , P_1 , P_2 a vypočtené hodnoty запиšte do tabulky.
4. Hodnotu odporu R_1 pro $R_p = 0 \Omega$ označte R_a .
5. Hodnotu odporu R_1 pro $R_p \rightarrow \infty$ (odpojený reostat) označte R_b a obě hodnoty napište pod tabulku.
6. Sestrojte na přiloženém milimetrovém papíru graf funkce $R_1 = f_1(R_p)$ a graficky stanovte hodnotu odporu R_p (označte R'_p), pro kterou platí, že se rovná hodnotě vstupního odporu R_1 (tuto zjištěnou hodnotu označte R'_1), takže platí $R'_p = R'_1$.
7. Sestrojte na přiloženém milimetrovém papíru graf funkce $P_2 = f_2(R_p)$. Z grafu stanovte, pro kterou hodnotu R_p (označte ji R_{p0}) má funkce lokální maximum a určete hodnotu tohoto maxima (označte ji P_{2max}).
8. Sestrojte na přiloženém milimetrovém papíru graf funkce $P_1 = f_3(R_p)$ a graficky určete hodnotu příkonu P_1 (označte P_{10}) odpovídající hodnotě $R_p = R_{p0}$.

B. Pokyny k provedení teoretických výpočtů

1. Pomocí hodnot R_a , R_b stanovených experimentálně stanovte hodnoty odporů r , R . Nejprve proveďte obecně, pak pro stanovené hodnoty R_a , R_b .
2. V grafu $R_1 = f_1(R_p)$ podle bodu A.6 experimentální části má platit $R'_1 = R'_p = \sqrt{R_a R_b}$. Dokažte výpočtem.

Vypočtete R_p' pomocí R_a , R_b . Případné větší odchylky od výsledku nalezeného experimentálně zdůvodněte.

3. V grafu $P_2 = f_2(R_p)$ podle bodu A.7 experimentální části má platit $R_{p0} = R_a$. Dokažte výpočtem. Případné větší odchylky od výsledku nalezeného experimentálně zdůvodněte.
4. Pro úroveň maxima grafu $P_2 = f_2(R_p)$ podle bodu A.7 experimentální části má platit

$$P_{2\max} = \frac{U_1^2 R^2}{4r(r+R)(r+2R)}, \quad (1)$$

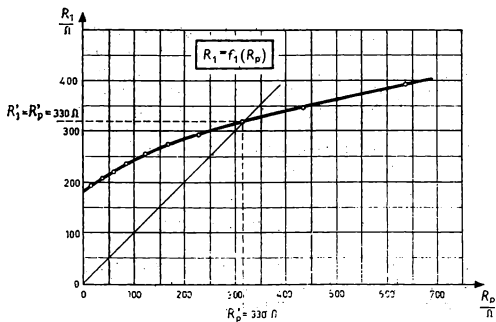
kde U_1 lze považovat za konstantní veličinu, jestliže vnitřní odpor elektrického zdroje je zanedbatelný vzhledem k vstupnímu odporu připojené soustavy.

Odvoďte vztah (1) a určete $P_{2\max}$ podle (1) pomocí číselných výsledků z bodu B.1 teoretických výpočtů. Po-

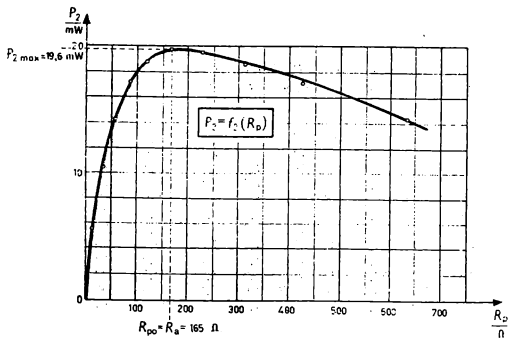
Tabulka 9

$\frac{U_2}{V}$	$\frac{U_{r2}}{V}$	$\frac{I_2}{mA}$	$\frac{R_p}{\Omega}$	$\frac{P_2}{mW}$	$\frac{U_1}{V}$	$\frac{U_{r1}}{V}$	$\frac{I_1}{mA}$	$\frac{R_1}{\Omega}$	$\frac{P_1}{mW}$
3,77	0,20	0,0	∞	0,0	4,6	0,80	8,0	578	37
3,00	0,47	4,7	638	14,1	4,6	1,18	11,8	390	54
2,7	0,62	6,2	435	16,7	4,6	1,32	13,2	348	61
2,4	0,76	7,6	316	18,2	4,6	1,45	14,5	317	67
2,1	0,92	9,2	228	19,3	4,6	1,55	15,5	297	71
1,8	1,09	10,9	165	19,6	4,6	1,69	16,9	272	78
1,5	1,26	12,6	119	18,9	4,6	1,82	18,2	253	84
1,2	1,43	14,3	84	17,2	4,6	1,45	19,5	236	90
0,9	1,58	15,8	57	14,2	4,6	2,10	21,0	219	97
0,6	1,72	17,2	35	10,3	4,6	2,21	22,1	208	102
0,3	1,90	19,0	16	5,7	4,6	2,35	23,5	196	108
0	2,05	20,5	0	0,0	4,6	2,50	25,0	184	115

$$R_a = 184 \Omega, R_b = 578 \Omega$$



Obr. 20

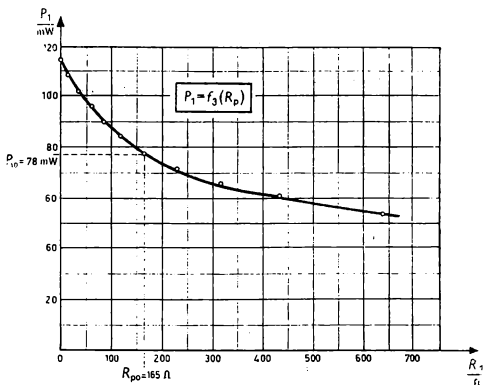


Obr. 21

rovnejte s výsledkem nalezeným experimentálně a případné větší odchylky zdůvodněte.

Řešení:

A. Tabulka naměřených a vypočítaných hodnot - tab. 9, grafy jsou na obr. 20, 21, 22.



Obr. 22

B.

1. R_a je hodnota odporu R_1 pro nulový odpor reostatu ($R_p = 0 \Omega$). Proto z obr. 23 vyplývá

$$R_a = r + \frac{r R}{r + R}.$$

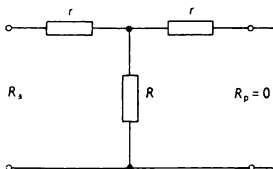
R_b je hodnota odporu R_1 pro odpojený reostat ($R_p \rightarrow \infty$). Proto z obr. 24 vyplývá

$$R_b = r + R.$$

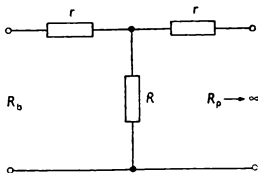
Z těchto dvou rovnic o dvou neznámých vyjádříme jediné řešení vyhovující podmínkám úlohy

$$r = R_b - \sqrt{R_b(R_b - R_a)}, \quad R = \sqrt{R_b(R_b - R_a)}.$$

Pro stanovené hodnoty $R_b = 184 \, \Omega$, $R_a = 578 \, \Omega$ vyjde $r \doteq 101 \, \Omega$, $R \doteq 477 \, \Omega$, což souhlasí s hodnotami zadanými.



Obr. 23



Obr. 24

2. Z předchozích výsledků dostaneme vztah, který budeme potřebovat:

$$R_a R_b = r^2 + 2r R.$$

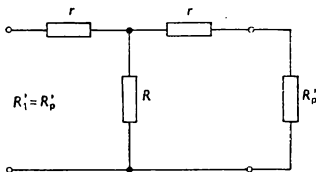
Situace je zřejmá z obr. 25:

$$R'_p = r + \frac{R(r + R'_p)}{R + r + R'};$$

odtud vyjádříme

$$R'_p = \sqrt{r^2 + 2r R} = \sqrt{R_a R_b}.$$

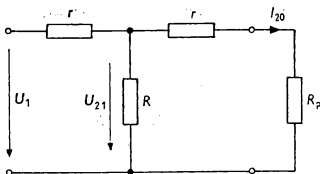
Pro zadané hodnoty: $R'_p \doteq 326 \, \Omega$, což souhlasí s hodnotou nalezenou experimentálně.



Obr. 25

3. Na soustavě podle obr. 26 je napětí

$$\begin{aligned} U_{21} &= U_1 \frac{\frac{R(r + R_p)}{R + r + R_p}}{\frac{R(r + R_p)}{R + r + R_p} + r} = \\ &= U_1 \frac{R(r + R_p)}{r(R + r + R_p) + R(r + R_p)}. \end{aligned}$$



Obr. 26

Větví se sériově spojenými odpory r , R_p prochází proud

$$I_{20} = \frac{U_{21}}{r + R_p} = \frac{U_1 R}{r(r + 2R) + R_p(r + R)}.$$

Výkon na odporu R_p je

$$P_2 = R_p I_{20}^2 = \frac{U_1^2 R^2 R_p}{[r(r + 2R) + (r + R) R_p]^2}.$$

Vyjádríme derivaci

$$\frac{dP_2}{dR_p} = \frac{U_1^2 R^2 [r(r + 2R) - (r + R) R_p]}{[r(r + 2R) + (r + R) R_p]^3}.$$

Pro $R_p = R_{p0}$ je čítec zlomku nulový. Z této podmínky lze vyvodit

$$R_{p0} = \frac{r(r + 2R)}{r + R} = R_a$$

a pro zadané hodnoty; $R_{p0} = 182 \Omega$. Tato hodnota je asi o 10 % větší než hodnota nalezená graficky. Příčinou této odchylky je malá přesnost v odhadu polohy maxima křivky na obr. 21.

4. Do vzťahu pro P_2 dosadíme $R_p = R_{p0}$ a dostaneme vzťah (1). Pro zadané hodnoty: $P_{2\max} = 0,0189 \text{ W}$, což souhlasí s hodnotou přečtenou z grafu.

2. Úlohy kategorie B

Úlohy a riešenia recenzovali doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc. a Mojmír Simerský

a) Prvé kolo súťaže

Všetky úlohy navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.

1. úloha

Elektrická lokomotíva ťahá po železničnej trati vagóny. Celá sústava z pokoje dosiahne pri rovnomernej zrýchlenom pohybe na vodorovnej priamej trati s dĺžkou s nanajvýš rýchlosť v .

Hmotnosť lokomotívy je M , hmotnosť jedného vagóna s nákladom je m , polomer kolies vagónov r , súčiniteľ trenia v pokoji ocele o oceľ je f_0 a rameno valivého odporu kolies vagónov pri pohybe po koľajniciach je ξ .

a) Koľko vagónov môže mať táto vlaková súprava?

b) Určte najväčší sklon nasledujúceho úseku trate, pri ktorom lokomotíva udrží súpravu v pohybe nahor.

Odpor vzduchu neuvažujeme.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $M = 184 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $m = 84,7 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $r = 0,475 \text{ m}$, $f_0 = 0,150$, $\xi = 5,00 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, $s = 800 \text{ m}$, $v = 45,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Riešenie:

a) Najväčšia ťahová sila lokomotívy môže dosiahnuť hodnotu $F_1 = M g f_0$, sila trenia jedného vagóna $F_2 = \frac{m g \xi}{r}$.

Pre pohyb vlakovej súpravy s N vagónmi so zrýchlením a potom platí

$$M g f_0 - \frac{N m g \xi}{r} = (M + N m) a.$$

Pre $a = \frac{v^2}{2s}$ dosadením máme

$$N \leq N'_0 = \frac{M r (2 s g f_0 - v^2)}{m (v^2 r + 2 s g)}.$$

Vlaková súprava môže mať najviac N_0 vagónov, kde N_0 je prirodzené číslo zdola najbližšie číslu N'_0 ; ak N_0 je prirodzené číslo, potom $N_0 = N'_0$.

b) Ak sa táto vlaková súprava pohybuje po naklonenej trati zvierajúcej s vodorovnou rovinou uhol α , potom

$$F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \alpha - (M + N_0 m) g \sin \alpha = (M + N_0 m) a',$$

kde a' je zrýchlenie pohybu.

Najväčší sklon trate môžeme prekonávať rovnomerným pohybom, kedy $a' = 0$ m.s⁻²:

$$M g f_0 \cos \alpha_0 - \frac{N_0 m g \xi}{r} \cos \alpha_0 - (M + N_0 m) g \sin \alpha_0 = 0.$$

Odtiaľ

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{M f_0 - \frac{N_0 m \xi}{r}}{M + N_0 m}.$$

Pre zadané hodnoty: $N_0 = 30$, $\operatorname{tg} \alpha_0 \doteq 0,01$, $\alpha_0 \doteq 0,5^\circ$.

2. úloha

Nádoba s objemom V_1 je spojená s druhou nádobou s objemom V_2 pomocou krátkej rúrky, v ktorej je umiestnený špeciálny ventil umožňujúci prechod plynu z prvej nádoby do druhej, ak tlak plynu v prvej nádobe je najmenej o hodnotu p_0 väčší ako tlak v druhej nádobe.

Prvú nádobu naplníme plynom s tlakom $p < p_0$ a s teplotou T_0 , pričom v druhej nádobe je vákuum. Potom zohrejeme sústavu na teplotu $T > T_0$.

a) Určte najmenšiu teplotu T_1 , na ktorú musíme sústavu zahriať, aby plyn prešiel aj do druhej nádoby.

b) Určte tlak p_2 plynu v druhej nádobe, ak sústavu zahrejeme na teplotu $T_2 > T_1$.

Plyn považujeme za ideálny, objem rúrky neuvažujeme. Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $V_1 = 5,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, $V_2 = 1,50 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, $p_0 = 1,17 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_0 = 290 \text{ K}$, $T_2 = 435 \text{ K}$, $p = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Riešenie:

a) Aby plyn začal prechádzať z prvej nádoby do druhej, musí tlak plynu v prvej nádobe nadobudnúť hodnotu

$$p > p_0 = p \frac{T_1}{T_0}; \quad T_1 = \frac{p_0}{p} T_0.$$

b) Pre začiatočný stav plynu v prvej nádobe platí

$$p V_1 = n R_m T_0, \quad (1)$$

kde n je látkové množstvo plynu v celej sústave a R_m molárna plynová konštanta.

Po zahriatí plynu na teplotu $T_2 > T_1$ nadobudne plyn v prvej nádobe tlak $p_1 = p_2 + p_0$, kde p_2 je tlak plynu v druhej nádobe. Látkové množstvo plynu v prvej nádobe je n_1 , v druhej je látkové množstvo n_2 , pričom $n_1 + n_2 = n$. Platí teraz

$$(p_0 + p_2) V_1 = n_1 R_m T_2, \quad (2)$$

$$p_2 V_2 = n_2 R_m T_2 = (n - n_1) R_m T_2. \quad (3)$$

Úpravou vzťahov (1), (2), (3) máme

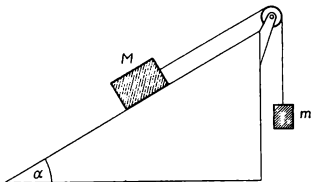
$$p_2 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} \left(\frac{T_2}{T_0} p - p_0 \right),$$

čo platí len vtedy, ak je splnená podmienka $T_2 > \frac{p_0}{p} T_0 = T_1$.

Pre zadané hodnoty $T_1 \doteq 336 \text{ K}$, $p_2 \doteq 2,66 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

3. úloha

Na naklonenej rovine s uhlom α je položený hranol s hmotnosťou M (obr. 27). Teleso s hmotnosťou m je spojené s hranolom vláknom vedeným cez pevnú kladku. Súčiniteľ klzného trenia medzi hranolom a naklonenou rovinou je f , súčiniteľ statického trenia f_0 .



Obr. 27

a) Určte zrýchlenie a pohybu telesa a veľkosť F sily F , ktorou je napínané vlákno. Uvažujte všetky možné prípady pohybu sústavy a vykonajte diskusiu riešenia.

b) Vyjadrite podmienku pre to, aby sústava telies bola v pokoji vzhľadom na naklonenú rovinu.

Sily trenia v osi kladky, hmotnosť kladky a vlákna neuvažujte. Časť vlákna medzi kladkou a hranolom je rovnobežná s naklonenou rovinou.

Riešenie:

a) Môžu nastať tri prípady.

1. prípad:

Sústava sa pohybuje podľa obr. 28, začiatočná rýchlosť v_0 telesa je orientovaná zvisle dolu. Pre pohyb sústavy platí

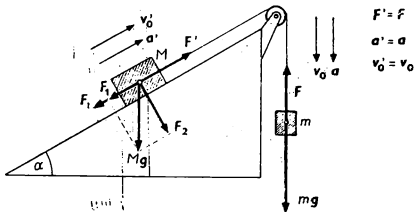
$$m a = m g - F, \quad (1)$$

$$M a = F' - F_t - F_1,$$

a pretože

$$F' = F, F_t = f F_2 = f M g \cos \alpha, F_1 = M g \sin \alpha :$$

$$M a = F - f M g \cos \alpha - M g \sin \alpha. \quad (2)$$



Obr. 28

Zo sústavy rovníc (1), (2) máme

$$a = g \frac{m - M (\sin \alpha + f \cos \alpha)}{m + M},$$

$$F = \frac{M m g (1 + \sin \alpha + f \cos \alpha)}{m + M}.$$

Ak $m > M (\sin \alpha + f \cos \alpha)$, $a > 0$, sústava sa pohybuje rovnomerne zrýchlene. Ak $m < M (\sin \alpha + f \cos \alpha)$, $a < 0$, pohyb sústavy je rovnomerne spomalený.

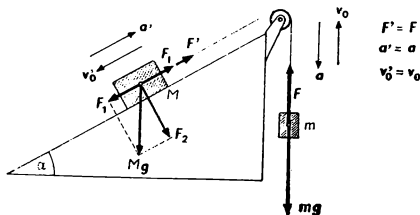
Pri $m = M (\sin \alpha + f \cos \alpha)$ sa sústava pohybuje rovnomerne s rýchlosťou v_0 .

2. prípad:

Sústava sa pohybuje podľa obr. 29, začiatočná rýchlosť telesa je orientovaná zvisle hore. Pre pohyb sústavy platí

$$m a = m g - F,$$

$$M a = F + f M g \cos \alpha - M g \sin \alpha.$$



Obr. 29

Z týchto rovníc máme

$$a = g \frac{m - M (\sin \alpha - f \cos \alpha)}{m + M},$$

$$F = \frac{m M g (1 + \sin \alpha - f \cos \alpha)}{m + M}.$$

Pre $m > M (\sin \alpha - f \cos \alpha)$, $a > 0$, sústava telies sa pohybuje rovnomerne spomalene. Ak $m < M (\sin \alpha - f \cos \alpha)$, $a < 0$, sústava sa pohybuje rovnomerne zrýchlene.

Ak $m = M (\sin \alpha - f \cos \alpha)$, sústava sa pohybuje rovnomerne s rýchlosťou v_0 .

3. prípad:

Napokon predpokladajme, že sústava v začiatočnom stave je v pokoji. Ako vyplýva z prípadu 1, sústava sa začne pohybovať podľa obr. 28, ak $m > M (\sin \alpha + f_0 \cos \alpha)$.

Z výsledkov prípadu 2 vyplýva, že sústava sa pohybuje podľa obr. 29, ak $m < M (\sin \alpha - f_0 \cos \alpha)$.

V prípade, že pre m platí

$$M (\sin \alpha - f_0 \cos \alpha) \leq m \leq M (\sin \alpha + f_0 \cos \alpha),$$

sústava telies zostáva v pokoji.

b) Sú možné dva prípady:

1. prípad:

$v_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$; sústava zostáva v pokoji, ak

$$M (\sin \alpha - f_0 \cos \alpha) \leq m \leq M (\sin \alpha + f_0 \cos \alpha).$$

2. prípad:

$v_0 \neq 0 \text{ m.s}^{-1}$; sústava sa pohybuje rovnomerne spomalene, zastaví sa a potom zostane v pokoji, ak

$$M (\sin \alpha - f \cos \alpha) < m < M (\sin \alpha + f \cos \alpha).$$

4. úloha

Z najvyššieho bodu A naklonenej roviny, ktorá zvierá s vodorovnou rovinou uhol α , je vrhnutá veľmi malá guľôčka vo vodorovnom smere so začiatočnou rýchlosťou v_0 . Vektor v_0 a spádnicu naklonenej roviny sú v tej istej zvislej rovine.

a) Určte body A_1 , A_2 prvého a druhého odrazu guľôčky na naklonenej rovine.

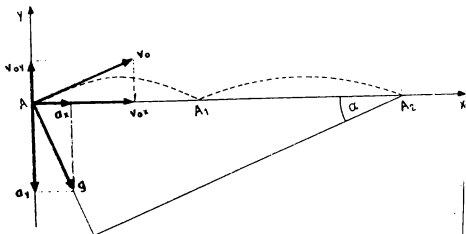
b) Určte podiel $p = \frac{A_1 A_2}{A A_1}$ vzdialeností $A_1 A_2$, $A A_1$.

Predpokladajte, že guľôčka i naklonená rovina sú dokonale pružné. Rozmery guľôčky neuvažujte.

Riešenie:

a) Zvolíme súradnicovú sústavu (x, y) podľa obr. 30. Pre zložky v_{0x} , v_{0y} začiatočnej rýchlosti v_0 a zložky a_x , a_y tiažového zrýchlenia platí

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha, \quad a_x = g \sin \alpha, \quad a_y = -g \cos \alpha.$$



Obr. 30

Pre zložky rýchlosti a súradnice polohy guľôčky pri jej pohybe medzi bodmi A a A_1 máme

$$v_x = v_{0x} + a_x t = v_0 \cos \alpha + g t \sin \alpha,$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t = v_0 \sin \alpha - g t \cos \alpha,$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 = v_0 t \cos \alpha + \frac{1}{2} g t^2 \sin \alpha,$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 \cos \alpha,$$

lebo $x_0 = y_0 = 0$.

V bode A_1 je $y_1 = 0$, potom

$$t_1 = \frac{2 v_0 \operatorname{tg} \alpha}{g}$$

a súradnica x_1 bodu A_1

$$x_1 = \frac{2 v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}.$$

Pre zložky rýchlosti v bode A_1 platí

$$v_{1x} = \frac{v_0}{\cos \alpha} (1 + \sin^2 \alpha), \quad v_{1y} = -v_0 \sin \alpha.$$

Po dokonale pružnom odraze pre zložky v'_{1x} a v'_{1y} máme

$$v'_{1x} = v_{1x} = \frac{v_0}{\cos \alpha} (1 + \sin^2 \alpha), \quad v'_{1y} = -v_{1y} = v_0 \sin \alpha.$$

Pre súradnice guľôčky medzi bodmi A_1, A_2 ako funkcie času potom

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x'_{1x} t + \frac{a_x t^2}{2} = \\ &= \frac{2 v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} + \frac{v_0 t (1 - \sin^2 \alpha)}{\cos \alpha} + \frac{g t^2 \sin \alpha}{2}, \\ y &= y_1 + v'_{1y} t + \frac{a_y t^2}{2} = v_0 t \sin \alpha - \frac{g t^2 \cos \alpha}{2}, \end{aligned}$$

pričom čas t je meraný od času prvého odrazu guľôčky v bode A_1 na naklonenej rovine.

V bode A_2 znova $y = 0$, potom

$$t_2 = \frac{2 v_0 \operatorname{tg} \alpha}{g}$$

a súradnica x_2 bodu A_2

$$x_2 = \frac{4 v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} (1 + \sin^2 \alpha).$$

b) Pre podiel p máme

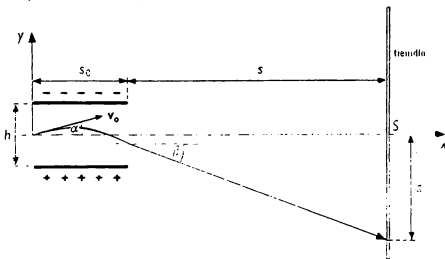
$$p = \frac{A_1 A_2}{A A_1} = \frac{x_2 - x_1}{x_1} = 1 + 2 \sin^2 \alpha.$$

5. úloha

Medzi dvoma vodorovnými kovovými doskami, ktorých dĺžka je s_0 a vzájomná vzdialenosť h , je elektrické napätie U . Horná doska má záporný elektrický náboj, dolná doska má kladný elektrický náboj.

V strede medzi doskami na ich začiatku vstupujú medzi dosky elektróny rýchlosťou v_0 tak, že smer ich pohybu zvierá s osou x súradnicovej sústavy ostrý uhol $\alpha > 0$ (obr. 31).

a) Určte veľkosť v_0 rýchlosti elektrónov tak, aby pri výstupe z elektrického poľa, na druhej strane dosiek, zvieral elektrónový lúč s osou x súradnicovej sústavy ostrý uhol $\beta < 0$ (obr. 31).



Obr. 31

b) Tienidlo je umiestnené vo vzdialenosti s od kraja kovových dosiek kolmo na os x (obr. 31). Určte, v akej vzdialenosti a od bodu S tienidla pozorujeme fluoreskujúci bod po dopade elektrónov.

Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty $s_0 = 2,0$ cm, $U = 8,0 \cdot 10^2$ V, $\alpha = 15^\circ$, $\beta = -30^\circ$, $h = 4,0$ cm, $s = 12$ cm. Relativistická zmena hmotnosti elektrónov pri ich pohybe je veľmi malá.

Riešenie:

Začiatočná rýchlosť elektrónu má zložky s veľkosťmi

$$v_{x0} = v_0 \cos \alpha = \text{konšt.}, \quad v_{y0} = v_0 \sin \alpha. \quad (1)$$

Trajektória elektrónu medzi doskami má parametrické rovnice

$$x = v_{x0} t, \quad y = v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2, \quad \text{kde}$$

$$a_y = - \frac{e E}{m_0} = - \frac{e U}{h m_0}$$

je zrýchlenie v smere osi y ; E je veľkosť intenzity elektrického poľa medzi doskami, e elementárny náboj, m_0 hmotnosť elektrónu. Po dosadení z (1) a (2)

$$x = v_0 t \cos \alpha, \quad y = v_0 t \sin \alpha - \frac{e U}{2 h m_0} t^2. \quad (3)$$

Veľkosti zložiek rýchlosti elektrónu v čase t :

$$v_x = v_{x0} = v_0 \cos \alpha,$$

$$v_y = v_{y0} + a_y t = v_0 \sin \alpha - \frac{e U}{h m_0} t. \quad (4)$$

a) Elektrón preletí priestor medzi doskami kondenzátora za čas

$$t_0 = \frac{s_0}{v_{x0}} = \frac{s_0}{v_0 \cos \alpha}.$$

Pre uhol β platí

$$\operatorname{tg} |\beta| = \frac{|v'_y|}{v_x}, \quad (5)$$

kde, podľa (4)

$$v'_y = v_{y0} + a_y t_0 = v_0 \sin \alpha - \frac{e U s_0}{h m_0 v_0 \cos \alpha}.$$

Po dosadení do (5) máme

$$\operatorname{tg} |\beta| = \left| \frac{v_0 \sin \alpha - \frac{e U s_0}{\hbar m_0 v_0 \cos \alpha}}{v_0 \cos \alpha} \right|$$

a odtiaľ, po úprave

$$v_0 = \sqrt{\frac{e U s_0 \cos \beta}{\hbar m_0 \cos \alpha |\sin(\alpha - |\beta|)|}}.$$

b) Najprv stanovíme vzdialenosť d od osi x , v ktorej elektrón vystupuje z poľa dosiek. Z (3) pre $t = t_0$ máme v absolútnej hodnote

$$d = s_0 \operatorname{tg} \alpha \left| 1 - \frac{e U s_0}{\hbar m_0 v_0^2 \sin 2\alpha} \right|$$

a po dosadení za v_0 z (6)

$$d = s_0 \operatorname{tg} \alpha \left| 1 - \frac{|\sin(\alpha - |\beta|)|}{2 \sin \alpha \cos \beta} \right|, \quad (7)$$

čo nie je závislé od veličín U , $\hbar$, v_0 .

Pre vzdialenosť a fluoreskujúceho bodu od stredu tienidla teraz platí

$$a = d + s \operatorname{tg} |\beta|,$$

kde veličina d je daná vzťahom (7).

Pre zadané hodnoty: $v_0 \doteq 1,6 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$, $a \doteq 7,2 \text{ cm}$.

6. úloha

Overenie funkcie integrovaného obvodu MH 7400 a jeho použitie v praxi

Pomôcky:

integrovaný obvod MH 7400 a päťka na pripojenie vodičov, zdroj jednosmerného napätia 5 V, reostat (okolo 800 Ω), dva rezistory $R = 10 \text{ k}\Omega$, dva kondenzátory $C = 15 \text{ nF}$, osciloskop, dva jednosmerné voltmetre (6 V), dva spínače, spojovacie vodiče.

