

PAEDDR. KAREL ŽAMPA, DOC. RNDR. ING. DANIEL
KLUVANEC, CSC., MOJMÍR SIMERSKÝ,
RNDR. IVO VOLF

**XXII. ročník
fyzikální
olympiády**

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH ZE SOUTĚŽE
KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE 1980-81

STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ PRAHA

Vzhledem k tomu, že jde o úlohy zadané v soutěži FO již v roce 1980, vyskytují se v úlohách některé nyní již neužívané termíny (např. dráha ve smyslu trajektorie, orientace, měrné teplo) a značky veličin (např. K_g).

Vektory jsou vysazeny z výrobních důvodů stojatě polotučně, např. **F**

Zpracovali: PaedDr. Karel Žampa, doc. RNDr. ing. Daniel Klůvanec, CSc., Mojmír Simerský a RNDr. Ivo Volf

Recenzovali: doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc., RNDr. Václav Štála a František Živný

© Karel Žampa za kol., 1984

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

Fyzikální olympiáda v ČSSR má od svého vzniku za cíl vést žáky k hlubšímu studiu fyziky, rozvíjet jejich nadání a schopnosti používat získané poznatky k samostatnému řešení úloh, vytvářet podmínky k samostatnému studiu fyziky a vzbuzovat u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů na středních a vysokých školách.

Ve školním roce 1980/81 vstoupila fyzikální olympiáda do XXII. ročníku svého trvání.

1. Cíl soutěže a její organizace

ÚV KSČ při stanovení úkolů dalšího rozvoje socialistické společnosti zdůraznil význam vědeckotechnického rozvoje a péče o růst odborné a politické kvalifikace mladých kádrů. Tento úkol připadl našemu školství, které ho nemůže plně zabezpečit pouze v rámci povinné výuky. Velkým pomocníkem při plnění tohoto úkolu jsou soutěže přírodovědného a technického charakteru - tedy i fyzikální olympiáda.

Úkoly soutěže fyzikální olympiáda jsou dány organizačním řádem matematické a fyzikální olympiády, který nabyl účinnosti dnem 1. září 1976 výnosem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76 - 210, a výnosem MŠ SSR ze dne 25. května 1976, č. j. 5 835/76 - II/1.

Podrobněji byly uvedeny cíle soutěže v ročence XXI. ročník fyzikální olympiády.

Fyzikální olympiáda vytváří předpoklady pro dobrou přípravu žáků středních škol ke studiu na vysokých školách matematicko-fyzikálního a technického zaměření. Žákům základních devítiletých škol pomáhá při prohloubení přípravy ke studiu na středních školách.

V XXII. ročníku probíhala fyzikální olympiáda v pěti kategoriích: v kategorii A pro žáky IV. ročníků středních škol, v kategorii B pro žáky III. ročníků středních škol, v kategorii C pro žáky II. ročníků středních škol a v kategorii D pro žáky I. ročníků středních škol. Přitom každý žák střední školy mohl soutěžit i v kategorii určené pro vyšší ročník, než který navštěvoval. Kategorie E byla pořádána pro žáky 9. ročníků ZDŠ, popřípadě pro zájemce z 8. ročníků ZDŠ a 8. ročníků experimentálních základních škol.

První kolo všech kategorií probíhalo přímo na škole. V prvním kole všech kategorií dostali žáci za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu laboratorní. Úspěšnými řešiteli se stali žáci, kteří vyřešili dobře 5 úloh, přičemž v kategoriích A - D museli řešit experimentální úlohu. Řešitelé těchto kategorií měli současně prostudovat zadané studijní téma, na které navazovala jedna úloha v prvním kole soutěže a rovněž úlohy ve druhém a u kategorie A i ve třetím kole soutěže. Pro kategorii E nebylo určeno studijní téma.

Druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a bylo řízeno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO). Ve druhém kole soutěže FO byly účastníkům zadány 4 teoretické úlohy. Úspěšnými řešiteli byli ti žáci, kteří vyřešili alespoň dobře 2 ze zadaných úloh. Úspěšní řešitelé obdrželi pochvalná uznání.

Třetí kolo soutěže FO bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO) a jejím provedením pověřil KV FO Východočeského kraje. Účastníkům byly zadány

4 úlohy teoretické a jedna úloha laboratorní.

Třetí kolo kategorie E bylo organizováno v krajích. Účastníci řešili čtyři teoretické úlohy. Úspěšným řešitelem třetího kola FO kategorie E se stal účastník soutěže, který vyřešil úspěšně alespoň dvě úlohy.

Vítězové a úspěšní řešitelé třetího kola obdrželi diplomy a čestná uznání.

V prvním kole soutěže FO se ve všech kategoriích hodnotily úlohy třístupňovou klasifikační stupnicí, ve druhém kole všech kategorií a ve třetím kole kategorie E čtyřstupňovou klasifikační stupnicí. Řešení úloh 3. kola kategorie A byla hodnocena bodovým hodnocením. Bodový systém byl obdobný systému hodnocení na mezinárodních fyzikálních olympiádách.

Žákovská řešení se v 1. kole klasifikovala takto:

1. výborně,
2. dobře,
3. nevyhovující.

Ve 2. a 3. kole byla použita tato čtyřstupňová klasifikační stupnice:

1. výborně,
2. chvalitebně,
3. dobře,
4. nevyhovující.

Podrobné hodnocení jednotlivých klasifikačních stupňů a stanovení pořadí při použití čtyřstupňové klasifikační stupnice bylo zveřejněno v ročence XXI. ročník FO.

Pořadatelé XXII. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků, Jednotou slovenských matematiků a fyziků a se Socialistickým svazem mládeže ČSSR.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory FO a v rámci okresů řídily soutěž FO kategorie E v 1. a 2. kole okresní výbory FO. Na školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

2. Složení ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1980/81

Ve školním roce 1979/80 skončilo tříleté funkční období členů ÚV FO. Ministerstva školství ČSR a SSR ocenila práci vykonanou členy ÚV FO děkovnými dopisy a pro období 1980—1983 jmenovala členy nového ústředního výboru.

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF, JSMF a SSM) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhu JČSMF a JSMF na tříleté funkční období. Kromě toho jsou členy širšího ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Sídlem ÚV FO je Bratislava, sekretariát je rozdělen na bratislavské pracoviště a hradecké pracoviště.

Složení ÚV FO a jeho komisi

Složení předsednictva ÚV FO :

Předseda: doc. RNDr. Ivan Náter, KF EF SVŠT Bratislava

1. místopředseda: RNDr. Viktor Bezák, CSc., KVF MFF UK Bratislava

2. místopředseda: RNDr. Ivo Volf, KF a ZT Ped. fakulty Hradec Králové

1. tajemník: doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc., KJF MFF UK Bratislava

2. tajemník: RNDr. Zdeněk Ungermann, gymnázium Šimkova ulice, Hradec Králové

zástupce MŠ ČSR: ÚŠI RNDr. Václav Šůla, MŠ ČSR Praha

zástupce MŠ SSR: ÚŠI Michal Zöldy, MŠ SSR Bratislava

zástupce JČSMF: RNDr. Karel Bartuška, gymnázium Nad štolou, Praha

zástupce JSMF: doc. ing. RNDr. Daniel Klivanec, CSc., KF Ped. fakulty Nitra

zástupce ÚV SSM: doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., KF
a ZT Ped. fakulty Hradec Králové

Členové ÚV FO (v abecedním pořadí):

a) z ČSR:

1. RNDr. Milan Bednařík, CSc., KF a DF PF UP Olomouc
2. RNDr. Marta Chytilová, CSc., Brno
3. RNDr. Alois Kleveta, gymnázium Vyškov na Moravě
4. Milan Rádl, KF VŠSE Plzeň
5. Evžen Růžička, Ped. fakulta UP Olomouc
6. Mojmír Simerský, SPŠE Rožnov pod Radhoštěm
7. RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF UK Praha
8. Karel Šebela, SPŠS Na Třebešíně, Praha
9. Karel Žampa, OŠ NVmB Brno

b) z SSR:

1. RNDr. Rastislav Baník, KF Ped. fakulty Banská Bystrica
 2. RNDr. Eduard Haluška, KVF MFF UK Bratislava
 3. doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., KF Ped. fakulty Nitra
 4. RNDr. Alojz Pecho, KVF MFF UK Bratislava
 5. Zuzana Šimkovicová, gymnázium Novohradská ulice,
Bratislava
 6. Pavel Škrinár, gymnázium Prievidza
 7. RNDr. Erich Wiszt, CSc., ZVVP ÚMS SAV a ZŤS Martin
- Zástupce ÚDPM KG Bratislava: Eva Bittnerová

Při ÚV FO pracuje komise pro redakci soutěžních úloh
ve složení:

předseda: Mojmír Simerský

referent pro kategorii A: RNDr. Alojz Pecho

referent pro kategorii B: doc. ing. RNDr. Daniel Kluvanec,
CSc.

referent pro kategorii C: RNDr. Marta Chytilová, CSc.

referent pro kategorii D: RNDr. Ivo Volf

referent pro kategorii E: RNDr. Milan Bednařík, CSc.

tajemník komise: Karel Žampa

3. Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1980/81

Předsedy a členy KV FO jmenovaly na návrh poboček JČSMF a JSMF odbory školství příslušných KNV.

Funkci předsedů KV FO ve školním roce 1980/81 vykonávali:

Praha: RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF KU Praha

StřČ: ing. Jiří Machalický, CSc., KF SF ČVUT Praha

JČ: RNDr. Pavel David, KF Ped. fakulty České Budějovice

ZČ: ing. Miloš Rabas, KF VŠSE Plzeň

SČ: Jaroslav Honner, KF KPÚ Ústí nad Labem

VČ: RNDr. Zdeněk Ungermann, gymnázium Hradec Králové

JM: doc. RNDr. Jan Schwarz, KF Str. fakulty VUT Brno

SM: doc. František Kamenčák, CSc., Ped. fakulta Ostrava

Brat.: RNDr. Jozef Zámečník, CSc., KF Stav. fakulty SVŠT Bratislava

ZS: doc. RNDr. ing. Daniel Klivanec, CSc., KF Ped. fakulty Nitra

StřS: RNDr. Erich Wiszt, CSc., ZVVP ÚMS SAV a ZŤS Martin

VS: RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc., KTFa G PF UPJŠ Košice

KV FO řídily FO v kraji, a to kategorii A - D přímo a kategorii E prostřednictvím OV FO.

OV FO jmenovaly na návrh okresních pedagogických středisek odbory školství příslušných okresních národních výborů. Práce v OV FO se účastní pracovníci vysokých a středních škol, učitelé ZDŠ a pracovníci školské správy.

OV FO zabezpečovaly práci s referenty FO kategorie E a organizovaly 2. kolo FO kategorie E.

Tabulka 1. Počet středních škol, které se zúčastnily XXII. ročníku FO v kategorii A — D

Kraj	Gymnázia				SPŠ				Ostatní školy				Celkový počet škol zapojených							
	Zapojeno				zapojeno				zapojeno				v kategoriích							
	v kategoriích			cel- kem	v kategoriích			cel- kem	v kategoriích			cel- kem	v kategoriích			cel- kem				
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
Praha	16	15	14	15	20	—	1	—	5	6	—	—	—	—	—	—	16	16	14	20
StřČ	15	20	19	22	23	1	2	2	7	8	—	—	—	—	—	—	16	22	21	30
JČ	9	9	11	14	14	1	1	1	3	3	—	—	—	—	—	—	10	10	12	17
ZČ	8	9	12	13	15	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	8	9	12	15
SČ	15	14	16	19	20	—	1	—	6	6	—	—	—	—	—	—	15	16	17	27
VČ	22	19	18	22	32	1	4	2	11	12	—	—	—	—	—	—	23	23	20	33
JM	30	31	32	32	34	1	—	3	3	4	1	—	—	—	—	—	32	31	35	38
SM	20	24	22	27	33	3	1	3	10	11	—	—	—	—	—	—	23	25	25	37
Brat.	9	10	10	11	11	—	—	—	1	5	—	—	—	—	—	—	9	10	11	17
ZS	32	36	36	37	39	3	2	4	9	9	—	—	—	—	—	—	35	38	40	49
StřS	24	30	28	27	33	—	—	—	1	5	—	—	—	—	—	—	24	30	29	32
VS	26	32	31	33	33	1	1	5	15	15	—	—	—	—	—	—	27	33	36	49
Celkem	226	249	249	272	307	11	13	22	81	86	1	1	1	12	12	12	238	263	272	364
1979/80	183	249	237	230	201	20	15	29	70	83	—	2	4	9	14	14	203	266	270	309
1978/79	208	234	263	261	310	15	18	21	85	93	—	—	3	9	12	12	223	252	277	355

Tabulka 2. Počet žáků soutěžících v 1. kole XXII. ročníku FO kategorie A — D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
	Praha	60	35	67	29	63	34	175	79	365
StřČ	48	34	84	57	75	40	168	91	375	222
JČ	28	27	37	25	61	50	132	90	258	192
ZČ	39	24	42	33	38	25	55	41	174	123
SČ	37	19	58	50	63	52	231	160	389	281
VČ	65	51	71	47	66	45	169	115	371	258
JM	106	84	195	71	157	66	443	128	901	349
SM	64	58	88	75	87	66	208	166	447	305
Brat.	63	62	118	108	112	102	207	160	500	432
ZS	177	70	269	94	323	87	614	188	1383	439
StřS	87	65	93	82	112	92	156	125	448	364
VS	102	65	173	71	238	101	289	197	802	434
Celkem	876	594	1295	742	1395	760	2847	1540	6413	3636
1979/80	657	434	1395	890	1464	948	1870	941	5386	3213
1978/79	967	621	1184	804	1681	1058	2469	1307	6301	3790

S — počet soutěžících žáků

Ú — počet úspěšných řešitelů

Tabulka 3. Počet žáků soutěžících ve 2. kole XXII. ročníku FO kategorie A — D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
	Praha	35	25	29	9	34	17	79	46	177
StřČ	28	9	39	4	33	8	68	26	168	47
JČ	27	13	25	3	35	4	69	20	156	40
ZČ	22	8	30	5	20	5	41	17	113	35
SČ	19	9	42	4	43	14	106	24	210	51
VČ	50	27	46	10	41	15	88	26	225	78
JM	84	32	71	6	66	25	128	28	349	91
SM	55	29	73	10	61	27	146	40	335	106
Brat.	60	23	104	9	78	20	148	36	390	88
ZS	59	17	61	7	68	27	118	40	306	91
StřS	35	12	47	2	36	8	53	23	171	45
VS	65	42	71	7	101	40	197	59	434	148
Celkem	539	246	638	76	616	210	1241	385	3034	917
1979/80	414	182	797	206	865	332	806	206	2882	929
1978/79	592	182	698	152	917	304	1119	754	3326	1392

S — počet soutěžících žáků

Ú — počet úspěšných řešitelů

4. Průběh soutěže ve školním roce 1980/81

A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D

První kolo FO probíhalo na školách od září 1980 do ledna 1981. Úlohy prvního kola byly zveřejněny v letáku FO pro kategorii A - D, v Rozhledech matematicko-fyzikálních a první tři rovněž v Matematice a fyzice ve škole.

Druhé kolo FO kategorií A - D proběhlo ve dvou termínech, a to 2. kolo pro kategorie A a C 7. 3. 1981, pro kategorie B a D 28. 3. 1981.

Přehled nejúspěšnějších řešitelů FO ve 2. kole v kategoriích A, B, C a D

Poznámka

V přehledu je uváděno deset nejúspěšnějších řešitelů v každé kategorii, pouze v případě rovnosti pořadí (např. 8.—12.) je uváděn počet řešitelů vyšší. V případě, že počet úspěšných řešitelů byl v kraji nižší, jsou uváděni pouze tito úspěšní řešitelé.

Používané zkratky:

M — orientace na matematiku

MF — orientace na matematiku a fyziku

P — orientace na přírodovědné předměty

H — orientace na humanitní předměty

Praha

A: Plecháč Petr	G Praha 2, W. Piecka	M
Tydlitát Bořivoj	G Praha 2, W. Piecka	M
Matoušek Jiří	G Praha 10, Voděradská	MF
Couf Petr	G Praha 2, W. Piecka	M 3.r.
Nekovář Jan	G Praha 2, W. Piecka	M
Němec Jan	G Praha 7, Nad štolou	P

Novák Michal	G Praha 7, Nad štolou	P
Koniček David	G Praha 2, W. Piecka	M
Janáček Jiří	G Praha 4, Ohradní	P
Otta Lubor	G Praha 4, Ohradní	P
Kopčıl Pavel	G Praha 6, Arabská	P
B: Horák Petr	SPŠE Praha, Ječná	
Lieberzeit Vladimír	G Praha 2, W. Piecka	M
Pecka Marek	G Praha 10, Voděradská	MF
Vohryzek Jáchym	G Praha 9, Litoměřická	P
Couf Petr	G Praha 2, W. Piecka	M
Palmová Michala	G Praha 4, Budějovická	P
Němeček Ivo	G Praha 6, Arabská	P
Wichterle Daniel	G Praha 7, Nad štolou	P
Jůza Josef	G Praha 10, Přípotoční	MF
C: Alexa Petr	G Praha 2, W. Piecka	M
Vojtek Michal	G Praha 2, W. Piecka	M
Ruda Tomáš	G Praha 9, Litoměřická	P
Zamazal Jan	G Praha 4, Vítězná pláň	P
Kopecký Martin	G Praha 2, W. Piecka	M
Komorous Ivo	G Praha 8, Náhorní	MF
Marušiak Jiří	G Praha 3, Sladkovského	MF
Podlešák Michal	G Praha 6, Arabská	P
Čubanová Zuzana	G Praha 2, W. Piecka	M
Ondřejček Michal	G Praha 7, Nad štolou	P
Toman Jaroslav	G Praha 3, Sladkovského	MF
Teršıp Tomáš	G Praha 4, Vítězná pláň	P
Maršík Petr	G Praha 5, Nad Turbovou	P
D: Vokrouhlický David	G Praha 8, Náhorní	MF
Soukup Jan	G Praha 3, Sladkovského	MF
Jungwirth Pavel	G Praha 2, W. Piecka	P
Kos Petr	G Praha 3, Sladkovského	MF
Štědronský Jar.	G Praha 2, W. Piecka	M
Čulík Zdeněk	G Praha 2, W. Piecka	M

Janoušek Martin	G Praha 10, Voděradská	MF
Matras Jiří	G Praha 5, Na Zatlance	MF
Bareš Jan	G Praha 3, Sladkovského	MF
Goldmann Milan	G Praha 4, Modřany	P

Středočeský kraj

A: Rett Tomáš	G Kladno	P
Sehnal Václav	G Kladno	P
Tureček Jaroslav	G Kralupy	P
Navrátil Petr	G Kolín	P
Hafner Jan	G Kralupy	P
Kuboň Vladislav	G Mladá Boleslav	P
Vitásek Zdeněk	G Mladá Boleslav	P
Češpiva Ladislav	G Kolín	P
Šťastný Petr	G Mladá Boleslav	P
B: Šimůnek Jiří	G Kutná Hora	P
Podolský Jiří	G Mladá Boleslav	P
Vacek Karel	G Kolín	P
Bednář Bohumil	SPŠ Mladá Boleslav	
C: Archman Roman	G Dobříš	P
Dvořák Martin	G Čáslav	P
Novotný Pavel	G Beroun	P
Zavadil Petr	G Říčany	P
Kielar Petr	G Dobříš	P
Tahal Petr	G Kolín	P
Kratochvíl Libor	G Český Brod	P
Teplý Jaroslav	SPŠ Kutná Hora	
D: Nedvěd Oldřich	G Mladá Boleslav	P
Vaněk Tomáš	SPŠ Čáslav	
Kolář Petr	G Mladá Boleslav	P
Pelc Radek	G Mělník	P
Pokrupa Petr	G Nové Strašecí	P
Holinka Michal	SPŠ Kutná Hora	

Karpíšek Jindřich	SPŠ Příbram	
Kratuk Pavel	G Mělník	P
Nejedlý Zdeněk	G Benešov	P
Tichý Petr	G Mělník	P

Jihočeský kraj

A: Princ Jaroslav	SPŠ Písek	
Forst Libor	G Č. Budějovice, Jírovcova	MF
Starý Vladislav	G Písek	P
Nový Alexandr	G Tábor	P
Waltr Jaroslav	G Č. Budějovice, K. Šatala	MF
Brabec Jiří	G Tábor	P
Marešová Marie	G Pelhřimov	P
Pouzar Luděk	G Č. Budějovice, K. Šatala	MF
Sýkora Zdeněk	G Č. Budějovice, K. Šatala	MF
Kot Miroslav	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
Vanříček Jindřich	G Č. Budějovice, Jírovcova	P
B: Doležal Miroslav	G Strakonice	P
Miřátský Václav	G Pelhřimov	P
Apetauer Vladimír	SPŠ Tábor	
C: Hořejšová Šárka	G Tábor	P
Kadečka Pavel	G Tábor	P
Beták Daniel	G Strakonice	P
Finger Michael	G Vimperk	P
D: Pelikán Josef	G Č. Budějovice, K. Šatala	MF
Kukačka Václav	G Pelhřimov	P
Sládek Bohumír	SPŠ Písek	
Štyx Jindřich	G Pelhřimov	P
Mareš Jiří	G Č. Budějovice, K. Šatala	MF
Marsa Petr	G J. Hradec	P
Varvařovský Ivo	G Č. Budějovice, K. Šatala	MF
Drtina Tomáš	G Č. Budějovice, Jírovcova	P

Slováček Pavel	G Strakonice	P
Bartoška Petr	G Pelhřimov	P
Dvořáková Milosl.	G Pelhřimov	P
Masojádek Antonín	G Písek	P
Macka Miloslav	SPŠ Písek	

Západočeský kraj

A: Laciga Petr	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Pokorný Pavel	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Novák Vít	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Burle Jan	G K. Vary	P
Vetengl Jaromír	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Rajtmajer Ladislav	G Ostrov n. O.	P
Šimka Zdeněk	G Domažlice	P
Kobeda Zdeněk	G Plzeň, ul. Pionýrů	P
B: Holý Jan	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Šmrhová Božena	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Tříška Bohumil	G Blovice	P
Beneš Tomáš	G K. Vary	P
Niedermeier Josef	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
C: Holeček Tomáš	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Aloy Tomáš	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Marešová Jana	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Jelen Stanislav	G K. Vary	P
Hajšman Martin	G K. Vary	P
D: Ženíšek Jiří	G K. Vary	P
Plevný Miroslav	G Cheb	P
Martínek Tomáš	G Ostrov n. O.	P
Hógel Ondřej	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Šíma Vladislav	G Klatovy	P
Machačka Radek	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Křižanovská Mich.	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF

Majerová Hana	SPŠS Plzeň	
Scheinherr Eugen	G Sušice	P
Běláč Josef	G Plzeň, nám. Odbojářů	MF
Bláha Petr	SPŠE Plzeň	
Krůta Václav	G Cheb	P

Severočeský kraj

A: Opočenský Petr	G Frydlant	P
Havránek Zdeněk	G Kadaň	P
Mysík Miloslav	G Rumburk	P
Kropík Martin	G Roudnice	P
Kučera Pavel	G Teplice	P
Neumann Zdeněk	G Teplice	P
Málek Zdeněk	G Liberec	MF
Ficenec Michal	G Ústí n. L.	P
Fojtík Jaroslav	G Litvínov	P
B: Ježek Lubomír	G Rumburk	P
Novotný Karel	G Lovosice	P
Jelínek Radek	G Jablonec n. N.	P
Koudelka Jiří	G Jablonec n. N.	P
C: Drábek Jaromír	G Jablonec n. N.	P
Vítovec Pavel	G Litvínov	P
Račinský Stanislav	G Podbořany	P
Jirásková Naďa	G Ústí n. L.	P
Baše Martin	G Frydlant	P
Kaprová Pavlína	G Liberec	MF
Cimrtová Eva	G Rumburk	P
Krejza Ivo	G Roudnice	P
Nykodýmová Petra	G Liberec	P
Kociánová Mich.	G Frydlant	P
Kleteschka Günther	G Litoměřice	P
Šindrbal Radko	G Roudnice	P

D: Smutný Vladimír	G Liberec	P
Kuba Pavel	G Teplice	MF
Jinek Tomáš	G Liberec	MF
Matějka Pavel	G Louny	P
Kokejl Jan	SPŠS Děčín	
Richtr Aleš	G Jablonec	P
Holý Michal	G Jablonec	P
Štěpánek Václav	G Podbořany	P
Tintěra Martin	SPŠS Ústí n. L.	
Koudelka Petr	G Jablonec	P
Beran Petr	G Rumburk	P

Východočeský kraj

A: Matoušek Pavel	G Hradec Králové	MF
Průša Radovan	G Hradec Králové	MF
Trnka Vít	G Pardubice	MF
Pessa Ladislav	G Havlíčkův Brod	P
Koreň Ivo	G Hradec Králové	MF 2.r.
Kuriplach Jan	G Pardubice	MF
Vodička Jaroslav	G Hradec Králové	MF
Burda Radek	G Hradec Králové	MF 3.r.
Šenfeld Martin	G Turnov	P
Resler Jaroslav	G Lanškroun	P

E: Novotný Miroslav	SPŠE Pardubice	
Škoda Jaroslav	SPŠE Dobruška	
Sourada Milan	G Pardubice	MF
Urban Jaroslav	G Pardubice	MF
Škoda Petr	G Turnov	P
Majer Karel	G Hradec Králové	MF
Doškář Pavel	G Jičín	P
Machačová Mirka	G Rychnov n. K.	P
Jiříček Petr	G Litomyšl	P
Strnádek Miroslav	G Jilemnice	P

C: Kopecký Miloš	G Hradec Králové	MF
Kratochvíl Aleš	G Hořice v P.	P
Málek Martin	G Hradec Králové	MF
Votinský Jiří	G Pardubice	MF
Rýdl Adolf	G Trutnov	MF
Lukášek Bohumil	G Hradec Králové	MF
Petera Pavel	SPŠE Pardubice	
Moučka Petr	G Hořice v P.	P
Rybka Jaroslav	G Pardubice	MF
Hofman Jiří	G Hořice v P.	P
Mňuk Michal	G Dobruška	P
D: Linhart Zbyněk	G Pardubice	P
Pecina Tomáš	G Turnov	P
Voženílek Josef	SPŠE Pardubice	
Píro Jiří	SPŠŽ Česká Třebová	
Procházka Jan	SPŠE Pardubice	
Mečíř Ladislav	G Semily	P
Valenta Jan	G Hradec Králové	MF
Křížek Milan	SPŠE Pardubice	
Prachař Petr	G Pardubice	MF
Pozier Richard	G Hradec Králové	MF
Volák Miroslav	SPŠE Pardubice	
Vaněk Miloš	G Trutnov	P
Záruba Jiří	G Chrudim	P

Jihomoravský kraj

A: Fejfar Antonín	G Brno, Koněvova	MF
Klimeš David	G Blansko	P
Sůkal Jiří	G Hustopeče	P
Findura Milan	G Brno, tř. kpt. Jaroše	P
Bochníček Zdeněk	G Brno, Koněvova	MF
Trunc David	SPŠSlév. Brno	
Henzl Tomáš	G Brno, Koněvova	MF
Doležal Zdeněk	G Moravské Budějovice	P

Benedikl Radek	G Nové Město na Mor.	P
Vašek Pavel	G Uherské Hradiště	P
B: Jelínek Pavel	G Brno, Koněvova	MF
Kučera Roman	G Jihlava	P
Mrázek Jiří	G Žďár n. Sáz.	P
Suk Jiří	G Žďár n. Sáz.	P
Manová Drahomíra	G Třebíč	P
Hlinomaz Ota	G Blansko	P
C: Smejkal Jaroslav	G Velké Meziříčí	P
Ondra Miroslav	G Hodonín	P
Vařacha František	G Znojmo	P
Peringer Petr	G Bystřice n. P.	P
Matýšek René	G Brno, Koněvova	MF
Dolejší Miloš	G Jihlava	P
Kolář Martin	G Brno, Křenová	P
Rotschein Petr	G Brno, Koněvova	MF
Boníček Radomír	G Prostějov	P
Slavík Petr	G Brno, Koněvova	MF
D: Chmelík Radim	G Brno, tř. kpt. Jaroše	P
Solařík Marek	SPŠS Gottwaldov	
Nekvapil Tomáš	G Brno, Elgartova	P
Kovář Zdeněk	G Brno, Slovanské nám.	P
Hanák Pavel	G Uherské Hradiště	P
Zemčík Pavel	SPŠE Brno	
Bílek Aleš	G Žďár n. Sáz.	P
Kalisz Tomáš	G Gottwaldov	P
Řezníček Tomáš	G Brno, Slovanské nám.	P
Nazarčuk Petr	G Brno, Slovanské nám.	P