Princíp:

Integrovaný obvod MH 7400 patrí medzi logické (číslkové) integrované obvody, ktoré predstavujú jednu z najvýznamnejších praktických aplikácií polovodičov.

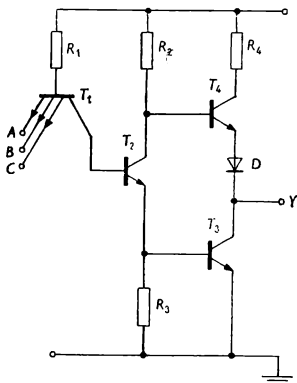
Ako číslkové obvody v súčasnej dobe sú najviac používané tranzistory s viacerými emitormi (v skratke TTL, Transistor-Transistor-Logic).

Podstatu činnosti integrovaného obvodu TTL vysvetlíme na principiálnej schéme na obr. 32.

Ak sú všetky vstupy A , B , C viacemitorového tranzistora T_1 polarizované záverne (je na nich kladné napätie väčšie ako 2 V), na kolektore je dostatočne veľké napätie (kolektorový prechod je polarizovaný priepustne) na to, aby bol tranzistor T_2 otvorený a tým aj tranzistor T_3 otvorený a tranzistor T_4 zatvorený. Na výstupe Y je takmer nulové napätie.

Ak je aspoň jeden z emitrov tranzistora T_1 polarizovaný priepustne (postačuje nulové napätie príslušného emitora), kolektor tranzistora T_1 bude mať približne nulové napätie, tranzistory T_2 a T_3 budú zatvorené, tranzistor T_4 otvorený. Na výstupe Y bude väčšie kladné napätie.

Tento prvok môže preto pracovať ako logický obvod: označme stav s kladným napätím na emitore 1 (logická jednotka), stav s nulovým napätím 0 (logická nula). Analogicky označíme stavy na výstupe 1 a 0.



Obr. 32

Z výkladu činnosti obvodu na obr. 32 dospejeme k záveru: Ak $A = 1$, $B = 1$, $C = 1$, potom $Y = 0$.

Ak aspoň jeden zo vstupov je vo stave 0, potom pre výstup platí $Y = 1$, napr. ak $A = 1$, $B = 0$, $C = 1$, potom $Y = 1$.

Integrovaný obvod pracuje tak, že pre jeho vstupy A , B , C a výstup Y platí

$$Y = \overline{A \cdot B \cdot C}.$$

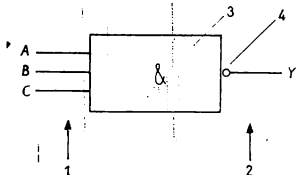
Čiara nad súčinom znamená negáciu a celá funkcia predstavuje negovaný súčin. Pritom platí $\bar{1} = 0$ a $\bar{0} = 1$.

Uvedená logická funkcia sa označuje »nand« (»and« značí logický súčin, »nand« negovaný logický súčin). Integrovaný obvod, pomocou ktorého možno túto logickú funkciu reali-

zovaf, sa volá člen »nand« - schéma na obr. 33, v ktorom 1 sú vstupy, 2 výstupy, 3 symbol logickej funkcie, 4 symbol negácie.

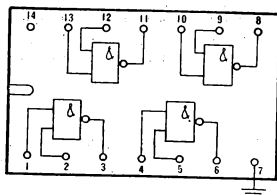
Vysvetľovali sme princíp činnosti trojvstupového člena »nand«.

Integrovaný obvod MH 7400 sa skladá zo štyroch dvojvstupových členov »nand«, pričom usporiadanie vstupov jednotlivých členov a ich výstupov je znázornené na obr. 34 podľa skutočného rozloženia elektród na púzdre integrovaného obvodu pri pohľade zhora.



Obr. 33

$U_{cc} + 5V$



Obr. 34

Úlohy:

1. Zostavte a experimentálne overte pravdivostnú tabuľku jedného člena »nand« integrovaného obvodu MH 7400.
2. Integrovaný obvod MH 7400 zapojte ako člen »and« (funkcia »and« $Y = A \cdot B$) a overte jeho činnosť.
3. Určte graficky prenosovú charakteristiku jedného člena »nand« integrovaného obvodu MH 7400. K tomu namerajte potrebné hodnoty veličín.
4. Integrovaný obvod MH 7400 zapojte ako astabilný klopný obvod a pomocou osciloskopu pozorujte jeho činnosť.

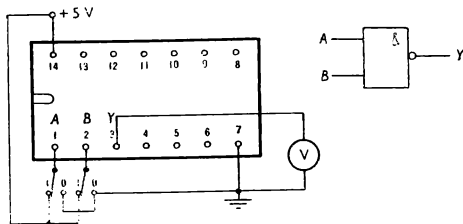
Postup:

Úloha 1 — Pravdivostná tabuľka vyjadruje logickú funkciu $Y = \overline{A \cdot B}$ pre všetky kombinácie stavov na vstupe

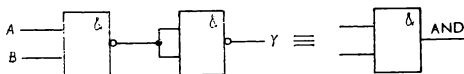
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Overiť funkciu člena »nand« i pravdivostnú tabuľku možno pomocou zapojenia na obr. 35.

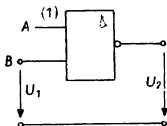
Úloha 2 — Člen »and« možno zostaviť vhodným spojením dvoch členov »nand« (obr. 36). Funkcia »and« $Y = A \cdot B$. Pre uvedené spojenie (funkcia $Y = A \cdot B$) zostavte pravdivostnú tabuľku a zapojte dva členy »nand« integrovaného obvodu MH 7400 tak, aby plnili uvedenú funkciu. Podľa analogického zapojenia ako na obr. 35 experimentálne overte pravdivostnú tabuľku člena »and«.



Obr. 35



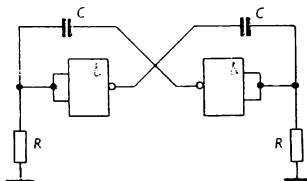
Obr. 36



Obr. 37

Úloha 3 — Prenosová charakteristika člena »nand« je závislosť výstupného napätia U_2 od vstupného napätia U_1 . Na meranie použijeme jeden člen »nand« integrovaného obvodu MH 7400 (obr. 37). Funkciu $U_2 = f(U_1)$ znázorníme graficky.

Úloha 4 — Dva členy »nand« integrovaného obvodu MH 7400 zapojíme podľa schémy na obr. 38. Zapojenie bude pracovať ako multivibrátor (symetrický astabilný obvod). Hodnoty rezistorov a kondenzátorov volíme $R = 10\text{ k}\Omega$, $C = 15\text{ nF}$. Pomocou osciloskopu pripojeného na výstup niektorého člena »nand« pozorujeme časový priebeh kmitov astabilného obvodu.



Obr. 38

Poznámky:

1. Medzné hodnoty integrovaného obvodu MH 7400 podľa katalógu Tesla sú: napätie zdroja $U_{CC} = 7\text{ V}$, vstupné napätie $U_1 = +5,5\text{ V}$. Odporúčané napätie zdroja $U_{CC} = 4,75\text{ V}$ až $5,25\text{ V}$.
2. Výsledky svojich úvah, pozorovaní a meraní zapíšte podľa úl. 1 až úl. 4 do protokolu o meraní.
3. Pri použití integrovaného obvodu MH 7400 nezabudnite v každom prípade pripojiť zdroj napätia $U_{CC} = 5\text{ V}$ (medzi kontakty 7 a 14 na púzdre integrovaného obvodu).
4. Pätku pre umiestnenie integrovaného obvodu odporúčame upevniť na plexisklovú, príp. pertinaxovú dosku a jej kontakty spojiť na osobitné letovacie očka alebo zdierky.
5. Integrovaný obvod MH 7400 a pätku je možné kúpiť v predajňách s rádiotechnickými súčiastkami. Sú cenovo prístupné.

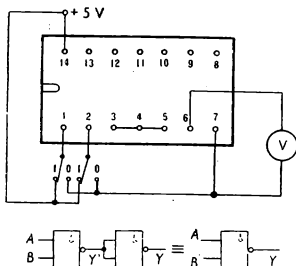
Riešenie:

Úlohy boli vykonané podľa popisu a návodu uvedeného v texte úlohy.

1. Zapojenie integrovaného obvodu pre overení tejto funkcie je na obr. 35. Meraním bola overená tabuľka v zadaní. Len v polohe 1,1 spínačov na obr. 35 na výstupe integrovaného obvodu sme zistili len veľmi malé napätie. Pri ostatných polohách spínačov bolo na výstupe napätie približne 4 V.

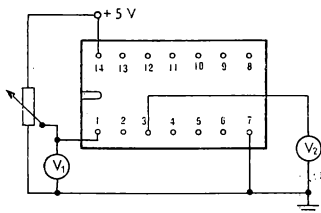
Tabuľka 10

A	B	Y'	$Y = \overline{Y'}$
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1
0	0	1	0



Obr. 39

2. Tab. 10 je pravdivostná tabuľka člena »and« (logický súčin $Y = A \cdot B$), ktorý sme získali pomocou dvoch členov »nand« integrovaného obvodu (výstup 3 prvého člena »nand« je zapojený na skratované vstupy druhého člena »nand«, obr. 39). Zapojenie integrovaného obvodu na overenie tejto funkcie je znázornené na obr. 39. V polohách 1,1 spínačov (obr. 39) je výstup v stave 1. V ostatných polohách spínačov je na výstupe len veľmi malé napätie.

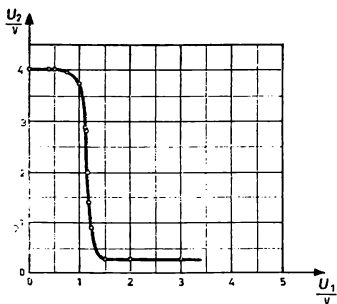


Obr. 40

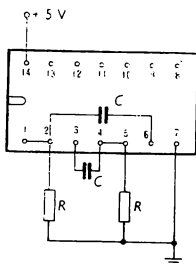
3. Stanovenie prenosovej charakteristiky jedného člena »nand« integrovaného obvodu možno vykonať v zapojení obvodu podľa obr. 40. Namerané hodnoty vstupného napätia U_1 a výstupného napätia U_2 sú v tab. 11. Grafické znázornenie závislosti $U_2 = f(U_1)$ je na obr. 41.
4. Multivibrátor bol zapojený podľa schémy na obr. 42. Odpor R rezistorov a kapacita C kondenzátorov boli volené podľa zadania. Činnosť multivibrátora bola overená osciloskopom, ktorý bol pripojený na niektorý z výstupov členov »nand« (napr. 6,7 alebo 3,7). Sledovaný priebeh napätia z obrazovky osciloskopu je znázornený na obr. 43.

Tabuľka 11

Č. m.	$\frac{U_1}{V}$	$\frac{U_2}{V}$
1	0,00	4,00
2	0,40	4,00
3	0,50	4,00
4	0,75	3,98
5	1,00	3,75
6	1,10	2,88
7	1,12	2,70
8	1,15	2,00
9	1,20	1,40
10	1,25	0,90
11	1,50	0,30
12	2,00	0,30
13	3,00	0,30



Obr. 41



Obr. 42



Obr. 43

7. úloha

1. Doskový kondenzátor s obsahom dosiek S a vzdialenosťou d medzi doskami, odpojený od zdroja, má napätie U_0 . Medzi dosky kondenzátora vsunieme dosku z rovnorodého dielektrika s hrúbkou d a relatívnou permitivitou ϵ_r

tak, že dosky kondenzátora prekývajú časť dosky z dielektrika s obsahom S_0 , $S_0 < S$.

a) Určte silu F , ktorou sú navzájom priťahované dosky kondenzátora.

b) Určte veľkosť P dipólového momentu dielektrika v jednotke jeho objemu.

c) Určte hustotu σ_1 viazaného indukovaného náboja na plochách dielektrika pri doskách kondenzátora.

d) Určte intenzitu E_1 indukovaného elektrického poľa v dielektriku od viazaných nábojov na stenách dielektrika a intenzitu E_0 elektrického poľa v dielektriku od voľných nábojov na doskách kondenzátora.

2. Do toho istého vákuového kondenzátora s napätím U_0 , odpojeného od zdroja, vsunieme dosku s hrúbkou d tak, že jej časť s obsahom S_0 , $S_0 < S$, je zakrytá doskami kondenzátora. Doska však nie je rovnorodá, ale v dielektriku s relatívnou permitivitou ϵ_r obsahuje rovnomerne rozmiestnené a zaliate kovové guľôčky. Porovnajte napätie kondenzátora s rovnorodým dielektrikom v predchádzajúcom prípade. Úvahu zdôvodnite.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $S = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $S_0 = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $d = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $\epsilon_r = 4,0$, $U_0 = 10 \text{ V}$.

Riešenie:

1. časť

Kapacita kondenzátora s vákuom je

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d}. \quad (1)$$

Kondenzátor má náboj $Q = C_0 U_0$, ktorý zostáva na jeho doskách aj po odpojení zdroja napätia.

Ak vsunieme medzi dosky dielektrikum s hrúbkou d a obsahom $S_0 < S$, kapacita kondenzátora sa zmení na hodnotu

$$C = \varepsilon_0 \frac{S - S_0}{d} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S_0}{d}$$

a po úprave

$$C = \frac{\varepsilon_0 S_0}{d} \left(\frac{S}{S_0} + \varepsilon_r - 1 \right). \quad (2)$$

Kondenzátor má teraz energiu

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2d \left[1 + \frac{S_0}{S} (\varepsilon_r - 1) \right]}.$$

a) Sila F , ktorou sa navzájom priťahujú dosky kondenzátora, má veľkosť

$$F = \frac{W}{d} = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2d^2 \left[1 + \frac{S_0}{S} (\varepsilon_r - 1) \right]}.$$

b) Dipólový moment v jednotke objemu dielektrika

$$P = \varepsilon_0 \kappa E = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \frac{U}{d},$$

kde U je napätie medzi doskami kondenzátora. Pretože $U : U_0 = C_0 : C$, máme s použitím (1) a (2) po úprave

$$P = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) U_0}{d \left[1 + \frac{S_0}{S} (\varepsilon_r - 1) \right]}.$$

c) $\sigma_1 = P$.

$$d) \quad E_i = \frac{P}{\epsilon_0} = \frac{(\epsilon_r - 1)U_0}{d \left[1 + \frac{S_0}{S} (\epsilon_r - 1) \right]} .$$

$$E_0 = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} E_i = \frac{\epsilon_r U_0}{d \left[1 + \frac{S_0}{S} (\epsilon_r - 1) \right]} .$$

2. časť

Napätie je menšie, lebo je menšia celková kapacita kondenzátora (zmenší sa priemerná permitivita).

Pre zadané hodnoty:

- a) $F \doteq 7,1 \cdot 10^{-8} \text{ N}$;
- b) $P \doteq 1,1 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$;
- c) $\sigma_i = P \doteq 1,1 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$;
- d) $E_i = 1,2 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$; $E_0 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

b) Druhé kolo súťaže

Všetky úlohy navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.

1. úloha

Rovinný doskový kondenzátor s vákuom má obsah plochy dosiek S , vzdialenosť medzi doskami d .

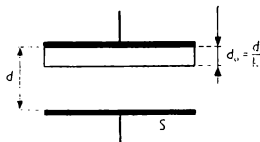
a) Medzi dosky kondenzátora vsunieme izolant s relatívnou permitivitou ϵ_r , hrúbkou $d_0 = \frac{d}{k}$, kde $k \geq 1$, ktorý pokryje plochy dosiek. Určte kapacitu C_1 kondenzátora.

b) Medzi dosky kondenzátora vsunieme izolant s relatívnou permitivitou ϵ_r , hrúbkou d , ktorý pokryje časť $S_0 = \frac{S}{n}$ obsahu dosiek kondenzátora, $n \geq 1$. Určte kapacitu C_2 kondenzátora.

c) Určte čísla k , n tak, aby $C_1 = C_2$.

Riešenie:

a) - obr. 44



Obr. 44

Kapacita kondenzátora bude

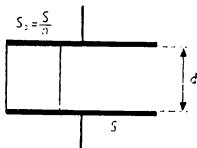
$$C_1 = \frac{C_{10} C_{20}}{C_{10} + C_{20}}, \text{ kde}$$

$$C_{10} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S k}{d}, \quad C_{20} = \epsilon_0 \frac{S k}{d (k - 1)}.$$

Dosadením a úpravou máme

$$C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S k}{d [\epsilon_r (k - 1) + 1]}. \quad (1)$$

b) - obr. 45



Obr. 45

Kapacita kondenzátora bude

$$C_2 = C'_{10} + C'_{20}, \text{ kde}$$
$$C'_{10} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{n d}, \quad C'_{20} = \varepsilon_0 \frac{S (n - 1)}{n d}.$$

Po dosadení a úprave máme

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{n d} (\varepsilon_r + n - 1). \quad (2)$$

c) Z (1) a (2) pre $C_1 = C_2$ vyplýva

$$\varepsilon_r^2 (k - 1) + \varepsilon_r (2 - k - n) + (n - 1) = 0.$$

Táto rovnosť je identicky splnená pre $k = n = 1$.

2. úloha

V elektrickom obvode sú do série zapojené dva rovnaké kondenzátory s kapacitami C , cievka s vlastnou indukčnosťou L a spínač.

Spínač je vypnutý. Jeden kondenzátor má elektrický náboj Q , druhý kondenzátor nemá elektrický náboj.

V čase $t = 0$ s spínač zapneme.

a) Nakreslite schému zapojenia obvodu.

b) Stručne opíšte, ako sa budú meniť elektrické veličiny v obvode.

c) Určte funkciu $i = f_1(t)$, kde i je elektrický prúd v obvode.

d) Určte funkcie $q_1 = f_2(t)$ a $q_2 = f_3(t)$, kde q_1 , q_2 sú náboje na kondenzátoroch.

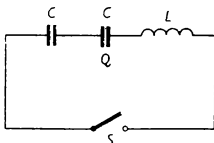
e) Nakreslite mechanickú analógiu tohto elektrického obvodu. Analógiu zdôvodnite.

Odpory kondenzátorov a cievky neuvažujte.

Riešenie:

a) - obr. 46

b) Po zapnutí spínača vznikne ideálny sériový oscilačný obvod zostavený z indukčnosti L a kapacity $C' = \frac{C}{2}$ so začiatočným nábojom Q na kondenzátoroch.



Obr. 46

V obvode vznikne harmonický prúd, obidva kondenzátory budú získavať náboje, ktoré sa budú harmonicky meniť s časom.

c) V obvode bude prechádzať prúd

$$i = I \sin \omega t, \quad (1)$$

ktorého amplitúda je I a uhlová frekvencia ω .

Pre ω platí

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L C'}} = \sqrt{\frac{2}{L C}}. \quad (2)$$

Amplitúdu I určíme zo zákona zachovania energie v obvode

$$\frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{q_1^2}{2C} + \frac{(Q - q_1)^2}{2C},$$

kde q_1 a $q_2 = Q - q_1$ sú náboje na kondenzátoroch pri prúde i .

Po úprave máme

$$\dot{i}^2 = \frac{2}{LC} q_1 (Q - q_1). \quad (3)$$

Prúd i dosiahne najväčšiu hodnotu I vtedy, keď súčin $q_1(Q - q_1)$ bude najväčší. Ide o súčin dvoch veličín, ktorých súčet je konštantný. Podmienka pre maximum: $q_1 = Q - q_1$, odtiaľ $q_1 = \frac{Q}{2}$. Pre túto hodnotu je podľa (3)

$$I^2 = \frac{2}{LC} \frac{Q^2}{4}, \quad I = \frac{Q}{\sqrt{2LC}}. \quad (4)$$

Dosadením (2), (4) do (1) dostaneme funkciu $i = f_1(t)$

$$i = \frac{Q}{\sqrt{2LC}} \sin \left(\sqrt{\frac{2}{LC}} t \right). \quad (5)$$

d) Úpravou vzťahu (3) a dosadením funkcie (5) určíme funkciu $q_1 = f_2(t)$.

$$q_1^2 - q_1 Q + \frac{LC}{2} \dot{i}^2 = 0,$$

$$q_1 = \frac{Q}{2} \left(1 + \cos \sqrt{\frac{2}{LC}} t \right)$$

alebo

$$q_1 = \frac{Q}{2} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{2}{LC}} t \right).$$

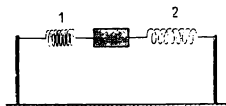
Zo zákona zachovania náboja tiež platí $q_2 = Q - q_1$,

$$q_2 = \frac{Q}{2} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{2}{LC}} t \right) \text{ alebo}$$

$$q_2 = \frac{Q}{2} \left(1 + \cos \sqrt{\frac{2}{LC}} t \right).$$

e) Mechanická analógia - obr. 47.

V čase $t = 0$ s je pružina 1 stlačená, pružina 2 v rovnovážnej polohe. Mechanická analógia indukčnosti je teleso s určitou hmotnosťou, mechanická analógia nabitého kondenzátora je deformovaná pružina.



Obr. 47

3. úloha

Ak by sa všetok ľad z polárnych oblastí roztopil, mohol by vytvoriť na povrchu Zeme vrstvu vody s hĺbkou h . Určte, o akú dobu t by sa zmenila dĺžka dňa.

Zem pred stopením ľadu má vzhľadom na svoju os rotácie moment zotrvačnosti I . Predpokladáme, že ľad je rozložený na povrchu Zeme, ktorá má tvar gule, len v blízkosti zemepisných pólů. Po stopení ľadu by mala Zem tvar gule s polomerom $R + h$, kde R je polomer Zeme pred stopením ľadu. Voda má hustotu ρ . Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $I = 8,1 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $R = 6400 \text{ km}$, $h = 61 \text{ m}$, $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

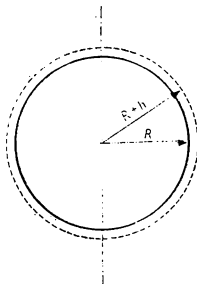
Moment zotrvačnosti rovnorodej gule vzhľadom na os prechádzajúcu jej stredom $I_0 = \frac{2}{5} m r^2$, kde m je hmotnosť a r polomer gule.

Pri rotácii izolovanej sústavy je súčin momentu zotrvačnosti I a uhlovej rýchlosti ω stály (zákon zachovania momentu hybnosti).

Poznámky:

1. Označme T čas otočenia Zeme, $T' > T$ čas jej otočenia po stopení ľadu. Pretože $T' \doteq T$, môžeme súčin $T T'$ aproximovať ako T^2 .
2. Pre zmenu ΔI momentu zotrvačnosti rotujúcej Zeme platí $\Delta I \ll I$.
3. Pretože $h \ll R$, môžeme $(R + h)^n$ aproximovať hodnotou $R^n + n R^{n-1} h$ pre každý prirodzený exponent n .

Riešenie: - obr. 48



Obr. 48

Zo zákona zachovania momentu hybnosti platí

$$I \omega = (I + \Delta I) (\omega - \Delta \omega), \quad (1)$$

kde ΔI je zväčšenie momentu zotrvačnosti Zeme po stopení ľadu, čomu odpovedá zmenšenie $\Delta \omega$ uhlovej rýchlosti otáčania Zeme. Zo vzťahu

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

možno určiť

$$\Delta \omega = \omega - \omega' = \frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T'} = 2\pi \frac{T' - T}{T'T}$$

a s aproximáciou podľa pozn. 1

$$\Delta \omega = 2\pi \frac{\Delta T}{T^2}. \quad (3)$$

Dosadením (2) a (3) do (1) a úpravou dostaneme, podľa pozn. 2

$$t = \Delta T = \frac{\Delta I}{I} T. \quad (4)$$

Zmenu ΔI momentu zotrvačnosti Zeme po stopení ľadu možno vypočítať ako moment zotrvačnosti guľe z vody s polomerom $R + h$ zmenšený o moment zotrvačnosti guľe, taktiež z vody, s polomerom R .

$$\begin{aligned} \Delta I &= \frac{2}{5} \left[\frac{4}{3} \pi (R + h)^3 \varrho (R + h)^2 - \frac{4}{3} \pi R^3 \varrho R^2 \right] = \\ &= \frac{8}{15} \pi \varrho [(R + h)^5 - R^5] \end{aligned}$$

a s aproximáciou podľa pozn. 3

$$\Delta I = \frac{8}{3} \pi R^4 h \varrho. \quad (5)$$

Dosadením (5) do (4) máme

$$t = \frac{8 \pi R^4 h \varrho T}{3 I}$$

a pre zadané hodnoty: $t \doteq 1$ s.

4. úloha

Trojboký hranol s hmotnosťou M je položený jednou svojou stenou na vodorovnej podložke tak, že druhá jeho stena vytvára naklonenú rovinu zvierajúcu s vodorovnou rovinou uhol α . Na túto stenu hranola položíme teleso s hmotnosťou m . Určte tlakovú silu F , ktorou pôsobí teleso na hranol, a zrýchlenie telesa a hranola.

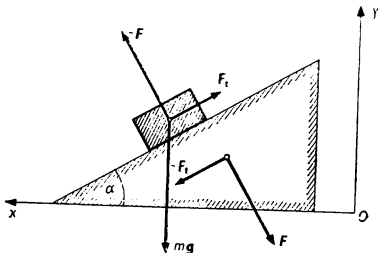
Úlohu riešte v súradnicovej sústave spojenej s pevnou podložkou. Súčiniteľ klzného trenia medzi telesom a hranolom je f . Súčiniteľ trenia medzi hranolom a podložkou je veľmi malý. Ďalej predpokladáme $\operatorname{tg} \alpha > f$. Teleso môže konať po hranole len posuvný pohyb.

V diskusii výsledkov uvažte prípady $m \ll M$, $f = 0$.

Riešenie: - obr. 49

V sústave súradníc (x, y) pevne spojenej s podložkou pre pohyb telesa platí

$$m a_x = F \sin \alpha - F_t \cos \alpha, \quad (1)$$



Obr. 49

$$m a_y = F \cos \alpha + F_t \sin \alpha - m g, \quad (2)$$

$$F_t = f F, \quad (3)$$

kde a_x, a_y sú zložky zrýchlenia telesa a F_t sila trenia medzi telesom a stenou hranola.

Pre pohyb hranola platí

$$M a = -F \sin \alpha + F_t \cos \alpha, \quad (4)$$

a je zrýchlenie hranola, ktoré má smer osi x .

Pre zložku a_y zrýchlenia telesa tiež platí, pretože celkové zrýchlenie telesa má smer spádnice hranola a zložky tohto zrýchlenia sú $a_x - a, a_y$:

$$a_y = (-a_x + a) \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

Zo sústavy rovníc (1) až (5) vyjadríme

$$\begin{aligned} F &= \frac{g m M \cos \alpha}{M + m \sin \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}, \\ a_x &= \frac{g M \cos \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}{M + m \sin \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}, \\ a_y &= -\frac{g (m + M) \sin \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}{M + m \sin \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}, \\ a &= -\frac{g m \cos \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}{M + m \sin \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}. \end{aligned}$$

Diskusia:

Ak $m \ll M$, potom $a \doteq 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,

$$F = m g \cos \alpha, \quad a_x = g \cos \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha),$$

$$a_y = -g \sin \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

Ak $f = 0$, potom

$$F = \frac{g m M \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha},$$

$$a_x = \frac{g M \sin 2\alpha}{2(M + m \sin^2 \alpha)}, \quad a_y = -\frac{g(m + M) \sin^2 \alpha}{M + m \sin^2 \alpha},$$

$$a = -\frac{g m \sin 2\alpha}{2(M + m \sin^2 \alpha)}.$$

Ak súčasne $m \ll M$; $f = 0$, potom

$$F = m g \cos \alpha, a_x = g \sin \alpha \cos \alpha, a_y = -g \sin^2 \alpha, a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

V obecnom riešení: Z podmienky $\tan \alpha > f$ vyplýva $\sin \alpha > f \cos \alpha$. Vtedy $a_x > 0$, $a_y < 0$, $a < 0$; teleso kľže po hrane, ktorý sa pohybuje v smere osi $-x$.

3. Úlohy kategórie C

Úlohy a riešení recenzovali dr. Marta Chytilová, CSc. a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

Všechny úlohy navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.

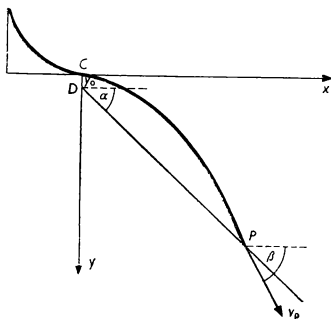
1. úloha

Svah pod skokanským můstkem svírá s vodorovnou rovinou ostrý úhel α . Lyžař opustí můstek rychlostí v vodorovného směru a dopadne na svahu do bodu P (obr. 50).

a) Zapište rovnici trajektorie letu lyžaře (jako hmotného bodu) v soustavě souřadnic (x, y) .

b) V téže soustavě souřadnic určete souřadnice bodu P .

c) Určete délku skoku DP a dobu t_p letu lyžaře.



Obr. 50

d) Jakou rychlostí v_p dopadne lyžař na svah v bodě P ? Určete ostrý úhel β , který svírá vektor v_p s vodorovnou přímkou vedenou bodem P , souhlasně orientovanou s osou x . Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $v = 72 \text{ km.h}^{-1}$, $\text{tg } \alpha = 0,80$, $CD = y_0 = 5,25 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Řešení:

a) Pro souřadnice x , y libovolného bodu trajektorie platí

$$x = v t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \text{ a po vyloučení } t$$

$$y = \frac{g}{2v^2} x^2. \quad (1)$$

b) Bod D má souřadnice $0, y_0$; bod P má souřadnice x_P, y_P , přičemž

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_P - y_0}{x_P}. \quad (2)$$

Když (1) zapíšeme pro x_P , y_P , pak spolu s (2) máme soustavu rovnic, ze které dostaneme k určení x_P kvadratickou rovnici

$$\frac{g}{2v^2} x_P^2 - x_P \operatorname{tg} \alpha - y_0 = 0.$$

Fyzikálními podmínkami úlohy vyhovuje jen kladný kořen rovnice:

$$x_P = \frac{v^2}{g} \left(\operatorname{tg} \alpha + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{2g y_0}{v^2}} \right). \quad (3)$$

Nyní z (2) vyjádříme

$$y_P = y_0 + x_P \operatorname{tg} \alpha,$$

kde veličina x_P je určena vztahem (3).

c) Podle Pythagorovy věty

$$DP = \sqrt{x_P^2 + (y_P - y_0)^2}$$

a s přihlédnutím k (2) je $y_P - y_0 = x_P \operatorname{tg} \alpha$:

$$DP = x_P \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}.$$

Doba letu lyžaře

$$t_P = \frac{x_P}{v} = \frac{1}{g} (v \operatorname{tg} \alpha + \sqrt{v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 2g y_0}).$$

d) Rychlost v_P rozložíme na vodorovnou složku o velikosti v a svislou složku o velikosti $g t_P$. Potom

$$v_p = \sqrt{v^2 + (g t_p)^2} = \sqrt{v^2 + \left(\frac{g x_P}{v}\right)^2},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{g t_p}{v} = \frac{g x_P}{v^2}.$$

Pro zadané hodnoty: $x_P = 70 \text{ m}$, $y_P = 61,3 \text{ m}$, $DP = 90 \text{ m}$, $t_p = 3,5 \text{ s}$, $v_p = 40 \text{ m.s}^{-1} = 140 \text{ km.h}^{-1}$, $\operatorname{tg} \beta = 1,75$, $\beta = 60^\circ$.

2. úloha

Kladivo o hmotnosti m_1 dopadne ve svislém směru rychlostí v_1 na výkovek ležící na vodorovné desce kovadliny. Hmotnost kovadliny a výkovku je m_2 .

a) Určete kinetickou energii E_{k1} kladiva těsně před dopadem.

b) Určete práci W_1 spojenou s otřesy základu kovadliny, která je ekvivalentní energii soustavy po rázu.

c) Určete práci W_2 vykonanou při deformaci výkovku.

d) Určete účinnost kovacího zařízení při jednom úderu kladiva.

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m_1 = 200 \text{ kg}$, $m_2 = 2500 \text{ kg}$, $v_1 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$.

Řešení:

a) $E_{k1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2.$

b) Nejprve určíme rychlost u soustavy výkovku s kovadlinou bezprostředně po nárazu kladiva. Pro nepružný ráz platí podle zákona zachování hybnosti

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$$

a poněvadž $v_2 = 0 \text{ m.s}^{-1}$, dostaneme

$$u = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Odpovídající kinetická energie

$$E_{k2} = \frac{m_1 + m_2}{2} \left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)} = E_{k1} \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Vzhledem k pevnosti základů kovádky považujeme rychlost soustavy za nulovou po uplynutí velmi krátké doby po nárazu a kinetickou energii E_{k2} považujeme za ekvivalentní práci spojené s otřesy základů kovádky:

$$W_1 = E_{k2} = E_{k1} \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

c) Práce vykonaná při deformaci výkovku

$$W_2 = E_{k1} - W_1 = E_{k1} \frac{m_2}{m_1 + m_2} = E_{k1} \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}.$$

$$d) \quad \eta = \frac{W_2}{E_{k1}} = \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}.$$

Pro $m_2 \gg m_1$ je podíl $\frac{m_1}{m_2} \rightarrow 0$, $\eta \rightarrow 1$.

Pro zadané hodnoty: $E_{k1} = 400 \text{ J}$, $W_1 = 30 \text{ J}$, $W_2 = 370 \text{ J}$, $\eta = 0,93$, tj. 93 %.

3. úloha

V jedné nádobě je voda o hmotnosti m_1 a o teplotě t_1 ; ve druhé nádobě je voda o hmotnosti m_2 a teplotě t_2 , $t_1 > t_2$. Obě nádoby jsou tepelně izolovány. Část vody se přeleje z první nádoby do druhé; po ustálení teploty ve druhé nádobě se přeleje voda téže hmotnosti zpět ze druhé nádoby.

do první. Po ustálení teploty vody v první nádobě byla změřena teplota vody v první nádobě t'_1 .

a) Určete teplotu t'_2 vody ve druhé nádobě na konci děje.

b) Určete hmotnost m_3 vody, která byla přelita nejprve z první nádoby do druhé a pak zpět do první.

c) Jak se změnil průběh dějů a výsledky úloh a), b), jestliže pro počáteční stav platí $t_1 < t_2$? Jaká podmínka pro podíl $p = \frac{m_1}{m_2}$ musí být splněna, aby pokus byl proveditelný?

Řešte pro hodnoty: $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 1$ kg, $t_1 = 60^\circ\text{C}$, $t'_1 = 59^\circ\text{C}$, $t_2 = 20^\circ\text{C}$.

Řešení:

a) Změna teploty vody v první nádobě na konci děje je $t_1 - t'_1$; voda odevzdala teplo

$$Q = c m_1 (t_1 - t'_1).$$

Protože soustava je izolovaná, přijala voda v druhé nádobě stejné teplo Q ; platí tedy

$$c m_1 (t_1 - t'_1) = c m_2 (t'_2 - t_2)$$

a odtud

$$t'_2 = \frac{m_1}{m_2} (t_1 - t'_1) + t_2. \quad (1)$$

b) Voda o hmotnosti m_3 odevzdá po přelití ve druhé nádobě teplo $Q_1 = c m_3 (t_1 - t'_2)$; stejné teplo přijme voda v druhé nádobě. Platí proto

$$c m_3 (t_1 - t'_2) = c m_2 (t'_2 - t_2),$$

$$m_3 = m_2 \frac{t'_2 - t_2}{t_1 - t'_2} = \frac{m_1 m_2 (t_1 - t'_1)}{m_2 (t_1 - t_2) - m_1 (t_1 - t'_1)}. \quad (2)$$

c) V tomto případě voda v první nádobě teplo přijímá, voda ve druhé nádobě teplo odevzdává. Úvahy jsou obdobné jako prve a výsledky jsou stejné, ale teplotní rozdíly v (1) a (2) jsou záporné. Poněvadž se z první nádoby přelévá část vody, musí být $m_3 < m_1$. Za m_3 dosadíme z (2) a úpravou dostaneme podmínku.

$$p = \frac{m_1}{m_2} > \frac{t_2 - t_1'}{t_1' - t_1}.$$

Pro zadané hodnoty: $t_2' = 25^\circ\text{C}$, $m_3 = \frac{1}{7} \text{ kg} \doteq 0.14 \text{ kg}$.

4. úloha

Pružný míč dopadá na vodorovnou nehybnou stěnu tak, že jeho rychlost v svírá s normálou stěny ostrý úhel α . Míč se před nárazem neotáčí.

a) Určete úhel odrazu β , jestliže míč i stěna jsou hladké.

Poznámka:

Rozložte rychlost v na dvě složky k sobě kolmé, z nichž jedna je v rovině stěny a druhá v její normále v místě dopadu.

b) Součinitel smykového tření mezi stěnou a míčem je f . Dokažte, že pro úhel odrazu β platí $\beta < \alpha$. K otáčivému pohybu míče po odrazu nepřihlížejte.

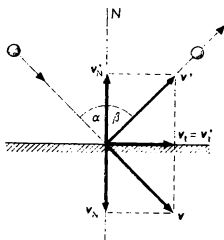
c) Součinitel smykového tření mezi míčem a stěnou je f . Při rázu nenastane smyk. Určete úhel odrazu β a proveďte diskusi.

Poznámka:

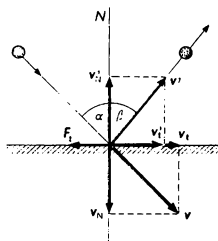
Výslednice sil F_N a F_t uvede míč do otáčivého pohybu. Uvědomte si, že tato síla má podle 2. pohybového zákona stejný směr a stejnou orientaci jako změna hybnosti Δp míče.

Řešení:

a) Rychlost v před rázem má vodorovnou složku v_t a svislou složku v_N . Rychlost v' po rázu má obdobné složky v'_t , v'_N . Protože tření je nulové, platí $v_t = v'_t$. Protože míč je pružný, platí $v'_N = -v_N$. Podle obr. 51 je zřejmě $\beta = \alpha$.



Obr. 51



Obr. 52

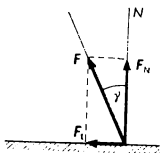
b) - obr. 52

V bodě dopadu míče vznikne třecí síla F_t opačně orientovaná než v_t . Je to brzdicí síla, takže $v'_t < v_t$. Poněvadž $v'_N = -v_N$, je $\beta < \alpha$.

c) Na míč o hmotnosti m působí stěna při dopadu silami $F_N = -mg$ a F_t , přičemž $F_t = fmg = F_N f$. V dalším průběhu děje se F_N zmenšuje a také F_t se zmenšuje přímo úměrně. Výslednice F má tedy v každém okamžiku stálý směr (obr. 53). Označme γ úhel, který svírá s normálou N a pro který platí

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{F_t}{F_N} = f. \quad (1)$$

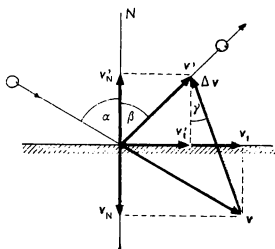
Momentem síly F se uvede míč do otáčivého pohybu v záporném smyslu.



Obr. 53

Tato síla způsobuje změnu vektoru hybnosti míče $\Delta p = m(v' - v)$, má tedy stejný směr a orientaci s Δp , ale také s $\Delta v = v' - v$. Protože $v_N = v'_N$, pólí úsečka Δv úsečku $v_t - v'_t$ (obr. 54). Z toho určíme

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{v_t - v'_t}{2v_N}, \quad v'_t = v_t - 2v_N \operatorname{tg} \gamma,$$



Obr. 54

$$\frac{v_t'}{v_N} = \frac{v_t}{v_N} - 2 \operatorname{tg} \gamma. \quad (2)$$

Poněvadž $\frac{v_t'}{v_N} = \operatorname{tg} \beta$, $\frac{v_t}{v_N} = \operatorname{tg} \alpha$, dostaneme dosazením do (2) s přihlédnutím k (1)

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha - 2f. \quad (3)$$

Úhly α , β jsou ostré, pro $\operatorname{tg} \alpha \geq 2f$ platí $\beta < \alpha$. Pro $\operatorname{tg} \alpha < 2f$ nemá vztah (3) fyzikální smysl.

5. úloha

V uzavřeném válci se svislou osou se pohybuje bez tření velmi tenký píst o určité hmotnosti. Po obou stranách pístu je ve válci týž plyn stejné hmotnosti. Při teplotě T v celém válci se ustálí píst v rovnovážné poloze tak, že platí

$$\frac{V_1}{V_2} = n > 1.$$

a) Nakreslete náčrtek a označte objemy V_1 , V_2 . Odůvodněte označení objemů.

b) Teplota plynu ve válci se zvýší na T' . Dokažte, že rozdíl tlaků plynu v obou částech válce se nezmění.

c) Určete poměr objemů $n' = \frac{V'_1}{V'_2}$ při teplotě T' .

Proveďte diskusi výsledku.

d) Pro kterou meznou hodnotu teploty T' platí $n' \rightarrow 1$?

e) Pro kterou podmínku úlohy platí $n = 1$?

Plyn považujeme za ideální.

Řešení:

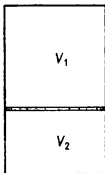
a) - obr. 55

Objem V_1 je nad pístem, jehož hmotnost označíme m a obsah podstavy S . Tlak plynu v horní části válce označíme p_1 , v dolní části p_2 . Svisle dolů působí na píst jednak tíhová síla $m g$, jednak tlaková síla $F_1 = S p_1$, svisle vzhůru působí tlaková síla $F_2 = S p_2$.

Při teplotě T se píst ustálí v rovnovážné poloze, pro kterou platí

$$m g + S p_1 - S p_2 = 0 \text{ N.} \quad (1)$$

b) Když se teplota plynu zvýší na T' , jsou objemy plynu V'_1 , V'_2 a tlaky p'_1 , p'_2 . Při teplotě T platí podle (1)



Obr. 55

$$m g = S (p_2 - p_1)$$

a při teplotě T' platí obdobně

$$m g = S (p'_2 - p'_1), \text{ takže}$$

$$p'_2 - p'_1 = p_2 - p_1. \quad (2)$$

c) Protože tloušťka pístu je zanedbatelná, platí

$$V = V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2. \quad (3)$$

Protože hmotnosti plynu v obou částech válce jsou stejné, platí při teplotě T

$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \frac{V_1}{V_2} = n. \quad (4)$$

Při teplotě T'

$$p'_1 V'_1 = p'_2 V'_2, \frac{V'_1}{V'_2} = n'. \quad (5)$$

Podle (4) platí

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = n$$

a podle (5)

$$\frac{p'_2}{p'_1} = \frac{V'_1}{V'_2} = n'.$$

Dosadíme do vztahů (2) a (3)

$$p_1 (n - 1) = p'_1 (n' - 1),$$

$$V_1 \left(1 + \frac{1}{n}\right) = V'_1 \left(1 + \frac{1}{n'}\right).$$

Vynásobením odpovídajících členů dostaneme

$$p_1 V_1 (n - 1) \left(1 + \frac{1}{n}\right) = p'_1 V'_1 (n' - 1) \left(1 + \frac{1}{n'}\right).$$

Dosadíme podle stavové rovnice

$$\frac{p_1 V_1}{p'_1 V'_1} = \frac{T}{T'};$$

úpravou dostaneme k určení n' kvadratickou rovnici

$$n'^2 T' n - n' T (n^2 - 1) - T' n = 0.$$

Fyzikální smysl má jen kladný kořen

$$n' = \frac{T (n^2 - 1) + \sqrt{T^2 (n^2 - 1)^2 + 4 (T' n)^2}}{2 T' n}. \quad (6)$$

d) Výsledek (6) upravíme na tvar

$$n' = \frac{T (n^2 - 1)}{2 T' n} + \sqrt{\frac{T^2 (n^2 - 1)^2}{4 (T' n)^2} + 1}. \quad (7)$$

Je nyní $n' \rightarrow 1$ pro $T' \rightarrow \infty$.

Při velmi vysoké teplotě T' je v obou částech válce tak velký tlak, že tíhová síla působící na píst je zanedbatelná vzhledem k tlakovým silám.

e) Pro $n = 1$ je podle (7) $n' = 1$. V tomto případě je hmotnost pístu zanedbatelná (nulová).

6. úloha

Určení momentu setrvačnosti tělesa vzhledem k dané ose
Před řešením úlohy prostudujte: Fyzika pro 2. ročník gymnázia, čl. 64; studijní text pro XXIII. ročník FO, kategorie C (Rozhledy).

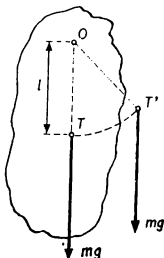
Příprava:

Tuhé těleso je otáčivé kolem vodorovné osy o , která je ve vzdálenosti l nad hmotným středem T tělesa (obr. 56). Těleso je v rovnovážné poloze v klidu. Vychýlíme-li těleso z rovnovážné polohy tak, že úsečka OT svírá úhel φ s úsečkou OT' , působí tíhová síla momentem M , který vrací těleso do rovnovážné polohy

$$M = - m g l \sin \varphi.$$

Moment M má takový směr a takovou orientaci, že zmenšuje úhel φ . Podle 2. pohybového zákona platí

$$I \alpha = - m g l \sin \varphi, \quad (1)$$



Obr. 56

kde I je moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose otáčení, m je hmotnost tělesa, l vzdálenost hmotného středu tělesa od osy otáčení, α je úhlové zrychlení. Při malém úhlu φ ($\varphi \rightarrow 0$) platí

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi}{\varphi} = 1, \text{ tj. } \sin \varphi \doteq \varphi,$$

je-li argument φ vyjádřen v radiánech. Vztah (1) zapíšeme

$$\alpha = - \frac{m g l}{I} \varphi. \quad (2)$$

Vztah (2) je analogický se vztahem pro zrychlení harmonických kmitů

$$a = - \frac{k}{m} y \text{ nebo } a = - \omega^2 y, \quad (3)$$

kde $\omega = \frac{2\pi}{T}$ je úhlová frekvence.

Porovnáme vztahy (2) a (3): úhlové zrychlení α odpovídá zrychlení a , úhel φ odpovídá okamžité výchylce y . Vztah (2) můžeme analogicky se vztahem (3) zapsat

$$\alpha = - \omega^2 \varphi, \quad (4)$$

kde $\omega^2 = \frac{m g l}{I}$.

Podle (4) tedy platí

$$I = \frac{m g l}{\omega^2} = \frac{m g l T^2}{4 \pi^2}. \quad (5)$$

Vztah (5) použijeme k experimentálnímu stanovení momentu setrvačnosti tuhého tělesa vzhledem k vodorovné ose v tíhovém poli.

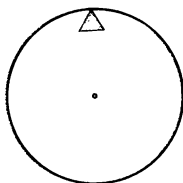
Úlohy:

1. Stanovte moment setrvačnosti stejnorodé tenké tyče vzhledem k vodorovné ose procházející koncovým bodem tyče použitím vztahu (5). Navrhněte postup řešení úlohy. Které veličiny musíte změřit? Každé měření proveďte aspoň pětkrát a měřenou veličinu stanovte jako aritmetický průměr; $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Stanovte absolutní a relativní odchylku měření pro každou měřenou veličinu. Kterou veličinu určíte nejpřesněji? Odhadněte relativní chybu určení momentu setrvačnosti I . Které pomůcky k řešení úlohy potřebujete?
Ověřte výsledek řešení úlohy, víte-li, že moment setrvačnosti I stejnorodé tenké tyče vzhledem k ose kolmé k ose tyče a procházející jejím koncovým bodem je

$$I = \frac{m l_0^2}{3},$$

kde l_0 je délka tyče.

2. Určete moment setrvačnosti stejnorodého tenkostěnného prstenu vzhledem k vodorovné ose kolmé k rovině prstenu, s použitím vztahu (5). Prsten je navlečen na pravítko, jehož příčný průřez má tvar rovnoramenného trojúhelníku. Prsten je v některém bodě zavěšen na nehybnou vodorovnou hranu pravítka (obr. 57).
Navrhněte postup řešení úlohy. Které veličiny musíte změřit? Které pomůcky k řešení úlohy potřebujete? Při měření veličin a stanovení momentu setrvačnosti I postupujte jako v úloze 1.
Ověřte výsledek řešení úlohy, víte-li, že moment setrvačnosti stejnorodého tenkostěnného prstenu vzhledem



Obr. 57

k ose kolmé k rovině prstenu a procházející jeho hmotným středem je $I_0 = m R^2$, kde R je poloměr prstenu. Použijte Steinerovu větu.

Řešení:

1. Ocelovou tyč zavěsíme v koncovém bodě pomocí drátěného oka na vodorovnou tyč upevněnou na stojanu. Tyč vychýlíme z rovnovážné polohy o malý úhel φ a uvolníme. Tyč kývá ve svislé rovině kolem rovnovážné polohy. Předpokládáme, že kmity jsou alespoň po dobu pěti po sobě následujících period netlumené. K určení I musíme změřit hmotnost tyče m , délku tyče l_0 , dobu kmitu T .

a) Hmotnost tyče určíme s pomocí automatických vah se stupnicí, jejíž nejmenší dílek odpovídá změně hmotnosti 1 g. Odchylka čtení na stupnici je nejvýše 0,5 g. Naměříme: $m = 0,317$ kg; odhad absolutní odchylky $\pm 0,0005$ kg; odhad relativní odchylky $\frac{0,5}{317} = 0,001$, tj. 0,1 %.

b) Délku l_0 tyče určíme jako aritmetický průměr pěti měření s použitím délkového měřidla se stupnicí v milimetrech (tabulka 12). Absolutní odchylku odhadneme jako aritmetický průměr absolutních hodnot odchylek jednotlivých měření.

Tabulka 12

Č. m.	$\frac{l_0}{\text{m}}$	$\frac{ \Delta l_0 }{\text{m}}$
1	0,523	0,000
2	0,526	0,003
3	0,522	0,002
4	0,525	0,002
5	0,521	0,002
	0,523	0,002

$l_0 \doteq 0,523 \text{ m}$; odhad absolutní odchylky $\pm 0,002 \text{ m}$; odhad relativní odchylky $\frac{0,002}{0,523} \doteq 0,004$, tj. $0,4 \%$; $l = \frac{l_0}{2}$; $l \doteq 0,267 \text{ m}$; odhad absolutní odchylky $\pm 0,001 \text{ m}$; odhad relativní odchylky $0,004$, tj. $0,4 \%$.

c) K určení doby kmitu T změříme dobu $5T$ stopkami se stupnicí, jejíž nejmenší dílek odpovídá časovému intervalu $0,2 \text{ s}$. Změřené hodnoty jsou v tabulce 13.

Tabulka 13

Č. m.	$\frac{5T}{\text{s}}$	$\frac{ \Delta(5T) }{\text{s}}$
1	5,6	0,1
2	5,2	0,3
3	5,8	0,3
4	5,5	0,0
5	5,4	0,1
	5,5	0,16

5 $T \doteq 5,5$ s; odhad absolutní odchylky $\pm 0,16$ s; $T \doteq 1,1$ s; odhad absolutní odchylky $\pm 0,03$ s; odhad relativní odchylky $\frac{0,03}{1,1} \doteq 0,027 \doteq 0,03$, tj. 3 %.

Nejpřesněji byla určena hmotnost tyče.

Z naměřených hodnot

$$I = \frac{0,317 \cdot 9,81 \cdot 0,267 \cdot 1,1^2}{4\pi^2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \doteq 0,0253 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Odhad relativní odchylky:

$$0,001 + 0,004 + 0,027 \cdot 2 \doteq 0,059 \doteq 0,06, \text{ tj. } 6 \%.$$

Ověření výsledku pomocí vypočítaného vztahu:

$$I_1 = \frac{0,317 \cdot 0,523}{3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \doteq 0,0256 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$|I - I_1| \doteq 0,003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; \frac{|I - I_1|}{I} \doteq 0,01 \text{ (1 \%)},$$

což je menší než odhad relativní odchylky I .

K řešení úlohy potřebujeme: stojan, tenkou ocelovou tyč, automatické váhy, délkové měřidlo se stupnicí v milimetrech, stopky.

2. Ve vztahu (5) je v tomto případě m hmotnost prstenu, $l = R$ poloměr prstenu, T doba kmitu.

Prsten vyrobíme z velmi tenkého ocelového pásu svařeného na koncích tak, aby vytvořil prsten o poloměru R . K určení I musíme změřit hmotnost m prstenu, poloměr R prstenu a dobu kmitu T .

a) Hmotnost prstenu určíme s pomocí automatických vah se stupnicí, jejíž nejmenší dílek odpovídá změně hmotnosti 1 g.

$m \doteq 0,252$ kg; odhad absolutní odchylky $\pm 0,0005$ kg

odhad relativní odchylky $\frac{0,5}{252} = 0,002$ (0,2 %).

b) Průměr $2R$ kruhového prstenu změříme délkovým měřidlem se stupnicí v milimetrech. Protože tloušťka stěny prstenu je zanedbatelná vzhledem k délce $2R$, změříme vnitřní nebo vnější průměr $2R$ prstenu. Hodnoty získané měřením jsou na tab. 14.

$2R \doteq 0,552$ m; odhad absolutní odchylky $\pm 0,002$ m;

odhad relativní odchylky $\frac{0,002}{0,552} \doteq 0,004$ (0,4 %).

Tabulka 14

Č. m.	$\frac{2R}{\text{m}}$	$\frac{ \Delta(2R) }{\text{m}}$
1	0,550	0,002
2	0,554	0,002
3	0,552	0,000
4	0,554	0,002
5	0,548	0,004
	0,552	0,002

c) K určení doby kmitu T změříme dobu $5T$ stopkami se stupnicí, jejíž nejmenší dílek odpovídá časovému intervalu 0,2 s. Naměřené hodnoty jsou sestaveny v tab. 15.

$5T \doteq 7,6$ s; odhad absolutní odchylky $\pm 0,1$ s;

odhad relativní odchylky 0,03 (3 %).

$T \doteq 1,54$ s $\doteq 1,5$ s; odhad absolutní odchylky $\pm 0,02$ s;

odhad relativní odchylky $0,013 \doteq 0,01$ (1 %).

Nejpřesněji byla určena hmotnost prstenu.

Z naměřených hodnot

$$I = \frac{0,252 \cdot 9,81 \cdot 0,276 \cdot 1,54^2}{4\pi^2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \doteq 0,0409 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Tabulka 15

Č. m.	$\frac{5T}{s}$	$\frac{ \Delta(5T) }{s}$
1	7,8	0,2
2	7,4	0,2
3	7,6	0,0
4	7,8	0,2
5	7,6	0,0
	7,62	0,1

Odhad relativní odchylky:

$$0,002 + 0,004 + 0,013 \cdot 2 = 0,032 \text{ (asi 3 \%)}.$$

Podle Steinerovy věty určíme moment setrvačnosti prstenu:

$$I_1 = I_0 + mR^2 = 2mR^2 ;$$

$$I_1 = 2 \cdot 0,252 \cdot 0,276^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \doteq 0,0384 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$\frac{I - I_1}{I} = \frac{0,0025}{0,0409} \doteq 0,06 \text{ (6 \%)}.$$

Relativní rozdíl hodnot momentů setrvačnosti určených oběma postupy je v tomto případě větší než v případě tyče. Podmínky měření jsou obtížnější (např. měření průměru prstenu, ustálení prstenu ve svislé rovině při kmitání).

K řešení 2. úlohy potřebujeme kromě pomůcek k 1. úloze pravítko s ostrou hranou a prsten, nepotřebujeme ovšem tyč.

7. úloha

Stejnorodý válec leží povrchovou přímkou na vodorovné desce. Válec i deska jsou v klidu vzhledem k povrchu Země.

Deska je uvedena do pohybu se stálým zrychlením a_1 , které má vodorovný směr kolmý k rotační ose válce. Součinitel tření mezi válcem a deskou je f .

a) Určete zrychlení a hmotného středu válce vzhledem k povrchu Země tak, že nedojde ke smyku válce po desce.

b) Pro které hodnoty zrychlení a_1 smyk válce vzhledem k desce nenastane? Proveďte diskusi výsledku.

Moment setrvačnosti válce vzhledem k rotační ose válce je

$$I = \frac{1}{2} m r^2, \text{ kde } m \text{ je hmotnost válce, } r \text{ jeho poloměr.}$$

Řešení: - obr. 58

a) V inerciální vztažné soustavě pro pohyb válce platí

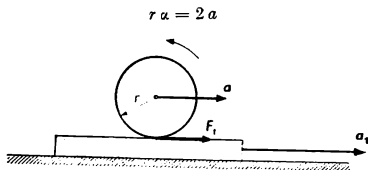
$$ma = F_t, \quad (1)$$

$$I\alpha = F_t r, \quad (2)$$

kde m je hmotnost válce, α jeho úhlové zrychlení. Jestliže nenastane smyk, platí

$$a_1 - a = r \alpha. \quad (3)$$

Ze vztahu (2) po dosazení za I a pomocí (1) dostaneme



Obr. 58

a po dosazení do (3)

$$a = \frac{a_1}{3}. \quad (4)$$

b) Nemá-li nastat smyk, musí platit podle (1) a (4)

$$F_t = \frac{m a_1}{3} \leq f m g, \quad a_1 \leq 3 f g. \quad (5)$$

Vztah (5) závisí, na daném místě povrchu Země, jen na součiniteli tření f . Platí tedy pro stejnorodý rotační válec jakékoli hmotnosti a jakéhokoli poloměru.