Severomoravský kraj

A: Hadámek Jiří	G Opava	P
Pavlík Petr	SPŠ Přerov	

Slanina František	G Bílovec	M
Novosad Antonín	SPŠE Rožnov p. Radh.	
Škopec Antonín	G Opava	P
Brzezina Miroslav	G Bílovec	M
Krov Jiří	G Bílovec	M
Kurka Vít	G Opava	P
Sedláček Martin	G Havířov	P
Sobotík Pavel	G Příbor	P
Šimek Milan	G Příbor	P
Štefánková Iva	G Bílovec	M
Tichavský Petr	G Bílovec	M 3.r.
Vrobel Jiří	G Ostrava, Šmeralova	P
Wimmer Vladimír	G Bílovec	M
B:		
Bajer Jiří	G Frýdek-Místek	P
Soukeník Jaroslav	G Rýmařov	P
Tichavský Petr	G Bílovec	M
Hudec Richard	G Frýdek-Místek	P
Krajča Robert	G Bílovec	M
Buček Luděk	G Nový Jičín	P
Martiník Aleš	G Ostrava, Šmeralova	P
Šimetka Zbyněk	G Opava	P
Metzlová Hana	G Opava	P
Ondrušek Martin	G Opava	P
C:		
Nakládal Petr	SPŠ Hranice	
Marek Jiří	G Bílovec	M
Cieplý Aleš	G Ostrava, Šmeralova	P
Minařík Karel	G Hranice	P
Rusek Michal	G Šternberk	P
Dvořáček Libor	G Zábřeh	P
Pentelschmiedová Petra	G Olomouc, Hejčín	P
Erhart Jiří	G Bílovec	M
Malátek Roman	G Přerov	P
Morávek Milan	G Šternberk	P

Říhošek Pavel	G Ostrava, Šmeralova	P
D: Dambovský Dalibor	G Bílovec	M
Kráčmar Pavel	G Bílovec	M
Čermák Ivo	G Bílovec	M
Kupková Martina	G Olomouc, Hejčín	P
Čásek Dalibor	SPŠ Olomouc	
Bajer Ivo	G Frýdek-Místek	P
Polášek Miroslav	G Bílovec	M
Drozd Marcel	G Bílovec	M
Shash Taysir	G Český Těšín	P
Kočí Vladimír	G Bílovec	M
Žalman Lubor	G Ostrava, Šmeralova	P

Bratislava

A: Bednárik Jozef	G B., A. Markuša	M
Schiesslová Dana	G B., Bilíková	P
Zemanová Jana	G B., Bilíková	P
Kvasnička Peter	G B., L. Novomeského	P
Hanajík Milan	G B., J. Hronca	P
Lietava Roman	G B., L. Novomeského	P
Hronský Milan	G B., L. Novomeského	P
Kokavec Pavol	G B., Metodova ul.	P
Dobrucký Miroslav	G B., L. Sáru	P
Sobek Viktor	G B., J. Hronca	P
B: Svátková Zuzana	G B., A. Markuša	M
Martišovitéš Viktor	G B., J. Hronca	P 2.r.
Habán Igor	G B., J. Hronca	P
Bernát Viliam	G B., J. Hronca	P
Krempaský Juraj	G B., J. Hronca	P
Bachníček Jozef	G B., J. Hronca	P
Vojtyla Pavol	G B., J. Hronca	P
Ralbovský Pavol	G B., A. Markuša	M
Šmíd Miroslav	G B., A. Markuša	M

C: Pulman Richard	G B., J. Hronca	P
Tichý Miloš	G B., J. Hronca	P
Martišovič Viktor	G B., J. Hronca	P
Maťko Igor	G B., J. Hronca	P
Borovanský Peter	G B., J. Hronca	P
Panáč Stanislav	G B., J. Hronca	P
Stríženec Pavol	G B., J. Hronca	P
Kosseyová Anna	G B., J. Hronca	P
Osvald Róbert	G B., J. Hronca	P
Tiňo Peter	G B., J. Hronca	P
Šubr Zdeno	G B., I. Horvátha	P

D: Khandlová Monika	G B., J. Hronca	P
Belohorec Peter	G B., J. Hronca	P
Kneppo Pavol	G B., J. Hronca	P
Podhorská Monika	G B., Bilíkova	P
Hejný Michal	G B., J. Hronca	P
Jurkovič Martin	G B., J. Hronca	P
Horváth Ondrej	G B., A. Markuša	M
Kováčová Kvestin	G B., J. Hronca	P
Čičel Martin	G B., J. Hronca	P
Barnášová Martina	G B., J. Hronca	P
Škoda Daniel	G B., J. Hronca	P
Koprla Miloš	G B., J. Hronca	P
Horváth Ivan	G B., A. Markuša	M
Ježík Ivan	G B., A. Markuša	M
Franz Marcel	G B., Metodova ul.	P
Vallová Zuzana	G B., L. Novomeského	P

Západoslovenský kraj

A: Mráz František	G Malacky	P
Kolesík Miroslav	G Trnava	P
Bartalos Arpád	G Čalovo	P maď.
Babinec Peter	SPŠE Piešťany	
Plesník Samuel	G Nové Mesto	P

Cziborová Ildikó	G Komárno	P maď.
Tarina Peter	G Topolčany	P
Fonód Tibor	G Komárno	P maď.
Obtulovičová Beata	G Nitra, E. Gudernu	P
Záhorský Ladislav	G Levice	P
B: Rajník Vladimír	G Trenčín	P
Obuch Milan	G Nitra, E. Gudernu	P
Košík Lonard	G Trenčín	P
Tarina Peter	G Topolčany	P
Kňazík Ján	G Trenčín	P
Teleki Aba	G Nitra, E. Gudernu	P
Kolman Ludovít	G Trnava	P
C: Kluvanec Daniel	G Nitra, Párovská	P
Bartek Marián	G Sereď	P
Moricz Gejza	G Komárno	P maď.
Šášik Roman	G Nitra, Párovská	P
Szalay Erzsébeth	G Komárno	P maď.
Kulosár Ferdinand	G Komárno	P maď.
Marček Anton	G Trenčín	P
Mocko Dušan	G Nové Mesto	P
Gyarmati Tichomír	G Komárno	P maď.
Kotiers Roman	G Šamorín	P maď.
Lovász Tibor	G Komárno	P maď.
Mircz Jacint	G Galanta	P maď.
D: Kluvancová Dag.	G Nitra, Párovská	P
Rigdóiová Agnesa	G Dunajská Streda	P maď.
Drobný Gabriel	G Trenčín	P
Vančo Juraj	G Hlohovec	P
Michalík Juraj	G Nitra, E. Gudernu	P
Mužik Ján	G Nitra, Párovská	P
Slobodník Peter	G Štúrovo	P
Valent Michal	G Levice	P
Keseli Roland	SPŠCH Šala	

Cyprián Peter	G Piešťany	P
Páleník Richard	G Nitra, Párovská	P

Středoslovenský kraj

A: Kálosi Peter	G Filakovo	P
Virdzek Ondrej	G Žilina, V. Okružná	P
Garlík Miroslav	G Martin	P
Paluš Milan	G Prievidza	P
Švrček Marián	G Banská Štiavnica	P
Krčíková Zuzana	G Martin	P
Hogh Marián	G Turčianské Teplice	P
Kocák Eugen	G Vrútky	P
Kubošek Pavel	G Turzovka	P
Mrázová Zuzana	G Vrútky	P
B: Martoňák Roman	G Žilina, Wolkerova	P
Celerin Ivan	G Martin	P
C: Mižurová Jana	G Vrútky	P
Gažo Martin	G Martin	P
Kratka Milan	G Prievidza	P
Vríčan Slavomír	G B. Bystrica, Tajovského	P
Kušková Ivana	G Prievidza	P
Gintner Mikuláš	G B. Bystrica, Tajovského	P
Brezáni Ladislav	G Prievidza	P
Balogh Gabriel	G Filakovo	P
D: Bezák Martin	G Prievidza	P
Aláč Luboš	G Zvolen	P
Gajdošeh Roman	G Žilina, V. Okružná	P
Okál Ján	G Martin	P
Pobehová Andrea	G Žilina, Wolkerova	P
Nolčák Igor	G Žiar n. Hronom	P
Karaka Vladimír	G Prievidza	P
Obšil Jindřich	G B. Bystrica, Tajovského	P

Dokoupil Ivo	G B. Bystrica, Tajovského	P
Borák Pavol	G Prievidza	P
Lipták Jozef	G Zvolen	P
Kalinec Vlastimil	G Zvolen	P
Móricová Mária	G Vrútky	P
Kučera Roman	G Žilina, V. Okružná	P

Východoslovenský kraj

A: Nosál Vladimír	G Košice, Šrobárova	MF
Hložka Miroslav	SPŠE Košice	
Dzurňák Albín	G Košice, Šmeralova	MF
Hric Ján	G Prešov, Konštantínova	MF
Hudec Vladimír	G Košice, Šmeralova	MF
Pituk Michal	G Košice, Kuzmányho	P
Tešlár Peter	G Rožňava	P
Koči Peter	G Košice, Šrobárova	MF
Čech Marián	G Spišská Nová Ves	P
Lešťan Peter	G Spišská Nová Ves	P
B: Hric Ján	G Prešov, Konštantínova	MF
Viest Mário	G Košice, Šmeralova	MF
Fedáková Anna	G Snina	P
Sedlák Anton	G Prešov, Konštantínova	MF
Ďuriš Vladimír	SPŠE Prešov	
Balog Peter	G Prešov, T. Ševčenku	P
Nagy Attila	G Košice, Kuzmányho	P
C: Magda Roman	G Košice, Kováčska	P
Kožuško Peter	G Košice, Šrobárova	MF
Drutarovský Miloš	SPŠE Prešov	
Mihóková Eva	G Prešov, Konštantínova	MF
Ferenc Marián	G Prešov, Konštantínova	MF
Dančík Vladimír	G Košice, Šmeralova	MF
Smolárik Oto	G Košice, Kováčska	P
Rohál Miroslav	G Snina	P

Galko Jaroslav	G Prešov, Konštantínova	MF
Hatala Marek	G Košice, Šmeralova	MF
D: Vasilišin Jozef	G Košice, Šmeralova	MF
Lipka Jozef	G Prešov, Konštantínova	MF
Kasardová Alena	G Košice, Kováčska	P
Bercik Peter	G Košice, Šmeralova	MF
Orság Miroslav	G Prešov, Konštantínova	MF
Kancírová Bibiana	G Prešov, Konštantínova	MF
Rímsky Miroslav	SPŠ Prešov, Duklianska	
Čeman Miloš	G Košice, Šrobárova	MF
Balasz Juraj	G Košice, Kuzmányho	P
Piják Július	SPŠ dopravná Košice	

B. Třetí kolo kategorie A

Třetí kolo FO kategorie A proběhlo ve dnech 26.—29. dubna 1981 v Hradci Králové.

Soutěž byla zahájena v neděli 26. dubna předsedou ÚV FO doc. dr. Ivanem Náterem, CSc., za účasti zástupců JČSMF, ÚV SSM, ÚV MO, zástupců školské správy OŠ VČK, Pedagogické fakulty a dalších složek.

29. dubna byly na společném setkání řešitelů celostátního kola výsledky zveřejněny a vítězům byly předány diplomy a odměny, dalším úspěšným řešitelům pak čestná uznání.

Při hodnocení výsledků byl poprvé realizován bodový systém. Byl zjištěn počet bodů, které získal nejlepší řešitel. Tento počet bodů byl vzat za základ a úspěšnými řešiteli byli prohlášeni všichni, kteří získali alespoň 50 % tohoto bodového hodnocení. Dvacet nejlepších účastníků soutěže bylo vyhlášeno za vítěze.

Na 3. kolo bylo pozváno 83 účastníků, dostavilo se 82.

Hodnocení krajů a řešení úloh je uvedeno v tabulkách 4 a 5.

Tabulka 4. Výsledky 3. kola

Kraj	Počet všech pozvaných řešitelů	Počet všech úspěšných řešitelů	Z toho počet vítězů	Počet nedosta- vivších se
Praha	13	9	6	—
StřČ	4	3	1	—
JČ	4	2	—	—
ZČ	5	3	1	—
SČ	3	3	3	—
VČ	10	9	3	—
JM	7	4	1	—
SM	10	6	2	—
Brat.	10	8	2	—
ZS	5	4	—	—
StřS	4	4	—	—
VS	8	4	1	1
Celkem	83	59	20	1

Tabulka 5. Bodové hodnocení jednotlivých úloh 3. kola FO kategorie A

Body	1. úloha max. 10	2. úloha max. 10	3. úloha max. 10	4. úloha max. 10	5. úloha max. 20		
0	1	25	9	24	0	—	body
1	0	14	2	1	5	6	11
2	1	23	4	3	2	7	12
3	1	9	3	4	3	5	13
4	3	0	5	6	9	13	14
5	6	1	8	5	0	6	15
6	8	1	6	9	4	5	16
7	11	4	10	6	3	0	17
8	32	0	8	10	4	3	18
9	9	3	6	7	4	1	19
10	10	2	21	7	2	0	20
Průměr bodů v úloze	7,37	1,99	6,25	4,59	10,08		

Výsledky 3. kola kategorie A XXII. ročníku FO

a) Vítězové XXII. ročníku FO v kategorii A

Pořadí	Jméno	Škola	Roč.	Počet bodů
1.	Tydlitát Bořivoj	G Praha, W. Piecka	4	50
2.	Havránek Zdeněk	G Kadaň	4	47
3.-5.	Hanajík Milan	G Bratislava, Novohrad.	4	46
	Plecháč Petr	G Praha, W. Piecka	4	46
	Němec Jan	G Praha, Nad štolou	4	46
6.-7.	Laciga Petr	G Plzeň, J. Fučíka	4	45
	Fejfar Antonín	G Brno, Koněvova	4	45
8.	Hudec Vladimír	G Košice, Šmeralova	4	44
9.-10.	Matoušek Pavel	G Hradec Králové, J. K. Tyla	4	42
	Pavlík Petr	SPŠ Píerov	4	42

11.-13.	Navrátil Petr	G Kolín	4	41
	Bednárik Jozef	G Bratislava, A. Markuša	4	41
	Matoušek Jiří	G Praha, Voděradská	4	41
14.-17.	Resler Jaroslav	G Lanškroun	4	40
	Slanina František	G Bílovec	4	40
	Nekovář Jan	G Praha, W. Piecka	4	40
	Šimek Tomáš	G Praha, Arabská	4	40
18.	Vodička Jaroslav	G Hradec Králové, J. K. Tyla	4	39
19.-20.	Nysík Miloslav	G Rumburk	4	38
	Opočenský Petr	G Frýdlant v Č.	4	38

b) Ostatní úspěšní řešitelé XXII. ročníku FO v kategorii A

21.-22.	Dzurňák Albín	G Košice, Šmeralova	4	37
	Janáček Jiří	G Praha, Ohradní	4	37
23.-25.	Burda Radek	G Hradec Králové	3	36
	Pokorný Pavel	G Plzeň, J. Fučíka	4	36
	Kopčil Pavel	G Praha, Arabská	4	36
26.-27.	Trnka Vít	G Pardubice	4	35
	Mráz František	G Malacky	4	35
28.-30.	Dobrucký Miroslav	G Bratislava, L. Sáru	4	34
	Princ Jaroslav	SPŠ Písek	4	34
	Rett Tomáš	G Kladno	4	34
31.-33.	Šenfeld Martin	G Turnov	4	33
	Klimeš David	G Blansko	4	33
	Vírdzek Ondřej	G Žilina, Okružná	4	33
34.-35.	Pecen Ladislav	G Havlíčkův Brod	4	32
	Lietava Roman	G Bratislava, L. Novomeského	4	32
36.-41.	Hric Ján	G Prešov, Konštantínova	3	31
	Sůkal Jiří	G Hustopeče u Brna	4	31
	Hronský Milan	G Bratislava, L. Novomeského	4	31
	Sehnal Václav	G Kladno	4	31
	Kálosi Peter	G Filakovo	4	31
	Babinec Peter	SPŠE Piešťany	4	31
42.-47.	Průša Radovan	G Hradec Králové	4	30
	Paluš Milan	G Prievidza	4	30
	Wimmer Vladimír	G Bílovec	4	30
	Burle Jan	G Karlovy Vary	4	30
	Kokavec Pavol	G Bratislava, Metodova	4	30
	Garlík Miroslav	G Martin	4	30

48.-49.	Nosál Vladimír	G Košice, Šrobárova	4	29
	Plesník Samuel	G Nové Město n. V.	4	29
50.-53.	Kvasnička Peter	G Bratislava,		
		L. Novomeského	4	28
	Sobek Viktor	G Bratislava, J. Hronca	4	28
	Nový Alexandr	G Tábor	4	28
	Kolesík Miroslav	G Trnava	4	28
54.	Otta Lubor	G Praha, Ohradní	4	27
55.-57.	Koreň Ivo	G Hradec Králové	2	26
	Hadámek Jiří	G Opava	4	26
	Tichavský Petr	G Bílovec	3	26
58.-59.	Bochníček Zdeněk	G Brno, Koněvova	4	25
	Krov Jiří	G Bílovec	4	25

C. Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo od září 1980 do ledna 1981. Texty soutěžních úloh byly uveřejněny v letáku, který vydalo SPN v Praze pro české kraje a SPN v Bratislavě ve slovenském a maďarském znění pro slovenské kraje. Pro referenty FO na školách zabezpečil ÚV FO orientační řešení.

Druhé kolo FO se konalo 27. 2. 1981 v okresních městech, popřípadě v dalších střediscích. Organizačně je zabezpečovaly OV FO.

Třetí kolo FO kategorie E se konalo 16. 5. 1981 a jeho organizaci zabezpečovaly KV FO.

Přehled o účasti škol a počtech řešitelů uvádějí tabulky 6 a 7.

Tabulka 6. Počet škol, které se zúčastnily XXII. ročníku FO v kategorii E

Kraj	Počet škol v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	191	154	81	132	70	29	15
Strč	276	165	60	139	50	32	12
JČ	190	158	83	115	61	21	11
ZČ	221	168	76	141	64	32	14
SČ	282	201	71	123	43	28	10
VČ	318	166	52	141	44	40	13
JM	452	285	63	239	53	33	7
SM	465	303	65	242	52	39	8
Brat.	78	67	86	54	69	21	27
ZS	477a)	329b)	69	298c)	62	33d)	7
StřS	406	247	61	218	54	30	7
VS	383	283	74	231	60	51	15
Celkem	3739	2526	67	2073	55	389	10
1979/80	3746	2547	68	2069	55	398	11
1978/79	3749	2619	69	2042	54	419	11

a) z toho 91 maďarských

b) z toho 71 maďarských

c) z toho 68 maďarských

d) z toho 5 maďarských

Tabulka 7. Počet žáků ZDŠ soutěžících v 1., 2. a 3. kole XXII. ročníku FO kategorie E

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo	
	C	Ú	C	Ú	C	Ú
Praha	1404	916	490	377	43	42
StřČ	738	426	337	245	46	42
JČ	799	428	293	235	25	22
ZČ	942	408	319	121	34	22
SČ	1222	420	306	248	37	35
VČ	969	499	382	293	43	43
JM	1719	850	710	529	40	38
SM	1638	780	476	358	46	42
Brat.	402	327	308	208	42	40
ZS	1711	1118	896	601	45	42
StřS	1248	697	663	442	39	35
VS	1543	887	638	444	71	70
Celkem	14335	7756	5818	4101	511	473
1979/80	16096	7867	5902	2204	489	408
1978/79	17327	8332	6185	3264	512	406

C – celkový počet soutěžících

Ú – počet úspěšných řešitelů

Ve třetím kole FO kategorie E se v jednotlivých krajích stali vítězi tito žáci:

Praha

Tůma Roman	ZDŠ Praha 1, Josefská 7	8. r.
Friendlaender Filip	ZDŠ Praha 2, Kladská 1	8. r.
Myslivec Ivo	ZDŠ Praha 4, K sídlišti 840	8. r.
Španěl Patrik	ZDŠ Praha 4, Háje I. 576	8. r.
Spilka Petr	ZDŠ Praha 10, Omská 1300	8. r.
Sigl Jan	ZDŠ Praha 2, Štěpánská 8	8. r.

Kahoun Ladislav	ZDŠ Praha 4, Jánošíkova 1300	8. r.
Konečný Josef	ZDŠ Praha 5, Nad Kavalírkou	8. r.
Mlynář Jan	ZDŠ Praha 3, Čapajevovo n. 2	8. r.
Mrzílek Tomáš	ZDŠ Praha 3, nám. Barikád 1100	8. r.
Santolík Ondřej	ZDŠ Praha 3, Lupáčova 1	8. r.
Straka Roman	ZDŠ Praha 4, Jílovská 1100	8. r.
Špičák Roman	ZDŠ Praha 4, Křesomyslova 2	8. r.
Myšák Petr	ZDŠ Praha 7, Korunovační 8	8. r.
Rupert Petr	ZDŠ Praha 10, V olšínách 200	8. r.

Středočeský kraj

Záleská Jana	ZDŠ Roztoky	9. r.
Bezucha Petr	5. ZDŠ Mladá Boleslav	8. r.
Pavlásek Lubomír	ZDŠ Městec Králové	8. r.
Fischerová Jitka	6. ZDŠ Kolín	8. r.
Konůpek Petr	ZDŠ Mělník	8. r.
Kopecký Jiří	6. ZDŠ Kolín	9. r.
Lorenc Tomáš	3. ZDŠ Kolín	8. r.
Vyšín Jiří	ZDŠ Kostelec	8. r.

Jihočeský kraj

Horkel Milan	ZDŠ České Budějovice, Suché Vrbné	8. r.
Brabec Stanislav	2. ZDŠ Jindřichův Hradec	9. r.
Vencovský Hynek	ZDŠ Bechyně	9. r.
Hlinka Petr	ZDŠ Suchdol nad Lužnicí	9. r.
Levý Vít	ZDŠ České Budějovice, Rožnov	8. r.
Hodonický Jaroslav	ZDŠ Strakonice, Dukelská	9. r.
Škopková Ivona	ZDŠ Besednice	9. r.
Švanda Vojtěch	ZDŠ Kremže	8. r.
Benda Pavel	ZDŠ Nadějkov	9. r.
Kacek Pavel	ZDŠ Suchdol nad Lužnicí	8. r.

Západočeský kraj

Peroutka Jan	17. ZDŠ Plzeň, Karlovarská	9. r.
Hanyk Ladislav	ZDŠ Karlovy Vary, Dukelských hrdinů	8. r.
Smolík Martin	ZDŠ Karlovy Vary, Tuhnice	9. r.
Václav Pavel	2. ZDŠ Stará Role	8. r.
Bárta Radek	13. ZDŠ Plzeň, nám. Odborářů	9. r.
Geiger Jan	25. ZDŠ Plzeň, Chválenická	8. r.
Hálek Josef	ZDŠ Horšovský Týn	9. r.
Prokeš Zdeněk	ZDŠ Nejdek	9. r.
Teršová Ivana	3. ZDŠ Klatovy	8. r.
Tomanová Jana	3. ZDŠ Klatovy	8. r.

Severočeský kraj

Kořítko Tomáš	ZDŠ Liberec, J. Švermy	9. r.
Kozák Jiří	ZDŠ Děčín, Vojanova	8. r.
Polák Luděk	ZDŠ Liberec, J. Švermy	9. r.
Abrt Ivan	ZDŠ Roudnice, Nejedlého	8. r.
Brenerová Marcela	ZDŠ Rumburk	8. r.
Krtouš Pavel	ZDŠ Liberec, Vrchlického	8. r.
Mareček Petr	ZDŠ Hodkovice n. M.	8. r.
Rychecký Vít	ZDŠ Litoměřice, B. Němcové	9. r.
Strnadová Kateřina	ZDŠ Nový Bor, nám. Míru	9. r.
Táborská Eva	ZDŠ Děčín, Kamenická	8. r.

Východočeský kraj

Antl Jan	ZDŠ Polička	9. r.
Kopf Tomáš	ZDŠ Trutnov, Komenského	8. r.
Sokol Pavel	ZDŠ Chrudim, Školní	9. r.
Petrás Zdeněk	ZDŠ Bystře	9. r.
Cafourek Miloslav	ZDŠ Náchod	8. r.
Soušková Radka	ZDŠ Vrchlabí	8. r.
Příhoda Jaroslav	ZDŠ Havl. Brod, Wolkerova	9. r.

Sekyrová Petra	ZDŠ Hradec Králové, tř. SNP	8. r.
Málek Jindřich	ZDŠ Heřmanův Městec	8. r.
Freyvald Jiří	ZDŠ Rychnov, Komenského	8. r.
Galuščák Michal	ZDŠ Úpice	8. r.

Jihomoravský kraj

Pail Josef	1. ZDŠ Žďár n. Sáz.	8. r.
Bartošič Vlastimil	ZDŠ Břeclav, Říjnové rev.	8. r.
Klinkovský Jiří	12. ZDŠ Gottwaldov	9. r.
Skoupý Karel	ZDŠ Blansko	8. r.
Šejnoha Radim	ZDŠ Blansko	8. r.
Kovár Martin	ZDŠ Brno, Bakalovo nábř.	8. r.
Hrdina Pavel	ZDŠ Otrokovice, Mánesova	9. r.
Novák Ladislav	ZDŠ Tišnov, Gottwaldova	9. r.
Hrodek Jiří	6. ZDŠ Jihlava	8. r.
Mašek Milan	ZDŠ Okříšky	9. r.

Severomoravský kraj

Neuman Vilém	ZDŠ Kopřivnice, Obránců m.	8. r.
Pavlík Josef	ZDŠ Bludov	8. r.
Rusek Zdeněk	ZDŠ Bílovec, Komenského	8. r.
Sanetrník Robert	ZDŠ Olomouc, Fr. Stupky	9. r.
Seidl Miroslav	6. ZDŠ Šumperk	9. r.
Cikryt Zdeněk	ZDŠ Bludov	8. r.
Fojtík Radek	ZDŠ Frýdek-Místek, ČSA	9. r.
Fojtík Petr	ZDŠ Jablůnka	9. r.
Kantor Roman	ZDŠ Havířov - Bludov	9. r.
Mrázek Ladislav	ZDŠ Ostrava, Kunčičky	8. r.
Prokeš Jiří	ZDŠ Hranice, 1. máje	9. r.

Bratislava

Kliment Vladimír	ZDŠ B., Nevädzová ul.	9. r.
Foltín Martin	ZDŠ B., Bílikova ul.	8. r.

Šefčík Ján	ZDŠ B., Bílikova ul.	8. r.
Mikla František	ZDŠ B., K. Šmidkeho	8. r.
Kubala Ivan	ZDŠ B., Nevädzová ul.	8. r.
Zatko Matej.	ZDŠ B., Nevädzová ul.	8. r.
Pospech Vladimír	ZDŠ B., Bajkalská ul.	9. r.
Šimkovic Pavel	ZDŠ B., Jesenského ul.	8. r.
Velická Ingrid	ZDŠ B., Nevädzová ul.	8. r.
Tkáč Ján	ZDŠ B., Nevädzová ul.	8. r.

Západoslovenský kraj

Áč Peter	ZDŠ Piešťany, Mojmirova ul.	9. r.
Babica Pavol	2. ZDŠ Trenčín	9. r.
Mlynarčík Luboš	4. ZDŠ Topolčany	9. r.
Prandorfy Milan	ZDŠ Tlmače	9. r.
Duga Luboš	2. ZDŠ Myjava	8. r.
Makara Jozef	3. ZDŠ Nové Mesto n. V.	8. r.
Sárai Ferdinand	ZDŠ Štúrovo	9. r.
		maď.
Svorčík Ivan	ZDŠ Levice	8. r.
Tabi Ján	ZDŠ Hurbanovo	8. r.

Středoslovenský kraj

Rizman Radovan	ZDŠ Martin, Tomášikova	9. r.
Rusnák Vladimír	ZDŠ Nová Dubnica	8. r.
Drozdík Ivan	ZDŠ Zvolenská Slatina	8. r.
Hegerová Beáta	ZDŠ Handlová	8. r.
Šmihla Marek	ZDŠ B. Bystrica, nám. ČA	8. r.
Šurinčík Miroslav	ZDŠ Dolný Kubín, Bystorec	8. r.
Mózer Branislav	ZDŠ Modrý Kameň	8. r.
Blaho Peter	ZDŠ Martin, Tomášikova	9. r.
Šmárik Ladislav	ZDŠ Dolný Hričov	9. r.
Ziman Jaroslav	ZDŠ Velký Krtíš	8. r.