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.

1. úloha

Lyžařský vlek dopravuje lyžaře po svahu o délce l do výšky h nad úpatím svahu. Pohyb lyžaře vzhůru lze považovat za přímočarý rovnoměrný. Průměrná hmotnost lyžaře je m . Při sjezdu je pohyb lyžaře rovnoměrně zrychlený.

a) Při pohybu vzhůru působí na lyžaře celková síla pasivního odporu, rovnoběžná se spádníci svahu, o velikosti $F_t = 0,03 m \cdot g$. Jakou tahovou silou působí zvedací zařízení na lyžaře?

b) Jakou práci vykoná zvedací zařízení při dopravě jednoho lyžaře z úpatí na vrchol svahu?

c) Jaký je výkon zvedacího zařízení, dopraví-li na vrchol svahu k lyžařů za hodinu?

d) Při sjezdu má lyžař počáteční rychlost nulovou. Na dráze l_1 dosáhne rychlosti v_1 . Určete zrychlení pohybu lyžaře při sjezdu. Určete celkovou sílu pasivního odporu F_t^* , rovnoběžnou se spádníci svahu, která při sjezdu působí na lyžaře.

Po obecném vyřešení řešte úlohu pro hodnoty: $l = 1\,800\text{ m}$, $h = 400\text{ m}$, $v_1 = 4,0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $l_1 = 10\text{ m}$, $m = 60\text{ kg}$, $k = 400$ lyžařů za hodinu, $g = 9,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Řešení:

a) Tíhová síla působící na lyžaře má ve směru spádnice svahu složku o velikosti $F_1 = m g \frac{h}{l}$. Tahová síla F je součtem složky F_1 a pasívní odporové síly:

$$F = m g \left(\frac{h}{l} + 0,03 \right) \doteq 150\text{ N}.$$

b) $W = F l = m g (h + 0,03 l) \doteq 270\text{ kJ}.$

c) $P = \frac{Wk}{3\,600} \doteq 30\text{ kW}.$

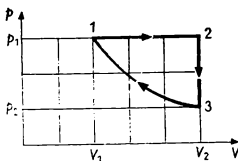
d) Lyžař se pohybuje se zrychlením $a = \frac{v_1^2}{2l_1} = 0,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, takže na něj působí síla $F_2 = m \frac{v_1^2}{2l_1}$. Z rovnosti $F_2 = F_1 - F_t^*$ dostaneme

$$F_t^* = m g \left(\frac{h}{l} - \frac{v_1^2}{2l_1 g} \right) \doteq 82\text{ N}.$$

2. úloha

Na obr. 59 je znázorněn uzavřený cyklus pro ideální plyn v souřadnicích V, p (kde V je nezávisle proměnná, p závisle proměnná). Křivka 3—1 je izoterma.

a) Zapište stavové veličiny odpovídající jednotlivým bodům cyklu: 1, 2, 3, 1. Popište děje 1—2, 2—3. Zapište v dané soustavě souřadnic funkce odpovídající dějům 1—2, 2—3, 3—1. Zapište definiční obor a obor hodnot funkce odpovídající ději 3—1.



Obr. 59

b) Znázorněte graficky týž cyklus v souřadnicích V, T (kde V je nezávisle proměnná, T je závisle proměnná). Zapište v dané soustavě souřadnic funkce odpovídající dějům 1–2, 2–3, 3–1. Zapište definiční obor a obor hodnot funkce odpovídající ději 1–2.

c) Znázorněte graficky týž cyklus v souřadnicích T, p (kde T je nezávisle proměnná, p závisle proměnná). Zapište v dané soustavě souřadnic funkce odpovídající dějům 1–2, 2–3, 3–1. Zapište definiční obor a obor hodnot funkce odpovídající ději 2–3.

Grafy k dílčím úlohám b), c) narýsujte do čtvercových sítí obdobně, jako je kreslen graf v obr. 59.

Řešení:

a) Označení stavových veličin:

V bodě 1: V_1, p_1, T_1 ; v bodě 2: V_2, p_1, T_2 ; v bodě 3: V_2, p_2, T_1 .

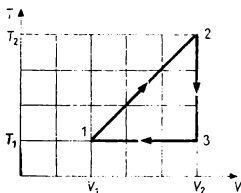
Děj 1–2 je izobarický, děj 2–3 izochorický, děj 3–1 izotermický. Pro děj 1–2: $p = p_1$; pro děj 2–3: $V = V_2$;

pro děj 3–1 $p = \frac{p_1 V_1}{V}$; tato funkce má definiční obor

$V \in \langle V_2, V_1 \rangle$, obor hodnot této funkce je $p \in \langle p_2, p_1 \rangle$.

b) - obr. 60

Děj 1–2 je v dané soustavě souřadnic znázorněn úsečkou; přímka, v níž úsečka leží, má rovnici $T = kV + q$. Souřad-



Obr. 60

nice bodů V_1 , T_1 a V_2 , T_2 vyhovují této rovnici, proto

$$T_1 = kV_1 + q, \quad T_2 = kV_2 + q,$$

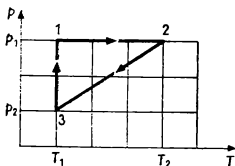
z toho nalezneme parametry k , q , takže děj se řídí funkční rovnicí

$$T = \frac{T_2 - T_1}{V_2 - V_1} V + \frac{V_2 T_1 - V_1 T_2}{V_2 - V_1}. \quad (1)$$

Pro děj 2–3: $V = V_2$; pro děj 3–1: $T = T_1$.

Funkce (1) má definiční obor $V \in \langle V_1, V_2 \rangle$, obor hodnot této funkce je $T \in \langle T_1, T_2 \rangle$.

c) - obr. 61



Obr. 61

Pro děj 1—2: $p = p_1$; pro děj 3—1: $T = T_1$. Děj 2—3 je v dané soustavě souřadnic znázorněn úsečkou; přímka, v níž tato úsečka leží, má rovnici $p = k' T + q'$. Z rovnic

$$p_1 = k' T_2 + q', \quad p_2 = k' T_1 + q'$$

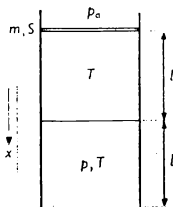
vyjádříme parametry k' , q' a dostaneme funkční rovnici

$$p = \frac{p_1 - p_2}{T_2 - T_1} T + \frac{p_2 T_2 - p_1 T_1}{T_2 - T_1}. \quad (2)$$

Funkce (2) má definiční obor $T \in \langle T_2, T_1 \rangle$; obor hodnot této funkce $p \in \langle p_1, p_2 \rangle$.

3. úloha

V dutém rotačním válci se svislou osou se posunuje píst o hmotnosti m a plošném obsahu S bez tření. Válec je rozdělen velmi tenkou vodorovnou přepážkou na dvě stejné části o výšce l , naplněné tímž plynem o teplotě T . Tlak plynu pod přepážkou je p . Píst je ve výšce $2l$ nade dnem nádoby v rovnovážné poloze při atmosférickém tlaku p_a (obr. 62). Plyn v nádobě je ideální a tepelně dokonale izolovaný.



Obr. 62

a) Jak se změní poloha pístu, představíme-li si, že přepážku odstraníme? Proveďte diskusi možných případů.

b) Určete délku přemístění pístu po ustálení nové rovnovážné polohy.

Molární teplo plynu při stálém tlaku je C_p .

Řešení:

a) Tlak plynu v horní části nádoby při rovnovážné poloze pístu je $p_a + \frac{mg}{S}$; stejný je tlak plynu v celé nádobě po odstranění přepážky a ustálení pístu v rovnovážné poloze.

Pro $p > p_a + \frac{mg}{S}$ se píst posune po dráze x vzhůru, plyn vykoná práci. Protože je tepelně izolován, je jeho teplota $T_1 < T$. Plyn vykoná práci, která se rovná změně jeho vnitřní energie $\Delta U = C_p n(T - T_1)$, n je látkové množství plynu v nádobě.

Pro $p = p_a + \frac{mg}{S}$ se poloha pístu nezmění.

Pro $p < p_a + \frac{mg}{S}$ se píst posune po dráze x dolů, vnější tlaková síla působící na píst vykoná práci, která se opět rovná změně vnitřní energie plynu v nádobě; $T_1 > T$.

b) Vyjádříme stavovou rovnici pro horní část nádoby při rovnovážné poloze pístu

$$\left(p_a + \frac{mg}{S}\right) S l = n_1 R_m T$$

a pro dolní část nádoby

$$p S l = n_2 R_m T .$$

Látkové množství plynu v nádobě

$$n = n_1 + n_2 = \frac{\left(p_a + \frac{mg}{S}\right)Sl + pSl}{R_m T} =$$

$$= \frac{Sl}{R_m T} \left(p_a + \frac{mg}{S} + p\right). \quad (1)$$

Po odstranění přepážky a ustálení rovnovážné polohy pístu je stavová rovnice pro plyn v nádobě

$$\left(p_a + \frac{mg}{S}\right)(2l - x)S = \frac{Sl}{R_m T} \left(p_a + \frac{mg}{S} + p\right) R_m T_1.$$

Po úpravě

$$\left(p_a + \frac{mg}{S}\right)(2l - x) = \left(p_a + \frac{mg}{S} + p\right)l \frac{T_1}{T}. \quad (2)$$

Práce vykonaná při posunutí pístu

$$W = \left(p_a + \frac{mg}{S}\right)Sx$$

se rovná změně vnitřní energie plynu $\Delta U = C_p n (T_1 - T)$. Obě veličiny jsou kladné, koná-li práci vnější tlaková síla (píst se posune dolů); obě jsou záporné, koná-li plyn práci (píst se posune vzhůru): $\Delta W = \Delta U$. Po dosazení podle (1) a úpravě

$$\left(p_a + \frac{mg}{S}\right)x = C_p \frac{l}{R_m T} \left(p_a + \frac{mg}{S} + p\right)(T_1 - T). \quad (3)$$

Po vyloučení T_1 z rovnic (2) a (3) určíme

$$x = C_p l \frac{p_a + \frac{mg}{S} - p}{\left(p_a + \frac{mg}{S}\right)(R_m + C_p)}.$$

$x < 0$, posune-li se píst vzhůru; $x > 0$, posune-li se píst dolů.

4. úloha

Na pružině s podélnou osou ve svislé poloze je zavěšena miska o hmotnosti m . Hmotnost pružiny je zanedbatelná vzhledem ke hmotnosti misky. Na misku položíme závaží o hmotnosti m_1 . Soustava se ustálí v rovnovážné poloze. Prodloužíme-li pružinu o malou délku, uvede se soustava do kmitavého pohybu kolem rovnovážné polohy. Kmity považujeme za netlumené s periodou T .

a) Proveďte diskusi amplitudy výchylky y_m soustavy tak, aby závaží při kmitech soustavy stále leželo na misce.

b) Určete posunutí Δy rovnovážné polohy misky se závažím, jestliže místo závaží o hmotnosti m_1 použijeme závaží o hmotnosti m_2 , $m_2 > m_1$.

Po obecném vyřešení úlohy řešte pro hodnoty: $m = 20$ g, $m_1 = 5,0$ g, $m_2 = 23$ g, $T = \frac{\pi}{3}$ s, $g = 9,81$ m.s⁻².

Řešení:

a) V daných podmínkách koná soustava harmonický pohyb se zrychlením $a = -\omega^2 y$, kde y je okamžitá výchylka, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ je úhlová frekvence harmonického pohybu. Amplitudě výchylky y_m odpovídá amplituda zrychlení

$$a_m = -\omega^2 y_m . \quad (1)$$

Aby při kmitavém pohybu soustavy zůstalo závaží vzhledem k misce v klidu, musí platit $|a_m| \leq g$.

Podle vztahu (1) tedy platí

$$\dot{y}_m \leq \frac{g T^2}{4\pi^2} \doteq 0,27 \text{ m} ; \quad 0 \text{ m} < y_m \leq 0,27 \text{ m} .$$

b) Pro periodu soustavy platí

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_1}{k}} ,$$

kde k je tuhost pružiny

$$k = \frac{4\pi^2(m + m_1)}{T^2}.$$

V prvním případě působí na pružinu tahová síla $F_1 = (m + m_1)g$, ve druhém případě tahová síla $F_2 = (m + m_2)g$. Ze vztahu $F = ky$ určíme změnu prodloužení Δy při změně tahové síly ΔF :

$$\Delta y = \frac{\Delta F}{k} = \frac{(m_2 - m_1)gT^2}{4\pi^2(m + m_1)} = 0,20 \text{ m}.$$

4. Úlohy kategorie D

Úlohy a řešení recenzovali dr. Ivo Volf a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

Úlohy č. 1 až 6 navrhl dr. Ivo Volf, úlohu č. 7 dr. Rastislav Baník

1. úloha

Člun se pohybuje po hladině moře přímočaře stálou rychlostí $v_1 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Ve výšce $h = 500 \text{ m}$ nad hladinou moře letí ve vodorovném směru přímočaře stálou rychlostí $v_2 = 180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ letadlo.

Určete, v jaké vzdálenosti d , měřené též ve vodorovném směru, je nutno z letadla vypustit balík, aby dopadl těsně ke člunu.

Úlohu řešte pro případy:

a) vektory obou rychlostí jsou souhlasně rovnoběžné v téže svislé rovině;

b) vektory obou rychlostí jsou **nesouhlasně rovnoběžné** v téže svislé rovině;

c) vektory obou rychlostí jsou **navzájem kolmé**.

Všechna tělesa považujeme za hmotné body.

Řešení:

Ve všech případech se balík pohybuje **vodorovným vrhem** s počáteční rychlostí v_2 z výšky h . Doba pohybu

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 10 \text{ s}.$$

a) Jsou-li vektory rychlosti člunu a letadla **souhlasně rovnoběžné**, pak relativní rychlost letadla vzhledem ke člunu je $v_2 - v_1$ a vzdálenost, z níž je třeba balík vypustit,

$$d_1 = (v_2 - v_1)t = (v_2 - v_1) \sqrt{\frac{2h}{g}} = 400 \text{ m}.$$

b) V tomto případě je relativní rychlost letadla vzhledem ke člunu $v_2 + v_1$ a balík musí být vypuštěn ve vzdálenosti

$$d_2 = (v_2 + v_1)t = 600 \text{ m}.$$

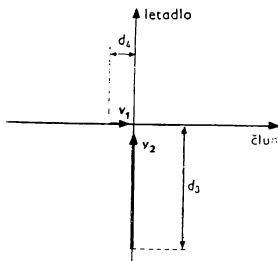
c) Balík musí být vypuštěn tak, aby dopadl na trajektorii člunu, tj. ve vzdálenosti

$$d_3 = v_2 t = 500 \text{ m}$$

před trajektorií (z hlediska pozorovatele v letadle); v okamžiku vypuštění balíku musí být člun ve vzdálenosti

$$d_4 = v_1 t = 100 \text{ m}$$

před místem předpokládaného dopadu balíku. Situace je **znázorněna na obr. 63**.



Obr. 63

2. úloha

Dva motocykly se pohybují po téže přímé silnici proti sobě. První projíždí místem A rychlostí $v_1 = 72 \text{ km.h}^{-1}$ se zrychlením $a_1 = -2 \text{ m.s}^{-2}$, druhý motocykl v témž okamžiku projíždí místem B rychlostí $v_2 = 36 \text{ km.h}^{-1}$ se zrychlením $a_2 = 2 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Určete dobu pohybu a vzdálenosti, které urazí každý z obou motocyklů do okamžiku setkání, je-li vzdálenost $AB = s = 300 \text{ m}$.

b) Určete vzdálenost d mezi motocykly jako funkci času.

c) Načrtněte graf funkce $d = f(t)$. Z grafu určete, kdy vzájemná vzdálenost motocyklů bude $\frac{s}{2}$.

d) Úlohy a), b), c) řešte pro případ, že $AB = s' = 400 \text{ m}$.

Řešení:

Dráhu prvního motocyklu v obecném čase t , měřenou od místa A , označíme s_1 , dráhu druhého motocyklu v témže čase, měřenou od místa B , označíme s_2 . Čas současného prů-

jezdu motocyklů místy A , B je 0 s. Zavedeme označení $a_1 = -a$, $a_2 = +a$. Potom

$$s_1 = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2, \quad s_2 = v_2 t + \frac{1}{2} a t^2. \quad (1)$$

a) Motocykly se setkají v čase t_0 ve vzdálenosti s_{10} od místa A a s_{20} od místa B . Platí

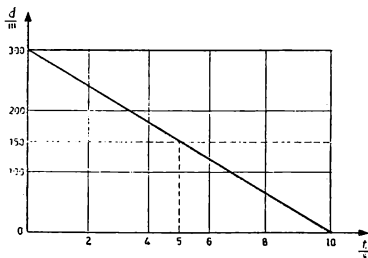
$$s_{10} + s_{20} = s = (v_1 + v_2) t_0; \quad t_0 = \frac{s}{v_1 + v_2} = 10 \text{ s}.$$

Vzdálenosti s_{10} , s_{20} určíme dosazením $t = t_0$ do (1): $s_{10} = 100 \text{ m}$, $s_{20} = 200 \text{ m}$.

b) Vzájemná vzdálenost obou motocyklů

$$d = s - (s_1 + s_2) = s - (v_1 + v_2) t. \quad (2)$$

c) Pro $s = 300 \text{ m}$, $v_1 + v_2 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ je graf funkce $d = f(t) = 300 \text{ m} - (30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) t$ na obr. 64. Z grafu přečteme, že $d_0 = \frac{s}{2} = 150 \text{ m}$ je pro $t_1 = 5,0 \text{ s}$.



Obr. 64

d) První motocykl se zastaví v čase $t_2 = \frac{v_1}{a} = 10$ s, a to ve vzdálenosti $s'_{10} = 100$ m od místa A a $s'_{20} = 300$ m od místa B . V tomto místě se setká s druhým motocyklem. Čas setkání t'_0 určíme z druhého ze vztahů (1) pro $s_2 = s'_{20}$; pro zadané hodnoty vyjde (kladné řešení kvadratické rovnice) $t'_0 = 13$ s.

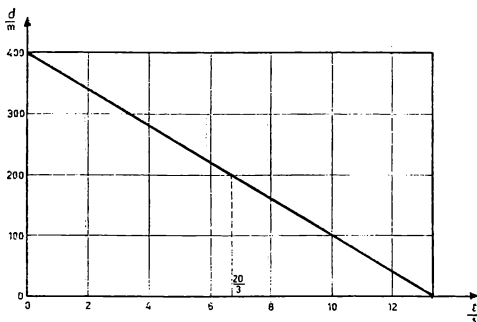
Vztah obdobný vztahu (2)

$$d = 400 \text{ m} - (30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) t$$

platí jen pro $t \in \langle 0; t_2 \rangle$, tedy pro $t \in \langle 0 \text{ s}; 10 \text{ s} \rangle$ a pro $d \in \langle 100 \text{ m}; 400 \text{ m} \rangle$. Potom pro $t \in \langle 10 \text{ s}; 13 \text{ s} \rangle$ platí kvadratický vztah

$$d = 300 \text{ m} - (10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) t - (1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) t^2.$$

Graf je na obr. 65.



Obr. 65

3. úloha

Městský silniční okruh je tvořen tříproudovými silnicemi v obou směrech. Poloměr středního zeleného dělicího pásu $R = 500$ m, poloměry trajektorií automobilů jedoucích v pravých jízdních pruzích $r_1 = 508$ m, $r_2 = 492$ m. Automobil jedoucí po okruhu proti směru hodinových ručiček jede stálou rychlostí $v_0 = 60$ km.h⁻¹, druhý automobil jedoucí v protisměru jede stálou rychlostí v .

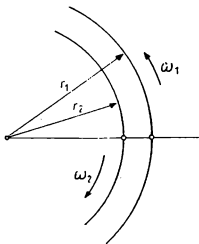
a) Automobily se potkaly v určitém místě. Určete místa dalších setkání, jestliže $v = v_0$.

b) Jakou stálou rychlostí se musí pohybovat druhý automobil, aby ke třetímu setkání došlo v témže místě jako k setkání prvnímu?

c) Jakou průměrnou rychlostí v_2 se musí pohybovat třetí automobil, jedoucí městem po průměru tohoto okruhu, aby se dvakrát křížoval na nadjezdech s prvním automobilem jedoucím rychlostí v_0 (mimoúrovňové křížování)?

Řešení: - obr. 66

Označíme ω_1, ω_2 úhlové rychlosti obou automobilů při jejich



Obr. 66

pohybech po trajektoriích, které považujeme za kruhové. Poloměry trajektorií jsou $r_1 = R + d = 508$ m, $r_2 = R - d = 492$ m.

a) V tomto případě platí

$$\omega_1 = \frac{v_0}{r_1}, \quad \omega_2 = \frac{v_0}{r_2}. \quad (1)$$

Čas prvního setkání označíme t_1 . V tomto čase urazí první automobil úhel $\alpha_1 = \omega_1 t_1$, druhý automobil $\beta_1 = \omega_2 t_1$. K setkání dojde, když $\alpha_1 + \beta_1 = 2\pi$, tedy $t_1(\omega_1 + \omega_2) = 2\pi$. Odtud

$$t_1 = \frac{2\pi}{\omega_1 + \omega_2}. \quad (2)$$

Místo prvního setkání je určeno úhly α_1, β_1 . Když do vztahu $\alpha_1 = \omega_1 t_1$ dosadíme za t_1 z (2), dostaneme

$$\alpha_1 = 2\pi \frac{\omega_1}{\omega_2 + \omega_1}$$

a po dosazení z (1)

$$\alpha_1 = 2\pi \frac{r_2}{r_1 + r_2}, \quad \beta_1 = 2\pi - \alpha_1 = 2\pi \frac{r_1}{r_1 + r_2}.$$

Tím jsou úhly α_1, β_1 vyjádřeny v obloukové míře. Pro zadané hodnoty vyjde v úhlových stupních $\alpha_1 \doteq 177^\circ$, $\beta_1 \doteq 183^\circ$.

Místo druhého setkání je určeno úhly α_2, β_2 , pro které nyní platí $\alpha_2 + \beta_2 = 4\pi$. Obdobným způsobem nalezneme hodnoty $\alpha_2 = 2\alpha_1 \doteq 354^\circ$, $\beta_2 = 2\beta_1 \doteq 366^\circ$.

b) Nyní platí vztahy

$$\omega_1 = \frac{v}{r_1}, \quad \omega_2 = \frac{v}{r_2}. \quad (3)$$

Označme t_1 čas prvního setkání, t_3 čas třetího setkání. Potom

$$\omega_1 (t_3 - t_1) = 2\pi ,$$

$$\omega_2 (t_3 - t_1) = 2\pi ;$$

odtud $\omega_1 = \omega_2$ a po dosazení z (3)

$$v = v_0 \frac{r_2}{r_1} \doteq 58 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} .$$

c) Pro oba průjezdy platí

$$\frac{2 r_1}{v_2} = \frac{\pi r_1}{v_0} , \quad \text{odtud}$$

$$v_2 = \frac{2 v_0}{\pi} \doteq 38,2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} .$$

4. úloha

Dvě tělesa se začnou pohybovat ve svislém směru současně ze dvou míst v různých výškách H , h nad povrchem Země, $h < H$. Jedno z nich volně padá. Obě tělesa dopadnou na povrch Země v témž okamžiku.

a) Jakou počáteční rychlost musí mít druhé těleso, aby podmínka byla splněna?

b) Může-li člověk hodit těleso rychlostí nejvýše $v_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, určete, jaký může být největší rozdíl výšek obou míst. Řešte obecně, potom úlohu a) pro $H = 25 \text{ m}$, $h = 20 \text{ m}$, úlohu b) jednak pro $h = 20 \text{ m}$ (vypočítejte největší výšku $H_{\max}$, z níž člověk vrhá těleso svisle dolů), jednak pro $H = 25 \text{ m}$ (vypočítejte nejmenší výšku $h_{\min}$), v obou případech určete největší rozdíl obou výšek.

Řešení:

a) Musíme uvažovat dva případy:

1. případ - volně padající těleso bylo vypuštěno z výšky h . V tomto případě musí být druhé těleso vrženo svisle dolů; máme stanovit jeho počáteční rychlost v .

Volný pád z výšky h trvá dobu $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, svislý vrh rovněž dobu t , přičemž

$$h = \frac{1}{2} g t^2 ,$$

$$H = v t + \frac{1}{2} g t^2 , \text{ odtud}$$

$$v = (H - h) \sqrt{\frac{g}{2h}} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} . \quad (1)$$

2. případ - volně padající těleso bylo vypuštěno z výšky H . V tomto případě musí být druhé těleso vrženo svisle vzhůru.

První těleso padá po dobu $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Druhé těleso nejprve stoupá po dobu $t_1 = \frac{v}{g}$ a vystoupí nad místo vrhu do výšky

$$h' = v t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{v^2}{2g} . \quad (2)$$

Z výšky $h + h'$ pak volně padá po dobu

$$t_2 = \sqrt{\frac{2(h + h')}{g}} .$$

Protože, podle zadání, $t = t_1 + t_2$, platí s přihlédnutím k (2) po úpravě

$$\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{v}{g} + \sqrt{\frac{2h}{g} + \left(\frac{v}{g}\right)^2} .$$

Z tohoto vztahu vyjádříme

$$v = (H - h) \sqrt{\frac{g}{2H}} = \sqrt{5} \text{ m.s}^{-1} \doteq 2,24 \text{ m.s}^{-1}.$$

b) Z (1), popř. (3), pro $v = v_0$ vyjádříme

$$H_{\max} - h = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 30 \text{ m}, \text{ popř.}$$

$$H - h_{\min} = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \doteq 33,5 \text{ m}.$$

5. úloha

Uvažujte postupně následující pohyby tělesa:

a) Těleso volně padá z výšky h_0 nad povrchem Země.
b) Těleso bylo vrženo svisle vzhůru z povrchu Země rychlostí v_0 .

c) Těleso bylo vrženo vodorovně z výšky h_0 rychlostí v_0 . Stanovte polohovou energii E_p a pohybovou energii E_k tělesa jako funkce času t a funkce výšky h tělesa nad povrchem Země. Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $h_0 = 20 \text{ m}$, $v_0 = 20 \text{ m.s}^{-1}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, hmotnost tělesa $m = 2,0 \text{ kg}$.

d) Načrtněte grafy funkcí $E_p = f_1(t)$, $E_k = f_2(t)$, $E_p = f_3(h)$, $E_k = f_4(h)$ pro všechny uvedené případy.

Řešení:

Vztažnou soustavu spojíme s bodem na povrchu Země.

a) V obecném čase t je těleso ve výšce

$$h = h_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

nad povrchem Země a má rychlost $v = g t$. Má tedy polohovou energii

$$E_p = m g h_0 - \frac{1}{2} m g^2 t^2 = m g h \quad (1)$$

a kinetickou energii

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m g^2 t^2 = m g h_0 - m g h . \quad (2)$$

Hledané funkce jsou obecně dány vztahy (1), (2), pro zadané hodnoty

$$E_p = 400 \text{ J} - (100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-2}) t^2 ,$$

$$E_k = (100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-2}) t^2 ,$$

$$E_p = (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h ,$$

$$E_k = 400 \text{ J} - (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h .$$

b) Pohyb tělesa probíhá ve dvou etapách:

1. Výstup pohybem rovnoměrně zrychleným s počáteční rychlostí v_0 a se zrychlením $-g$. Těleso vystoupí do výšky $h_0 = \frac{v_0^2}{2g} = 20 \text{ m}$ za dobu $t_0 = \frac{v_0}{g} = 2,0 \text{ s}$.
2. Volný pád z výšky h_0 , který trvá rovněž dobu $t_0 = 2,0 \text{ s}$. V první etapě ($t \in \langle 0; t_0 \rangle$) má těleso v obecném čase t výšku nad povrchem Země

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

a polohovou energii

$$E_p = m g h = m g \left(v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \right) . \quad (3)$$

Ve výšce h má těleso rychlost $v = v_0 - g t$ a tedy kinetickou energii

$$E_k = \frac{1}{2} m(v_0 - g t)^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 - m g h. \quad (4)$$

Ve druhé etapě ($t \in \langle t_0; 2t_0 \rangle$) platí (1) a (2), ale místo t je třeba psát $t - t_0$ a položit $h_0 = \frac{v_0^2}{2g}$, poněvadž výška h_0 není přímo dána. Dostaneme

$$E_p = m g h = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m g^2 (t - t_0)^2, \quad (5)$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 - m g h = \frac{1}{2} m g^2 (t - t_0)^2. \quad (6)$$

Hledané funkce jsou obecně určeny vztahy (3) až (6); pro zadané hodnoty:

V první etapě

$$E_p = (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) [(20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) t - (5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) t^2],$$

$$E_k = (1,0 \text{ kg}) [20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - (10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) t]^2,$$

$$E_p = (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h,$$

$$E_k = 400 \text{ J} - (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h.$$

Ve druhé etapě

$$E_p = 400 \text{ J} - (100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-2}) (t - 2,0 \text{ s}),$$

$$E_k = (100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-2}) (t - 2,0 \text{ s})^2,$$

$$E_p = (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h,$$

$$E_k = 400 \text{ J} - (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h.$$

c) V obecném čase t je těleso ve výšce

$$h = h_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

nad povrchem Země. Jeho polohová energie je dána vztahem (1). Jeho kinetická energie je rovna počáteční kinetické energii $E_{k1} = m \frac{v_0^2}{2}$ zvětšené o energii, kterou těleso získává

vzrůstem svislé složky rychlosti: $E_{k2} = \frac{1}{2} m g^2 t^2$. Proto

$$\begin{aligned} E_k &= E_{k1} + E_{k2} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} m g^2 t^2 = \\ &= \frac{1}{2} m v_0^2 + m g h_0 - m g h. \end{aligned} \quad (7)$$

Hledané funkce jsou obecně určeny vztahy (1) a (7); pro zadané hodnoty

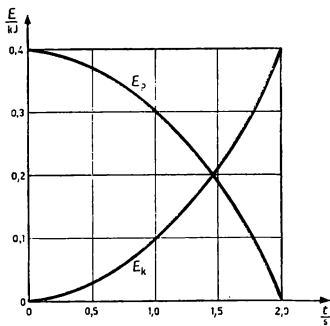
$$E_p = 400 \text{ J} - (100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-2}) t^2,$$

$$E_k = 400 \text{ J} + (100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-2}) t^2,$$

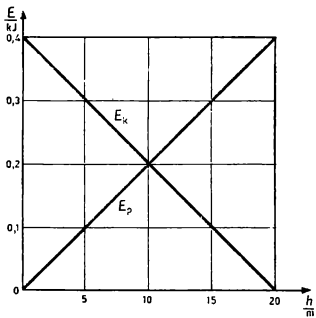
$$E_p = (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h,$$

$$E_k = 800 \text{ J} - (20 \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}) h.$$

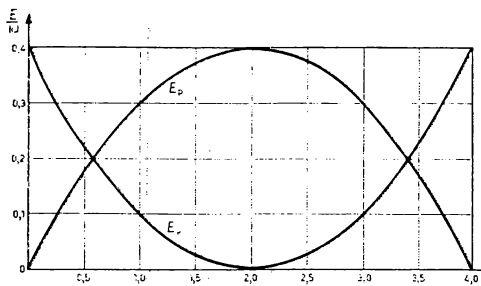
d) Grafy funkcí f_1 až f_4 naleznete pro případ a) na obr. 67 a 68, pro případ b) na obr. 68 a 69, pro případ c) na obr. 70 a 71.



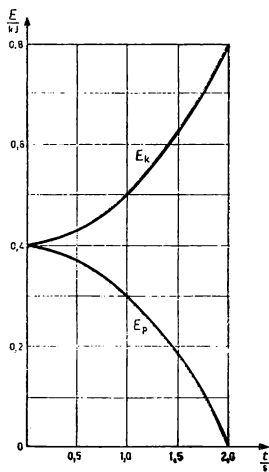
Obr. 67



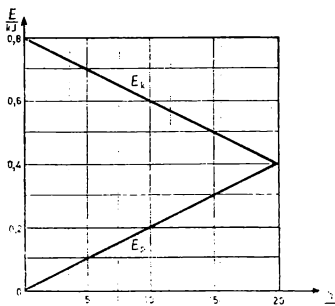
Obr. 68



Obr. 69



Obr. 70



Obr. 71

6. úloha

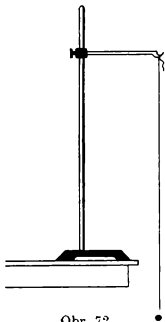
Výzkum fyzikální závislosti

K provedení experimentální úlohy použijete následující pomůcky: stopky, délkové měřidlo (ocelový dvoumetr), stojan s vodorovným ramenem, reznou nit nebo silonové vlákno, tři kuličky nebo závaží s háčkem (různé hmotnosti, např. 50 g, 100 g, 200 g), váhy se sadou závaží. Můžete použít i jednodušší pomůcky (např. místo kuliček přivážete na nit kousek zápalky nebo tvrdého papíru a obalíte plastelínou).

Postup práce a zápis měření:

1. Sestavte zařízení podle obr. 72. Kuličku vychýlíte při nataženém vlákně z rovnovážné polohy o nepříliš velký úhel (do 10°) a uvolníte. Kulička koná kmitavý pohyb. Doba kyvu kuličky je doba mezi dvěma po sobě následujícími průchody kuličky rovnovážnou polohou. K určení

dooby kyvu kyvadla změříme dobu např. 50 kyvů. Délku kyvadla měříme od místa závěsu po těžiště zavěšeného tělesa.



Obr. 72

2. Změřte dobu 50 kyvů (t_{50}) a stanovte dobu jednoho kyvu (t_1). Zavěste kuličku jiné hmotnosti na závěs jiné délky. Stanovte dobu t'_{50} a vypočítejte dobu t'_1 jednoho kyvu. Údaje запиšte; porovnejte navzájem získané hodnoty t_1 , t'_1 a запиšte závěr.
3. Budete zkoumat, na kterých veličinách podstatně závisí doba kyvu kyvadla. Měření provedete při téže délce kyvadla $l = 0,50$ m pro tři tělesa o různých hmotnostech m_1 , m_2 , m_3 . Údaje запиšete do 1. řádku tabulky (3. až 5. sloupec). Potom měření opakujete pro délku kyvadla 0,70 m a výsledky запиšete do 2. řádku tabulky atd.
Porovnejte navzájem údaje t_1 , t_2 , t_3 pro každý jednotlivý

řádek. Zapište závěr z měření o tom, jak doba kyvu závisí na hmotnosti tělesa.

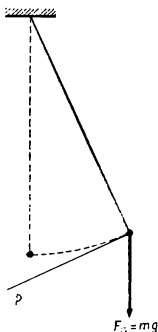
4. Stanovte průměrnou dobu kyvu t při téže délce kyvadla a doplňte 6. sloupec tabulky. Určete hodnoty t^2 a l^2 a zapište je do 7. a 8. sloupce tabulky. Použitím 2. a 6. sloupce tabulky narýsujte na milimetrový papír graf funkce $t = f_1(l)$. Použitím 6. a 8. sloupce narýsujte graf funkce $t = f_2(l^2)$. Použitím 2. a 7. sloupce tabulky narýsujte graf funkce $t^2 = f_3(l)$.

Pro každý graf zvolte vhodně stupnice na osách souřadnic a správně je označte jednotkami.

1	2	3		4		5		6	7	8
č.	l (m)	n ₁ = ...		n ₂ = ...		n ₃ = ...		t (s)	t ² (s ²)	l ² (m ²)
		50 t ₁		50 t ₂		50 t ₃				
		t ₁ (s)	t ₁ (s)	t ₂ (s)	t ₂ (s)	t ₃ (s)	t ₃ (s)			
1	0,50									
2	0,70									
3	0,90									
4	1,10									
5	1,30									
6	1,50									

5. Které síly působí na kuličku v krajních polohách kyvadla? Pohyb kyvadla je způsoben jejich výslednicí F_1 , která má směr tečny p k trajektorii kuličky (obr. 73). Sestrojte obraz vektoru této síly.

Protože jednou složkou síly F_1 je tíhová síla $F_G = m g$, můžeme předpokládat, že ve vztazích pro funkční závislosti, jichž se sestavené grafy týkají, se bude vyskytovat i nějaká mocnina (popř. odmocnina) tíhového



Obr. 73

zrychlení g . Protože doba kyvu se vyjadřuje v sekundách a jednotkou tíhového zrychlení je m.s^{-2} , bude se ve vztahu pro dobu kyvu pravděpodobně vyskytovat $\sqrt{\frac{l}{g}}$. Z následujících vztahů tedy vyberte ten, jež můžete na základě výsledků v části 4. považovat za nejjednodušší, poněvadž vyjadřuje přímou úměrnost:

$$t = k_1 \frac{l}{\sqrt{g}}, \quad t = k_2 \frac{l^2}{\sqrt{g}}, \quad t = k_3 \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Pro vybraný případ vypočítejte součinitel k a stanovte jeho jednotku. Porovnejte hodnotu součinitele k s číslem π .

Uzavřete svůj výzkum: Zapište, na kterých veličinách

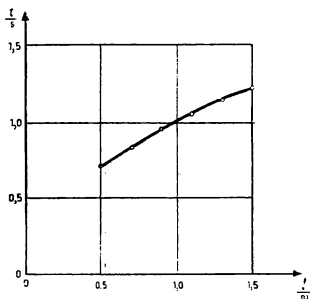
Tabulka 16

1	2	3	4	5	6	7	8	
Č. m.	$\frac{l}{m}$	$m_1 = 90 \text{ g}$		$m_2 = 40 \text{ g}$		$m_3 = 10 \text{ g}$		$\frac{l^2}{m^2}$
		$\frac{50 \, t_1}{s}$	$\frac{t_1}{s}$	$\frac{50 \, t_2}{s}$	$\frac{t_2}{s}$	$\frac{50 \, t_3}{s}$	$\frac{t_3}{s}$	
1	0,50	35,7	0,714	35,6	0,712	35,5	0,710	0,25
2	0,70	42,0	0,840	42,0	0,840	41,9	0,838	0,49
3	0,90	47,9	0,958	47,7	0,954	47,5	0,949	0,81
4	1,10	52,7	1,054	52,6	1,052	52,6	1,052	1,21
5	1,30	57,4	1,147	57,3	1,145	57,1	1,141	1,69
6	1,50	61,5	1,230	61,4	1,228	61,2	1,223	2,25

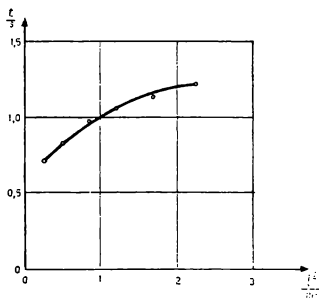
doba kyvu podstatně závisí. Pokuste se napsat výsledný vzorec a zkontrolujte jej podle učebnice fyziky pro 2. ročník gymnázia. Vypište, které další veličiny mohly ovlivnit získaný výsledek.

Řešení:

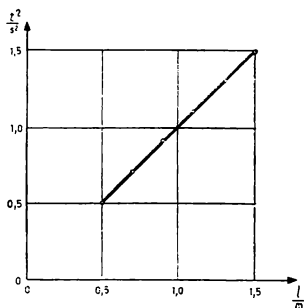
Pokus byl proveden podle zadání úlohy, doba 50 kyvů byla měřena elektronickými stopkami. Naměřené a vypočítané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 16. Grafy jsou na obr. 74, 75, 76.



Obr. 74



Obr. 75



Obr. 76

Z naměřených hodnot je zřejmé, že hmotnost závaží nemá vliv na dobu kyvu. Jediná veličina, která ovlivňuje dobu kyvu, je délka l závěsu.

Z grafů je patrné, že průběh velmi přibližně lineární má funkce $t^2 = f_3(l)$. Nejpravděpodobnější je tedy vztah

$$t = k \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Pro konstantu k platí v tomto případě

$$k = t \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

V tabulce 17 jsou uvedeny hodnoty této konstanty, jak byly vypočítány pro šest měření s různými délkami závěsu. Průměrná hodnota $k_p \doteq 3,14 \doteq \pi$.

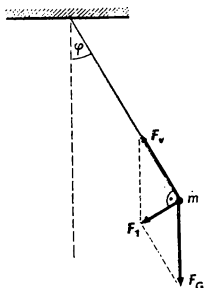
Tabulka 17

$\frac{l}{m}$	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5
k	3,15	3,14	3,15	3,14	3,14	3,14

Doba kyvu matematického kyvadla se vypočítá ze vzorce

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Označme m hmotnost závaží. V krajní poloze (obr. 77) působí na závaží jednak tíhová síla o velikosti $F_G = m g$, jednak tahová síla vlákna, která má velikost $F_v = m g \cos \varphi$. Výslednice má směr tečny k trajektorii závaží a její velikost je $F_1 = m g \sin \varphi$.



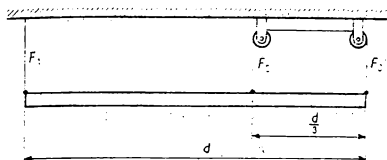
Obr. 77

Vztah nalezený pro dobu kyvu souhlasí se vztahem uvedeným v učebnici. Při jeho teoretickém odvozování se nepřihlíží k odporu proti pohybu ani ke hmotnosti vlákna a předpokládá se, že kruhový oblouk, po němž se těžiště závaží pohybuje z krajní polohy do rovnovážné, lze dobře aproximovat vodorovnou úsečkou. Tyto předpoklady nelze při pokusu zcela přesně splnit, takže rovnost $k = \pi$ je splněna jen přibližně.

7. úloha

Na obr. 78 je znázornený rovnorodý trám všade rovnakého prierezu s dĺžkou d a hmotnosťou m , ktorý je zavesený na troch zvislých lanách. Prvé lano je upevnené na jednom konci trámu, druhé a tretie lano sú spojené cez dve pevné kladky. Určte sily, ktorými sú lana napínané.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $d = 8,0 \text{ m}$, $m = 300 \text{ kg}$.



Obr. 78

Riešenie:

Označíme (zľava doprava) A , B , C body, v ktorých je trám zavesený na lanách, príslušné sily F_1 , F_2 , F_3 , pričom zrejme $F_2 = F_3$, pretože lana v bodoch B a C sú spojené cez pevné kladky. V ťažisku pôsobí na trám tiažová sila $F_G = m g$. Úlohu riešime pomocou momentovej vety. Body otáčania volíme postupne v bodoch A , B , C . Dostaneme vzťahy

$$m g \frac{d}{2} = F_2 \frac{2d}{3} + F_2 d,$$

$$F_1 = \frac{2d}{3} = m g \frac{d}{6} + F_2 \frac{d}{3},$$

$$F_1 d + F_2 \frac{d}{3} = m g \frac{d}{2}.$$

Z týchto vzťahov dostaneme

$$F_1 = \frac{4 m g}{10} \doteq 1,2 \text{ kN}, \quad F_2 = F_3 = \frac{3 m g}{10} \doteq 0,90 \text{ kN}.$$

Ak zvolíme bod otáčania v ťažisku trámu, potom

$$F_1 \frac{d}{2} = F_2 \frac{d}{6} + F_2 \frac{d}{2}.$$

Pretože trám je v rovnovážnej polohe, platí

$$F_1 + 2 F_2 = m g.$$

Z tejto sústavy rovníc dostaneme tie isté výsledky.

b) Druhé kolo súťaže

Všetchny úlohy navrhl dr. Ivo Volf

1. úloha

Elektrický vlak se z klidu začal pohybovat po vodorovné trati po dobu $t_1 = 10$ s se zrychlením $a_1 = 0,50 \text{ m.s}^{-2}$. Potom se zrychlení zvětšilo na hodnotu $a_2 = 1,0 \text{ m.s}^{-2}$ a vlak se pohyboval s tímto zrychlením po dobu $t_2 = 20$ s. Strojvůdce potom snížil zrychlení na hodnotu $a_3 = a_1$, načež se vlak pohyboval po dobu $t_3 = 6,0$ s.

a) Stanovte rychlost vlaku po uplynutí doby $t = 36$ s od počátku pohybu.

b) Stanovte dráhu, kterou vlak za tuto dobu urazil.

c) Určete průměrnou rychlost vlaku v této době.

d) Nakreslete graf rychlosti jako funkce času.

Řešení:

Vlak koná pohyb rovnoměrně zrychlený s nulovou počáteční rychlostí na počátku prvního úseku.

a) Rychlosti na konci jednotlivých úseků označíme v_1 , v_2 , v_3 ; musíme stanovit rychlost v_3 .

$v_1 = a_1 t_1$, $v_2 = a_1 t_1 + a_2 t_2$, $v_3 = a_1 t_1 + a_2 t_2 + a_3 t_3$; pro zadané hodnoty: $v_3 = 28 \text{ m.s}^{-1} \doteq 101 \text{ km.h}^{-1}$.

b) Dráhy ujeté v jednotlivých úsecích označíme s_1, s_2, s_3 .

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2,$$

$$s_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = a_1 t_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2,$$

$$s_3 = v_2 t_3 + \frac{1}{2} a_3 t_3^2 = a_1 t_1 t_3 + a_2 t_2 t_3 + \frac{1}{2} a_3 t_3^2.$$

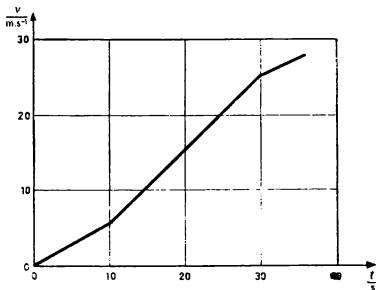
Celková ujetá dráha

$$s = s_1 + s_2 + s_3 \doteq 484 \text{ m.}$$

c) Průměrná rychlost

$$v_p = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} \doteq 13,4 \text{ m.s}^{-1} \doteq 48 \text{ km.h}^{-1}.$$

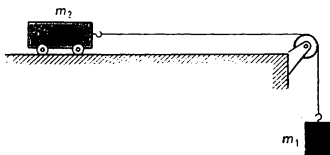
d) Pro zadané hodnoty: $v_1 = 5 \text{ m.s}^{-1}$, $v_2 = 25 \text{ m.s}^{-1}$, $v_3 = 28 \text{ m.s}^{-1}$. Graf je na obr. 79.



Obr. 79

2. úloha

Vozík o hmotnosti m_2 je spojen vláknem vedeným přes kladku se závažím hmotnosti m_1 (obr. 80). Vozík se může pohybovat po vodorovné podložce, přičemž jej poprvé uvádí do pohybu se zrychlením a_1 závaží o hmotnosti m_1 , podruhé závaží o hmotnosti $n m_1$.



Obr. 80

a) Stanovte poměr zrychlení vozíku $a_2 : a_1$, jestliže zanedbáme odporové síly. Je správné tvrzení, že $a_2 = n a_1$?

b) Určete poměr zrychlení $a'_2 : a'_1$, jestliže odporová síla proti pohybu je F_0 .

c) Při jaké velikosti F_0 odporové síly je $a'_2 = n a'_1$? Vlákno má velmi malou hmotnost a stálou délku. Hmotnost kladky neuvažujeme.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $m_1 = 30 \text{ kg}$, $m_2 = 200 \text{ g}$, $n = 2$, $F_0 = 0,20 \text{ N}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

Vztažnou soustavu spojíme s podložkou.

a) Pro zrychlení vozíku platí

$$a_1 = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}, \quad a_2 = \frac{n m_1 g}{n m_1 + m_2} \neq n a_1.$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{n (m_1 + m_2)}{n m_1 + m_2} = 1,77.$$

b) V tomto případě jsou zrychlení

$$a_1' = \frac{m_1 g - F_0}{m_1 + m_2}, \quad a_2' = \frac{n m_1 g - F_0}{n m_1 + m_2};$$

$$\frac{a_2'}{a_1'} = \frac{(n m_1 g - F_0) (m_1 + m_2)}{(m_1 g - F_0) (n m_1 + m_2)} = 3,54.$$

c) Ze vztahu

$$(n m_1 g - F_0) (m_1 + m_2) = n (m_1 g - F_0) (n m_1 + m_2)$$

vyjádříme

$$F_0' = \frac{n m_1^2 g}{(n + 1) m_1 + m_2} = 0,062 \text{ N.}$$

3. úloha

Míč o hmotnosti $m = 40 \text{ g}$ byl vržen svisle vzhůru počáteční rychlostí $v_0 = 30 \text{ m.s}^{-1}$. Dosáhl nejvyšší polohy za dobu $t_1 = 2,5 \text{ s}$ od začátku pohybu; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Popište pohyb míče za daných podmínek.

b) Určete, do jaké největší výšky se míč dostal a s jakým zrychlením se pohyboval.

c) Určete stálou odporovou sílu, již působil vzduch na míč při tomto pohybu.

d) Zjistěte, jak by se míč pohyboval ve vakuu, kdyby byl vržen danou rychlostí svisle vzhůru; určete největší výšku, do níž by míč vystoupil.

Řešení:

a) V první fázi koná míč pohyb rovnoměrně zrychlený se záporným zrychlením, pak padá pohybem rovnoměrně zrychleným s kladným zrychlením.

b) Označme $|a|$ absolutní hodnotu zrychlení míče v první

fázi pohybu, h_1 výšku, do které míč vystoupí za dobu t_1 , kdy má rychlost nulovou. Ze vztahů

$$h_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} |a| t_1^2, \quad 0 = v_0 - |a| t_1$$

nalezneme

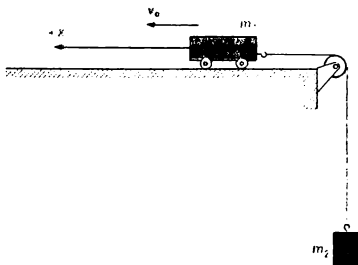
$$h_1 = \frac{1}{2} v_0 t_1 = 37,5 \text{ m}, \quad a = -\frac{v_0}{t_1} = -12 \text{ m.s}^{-2}.$$

c) Ve vakuu působí na míč, když vystupuje, tíhová síla $F_G = m g$; v našem případě na něj působí síla $F = m |a|$, $F > F_G$. Odporová síla proti pohybu

$$F_o = F - F_G = m (|a| - g) = 0,08 \text{ N}.$$

d) Ve vakuu by míč vystupoval po dobu t_2 a dosáhl by výšky h_2 , kde

$$h_2 = \frac{v_0^2}{2g} = 45 \text{ m}.$$



Obr. 81

4. úloha

Vozík o hmotnosti $m_1 = 3,5$ kg je spojen vláknem vedeným přes kladku se závažím o hmotnosti $m_2 = 1,5$ kg (obr. 81). Vozík se pohybuje po vodorovné podložce tak, že v čase $t_0 = 0$ s mu byla udělena rychlost $v_0 = 3,0$ m.s⁻¹, a vzdaluje se od kladky; tíhové zrychlení $g = 10$ m.s⁻².

a) Určete velikost a směr rychlosti vozíku v čase $t_1 = 0,80$ s. Určete polohu vozíku v tomto okamžiku.

b) Určete velikost a směr rychlosti vozíku v čase $t_2 = 2,0$ s. Určete polohu vozíku v tomto okamžiku. Určete dráhu, kterou vozík vykonal od počátku pohybu.

c) Při jaké počáteční rychlosti v_0 se vozík zastaví ve vzdálenosti $d = 2,0$ m od počáteční polohy?

Vláknem má velmi malou hmotnost a stálou délku. Hmotnost kladky neuvažujeme.

Řešení:

V době, kdy se vozík vzdaluje od kladky, jde o pohyb rovnoměrně zrychlený se záporným zrychlením

$$a = - \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = - 3,0 \text{ m.s}^{-2}.$$

V této době má v obecném čase t vozík rychlost v a jeho těžiště vodorovnou souřadnici x . Platí

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + a t = v_0 - \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} t, \\ x &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = v_0 t - \frac{1}{2} \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} t^2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Vozík se zastaví v čase t' , kdy jeho rychlost bude nulová, načež se počne pohybovat zpět. Dráhu, po jejímž ujetí se vozík zastaví, označíme x_0 . Z předchozích vztahů

$$t' = \frac{v_0}{|a|} = 1,0 \text{ s}, \quad x_0 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{|a|} = 1,5 \text{ m}.$$

Vztahy (1) platí jen pro $t \leq t'$.

Při pohybu zpět jde o pohyb rovnoměrně zrychlený se zrychlením a a s nulovou počáteční rychlostí ze vzdálenosti x_0 těžiště vozíku od výchozí polohy. V čase $t > t'$ platí vztahy

$$v = a(t - t'), \quad x = x_0 + \frac{1}{2} a(t - t')^2. \quad (2)$$

a) Poněvadž $t_1 < t'$, platí vztahy (1), z nichž určíme

$$v_1 = 0,6 \text{ m.s}^{-1}, \quad x_1 = 1,44 \text{ m}.$$

b) Poněvadž $t_2 > t'$, použijeme vztahy (2), z nichž vyjde

$$v_2 = -3,0 \text{ m.s}^{-1}, \quad x_2 = 0 \text{ m}.$$

Poněvadž $x_2 = 0 \text{ m}$, vykonal vozík dráhu $s = 2 x_0 = 3,0 \text{ m}$.

c) V tomto případě platí

$$x_0 = d = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{|a|}, \quad v_0 = \sqrt{2 d |a|} = 3,46 \text{ m.s}^{-1}.$$

5. Úlohy kategorie E

Úlohy a řešení recenzovali dr. Milan Bednařík a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl dr. Milan Bednařík

1. úloha

Pavel jel osobním vlakem a bavil se tím, že určoval rychlost vlaku, v němž cestoval, a vlaků, které projížděly na sou-

běžné koleji. K tomu použil pouze své hodinky se sekundovou ručičkou. Přestože jeho měření bylo málo přesné, poskytl mu o rychlostech vlaků přibližné údaje.

a) Jak velkou rychlostí v_1 se pohyboval osobní vlak, jestliže za dobu $t_1 = 1$ min Pavel napočítal $n = 18$ telegrafních sloupů míjejících okno jeho vagónu? Přitom nepočítal sloup, od něhož začal měřit čas. Věděl, že vzdálenost mezi každou dvojicí sousedních sloupů $l = 50$ m.

b) Jak velkou rychlostí v_2 jel po souběžné koleji rychlík v protisměru, jestliže $k = 16$ vagónů projelo kolem okna, z něhož Pavel vagóny pozoroval, za dobu $t_2 = 10$ s? Pavel přitom využil rychlost v_1 osobního vlaku vypočítanou v úloze a). Věděl, že délka rychlíkového vagónu $d = 25$ m.

c) Za jakou dobu t_3 by projelo $k = 16$ vagónů rychlíku kolem okna, z něhož Pavel vagóny pozoroval, kdyby rychlík jel rychlostí v_2 určenou v úloze b) stejným směrem jako osobní vlak jedoucí stálou rychlostí v_1 ?

Řešení:

a) Za dobu t_1 ujel osobní vlak dráhu $v_1 t_1 = n l$, odtud rychlost

$$v_1 = \frac{n l}{t_1} = 15 \text{ m.s}^{-1} = 54 \text{ km.h}^{-1}.$$

b) Ve směru jízdy osobního vlaku míjí rychlík okno pozorovatele rychlostí $v_1 + v_2$ a za dobu t_2 ujede dráhu $(v_1 + v_2) t_2 = k d$; odtud rychlost

$$v_2 = \frac{k d}{t_2} - v_1 = 25 \text{ m.s}^{-1} = 90 \text{ km.h}^{-1}.$$

c) Ve směru jízdy osobního vlaku míjí rychlík okno pozorovatele rychlostí $v_2 - v_1$ a za dobu t_3 ujede dráhu $(v_2 - v_1) t_3 = k d$, odtud

$$t_3 = \frac{k d}{v_2 - v_1} = 40 \text{ s.}$$

2. úloha

Jiří a Vláda trénují běh na uzavřené běžecké dráze délky $d = 400$ m. Oba vyběhnou současně z téže startovní čáry. Jiří běží stálou rychlostí $v_1 = 3,6$ m.s⁻¹, méně zdatný Vláda stálou rychlostí $v_2 = 2,8$ m.s⁻¹.

a) Za jakou dobu a ve kterém místě běžecké dráhy Jiří poprvé dostihne Vládu, jestliže oba vyběhli týmž směrem? Kolik kol přitom uběhne Jiří a kolik Vláda?

b) Za jakou dobu a ve kterém místě běžecké dráhy se oba potkají poprvé, jestliže vyběhli směry navzájem opačnými? Kolik kol uběhne Jiří a kolik Vláda při čtvrtém vzájemném setkání?