Východoslovenský kraj

Lúžny Ján	ZDŠ Prešov, Matice slovenskej	8. r.
Sotáková Dagmar	ZDŠ Košice, Steinerova	8. r.
Porubán František	ZDŠ Jablonov	8. r.
Horváth Štefan	ZDŠ Jablonov	8. r.
Mafaš Martin	ZDŠ Velké Kapušany	8. r.
Lacková Lubica	ZDŠ Vranov n. T., Sídliště II	9. r.
Panocová Lýdia	ZDŠ Snina	8. r.
Halasz Alexander	ZDŠ Košice, Febr. víťazstva	8. r.
Zatroch Peter	ZDŠ Revúca, Gottwaldova	8. r.
Onderko Miroslav	ZDŠ Humenné, Kudlovská	8. r.
Kucko Ladislav	ZDŠ Košice, Steinerova	8. r.

5. Akce na podporu FO

KV a OV FO organizovaly pro referenty FO na školách pracovní semináře zaměřené na otázky přípravy nadaných žáků při řešení úloh fyzikální olympiády a dále byly projednávány otázky jednotného systému klasifikace úloh. Semináře byly organizovány za spolupráce odboček JČSMF a JSMF a KPÚ a OPS.

Studijní témata pro žáky byla uveřejněna v Rozhledech matematicko-fyzikálních, a to pro kategorie A, B a C. Studijní témata byla zveřejněna v č. 10 ročníku 58 (1979/80) 1. část a v č. 1 ročníku 59 (1980/81) 2. část tématu Lineární ustálené elektrické sítě a v č. 4 a 5 ročníku 59 téma Dynamika těles spojených vláknem.

Celostátně bylo zorganizováno soustředění pro účastníky kategorie B ve Východoslovenském kraji.

Pro přípravu účastníků mezinárodní olympiády sloužila dvě soustředění - jarní v Západoslovenském kraji a letní ve Východočeském kraji.

Dále úspěšně pokračovala práce ve fyzikální korespondenční škole, kterou vede dr. Volf.

V jednotlivých krajích byly pro řešitele FO uspořádány tyto významnější akce:

Praha

Soustředění 20 řešitelů kategorie C v Jevanech (22.—26.6.).

Středočeský kraj

Soustředění 48 řešitelů MO a FO kategorií B—D (2.—12.9.).
Soustředění pro řešitele FO kategorie E a MO kategorie Z v posledním týdnu června.

Přednášky a konzultace v pěti střediscích: Mladá Boleslav, Příbram, Benešov - Říčany, Kolín, Nymburk (4krát po 3 hodinách).

Západočeský kraj

Soustředění 26 řešitelů kategorií B a C MO a FO v K. Varech (červen).

Severočeský kraj

Letní škola pro řešitele MO a FO (30. 6. — 7. 7.).

38 přednášek pro řešitele kategorií A—D (585 účastníků).

Východočeský kraj

3 přednášky k problematice silového pole pro řešitele FO kategorie A.

Desetidenní soustředění nejlepších řešitelů kategorie D v Jevíčku (30 účastníků).

Podíl na organizaci tábora mladých pythagorovců (organizace společně KDPM a pobočka JČSMF Hradec Králové).
Uskutečněno setkání nejlepších řešitelů v kategorii A.

Jihomoravský kraj

Pravidelné semináře pro účastníky kategorií A—D.

Severomoravský kraj

Soustředění ve Frýdku-Místku (2 běhy - 30. 6.—18. 7.) pro 74 účastníků z kategorií B—E.

Byly uskutečněny 4 besedy s řešiteli kategorií A—D.

Bratislava

Pětidenní soustředění vybraných úspěšných řešitelů z kategorií A, B, C (15 žáků z každé kategorie).

Západoslovenský kraj

Na gymnáziích pracovalo 48 kroužků pro řešitele FO.

Soustředění nejúspěšnějších řešitelů kategorií A, B, C v Budmericiach (15.—18. září).

Příprava žáků 7. ročníků ZDŠ v okresech Nitra (XII. ročník) a Trnava (II. ročník).

Středoslovenský kraj

Cyklus tří instruktáží pro každou kategorii A, B, C a D v průběhu listopadu až ledna v Martině.

Východoslovenský kraj

V kroužcích na přípravu řešitelů FO bylo ve všech kategoriích zapojeno na gymnáziích 465 účastníků.

6. Zhodnocení XXII. ročníku FO

XXII. ročník FO splnil vytčené cíle: Pomohl účastníkům při zkvalitnění jejich vědomostí a dovedností, prohloubil jejich studijní návyky a ovlivnil i jejich další studijní orientaci na přírodovědné a technické směry, a to i u žáků ZDŠ.

Změny ve školském systému (značné snížení počtu žáků 9. ročníků na ZDŠ a naopak zvýšení počtu žáků z 8. ročníků v 1. ročníku středních škol) se projevily v určitém poklesu počtu účastníků především v kategorii E. V této kategorii stejně jako v kategorii D museli soutěžícím věnovat zvýšenou pozornost učitelé fyziky a referenti FO na školách. Výsledky potvrzují, že tato práce byla úspěšná.

Menší úspěšnost žáků především v kategorii B byla způsobena poněkud zvýšenými nároky na samostatné studium žáků v celém období soutěže. Některé úlohy této kategorie přesahovaly rámec studia žáků. Z této situace vycházel i ÚV FO pro stanovení koncepce obsahového zaměření úloh v dalších ročnících.

Ústřední výbor fyzikální olympiády děkuje všem pracovníkům okresních a krajských výborů FO, referentům FO na školách a učitelům fyziky připravujícím žáky na soutěž za práci v XXII. ročníku FO, za práci společensky velmi významnou a pro rozvoj společnosti v období uskutečňování vědeckotechnické revoluce potřebnou.

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. Úlohy kategorie A

Úlohy a jejich řešení recenzovali Mojmír Šišnerský a dr. Marta Chytilová, CSc.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Petr Dub)

Nádoba tvaru kvádrů má obsah dna S . V ní je nalita kapalina o hustotě ρ_0 a objemu V . Stejnorodá krychle o hustotě ρ ($\rho \leq \rho_0$) a délce hrany a je ponořena do kapaliny tak, že její dolní podstava je v hloubce h pod volným povrchem kapaliny, $h \leq a$. Hloubka kapaliny v nádobě je větší než délka hrany a .

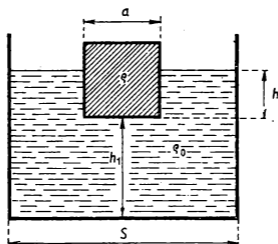
- Stanovte celkovou mechanickou energii soustavy krychle a kapaliny v nádobě jako funkci hloubky h ponoru krychle.
- Je-li krychle zcela volná, plave v kapalině tak, že její dolní podstava je v hloubce h_0 pod volným povrchem kapaliny. Působením vnější síly se krychle posune z této rovnovážné polohy dolů tak, že její horní podstava splyne s volným povrchem kapaliny v nádobě.

Stanovte vykonanou práci využitím výsledku úlohy a) i použitím definičního vztahu pro mechanickou práci. Oba výsledky porovnejte.

- Jak se změní výsledek úlohy b), jestliže je obsah podstavy krychle zanedbatelný vzhledem k obsahu S dna nádoby?

Řešení:

a) - obr. 1



Obr. 1

Označme h_1 vzdálenost dolní podstavy krychle od dna nádoby. Pro objem V kapaliny pak platí

$$V = S h_1 + (S - a^2) h, \text{ odtud}$$

$$h_1 = \frac{V}{S} - \left(1 - \frac{a^2}{S}\right) h = A - B h, \quad (1)$$

kde A, B jsou konstanty

$$A = \frac{V}{S}, \quad B = 1 - \frac{a^2}{S}. \quad (2)$$

Soustava má jen potenciální energii tíhovou; budeme ji vztahovat ke dnu nádoby:

$$E_{ph} = \frac{1}{2} S h_1^2 \rho_0 g + (S - a^2) h \left(h_1 + \frac{h}{2} \right) \rho_0 g +$$

$$+ a^3 \left(h_1 + \frac{a}{2} \right) \rho g$$

a po dosazení z (1) a úpravě, s přihlédnutím k (2)

$$E_{ph} = \frac{1}{2} S \rho_0 g \left(A - B h \right)^2 + S B h \rho_0 g \left(A - B h + \frac{h}{2} \right) + a^3 \rho \left(A - B h + \frac{a}{2} \right) g. \quad (3)$$

Funkce $E_{ph} = f(h)$, kde h je hloubka ponoru krychle, je dána vztahem (3).

b) Plave-li krychle na kapalině, je ponořena do hloubky h_0 . Působí na ni vztlaková síla o velikosti $F_v = a^2 h_0 \rho_0 g$ a tíhová síla o velikosti $F_G = a^3 \rho g$. Obě síly jsou v rovnováze. Z rovnosti $F_v = F_G$ dostaneme

$$h_0 = a \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (4)$$

Soustava má energii E_{ph_0} danou vztahem (3), do kterého dosadíme $h = h_0$ podle (4).

Je-li krychle ponořena tak, že $h = a$, má soustava energii E_{pa} danou vztahem (3) pro $h = a$. Práce potřebná k ponoření krychle do hloubky $h = a$ je tedy $W = E_{pa} - E_{ph_0}$; po úpravách dostaneme

$$W = B a^4 g \frac{(\rho_0 - \rho)^2}{2\rho_0} = \left(1 - \frac{a^2}{S} \right) a^4 g \frac{(\rho_0 - \rho)^2}{2\rho_0}. \quad (5)$$

Pro sílu, kterou je krychle vtlačována do kapaliny, platí

$$F = F_v - F_G = a^2 g (h \rho_0 - a \rho), \quad (6)$$

přičemž $h_0 \leq h \leq a$.

Při ponoření o elementární délku dx se vykoná práce

$$dW = F dx = F (dh - dh'), \quad (7)$$

kdě dh' je délka, o kterou se volný povrch kapaliny zvýší při vtlačení krychle do kapaliny o délku dx .

Pro výšku volného povrchu kapaliny v nádobě platí

$$h' = \frac{a^2 h + V}{S}$$

a odtud

$$dh' = \frac{a^2}{S} dh.$$

Dosazením do (7), s přihlédnutím k (6)

$$dW = a^2 g (h\rho_0 - a\rho) \left(1 - \frac{a^2}{S}\right) dh = a^2 g B (h\rho_0 - a\rho) dh;$$

odtud

$$W = \int_{h_0}^a a^2 g B (h\rho_0 - a\rho) dh$$

a po provedení, s přihlédnutím k (4), dostaneme výsledek (5).

c) Pro $S \gg a^2$ je $\frac{a^2}{S} \doteq 0$; pak

$$W \approx a^4 g \frac{(\rho_0 - \rho)^2}{2\rho_0}.$$

2. úloha (navrhl Ondřej Čadek)

V beztížném stavu jsou ve vakuu dvě koule z téže kapaliny, jejíž hustota je ρ , měrné teplo c , povrchové napětí σ a tep-

lotní součinitel délkové roztažnosti α . Poloměry koulí jsou r_1, r_2 . Obě koule mají stejnou teplotu.

Určete změnu Δt teploty kapaliny, jestliže se obě koule spojí v jediné těleso.

Při řešení použijte aproximaci $(1 + h)^n \approx 1 + n h$, jestliže $|h| \ll 1$.

Řešte nejprve obecně, potom pro rtuť a pro $r_1 = r_2 = 2,0$ mm.

Řešení:

Kapalina má hmotnost

$$m = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3) \rho. \quad (1)$$

Soustava obou koulí má povrchovou energii

$$E_1 = 4\pi\sigma (r_1^2 + r_2^2). \quad (2)$$

Po spojení koulí v kouli jedinou se zmenší povrch kapaliny, tedy i její povrchová energie. Podle zákona zachování energie se část původní povrchové energie přemění ve vnitřní energii vzniklého kapalinového tělesa, čímž se kapalina ohřeje o Δt . Po spojení koulí má kapalina energii

$$E_2 = m c \Delta t + 4\pi R^2 \sigma, \quad (3)$$

kde R je poloměr vzniklé koule, pro který platí

$$R = \sqrt[3]{r_1^3 + r_2^3} (1 + \alpha \Delta t). \quad (4)$$

Dosazením (1) a (4) do (3) dostaneme, s použitím doporučené aproximace a za předpokladu, že při změnách teploty se nemění konstanty ρ, σ ,

$$E_2 = \frac{4}{3} \pi \rho c \Delta t (r_1^3 + r_2^3) +$$

$$+ 4\pi\sigma \sqrt[3]{(r_1^3 + r_2^3)^2} (1 + 2\alpha \Delta t). \quad (5)$$

Poněvadž podle zákona zachování energie $E_2 = E_1$, dostaneme porovnáním (2) a (5) vztah, z něhož vyjádříme

$$\Delta t = \frac{3\sigma [r_1^2 + r_2^2 - \sqrt[3]{(r_1^3 + r_2^3)^2}]}{\rho c (r_1^3 + r_2^3) + 6\alpha\sigma \sqrt[3]{(r_1^3 + r_2^3)^2}}$$

a pro zadané hodnoty: $\Delta t \doteq 8,1 \cdot 10^{-5}$ K.

3. úloha (navrhl Ondřej Čadek)

Na vozíku, který je vzhledem k vodorovné podložce v klidu, jsou upevněny dvě válcové nádoby o výšce h a průměru podstavy d . Osy obou nádob jsou svislé. Spojnice středů jejich podstav je rovnoběžná s kolejnicemi, po nichž se vozík může pohybovat. První nádoba je uzavřená a je do poloviny naplněna kapalinou o hustotě ρ . Tlak vzduchu nad kapalinou je roven atmosférickému tlaku p_0 . Druhá nádoba je otevřená a je s první nádobou těsně u dna spojena velmi krátkou trubicí s kohoutem.

a) Do jaké výšky h_1 vystoupí kapalina v druhé nádobě po otevření kohoutu a po ustálení volných povrchů kapaliny?

b) O jakou délku l a v kterém směru se vozík posune po svých kolejnicích za dobu od otevření kohoutu do ustálení volných povrchů kapaliny?

Hmotnost vozíku, trubice a nádob je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti kapaliny.

Vozík se po kolejnicích pohybuje bez tření.

Řešení:

a) V uzavřené nádobě klesne volný povrch kapaliny o délku h_1 . Na počátku děje má vzduch nad kapalinou objem

$$V = \frac{1}{2} S h,$$

kde S je obsah průřezu kapalinového sloupce; atmosférický tlak je p_0 . Po ukončení děje má zde vzduch objem

$$V' = S \left(\frac{h}{2} + h_1 \right)$$

a tlak p , přičemž $V p_0 = V' p$; odtud vyjádříme

$$p = p_0 \frac{\frac{h}{2}}{\frac{h}{2} + h_1}. \quad (1)$$

Celkový tlak na dno první nádoby

$$p_1 = p + \rho g \left(\frac{h}{2} - h_1 \right) \quad (2)$$

a na dno druhé nádoby

$$p_2 = p_0 + \rho g h_1. \quad (3)$$

Volné povrchy kapaliny se ustálí, když $p_1 = p_2$, takže porovnáním (2) a (3), s přihlédnutím k (1), dostaneme pro h_1 kvadratickou rovnici, jejíž kladné řešení je

$$h_1 = \frac{-(2p_0 + \rho g h) + \sqrt{4p_0^2 + 4\rho g h p_0 + (3\rho g h)^2}}{8\rho g}. \quad (4)$$

b) Všechny vnější síly, které působí na soustavu, jsou kolmé k podložce, takže vodorovná souřadnice těžiště soustavy vzhledem k podložce se nezmění. Vozík se posune

o takovou délku l , o jakou se při přelití kapaliny posune ve vodorovném směru těžiště soustavy.

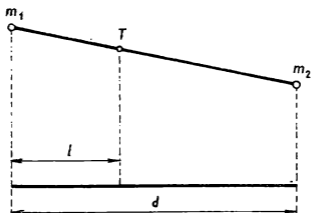
Na počátku děje je v první nádobě soustředěna hmotnost celé soustavy, těžiště leží v ose této nádoby. Po přelití kapaliny má kapalina v první nádobě hmotnost

$$m_1 = \rho S \left(\frac{h}{2} - h_1 \right),$$

kapalina v druhé nádobě má hmotnost $m_2 = \rho S h_1$.

Těžiště kapaliny v druhé nádobě leží na ose této nádoby. Vzájemná vzdálenost obou os je d . Podle obr. 2, v němž T značí těžiště soustavy, platí

$$\frac{l}{d - l} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{h_1}{\frac{h}{2} - h_1}.$$



Obr. 2

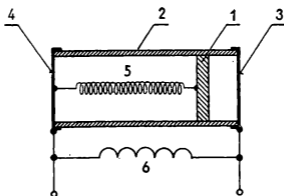
Odtud vyjádříme

$$l = \frac{2 d h_1}{h},$$

kde pro h_1 platí (4).

4. úloha (navrhl ing. Miloš Rabas)

K měření zrychlení vozidla je použitelné kapacitní čidlo podle obr. 3. Kovový váleček 1 o hmotnosti m se může bez tření posouvat v trubce 2 vyrobené z izolantu. Kovové víko 3 je jednou elektrodou kondenzátoru a druhou jeho elektrodou je váleček 1. Váleček je spojen s druhým víkem 4 elektricky vodivou pružinou 5, její tuhost je k . Paralelně k uvažovanému kondenzátoru je připojena cívka 6. Soustava cívky a kondenzátoru tvoří kmitavý obvod, jehož kmitočet lze přesně měřit.



Obr. 3

Čidlo je uloženo tak, že osa kondenzátoru je rovnoběžná se směrem zrychlení a , které se má měřit. Je-li čidlo v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém, má víko 3 od podstavy válečku 1 vzdálenost d_0 a obvod má kmitočet f_0 . Stanovte velikost zrychlení čidla, jestliže se kmitočet obvodu

- zvětší o Δf ,
- zmenší o Δf .

Řešte nejprve obecně, potom pro $m = 100 \text{ g}$, $k = 250 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $d_0 = 2,00 \text{ mm}$, $f_0 = 100 \text{ MHz}$, $\Delta f = 5,00 \text{ MHz}$.

Řešení:

Pro kmitočet oscilátoru platí

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}},$$

kde L je indukčnost cívky, C kapacita kondenzátoru. Když je čidlo v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, je jeho kapacita

$$C_0 = \frac{\varepsilon S}{d_0}, \quad (1)$$

kde ε je permitivita dielektrika, S obsah průřezu dielektrika. Kmitočet oscilátoru je v tomto případě

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC_0}}. \quad (2)$$

a) Kapacita kondenzátoru se zmenší a kmitočet oscilátoru se zvětší, jestliže zrychlení a_1 je orientováno od víka 4 k víku 3. Na váleček působí v tomto případě setrvačná síla o velikosti $F = m a_1$. Pružina se tím zkrátí o délku Δd , přičemž

$$m a_1 = k \Delta d; \quad \Delta d = \frac{m a_1}{k}. \quad (3)$$

Vzájemná vzdálenost desek kondenzátoru je potom

$$d_1 = d_0 + \Delta d$$

a jeho kapacita

$$C_1 = \frac{\varepsilon S}{d_0 + \Delta d} < C_0. \quad (4)$$

Kmitočet oscilátoru se zvětší na

$$f_1 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C_1}}. \quad (5)$$

Do (2) dosadíme za C_0 z (1), do (5) za C_1 z (4), pak za Δd z (3). Dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$f_1 = f_0 + \Delta f = f_0 \sqrt{1 + \frac{m a_1}{k d_0}}$$

a odtud

$$a_1 = \frac{k d_0}{m} \left[\left(1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right)^2 - 1 \right];$$

pro zadané hodnoty: $a_1 \doteq 0,51 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

b) Kapacita kondenzátoru se zvětší a kmitočet oscilátoru se zmenší, když zrychlení a_2 je orientováno od víka 3 k víku 4. Výpočet zrychlení a_2 je obdobný, ale místo (4) je třeba uvažovat

$$C_2 = \frac{\varepsilon S}{d_0 - \Delta d} > C_0$$

a $f_2 = f_0 - \Delta f$. Obdobnými úpravami jako prve vyjde

$$a_2 = \frac{k d_0}{m} \left[1 - \left(1 - \frac{\Delta f}{f_0} \right)^2 \right]$$

a pro zadané hodnoty: $a_2 \doteq 0,49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

5. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Wolframové vlákno vakuové žárovky má kruhový průřez o poloměru r . Hustota wolframu je ρ , jeho měrné teplo c . Když vlákno svítí, má teplotu T_1 .

Stanovte dobu τ od vypnutí proudu, za kterou teplota vlákna klesne na T_2 .

Řešte nejprve obecně, potom pro $T_1 = 2700 \text{ K}$, $T_2 = 600 \text{ K}$, $r = 25 \text{ }\mu\text{m}$, $\rho = 19,3 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $c = 0,134 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Poznámky k řešení:

1. Předpokládejte, že vlákno září jako černé těleso, takže podle zákona Stefanova-Boltzmannova platí

$$P = S \sigma T^4,$$

kde P je vyzařovaný výkon, S obsah zářícího povrchu, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ konstanta Stefanova-Boltzmannova, T teplota zářícího povrchu.

2. Měrné teplo, hustotu wolframu a průměr vlákna považujte v rozsahu změny teploty $\Delta T = T_1 - T_2$ za konstantní.
3. Nepřihlížejte k ohřívání vlákna pohlcováním zářivé energie z okolí.

Řešení:

Označme l délku vlákna, S obsah jeho povrchu, V jeho objem, m jeho hmotnost:

$$S = 2\pi r l, \quad V = \pi r^2 l, \quad m = \pi r^2 l \rho. \quad (1)$$

Při teplotě T vyzařuje vlákno výkon

$$P = S \sigma T^4. \quad (2)$$

Když teplota klesne o dT , což trvá dobu $d\tau$, vyzáří vlákno energii

$$dE = P \cdot d\tau,$$

vyzařené teplo je $dQ = c m dT$. Z rovnosti $dE = dQ$ dostáváme s přihlédnutím k (2)

$$d\tau = \frac{cm}{S\sigma} \cdot \frac{dT}{T^4}$$

a odtud

$$\tau = \frac{cm}{S\sigma} \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T^4} = \frac{cm}{3S\sigma} \left(\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} \right).$$

Po dosazení z (1)

$$\tau = \frac{grc}{6\sigma} \left(\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} \right)$$

a pro zadané hodnoty: $\tau \doteq 0,9$ s.

6. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Měření materiálových konstant termistoru NTC

Pomůcky

Tyčinkový termistor (vyhoví typ používaný v elektronkových televizních přijímačích pro proud 300 mA), větší nádoba (např. kádinka 1000 ml) s destilovanou vodou, teploměr, míchačka, elektrický vaříč, elektrický stejnosměrný zdroj, voltmetr a ampérmetr (popř. můstkové měřidlo Omega nebo jakékoli jiné měřidlo pro přímé měření odporu), semilogaritmický papír (svislá stupnice je logaritmická, vodorovná lineární).

I. Teoretický úvod

Termistor NTC je polovodičová součástka bez přechodu PN se záporným teplotním součinitelem elektrického odporu. Jeho odpor v nepřilíh širokém rozmezí teplot se řídí vztahem

$$R = A \exp \frac{B}{T}, \quad (1)$$

kde A , B jsou materiálové konstanty termistoru, T jeho teplota; A je určeno v ohmech, B v kelvinech. Logaritmováním vztahu (1) dostaneme

$$\log \{R\} = \log \{A\} + B \frac{\log e}{T}, \quad (2)$$

což znamená, že funkce $\log \{R\} = F(1/T)$ je lineární. Změříme-li odpor R_1 , R_2 termistoru při dvou různých teplotách T_1 , T_2 , dostáváme s použitím (2)

$$B = \frac{\log \{R_1\} - \log \{R_2\}}{\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \log e} = \frac{2,30 (\log \{R_1\} - \log \{R_2\})}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \quad (3)$$

Derivováním vztahu (1) podle T a úpravou dostáváme pro teplotního součinitele α elektrického odporu termistoru

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = - \frac{B}{T^2}; \quad (4)$$

jednotkou teplotního součinitele odporu je reciproký kelvin. Konstanta B tedy, podle (4), charakterizuje teplotní závislost teplotního součinitele odporu termistoru. Je dána, podobně jako konstanta A v (1) a (2), vlastnostmi polovodiivé látky, z níž je termistor vyroben. Konstanta B má proto pro ten či onen termistor zásadní význam.

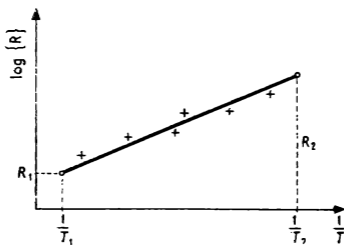
II. Úkoly

1. Experimentální určení konstanty B termistoru.
2. Početní určení konstanty A termistoru.
3. Grafické znázornění funkce $|\alpha| = f(t)$, kde t je teplota termistoru v °C.

III. Provedení

1. Podle (3) by stačilo změřit odpor termistoru (libovolnou metodou) při dvou různých teplotách T_1, T_2 . Takové měření by však bylo značně nepřesné vzhledem k náhodným chybám, k nimž při měření nevyhnutelně dochází. Proto měříme řadu dvojic hodnot T, R , výsledky zapišeme do tabulky podle následujícího vzoru:

$t(^{\circ}\text{C})$	20	30	40	50	60	70	80	90
$T(\text{K})$								
T^{-1} (K^{-1})								
$R(\Omega)$								
$\log\{R\}$								



Obr. 4

Dvojice hodnot z 3. a 5. řádku tabulky zakreslíme jako body. Sestrojíme přímkou, kolem které se tyto body

kumulují. Na ní zvolíme (co možná nejdále od sebe) dva body (obr. 4), přečteme příslušné souřadnice $1/T$, $\log \{R\}$ a dosadíme je do (3). K přívodům termistoru připájíme spojovací vodiče. Termistor pomocí stativového materiálu vložíme do destilované vody v nádobě (nesmí se dotýkat dna), do vody ponoříme teploměr. Nádobu velmi zvolna ohříváme elektrickým vařičem. Vodu v nádobě neustále promícháváme. Při teplotách $20\text{ }^\circ\text{C}$, $30\text{ }^\circ\text{C}$ atd. měříme odpor termistoru. Měřit se musí velmi rychle, aby se teplota termistoru během měření neměnila. Proud použitý při měření musí být tak malý, aby se jím termistor zřetelně nepřehříval. Proto nejsou pro náš způsob měření vhodné termistory perličkové, které mají velmi malou hmotnost, takže se elektrickým proudem velmi rychle přehřívají.

2. Zvolte několik dvojic hodnot T^{-1} a $\log \{R\}$ na přímkovém grafu a pomocí konstanty B určené podle (3) stanovte podle (2) konstantu A . Z výsledků určete aritmetický průměr.
3. Podle (4) a pomocí určené hodnoty konstanty B nakreslete graf funkce $|\alpha| = f(t)$, a to v rozsahu teplot, v němž jste měřili.

IV. Poznámka

Máte-li můstkové měřidlo Omega (popř. jakékoli jiné), můžete je výhodně použít k měření odporu termistoru.

Řešení:

Výsledky měření jsou v tabulce 8.

Na přímkovém grafu byly zvoleny body o souřadnicích (kótách)

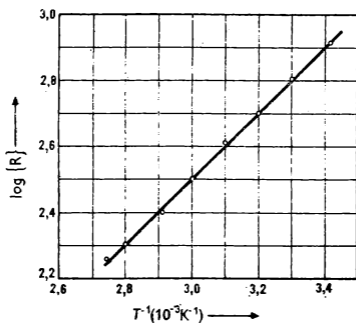
$$R_1 = 200 \Omega, \quad T_1^{-1} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1};$$

$$R_2 = 810 \Omega, \quad T_2^{-1} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}.$$

Z těchto hodnot určíme podle (3) : $B \doteq 2,3 \cdot 10^3 \text{ K}$.

Tabulka 8

t ($^{\circ}\text{C}$)	20	30	40	50	60	70	80	90
T (K)	293	303	313	323	333	343	353	363
T^{-1} (10^{-3}K^{-1})	3,41	3,30	3,20	3,10	3,00	2,92	2,83	2,76
R (Ω)	812	644	499	416	313	250	203	169
$\log \{R\}$	2,91	2,81	2,70	2,62	2,50	2,40	2,31	2,28

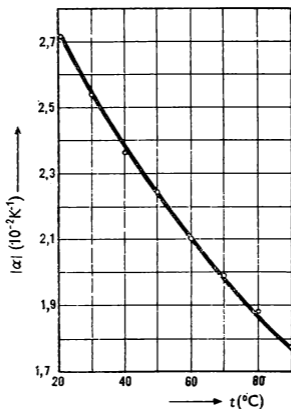


Obr. 5

Graf je na obr. 5.