Řešení:

a) Jiří poprvé dostihne Vládu za dobu t . Přitom Jiří uběhne dráhu $s_1 = v_1 t$, Vláda dráhu $s_2 = v_2 t$. Poněvadž je Vláda o jedno kolo pozadu, platí

$$s_1 - s_2 = v_1 t - v_2 t = d$$

a odtud vyjádříme dobu

$$t = \frac{d}{v_1 - v_2} = 500 \text{ s.}$$

Dráhy uběhnuté za dobu t jsou $s_1 = 1\,800$ m, $s_2 = 1\,400$ m. Poněvadž $s_1 = 4d + 200$ m, $s_2 = 3d + 200$ m, dostihne Jiří Vládu ve vzdálenosti 200 m od startovní čáry, tj. právě v polovině dráhy d .

Počet uběhnutých kol je pak u Jiřího $n_1 = \frac{s_1}{d} = 4,5$ a u Vládi

$$n_2 = \frac{s_2}{d} = 3,5.$$

b) Oba chlapci se poprvé setkají za dobu t' , přičemž

uběhnou dráhy $s_1' = v_1 t'$, $s_2' = v_2 t'$. Poněvadž $s_1' + s_2' = d$, dostaneme

$$t' = \frac{d}{v_1 + v_2} = 62,5 \text{ s.}$$

Uběhnuté dráhy $s_1' = 225 \text{ m}$, $s_2' = 175 \text{ m}$ pak udávají vzdálenost místa setkání od startovní čáry ve směrech navzájem opačných. Počet kol při čtvrtém setkání je u Jiřího $n_1' = \frac{4 s_1'}{d} = 2,25$ a u Vládi $n_2' = \frac{4 s_2'}{d} = 1,75$.

3. úloha

Na staveništi zatloukali stavbaři ocelový kůl délky $d = 2,0 \text{ m}$ do země pomocí beranu o hmotnosti $m = 500 \text{ kg}$. Při prvním nárazu, při němž dopadl beran na kůl z výšky $h = 3,0 \text{ m}$, vnikl kůl do půdy o délku $s_1 = 30 \text{ cm}$.

a) Jak velkou průměrnou odporovou silou F působila půda proti vnikání kůlu?

b) O jakou délku s_2 vnikne kůl do půdy při druhém nárazu, jestliže se velikost průměrné odporové síly nezmění a jestliže beran padá z téže výšky nad povrchem země jako v prvním případě?

c) Po kolikátém nárazu, při nezměněných podmínkách, bude do země zaražena přibližně polovina kůlu?

V každém z uvedených případů určete délku dráhy, na které se beran pohybuje, až do okamžiku zastavení.

Řešení:

a) Beran padá z výšky h , po dopadu na kůl se posune zároveň s kulem ještě o délku s_1 . Změna energie polohy beranu ΔE_{p1} je ekvivalentní práci W_1 vykonané při překonávání odporové síly F po dráze s_1 , tedy práci $W_1 = F s_1$. Z rovnosti $F s_1 = G (h + s_1)$ určíme odporovou sílu

$$F = G \frac{h + s_1}{s_1} = 55 \text{ kN.} \quad (1)$$

b) Při druhém nárazu dopadne beran na kůl z výšky $h + s_1$ a posune kůl do země o délku s_2 . Poněvadž změna energie $\Delta E_{p2} = G(h + s_1 + s_2)$ a ekvivalentní práce $W_2 = F s_2$, máme rovnost $F s_2 = G(h + s_1 + s_2)$ a odtud, po dosazení z (1)

$$s_2 = s_1 \frac{h + s_1}{h} = 0,33 \text{ m.}$$

c) Po druhém nárazu vnikne do země část kůlu o celkové délce $s_1 + s_2 = 0,63 \text{ m}$. Podobně jako v části b) určíme délku s_3 , o kterou kůl pronikne dále do země po třetím nárazu:

$$s_3 = s_1 \frac{h + s_1 + s_2}{h} = 0,36 \text{ m.}$$

Poněvadž $s_1 + s_2 + s_3 = 0,99 \text{ m}$, je do země zatlučena přibližně polovina kůlu po třetím nárazu.

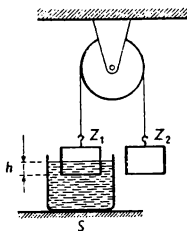
4. úloha

Na koncích vlákna vedeného přes pevnou kladku jsou zavěšena závaží Z_1, Z_2 , která mají stejný objem V . Závaží Z_1 je částečně ponořeno ve vodě tak, že soustava je v rovnovážné poloze (obr. 82). Závaží Z_2 má hustotu $\rho_2 = 7,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, závaží Z_1 má hmotnost $m_1 = 200 \text{ g}$ a hustotu $\rho_1 = 8,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Hustota vody $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

a) Určete hmotnost závaží Z_2 .

b) Určete hloubku h , v níž je dolní podstava závaží Z_1 pod volným povrchem vody. Obsah podstavy válcového závaží $S = 4,0 \text{ cm}^2$.

c) Závaží Z_2 nahradíme závažím Z'_2 stejného objemu tak, že soustava je v rovnovážné poloze při zcela ponořeném závaží Z_1 . Určete hmotnost m' závaží Z'_2 . Počítejte, že $g = 10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 82

Řešení:

a) Hmotnosti závaží jsou $m_1 = \rho_1 V$, $m_2 = \rho_2 V$. Odtud

$$m_2 = m_1 \frac{\rho_2}{\rho_1} = 195 \text{ g.}$$

b) Na závaží Z_1 působí tíhová síla $G_1 = 2,00 \text{ N}$ a vztla-
ková síla $S h \gamma_0$, kde $\gamma_0 = 10\,000 \text{ N.m}^{-3}$ je měrná tíha
vody. Na závaží Z_2 působí jen tíhová síla $G_2 = 1,95 \text{ N}$. Při
rovnováze platí $G_1 - S h \gamma_0 = G_2$ a odtud

$$h = \frac{G_1 - G_2}{\gamma_0 S} = 1,25 \text{ cm.}$$

c) Na závaží Z_1 působí tíhová síla $G_1 = 2,00 \text{ N}$ a vztla-
ková síla $F = \gamma_0 V$, kde $V = \frac{m_1}{\rho_1}$. Na závaží Z_2 působí tíhová
síla G'_2 . Při rovnováze platí

$$G'_2 = G_1 - \gamma_0 V = G_1 - \gamma_0 \frac{m_1}{\rho_1} = 1,75 \text{ N,}$$

takže závaží Z'_2 má hmotnost $m' = 175 \text{ g}$.

5. úloha

Smícháním teplé vody o teplotě $t_1 = 63^\circ\text{C}$ a studené vody o teplotě $t_2 = 13^\circ\text{C}$ byla připravena lázeň vody o teplotě $t = 33^\circ\text{C}$ a hmotnosti $m = 70\text{ kg}$.

a) Určete hmotnost m_1 teplé vody a hmotnost m_2 studené vody k přípravě lázně za předpokladu, že nedochází k tepelným ztrátám do okolí.

b) Jakou výslednou teplotu t' by měla vodní lázeň připravená stejným způsobem, ale za předpokladu, že k ohřátí vody se spotřebovalo teplo $Q = 36.4\,200\text{ J}$. Měrné teplo vody $c = 4\,200\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Řešení:

a) Je-li m_1 hmotnost teplé vody, pak hmotnost studené vody je $m_2 = m - m_1$. Po ustálení teploty lázně na hodnotě t odevzdá teplá voda teplo $Q_1 = c\,m_1(t_1 - t)$, studená voda přijme teplo $Q_2 = c(m - m_1)(t - t_2)$. Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ vyjádříme

$$m_1 = m \frac{t - t_2}{t_1 - t_2} = 28\text{ kg};$$

hmotnost studené vody $m_2 = m - m_1 = 42\text{ kg}$.

b) Jestliže se teplota lázně ustálí na hodnotě t' , přičemž k ohřátí vody se spotřebuje teplo Q , platí rovnost

$$c\,m_1(t_1 - t') = c\,m_2(t' - t_2) + Q$$

a odtud

$$t' = \frac{c(m_1 t_1 + m_2 t_2) - Q}{c(m_1 + m_2)} = 32,5^\circ\text{C}.$$

6. úloha

Ověření podmínek rovnovážné polohy páky

Úkol:

Pomocí pravítka podepřeného na dvou podpěrách a pomocí dvou závaží ověřte podmínky rovnovážné polohy páky.

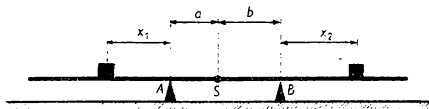
Pomůcky:

Celuloidové pravítko délky 300 mm, dvě podpěry, rovnoramenné váhy, sada závaží.

Jako podpěry buď použijeme dva úzké trojboké hranoly, nebo si je zhotovíme sami vhodným poskládáním tuhého kreslicího papíru. Podpěry umístíme ve vzdálenosti 50 mm od sebe. Přilepíme je na vodorovnou podložku.

Provedení:

1. Na rovnoramenných váhách určete hmotnost m_0 pravítka.
2. Pravítko položte na podpěry tak, aby střed S pravítka ležel ve vzdálenosti $a = 20$ mm od podpěry (obr. 83).



Obr. 83

3. Na levou stranu pravítka položte závaží o hmotnosti $m = 10$ g do takové vzdálenosti x_1 od podpěry A (obr. 83), aby se pravítko právě začalo otáčet kolem podpěry A. V tomto případě se moment tíhy závaží rovná momentu tíhové síly, působící na pravítko, vzhledem k ose otáčení na hraně podpěry A. Změřte vzdálenost x_1 .

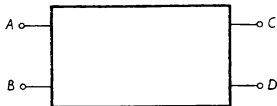
4. Totéž proveďte se závažím o hmotnosti $m = 10 \text{ g}$ na pravé straně pravítka a změřte vzdálenost x_2 závaží od podpěry B .
5. Na levou stranu pravítka, do vzdálenosti $x'_1 = 130 \text{ mm}$ od podpěry A , položte závaží (popř. několik závaží) o hmotnosti m' takové, aby se pravítko právě začalo otáčet kolem podpěry A .
6. Správnost naměřených hodnot x_1 , x_2 , m' ověřte výpočtem pomocí známé podmínky rovnovážné polohy páky. Přitom uvažte, že na pravítko působí tíhová síla F_0 s působištem ve středu S pravítka a na závaží o hmotnostech m , m' tíhové síly F , F' .
7. Výsledky měření a výpočtů porovnejte a vysvětlete případné rozdíly.

7. úloha

Uzavřená schránka se stěnami z neprůhledné izolační látky obsahuje dva rezistory, které jsou určitým způsobem vodivě propojené se svorkami A , B , C , D (obr. 84). Měřením na všech různých dvojicích svorek byly zjištěny odpory vnitřní sítě mezi svorkami. Mezi svorkami A , B je odpor $R_{AB} = 60 \text{ } \Omega$, mezi svorkami A , C odpor $R_{AC} = 100 \text{ } \Omega$, mezi svorkami A , D odpor $R_{AD} = 60 \text{ } \Omega$, mezi svorkami B , C odpor $R_{BC} = 40 \text{ } \Omega$, mezi svorkami B , D odpor $R_{BD} = 0 \text{ } \Omega$, mezi svorkami C , D odpor $R_{CD} = 40 \text{ } \Omega$.

a) Vyzkoumejte vnitřní propojení rezistorů se svorkami, které odpovídá změřeným hodnotám odporů, a nakreslete schéma tohoto propojení.

b) Určete odpory R_1 a R_2 rezistorů.

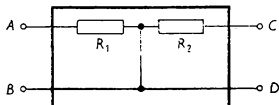


Obr. 84

Řešení:

a) Propojení rezistorů se svorkami je zřejmé z obr. 85.

b) Odporů rezistorů jsou $R_1 = 60 \, \Omega$, $R_2 = 40 \, \Omega$.



Obr. 85

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhol dr. Augustín Zvalo)

Mirko a Juraj trénovali jazdu na bicykli po priamej vodorovnej ceste. U kilometrovníka 25 km sa dohodli, že súčasne vyštartujú v opačných smeroch a po prejdení vzdialenosti s sa otočia a pôjdu naspäť. Starší Mirko ide priemernou rýchlosťou v_1 , mladší Juraj priemernou rýchlosťou v_2 .

a) Za aký čas t od štartu sa obidvaja stretli?

b) U ktorého kilometrovníka sa stretli?

c) Môže sa stať, že jeden z chlapcov neprejde ani vzdialenosť s , a obidvaja chlapci sa stretnú? Uvedte príklad. Riešte pre hodnoty $s = 5 \text{ km}$, $v_1 = 24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 16 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Riešenie:

Za dobu t ujel Mirek dráhu $s_1 = v_1 t$ a Jirka dráhu $s_2 = v_2 t$.

a) Poněvadž do okamžiku setkání ujeli dohromady dráhu $4 s$, platí

$$s_1 + s_2 = v_1 t + v_2 t = 4 s$$

a odtud doba

$$t = \frac{4 s}{v_1 + v_2} = 0,5 \text{ h}.$$

b) Mirek ujel dráhu $s_1 = v_1 t = 12$ km, Jirka dráhu $s_2 = v_2 t = 8$ km.

Jestliže oba startovali u kilometrovníku 25 km, od něhož jeli na opačné strany do vzdálenosti $s = 5$ km, projel Mirek na zpáteční cestě místem startu po ujetí 10 km a setkal se s Jirkou ve vzdálenosti 2 km od místa startu, tedy u kilometrovníku 27 km nebo 23 km podle toho, ve kterém směru silnice se označení počtu kilometrů zvětšuje.

c) Budeme předpokládat, že $v_1 > v_2$. Označme s dráhu, kterou projel rychlejší cyklista, než se otočil a jel zpět. Pomalejší ujel jen dráhu $s' < s$. Označme dále t_0 dobu, za kterou se chlapci setkali. Platí nyní

$$2s + s' = v_1 t_0, \quad s' = v_2 t_0 < s.$$

Z toho

$$2s = (v_1 - v_2)t_0 > 2v_2 t_0, \quad v_1 > 3v_2,$$

tedy např. $v_1 = 24$ km.h⁻¹, $v_2 = 7,8$ km.h⁻¹.

2. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Na výškovém stožáru televizní vysílací stanice pracovali dělníci. Jeden dělník upustil ocelovou trubku délky $l = 2$ m s hmotností $m = 10$ kg; její těžiště bylo ve výšce $h = 90$ m nad povrchem Země. Trubka dopadla do udusané půdy pod stožárem tak, že její podélná osa byla při dopadu kolmá k vodorovnému povrchu půdy. Trubka vnikla do půdy jednou čtvrtinou své délky.

a) Jakou polohovou energii tíhovou vzhledem k Zemi má trubka ve výšce, ze které ji dělník upustil?

b) Jakou práci vykoná tíhová síla, působící na trubku do jejího zastavení?

c) Jak velkou průměrnou odporovou silou F působila půda proti trubce vnikající do půdy?

Řešení:

a) $E = G h = 100 \text{ N} \cdot 90 \text{ m} = 9 \text{ kJ}.$

b) Tíhová síla vykoná práci

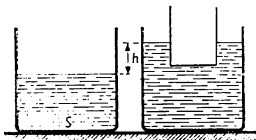
$$W = G \left(h - \frac{l}{4} \right) = 8,95 \text{ kJ} \doteq 9 \text{ kJ}.$$

c) Tato práce se spotřebuje na zaražení trubky do půdy. Odporová síla vykoná práci

$$F \frac{l}{4} = W; \text{ odtud } F = G \left(\frac{4h}{l} - 1 \right) = 17\,900 \text{ N} \doteq 18 \text{ kN}.$$

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Do vody ve válcové nádobě ponoříme hliníkový pohárek tak, aby ve vodě plaval. Přitom vystoupí volný povrch vody v nádobě o výšku $h = 2,7 \text{ cm}$ (obr. 86). Do jaké výšky h_1 vystoupí volný povrch vody v nádobě, potopíme-li pohárek zcela do vody (obr. 87)?



Obr. 86



Obr. 87

Hustota hliníku $\varrho_1 = 2\,700\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota vody $\varrho = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Řešení:

Označme S obsah průřezu nádoby, V objem pohárku, γ_1 měrnou tíhu hliníku, γ měrnou tíhu vody. Pohárek má objem $V = S h_1$ a působí na něj tíhová síla $G = V \gamma_1 = S h_1 \gamma_1$.

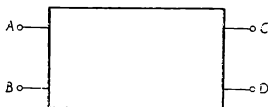
Když pohárek plave, je tíhová síla G v rovnováze se vztlačkovou silou $F_{vz} = S h \gamma$. Z rovnosti $G = F_{vz}$ dostaneme

$$h_1 = h \frac{\gamma}{\gamma_1} = h \frac{\varrho}{\varrho_1},$$

poněvadž měrné tíhy jsou přímo úměrné hustotám. Pro zadané hodnoty: $h_1 = 1\text{ cm}$.

4. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Uzavřená schránka obsahuje tři rezistory o stejném odporu R , které jsou propojeny se svorkami A, B, C, D (obr. 88). Měřením na dvojicích svorek byly zjištěny tyto odpory: $R_{AB} = 90\ \Omega$, $R_{AC} = 30\ \Omega$, $R_{AD} = 60\ \Omega$, $R_{BC} = 60\ \Omega$, $R_{BD} = 30\ \Omega$, $R_{CD} = 30\ \Omega$.



Obr. 88

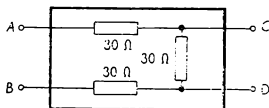
a) Navrhněte zapojení rezistorů, které odpovídá odporům naměřeným mezi svorkami.

b) Určete odpor R těchto rezistorů. Dokažte, že odpor R vyhovuje v nalezeném zapojení odporům naměřeným mezi svorkami.

Řešení:

a) Schéma zapojení je na obr. 89.

b) $R = 30 \, \Omega$, $R_{AB} = 3R = 90 \, \Omega$, $R_{AC} = R = 30 \, \Omega$,
 $R_{AD} = 2R = 60 \, \Omega$, $R_{BC} = 2R = 60 \, \Omega$, $R_{BD} = R = 30 \, \Omega$,
 $R_{CD} = R = 30 \, \Omega$.



Obr. 89

c) Třetí kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl dr. Milan Bednařík

1. úloha

Automobil jede po přímé silnici stálou rychlostí $v = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a blíží se do oblasti bouřky, kde do osamělého stromu stojícího u téže silnice uhoří blesk. Od okamžiku, kdy řidič zpozoruje zablesknutí, do okamžiku, kdy uslyší zahřmění, uplyne doba $\Delta t = 5 \text{ s}$.

a) V jaké vzdálenosti od automobilu je strom v okamžiku, kdy do něj uhoří blesk?

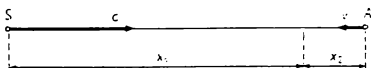
b) V jaké vzdálenosti od automobilu je strom v okamžiku, kdy řidič uslyšel zahřmění?

c) Jaké výsledky by dalo řešení úloh a), b), kdyby se automobil od oblasti bouřky vzdaloval?

Rychlost zvuku ve vzduchu je $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Řešení:

Vzdálenost stromu od automobilu v okamžiku zablesknutí označíme $SA = x$ (obr. 90). Za dobu Δt urazí čelo zvukové



Obr. 90

vlny ve směru silnice dráhu $x_1 = c \Delta t$ a automobil ujede dráhu $x_2 = v \Delta t$.

a) Poněvadž $x = x_1 + x_2$, je vzdálenost

$$x = (c + v) \Delta t = 1\,800 \text{ m}.$$

b) Vzdálenost stromu od automobilu v okamžiku, kdy řidič uslyšel zahřmění, je

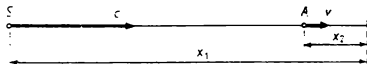
$$x_1 = c \Delta t = 1\,700 \text{ m}.$$

c) V případě vzdalování automobilu od bouřkové oblasti je podle obr. 91

$$x' = x_1 - x_2 = (c - v) \Delta t = 1\,600 \text{ m},$$

přičemž opět

$$x_1 = c \Delta t = 1\,700 \text{ m}.$$



Obr. 91

2. úloha

Na nakloněné rovině o délce $d = 4 \text{ m}$ a výšce $h = 1,5 \text{ m}$ posunujeme rovnoměrným pohybem bednu o hmotnosti $m = 40 \text{ kg}$. Bednu posuneme do nejvyššího bodu nakloněné roviny. K rozměrům bedny nepřihlížíme.

a) Jakou práci vykonáme, pohybuje-li se bedna bez tření?

b) Jakou práci vykonáme, posunujeme-li bednu po spádnicí nakloněné roviny a působí-li na ni třecí síla $F_t = 100 \text{ N}$?

c) Jakou účinnost má nakloněná rovina v případech a), b)? Který případ v praxi nikdy nenastane? Zdůvodněte.

Řešení:

a) Zvedneme-li bednu, na kterou působí tíhová síla $G = 400 \text{ N}$, do nejvyššího bodu nakloněné roviny bez tření, vykonáme práci

$$W_1 = G h = 600 \text{ J}.$$

b) Působí-li na bednu třecí síla, vykonáme kromě práce W_1 ještě práci $W_2 = F_t d = 400 \text{ J}$. Celková práce

$$W = W_1 + W_2 = 1\,000 \text{ J}.$$

c) V případě a) je účinnost nakloněné roviny $\eta = 100 \%$. Tento případ v praxi nenastane, neboť při posouvání působí na bednu vždy třecí síla. V případě b) je účinnost

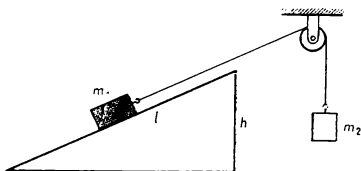
$$\eta' = \frac{W_1}{W} = 0,6 \dots 60 \%.$$

3. úloha

Přes pevnou kladku vedeme tenký provázek, na jehož jeden konec upevníme kvádr o hmotnosti $m_1 = 250 \text{ g}$, na druhý konec válec o hmotnosti $m_2 = 130 \text{ g}$. Kvádr spočívá jednou stěnou na nakloněné rovině o délce $l = 1,0 \text{ m}$ a výšce $h = 0,4 \text{ m}$ a může se po ní klouzat bez tření (obr. 92).

a) Zdůvodněte, proč se za daných podmínek bude pohybovat kvádr po nakloněné rovině směrem nahoru a válec klesat dolů.

b) Jestliže pod klesající válec postavíme nádobu s vodou a část jeho objemu se ponoří do vody, ustálí se soustava těles v rovnovážné poloze. Do jaké hloubky y pod volný povrch kapaliny se ponoří podstava válce, jejíž obsah $S = 10 \text{ cm}^2$?



Obr. 92

c) Jakou hmotnost m' by musel mít kvádr, aby soustava byla v rovnováze při ponoření válce do hloubky $y' = 5 \text{ cm}$? Hustota vody $\rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

a) Na kvádr působí tíhová síla $G_1 = 2,5 \text{ N}$, jejíž složka rovnoběžná s nakloněnou rovinou $F_1 = \frac{h}{l} G_1 = 1,0 \text{ N}$ napíná provázek na jednom konci. Druhý konec provázku napíná tíhová síla $G_2 = 1,3 \text{ N}$ orientovaná svisle dolů. Poněvadž $G_2 > F_1$, pohybuje se soustava těles tak, jak je uvedeno v zadání úlohy.

b) Při ponoření válce do hloubky y je výsledná síla $F = G_2 - F_1$ v rovnováze se vztlakovou silou $F_1 = S y \gamma$, kde $\gamma = 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$ je měrná tíha vody. Tedy

$$G_2 - F_1 = S y \gamma \quad (1)$$

a odtud

$$y = \frac{G_2 - F_1}{S \gamma} = 0,03 \text{ m}.$$

c) Při změněné hloubce y' platí podle (1) a po dosazení $F_1 = G_1 \frac{h}{l}$ vztah

$$G_2 - G_1 \frac{h}{l} = S y' \gamma$$

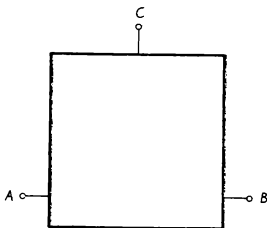
a odtud

$$G_1 = (G_2 - S y' \gamma) \frac{l}{h} = 2,0 \text{ N}.$$

Tíhové síle 2,0 N odpovídá hmotnost $m_1 = 200 \text{ g}$.

4. úloha

V uzavřené skříňce jsou vodičově spojeny tři rezistory o stejném odporu R . Rezistory jsou vodičově spojeny se svorkami A , B , C tak, že odpory naměřené mezi svorkami jsou $R_{AB} = R_{BC} = R_{AC} = 20 \, \Omega$ (obr. 93).



Obr. 93

- Nakreslete schéma zapojení rezistorů ve skříňce.
- Určete odpor R rezistorů.
- Najděte ještě další řešení úlohy.

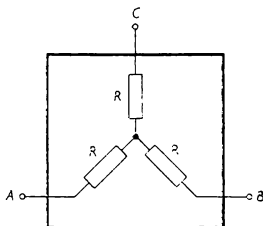
Řešení:

- Schéma je na obr. 94.

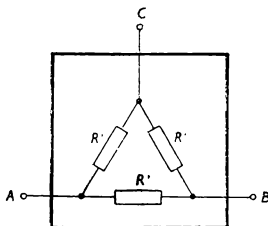
b) Odpor každého rezistoru $R = \frac{1}{2} R_{AB} = 10 \, \Omega$.

c) Jiné řešení dává obr. 95. Vyjádříme-li odpor R_{AB} jako výsledný odpor paralelně spojených odporů R' a $2R'$, dostaneme

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{2R'} = \frac{3}{2R'}; \quad R' = \frac{3}{2} R_{AB} = 30 \, \Omega.$$



Obr. 94



Obr. 95

III. ČASŤ

TRINÁSTA MEDZINÁRODNÁ FYZIKÁLNA OLYMPIÁDA

1. Priebeh a výsledky súťaže

Trinásta medzinárodná fyzikálna olympiáda (XIII. MFO) sa uskutočnila v dňoch 19.—29. júna 1982 v kúpeľnom meste Malenta v kraji Šlesvig-Holštýnsko v Nemeckej spolkovej republike. Prvýkrát sa táto populárna medzinárodná súťaž uskutočnila v západnej krajine a zúčastnil sa jej rekordný počet družstiev - 17 (doteraz najväčšie zastúpenie súťažiacich bolo na XII. MFO vo Varne - družstvá zo 14 štátov).

XIII. MFO sa zúčastnili družstvá týchto štátov: Bulharskej ľudovej republiky, Československej socialistickej republiky, Fínska, Francúzska, Grécka, Holandska, Juhoslávie, Maďarskej ľudovej republiky, Nemeckej demokratickej republiky, Nemeckej spolkovej republiky, Poľskej ľudovej republiky, Rakúska, Rumunskej socialistickej republiky, Švédska, Talianska, Vietnamskej socialistickej republiky a Zväzu sovietskych socialistických republík.

Delegácie, ktoré reprezentovali jednotlivé štáty, boli zložené z piatich súťažiacich, vedúceho delegácie a pedagogického vedúceho delegácie. Súťaže sa mohli zúčastniť len žiaci stredných škôl vo veku do 20 rokov.

Vedúcim československej delegácie bol doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedúci katedry fyziky a základov techniky Pedagogickej fakulty v Nitre, pedagogickým vedúcim delegácie bol RNDr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky a základov techniky Pedagogickej fakulty v Hradci Králové.

V príprave na XIII. MFO uplatnil ÚV FO systém niekoľkostupňovej prípravy širšieho výberu najúspešnejších účastníkov fyzikálnej olympiády. Strediská prípravy československého družstva na XIII. MFO boli katedry fyziky a základov techniky (KFazT) PF v Nitre a Hradci Králové.

V období sept. - dec. 1981 absolvovali 33 členovia širšieho výberu korešpondenčnú prípravu, ktorá pozostávala z riešenia 10 náročných fyzikálnych úloh. Na základe výsledkov korešpondenčného seminára bolo vybraných 20 najúspešnejších riešiteľov, ktorí sa zúčastnili v dňoch 6.—12. dec. 1981 1. prípravného sústredenia v Nitre. Obsah sústredenia bol orientovaný na experimentálne metódy vo fyzike, teóriu meraní a štatistické metódy spracovania experimentálnych výsledkov. V programe sústredenia boli prednášky z fyzikálnej optiky a termodynamiky. Všetci členovia širšieho výberu absolvovali 27. febr. 1982 krajské súťaže FO v kategórii A. Dvanásť najúspešnejších účastníkov krajských kôl FO s prihliadnutím na výsledky v predchádzajúcej príprave sa zúčastnili 2. prípravného sústredenia, ktoré sa konalo v dňoch 5.—11. apr. 1982 v Hradci Králové. Toto sústredenie bolo zamerané na experimentálne práce v elektrine a magnetizme, na teóriu fyzikálnych polí a na niektoré problémy vyššej matematiky. Všetci účastníci 2. prípravného sústredenia sa zúčastnili celoštátneho kola fyzikálnej olympiády konaného v dňoch 25.—28. apr. 1982 v Ostrave. Väčšina z nich získala titul Víťaz celoštátneho kola XXIII. ročníka FO a obsadili v súťaži popredné miesta.