Na grafu bylo zvoleno 5 hodnot R v rozmezí od 200 Ω do 810 Ω , pro každou z nich byla vypočtena hodnota materiálové konstanty A podle vztahu vyplývajícího z (2). Pro aritmetický průměr vyšlo $A \doteq 0,29 \Omega$.

Pro teploty uvedené v tab. 8 byly, podle (4), vypočítány hodnoty teplotního součinitele elektrického odporu termistoru. Graf funkce $|\alpha| = f(t)$ je na obr. 6.



Obr. 6

7. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Zdeněk Ungermann)

Ze stacionární družice Marsu mají být po eliptických dráhách vyslány dvě kosmické lodě, z nichž jedna má přistát na povrchu jeho měsíce Phobos a druhá na povrchu měsíce Deimos. Doba rotace Marsu je $T_M = 24,62$ h, doba oběhu Phobosu kolem Marsu je $T_F = 7,654$ h, doba oběhu Deimosu je $T_D = 30,93$ h, hmotnost Marsu $M_M = 6,424 \cdot 10^{23}$ kg.

- Popište pohyb obou měsíců i obou kosmických lodí a stacionární družice.
- Stanovte rychlost, kterou musí získat každá z kosmických lodí krátce po opuštění stanice (po krátkodobém manévru). Jakou rychlostí by dopadly lodě na oba měsíce?
- Určete dobu letu obou kosmických lodí, přičemž krátkou dobu potřebnou k manévrování neuvažujte.
- Popište pohyb obou kosmických lodí a obou měsíců od okamžiku navedení lodí na dráhu až do okamžiku přistání. Předpokládejte, že obě lodě jsou vypuštěny v témž okamžiku a že vzájemná poloha stacionární družice a měsíců Phobos a Deimos je optimální. Proveďte příslušné výpočty a znázorněte polohu a dráhy všech uvažovaných těles na milimetrový papír formátu A3 (1 cm = 2 000 km, poloměr Marsu $R_M = 3\,395$ km).

Úlohu řešte obecně i pro dané hodnoty. Další potřebné vztahy nebo údaje najdete ve studijním textu, kde si též můžete zkontrolovat některé částečné výpočty. Můžete též použít brožuru z knihovny ŠMF - Volf, I.: Pohyb umělých družic, Praha, SPN 1974.

Řešení:

Označení veličin: $T_M = 26,62$ h ... doba rotace Marsu, $T_S = T_M$... doba oběhu stacionární družice kolem Marsu, $T_F = 7,654$ h ... doba oběhu Phobosu, $T_D = 30,93$ h ... doba oběhu Deimosu, $M_M = 6,424 \cdot 10^{23}$ kg ... hmotnost Marsu, r_S ... poloměr kruhové dráhy družice, r_F ... poloměr kruhové dráhy Phobosu, r_D ... poloměr kruhové dráhy Deimosu, v_S ... oběžná rychlost družice na kruhové dráze, v_F ... oběžná rychlost Phobosu, v_D ... oběžná rychlost Deimosu, v_{p1} ... rychlost první lodě, která je vyslána na Phobos v periareniu (tj. v poloze nejbližší Marsu), v_{a1} ... její rychlost v apoareniu (tj. v poloze nejvzdálenější od Marsu), v_{p2} ... rychlost druhé lodě, která je vyslána na Deimos, v periareniu, v_{a2} ... její rychlost v apoareniu, a_1 ... délka hlavní poloosy elipsy, po níž se pohybuje první

loď, a_2 ... délka hlavní poloosy elipsy, po níž se pohybuje druhá loď, b_1, b_2 ... délky vedlejších poloos těchto drah, t_1 ... doba pohybu první loď, t_2 ... doba pohybu druhé loď, κ ... gravitační konstanta, $K = \kappa M_M = 4,285 \cdot 10^{13} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$.

a) Dráhy obou měsíců i stacionární družice budeme považovat za kruhové. Dráhy obou lodí jsou eliptické, přičemž v okamžiku vypuštění je první loď v apoareniu, druhá v periareniu své dráhy. Pohyby lodí končí dopadem na Phobos, popř. Deimos, tj. po vykonání poloviny příslušné eliptické dráhy.

Poloměry kruhových drah družice a obou měsíců stanovíme pomocí dob oběhu. Obecně platí pro poloměr r kruhové dráhy tělesa, jehož hmotnost je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti Marsu,

$$r = \sqrt[3]{K \frac{T^2}{4\pi^2}}.$$

Pro zadané hodnoty dob oběhu: $r_S \doteq 2,15 \cdot 10^4 \text{ km}$, $r_F \doteq 9,37 \cdot 10^3 \text{ km}$, $r_D \doteq 2,38 \cdot 10^4 \text{ km}$.

Oběžné rychlosti těchto tří těles určíme ze vztahu

$$v = \sqrt{\frac{K}{r}};$$

pro zadané hodnoty: $v_S \doteq 1,41 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_F \doteq 2,14 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_D \doteq 1,34 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pro délky hlavních poloos eliptických drah obou lodí dostáváme

$$a_1 = \frac{1}{2} (r_S + r_F) \doteq 1,54 \cdot 10^4 \text{ km},$$

$$a_2 = \frac{1}{2} (r_S + r_D) \doteq 2,26 \cdot 10^4 \text{ km}.$$

b) Označme v_x rychlost tělesa pohybujícího se po eliptické dráze, jejíž hlavní poloosa má délku a , jestliže jeho vzdálenost od středu centrálního tělesa je x . Pro tuto rychlost platí v našem případě

$$v_x = \sqrt{K \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{a} \right)}. \quad (1)$$

V našem případě platí pro loď 1, popř. 2: $x = r_S$, $a = a_1$, popř. $x = r_S$, $a = a_2$. Pro zadané hodnoty:

$$v_{a1} \doteq 1,10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_{p2} \doteq 1,45 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Rychlost první lodě (ve směru tečny ke kruhové dráze družice) musí tedy být zmenšena asi o $300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlost druhé zvětšena asi o $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

K výpočtu rychlostí při dopadu použijeme opět (1), přičemž však $x = r_F$, $a = a_1$, popř. $x = r_D$, $a = a_2$. Pro zadané hodnoty

$$v_{p1} = 2,52 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_{a2} = 1,31 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Dopadová rychlost první lodě je tedy asi o $380 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ větší než rychlost Phobosu, dopadová rychlost druhé lodě je asi o $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ menší než rychlost Deimosu.

c) Pro dobu oběhu T tělesa kolem Marsu po eliptické dráze, jejíž hlavní poloosa má délku a , platí obecně

$$T = 2\pi a \sqrt{\frac{a}{K}}.$$

Doby od vypuštění lodí do jejich dopadu na Marsovy měsíce jsou poloviční, tedy

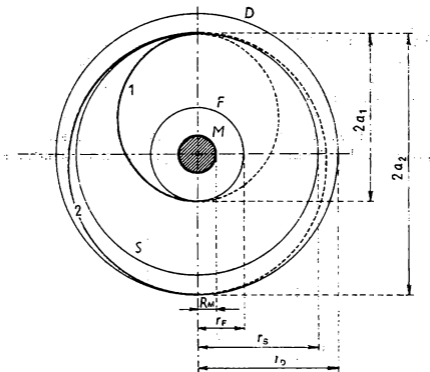
$$t_1 = \pi a_1 \sqrt{\frac{a_1}{K}}, \quad t_2 = \pi a_2 \sqrt{\frac{a_2}{K}};$$

pro zadané hodnoty: $t_1 \doteq 8,05 \text{ h}$, $t_2 \doteq 14,3 \text{ h}$.

d) Měsíce i družice se dále pohybují po svých kruhových dráhách; pro družici musíme ovšem předpokládat, že hmotnosti obou lodí jsou proti její hmotnosti zanedbatelné. Lodě se pohybují po dráhách eliptických. Polohy měsíců při dopadu lodí musí být takové, aby měsíce byly právě ve vrcholech eliptických drah lodí.

K znázornění situace byly již určeny hodnoty r_F , r_S , r_D , a_1 , a_2 . Je třeba ještě stanovit délky vedlejších poloos obou elips. Jejich délkové excentricity jsou

$$e_1 = a_1 - r_F \doteq 6,0 \cdot 10^3 \text{ km}, \quad e_2 = r_D - a_2 \doteq 1,2 \cdot 10^3 \text{ km}.$$



Obr. 7

Délky vedlejších poloos jsou tedy

$$b_1 = \sqrt{a_1^2 - e_1^2} \doteq 1,42 \cdot 10^4 \text{ km}, \quad b_2 = \sqrt{a_2^2 - e_2^2} \doteq \\ \doteq 2,25 \cdot 10^4 \text{ km};$$

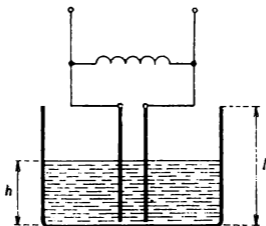
poněvadž $b_2 \doteq a_2$, je druhá elipsa jen velmi málo odlišná od kružnice.

V obr. 7 jsou dráhy družice a měsíců označeny S, F, D, dráhy obou lodí jsou označeny 1, 2.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl ing. Miloš Rabas)

Výšku h volné hladiny elektricky nevodivé kapaliny (např. petroleje) můžeme nepřímo měřit kapacitním snímačem podle obr. 8. V nádobě, jejíž výška je l , jsou vloženy dvě rovnoběžné obdélníkové desky o výšce l . Tyto dvě desky tvoří kondenzátor, který spolu s paralelně připojenou cívkou je součástí kmitavého obvodu oscilátoru, jehož kmitočet lze přesně měřit. Není-li v nádobě kapalina, má oscilátor kmi-



Obr. 8

točet f_0 ; jestliže je tam kapalina, jejíž volná hladina je ve výšce h , má oscilátor kmitočet f . Relativní permitivita kapaliny je ε_r .

- a) Stanovte funkci $h = F(x)$, kde $x = f/f_0$, určete obor, v němž je tato funkce ve smyslu zadání úlohy definována, a charakterizujte její průběh.
- b) Stanovte výšku h volné hladiny kapaliny v nádobě, jestliže $f_0 = 80,0$ MHz, $l = 1,00$ m, $f = 75,0$ MHz, $\varepsilon_r = 2,10$.

Řešení:

a) Označíme b šířku desek, d jejich vzájemnou vzdálenost. Kapacita C kondenzátoru tvořeného deskami je součtem dvou kapacit (dva kondenzátory spojené paralelně) $C = C_1 + C_2$, kde

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{b h}{d}, \quad C_2 = \varepsilon_0 \frac{b (l - h)}{d},$$

tedy

$$C = \varepsilon_0 \frac{b}{d} [(\varepsilon_r - 1) h + l]. \quad (1)$$

Při $h = 0$ m má oscilátor kmitočet

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C_0}},$$

kde L je indukčnost cívky, $C_0 = \varepsilon_0 \frac{bl}{d}$ kapacita kondenzátoru daná vztahem (1) pro $h = 0$:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d}{L \varepsilon_0 bl}}.$$

Je-li volná hladina kapaliny ve výšce h , platí pro kmitočet oscilátoru; s použitím (1),

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d}{L\epsilon_0 b [(\epsilon_r - 1)h + l]}}$$

takže

$$x = \frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{l}{(\epsilon_r - 1)h + l}}$$

a odtud

$$h = \frac{l(1 - x^2)}{x^2(\epsilon_r - 1)}$$

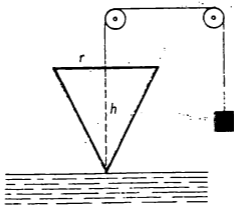
Tato funkce je, ve smyslu zadání úlohy, definována pro $0 \leq h \leq l$, tedy pro

$$1 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

V uvedeném intervalu je tato funkce monotónně stoupající od $h = 0$ do $h = l$.

b) Pro zadané hodnoty: $h \doteq 0,125$ m.

2. úloha (navrhl Milan Rádl)



Obr. 9

Prímý kužel má poloměr podstavy r a výšku h . Je zavěšen na vlákně (obr. 9) tak, že podstava je ve vodorovné rovině a vrchol se dotýká volné hladiny kapaliny, jejíž hustota je ρ . Vlákno je vedeno přes dvě pevné kladky, na druhém konci vlákna je zavěšeno závaží. Soustava je v rovnovážné poloze. Na podstavu kužele působí svisle dolů síla F , která zatlačuje kužel do kapaliny rovnoměrným pohybem.

- a) Označme y hloubku ponoru, tj. vzdálenost vrcholu kužele od volné hladiny kapaliny. Stanovte funkci $F = f(y)$ v oboru $0 \leq y \leq h$.
- b) Určete práci W , která je vykonána při úplném zatlačení kužele do kapaliny (podstava je v úrovni volné hladiny kapaliny).

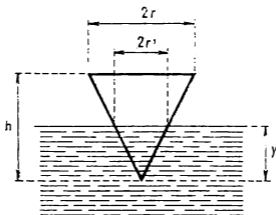
Řešte nejprve obecně, potom pro $r = 0,100$ m, $h = 0,200$ m, $\rho = 1,00 \cdot 10^3$ kg·m⁻³, tíhové zrychlení $g = 9,81$ m·s⁻².

- c) Narýsujte graf funkce $F = f(y)$ v uvedeném oboru pro hodnoty zadané v části b).

Nádoba s kapalinou je tak velká, že volná hladina kapaliny při zatlačování kužele zůstává v téže vodorovné rovině.

Řešení:

- a) - obr. 10



Obr. 10

Při hloubce ponoru y je objem ponořené části

$$V' = \frac{\pi r'^2 y}{3},$$

kde r' je poloměr kruhu, který shora omezuje ponořenou část kužele. Z podobnosti trojúhelníků v obr. 10 plyne

$$r' = \frac{ry}{h},$$

takže

$$V' = \frac{\pi r^2 y^3}{3h^2}.$$

Síla \mathbf{F} působící svisle dolů na kužel je v rovnováze se vztlakovou silou působící na ponořenou část kužele

$$F = \frac{\pi r^2 \rho g}{3h^2} y^3. \quad (1)$$

b) Při zatlačení kužele do kapaliny o délku dy vykoná síla \mathbf{F} o velikosti podle (1) práci

$$dW = F dy = \frac{\pi r^2 \rho g}{3h^2} y^3 dy$$

a práce při úplném zatlačení kužele do kapaliny

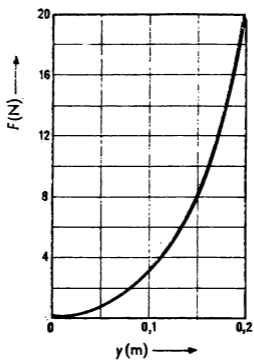
$$W = \frac{\pi r^2 \rho g}{3h^2} \int_0^h y^3 dy = \frac{\pi r^2 \rho g h^2}{12},$$

pro zadané hodnoty: $W \doteq 1,03 \text{ J}$.

c) Funkce (1) má tvar $y = k y^3$, kde $k = \frac{\pi r^2 \rho g}{3h^2}$,

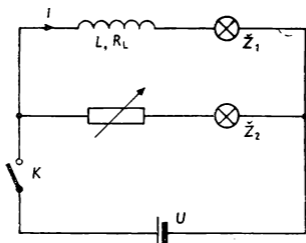
pro zadané hodnoty: $k \doteq 2\,570 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$

Graf je na obr. 11.



Obr. 11

3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)



Obr. 12

Na obr. 12 je znázorněno schéma pokusu, jímž se demonstruje vlastní indukce. V obou větvích jsou zapojeny stejné žárovky \check{Z}_1, \check{Z}_2 . V horní větvi je kromě toho cívka o indukčnosti L a odporu R_L ; v dolní větvi je válcový reostat. V ustáleném stavu je v dolní větvi zařazena taková část reostatu, že žárovky \check{Z}_1, \check{Z}_2 svítí stejně jasně. Oběma větvemi prochází stejný proud I .

Při zapnutí obvodu spínačem K se žárovka \check{Z}_1 rozsvítí později. V horní větvi jde o tzv. přechodný elektromagnetický děj, při němž proud i roste podle vztahu

$$i = I \left[1 - \exp \left(- \frac{t}{\tau} \right) \right],$$

t je doba od uzavření spínače, $\tau = \frac{L}{R_L + R_0} = \frac{L}{R}$

časová konstanta sériového obvodu v horní větvi; R_0 je odpor žárovky \check{Z}_1 , který považujeme za stálý.

- Jak velký odpor R_r musí mít část reostatu zařazená do dolní větve, aby v ustáleném stavu svítily obě žárovky stejně jasně?
- Každá žárovka má jmenovitý příkon P a jmenovité napětí U_0 . Jak velké napětí U má zdroj, jestliže žárovky svítí se svými jmenovitými příkony?
- Stanovte dobu t_0 od uzavření spínače, za kterou bude žárovkou \check{Z}_1 protékat proud $i = 0,9 I$, tj. obě žárovky budou svítit téměř stejně jasně.
- Stanovte funkci $u_R = f_1(t)$, kde u_R je napětí na žárovce \check{Z}_1 .
- Stanovte funkci $u_L = f_2(t)$, kde u_L je napětí na cívce.
- Stanovte mezní hodnoty napětí u_R a u_L pro $t = 0$ a pro $t \rightarrow \infty$.
- Popište průběh funkcí u_R a u_L .

Úlohy a), b), c), f) řešte nejprve obecně, potom pro $L = 1,6 \text{ H}$, $R_L = 16 \text{ } \Omega$, $P = 2,0 \text{ W}$, $U_0 = 4,0 \text{ V}$.

Předpokládáme, že odpory žárovek jsou stálé. Odpory spojovacích vodičů zanedbáváme.

Řešení:

a) Na reostatu je třeba nastavit odpor $R_r = R_L$, aby v ustáleném stavu byly odpory obou větví stejně velké.

b) Každá žárovka má odpor $R_0 = U_0^2/P$, takže každá z obou větví má odpor

$$R = \frac{U_0^2}{P} + R_L. \quad (1)$$

Proud žárovky odpovídající jmenovitému příkonu

$$I = \frac{P}{U_0}, \quad (2)$$

a zdroj tedy musí mít napětí

$$U = U_0 + \frac{R_L P}{U_0}. \quad (3)$$

c) Časová konstanta horní větve $\tau = \frac{L}{R}$, kde pro R platí (1).

Z podmínky $i = 0,9 I$ dostaneme vztah

$$0,9 = 1 - \exp\left(-\frac{t_0}{\tau}\right).$$

Řešením této exponenciální rovnice obdržíme

$$t_0 = \frac{\tau}{\log e}.$$

d) Zákon Ohmův platí obecně, tedy i pro okamžité hodnoty. Proto

$$u_R = R_0 I \left[1 - \exp \left(- \frac{t}{\tau} \right) \right]$$

a po dosazení za R_0 a I

$$u_R = U_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{t}{\tau} \right) \right]. \quad (4)$$

e) Poněvadž $u_L + u_R = U$, dostaneme s použitím (3) a (4)

$$u_L = \frac{R_L P}{U_0} + U_0 \exp \left(- \frac{t}{\tau} \right). \quad (5)$$

f) Z (4) a (5) dostáváme pro oba uvedené mezní případy

$$\text{pro } t = 0: u_{R1} = 0 \text{ V}, \quad u_{L1} = \frac{R_L P}{U_0} + U_0;$$

$$\text{pro } t \rightarrow \infty: u_{R2} = U_0, \quad u_{L2} = \frac{R_L P}{U_0}.$$

g) Funkce u_R monotónně roste z hodnoty u_{R1} na hodnotu u_{R2} , funkce u_L monotónně klesá z hodnoty u_{L1} na hodnotu u_{L2} v časovém intervalu od $t = 0$ do $t \rightarrow \infty$.

Pro zadané hodnoty: a) $R_T = 16 \text{ } \Omega$; b) $U = 12 \text{ V}$; c) $t_0 \doteq 0,15 \text{ s}$; f) $u_{R2} = 4,0 \text{ V}$, $u_{L1} = 12 \text{ V}$, $u_{L2} = 8,0 \text{ V}$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

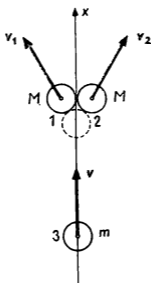
Dvě hladké stejné koule 1, 2, z nichž každá má hmotnost M , leží na hladké vodorovné podložce v klidu a navzájem se dotýkají. Koule 3 stejného poloměru, avšak hmotnosti m , se pohybuje po podložce rychlostí \mathbf{v} a projde bodem dotyku koulí 1, 2. Ráz je dokonale pružný, otáčivý pohyb neuvažujeme.

- a) Určete velikost úhlu, který svírají vektory \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 rychlostí koulí 1, 2 po rázu.
- b) Určete velikosti těchto vektorů a velikost vektoru \mathbf{u} rychlosti koule 3 po rázu.
- c) Proveďte diskusi vzhledem k podílu $p = \frac{m}{M}$, jsou-li podmínky úlohy splněny.
- d) Proveďte diskusi, jestliže vektor \mathbf{v} sice směřuje do bodu dotyku koulí 1, 2 v klidu, avšak koule 3 tímto bodem neprojde.

Řešení:

a) V okamžiku dotyku všech tří koulí je situace podle obr. 13. Spojnice středů koulí 1, 2 se středem koule 3 svírají se směrem vektoru \mathbf{v} úhly 30° , vektory \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 tedy svírají úhel 60° . Z osové souměrnosti plyne také $v_1 = v_2 = v_0$.

b) Vektory \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 mají výslednici, která má směr a orientaci osy x na obr. 13; výslednice má velikost $2 v_0 \cos 30^\circ = v_0 \sqrt{3}$.



Obr. 13

Použijeme zákon zachování hybnosti a zákon zachování energie. Získáme rovnice

$$m v = m u + M v_0 \sqrt{3},$$

$$m v^2 = m u^2 + 3 M v_0^2.$$

Řešením této soustavy určíme, za předpokladu $v_0 \neq 0$:

$$v_0 = \frac{2 m \sqrt{3}}{2 m + 3 M} v; \quad u = \frac{2 m - 3 M}{2 m + 3 M} v.$$

c) Podle orientace osy x jsou veličiny u a v kladné, tedy $u > 0$, když $m/M > 3/2$; potom $v_0 > v \sqrt{3}/2$.

d) Koule 3 neprojde bodem dotyku koulí 1,2 ve dvou případech:

1. $u = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; nastane to pro $p = 3/2$, pro rychlost v_0 platí $v_0 = v \sqrt{3}/2$, koule 3 se po rázu zastaví.
2. $u < 0$; v tomto případě $p < 3/2$, $v_0 < v \sqrt{3}/2$; koule 3 se po rázu vrací rychlostí $-u$.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Ideální plyn o látkovém množství 1 mol má v počátečním stavu tlak p_1 , objem V_1 , teplotu T_1 . Při stálém objemu se zvýší jeho teplota na hodnotu $T_2 = 2T_1$. Potom při stálém tlaku se zvětší jeho objem na $V_3 = 4V_1$. Pak se plyn vrátí do počátečního stavu p_1 , V_1 , T_1 polytropickým dějem, který se řídí vztahem $p V^n = \text{konst.}$

- a) Určete tlak p_2 a teplotu T_3 . Určete mocnitele n v rovnici polytropického děje.
- b) V které fázi cyklu koná plyn práci a v které se koná práce působením vnějších sil na soustavu? Jakou práci W vykoná plyn během cyklu?

- c) V které fázi cyklu plyn přijme teplo a v které odevzdává teplo svému okolí?
- d) Znázorněte cyklus 1-2-3-1 grafem funkce $p = f(V)$ v oboru $V \in \langle V_1, V_3 \rangle$. V grafu vyznačte práci W vykonanou plynem během děje. Označte šipkami průběh cyklu.

Řešení:

- a) Počáteční stav: $p_1, V_1, T_1, 1 \text{ mol}$.
 Děj 1-2 je izochorický:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \quad p_2 = p_1 \frac{2 T_1}{T_1} = 2 p_1;$$

$$p_2 = 2 p_1; \quad V_2 = V_1; \quad T_2 = 2 T_1.$$

Děj 2-3 je izobarický:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}; \quad \frac{V_1}{2 T_1} = \frac{4 V_1}{T_3}; \quad T_3 = 8 T_1;$$

$$p_3 = 2 p_1; \quad V_3 = 4 V_1; \quad T_3 = 8 T_1.$$

Děj 3-1 je polytropický:

$$p_3 V_3^n = p_1 V_1^n, \quad \text{tj.} \quad \frac{2 p_1}{p_1} = \left(\frac{V_1}{4 V_1} \right)^n;$$

odtud určíme $n = -1/2$. Děj 3-1 se tedy řídí vztahem

$$p V^{-1/2} = \text{konst.} = p_1 V_1^{-1/2}.$$

b) Děj 1-2: $V = \text{konst.}$, $\Delta V = 0 \text{ m}^3$, $W_{1-2} = 0 \text{ J}$.

Děj 2-3: $W_{2-3} = p_2(V_3 - V_2) = 6 p_1 V_1$.

Děj 3-1: $dW_{3-1} = p dV$; protože podle předchozího

$$p V^{-1/2} = p_1 V_1^{-1/2} \quad \text{platí:} \quad p = p_1 V_1^{-1/2} V^{1/2},$$

takže

$$W_{3-1} = p_1 V_1^{-1/2} \int_{V_2=4V_1}^{V_1} V^{1/2} dV = p_1 V^{-1/2} \cdot \frac{2}{3} [V^{3/2}]_{4V_1}^{V_1} = \\ = -\frac{14}{3} p_1 V_1.$$

c) Podle 1. termodynamické věty $Q = \Delta U + W$.

Děj 1-2: $Q_{1-2} = \Delta U + W_{1-2}$; $W_{1-2} = 0 \text{ J}$, $T_2 > T_1$;

$$\Delta U > 0, Q_{1-2} = \Delta U > 0;$$

soustava přijme teplo.

Děj 2-3: $Q_{2-3} = \Delta U + W_{2-3}$; $W_{2-3} = 6 p_1 V_1 > 0$,

$$T_3 > T_2, \Delta U > 0;$$

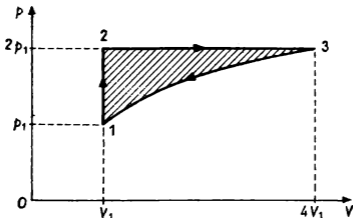
$Q_{2-3} = \Delta U + W_{2-3} > 0$; soustava přijme teplo.

Děj 3-1: $Q_{3-1} = \Delta U + W_{3-1}$; $W_{3-1} = -\frac{14}{3} p_1 V_1 < 0$;

$$T_1 < T_3; \Delta U < 0.$$

$Q_{3-1} < 0$; soustava odevzdá teplo.

d) Obr. 14.



Obr. 14

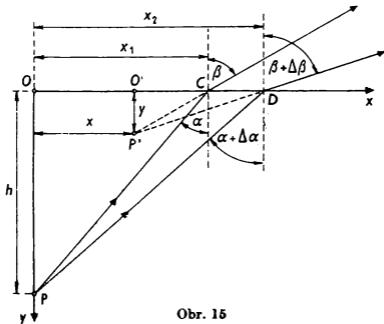
2. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Na dně vodní nádrže leží v hloubce h pod volným povrchem vody předmět (bod) P . Člověk pozoruje obraz P' tak, že paprsek vycházející z předmětu P svírá s kolmicí dopadu úhel α a paprsek přicházející do jeho oka svírá s kolmicí dopadu úhel β . Oko je ve svislé rovině určené kolmicí dopadu a paprskem.

- Načrtněte obrázek. Určete souřadnice bodu P' v soustavě souřadnic (x, y) ; vodorovná osa x leží ve volném povrchu vody, svislá osa y prochází bodem P a je orientovaná dolů.
- Po obecném vyřešení úlohy řešte pro hodnoty: $h = 1,00$ m, $\beta = 60^\circ$; relativní index lomu vody vzhledem ke vzduchu $n = 4/3$.

Pokyn

Použijte dva velmi blízké paprsky vycházející z bodu P . Úhel dopadu jednoho z nich je α a druhého $\alpha + \Delta\alpha$.



Obr. 15

Řešení:

a) Soustavu souřadnic (x, y) zvolíme podle obr. 15. Máme určit souřadnice bodu $P'(x, y)$.