ÚV FO na svojom zasadnutí dňa 27. apr. 1982 v Ostrave rozhodol, že na 3. prípravné sústredenie budú pozvaní nasledovní žiaci:

Friezvisko a meno	Škola	Roč.	Kraj	Umiest- nenie v 3. kole
1. Kolesík Miroslav	G. Trnava	4	Zs	1. – 2.
2. Bajer Jiří	G. Frýdek- Místek	4	Sm	1. – 2.
3. Martoňák Roman	G. Žilina Wolkerova 29	4	Ss	3.
4. Šásik Roman	G. Nitra Párovská ul.	3	Zs	4. – 5.
5. Druterovský Miloš	SPŠ elektrotech. Prešov	3	Vs	4. – 5.
6. Lieberzeit Vladimír	G. W. Piecka Praha 2	4	P	6.
7. Lopraisová Marta	G. Bílovec	4	Sm	7. – 9.
8. Tarina Peter	G. Topoľčany	4	Zs	7. – 9.
9. Vojtek Michal	G. W. Piecka Praha 2	3	P	7. – 9.
10. Kluvancec Daniel	G. Nitra Párovská ul.	3	Zs	10. – 11.
11. Tichavský Petr	G. Bílovec	4	Sm	10. – 11.
12. Hric Ján	G. Prešov Konštantínova ul.	4	Vs	12. – 13.
13. Jelínek Pavel	G. Brno Koněvova 47	4	Jm	12. – 13.

Záverečné, 3. prípravné sústredenie sa konalo v dňoch 30. mája - 12. júna 1982 na KFaZT Pedagogickej fakulty v Nitre, ktorého sa zúčastnilo trinásť najúspešnejších riešiteľov celoštátneho kola XXIII. roč. FO. V rámci prednášok a cvičení sústredenia sa venovala pozornosť mechanike tuhého telesa, kinetickej teórii plynov, fyzikálnej optike, striedavým elektrickým obvodom a laboratórnym cvičeniam.

Účastníci 3. sústredenia absolvovali 6 teoretických a 2 experimentálne testy.

Na organizačnom a odbornom zabezpečovaní sústredení sa podieľali najmä pracovníci KFaZT Pedagogickej fakulty v Nitre (doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., doc. RNDr. Tibor Gál, CSc., prof.

RNDr. Vladimír Majerník, DrSc., ing. Igor Štubňa, CSc., ing. Arne Cako, CSc., RNDr. Ladislav Morvay, RNDr. Jozef Gembarovič a ďalší), pracovníci KFaZT, gymnázia a KPÚ v Hradci Králové (RNDr. Ivo Volf, doc. RNDr. Bohumil Vybíral, CSc., RNDr. Zdeněk Ungermann, RNDr. Jaroslav Šedivý a další), pracovníčka ÚD PMKG v Bratislave s. Eva Bittnerová.

Na základe súborných výsledkov krajských kôl, celoštátneho kola XXIII. ročníka FO a výsledkov sústredení určili vedúci prípravy za prítomnosti tajomníka ÚV FO doc. RNDr. Jána Chrapana, CSc., päťčlenné družstvo pre XIII. MFO v zložení:



Obr. 96. Československé družstvo po prevzatí cen na XIII. MFO (zleva J. Bajer, D. Kluvanec, R. Šášik, M. Kolesík, P. Tichavský)

- | | |
|---------------------|----------------------------------|
| 1. Miroslav Kolesík | 4. r. g. Trnava, P |
| 2. Jiří Bajer | 4. r. g. Frýdek-Místek, P |
| 3. Roman Šášik | 3. r. g. Nitra, Párovská ul., MF |

4. Daniel Kluvanec 3. r. g. Nitra, Párovská ul., MF
5. Petr Tichavský 4. r. g. Bílovec, MF

Ako náhradníci družstva boli určení: Michal Vojtek, gymnázium W. Piecka, Praha 2, Peter Tarina, gymnázium Topoľčany.

Československá delegácia odletela do NSR 19. júna 1982 v odpoľudňajších hodinách. S prestupom na letisku vo Frankfurte nad Mohanom priletela do Hamburgu o 17.00 hodine, odkiaľ bola dopravená spolu s niektorými ďalšími delegáciami osobitným autobusom do Malenty, miesta súťaže.

Malé kúpeľné mesto Malenta leží v krajine lesov a jazier v strede medzi väčšími prístavnými mestami Kielom a Lübeckom. Súťažiaci boli ubytovaní v športovom a vzdelávacom stredisku a vedúci delegácií v športovej škole futbalového zväzu Šlesvig-Holštýnska, kde sa konali aj všetky zasadnutia medzinárodnej komisie.

Predsedom medzinárodnej komisie XIII. MFO bol prof. dr. W. Kuhn, organizačný výbor XIII. MFO pracoval v zložení: dr. G. Lind, G. Lindová, F. Reinhold. Členovia komisie pre prípravu úloh boli prof. dr. W. Kuhn, prof. dr. O. E. Berge, prof. dr. R. Lincke, doc. dr. W. Schatke, prof. dr. Schultz-Dubois.

Ako členovia medzinárodnej komisie pracovali vedúci a pedagogickí vedúci jednotlivých družstiev:

BLR: Gleb Grigorievič Zadorožnij,
Fyzikálna fakulta v Sofii
Nikola Milanov Velčev,
Ministerstvo osvedy v Sofii

ČSSR: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
Pedagogická fakulta v Nitre
RNDr. Ivo Volf,
Pedagogická fakulta v Hradci Králové

- Fínsko:** dr. Maija Ahtee,
Univerzita v Helsinkách
Jukka Mattila,
gymnázium v Eurajoki
- Francúzsko:** Pierre Legrand,
inšpektor pre fyziku v Lille
René Ravier,
lycéum v Dijone
- Grécko:** Anastasios Bontzorlos,
Larisa
Joannes Vlahos
Atény
- Holandsko:** dr. Jan F. Schröder,
Groningen
dr. Hans Jordens,
Haren
- Juhoslávia:** Draško Grujič,
Inštitút »Boris Kidric« v Belehrade
prof. Stanoje Stojanovič,
Fakulta prírodných vied v Novom Sade
- MLR:** doc. dr. Gejza Tichý,
Eötvös Univerzita v Budapešti
dr. László Takács,
Ústredný inštitút pre fyziku v Budapešti
- NDR:** prof. dr. Joachim Wendt,
Vysoká škola pedagogická v Güstrowe
Heinz Lorenz,
Ministerstvo vzdelávania v Berlíne
- NSR:** dr. Harri Heise,
gymnázium v Kiele
Wolfgang Solondz,
gymnázium v Kiele

- PER:** dr. Waldemar Gorzkowski,
Inštitút fyziky PAN vo Varšave
Andrzej Nadolny,
Inštitút fyziky PAN vo Varšave
- Rakúsko:** prof. mag. Günther Lechner,
Schwaz
prof. ing. mag. Helmuth Mayr,
Viedeň
- RSR:** Anatolie Hristev,
Fyzikálna fakulta univerzity v Bukurešti
Alexandru Burcin,
Ministerstvo vzdelávania v Bukurešti
- Švédsko:** dr. Lars Silverberg,
Malmö
dr. Lars Gislen,
Östraby
- Taliansko:** Santino Bruzzone,
Cogoleto
prof. Decio Pescetti,
Sori
- VSR:** prof. Duong Trong Bai,
Ministerstvo vzdelávania v Hanoji
Cao Ngoc Vien,
Ministerstvo vzdelávania v Hanoji
- ZSSR:** dr. Oleg Fedorovič Kabardin,
APN v Moskve
Michal Vasilievič Grabilenkov,
Ministerstvo vzdelávania v Moskve

Otvorenie XIII. MFO sa uskutočnilo 20. júna 1982 v inter-hoteli Intermar v Malente. Delegácie zo 17 štátov a hostí privítal dr. Gunter Lind, predseda organizačného výboru, ktorý prečítal pozdravný dopis prof. K. Caratensa, pre-

zidenta NSR, ktorý prijal nad XIII. MFO patronát. XIII. MFO slávnostne otvoril spolkový minister pre vedu a výskum dr. Björn Engholm, ktorý zdôraznil spoločenskú zodpovednosť vedcov pri ochrane mieru na celom svete. Súťažiacich pozdravil minister kultúry vlády Šlesvig-Holštýnska dr. P. Bedixen. Jeden zo zakladateľov medzinárodných fyzikálnych olympiád prof. Rezső Kunfalvi z MLR spomínal na históriu MFO a vyzdvihol zásluhy československého predstaviteľa prof. dr. R. Košťála pri zakladaní a formovaní tejto súťaže. O význame fyzikálnej vedy pre ľudstvo hovoril prof. dr. W. Kuhn, predseda medzinárodnej komisie XIII. MFO. Štafetu medzinárodných fyzikálnych olympiád symbolicky odovzdal hostiteľskej krajine G. G. Zadorožnij, vedúci delegácie BLR, kde sa konala XII. MFO. Po slávnostnom otvorení XIII. MFO usporiadal spolkový minister dr. B. Engholm pre delegácie a hostí v hoteli Intermar recepciu.

Prvé zasadnutie medzinárodnej komisie XIII. MFO sa konalo vo večerných hodinách v deň otvorenia súťaže, kde komisia bola zoznamená s organizačným výborom a pracovnou skupinou pre prípravu súťažných úloh. Medzinárodná komisia na svojom večernom a nočnom zasadnutí posúdila, upravila a prijala tri teoretické úlohy, ktoré vedúci delegácií preložili do národných jazykov (rokovacími jazykmi boli angličtina, nemčina, francúzština a ruština) a strojovo prepísali.

Riešenie troch teoretických úloh XIII. MFO sa konalo v pondelok dňa 21. júna 1982 v čase od 8.00 do 13.00 hodiny v hale hotela Intermar.

V stredu 23. júna 1982 v čase od 8.00 do 13.00 hodiny riešili súťažiaci dve experimentálne úlohy, ktoré prijala medzinárodná komisia na svojom druhom zasadnutí vo večerných a nočných hodinách dňa 22. júna 1982.

Po ukončení teoretickej a experimentálnej časti súťaže obdržali vedúci delegácií riešenia úloh členov svojho družstva s návrhmi bodových hodnotení podľa kritérií prijatých

v medzinárodnej komisii. V nedeľu 27. júna 1982 vedúci delegácií sa stretli s korektormi jednotlivých súťažných úloh, kde uplatnili svoje pripomienky k hodnoteniam a podpísali hodnotiace protokoly. Výsledky XIII. MFO, udelenia cien a mimoriadnych cien boli schválené na záverečnom zasadnutí medzinárodnej komisie dňa 27. júna 1982.

Záverečné slávnostné hodnotenie súťaže sa konalo 28. júna 1982 o 10.00 hodine v sále zámku v meste Eutin. Účastníkov pozdravil štátny sekretár parlamentnej skupiny pre vedu a výskum NSR E. Kuhlwein, ďalej ústredný školský inšpektor Šlesvig-Holštýnska J. Schäfer. O práci medzinárodnej komisie informoval a výsledky súťaže vyhlásil predseda medzinárodnej komisie XIII. MFO prof. dr. W. Kuhn. Diplomy, medaile, ceny a potvrdenia o účasti odovzdal súťažiacim minister vlády Šlesvig-Holštýnska dr. P. Bedixen. Všetci účastníci súťaže dostali ako darček kalkulačku TI 30, s ktorou pracovali počas súťaže.

Každá teoretická úloha bola hodnotená 0–10 bodmi, prvá experimentálna úloha 0–8 bodmi, druhá experimentálna úloha 0–12 bodmi. Súťažiaci mali možnosť získať maximálne 50 bodov.

Pre hodnotenie výsledkov súťaže prijala medzinárodná komisia kritériá, vychádzajúce z počtu bodov, ktoré získal najúspešnejší súťažiaci Manfred Lehn z NSR, 43 bodov.

I. cena, kalkulátor TI 58	38–43 bodov
II. cena, fotografický prístroj Rolei	33–37,75 bodov
III. cena, ďalekohľad	27–32,75 bodov
pochvalné uznanie	21–26,75 bodov

Súťažiaci, ktorí získali menej ako 21 bodov, boli neúspešní a dostali potvrdenie o účasti v súťaži.

Prehľad o výsledkoch súťaže

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu					Celkový počet bodov
			1	2	3	4	5	
1. 2. - 3. 4. 5. - 6. 7. 8. 9. 10. - 11.	I. cena							
	Manfred Lehn	NSR	9	9	10	7	8	43
	Adrian Devenyi	RSR	7,75	10	9,5	5,5	10	42,75
	Heikki Tuuri	Fínsko	8	10	10	5,25	9,5	42,75
	Boris Makejev	ZSSR	8,5	10	10	7	7	42,5
	Gábor Tóth	MLR	7	10	10	4,75	10,5	42,25
	Alexander Zarnacki	PER	7,5	10	8	5,75	11	42,25
	Dariusz Wiczorek	PER	5,25	9	9,5	8	10	41,75
	Claudio Emmrich	NSR	9,5	10	9,5	4,75	7,5	41,25
	Michał Kielkowski	PER	8,75	10	8	5	9	40,75
12. 13. 14.	Pavel Cvetkov	ZSSR	7,25	10	8,5	7,25	7,5	40,5
	Vladimír Uchov	ZSSR	7,75	9	9,5	6,75	7,5	40,5
	Alexander Panaszjuk	ZSSR	7,25	9	9	6	8	39,25
	Hans-Olaf Kuylenstierna	Švédsko	8	8	8,5	5,75	8,5	38,75
15. - 16. 17. 18. - 19.	András Mogyorósi	MLR	6	9	10	4	9	38
	II. cena							
	Miroslav Kolesik	ČSSR	9	10	10	3,25	5,5	37,75
	Jaan Kalda	ZSSR	6	8	8,5	7,25	8	37,75
17. 18. - 19.	Zoltan Szállási	MLR	3,75	10	9,5	5,75	8,5	37,5
	Benjamin Enriquez	Francúzsko	7	9,5	10	2,75	7,5	36,75
	Ovidiu Radulescu	RSR	7	6	9,5	5,75	8,5	36,75

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu					Celkový počet bodov
			1	2	3	4	5	
20. – 22.	Djordje Marič Johan Sköld Martin Töx	Juhoslávia Švédsko NSR	7,5 6,25 10	10 9 10	8,5 0,5 10	1 6,75 2,5	9 7,5 3,5	36 36 36
23. – 24.	Pavel Jaboha	PLR	6,75	8	9,5	3	8	35,25
25. – 26.	Jean François Burnol Jiří Bajer	Francúzsko ČSSR	6,75 6	10 5	9 10	1,5 4	8 9,5	35,25 34,5
27.	Eladior Nichita	RSR	9,5	6	8	2,5	8,5	34,5
28. – 29.	Dean Mozetič Niklas Dellby	Juhoslávia Švédsko	10 7,25	3 3	9,5 9	6,75 0,25	5 8,5	34,25 34
30. – 31.	Dragos Sersen Tomislav Grčevac	RSR	5,5 7	5 9	9,5 9	7,5 2	6,5 6,5	33,5 33,5
32. – 33.	Petr Tichavský Nikolaj Nečov Anders Rantzer	Juhoslávia ČSSR BER Švédsko	3,5 6,75 7	9 3,5 8	10 9,5 10	3,5 7 1,25	7,5 6,5 7	33,25 33,25
34.	III. cena Vinh Khanh Nguyen	VSR	8,5	5	7,5	2,75	9	32,75
35.	Harmut Löwen	NSR	8	4	9,5	3,5	7,5	32,5
36.	Huu Nhan Ho	VSR	6,25	6	8	5	7	32,25
37. – 38.	Seppo Varho Duy The Tran	Fínsko VSR	7 6	6 10	9,5 7,5	0 2,75	9,5 9	32 32
39. – 40.	Cezary Juszcak Marcel Rosu	PER RSR	3,5 5	10 5,5	10 10	0 3	8 8	31,5 31,5
41.	Daniel Khuvanee	ČSSR	4,75	6	7,5	6	6,5	30,75

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu					Celkový počet bodov
			1	2	3	4	5	
42.	Péter Földiák	MLR	7,5	5	10	1,5	6,5	30,5
43. — 44.	Gábor Oszlányi	MLR	4,75	5	9,5	4	7	30,25
	Roman Šášik	ČSSR	4,75	5,5	10	5,5	4,5	30,25
45. — 46.	Stojčeo Ivanov	BLR	3	6	8	5,75	7	29,75
	Arend Rensink	Holandsko	6	3	9,5	4,25	7	29,75
47.	Steffen Grossert	NDR	6,25	1	9	6,25	7	29,5
48.	Volher Louthouwer	NDR	4,4	5	9,5	4,75	5,5	29,25
49.	Dimitar Georgijev	BLR	4	9	4	3,5	8,5	29
50.	Marc Simon	Francúzsko	5	3	9	4,75	7	28,75
51. — 52.	Mikko Kanerva	Fínsko	1	9	9,5	0	9	28,5
	Terho Norja	Fínsko	8,5	5	9,5	1	4,5	28,5
53.	Torsten Kunz	NDR	6,25	5	9,5	2,5	5	28,25
54. — 55.	Mikael Rittri	Švédsko	7	1,5	7,5	6	6	28
	Trung Dung Ho	VSR	6	4,5	7	3	7,5	28
56.	Ralph Hwonker	NDR	8	4	7,5	4,75	3	27,25
Pochvalné uznanie								
57. — 58.	Matthias Hübner	NDR	5,5	1	10	0,5	9,5	26,5
	Ivan Ivanov	BLR	2,5	5	9,5	5,25	4,25	26,5
59.	Uwe Birkenhauer	NSR	5	1,5	9,5	2,5	7	25,5
60. — 61.	Gernot Kunz	Rakúsko	6	1	9	4	4,5	24,5
	Robert Spreouw	Holandsko	7	1	8,5	0,5	7,5	24,5
62.	Yves Chateau	Francúzsko	6	2,5	5	2	8	23,5
63.	Jyrki Lahtonen	Fínsko	5	4,5	9,5	0	4	23

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu					Celkový počet bodov
			1	2	3	4	5	
64.	Bruno Rostand	Francúzsko	8	2,5	5	2,5	3,5	21,5
65.	Matthias Katter	Rakúsko	7,25	1	0,5	2,5	4	21,25
66.	Beloslav Belšev	BER	3	5	6,5	1,5	5	21
67. - 68.	Neúspešní riešitelia							
	Mark Hollanders	Holandsko	2,5	1	9,5	1,5	5,5	20
	Huug Lamberts	Holandsko	1,5	1	7,5	1,5	8,5	20
69.	Agathagelos Kyriidis	Grécko	6	1	4,5	1,25	5,5	18,25
70.	Theodora Kouloura	Grécko	3,5	0	4	0	1,5	15
71.	David Blaauw	Holandsko	1,75	2	5	0	5	13,75
72.	Nemanja Kaloper	Juhoslávia	5	1,5	0	3	3,5	13
73.	Damir Žunić	Juhoslávia	5	0	5	0,25	2,5	12,75
74.	Andreas Unterreiter	Rakúsko	4	0	1,5	1,5	5,25	12,25
75.	Christofas Touramanis	Grécko	3,5	1	7	0	0	11,5
76.	Kristallia Papadiotou	Grécko	3,75	5	0	0	2,5	11,25
77.	Hannes Rieser	Rakúsko	2,25	1	0,5	4,5	2	10,25
78.	Emmanuel Louridakis	Grécko	2,5	4	0	0	3,5	10
79.	Klaus Aufinger	Rakúsko	1,75	0	1	1,5	3,5	7,75
80.	Renzo Gaggero	Taliansko	0	0	0	0	0,5	6,5
81.	Fabio Maggio	Taliansko	1,25	0	1,5	0	2,75	5,5
82.	Paolo Badile	Taliansko	0	1	0,5	0	3,5	5
83.	Franco Calzolari	Taliansko	0,25	0	1	0	3,5	4,75
84.	Sergio Rizzo	Taliansko	0	1	0	0	3,5	4,5

Družstvo VSR malo len 4 členov (jeden krátko pred súťažou ochorel).

Ceny za najlepšie a originálne riešenia úloh boli udelené súťažiacim

za prvú úlohu Deanovi Mozetičovi z Juhoslávie,
za druhú úlohu Borisovi Makejovovi zo ZSSR,
za tretiu úlohu Martinovi Töxovi z NSR,
za štvrtú úlohu Dariuszovi Wiecezorekovi z PLR,
za piatu úlohu Alexandrovi Zarneckému z PLR.

Medzinárodná komisia udelila osobitnú cenu najúspešnejšiemu účastníkovi XIII. MFO, ktorý sa zúčastnil troch medzinárodných fyzikálnych olympiád, Manfredovi Lehnovi z NSR. Cenu získal aj najmladší účastník XIII. MFO Dean Mozetič z Juhoslávie (nar. 7. 7. 1966).

Prehľad o dosiahnutých výsledkoch družstiev jednotlivých krajín je uvedený v tabuľke. Medzinárodná fyzikálna olympiáda je súťažou jednotlivcov a medzinárodná komisia nevyhlasuje bodové hodnotenie družstiev.

Tri najlepšie družstvá v riešení teoretickej úlohy zo striedavých elektrických prúdov (1. úloha): NSR, ZSSR, Švédsko (11. ČSSR).

Tri najlepšie družstvá v riešení teoretickej úlohy z mechaniky tuhého telesa (2. úloha): PLR, ZSSR, MLR) (4. ČSSR).

Tri najlepšie družstvá v riešení teoretickej úlohy z mechaniky a molekulovej fyziky (3. úloha): MLR, NSR, Fínsko (4. ČSSR).

Tri najlepšie družstvá v riešení experimentálnej úlohy z optiky (4. úloha): ZSSR, Švédsko, RSR (5. ČSSR).

Tri najlepšie družstvá v riešení experimentálnej úlohy z mechaniky tuhého telesa (5. úloha): PLR, MLR, RSR (8.—10. ČSSR).

Naši účastníci dosiahli tieto výsledky:

Poradie	Meno	Úloha					Celkom bodov	Hodnotenie
		1	2	3	4	5		
15. – 16.	Miroslav Kolesík	9	10	10	3,25	5,5	37,75	I. cena
25. – 26.	Jiří Bajer	6	5	10	4	9,5	34,5	II. cena
30. – 31.	Petr Tichavský	3,5	9	10	3,5	7,5	33,5	II. cena
41.	Daniel Kluvaneš	4,75	6	7,5	6	6,5	30,75	III. cena
44.	Roman Šášik	4,75	5,5	10	5,5	4,5	30,25	III. cena
Celkom bodov v % z 50,		28	35,5	47,5	22,25	33,5	106,75	
resp. 40 bodov, 60 bodov,		56	71	95	56	56	07	
250 bodov								

Tabuľka výsledkov súťažiacich a družstiev jednotlivých štátov

Poradie	Štát	Súťažiaci					Celkom	Ceny			Počet uzn.	Ne- úsp.
		1	2	3	4	5		I.	II.	III.		
1.	ZSSR	37,75	42,5	39,25	40,5	40,5	200,5	4	1	—	—	—
2.	PER	35,25	31,5	40,75	41,75	42,25	191,5	3	1	1	—	—
3.	RSR	42,75	34,5	36,75	31,5	34	179,5	1	3	1	—	—
4.	MLR	30,5	38	30,25	37,5	42,25	178,5	2	1	2	—	—
5.	NSR	25,5	41,25	43	32,5	36	178,25	2	1	1	1	—
6.	Švédsko	34	38,75	33,25	28	36	170	1	3	1	—	—
7.	ČSSR	34,5	30,75	37,75	30,25	33,5	166,75	—	3	2	—	—
8.	Fínsko	23	32	42,75	28,5	28,5	154,75	1	—	3	1	—
9.	Francúzsko	35,25	23,5	36,75	21,5	28,75	145,75	—	2	1	2	—
10.	NDR	29,5	26,5	27,25	28,25	29,25	140,75	—	—	4	1	—
11.	DDR	21	29	26,5	29,75	33,25	139,5	—	1	2	2	—
12.	Juhoslávia	33,5	13	36	34,25	12,75	129,5	—	3	—	—	2
13.	VSR	28	—	32,75	32	32,25	125	—	—	4	—	—
14.	Holandsko	13,75	20	20	29,75	24,5	108	—	—	1	1	3
14.	Rakúsko	7,75	21,25	24,5	10,25	12,25	76	—	—	—	2	3
16.	Grécko	15	18,25	11,25	11,5	10	60	—	—	—	—	5
17.	Taliansko	5	4,75	6,5	5,5	4,5	26,25	—	—	—	—	5
Celkom							2 376,5	14	19	23	10	18

Účast československého družstva na XIII. MFO možno označiť za úspešnú najmä preto, že všetci členovia družstva získali ceny a ich bodové hodnotenie bolo väčšie ako 70 % bodového hodnotenia najúspešnejšieho účastníka XIII. MFO.

Organizátori XIII. MFO príkladne pripravili aj spoločenskú, kultúrnu a poznávaciu časť pobytu delegácií v NSR. Vedúci delegácií navštívili 21. júna 1982 moderné gymnázium Heinricha Heine v časti Heikendorf mesta Kiel. Zástupcovia gymnázia a školskej správy oboznámili vedúcich delegácií so systémom vzdelávania v NSR a so špeciálnymi učebňami gymnázia pre výučbu prírodovedných predmetov. Vo večerných hodinách sa zúčastnili delegácie predstavenia W. A. Mozarta Figarova svadba v Kielskej opere. V utorok 22. júna 1982 delegácie navštívili skanzen v Molfsee, kde na záver sa zúčastnili recepcie, ktorú usporiadala vláda spolkovej republiky Šlesvig-Holštýnska za prítomnosti ministra dr. P. Bedixena. V ten istý deň sa delegácie zúčastnili ľudovej slávnosti »Kielsky týždeň«. V stredu 23. júna 1982 vedúci delegácií navštívili Fyzikálny inštitút univerzity v Kielu, kde sa zoznámili s vedeckou prácou inštitútu a prezreli si niekoľko laboratórií so zameraním na atómovú fyziku. Pozornosť vzbudilo »Múzeum experimentov« Fyzikálneho inštitútu, kde boli sústredené najlepšie pomôcky pre vyučovanie fyziky, ktoré vznikli ako diplomové práce študentov. Vo večerných hodinách sa delegácie zúčastnili orgánového koncertu v Marianskom kostole v Lübecku. S historickými pamiatkami starej časti Lübecku sa delegácie zoznámili počas celodennej exkurzie vo štvrtok 24. júna 1982. Príťažlivá bola exkurzia do Friedrichstadtu a St. Peter-Ordingu na brehu Severného mora, ktorú absolvovali delegácie v piatok 25. júna 1982. V sobotu 26. júna 1982 sa konala exkurzia do výskumného centra atómovej fyziky DESY v Hamburgu, kde sú sústredené laboratóriá pre atómový výskum NSR a inštalované tri synchrotróny, ktoré sú hlavnou časťou

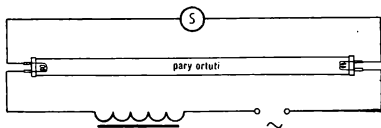
ústavu. V odpoludňajších hodinách sa uskutočnila prehliadka hamburgského prístavu a prehliadka mesta.

XIII. MFO bola ukončená 28. júna 1982 záverečným slovom dr. G. Linda, ktorý poďakoval súťažiacim za dobré výkony, vedúcim delegácií za dobrú spoluprácu v medzinárodnej komisii, organizátorom za prácu a nemalé finančné prostriedky, ktoré venovali XIII. MFO. Za účastníkov XIII. MFO poďakoval hostiteľskej krajine a organizátorom vedúci delegácie RSR prof. A. Hristev, ktorý pozval zúčastnené krajiny na XIV. MFO v roku 1983 do Rumunskej socialistickej republiky.

2. Súťažné úlohy

1. úloha

Žiarivka (luminiscenčná trubica) je pripojená na zdroj striedavého elektrického napätia s frekvenciou $f = 50,0 \text{ Hz}$ podľa schémy na obr. 97. Napätie na svorkách $U = 228 \text{ V}$, prúd v obvode žiarivky $I = 0,600 \text{ A}$, napätie na svietiacej žiarivke $U' = 84,0 \text{ V}$ a odpor tlmivky $R = 26,3 \Omega$.