Z trojúhelníků $P'O'C$ a $P'O'D$ dostáváme

$$x_1 - x = y \operatorname{tg} \beta, \quad (1)$$

$$x_2 - x = y \operatorname{tg} (\beta + \Delta\beta).$$

Úsečky x_1, x_2 vyjádříme pomocí trojúhelníků POC a POD:

$$x_1 = h \operatorname{tg} \alpha; \quad x_2 = h \operatorname{tg} (\alpha + \Delta\alpha). \quad (2)$$

Podle zákona lomu platí

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}; \quad \frac{\sin (\alpha + \Delta\alpha)}{\sin (\beta + \Delta\beta)} = \frac{1}{n}.$$

Úhly $\Delta\alpha, \Delta\beta$ jsou velmi malé, takže můžeme použít aproximaci

$$\cos \Delta\alpha \doteq 1, \quad \cos \Delta\beta \doteq 1, \quad (3)$$

$$\cos (\alpha + \Delta\alpha) \doteq \cos \alpha; \quad \cos (\beta + \Delta\beta) \doteq \cos \beta. \quad (4)$$

Z rovnic (1) dostáváme

$$x_1 - y \operatorname{tg} \beta = x_2 - y \operatorname{tg} (\beta + \Delta\beta).$$

Použitím vztahů (2) dostaneme

$$h \operatorname{tg} \alpha - y \operatorname{tg} \beta = h \operatorname{tg} (\alpha + \Delta\alpha) - y \operatorname{tg} (\beta + \Delta\beta).$$

Úpravou dostaneme

$$y = h \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \Delta\alpha) - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\beta + \Delta\beta) - \operatorname{tg} \beta} = h \frac{\sin \Delta\alpha \cos \beta \cos (\beta + \Delta\beta)}{\cos \alpha \cos (\alpha + \Delta\alpha) \sin \Delta\beta}$$

a s použitím (4)

$$y = h \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\sin \Delta\alpha}{\sin \Delta\beta}. \quad (5)$$

Určíme podíl

$$\frac{\sin \Delta\alpha}{\sin \Delta\beta}$$

z rovnosti

$$\frac{\sin(\alpha + \Delta\alpha)}{\sin(\beta + \Delta\beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \Delta\alpha + \cos \alpha \sin \Delta\alpha}{\sin \beta \cos \Delta\beta + \cos \beta \sin \Delta\beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Použitím (3) odtud dostaneme

$$\frac{\sin \Delta\alpha}{\sin \Delta\beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha} = \frac{1}{n} \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}.$$

Podle (5) tedy platí

$$y = \frac{h}{n} \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^3. \quad (6)$$

Podle (1)

$$x = x_1 - y \operatorname{tg} \beta.$$

Odtud podle (2) a (6)

$$x = h \left[\operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{n} \operatorname{tg} \beta \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^3 \right].$$

Poznámka:

Vztah (6) lze najít velmi stručným postupem, považujeme-li velmi malé úhly $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ za diferenciály $d\alpha$, $d\beta$. Vyjádříme délku úsečky CD jednak pomocí úsečky y , jednak pomocí úsečky h :

$$CD = y [\operatorname{tg}(\beta + d\beta) - \operatorname{tg} \beta] = h [\operatorname{tg}(\alpha + d\alpha) - \operatorname{tg} \alpha] = \\ = y d \operatorname{tg} \beta = h d \operatorname{tg} \alpha.$$

Odtud

$$y = h \frac{d \operatorname{tg} \alpha}{d \operatorname{tg} \beta} = h \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{d \alpha}{d \beta}. \quad (7)$$

Diferencováním vztahu

$$\sin \alpha = \frac{1}{n} \sin \beta$$

dostaneme

$$\cos \alpha d \alpha = \frac{1}{n} \cos \beta d \beta;$$

odtud vyjádříme podíl

$$\frac{d \alpha}{d \beta} = \frac{1}{n} \frac{\cos \beta}{\cos \alpha},$$

dosadíme do (7) a dostaneme (6).

b) Pro hodnoty $h = 1,00$ m, $\beta = 60^\circ$, $\sin \beta \doteq 0,866$,

$$\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{n} = \frac{3 \sin \beta}{4} \doteq 0,649, \cos \alpha \doteq 0,760,$$

$\operatorname{tg} \alpha \doteq 0,854$, $\operatorname{tg} \beta \doteq 1,732$ vyjde $x \doteq 0,49$ m, $y \doteq 0,21$ m.

3. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Planetka Quetzalcoatl, která začátkem března 1981 prolétla ve vzdálenosti 0,0843 AU od Země, se pohybuje po protáhlé elipse s hlavní poloosou $a = 2,5275$ AU a s excentricitou

$e = 0,577$ 9. Průměr planetky $d = 700$ m; její průměrná hustota $\rho = 2\,000$ kg.m⁻³; hmotnost Slunce $M_s = 1,993 \cdot 10^{30}$ kg; poloměr oběžné dráhy Země kolem Slunce, kterou považujeme za kruhovou, $r_Z = 1$ AU; gravitační konstanta $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m².kg⁻²; doba oběhu Země kolem Slunce $T_Z = 365,242$ d.

- Stanovte vedlejší poloosu b dráhy planetky, vzdálenost q planetky od Slunce, je-li planetka v perihéliu; vzdálenost Q planetky od Slunce, je-li planetka v aféliu; nejkratší vzdálenost l planetky, která se nachází v perihéliu, od oběžné dráhy Země. Předpokládáme, že oběžná dráha Země a oběžná dráha planetky kolem Slunce jsou v téže rovině.
- Určete oběžnou dobu T planetky kolem Slunce.
- Určete rychlost v_p planetky vzhledem ke středu Slunce, je-li planetka právě v perihéliu.
- Určete kinetickou energii E_k planetky vzhledem k Zemi v situaci, že při průchodu planetky perihéliem je Země právě v tom místě své oběžné dráhy, která má od perihélia planetky vzdálenost l , a že vektory rychlostí obou těles mají souhlasný směr.

Poznámka: AU je označení astronomické jednotky, což je střední vzdálenost Země od Slunce; $AU = 1,496 \cdot 10^{11}$ m.

Řešení:

a) Vzdálenost ohniska od středu elipsy $c = e a$; vedlejší poloosa má délku

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = a \sqrt{1 - e^2} \doteq 2,063 \text{ AU.}$$

Další veličiny:

$$q = a - c = a(1 - e) \doteq 1,067 \text{ AU,}$$

$$Q = a + c = a(1 + e) \doteq 3,988 \text{ AU,}$$

$$l = q - r_z \doteq 0,067 \text{ AU} \doteq 1,00 \cdot 10^6 \text{ km.}$$

b) Z III. Keplerova zákona platí pro oběžnou dobu planety

$$T = T_z \left(\frac{a}{r_z} \right)^{3/2} \doteq 1\,467,6 \text{ d.}$$

c) Je-li planeta v perihéliu, platí pro velikost její rychlosti v_p vzhledem ke středu Slunce

$$v_p = \sqrt{\kappa M_s \left(\frac{2}{q} - \frac{1}{a} \right)} \doteq 36,3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

d) Nejprve musíme stanovit rychlost v_z pohybu Země na její oběžné dráze ve vztažné soustavě spojené se středem Slunce

$$v_z = \sqrt{\frac{\kappa M_s}{r_z}} \doteq 29,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Relativní rychlost planety vzhledem k Zemi je tedy v uvažovaném případě

$$v_r = v_p - v_z \doteq 6,5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Hmotnost planety

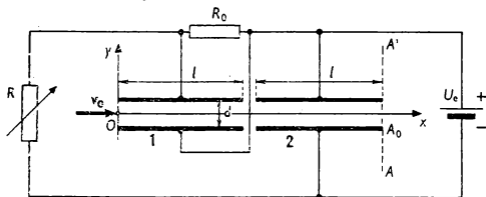
$$M = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho \doteq 3,59 \cdot 10^{21} \text{ kg}$$

a její kinetická energie vzhledem ke středu Země za podmínek uvedených v zadání úlohy

$$E_k = \frac{1}{2} M v_r^2 \doteq 7,59 \cdot 10^{18} \text{ J.}$$

4. úloha (navrhol dr. Andrej Tirpák, CSc.)

Dva rovnaké doskové kondenzátory 1 a 2 (dĺžka dosiek l , vzájomná vzdialenosť dosiek d , kondenzátory sú vo vákuu) sú zapojené ku zdroju elektromotorického napätia U_e podľa obr. 16 tesne vedľa seba. V obvode je rezistor konštantného odporu R_0 a reostat R , ktorého odpor možno nastaviť. Do elektrického poľa kondenzátora 1 (v bode O na osi Ox) vletí elektrón rýchlosťou v_0 v smere osi Ox .



Obr. 16

- Vypočítajte veľkosť a smer rýchlosti, s ktorou elektrón opustí kondenzátor 2 (v rovine AA') pri daných hodnotách l , d , U_e , R_0 , R . Predpokladá sa, že všetky parametre sú zvolené tak, že elektrón pri svojom pohybe medzi doskami kondenzátorov nenarazí na dosky.
- V akej vzdialenosti od osi Ox v rovine AA' opustí elektrón kondenzátor 2?
- Ako musí byť zvolený odpor R , aby elektrón opustil kondenzátor 2 rýchlosťou, ktorej smer je rovnobežný s osou Ox ? Aká veľká je táto rýchlosť? V akej vzdialenosti od osi Ox vystúpi elektrón z kondenzátora 2?
- Aká je hodnota napätia U_e , ak elektrón vyletí z kondenzátora 2 tesne popri pravej hrane jeho dolnej dosky (bod A_0) rýchlosťou, ktorej smer je rovnobežný s osou Ox ?

Tento prípad riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty: kinetická energia elektrónu na vstupe do kondenzátora 1 je $E_k = 10 \text{ keV}$ a jeho rýchlosť má smer rovnobežný s osou Ox ; $l = 10 \text{ cm}$; $d = 2,0 \text{ cm}$; elementárny náboj $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; hmotnosť elektrónu $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Poznámka: V úlohe sa zanedbáva vplyv okrajových polí - predpokladá sa, že intenzity elektrických polí sú v kondenzátoroch konštantné a mimo kondenzátorov nulové.

Riešenie:

Na elektrón v elektrickom poli kondenzátorov pôsobí sila

$$F = e K_e,$$

kde e je elementárny náboj a K_e je veľkosť intenzity elektrického poľa. Sila \mathbf{F} smeruje kolmo na os Ox , v kondenzátore 1 nadol a v kondenzátore 2 nahor.

Intenzita elektrického poľa v kondenzátore 1 je

$$K_{e1} = \frac{U_1}{d},$$

kde U_1 je napätie na kondenzátore 1, ktoré je rovné napätiu na rezistore R_0 , teda

$$U_1 = \frac{U_e R_0}{R_0 + R}.$$

Pre intenzitu elektrického poľa v prvom kondenzátore máme

$$K_{e1} = \frac{U_e R_0}{d(R_0 + R)}.$$

Podobne v druhom kondenzátore

$$K_{e2} = \frac{U_e}{d}.$$

V kondenzátore 1 pôsobí na elektrón sila F_1 , ktorá mu udeľuje zrýchlenie a_1 smerom nadol. Jeho veľkosť je

$$a_1 = \frac{F_1}{m_e} = \frac{e U_e}{m_e d (R_0 + R)}. \quad (1)$$

V elektrickom poli kondenzátora 2 pôsobí na elektrón sila F_2 , ktorá mu udeľuje zrýchlenie a_2 smerom nahor. Jeho veľkosť je

$$a_2 = \frac{F_2}{m_e} = \frac{e U_e}{m_e d}, \quad (2)$$

kde m_e je hmotnosť elektrónu.

a) V čase $t = 0$ s nech je elektrón v bode O (v počiatku súradnicovej sústavy). V tomto bode má rýchlosť elektrónu zložky, ktorých veľkosti

$$v_{x0} = v_0; \quad v_{y0} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Zložka rýchlosti v smere osi $-y$ má veľkosť

$$v_y(t) = -a_1 t.$$

Elektrón preletí elektrickým polem prvého kondenzátora za čas

$$t_0 = \frac{l}{v_0},$$

takže y -ová zložka rýchlosti elektrónu, ktorý opúšťa kondenzátor 1, má veľkosť

$$v_y(t_0) = -a_1 \frac{l}{v_0}.$$

Toto je počiatková hodnota veľkosti y -ovej zložky rýchlosti elektrónu pri vstupe do kondenzátora 2. y -ová zložka rýchlosti elektrónu v kondenzátore 2 je daná vzťahom

$$v_y(t_0 + t) = a_2 t - a_1 \frac{l}{v_0}.$$

Elektrón prejde elektrickým poľom druhého kondenzátora za rovnaký čas t_0 ako v kondenzátore 1, takže v_y v rovine AA' je

$$v_y(2t_0) = (a_2 - a_1) \frac{l}{v_0}. \quad (3)$$

Zložka v_x rýchlosti zostáva konštantná, teda v rovine AA' je $v_x(2t_0) = v_0$.

Pre uhol α , ktorý zvierá rýchlosť elektrónu s osou Ox v rovine AA' , teda platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y(2t_0)}{v_x(2t_0)} = (a_2 - a_1) \frac{l}{v_0^2}.$$

Rýchlosť elektrónu v rovine AA' má veľkosť

$$v = \sqrt{v_x^2(2t_0) + v_y^2(2t_0)} = \sqrt{v_0^2 + \frac{l^2}{v_0^2} (a_2 - a_1)^2}, \quad (4)$$

pričom a_1, a_2 sú dané výrazmi (1) a (2).

b) Pod účinkom elektrického poľa v kondenzátore 1 sa elektrón súčasne s pohybom pozdĺž osi Ox začne tiež pohybovať nadol:

$$y(t) = -\frac{1}{2} a_1 t^2.$$

Pri výstupe elektrónu z kondenzátora 1 je

$$y(t_0) = -\frac{1}{2} a_1 t_0^2 = -\frac{1}{2} a_1 \frac{l^2}{v_0^2}.$$

V kondenzátore 2 je

$$y(t_0 + t) = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_0(t_0) t - \frac{1}{2} a_1 \frac{l^2}{v_0^2}.$$

V rovine AA' (v čase $2t_0$) vzdialenosť elektrónu od osi Ox je

$$y(2t_0) = \frac{1}{2} a_2 \frac{l^2}{v_0^2} - a_1 \frac{l}{v_0} \frac{l}{v_0} - \frac{1}{2} a_1 \frac{l^2}{v_0^2} = \frac{l^2}{2v_0^2} (a_2 - 3a_1). \quad (5)$$

c) Elektrón vystúpi z kondenzátora 2 paralelne s osou Ox vtedy, ak y -ová zložka rýchlosti v rovine AA' je nulová. Zo vzťahu (3) plynie

$$a_1 = a_2 = a = \frac{eU_e}{m_e d}. \quad (6)$$

Z výrazov (1) a (2) vidíme, že podmienka (6) je splnená vtedy, ak $R = 0 \Omega$.

V takom prípade je rýchlosť elektrónu v rovine AA' rovná počiatočnej rýchlosti v_0 , čo plynie z (4). Z výrazu (5) s uvažovaním (6) vidieť, že elektrón vystúpi z kondenzátora 2 vo vzdialenosti

$$y(2t_0) = -a \frac{l^2}{v_0^2}. \quad (7)$$

d) Ak má elektrón vyletieť z kondenzátora 2 bodom A_0 paralelne s osou Ox , potom podľa (7) musí platiť

$$y(2t_0) = -a \frac{l^2}{v_0^2} = -\frac{d}{2},$$

z čoho

$$a = \frac{v_0^2 d}{2l^2}.$$

Ak v tomto výraze dosadíme za a podľa (6), dostaneme

$$U_e = \frac{m_e v_0^2 d^2}{2 e l^2} = \frac{E_k d^2}{e l^2}, \quad E_k = \frac{1}{2} m_e v_0^2.$$

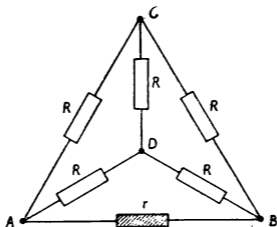
Pre zadané hodnoty: $U_e \doteq 400$ V.

5. úloha (navrhl Přemysl Šedivý)

Kostra čtyřřtěnu, kterou jste dostali, byla zhotovena z pečlivě vybraných rezistorů o téměř odporu R . Pouze jeden rezistor má odlišný odpor r . Zjistěte, o který rezistor jde, jaký je jeho odpor a jaké jsou odpory zbývajících rezistorů. Při měření musíte vystačit s plochou baterií, voltmetrem, třemi spojovacími vodiči a dvěma krokosvorkami. Na voltmetru je vyznačen jeho odpor R_v . Pro lepší orientaci jsou vrcholy čtyřřtěnu odlišeny barevnými nitěmi.

Pokyny

1. Označme A, B, C, D vrcholy čtyřřtěnu a předpokládejme, že rezistor o odporu r je zapojen mezi vrcholy A, B (obr. 17). Celkový odpor mezi dvěma vrcholy čtyřřtěnu



Obr. 17

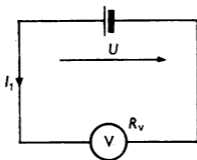
závisí na poloze rezistoru o odporu r vzhledem k těmto vrcholům. Ve čtyřech případech je stejný - které dvojice vrcholů to jsou? Tyto čtyři stejné odpory označme R_1 . Zbývající dva odpory jsou odlišné; označme je R_2, R_3 , přičemž

$$R_2 > R_3.$$

Známe-li odpory R_1, R_2, R_3 a víme, kterým dvojicím vrcholů přísluší, lze určit polohu rezistoru o odporu r a vypočítat odpory r, R . Odvoďte potřebné vzorce a kritéria.

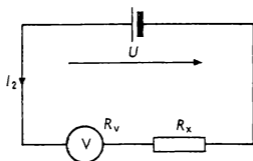
2. Pomocí pomůcek, které máte k dispozici, změřte celkové odpory mezi vrcholy čtyřstěnu a zapište je s ohledem na barevné značení vrcholů. Určete R_1, R_2, R_3 . Použijete tzv. voltmetrickou metodu měření odporu, která vychází z Ohmova zákona a ze znalosti odporu voltmetru. Připojíme-li voltmetr ke zdroji o svorkovém napětí U (obr. 18), protéká jím proud

$$I_1 = \frac{U}{R_v}$$



Obr. 18

a ručka měřidla ukazuje výchylku n_1 dílků. Zařadíme-li pak do série rezistor o odporu R_x (obr. 19), zmenší se proud na



Obr. 19

$$I_2 = \frac{U}{R_v + R_x}$$

a výchylka ručky poklesne na n_2 dílků. Platí

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Z uvedených vztahů už sami vyjádřete R_x pomocí R_v , n_1 , n_2 a proveďte měření na čtyřstěnu. Výsledky měření zapište do přiložených tabulek.

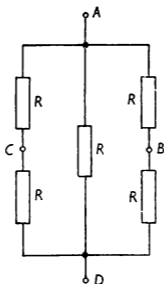
3. Rozhodněte, mezi kterými vrcholy čtyřstěnu leží rezistor o odporu r , a vypočtete hodnoty odporů r a R .
4. Odpor voltmetru je výrobcem zajištěn s velkou přesností; také rovnost odporů R byla pečlivě přezkoušena. K nepřesnosti může tedy dojít vlastně jen při čtení na stupnici voltmetru. Předpokládejme, že chyba způsobená nedokonalým čtením a nedokonalostí stupnice je $\pm 0,2$ dílku. Na základě tohoto údaje stanovte relativní chyby zjištěných hodnot odporů r , R .

Řešení:

1. Připojíme-li zdroj napětí k vrcholům C , D (obr. 17), pak vzhledem k souměrnosti tělesa mají vrcholy A , B stejný potenciál a rezistor mezi nimi proto můžeme vypustit,

aniž to vede ke změně proudů. Dostaneme náhradní síť podle obr. 20 a vzorec

$$R_{CD} = \frac{R}{2} (= R_2 \text{ nebo } R_3). \quad (1)$$



Obr. 20

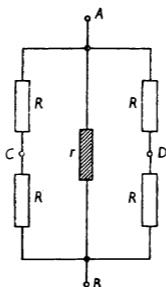
Podobně tomu bude, připojíme-li zdroj napětí k vrcholům *A*, *B*. Tentokrát budou mít stejný potenciál vrcholy *C*, *D*, příslušný rezistor můžeme vypustit a dostáváme náhradní síť podle obr. 21 a vzorec

$$R_{AB} = \frac{r R}{r + R} (= R_3 \text{ nebo } R_2). \quad (2)$$

Úpravou vzorců (1) a (2) dostaneme

$$R = 2 R_{CD}, \quad (3)$$

$$r = \frac{2 R_{CD} R_{AB}}{2 R_{CD} - R_{AB}}. \quad (4)$$



Obr. 21

Zbývající čtyři rezistory jsou stejné:

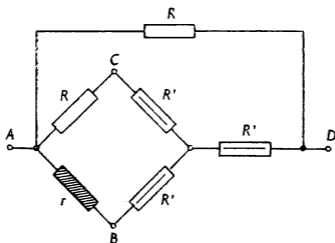
$$R_1 = R_{AC} = R_{AD} = R_{BC} = R_{BD}. \quad (5)$$

I. část diskuse

Situace je jasná jen tehdy, když $2R_2 - R_3 > 0$ a současně $2R_3 - R_2 < 0$. Pak zřejmě $R_2 = R_{CD}$, $R_3 = R_{AB}$, neboť jmenovatel v (4) musí být kladný. Jestliže však $2R_3 - R_2 > 0$, musíme přihlídnout i k hodnotě odporu R_1 . Vztah, který vyjadřuje odpor R_1 pomocí odporů R a r , odvodíme takto: Trojúhelník BCD nahradíme hvězdou ze tří stejných odporů R' a dostaneme náhradní síť podle obr. 22.

Ze vzorců pro transfiguraci zjistíme

$$R' = \frac{R R}{R + R + R} = \frac{R}{3}.$$



Obr. 22

Potom platí

$$R_{AD} = \frac{R \left[\frac{(R' + R)(R' + r)}{2R' + R + r} + R' \right]}{R + \frac{(R' + R)(R' + r)}{2R' + R + r} + R'} = R_1$$

a po dosazení za R' a úpravě

$$R_{AD} = \frac{3R^2 + 5Rr}{8(R + r)} = R_1. \quad (6)$$

Dosazením z (3), (4) dostaneme

$$R_1 = \frac{3 \cdot 4 R_{CD}^2 + \frac{5 \cdot 4 R_{CD}^2 R_{AB}}{2 R_{CD} - R_{AB}}}{8 \left(2 R_{CD} + \frac{2 R_{CD} R_{AB}}{2 R_{CD} - R_{AB}} \right)} = \frac{3 R_{CD} + R_{AB}}{4}$$

neboli

$$R_1 = \frac{R_{CD} + R_{AB}}{2} + \frac{R_{CD} - R_{AB}}{4}. \quad (7)$$

Dále platí

$$\frac{R_{CD} + R_{AB}}{2} = \frac{R_2 + R_3}{2}, \quad (8)$$

$$R_{CD} - R_{AB} = \frac{R}{2} - \frac{Rr}{R+r} = \frac{R(R-r)}{2(R+r)}. \quad (9)$$

II. část diskuse

Protože $r \neq R$, jsou dvě možnosti:

a) $R > r$. V tomto případě vzhledem k (9)

$$R_{CD} - R_{AB} > 0, \quad R_{CD} > R_{AB};$$

$$R_{CD} = \frac{4 R_{CD}}{4} > \frac{3 R_{CD} + R_{AB}}{4} > \frac{4 R_{AB}}{4} = R_{AB},$$

$$R_3 = R_{AB} < R_1 < R_{CD} = R_2.$$

Současně vzhledem k (7), (8), (9)

$$R_1 > \frac{R_{CD} + R_{AB}}{2} = \frac{R_2 + R_3}{2}. \quad (10)$$

b) $R < r$. V tomto případě

$$R_3 = R_{CD} < R_1 < R_{AB} = R_2$$

a současně

$$R_1 < \frac{R_2 + R_3}{2}. \quad (11)$$

Je-li splněna podmínka (10), nachází se rezistor o odporu r mezi vrcholy, mezi nimiž naměříme nejmenší celkový odpor R_3 ; je-li splněna podmínka (11), nachází se tento rezistor mezi vrcholy, mezi nimiž naměříme největší celkový odpor R_2 .

2. Vzorec pro výpočet neznámého odporu při měření voltmetrickou metodou je

$$R_x = R_v \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right).$$

Na určitém vzorku byly měřeny odpory voltmetrem typu C 4341 s rozsahem do 6 V, jehož odpor je 100 k Ω . Při prvním měření bylo přečteno $n_1 = 21,3$.

Výsledky měření jsou uvedeny na tabulce 9.

Tabulka 9

barevná kombinace	n_2	R_x (k Ω)
modrá-červená	9,3	129
modrá-zelená	14,6	45,9
modrá-žlutá	9,3	129
žlutá-červená	8,2	160
zelená-červená	9,3	129
žlutá-zelená	9,3	129

Z toho plyne, že $R_1 = 129$ k Ω , $R_2 = 160$ k Ω , $R_3 = 43,9$ k Ω .

3. Protože $2 R_3 - R_2 < 0$, platí $R_2 = R_{CD}$, $R_3 = R_{AD}$ (podle I. části diskuse). Rezistor o odporu r se nachází mezi vrcholy, mezi nimiž jsme naměřili odpor R_3 , tedy mezi vrcholy s barevným označením

modrá - zelená.

Nejpravděpodobnější hodnoty odporů jsou:

$$R = 320 \text{ k}\Omega, r = 53,6 \text{ k}\Omega.$$

4. Pro stanovení horní a dolní meze nalezené hodnoty odporu r je vhodné vztah (4) upravit na tvar

$$r = \frac{1}{\frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{2 R_{CD}}}$$

Horní mez odporu r dostaneme zřejmě dosazením horní meze odporu R_{AB} a dolní meze odporu R_{CD} ; pro dolní mez odporu r je tomu naopak.

Předpokládáme-li absolutní chybu čtení na stupnici $\pm 0,2$ dílku, dostáváme u našeho vzorku hodnoty uvedené v tab. 10.

Tabulka 10

veličina	horní mez	dolní mez
n_1	21,5	21,1
n_{21}	9,5	9,1
n_{22}	8,4	8,0
n_{23}	14,8	14,4
R_1 (k Ω)	136	122
R_2 (k Ω)	169	151
R_3 (k Ω)	49,3	42,6
R (k Ω)	338	302
r (k Ω)	58,9	48,7

Konečné výsledky jsou tedy

$$R = (320 \pm 18) \text{ k}\Omega,$$

$$r = (53 \pm 5) \text{ k}\Omega.$$

Tomu odpovídají relativní chyby

$$\frac{\Delta R}{R} \doteq 6 \%, \quad \frac{\Delta r}{r} \doteq 9 \%.$$

Poznámka:

Jmenovité hodnoty součástek byly 330 k Ω a 56 k Ω .

2. Úlohy kategorie B

Úlohy a jejich řešení recenzovali doc. dr. ing. Daniel Klivanec, CSc., a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

Úlohu č. 1 navrhl dr. Ivo Volf, ostatní úlohy doc. dr. ing. Daniel Klivanec, CSc.

1. úloha

Z výšky $h = 500$ m bylo volně puštěno těleso hmotnosti $m = 50$ kg a začalo padat k Zemi. Uvažte následující případy:

a) Zanedbáme odporovou sílu, již působí vzduch na těleso při pohybu.

b) Odporová síla, již působí vzduch na těleso při pohybu, je konstantní a představuje 0,1 tíhy tělesa; směřuje proti pohybu tělesa.

c) Odporová síla je přímo úměrná rychlosti, $F = -kv$, kde k je vhodný součinitel ($k = 8,3 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$).

Ve všech případech popište charakter pohybu, stanovte zrychlení a koncovou rychlost tělesa při dopadu.

Řešení:

Vztažnou soustavu spojíme s místem, v němž těleso dopadne na povrch Země, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Jde o volný pád, těleso se pohybuje s konstantním zrychlením g . Koncová rychlost při dopadu

$$v_1 = \sqrt{2hg} \doteq 99 \text{ m.s}^{-1}.$$

b) Odporová síla, která směřuje proti tíhové síle, má velikost $F_2 = k'mg$; proto pro zrychlení a_2 , s nímž těleso klesá, platí

$$ma_2 = mg - k'mg = mg(1 - k').$$

Těleso se pohybuje s konstantním zrychlením

$$a_2 = g(1 - k') \doteq 8,8 \text{ m.s}^{-2},$$

pohyb je rovnoměrně zrychlený. Koncová rychlost při dopadu

$$v_2 = \sqrt{2hg(1 - k')} \doteq 94 \text{ m.s}^{-1}.$$

c) V tomto případě má odporová síla velikost

$$F_3 = kv, \quad k = -8,3 \text{ N.s.m}^{-1}.$$

Označme a_3 okamžité zrychlení pohybu, v jeho okamžitou rychlost. Potom platí

$$ma_3 = mg - F_3 = mg - kv.$$

Jde o pohyb, jehož zrychlení se zmenšuje v závislosti na dosažené rychlosti.