Obr. 97

- Určte vlastnú indukčnosť L tlmivky.
- Určte fázový posun φ medzi celkovým napätím a prúdom v obvode.

c) Určte skutočný výkon P obvodu.

d) Tlmivka okrem obmedzenia prúdu v obvode má ešte jednu dôležitú funkciu. Definujte túto funkciu a bližšie fyzikálne vysvetlite jej význam.

e) Nakreslite graf funkcie, ktorá vyjadruje závislosť svetelného toku žiarivky od času.

f) Vysvetlite prečo žiarivku postačuje zapnúť len jedenkrát, hoci okamžité napätie na žiarivke periodicky nadobúda nulové hodnoty a pritom žiarivka nezhasne.

g) Výrobca žiariviek odporúča spojiť do série s tlmivkou kondenzátor s kapacitou $C = 4,7 \mu\text{F}$. Aký vplyv má kondenzátor na činnosť obvodu žiarivky a aký praktický význam má toto zapojenie?

h) Spektroskopom pozorujte časti žiarivky s luminofórom a bez luminofóra. Vysvetlite rozdiel medzi pozorovanými spektrami.

Žiarivku samotnú považujte za ideálny rezistor. Tlmivka je cievka s vyššou vlastnou indukčnosťou, ktorá má železné jadro. Štartér S (pozri obr. 97) je zariadenie obsahujúce kontakt, ktorý na krátky čas uzavrie obvod nakrátko v okamihu pripojenia obvodu na elektrickú sieť. Po rozsvietení žiarivky sa kontakt rozpojí.

Pozn. K riešeniu úlohy mali súťažiaci k dispozícii priamo-
hladný spektroskop a žiarivku, ktorej steny v jednej polo-
vici boli a v druhej polovici neboli pokryté luminofórom.

Riešenie:

a) Vlastnú indukčnosť L určíme pomocou impedancie Z a odporu R_1 obvodu

$$Z = \frac{U}{I}, \quad R_1 = R + \frac{U'}{I}. \quad (1)$$

Platí

$$Z = \sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}.$$

Z toho úpravou a dosadením veličín (1) máme

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \left(R + \frac{U'}{I}\right)^2}.$$

b) Pre fázový posun φ môžeme písať

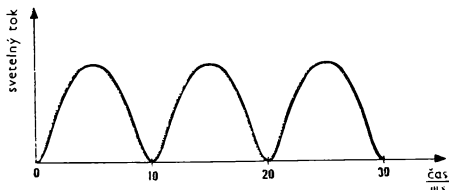
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R_1} = \sqrt{\frac{U^2}{(RI + U')^2} - 1}.$$

c) Skutočný výkon v obvode

$$P = R_1 I^2 = \left(R + \frac{U'}{I}\right) I^2 = (RI + U')I.$$

d) Pri rozpojení kontaktu štartéra vzniká na svorkách tlmičky vysoké samoindukčné napätie, ktoré je väčšie ako napätie potrebné ku vzniku samostatného výboja v žiarivke (zápalné napätie žiarivky). Výboj v žiarivke sa ďalej udržuje pri prevádzkovom napätí, ktoré je nižšie ako zápalné napätie žiarivky.

e) Graf vyjadrujúci závislosť svetelného toku žiarivky od času je na obr. 98.



Obr. 98

f) Napriek tomu, že okamžité napätie medzi vláknami žiarivky nadobúda nulové hodnoty s periódou $T = 0,02$ s, výboj v žiarivke nezanikne, lebo rekombinačná doba iónov ortuti a elektrónov v žiarivke je veľmi veľká v porovnaní s periódou T .

g) Impedancia Z' obvodu s kondenzátorom je

$$\begin{aligned} Z' &= \sqrt{R_1^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(R + \frac{U'}{I} \right)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \end{aligned}$$

Vzhľadom na to, že $\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right| \doteq \omega L$

$\left(\omega L \doteq 339 \, \Omega, \frac{1}{\omega C} \doteq 678 \, \Omega \right)$, $Z' = Z$. Obvod má rovnaké vlastnosti ako obvod bez kondenzátora (prúd v obvode, skutočný výkon, zapínanie žiarivky), len fázový posun medzi celkovým napätím a prúdom má inú hodnotu φ'

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R + \frac{U'}{I}}.$$

Výpočtom určíme $\varphi' = -63,9^\circ$. (V časti b) úlohy možno vypočítať $\varphi = 63,9^\circ$.) Kondenzátory tu plnia úlohu kompenzátora reaktívneho prúdu. V budovách s veľkým počtom žiariviek by tento prúd mohol dosahovať značné hodnoty a mal by negatívny vplyv na elektrickú sieť. Kondenzátor s uvedenou kapacitou sa pripája len do jedného obvodu z dvoch žiariviek (resp. do obvodu každej druhej žiarivky), lebo svojim vplyvom kompenzuje reaktívny účinok tlmičiek v dvoch paralelne spojených obvodoch žiariviek.

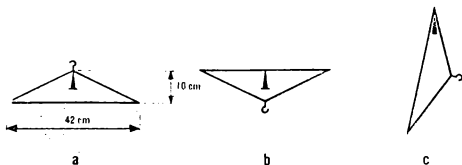
h) V nepokrytej časti trubice možno pozorovať čiarové spektrum ortuti. V časti trubice pokrytej luminofórom možno pozorovať čiarové spektrum na spojitom podklade. Spojité svetelné spektrum predstavuje žiarenie luminofóra, ktorého atómy sú vzбудené fotónmi ultrafialového žiarenia ortuťových pár.

Pre zadané hodnoty veličín: a) $L = 1,08 \text{ H}$, b) $\varphi = 63,9^\circ$, c) $P = 59,9 \text{ W}$.

2. úloha

Vešiak z drôtu koná kmitavý pohyb s malou amplitúdou v zvislej rovine okolo vodorovnej osi, pozri obr. 99 a, b, c. V prípadoch a, b je vešiak v rovnovážnej polohe a jeho najdlhšia strana je vodorovná. Vo všetkých troch prípadoch má kmitavý pohyb vešiaka rovnakú dobu kmitu T .

Určte polohu hmotného stredu vešiaka a dobu kmitu T , ak dve kratšie strany vešiaka sú navzájom rovnaké. Rozmery vešiaka sú dané v obr. 99a.

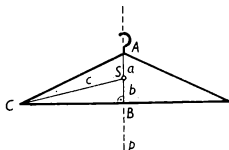


Obr. 99

Riešenie:

Hmotný stred S vešiaka bude určite na priamke p prechádzajúcej spojnicou kratších strán a kolmej na dlhšiu

stranu vešiaka (obr. 100). Vzdialenosti bodov A , B , C od hmotného stredú vešiaka označme $AS = a$, $BS = b$, $CS = c$.



Obr. 100

Pre kmitavý pohyb v prípadoch a , b , c platí

$$\begin{aligned} m a^2 - \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 m g a + I_0 &= 0, \\ m b^2 - \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 m g b + I_0 &= 0, \\ m c^2 - \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 m g c + I_0 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

I_0 je moment zotrvačnosti vešiaka vzhľadom na os prechádzajúcu jeho ťažiskom.

Uvedené kvadratické rovnice majú pre tri veličiny a , b , c len dva rozličné korene (v podstate ide o tri rovnaké kvadratické rovnice). Preto dve vzdialenosti z a , b , c musia byť navzájom rovnaké. Vzhľadom na to, že

$$c > 21 \text{ cm} > a + b = 10 \text{ cm}, \quad a = b = 5 \text{ cm}.$$

Odčítaním tretej rovnice od prvej v (1) a úpravou dostaneme

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{a + c}{g}},$$

pričom $c = \sqrt{21^2 + 5^2} \text{ cm} \doteq 21,6 \text{ cm}$.

Doba kmitu $T \doteq 1,03 \text{ s}$.

3. úloha

Balón s hmotnosťou obalu $m = 0,187 \text{ kg}$ a so stálym objemom $V = 1,10 \text{ m}^3$ má v spodnej časti otvor. Objem obalu balóna je veľmi malý. Vzduch v okolí balóna na povrchu zeme má teplotu $t_1 = 20,0^\circ\text{C}$, tlak $p_1 = 0,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a hustotu $\rho_1 = 1,20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

a) Určte teplotu t_2 vzduchu vo vnútri balóna, ak sa balón blízko nad povrchom zeme len vznáša.

b) Balón pomocou vlákna priviažeme na povrch zeme a vzduch vo vnútri balóna zohrejeme na teplotu $t_3 = 110^\circ\text{C}$. Určte silu F , ktorou balón pôsobí na vlákno.

c) Vzduch vo vnútri balóna má teplotu t_3 . Otvor balóna zaviažeme. Balón po uvoľnení začne v atmosfére stúpať. Predpokladáme, že teplota vzduchu v balóne sa pritom nemení. Teplotu t_1 okolitého vzduchu vo všetkých výškach balónu nad zemou považujeme za stálu a rovnakú. Tlak vzduchu na povrchu zeme je p_1 .

Určte výšku h nad povrchom zeme, do ktorej balón vystúpi.

d) V rovnovážnej polohe balón v zvislom smere vychýlime o vzdialenosť $\Delta h = 10 \text{ m}$ od rovnovážnej polohy a uvoľníme ho. Kvalitatívne charakterizujte ďalší pohyb balóna.

Riešenie:

a) Súčet hmotností obalu balóna a vzduchu vo vnútri balóna musí sa rovnať hmotnosti vzduchu vytlačeného balónom, ak sa balón vznáša

$$m + V \rho_2 = V \rho_1, \quad (1)$$

kde ϱ_2 je hustota vzduchu vo vnútri balóna. Ak uvážime, že tlak vzduchu vo vnútri balóna sa rovná tlaku okolitého vzduchu, potom zo stavovej rovnice pre teplotu T_2 máme

$$T_2 = \frac{\varrho_1}{\varrho_2} T_1, \quad (2)$$

dosadením za ϱ_2 z (1)

$$T_2 = \frac{\varrho_1 (273 + t_1)}{\varrho_1 - \frac{m}{V}} = 273 + t_2$$

a úpravou

$$t_2 = \frac{\varrho_1 (273 + t_1)}{\varrho_1 - \frac{m}{V}} - 273.$$

b) Sila F , ktorou pôsobí balón na vlákno, je rovná rozdielu vztlakovej sily a celkovej tiaže balóna

$$F = (m_1 - m_2) g, \quad (3)$$

„ m_1 je hmotnosť vzduchu vytlačeného balónom ($m_1 = \varrho_1 V$), m_2 je súčet hmotností vzduchu vo vnútri balóna a otnosti obalu balóna

$$m_2 = V \varrho_3 + m. \quad (4)$$

„ ϱ_3 platí podobný vzťah ako pre ϱ_2 (2), tj.

$$\varrho_3 = \frac{T_1}{T_3} \varrho_1. \quad (5)$$

Zo (4) a (5) dosadením do (3) a úpravou máme

$$F = \left(V \varrho_1 \frac{t_3 - t_1}{273 + t_3} - m \right) g.$$

c) Balón vystúpi do výšky h , v ktorej hustota ϱ_h vzduchu v okolí balóna je rovná strednej hustote ϱ_s balóna

$$\varrho_h = \varrho_s. \quad (6)$$

Hustota ϱ_h vzduchu vo výške h je určená barometrickou rovnicou

$$\varrho_h = \varrho_1 \exp \left(- \frac{\varrho_1 g h}{p_1} \right), \quad (7)$$

hustota ϱ_s vzťahom

$$\varrho_s = \frac{m + \varrho_3 V}{V} = \frac{m}{V} + \varrho_3 = \frac{m}{V} + \frac{273 + t_1}{273 + t_3} \varrho_1.$$

Dosadením vzťahov ϱ_h a ϱ_s do (6) a úpravou máme

$$h = \frac{p_1}{\varrho_1 g} \ln \frac{\varrho_1}{\frac{m}{V} + \frac{273 + t_1}{273 + t_3} \varrho_1}.$$

d) Pre malé zmeny Δh výšky h nad povrchom zeme možno exponenciálnu závislosť hustoty ϱ vzduchu od výšky h považovať približne za lineárnu. V takom prípade po zvislom vychýlení balóna z rovnovážnej polohy smerom hore alebo dolu, pôsobí na balón sila orientovaná do rovnovážnej polohy, ktorej veľkosť je priamoúmerná výchylke Δh . Proti pohybu balóna pôsobí odpor vzduchu. Balón koná tlmené harmonické kmity.

Pre zadané hodnoty veličín: a) $t_2 \doteq 68,4^\circ \text{C}$, b) $F \doteq \doteq 1,21 \text{ N}$, c) $h \doteq 841 \text{ m}$.

4. úloha

Určenie ohniskovej vzdialenosti a indexu lomu šošovky

a) Pomocou rovinného zrkadla, vody, dĺžkového meradla, ceruzky a statívu s držiakom určte ohniskovú vzdialenosť f symetrickej dvojvypuklej šošovky, pričom relatívna chyba merania nemá prekročiť hodnotu $\pm 1\%$.

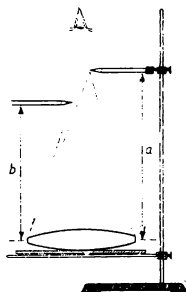
b) Určte index lomu n šošovky. Index lomu vody vzhľadom na vzduch $n_v = 1,33$. Pre ohniskovú vzdialenosť f tenkej šošovky platí

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

kde n je index lomu šošovky vzhľadom na vzduch, r_1, r_2 sú polomery krivosti optických plôch šošovky. Pre symetrickú dvojvypuklú šošovku $r_1 = -r_2 = r$, pre symetrickú dvojdutú šošovku $r_1 = -r_2 = -r$.

Riešenie:

a) Šošovku položíme na rovinné zrkadlo na dosku statívu. Ceruzku uchytime do posuvného držiaka. Zrkadlo so šošovkou posúvame dovtedy, pokiaľ ceruzku a jej obraz nevidíme v jednej priamke naproti sebe (obr. 101). Ak viditeľnosť ceruzky a jej obrazu je rovnaká, vtedy obraz i predmet sú v rovnakej vzdialenosti od oka pozorovateľa a veľkosť obrazu sa rovná veľkosti predmetu. Ak zobrazenie má iné zväčšenie ako 1, potom pri premiestňovaní oka v horizontálnej rovine z jednej strany na druhú sa z dôvodov vzniklej paralaxy navzájom posúvajú hrot ceruzky a obraz hrotu ceruzky. Len v tom prípade, ak ceruzka a jej obraz sú v jednej horizontálnej rovine, tento posun nenastáva. Pri hľadaní polohy ceruzky, pri ktorej ceruzka a jej obraz sú v jednej horizontálnej rovine, posúvame držiak s ceruzkou na zvislej tyči a pozorujeme ceruzku i jej obraz.



Obr. 101

Zrkadlo odráža svetelné lúče, ktoré prechádzajú šošovkou dvakrát. Toto zobrazenie zodpovedá zobrazeniu dvoma tesne za sebou položenými šošovkami s tou istou optickou osou.

Pre ohniskovú vzdialenosť f_1 tejto zobrazovacej sústavy platí

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (1)$$

kde a je vzdialenosť predmetu, b vzdialenosť obrazu od roviny šošovky. Optická mohutnosť $\frac{1}{f_1}$ sústavy je rovná súčtu optických mohutností šošoviek

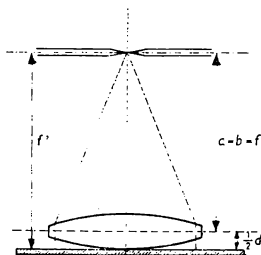
$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} = \frac{2}{f}. \quad (2)$$

Ak $a = b$, potom z (1) a (2) vyplýva

$$a = f.$$

Ak meranie má byť dostatočne presné, musíme vykonať viacero meraní a určiť najpravdepodobnejšiu hodnotu f ohniskovej vzdialenosti a chybu $\frac{\Delta f}{f}$ merania. Pritom je potrebné brať do úvahy hrúbku šošovky (obr. 102).

$$f = f' - \frac{d}{2}.$$



Obr. 102

b) K určeniu indexu lomu n skla šošovky vychádzame zo zobrazovacej rovnice dvojvypuklej symetrickej šošovky

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{r}, \quad (3)$$

kde f sme určili v časti a) úlohy. Aby sme zo vzťahu (3) mohli určiť index lomu n , potrebujeme poznať polomer krivosti r optickej plochy šošovky. K tomu použijeme tento postup: na zrkadlo dáme niekoľko mililitrov vody, do ktorej vložíme šošovku (obr. 103). Medzi sklenou šošovkou a zrkadlom sa vytvorí ploskodutá vodná šošovka s polomerom krivosti $r_1 = -r$, $r_2 = \infty$. Pre zobrazenie vodnou šošovkou (rozptylkou) platí

$$-\frac{1}{f_v} = (n_v - 1) \frac{1}{r}. \quad (4)$$



Obr. 103

Sústava obidvoch šošoviek má optickú mohutnosť

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_v}. \quad (5)$$

Ohniskovú vzdialenosť f_2 určíme rovnakým postupom ako v časti a) úlohy (ceruzku zobrazujeme tak, aby zväčšenie bolo rovné 1).

Z (3) pre n máme

$$n = \frac{r}{2f} + 1. \quad (6)$$

Polomer krivosti r určíme zo (4), pričom veličinu f_v dosadíme zo vzťahu (5)

$$r = -(n_v - 1) f_v = \frac{(n_v - 1) f_2 f}{f_2 - f}. \quad (7)$$

Pre n zo vzťahov (6) a (7) platí

$$n = \frac{(n_v - 1) f_2}{2(f_2 - f)} + 1.$$

Pre dané a namerané hodnoty veličín, napr. $f = 30,0$ cm, $f_2 = 43,9$ cm máme $n = 1,52$.

5. úloha

Štúdium pohybu valca po horizontálnej rovine

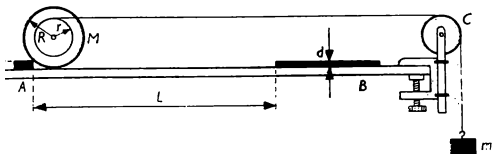
Kovový valec s polomerom R a hmotnosťou M budeme uvádzať do pohybu pomocou dvoch teliesok s hmotnosťami m , ktoré sú zavesené na koncoch dvoch pevných vlákien. Vlákna prechádzajú kladkami C a ich druhé strany sú navinuté na kruhových výrezoch s polomerom r v bočných stranách valca (obr. 104). Na oboch stranách valca sa nachádza šesť kruhových výrezov s polomerami $r_1, r_2, \dots, r_6$.

Podložku je potrebné pred meraním pomocou libely umiestniť horizontálne.

Kovové kontakty A, B s hrúbkami D a d zapínajú a vypínajú elektrické stopky.

Telieska s celkovou hmotnosťou $2m$, ak ich uvoľníme, uvedú valec do valivého pohybu bez klzania.

a) Experimentálne určte postupné zrýchlenie a osi valca, ako funkciu vzdialenosti x od osi valca, v ktorej pôsobí urýchľujúca sila.



Obr. 104

b) Určte silu F , ktorá pôsobí medzi valcom a podložkou, ako funkciu vzdialenosti r .

c) Zostrojte graf funkcie $F = f(r)$ a výsledok fyzikálne interpretujte.

d) Aké dôsledky môže mať na meranie nehorizontálne umiestnená podložka?

e) Popíšte práce pri nastavovaní aparatury a postup pri meraní pomocných veličín. Aký vplyv môže mať na meranie nesprávne nastavenie aparatury?

Dané sú nasledovné hodnoty veličín

$R = 5,00 \text{ cm}$	$r_1 = 0,75 \text{ cm}$
$M = 3,27 \text{ kg}$	$r_2 = 1,50 \text{ cm}$
$m = 50,0 \text{ g}$	$r_3 = 2,25 \text{ cm}$
$D = 1,50 \text{ cm}$	$r_4 = 3,00 \text{ cm}$
$d = 0,100 \text{ mm}$	$r_5 = 3,75 \text{ cm}$
$L = 39,2 \text{ cm}$	$r_6 = 4,50 \text{ cm}$

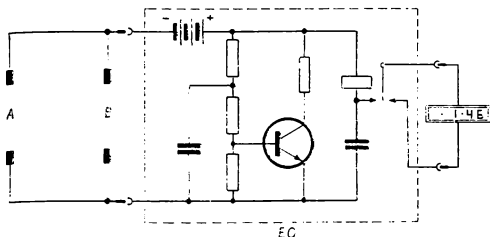
Trenie kladiek, ich hmotnosť a hmotnosť vlákien neuvažujte.

Elektrické stopky pripojte ku dvojiciam kontaktov A , B pomocou elektronického obvodu EO, ktorý fixuje polohu relé po spojení kontaktov B . Zabráňuje spusteniu stopiek, ak by valec náhodne poskočil po predchádzajúcom spojení kontaktov B (obr. 105).

Postup pri meraní (po nastavení aparatury):

1. Zapnite stopky, ľavý spínač dajte do polohy ON, pravý do polohy ADDITION.
2. Položte valec na podložku tak, aby sa dotýkal oboch kontaktov A a v tejto polohe ho pridržite.
3. Nastavte stopky na nulu stlačením tlačítka RESET.
4. Valec uvoľnite. Stopky sa zapnú, valec sa pohybuje, až prepojí kontakty B a stopky sa vypnú. Čas nameraný stopkami zapisujte do tabuľky.

Merania podľa potreba opakujte.



Obr. 103

Poznámka:

K meraniu máte k dispozícii elektronické digitálne stopky hanhart OLEDO.

Riešenie:

Podložku nastavíme horizontálne, vlákna natočíme na kruhové výrezy s polomerom $r = 0,750$ cm na oboch stranách valca. Kladky umiestnime tak, aby vlákna prechádzajúce cez kladky boli vodorovné. Takto nastavujeme aparáturu pred každým meraním pre rôzne vzdialenosti r .

a) Pre zrýchlenie a osi valca platí

$$a = \frac{2s}{t^2},$$

kde s je dĺžka dráhy, ktorú prejde valec valivým pohybom za čas t . Pri určovaní dráhy s budeme brať do úvahy aj hrúbky D a d kontaktov A , B . Pre s potom máme

$$s = L - \sqrt{2RD - D^2} - \sqrt{2Rd - d^2} \doteq 35,3 \text{ cm.}$$

Pre každú zo vzdialeností r vykonáme tri merania. Čas t zapisujeme do tabuľky, určíme najpravdepodobnejšie hodnoty t_s a pomocou nich zrýchlenia a .

b) Označme a_m zrýchlenie teliesok s hmotnosťou m . Napätie pôsobiace vo vláknach je

$$T = m g - m a_m. \quad (1)$$

Zrýchlenie a osi valca je určené silou $2 T$, ktorou pôsobia vlákna na valec, a silou reakcie F pôsobiacej medzi valcom a podložkou

$$M a = 2 T - F. \quad (2)$$

Ak sa valec otočí o úhol φ , telieska vykonajú dráhu

$$x = R \varphi + r \varphi = (R + r) \varphi,$$

kde $R \varphi$ je dráha, o ktorú sa posunie valec, a $r \varphi$ je dĺžka odvinutia vlákna. Z posledného vzťahu vyplýva

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = (R + r) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = (R + r) \varepsilon, \quad (3)$$

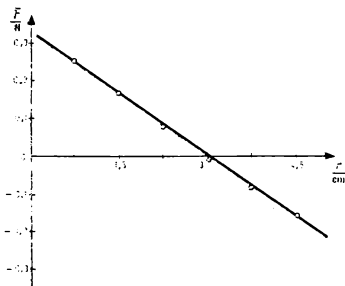
$$a_m = (R + r) \frac{a}{R}.$$

Z (1), (2), (3) dostaneme

$$F = 2 m g - \left[M + 2 m \left(1 + \frac{r}{R} \right) \right] a. \quad (4)$$

Postupne vypočítame silu F pre rôzne hodnoty vzdialenosti a zrýchlenia a , výsledky zapíšeme do tabuľky.

$\frac{r}{\text{cm}}$	$\frac{t}{s}$			$\frac{t_s}{s}$	$\frac{\sigma}{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$	$\frac{F}{N}$
0,75	1,81	1,82	1,82	1,817	0,214	0,257
1,5	1,71	1,72	1,73	1,720	0,239	0,168
2,25	1,63	1,63	1,64	1,633	0,265	0,076
3,0	1,56	1,56	1,57	1,563	0,289	-0,010
3,75	1,51	1,51	1,52	1,513	0,308	-0,080
4,5	1,46	1,46	1,46	1,460	0,331	-0,164



Obr. 106

c) Z hodnôt veličín r a F v tabulke zostrojíme graf funkcie $F = f(r)$ (obr. 106). Z grafu na obr. 106 vyplýva, že sila F pre malé hodnoty r je kladná, pre veľké hodnoty r záporná. Ak vzdialenosti r sú malé ($\frac{r}{R}$ je malá hodnota), sila Ma pôsobiaca na valec je opačne orientovaná v porovnaní so silou F . Je to zapríčinené tým, že moment sily, ktorou

pôsobí vlákno na valec, je malý a nevyvolá otáčavé skĺznutie valca. Pri väčších hodnotách $r \left(\frac{r}{R} \right)$ je väčšia hodnota, blíži sa k 1), moment sily $2 T$ je tak veľký, že zapríčini vznik opačného momentu sily F , ktorý pôsobí proti otáčavému pohybu valca. Sily Ma a F sú vtedy súhlasne orientované, F má záporné hodnoty.

Uvedené výsledky možno potvrdiť aj určením funkcie $F(r)$, ak zo vzťahu (4) vylúčime zrýchlenie a . K tomu použijeme impulzovú vetu

$$2 T r + F R = I \frac{a}{R}, \quad (5)$$

kde I je moment zotrvačnosti valca, $I = \frac{1}{2} M R^2$. Zo vzťahov (2), (4), (5) určíme

$$F = 2 m g \frac{1 - 2 \frac{r}{R}}{3 + 4 \frac{m}{M} \left(1 + \frac{r}{R} \right)^2}.$$

Pre $r = 0$

$$F = \frac{2 m g}{3 + 4 \frac{m}{M}} > 0,$$

pre $r = R$

$$F = \frac{- 2 m g}{3 + 16 \frac{m}{M}} < 0.$$

$$\text{Ak} \quad 2 \frac{r}{R} = 1, \text{ tj. } r = \frac{R}{2}, F = 0.$$

(6)

$$\text{Pre} \quad \frac{m}{M} \ll 1, F = \frac{2}{3} m g - \frac{4}{3} \frac{m g}{R} r.$$

Zo vzťahu (6) vyplýva, že funkcia $F = F(r)$ je lineárna.

d) V prípade, keby podložka nebola umiestnená horizontálne, na valec okrem ťahu vlákna by pôsobila zložka jeho tiaže $M g \sin \alpha$, kde α je uhol medzi podložkou a horizontálnou rovinou. Táto sila má smer rovnobežný s podložkou a bola by príčinou systematickej chyby merania.

e) Pri každom meraní je potrebné, aby vlákna, podobne ako podložka, boli vodorovné. Túto polohu vlákien nastavujeme posúvaním kladky v zvislom smere a kontrolujeme ju libelou.

Nevodorovné umiestnené vlákna sú ďalšou príčinou systematickej chyby. Pohyb valca v tomto prípade zapríčiňuje len zložka $2 T \cos \beta$ sily $2 T$, kde β je uhol, ktorý zvierajú každé z vlákien s vodorovnou rovinou.

OBSAH

I. část

Zpráva o průběhu soutěže	5
1. Cíl soutěže a její organizace	5
2. Složení ÚV FO ve školním roce 1981/82	8
3. Krajské a okresní výbory FO	8
4. Průběh soutěže ve školním roce 1981/82	9
A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C, D	9
B. Třetí kolo FO kategorie A	26
C. Kategorie E	30
5. Akce na podporu FO	38
6. Zhodnocení XXIII. ročníku FO	40

II. část

Soutěžní úkoly	42
1. Úlohy kategorie A	42
2. Úlohy kategorie B	93
3. Úlohy kategorie C	128
4. Úlohy kategorie D	158
5. Úlohy kategorie E	190

III. část

Trinásta medzinárodná fyzikálna olympiáda	209
1. Priebek a výsledky súťaže	209
2. Súťažné úlohy	226

PaedDr. Karel Žampa, doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
Mojmír Šimerský a RNDr. Ivo Volt

XXIII. ročník fyzikální olympiády

Obrázky rýsoval Josef Kubík

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p.,
v Praze roku 1985 jako svou publikaci č. 9-42-18/23

Edice: Pomocné knihy pro žáky

Odpovědné redaktorky: Jiřina Cívínová, Jaroslava Šarbochová

Výtvarná redaktorka: Zdena Drahokoupilová

Technická redaktorka: Hana Polívková

Z nové sazby písmem Extended vytiskly

Moravské tiskařské závody, n. p., závod 11

Formát papíru 70 cm × 100 cm

Počet stran 248

AA 10,41 (9,01 AA textu, 1,40 AA grafiky) — VA 10,96

Náklad 3 000 výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5

1. vydání

Cena brožovaného výtisku Kčs 13,00

505/21,825