Korektní řešení je obtížnější, bude uvedeno dále. Pro odhad postačí tato úvaha:

Pro zrychlení platí

$$a_3 = g - \frac{kv}{m}. \quad (1)$$

Při postupném zvětšování rychlosti na nějakou velikost v_3 (jde ovšem o mezní hodnotu pro $t \rightarrow \infty$) nastane situace, kdy

$$a_{3m} = g - \frac{k v_3}{m} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Potom platí

$$v_3 = \frac{m g}{k} \doteq 59 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Touto rychlostí by se pak těleso pohybovalo dále, jeho pohyb by byl rovnoměrný.

Jde tedy o pohyb nerovnoměrně zrychlený, jehož zrychlení klesá z hodnoty g na nulu a jehož rychlost se blíží mezní velikosti v_3 .

Při korektním řešení, které je z hlediska středoškolské matematiky obtížné, vycházíme z (1). Dráhu obecně označíme s , rychlost v , zrychlení a . Jednoduchou úpravou dostaneme z (1), zavedeme-li označení $K = k/m$:

$$a + Kv = g.$$

Uvážíme nyní, že $v = \frac{ds}{dt}$, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$. Odtud dostaneme diferenciální rovnici

$$\frac{d^2s}{dt^2} + K \frac{ds}{dt} = g. \quad (2)$$

Počáteční podmínky: pro $t = 0$ je $v = \frac{ds}{dt} = 0$, $\frac{d^2s}{dt^2} = g$ (zrychlení na počátku pohybu).

Rovnici (2) a uvedeným počátečním podmínkám vyhovuje partikulární integrál

$$s = \frac{g}{K} \left\{ t - \frac{1}{K} [1 - \exp(-K t)] \right\}; \quad (3)$$

odtud postupným derivováním

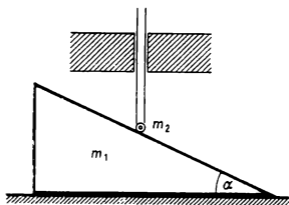
$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{g}{K} [1 - \exp(-K t)], \quad (4)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = g \exp(-K t). \quad (5)$$

Analytické řešení není proveditelné. Při řešení pro zadané hodnoty dosadíme za K do (5), čímž dostaneme funkci $a_3 = f(t)$. Pro $t \rightarrow \infty$ je mezní hodnota $a_{3m} = 0$. Nyní je třeba do (5) dosadit hodnotu zadanou pro $s = 500$ m a numerickou metodou stanovit příslušný čas t_3 . Dosazením výsledku do (4) stanovíme přibližně koncovou rychlost v_3 . Po provedení těchto výpočtů zjistíme, že koncová rychlost v_3 je jen o málo větší než hodnota, která byla prve stanovena odhadem pro $t \rightarrow \infty$.

2. úloha

Tyč je umístěná v nehybnom valci (obr. 23) a může sa pohybovať v zvislom smere len vo vnútri valca, bez trenia. Hmotnosť tyče a kolieska na konci tyče je m_2 . Tyč sa kolieskom dotýka klinu uloženého na vodorovnej podložke. Stena klinu zvierá s vodorovnou podložkou uhol α . Hmotnosť klinu je m_1 . Súčiniteľ šmykového trenia medzi klinom a vodorovnou podložkou je f . Sila trenia v osi kolieska ako aj sila trenia pri pohybe kolieska po povrchu klinu sú veľmi malé v porovnaní so silou trenia medzi klinom a vodorovnou podložkou.

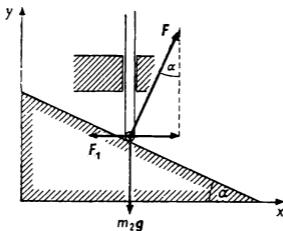


Obr. 23

- a) Určte zrýchlenie \mathbf{a}_2 pohybu tyče a zrýchlenie \mathbf{a}_1 pohybu klinu po vodorovnej podložke pôsobením tiažového poľa.
 b) Určte tlakovú silu \mathbf{F} na tyč.
 c) Urobte diskusiu výsledkov úlohy a) a určte podmienku pohybu sústavy.

Riešenie:

a) Súradnicovú sústavu zvolíme podľa obr. 24. Na tyč pôsobia: tlaková sila \mathbf{F} klinu, tiažová sila, ktorej veľkosť je $m_2 g$, a tlaková sila \mathbf{F}_1 valca. Pôsobisko všetkých síl

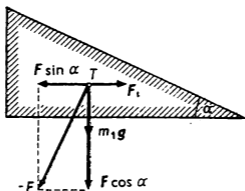


Obr. 24

umiestníme v osi kolieska. Podľa obr. 24 platí pre zložky síl pôsobiacích na tyč vo smere osi y :

$$-m_2 g + F \cos \alpha = m_2 a_2. \quad (1)$$

Na klin pôsobia: reakcia $-F$ tlakovej sily, tiažová sila veľkosti $m_1 g$ a sila trenia F_t .



Obr. 25

Pri dostatočne malej vzdialenosti ťažiska T klinu od vodorovnej podložky môžeme bod T považovať za pôsobisko týchto síl. Podľa obr. 25 pre zložky síl pôsobiacích na klin vo smere osi x platí

$$-F \sin \alpha + f(F \cos \alpha + m_1 g) = m_1 a_1. \quad (2)$$

Pre dĺžky dráh tyče a klinu v čase t platí

$$\Delta y = \frac{1}{2} a_2 t^2, \quad \Delta x = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (3)$$

a ďalej

$$\Delta y = \Delta x \operatorname{tg} \alpha. \quad (4)$$

Z rovníc (3) a (4)

$$a_2 = a_1 \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

Zo sústavy rovníc (1), (2), (5) vypočítame

$$a_1 = g \frac{-m_2 + f(m_1 + m_2) \cotg \alpha}{m_1 \cotg \alpha + m_2 (\tg \alpha - f)},$$

$$a_2 = g \frac{-m_2 \tg \alpha + f(m_1 + m_2)}{m_1 \cotg \alpha + m_2 (\tg \alpha - f)}.$$

b) Zo sústavy rovníc (1), (2), (5) máme tiež

$$F = m_1 m_2 g \frac{\cos \alpha + f \sin \alpha}{m_1 \cos^2 \alpha + m_2 (\sin^2 \alpha - f \sin \alpha \cos \alpha)}.$$

c) Vo zvolenej súradnicovej sústave je $a_1 < 0$, $a_2 < 0$, ak

$$\tg \alpha > f \frac{m_1 + m_2}{m_2};$$

pohyby klinu aj tyče s kolieskom sú v tomto prípade rovnomerne zrýchlené.

Ak

$$\tg \alpha \leq f \frac{m_1 + m_2}{m_2},$$

je $a_1 = 0$, $a_2 = 0$ (záporné hodnoty nemajú fyzikálny význam). Sústava sa nepohybuje, v prípade rovnosti sa tiež môže pohybovať rovnomerne.

3. úloha

Dva oceľové valcové prstence majú tieto rozmery: prvý prstenec vnútorný polomer r_0 a hrúbku valcovej steny b_1 ; druhý prstenec vnútorný polomer $(r_0 + b_1 + d)$ a hrúbku steny b_2 , $d > 0$. Teplota prvého prstenca je t_1 , teplota druhého prstenca $t_2 > t_1$. Výška l oboch prstencov je rovnaká.

Prstence nasunieme na seba a necháme ich vychladnúť na teplotu t_1 . Teplotné zmeny sústavy prstencov sú také, že prvý prstenec sa dotkne vonkajšou stenou vnútornej steny druhého prstenca a v stykovej ploche oba prstence na seba pôsobia tlakovou silou.

Súčiniteľ statického trenia medzi prstencami je f_0 . Určte najmenšiu silu F_{\min} , ktorá musí pôsobiť v osovom smere na jeden z prstencov, ak druhý je pevne uchytený, aby sa prstence oddelili.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $t_2 = 520^\circ\text{C}$, $r_0 = 2,00\text{ cm}$, $b_1 = 2,00\text{ mm}$, $b_2 = 1,00\text{ mm}$, $d = 9,00 \cdot 10^{-2}\text{ mm}$, $l = 1,00\text{ cm}$, $f_0 = 0,160$, teplotný súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti ocele $\alpha = 1,20 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$, modul pružnosti v ťahu ocele $E = 2,00 \cdot 10^{11}\text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$.

Riešenie:

Pretože $b_1 \ll r_0$, $b_2 \ll r_0$, $d \ll r_0$, budeme pre všetky polomery prstencov približne predpokladať dĺžku r_0 . Po ochladení by sa polomer vonkajšieho prstenca zmenšil o

$$\Delta d = r_0 \alpha (t_2 - t_1);$$

v danej situácii sa môže zmenšiť len o dĺžku

$$s = \Delta d - d,$$

ktorá je rovná súčtu $\Delta r_1 + \Delta r_2$ zmien polomerov oboch prstencov v dôsledku deformácie, pričom

$$r_1 = \frac{F_0 r_0}{E l b_1}, \quad r_2 = \frac{F_0 r_0}{E l b_2},$$

kde F_0 je veľkosť ťahovej sily vo valci vonkajšom a tak isto veľkosť tlakovej sily vo valci vnútornom. Sily F_0 majú v každom mieste smery dotyčníc kružníc priečného rezu sústavy. Teraz platí

$$s = \Delta r_1 + \Delta r_2 = \frac{F_0 r_0}{E l} \left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} \right) =$$

$$= r_0 \alpha (t_2 - t_1) - d.$$

Z toho

$$F_0 = \frac{E l}{r_0} \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} [r_0 \alpha (t_2 - t_1) - d].$$

Pre tlakovú silu medzi prstencami, ktorú označíme F_1 , platí

$$F_1 = 2 \pi F_0 \quad (1)$$

a pre silu statického trenia medzi prstencami

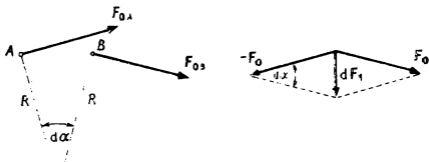
$$F_t = f_0 F_1.$$

Veľkosť tejto sily sa rovná veľkosti minimálnej sily F_{\min} , ktorá musí pôsobiť v osovom smere, aby sa prstence oddelili:

$$F_{\min} = 2 \pi f_0 \frac{E l}{r_0} \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} [r_0 \alpha (t_2 - t_1) - d].$$

Pre zadané hodnoty: $F_{\min} \doteq 2,01 \cdot 10^3 \text{ N}$.

Poznámka: odvodenie vzťahu (1) - obr. 26



Obr. 26

Uvažujeme kruhový oblúk s polomerom R , na oblúku uvažujeme dva veľmi blízke body A , B , kruhový oblúčik medzi nimi prislúži elementárnemu stredovému uhlu $d\alpha$. Vektorový rozdiel síl \mathbf{F}_{0A} , \mathbf{F}_{0B} rovnakých veľkostí má smer polomeru oblúka a dáva k tlakovej sile elementárny príspevok veľkosti

$$dF_1 = F_0 d\alpha,$$

kde F_0 je rovnaká veľkosť vektorov \mathbf{F}_{0A} , \mathbf{F}_{0B} .

Tlakovú silu určíme integrovaním od 0 do 2π ; týmto postupom dostaneme práve (1).

4. úloha

Dve kovové obdĺžnikové dosky s rozmermi a , b a zanedbateľnou hrúbkou sú umiestnené vertikálne, navzájom rovnobežne tak, že stranou dĺžky b sa dotýkajú dielektrickej kvapaliny vo veľkej nádobe, ktorej relatívna permitivita je ϵ_r . Vzájomná vzdialenosť medzi doskami je d . Na dosky pripojíme na veľmi krátky čas jednosmerný zdroj elektromotorického napätia U_0 . Povrch kvapaliny medzi kovovými doskami sa zvýši o h v porovnaní s povrchom kvapaliny mimo dosiek.

a) Fyzikálne zdôvodnite uvedený dej.

b) Určte veličinu h .

Kapilárne javy pri riešení úlohy neuvažujte.

Úlohu b) riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $a = 5,0$ cm, $U_0 = 1\,000$ V, hustota kvapaliny $\rho = 800$ kg.m⁻³, $\epsilon_r = 2,1$, $d = 2,0$ mm.

Riešenie:

a) Kvapalina v silne nehomogénnom elektrickom poli sa na styku s doskami polarizuje a vŕhuje sa do priestoru medzi dosky kondenzátora. Náboj Q na doskách je stály. Kapacita kondenzátora sa zväčšuje, energia E poľa kondenzátora sa znižuje podľa vzťahu

$$E = \frac{Q^2}{2C},$$

kde C je kapacita kondenzátora. Úbytok ΔE energie kondenzátora sa rovná prírastku tiažovej potenciálnej energie kvapalinového stĺpca medzi doskami kondenzátora.

b) Úbytok energie kondenzátora

$$\Delta E = \frac{Q^2}{2C_0} - \frac{Q^2}{2C},$$

kde C_0 je kapacita vzduchového kondenzátora, C kapacita kondenzátora s priestorom medzi doskami čiastočne zaplneným dielektrickou kvapalinou.

Tiažová potenciálna energia kvapalinového stĺpca medzi doskami kondenzátora, ktorého hmotnosť je m :

$$E_p = \frac{m g h}{2}.$$

Z rovnosti $\Delta E = E_p$ máme

$$Q^2 \left(\frac{1}{C_0} - \frac{1}{C} \right) = m g h. \quad (1)$$

Pre veličiny vo vzťahu (1) platí

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{a b}{d}, \quad C = \epsilon_0 \frac{b}{d} [a + (\epsilon_r - 1) h],$$

$$m = \rho b h d, \quad Q = \epsilon_0 \frac{a b}{d} U_0.$$

Dosadením do (1) a úpravou dostaneme pro h kvadratickú rovnicu

$$h^2 + \frac{a}{\varepsilon_r - 1} h - \frac{\varepsilon_0 a U_0^2}{\rho g d^2} = 0,$$

ktorej kladné riešenie je

$$h = \sqrt{\frac{a^2}{4(\varepsilon_r - 1)^2} + \frac{\varepsilon_0 a U_0^2}{\rho g d^2}} - \frac{a}{2(\varepsilon_r - 1)}$$

a pre zadané hodnoty: $h \doteq 0,3 \text{ mm}$.

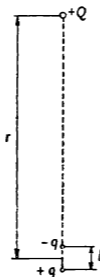
5. úloha

Na malej guľôčke je náboj Q .

V ktorom mieste a v akej vzdialenosti od guľôčky je vodná kvapka, ak sily na ňu pôsobiace vo vákuu v tiažovom poli sú v rovnováhe?

Rozmery kvapky i guľôčky sú v porovnaní so vzdialenosťou medzi nimi veľmi malé.

Riešenie:



Obr. 27

Stanovíme najskôr silu, ktorou kladný náboj $+Q$ priťahuje elektrický dipól orientovaný podľa obr. 27, ktorého vzdialenosť od náboja je r .

Elektrický dipól vytvára dvojica rovnako veľkých navzájom opačných nábojov umiestnených vo veľmi malej vzájomnej vzdialenosti l .

Na náboj $-q$ pôsobí náboj $+Q$ príťažnou silou veľkosti

$$F_- = k_0 \frac{Q q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}$$

a na náboj $+q$ odpudivou silou

$$F_+ = k_0 \frac{Q q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2},$$

kde

$$k_0 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0}.$$

Výsledná príťažná sila má veľkosť

$$\begin{aligned} F &= F_- - F_+ = k_0 Q q \left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] = \\ &= k_0 \frac{2 Q q l r}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}. \end{aligned}$$

Zavedieme označenie $p = q l$. Je to moment dipólu, s ktorým budeme naďalej počítat: je to konečná veličina aj pre $l \rightarrow 0$. Pre $l \rightarrow 0$ má potom príťažná sila veľkosť

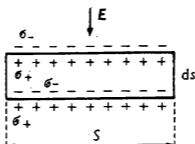
$$F = k_0 \frac{2 Q p}{r^3}. \quad (1)$$

Kvapka je na zvislej priamke pod nabitou guľôčkou. Voda je dielektrická kvapalina, ktorej pomerná permitivita je ϵ_r a hustota ρ .

V elektrickom poli nabitej guľôčky sa kvapka polarizuje a vytvorí dipól, ktorého moment je treba stanoviť. Budeme najprv uvažovať veľmi malé dielektrické teleso v homogénnom elektrickom poli intenzity \mathbf{E} . Teleso má tvar valca, ktorého podstavy majú obsah S a sú kolmé na vektor \mathbf{E} . Valec má elementárnu výšku ds . Označíme σ_+ , σ_- hustoty nábojov vytvorených polarizáciou. Postačí uvažovať hornú podstavu v obr. 28. Indukcia \mathbf{D} je rovnaká vo vákuu aj v dielektriku. Elektrické pole zo strany vákuu má na podstave valca intenzitu veľkosti

$$E_1 = E + \frac{\sigma}{2 \epsilon_0},$$

pretože intenzita poľa hornej strany elektrickej dvojvrstvy je orientovaná rovnako ako intenzita poľa základného.



Obr. 28

Zo strany dielektrika má výsledné pole intenzitu veľkosti

$$E_2 = E - \frac{\sigma}{2 \epsilon_0 \epsilon_r}.$$

Pretože veľkosti indukcie sú rovnaké, platí teraz

$$\varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_2$$

a z tejto rovnosti vyjadríme

$$\sigma = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E.$$

Náboje na podstavách valca majú veľkosť $q = \sigma S$ a valec teda má elementárny dipólový moment

$$dp = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E S ds = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E dV,$$

kde dV je elementárny objem.

Polarizované dielektrické teleso môžeme považovať za sústavu takýchto elementárnych dipólov, výsledný moment je súčtom ich momentov. Ak teda má teleso objem V , potom jeho dipólový moment

$$p = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E V.$$

Ak ide o pole nabitej guľôčky vo vzdialenosti r od jej stredu, potom

$$p = k_0 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \frac{Q}{r^2} V. \quad (2)$$

Dosadením (2) do (1) dostaneme veľkosť príťažnej sily, ktorá má smer zvislo nahor

$$F = \frac{(\varepsilon_r - 1) Q^2 V}{8 \pi^2 \varepsilon_0 r^5}.$$

Na kvapku pôsobí tiažová sila, ktorá má smer zvislo nadol a ktorej veľkosť

$$F_G = V \rho g.$$

Sily F , F_G sú v rovnováhe. Z tejto podmienky dostaneme vzťah, z ktorého vyjadríme

$$r = \sqrt[5]{\frac{(\epsilon_r - 1) Q^2}{8 \pi^2 \epsilon_0 \rho g}}$$

6. úloha

Meranie rýchlosti rastu kryštálov

Pomôcky

Školský mikroskop, stopky, nasýtený roztok kuchynskej soli, krycie sklíčko, sklená tyčka, milimetrový papier.

Princíp

Ak nanesieme na krycie sklíčko kvapku nasýteného roztoku kuchynskej soli, začnú sa za krátky čas vytvárať a rásť kryštály. Charakteristikou procesu rastu kryštálu môže byť napr. rýchlosť rastu niektorej jeho hrany.

Vedľa krycieho sklíčka mikroskopu položíme milimetrový papier tak, aby sme jedným okom pozorovali kryštál cez okulár mikroskopu a druhým okom milimetrový papier. Oba zrkové vnemy sa spoja a kryštály vidíme na pozadí milimetrového papiera, ktorý umiestnime tak, aby priamky papiera boli rovnobežné s niektorou hranou kryštálu. Ak odmeráme čas, za ktorý sa zväčší hrana kryštálu napr. o 1 mm, možno z toho určiť rýchlosť rastu kryštálu. Pri meraní dĺžok hrán kryštálu berieme však do úvahy, že skutočná dĺžka hrany je z -krát menšia v porovnaní s nameranou dĺžkou, kde z je zväčšenie mikroskopu: $z = z_1 z_2$, z_1 je zväčšenie okuláru, z_2 zväčšenie objektívu.

Postup

1. Mikroskop, ktorého zväčšenie je z (napr. $z = 80$), pripravíme na pozorovanie rastu kryštálov. Mikroskop zaostříme na povrch krycieho sklíčka.

2. Vedľa plochy pre sklíčko položíme milimetrový papier a nanesieme na čisté sklíčko kvapku roztoku. Sledujeme vznik a rast kryštálov a súčasne milimetrový papier tak, že kryštály vidíme na pozadí stupnic papiera.
3. Sledujeme rast jedného kryštálu. Milimetrový papier umiestníme tak, aby jeho priamky boli rovnobežné s jednou z hrán pozorovaného kryštálu. Keď hrana kubického kryštálu soli narastie na dĺžku 1 mm alebo 2 mm, zapneme stopky. Postupne meráme čas, za ktorý sa hrana kryštálu zväčší o 1, 2, 3, 4 mm.
4. Nameraná dĺžka d' zodpovedá skutočnej dĺžke d hrany kryštálu

$$d = \frac{d'}{z}$$

5. Vypočítame rýchlosti rastu kryštálu pri jeho postupnom zväčšovaní.

Otázky

1. Prečo klesá rýchlosť rastu kryštálu s časom?
2. Prečo za normálnych podmienok v presýtenom roztoku vzniká mnoho malých kryštálov, a nie jeden veľký kryštál?

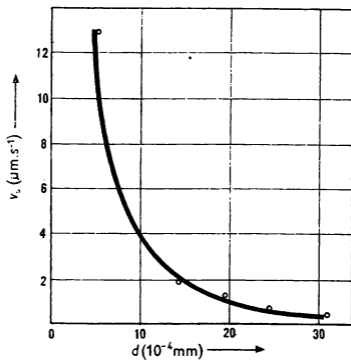
Riešenie:

K meraniu sme použili mikroskop SRB a ŠTYS s celkovým zväčšením $z = 1\,575$ ($z_1 = 15$, $z_2 = 105$). Výsledky merania sú uvedené v tab. 11, kde zväčšenie dĺžky d hrany kryštálu za doby $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ sme označili $\Delta d = d_{i+1} - d_i$. Určovali sme priemernú rýchlosť v_s rastu kryštálu v časových intervaloch Δt .

Priemerná rýchlosť rastu kryštálu, ktorý sme pozorovali, sa s časom zmenšovala (pozri tab. 11). Na obr. 29 je znázornená závislosť priemernej rýchlosti v_s rastu kryštálu ako funkcia dĺžky d hrany kryštálu.

Tabuľka 11

d' (mm)	d (mm)	t (s)	Δd (mm)	Δt (s)	v_s (m. s ⁻¹)
1	$6,4 \cdot 10^{-4}$	50	$6,4 \cdot 10^{-4}$	50	$12,8 \cdot 10^{-6}$
2	$12,7 \cdot 10^{-4}$	420	$6,3 \cdot 10^{-4}$	370	$1,7 \cdot 10^{-6}$
3	$19,0 \cdot 10^{-4}$	1 080	$6,3 \cdot 10^{-4}$	660	$1,0 \cdot 10^{-6}$
4	$25,4 \cdot 10^{-4}$	2 100	$6,4 \cdot 10^{-4}$	1 020	$0,6 \cdot 10^{-6}$
5	$31,7 \cdot 10^{-4}$	4 440	$6,3 \cdot 10^{-4}$	2 340	$0,3 \cdot 10^{-6}$

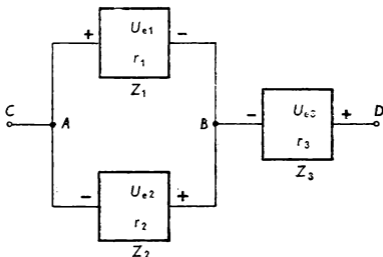


Obr. 29

Kryštalizácia roztoku kuchynskej soli prebieha tak, že ióny Na^+ a Cl^- sa ukladajú postupne okolo kryštalizačného zárodka v bodoch, kde majú menšiu potenciálnu energiu. Koncentrácia iónov v roztoku nad povrchom kryštálu a tým aj rýchlosť jeho rastu sa postupne znižuje. V roztoku kuchynskej soli sa nachádza veľký počet pevných častíc, ktoré vytvárajú kryštalizačné zárodky. Za normálnych podmienok vzniká v presýtenom roztoku kuchynskej soli veľký počet menších kryštálov. K získaniu veľkých monokryštálov sa používa špeciálna experimentálna technika a technológia.

7. úloha

Tri jednosmerné zdroje elektromotorického napätia sú spojené podľa schémy na obr. 30.



Obr. 30

- Určte výsledné elektromotorické napätie U_e a výsledný vnútorný odpor r sústavy zdrojov.
- Určte prúdy, ktoré tečú jednotlivými zdrojmi sústavy.
- Určte napätie U_{AB} medzi bodmi A , B sústavy.

d) Určte účinnosť sústavy zdrojov, ak k svorkám C , D pripojíme spotrebič s odporom R .

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $U_{e1} = 6,3 \text{ V}$, $r_1 = 1,0 \ \Omega$, $U_{e2} = 12 \text{ V}$, $r_2 = 0,50 \ \Omega$, $U_{e3} = 3,0 \text{ V}$, $r_3 = 0,50 \ \Omega$, $R = 8,0 \ \Omega$.

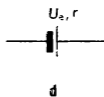
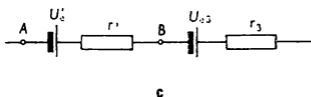
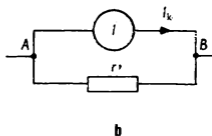
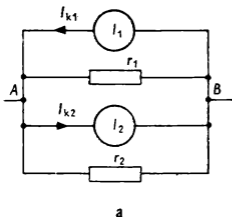
Riešenie:

Úlohu budeme riešiť metódou náhradných zdrojov.

a) Za prvý a druhý zdroj použijeme prúdové náhrady, potom ich nahradíme jedným napäťovým zdrojom (obr. 31a, b, c). Máme vzťahy

$$I_{k1} = \frac{U_{e1}}{r_1}, \quad I_{k2} = \frac{U_{e2}}{r_2}, \quad I_k = I_{k2} - I_{k1},$$

$$r' = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}, \quad r = r' + r_3.$$



Obr. 31

Potom z obr. 31c, d

$$U_e = U'_c + U_{e3} = \left(\frac{U_{e2}}{r_2} - \frac{U_{e1}}{r_1} \right) \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + U_{e3};$$

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + r_3.$$

b) Prvým a druhým zdrojom preteká rovnaký prúd

$$I_0 = \frac{U_{e1} + U_{e2}}{r_1 + r_2}.$$

Tretím zdrojom prúd netečie.

c) Napätie U_{AB} určíme napr. z rovnosti $U_{AB} = U'_e$;

$$U_{AB} = U'_e = \frac{U_{e2} r_1 - U_{e1} r_2}{r_1 + r_2}.$$

d) Sústavou s pripojeným spotrebičom preteká prúd I ; užitočný výkon spotrebiča $P_u = R I^2$. Príkonnosť sústavy zdrojov $P = (R + r) I^2$; účinnosť

$$\eta = \frac{R}{R + r} = \frac{R}{R + r_3 + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}.$$

Pre zadané hodnoty:

a) $U_e = 8,9 \text{ V}$, $r \doteq 0,83 \text{ } \Omega$;

b) $I_0 \doteq 12 \text{ A}$;

c) $U_{AB} = 5,9 \text{ V}$;

d) $\eta \doteq 0,91$.

b) Druhé kolo súťaže

Všetky úlohy navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.

1. úloha

Malé rovinné zrkadlo s hmotnosťou m je zavesené na vlákne s dĺžkou l tak, že jeho rovina je zvislá. Kolmo na rovinu zrkadla dopadá za veľmi krátky čas laserový lúč s energiou E . Určte uhol α , o ktorý sa odkloní vlákno od zvislého smeru. V riešení neuvažujte hmotnosť a pružnosť vlákna, silu trenia v bode upevnenia vlákna a silu odporu vzduchu pri pohybe vlákna a zrkadla.

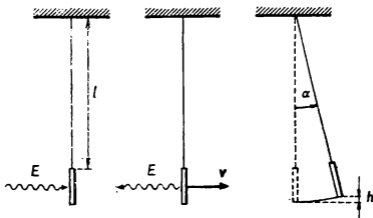
Zrkadlo dokonale odrazí laserový lúč, t. j. nepohlí žiadnu časť energie lúča.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $E = 3,0 \cdot 10^2 \text{ J}$, $m = 30 \text{ mg}$, $l = 6,0 \text{ cm}$.

Poznámka: Hybnosť laserového lúča $p = E/c$, c je rýchlosť svetla vo vákuu.

Riešenie:

Pri dopade lúča nadobudne zrkadlo rýchlosť v . Podľa obr. 32 platí



Obr. 32

$$h = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (1)$$

Zo zmien energie pre zrkadlo máme

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h; \quad h = \frac{v^2}{2g}.$$

Dosadením za h z (1) a úpravou dostaneme

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{v}{2\sqrt{gl}}. \quad (2)$$

Rýchlosť v pohybu zrkadla dostaneme zo zákona zachovania hybnosti:

$$\frac{E}{c} = -\frac{E}{c} + m v; \quad v = \frac{2E}{m c}.$$

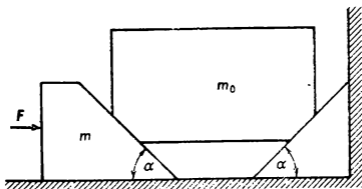
Dosadením za v do (2) a úpravou

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{E}{m c \sqrt{gl}}.$$

Pre zadané hodnoty: $\alpha \doteq 5,0^\circ$.

2. úloha

Na vodorovnej rovine sú dva rovnaké klíny s uhlami sklonu $\alpha = 45^\circ$. Na klíny je položené rovnorodé teleso podľa obr. 33, ktorého dve strany sú prilahlé k šikmým stenám klinov. Hmotnosť prvého klína je m , hmotnosť telesa je m_0 . Druhý klín je opretý o nepohyblivú stenu. Na prvý klín pôsobí vo vodorovnom smere sila \mathbf{F} .



Obr. 33

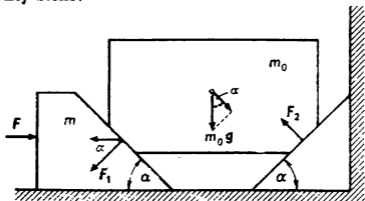
- Určte zrýchlenie a_1 prvého klinu.
- Určte zrýchlenie a_0 telesa.
- Akými silami F_1 , F_2 pôsobia pohyblivý a nepohyblivý klin na teleso?

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $m = 8,0 \text{ kg}$, $m_0 = 300 \text{ kg}$, $F = 2\,600 \text{ N}$.

Predpokladajte, že vodorovná rovina, ako aj steny klinov a telesa sú ideálne hladké.

Riešenie:

a), b) Prvý klin sa pohybuje pôsobením sily F a reakcie F_1 telesa (obr. 34) so zrýchlením a_1 vo vodorovnom smere k pevnej stene:



Obr. 34

$$m a_1 = F - F_1 \cos 45^\circ = F - \frac{F_1}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

Teleso sa pohybuje pod uhlom 45° vzhľadom na vodorovnú rovinu so zrýchlením a_0 :

$$m_0 a_0 = F_1 - m_0 g \cos 45^\circ = F_1 - \frac{m_0 g}{\sqrt{2}}, \quad (2)$$

kde F_1 je tlaková sila medzi prvým klinom a telesom. Dĺžka dráhy pohybu prvého klinu je, za rovnaký čas, $\sqrt{2}$ -krát väčšia ako dĺžka dráhy telesa. Preto aj pre zrýchlenia

$$a_1 = a_0 \sqrt{2}. \quad (3)$$

Zo sústavy rovníc (1), (2), (3)

$$a_1 = \frac{2F - m_0 g}{2m + m_0}, \quad a_0 = \frac{2F - m_0 g}{(2m + m_0)\sqrt{2}}.$$

c) Z tej istej sústavy rovníc

$$F_1 = m_0 \sqrt{2} \frac{F + m g}{2m + m_0}$$

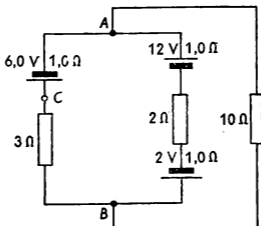
a ďalej

$$F_2 = \frac{m_0 g}{\sqrt{2}}.$$

Pre zadané hodnoty: $a_1 \doteq 7,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $a_0 \doteq 5,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $F_1 \doteq 3,6 \cdot 10^3 \text{ N}$, $F_2 \doteq 2,2 \cdot 10^3 \text{ N}$.

3. úloha

V elektrickom obvode, ktorého schéma je na obr. 35, určte



Obr. 35

- a) napätie U_{AB} medzi uzlami A , B ,
 b) napätie U_{CB} na rezistore s odporom $3,0 \Omega$,
 c) prúd I , ktorý prechádza druhou vetvou,
 d) celkovú účinnosť sústavy zdrojov elektrického obvodu.
 Odporu spojovacích vodičov neuvažujte.

Riešenie:

a) Zvoľme potenciál V_B uzla B elektrického obvodu nulový, $V_B = 0 \text{ V}$. Potenciál uzla A určíme metódou uzlových potenciálov

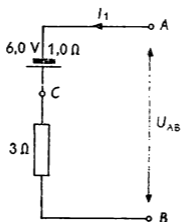
$$V_A \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10} \right) S = \left(-\frac{6}{4} + \frac{10}{4} \right) A,$$

$$V_A = \frac{5}{3} \text{ V} \doteq 1,7 \text{ V}.$$

Potom $U_{AB} = V_A - V_B \doteq 1,7 \text{ V}$.

b) Prúd, ktorý prechádza vetvou ACB , označme I_1 . Podľa 2. Kirchoffovho zákona potom platí (obr. 36)

$$1,7 \text{ V} - 4 \Omega \cdot I_1 = -6 \text{ V}, I_1 \doteq 1,9 \text{ A}.$$



Obr. 36

Napätie

$$U_{CB} = 3,0 \, \Omega \cdot 1,9 \, \text{A} \doteq 5,7 \, \text{V}.$$

c) Prúd I určíme pomocou 2. Kirchhoffovho zákona

$$1,7 \, \text{V} - 4 \, \Omega \cdot I = 10 \, \text{V}, \quad I \doteq -2,1 \, \text{A}.$$

d) Celkový príkon zdrojov elektromotorického napätia v obvode je

$$P = 6,0 \, \text{V} \cdot 1,9 \, \text{A} + (12 \, \text{V} + 2,0 \, \text{V}) \cdot 2,1 \, \text{A} \doteq 41 \, \text{W}.$$

Celkové straty výkonu na vnútorných odporoch zdrojov napätia sú

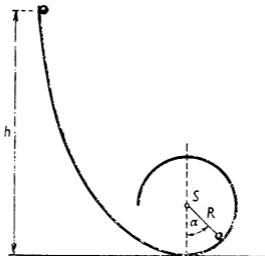
$$P' = 1,0 \, \Omega \cdot (1,9 \, \text{A})^2 + 2,0 \, \Omega \cdot (2,1 \, \text{A})^2 \doteq 12 \, \text{W}.$$

Celková účinnosť zdrojov v elektrickom obvode je

$$\eta = \frac{P - P'}{P} \doteq 0,71.$$

4. úloha

Gulôčku s hmotnosťou m spúšťame s nulovou začiatočnou rýchlosťou z výšky h nad vodorovnou rovinou po ploche, ktorá v mieste dotyku s vodorovnou rovinou prechádza do valcovej plochy s polomerom R (obr. 37).

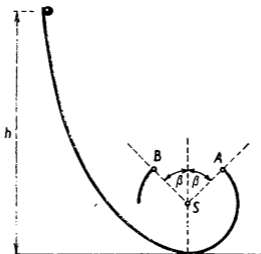


Obr. 37

- Určte tlakovú silu F , ktorou pôsobí gulôčka na valcovú plochu, ako funkciu uhla α medzi zvislou priamkou a spojnicou gulôčky so stredom S jej kružnicovej dráhy.
- Aká musí byť najmenšia výška $h = h_0$, aby gulôčka prešla najvyšším bodom valcovej plochy?

Ďalej predpokladáme, že z hornej časti valcovej plochy je odstránená časť so stredovým uhlom 2β (obr. 38). Otvor je vymedzený povrchovými priamkami valcovej plochy, ktoré prechádzajú bodmi A , B .

- Určete najväčšiu výšku $h = h_1$ a najmenšiu výšku $h = h_2$, pri ktorej gulôčka po oddelení sa v bode A od valcovej plochy preletí vzduchom do bodu B .
- Určte uhly β_1 , β_2 zodpovedajúce výškam h_1 , h_2 podľa úlohy c).



Obr. 38

Rozmery guľôčky neuvažujte. Guľôčka sa pohybuje v tej istej zvislej rovine.

Riešenie:

a) Pre tlakovú silu F platí

$$F = \frac{m v^2}{R} + m g \cos \alpha.$$

Rýchlosť v guľôčky určíme zo zmien jej energie

$$m g h = m g R (1 - \cos \alpha) + \frac{1}{2} m v^2.$$

Po dosadení

$$F = m g \left(3 \cos \alpha - 2 + \frac{2 h}{R} \right). \quad (1)$$

b) Najmenšiu výšku h_0 dostaneme z (1), ak dosadíme $\alpha = \pi$, $F = 0$ N:

$$h_0 = \frac{5}{2} R.$$

c) Gulôčka sa v bode A oddelí od valcovej plochy začiatočnou rýchlosťou v_0 v smere dotyčnice ku svojej dráhe. Má preletieť vo vodorovnom smere vzdialenosť

$$AB = 2R \sin \beta = \frac{2 v_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g}$$

a z toho

$$v_0^2 = \frac{g R}{\cos \beta}.$$

Zo zmien energie gulôčky

$$m g h = m g R (1 + \cos \beta) + \frac{1}{2} m v_0^2,$$

odtiaľ podiel

$$k = \frac{h}{R} = 1 + \cos \beta + \frac{1}{2 \cos \beta};$$

úpravou

$$2 \cos^2 \beta - 2(k - 1) \cos \beta + 1 = 0$$

a riešením

$$\cos \beta = \frac{k - 1 \pm \sqrt{(k - 1)^2 - 2}}{2}.$$

Diskusiou riešenia máme dve podmienky:

$$(k - 1)^2 \geq 2, \text{ t. j. } k \geq 1 + \sqrt{2};$$

$$\cos \beta \leq 1, \text{ t. j. } k - 1 + \sqrt{(k - 1)^2 - 2} \leq 2;$$

$$k \leq 2,5$$

a z toho

$$1 + \sqrt{2} \leq k \leq 2,5; (1 + \sqrt{2}) R \leq h \leq 2,5 R;$$

$$h_1 = 2,5 R; h_2 = (1 + \sqrt{2}) R.$$

$$\text{d) } \cos \beta_1 = 0,5; \beta_1 = 60^\circ; \cos \beta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \beta_2 = 45^\circ;$$

riešenie $\cos \beta = 1, \beta = 0^\circ$ neuvažujeme.

Pre výšky h_i z intervalu $h_i \in \langle (1 + \sqrt{2}) R; 2,5 R \rangle$ vypočítame uhly otvorov $\beta_i \in \langle 45^\circ; 60^\circ \rangle$ zo vzťahu

$$\cos \beta_i = \frac{k_i - 1 - \sqrt{k_i^2 - 2k_i - 1}}{2}.$$

3. Úlohy kategórie C

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Marta Chytilová, CSc., a Mojmír Šimerský

a) První kolo soutěže

Všechny úlohy navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.

1. úloha

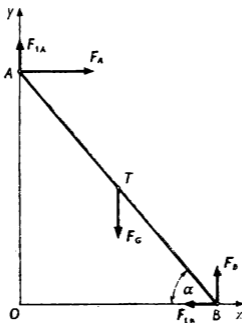
Ke svislé stěně je přistaven žebřík AB o hmotnosti m ; s vodorovnou podlahou svírá úhel α ; hmotný střed žebříku je uprostřed jeho podélné osy. Součinitel klidového tření v opěrném místě žebříku a stěny je f_{OA} , v opěrném místě žebříku a podlahy je f_{OB} .

- a) Určete tlakovou sílu F_A , kterou působí stěna na žebřík, a tlakovou sílu F_B , kterou působí podlaha na žebřík. Určete velikosti příslušných třecích sil.
- b) Určete nejmenší úhel α_{\min} , při kterém je žebřík v rovnovážné poloze v klidu.
- c) Opěrná stěna je dokonale hladká, $f_{OB} = 0,50$, $m = 20$ kg, $\alpha = 50^\circ$. Je v tomto případě žebřík v rovnovážné poloze v klidu? Určete síly F_A , F_B . Stojí člověk o hmotnosti $m_1 = 80$ kg uprostřed žebříku v tomto případě bezpečně? Může vystoupit bezpečně z tohoto místa do místa C, jehož vzdálenost je $3/4$ délky žebříku od místa opory B na podlaze?

Řešení:

a) - obr. 39

Označíme F_A tlakovou sílu, kterou působí stěna na žebřík, F_B tlakovou sílu, kterou působí podložka na žebřík. Pro třecí síly F_{tA} , F_{tB} v bodech A, B pak platí



Obr. 39

$$F_{tA} = f_{OA} F_A, \quad (1)$$

$$F_{tB} = f_{OB} F_B. \quad (2)$$

Je-li žebřík v rovnovážné poloze v klidu, je výslednice sil na něj působících nulová. Totéž platí o složkách výslednice ve směrech souřadnicových os; proto

$$\text{v ose } x \dots -F_{tB} + F_A = 0, \quad (3)$$

$$\text{v ose } y \dots -F_G + F_B + F_{tA} = 0, \quad (4)$$

kde $F_G = mg$ je tíhová síla, jejíž působíště klademe do těžiště T žebříku.

Řešením soustavy rovnic (1) až (4) dostaneme pro velikosti sil

$$F_A = \frac{mg f_{OB}}{1 + f_{OA} f_{OB}}, \quad F_B = \frac{mg}{1 + f_{OA} f_{OB}}, \quad (5)$$

$$F_{tA} = \frac{mg f_{OA} f_{OB}}{1 + f_{OA} f_{OB}}, \quad F_{tB} = \frac{mg f_{OB}}{1 + f_{OA} f_{OB}}.$$

Směry a orientace sil jsou patrné z obr. 39.

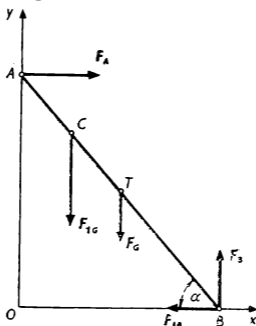
b) Rovnice (3) a (4) vyjadřují první podmínku rovnovážné polohy žebříku. Druhá podmínka: Výsledný moment sil (vzhledem k zvolené ose) působících na žebřík je nulový. Protože vektorové přímky všech sil působících na žebřík jsou v rovině OAB , je výhodné zvolit osu otáčení v bodě B ; pak druhou podmínku rovnováhy žebříku vyjádříme (l je délka žebříku)

$$mg \cos \alpha_{\min} \frac{l}{2} - F_A l \sin \alpha_{\min} - F_{tA} l \cos \alpha_{\min} = 0. \quad (6)$$

Po úpravě a dosazení z (5) dostaneme

$$\operatorname{tg} \alpha_{\min} = \frac{1 - f_{OA} f_{OB}}{2 f_{OB}}. \quad (7)$$

c) Pro zadané hodnoty $\alpha_{\min} = 45^\circ$, tedy $\alpha > \alpha_{\min}$. Žebřík je v rovnovážné poloze v klidu.



Obr. 40

Člověk stojí uprostřed žebříku bezpečně, protože veličina α_{\min} se nezmění; při odvozování (7) z (6) a (5) bychom totiž v (6) a (5) museli psát $(m_1 + m)$ místo m ; to však je bezvýznamné, protože $(m_1 + m)$ se zkrátí, stejně jako m . Stojí-li člověk v bodě C (obr. 40), je druhá podmínka rovnovážné polohy, zavedeme-li označení α'_{\min} místo α_{\min} :

$$\frac{1}{2} l F_G \cos \alpha'_{\min} + \frac{3}{4} l F_{1G} \cos \alpha'_{\min} - F'_A l \sin \alpha'_{\min} = 0. \quad (8)$$

kde F'_A je velikost tlakové síly, kterou v tomto případě

působí stěna na žebřík. Místo soustavy (1) až (4) máme nyní, poněvadž $F'_{tA} = 0$:

$$F'_{tB} = f_{OB} F'_E; \quad -F'_{tB} + F'_A = 0; \quad -F_G - F_{1G} + F'_B = 0.$$

Z této soustavy vyjádříme

$$F'_A = f_{OB} (F_G + F_{1G}).$$

Dosazením do (8) určíme

$$\operatorname{tg} \alpha'_{\min} = \frac{2m + 3m_1}{4f_{OB}(m + m_1)}.$$

Pro zadané hodnoty: $\operatorname{tg} \alpha'_{\min} = 1,4$, tedy $\alpha'_{\min} \doteq 54,5^\circ > 50^\circ$. Žebřík by tedy spadl dříve, než by člověk vystoupil do bodu C .

2. úloha

Rovnostranný trojúhelník ABC má délku strany r . Ve vrcholu A trojúhelníku je hmotný bod o hmotnosti m_1 , ve vrcholu B hmotný bod o hmotnosti m_2 .

- Určete intenzity \mathbf{K}_g gravitačního pole ve středu D úsečky AB , ve vrcholu C trojúhelníku, ve středu O trojúhelníku.
- Proveďte diskusi vzhledem k $p = \frac{m_1}{m_2}$; uvažte případy $p < 1, p = 1, p > 1$.
- Narýsujte ve vhodném měřítku grafické řešení pro $p = 2$.

Řešení:

a) Hmotné body umístěné v A, B jsou zdroji radiálních gravitačních polí. Intenzity těchto polí se vektorově sčítají v bodech D, C, O . Označme \mathbf{K}_{g1} složku vztahující se k hmotnosti m_1 a \mathbf{K}_{g2} složku vztahující se k hmotnosti m_2 ; úhel obou složek označíme α .

Pro velikost výsledného vektoru \mathbf{K}_g podle kosinové věty platí

$$|\mathbf{K}_g| = \sqrt{|\mathbf{K}_{g1}|^2 + |\mathbf{K}_{g2}|^2 - 2|\mathbf{K}_{g1}| |\mathbf{K}_{g2}| \cos(180^\circ - \alpha)}.$$

1. V bodě D :

$$|\mathbf{K}_{g1}| = \frac{4 \times m_1}{r^2} = \frac{4 \times m_2}{r^2} p = 4 k p; |\mathbf{K}_{g2}| = 4k,$$

zavedeme-li označení

$$k = \frac{\times m_2}{r^2}.$$

Potom

$$|\mathbf{K}_{gD}| = 4 k |p - 1|.$$

2. V bodě C :

$$|\mathbf{K}_{g1}| = kp; |\mathbf{K}_{g2}| = k; |\mathbf{K}_{gC}| = k \sqrt{p^2 + p + 1}.$$

3. V bodě O :

$$|\mathbf{K}_{g1}| = 3kp; |\mathbf{K}_{g2}| = 3k; |\mathbf{K}_{gO}| = 3k \sqrt{p^2 - p + 1}.$$

b) 1. V bodě D :

Pro $p = 1$ platí $\mathbf{K}_{gD} = 0$; pro $p < 1$ je $|\mathbf{K}_{g1}| < |\mathbf{K}_{g2}|$, vektor \mathbf{K}_{gD} je orientován od D k B a má směr úsečky AB ; pro $p > 1$ je orientován od D k A .

2. V bodě C :

Pro $p = 1$ je $|\mathbf{K}_{gC}| = k\sqrt{3}$; pro $p < 1$ je $|\mathbf{K}_{gC}| < k\sqrt{3}$; pro $p > 1$ je $|\mathbf{K}_{gC}| > k\sqrt{3}$.

3. V bodě O :

Pro $p = 1$ je $|\mathbf{K}_{gO}| = 3k$; pro $p < 1$ je $|\mathbf{K}_{gO}| < 3k$; pro $p > 1$ je $|\mathbf{K}_{gO}| > 3k$.

Směr vektoru intenzity gravitačního pole v případech 2 a 3 je dán úhlopříčkou příslušného vektorového rovnoběžníku.

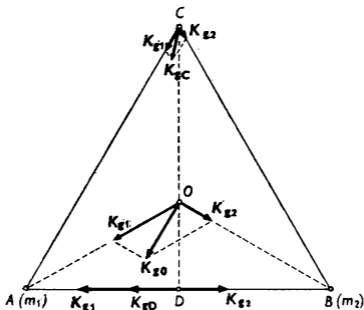
c) Pro $p = 2$: pro grafické znázornění volíme např. $r = 12$ cm, $k = 0,5$ cm. Potom

1. $|\mathbf{K}_{g1}| = 8k$, $|\mathbf{K}_{g2}| = 4k$, $|\mathbf{K}_{gD}| = 4k$.

2. $|\mathbf{K}_{g1}| = 2k$, $|\mathbf{K}_{g2}| = k$, $|\mathbf{K}_{gC}| = k\sqrt{7}$.

3. $|\mathbf{K}_{g1}| = 6k$, $|\mathbf{K}_{g2}| = 3k$, $|\mathbf{K}_{gO}| = 3k\sqrt{3}$.

Graf je na obr. 41.



Obr. 41

3. úloha

Na vodorovné hladké podložce leží nenapjatá pružina o tuhosti k . Ke koncovým bodům jsou upevněny malé kuličky o hmotnostech m_1 , m_2 . Hmotnost pružiny je zanedbatelná vzhledem k hmotnostem kuliček. Soustavu rozkmitáme tak, že pružinu natáhneme o malou délku x a uvolníme.

a) Stanovte kmitočet f_1 kmitů kuličky o hmotnosti m_1 a kmitočet f_2 kmitů kuličky o hmotnosti m_2 .

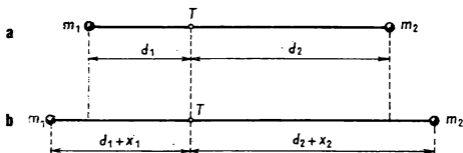
- b) Stanovte maximální rychlost v_1 kuličky o hmotnosti m_1 a maximální rychlost v_2 kuličky o hmotnosti m_2 vzhledem k podložce.

Řešení:

Označme d délku nenapjaté pružiny. Hmotný střed T soustavy zůstává v klidu. Podle obr. 42a

$$d_1 : d_2 = m_2 : m_1; \quad d = d_1 + d_2; \quad \text{odtud}$$

$$d_1 = d \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \quad d_2 = d \frac{m_1}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$



Obr. 42

- a) Při prodloužení pružiny o délku $x = x_1 + x_2$ platí podle obr. 42 b

$$(d_1 + x_1) : (d_2 + x_2) = m_2 : m_1.$$

Použitím (1) dostaneme poměr

$$x_1 : x_2 = m_2 : m_1. \quad (2)$$

Na kuličku o hmotnosti m_1 působí při prodloužení pružiny síla F_1 a uděluje jí zrychlení a_1 ; $F_1 = -m_1 a_1$, tedy

$$a_1 = \frac{-F_1}{m_1}.$$

Pro sílu \mathbf{F}_1 platí $F_1 = kx = k(x_1 + x_2)$ a s použitím (2)

$$F_1 = k x_1 \frac{m_1 + m_2}{m_2};$$

proto

$$a_1 = - \frac{F_1}{m_1} = - x_1 k \frac{m_1 + m_2}{m_2},$$

takže

$$a_1 = - x_1 k \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = - k_1 x_1,$$

kde

$$k_1 = k \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} > 0 = \text{konst.}$$

Jde proto o harmonický pohyb, pro jehož úhlovou frekvenci ω_1 platí

$$\omega_1^2 = k_1; \text{ kmitočet } f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}}.$$

Obdobným způsobem zjistíme pro druhou kuličku $f_2 = f_1$.

b) Při protažení o délku x získá pružina potenciální energii pružnosti

$$E_{p1} = \frac{k x^2}{2};$$

kinetická energie soustavy vzhledem k podložce $E_{k1} = 0$ J. Při maximálních rychlostech kuliček v_1 , v_2 je kinetická energie soustavy

$$E_{k2} = \frac{1}{2} (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)$$

a její potenciální energie pružnosti $E_{p2} = 0$ J. Podle zákona zachování energie platí $E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$. Odtud

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = k x^2. \quad (3)$$

Protože soustava je na počátku v klidu, platí

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = \mathbf{0},$$

a tedy

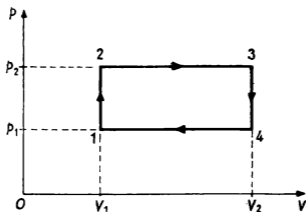
$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2. \quad (4)$$

Řešením soustavy rovnic (3) a (4) dostaneme

$$v_1 = x \sqrt{\frac{km_2}{m_1(m_1 + m_2)}}; \quad v_2 = x \sqrt{\frac{km_1}{m_2(m_1 + m_2)}}.$$

4. úloha

Počáteční stav ideálního plynu je dán veličinami p_1 , V_1 , T_1 .
V plynu probíhá cyklický děj podle obr. 43, $V_2 = 3V_1$,
 $p_2 = 2p_1$.



Obr. 43

- Nakreslete graf cyklu v soustavě $V-T$.
- Nakreslete graf cyklu v soustavě $p-T$.
- Vysvětlete, proč přímky, na kterých leží v grafu a) úseky 2–3 a 4–1 a v grafu b) úseky 1–2 a 3–4, se protínají v počátku os souřadnic.

Řešení:

Stavové veličiny ve stavu 1 jsou p_1, V_1, T_1 ; ve stavu 2: p_2, V_1, T_2 ; ve stavu 3: p_2, V_2, T_3 ; ve stavu 4: p_1, V_2, T_4 .
Pro děj 1–2 platí

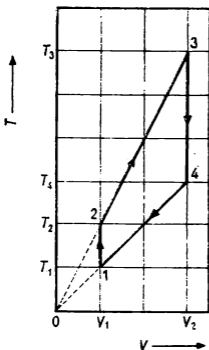
$$V = V_1; \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; p_2 = 2 p_1; T_2 = 2 T_1.$$

Pro děj 2–3:

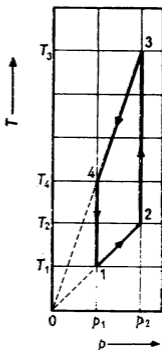
$$p = p_2; \frac{V_1}{T_2} = \frac{V_2}{T_3}; V_2 = 3 V_1; T_3 = 3 T_2 = 6 T_1.$$

Pro děj 3–4:

$$V = V_2; \frac{p_2}{T_3} = \frac{p_1}{T_4}; p_1 = \frac{1}{2} p_2; T_4 = \frac{1}{2} T_3 = 3 T_1.$$



Obr. 44



Obr. 45

Pro děj 4–1:

$$p = p_1; \frac{V_2}{T_4} = \frac{V_1}{T_1}; V_1 = \frac{1}{3} V_2; T_4 = 3 T_1.$$

a) Graf je na obr. 44.

b) Graf je na obr. 45.

c) Při ději 2–3 je $p = \text{konst.}$, takže $T = k_1 V$, kde k_1 je konstanta. Grafem funkce $T(V)$ je proto polopřímka jdoucí počátkem. Podobně při ději 4–1 platí $T = k_2 V$. Při ději 1–2 platí $T = k_3 p$, při ději 3–4 pak $T = k_4 p$.

5. úloha

Ideální plyn, jehož látkové množství je 1 mol, změni svou teplotu z 0 °C na 100 °C.

- Určete změnu jeho vnitřní energie. Je nutno vědět, jak se přitom mění objem a tlak plynu?
- Předpokládejte, že změna proběhla při konstantním objemu. Jakou práci plyn vykonal? Jaké teplo přijal?
- Předpokládejte, že změna proběhla při konstantním tlaku. Jakou práci plyn vykonal? Jaké teplo přijal?
- Určete molární teplo C_{mV} při stálém objemu a C_{mP} při stálém tlaku.

Prostudujte brožurku knihovny ŠMF Bartuška - Svoboda: Molekulová fyzika a termika, Praha, SPN 1979, str. 88.

Řešení:

a) Vnitřní energie ideálního plynu, který obsahuje N molekul a má termodynamickou teplotu T , je $U = \frac{3}{2} kNT$, kde $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ je Boltzmannova konstanta. Podle toho platí pro změnu vnitřní energie při změně teploty

$$\Delta U = \frac{3}{2} k N \Delta T.$$

V našem případě $N = 6,02 \cdot 10^{23}$ molekul, $\Delta T = 100$ K; pro tyto hodnoty $\Delta U \doteq 1,25 \cdot 10^3$ J.

Ve vztahu pro ΔU se veličiny p , V nevyskytují, takže na jejich změnách nezáleží.

b) Probíhá-li změna při konstantním objemu, je práce vykonaná plynem $W = 0$ J. Podle 1. termodynamické věty platí

$$Q = \Delta U + W,$$

v našem případě $Q = Q_1 = \Delta U \doteq 1,25 \cdot 10^3$ J.

c) Probíhá-li změna při konstantním tlaku, je práce vykonaná plynem $W = p \Delta V$. Protože jde o 1 mol plynu, je

$$W = R_m \Delta T = 8,31 \cdot 100 \text{ J} = 831 \text{ J}.$$

Plyn přijme teplo

$$Q_2 = \Delta U + W = (1,25 + 0,83) \cdot 10^3 \text{ J} \doteq 2,08 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

d) Pro molární teplo při stálém objemu platí obecně

$$C_{mV} = \frac{Q}{n \Delta T},$$

kde Q je teplo, které plyn, jehož látkové množství je n , přijal při zahřátí o ΔT . V našem případě $Q = Q_1$, $n = 1$, $\Delta T = 100$ K. Pro tyto hodnoty dostaneme

$$C_{mV} \doteq 12,5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Molární teplo při stálém tlaku určíme pomocí vztahu $C_{mP} - C_{mV} = R_m$, pro zadané hodnoty:

$$C_{mP} \doteq 20,8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

6. úloha

Ověření Boyleova zákona

Pomůcky

Byreta s kohoutem, stojan s držákem k upevnění byrety ve svislé poloze, vysoký skleněný válec, délkové měřidlo se stupnicí v milimetrech, stojan s držákem k upevnění měřidla ve svislé poloze, posuvný ukazovatel po měřidle, aneroid.

1. Sestavení pokusného zařízení:

Válec naplňte vodou. Do vody ponořte byretu otevřeným koncem; druhý konec byrety s kohoutem je nad povrchem vody ve válci, kohout je otevřen. V této poloze upevníte byretu ve svěráku na stojanu. Měřidlo upevníte ve svislé poloze do svěráku na druhém stojanu a přisunete je k válci tak, že ukazovatel se dotýká povrchu válce. Dolní konec měřidla se opírá o vodorovnou podložku, na které stojí válec. Nakreslete obrázek zařízení.

2. Popište stupnici byrety a stanovte velikost objemu, který odpovídá nejmenšímu dílku stupnice v daných objemových jednotkách. Zapište výsledek.

3. Prohlédněte si aneroid a popište jeho stupnici. Změřte atmosférický tlak p_1 a vyjádřete ho v pascálech. Výsledek zapište.

4. V sestavě podle bodu 1 posunujte byretou ve svislém směru dolů a pak nahoru. Pozorujte volné povrchy vody ve válci a v byretě, vysvětlete a zapište výsledek svého pozorování. Jaký je tlak vzduchu nad volným povrchem vody ve válci a nad volným povrchem vody v byretě?

5. Uzavřete kohout byrety, je-li byreta ponořena asi polovinou své délky ve vodě (nulová poloha byrety). Posuňte byretu ve svislém směru dolů a upevněte. Jak se změní volný povrch vody v byretě? Vysvětlete a zapište. Vraťte byretu do nulové polohy, z této polohy ji vysuňte ve svislém směru vzhůru a upevněte ve svěrá-

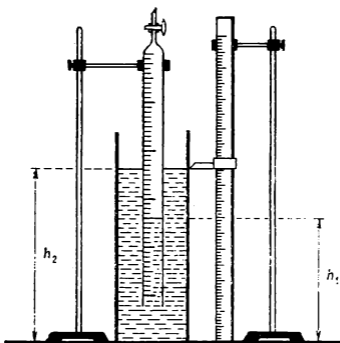
ku. Vysvětlete změnu volného povrchu vody v byretě. Vyjádřete tlak p vzduchu uzavřeného nad volným povrchem vody v byretě v nulové poloze, potom při posunutí byrety dolů a při posunutí vzhůru. Vyjádřete ho vztahem $p = p_1 + p_2$. Jak nazýváme tlak p_2 ? Zapište vztah pro p_2 a vysvětlete ho.

Co musíte změřit, abyste tento tlak určili?

- Upevněte byretu v dolní krajní poloze podle bodu 5. Postupně posunujte byretu vzhůru přes nulovou polohu a v každé poloze ji upevněte ve svěráku. Změřte na délkovém měřidle výšku h_1 volného povrchu vody ve válci a výšku h_2 volného povrchu vody v byretě nad vodorovnou podložkou. Změřte odpovídající objem V vzduchu uzavřeného v byretě. Proveďte asi 6 měření a uspořádejte je do tabulky. Tabulku doplňte výpočtem těchto veličin: $h = h_1 - h_2$, p_2 , p , pV . Všechny veličiny vyjádřete v jednotkách SI.
- Shrňte předpoklady měření a z posledního sloupce tabulky vyslovte závěr. Zhodnoťte postup řešení úlohy.

Řešení:

- Pokusné zařízení bylo sestaveno podle schématu na obr. 46.
- Měřicí rozsah byrety: 0 ml až 50 ml; objem necejchované části $V_0 = 7,0$ ml.
1 dílek stupnice = 0,1 ml.
- Měřicí rozsah aneroidu: 960 mbar až 1 040 mbar. V době měření veličin potřebných k řešení úlohy byl změřen atmosférický tlak $p_a \hat{=} 1\,027$ mbar = $1,027 \cdot 10^5$ Pa.
- Zvedáme-li nebo snižujeme-li byretu s otevřeným kohoutem ve válci s vodou, zůstává volný povrch vody v byretě i ve válci v téže vodorovné rovině; nad oběma volnými povrchy vody je tlak roven atmosférickému tlaku p_a .
- Označme h_1 vzdálenost volného povrchu vody v byretě při uzavřeném kohoutu od vodorovné desky stolu;



Obr. 46

označme h_2 vzdálenost volného povrchu vody ve válci od téže vodorovné roviny. Označme p tlak vzduchu nad volným povrchem vody v uzavřené byretě.

a) Je-li uzavřená byreta v nulové poloze, je $h_1 = h_2$;
 $p = p_a$.

b) Zvedneme-li byretu ve svislém směru z nulové polohy a upevníme, je $h_1 > h_2$, $h_2 - h_1 = h$; číselná hodnota h je záporná. Tlak vzduchu uzavřeného v byretě $p = p_a - p_h < p_a$.

c) Posuneme-li byretu ve svislém směru z nulové polohy dolů a upevníme, je $h_1 < h_2$; $h_2 - h_1 = h$; číselná hodnota h je nyní kladná. Tlak vzduchu uzavřeného v byretě $p = p_a + p_h > p_a$.

Tlak p_h je hydrostatický tlak vody odpovídající hloubce h , $p_h = \rho h g$. Abychom tento tlak určili, musíme změřit h ; $\rho = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Tabulka 12

č.	h_1 (mm)	h_2 (mm)	$h = h_2 - h_1$ (mm)	$p = p_a + p_h$ (10^5 Pa)	$V = V_1 + V_0$ (10^{-5} m ³)	pV (J)
1	435	618	183	1,044	24,7	25,8
2	433	555	122	1,039	24,8	25,8
3	435	510	75	1,033	25,0	25,8
4	454	478	24	1,029	25,1	25,8
5	457	457	0	1,027	25,2	25,9
6	458	418	-40	1,023	25,3	25,9
7	462	371	-91	1,018	25,5	25,9
8	495	335	-160	1,011	25,6	25,9
9	530	316	-214	1,006	25,8	26,0

6. Naměřené a vypočtené hodnoty jsou v tabulce 12.

7. Předpokládáme, že atmosférický tlak a teplota soustavy jsou během měření konstantní. Za tohoto předpokladu z posledního sloupce tabulky lze s dostatečnou přesností považovat součin pV za konstantní. Je tedy v podmínkách měření Boyleův zákon ověřen.

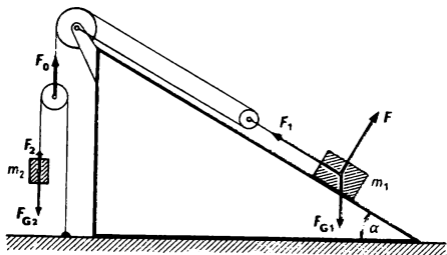
7. úloha

Na obr. 47 je znázorněna soustava těles o hmotnostech m_1 a m_2 spojených vláknem. Těleso o hmotnosti m_1 koná posuvný pohyb po nakloněné rovině, která s vodorovnou rovinou svírá úhel α .

- a) Určete zrychlení \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 těles a síly \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 podle obr. 47.
b) Proveďte diskusi výsledků pro různé hodnoty podílu

$$p = \frac{m_1}{m_2}.$$

Předpokládáme, že vlákna mají stálou délku; tření, hmotnosti kladek a vláken neuvažujeme.



Obr. 47

Řešení:

a) Za dobu t od počátku pohybu urazí těleso o hmotnosti m_1 dráhu délky

$$s_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$$

a těleso o hmotnosti m_2 dráhu délky $s_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$.

Platí tedy

$$s_2 : s_1 = a_2 : a_1.$$

Z obrázku je patrné, že $s_2 : s_1 = 4 : 1$; proto platí také

$$a_2 = 4 a_1. \quad (1)$$

Z obrázku jsou dále patrné tyto vztahy: $F_1 = 2 F_0$, $F_2 = \frac{F_0}{2}$; platí proto

$$F_2 = \frac{F_1}{4}. \quad (2)$$

Pro těleso o hmotnosti m_1 platí pohybová rovnice

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_{G1} + \mathbf{F}_1 = m_1 \mathbf{a}_1. \quad (3)$$

Pohybová rovnice pro těleso o hmotnosti m_2 je

$$\mathbf{F}_{G2} + \mathbf{F}_2 = m_2 \mathbf{a}_2. \quad (4)$$

Zvolíme osu souřadnic x rovnoběžnou s nakloněnou rovinou a orientovanou dolů; rovnici (3) zapíšeme v průmětech sil do této osy:

$$m_1 g \sin \alpha - F_1 = -m_1 a_1. \quad (5)$$

Zvolíme svislou osu souřadnic y orientovanou dolů a rovnici (4) zapíšeme v průmětech sil:

$$m_2 g - F_2 = m_2 a_2 \quad (6)$$

Řešením soustavy rovnic (1), (2), (5), (6) dostaneme

$$a_1 = \frac{4 m_2 - m_1 \sin \alpha}{m_1 + 16 m_2} g, \quad a_2 = \frac{16 m_2 - 4 m_1 \sin \alpha}{m_1 + 16 m_2} g.$$

Pro velikosti sil dostaneme

$$F_1 = 4 m_1 m_2 g \frac{1 + 4 \sin \alpha}{m_1 + 16 m_2}, \quad F_2 = m_1 m_2 g \frac{1 + 4 \sin \alpha}{m_1 + 16 m_2}.$$

b) Tělesa jsou v rovnovážné poloze v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, jestliže $a_1 = a_2 = 0$; potom platí

$$p = \frac{4}{\sin \alpha} = p_0.$$

Pro $p > p_0$ je pohyb těles rovnoměrně zrychlený, těleso

o hmotnosti m_1 po nakloněné rovině stoupá. Pro $p < p_0$ je pohyb těles rovnoměrně zrychlený, těleso o hmotnosti m_1 po nakloněné rovině klesá.

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.

1. úloha

Složky dvojhvězdy mají hmotnosti $m_1 = 3 \cdot 10^{33}$ kg, $m_2 = 4 \cdot 10^{33}$ kg. Stálá vzdálenost jejich hmotných středů je $r = 1 \cdot 10^{17}$ m. Otáčejí se kolem osy, která prochází hmotným středem soustavy.

a) Určete polohu hmotného středu soustavy.

b) Určete úhlové rychlosti pohybu složek.

c) Určete kinetickou energii soustavy.

Dvojhvězdu považujeme za uzavřenou soustavu. Vzhledem k vzájemné vzdálenosti obou složek považujeme složky za hmotné body.

Řešení:

a) Označme x vzdálenost hmotného středu soustavy od hmotného středu složky o hmotnosti m_1 ; pak vzdálenost hmotného středu soustavy od hmotného středu složky o hmotnosti m_2 je $r - x$. Platí

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r - x}{x},$$

odtud

$$x = r \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \quad (1)$$

pro zadané hodnoty

$$x = \frac{4}{7} \cdot 10^{17} \text{ m}, \quad r - x = \frac{3}{7} \cdot 10^{17} \text{ m}.$$

b) Složky na sebe navzájem působí gravitačními silami o velikosti

$$F_g = \frac{\kappa m_1 m_2}{r^2},$$

kteřé jsou zároveň dostředivými silami kruhového pohybu kolem hmotného středu soustavy. Platí tedy pro velikosti sil

$$\frac{\kappa m_1 m_2}{r^2} = m_2 \omega_2^2 (r - x) = m_1 \omega_1^2 x.$$

Po dosazení z (1) dostáváme $\omega_1 = \omega_2$, takže, opět s použitím (1)

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega = \sqrt{\frac{\kappa (m_1 + m_2)}{r^3}}, \quad (2)$$

pro zadané hodnoty $\omega \doteq 2 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$.

c) Kinetická energie soustavy

$$E_k = \frac{1}{2} \left[m_1 x^2 + m_2 (r - x)^2 \right] \omega^2$$

a po dosazení z (1) a (2)

$$E_k = \frac{\kappa m_1 m_2}{2r},$$

pro zadané hodnoty $E_k \doteq 4 \cdot 10^{39} \text{ J}$.

2. úloha

Ve vrcholech rovnostranného trojúhelníka ABC o délce strany a jsou hmotné body o stejných hmotnostech m .

a) Určete intenzitu gravitačního pole soustavy v jejím hmotném středu S .

- b) Určete intenzitu gravitačního pole soustavy v půlicím bodě D strany trojúhelníku. Řešte úlohu výpočtem a graficky.
- c) Opište trojúhelníku ABC rovnostranný trojúhelník $A'B'C'$ tak, že strana $A'B'$ je rovnoběžná se stranou AB a prochází bodem C . Určete velikosti složek intenzity gravitačního pole soustavy v bodě A' . Sestrojte graficky jejich výslednici ve stejném měřítku jako v úloze b).

Řešení:

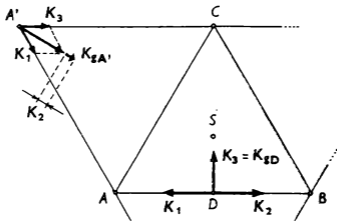
a) $SA = SB = SC = a \frac{\sqrt{3}}{3}$; platí tedy pro velikosti složek gravitačního pole v bodě S

$$K_1 = K_2 = K_3 = \frac{3 \times m}{a^2}.$$

Tyto složky jsou v rovnováze, proto $\mathbf{K}_{gS} = \mathbf{0}$.

b) V bodě D jsou dvě složky intenzity gravitačního pole opačného směru, stejné velikosti, jsou tedy v rovnováze. Třetí složka směřuje k hmotnému středu soustavy a má velikost

$$|\mathbf{K}_3| = |\mathbf{K}_{gD}| = \frac{4 \times m}{3a^2}.$$



Obr. 48

Pro grafické znázornění (obr. 48) zvolíme vhodnou délku a , pro znázornění veličiny $\frac{\kappa m}{a^2}$ rovněž zvolíme úsečku vhodné délky.

c) $A'A = A'C = a$; $A'B = a\sqrt{3}$. Pro velikosti složek intenzity gravitačního pole v bodě A' platí $|\mathbf{K}_1| = |\mathbf{K}_3| = \frac{\kappa m}{a^2}$; jejich výslednice směřuje k bodu B . Složka \mathbf{K}_2 má

velikost $|\mathbf{K}_2| = \frac{\kappa m}{3a^2}$ a směřuje také k bodu B . Výsledná intenzita gravitačního pole v bodě A' směřuje tedy k bodu B . Grafické znázornění ve stejném měřítku jako v části b) je na obr. 48.

3. úloha

Vzduch o určité hmotnosti má objem V_1 , tlak p_1 a teplotu T_1 . Při stálém tlaku se jeho teplota zvýšila na hodnotu T_2 .

- Určete práci W , kterou vzduch vykonal.
- Určete teplo Q , které vzduch přijal.
- Určete změnu ΔU vnitřní energie vzduchu.

Vzduch považujeme za ideální plyn.

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $p_1 = 1,46 \cdot 10^5$ Pa, $T_1 = 298$ K, $T_2 = 448$ K, $V_1 = 0,700$ m³, molární hmotnost vzduchu $M_m = 29,0 \cdot 10^{-3}$ kg·mol⁻¹, molární plynová konstanta $R_m = 8,31$ J·mol⁻¹·K⁻¹, měrné teplo vzduchu při stálém tlaku $c_p = 1\,005$ J·kg⁻¹·K⁻¹.

Řešení:

- Počáteční stav: m, p_1, V_1, T_1 ;
konečný stav: m, p_1, V_2, T_2 .
Podle stavové rovnice platí

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M_m} R_m T_1. \quad (1)$$

$$p_1 V_2 = \frac{m}{M_m} R_m T_2. \quad (2)$$

Z (1) a (2) vyjádříme

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{V_1}{T_1} (T_2 - T_1) = \frac{V_1}{T_1} \Delta T.$$

Plyn vykoná práci

$$W = p_1 \Delta V = \frac{p_1 V_1}{T_1} \Delta T.$$

b) Vzduch přijme teplo $Q = c_p m \Delta T$ a po dosazení za m z (1)

$$Q = c_p \frac{p_1 V_1}{T_1} \frac{M_m}{R_m} \Delta T.$$

c) Změna vnitřní energie vzduchu

$$\Delta U = Q - W = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left(c_p \frac{M_m}{R_m} - 1 \right) \Delta T.$$

Pro zadané hodnoty: $W \doteq 5,14 \cdot 10^4 \text{ J}$, $Q \doteq 18,0 \cdot 10^4 \text{ J}$,
 $\Delta U \doteq 12,9 \cdot 10^4 \text{ J}$.

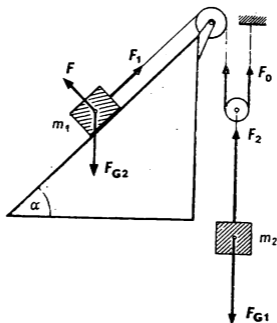
4. úloha

Na obr. 49 je znázorněna soustava těles o hmotnostech m_1 , m_2 spojených vláknem. Těleso o hmotnosti m_1 koná posuvný pohyb po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel α .

a) Určete zrychlení \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 těles.

b) Určete síly \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 podle obr. 49.

c) Proveďte diskusi výsledků pro různé hodnoty podílu



Obr. 49

$$p = \frac{m_1}{m_2}$$

Předpokládáme, že vlákna mají stejnou délku; tření, hmotnost kladek a vláken neuvažujeme.

Řešení:

a) Za dobu t od počátku pohybu urazí těleso o hmotnosti m_1 dráhu délky $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2$, těleso o hmotnosti m_2 dráhu délky $s_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2$. Platí tedy $a_1 : a_2 = s_1 : s_2$.

Z obr. je patrné, že $s_1 = 2s_2$, proto

$$a_1 = 2 a_2. \quad (1)$$

Z obr. jsou dále patrné tyto vztahy: $F_1 = F_0$, $F_2 = 2F_0$, proto

$$F_2 = 2F_1. \quad (2)$$

Pohybová rovnice pro těleso o hmotnosti m_1 je

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_{G1} + \mathbf{F}_1 = m_1 \mathbf{a}_1 \quad (3)$$

a pro těleso o hmotnosti m_2

$$\mathbf{F}_{G2} + \mathbf{F}_2 = m_2 \mathbf{a}_2. \quad (4)$$

Zvolíme osu souřadnic x rovnoběžnou s nakloněnou rovinou, směřující dolů, a rovnici (3) zapíšeme v průmětech sil do této osy za předpokladu, že těleso o hmotnosti m_1 stoupá:

$$m_1 g \sin \alpha - F_1 = -m_1 a_1. \quad (5)$$

Zvolíme osu souřadnic y ve směru svisle dolů a rovnici (4) zapíšeme v průmětech sil do této osy:

$$m_2 g - F_2 = m_2 a_2. \quad (6)$$

Řešením soustavy rovnic (1), (2), (5), (6) dostaneme

$$a_1 = 2 \frac{m_2 - 2 m_1 \sin \alpha}{m_2 + 4 m_1} g, \quad a_2 = \frac{m_2 - 2 m_1 \sin \alpha}{m_2 + 4 m_1} g.$$

b) Z téže soustavy rovnic

$$F_1 = m_1 m_2 g \frac{2 + \sin \alpha}{m_2 + 4 m_1}, \quad F_2 = 2 m_1 m_2 g \frac{2 + \sin \alpha}{m_2 + 4 m_1}.$$

c) Tělesa jsou v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, jestliže $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 = 0$; potom platí

$$p = \frac{1}{2 \sin \alpha} = p_0.$$

Pro $p < p_0$ těleso o hmotnosti m_1 po nakloněné rovině stoupá. Pro $p > p_0$ těleso o hmotnosti m_1 po nakloněné rovině klesá.

4. Úlohy kategorie D

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Ivo Volf a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

Úlohy č. 1 až 6 navrhl dr. Ivo Volf, úlohu č. 7 Mojmír Simerský

1. úloha

Vzdálenost mezi městy A a B je 120 km. Z obou měst vyjely současně proti sobě dva automobily stálými rychlostmi

20 km.h⁻¹ a 60 km.h⁻¹. Po vykonání dráhy 120 km se zastavily.

Vztažnou soustavu spojíme s pozorovatelem v místě C , přičemž $AC = BC$.

- Jaká doba uplyne mezi zastaveními obou automobilů?
- Jaká doba uplyne mezi průjezdy automobilů místem C ?
- V jaké vzdálenosti od místa C se automobily setkají?
- Nakreslete graf dráhy jako funkce času pro oba automobily a ověřte výsledky otázek a) až c).

Řešení:

Označíme $s = 120$ km vzájemnou vzdálenost mezi místy A a B . Vzhledem k bodu C má město A vzdálenost $-s/2$, město B vzdálenost $s/2$. Předpokládáme, že pomalejší automobil vyjel z města A . Označíme x obecnou délku dráhy automobilu, vzhledem k bodu C , jako funkci času t , dále $v_1 = 20$ km.h⁻¹, $v_2 = 60$ km.h⁻¹ rychlosti automobilů vzhledem k bodu C . Pak pro první, popř. druhý automobil platí

$$x = -\frac{s}{2} + v_1 t, \text{ popř. } x = \frac{s}{2} - v_2 t. \quad (1)$$

a) V (1) položíme $x = \frac{s}{2}$, popř. $x = -\frac{s}{2}$; těmto hodnotám odpovídají časy t_1 , popř. t_2 , v nichž se automobily zastaví. Vyjádříme

$$t_1 = \frac{s}{v_1}; \quad t_2 = \frac{s}{v_2},$$

takže

$$\Delta t = t_1 - t_2 = s \frac{v_2 - v_1}{v_1 v_2}; \quad \Delta t = 4 \text{ h.}$$

b) Ve vztazích (1) položíme $x = 0$ a vyjádříme časy t_3, t_4 průjezdů obou automobilů místem C:

$$0 = -\frac{s}{2} + v_1 t_3, \quad 0 = \frac{s}{2} - v_2 t_4,$$

odtud

$$t_3 = \frac{s}{2 v_1}, \quad t_4 = \frac{s}{2 v_2},$$

$$\Delta t' = t_3 - t_4 = \frac{s}{2} \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_1 v_2}; \quad \Delta t' = 2 \text{ h.}$$

c) Hledanou vzdálenost označíme x_0 , příslušný čas t_0 . Z (1) pak máme

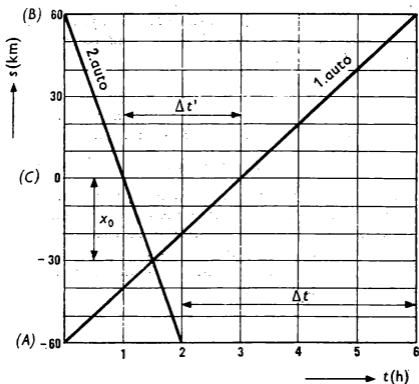
$$x_0 = -\frac{s}{2} + v_1 t_0, \quad x_0 = \frac{s}{2} - v_2 t_0.$$

Řešením této soustavy rovnic dostaneme

$$x_0 = \frac{s(v_1 - v_2)}{2(v_1 + v_2)}; \quad x_0 = -30 \text{ km.}$$

Jde tedy o místo vzdálené o 30 km od místa C směrem k místu A .

d) Graf je na obr. 50, hodnoty přečtené z grafu souhlasí s hodnotami vypočítanými.



Obr. 50

2. úloha

Automobil Škoda 105 L se pohybuje po přímé vodorovné silnici stálou rychlostí $v_0 = 72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. V čase $t = 0 \text{ s}$, kdy mýjela škodovka automobil Lada, dalo se toto vozidlo do pohybu týmž směrem se stálým zrychlením $a = 0,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Po dosažení maximální dovolené rychlosti $v_m = 90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ se Lada pohybovala dále rovnoměrným pohybem.

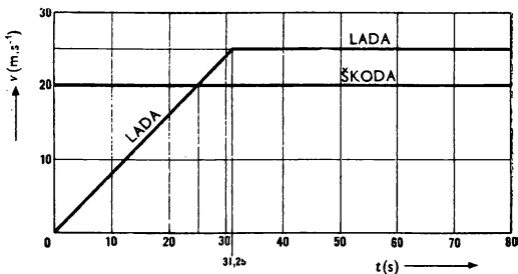
- a) Nakreslete na milimetrový papír grafy funkcí rychlosti $v = f_1(t)$ a dráhy $s = f_2(t)$ pro oba automobily.
- b) Stanovte, jak se mění vzájemná vzdálenost Δs obou vozidel jako funkce času. Sestavte příslušnou tabulku a znázorněte graf funkce $\Delta s = f(t)$.
- c) Za jakou dobu t_1 od počátku svého pohybu předjede automobil Lada škodovku? V které vzdálenosti je toto místo od místa startu Lady?

Řešení:

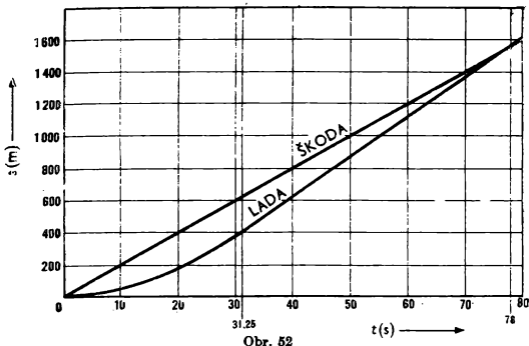
Označení veličin: $v_0 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, zrychlení automobilu Lada $a = 0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, maximální dovolená rychlost $v_m = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Po dobu $t_1 = \frac{v_m}{a} = 31,25 \text{ s}$

se Lada pohybuje rovnoměrně zrychleně, potom rovnoměrně. Délku dráhy určíme v soustavě spojené s místem startu Lady, čas měříme od startu tohoto automobilu.

Sestavíme tabulku hodnot (tab. 13), v níž v_L značí rychlost Lady, s_1 dráhu automobilu Škoda, s_2 dráhu automobilu Lada, $\Delta s = s_1 - s_2$.



Obr. 51



a) Grafy jsou na obr. 51 a 52.

b) Označme $t_1 = \frac{v_m}{a} = 31,25$ s čas, v němž automobil Lada ukončil rovnoměrně zrychlený pohyb, $s_0 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2a} v_m^2 = 391$ m dráhu tohoto automobilu v čase t_1 .

V časovém intervalu $0 \text{ s} \leq t \leq t_1$ platí

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2;$$

pro $t > t_1$ potom

$$s_1 = v_0 t,$$

$$s_2 = v_m (t - t_1) + s_0 = v_m t - \frac{v_m^2}{2a},$$

$$s = s_1 - s_2 = (v_0 - v_m) t + \frac{v_m^2}{2a}. \quad (1)$$

Tabulka 13

t (s)	v_L (m.s ⁻¹)	s_1 (m)	s_2 (m)	Δs (m)
0	0	0	0	0
10	8	200	40	160
20	16	400	160	240
25	20	500	250	250
30	24	600	360	240
31, 25	25	625	391	234
40	25	800	609	191
50	25	1 000	859	141
60	25	1 200	1 109	91
70	25	1 400	1 359	41
78	25	1 560	1 560	0
80	25	1 600	1 609	-9

Graf pro zadané hodnoty je na obr. 53.

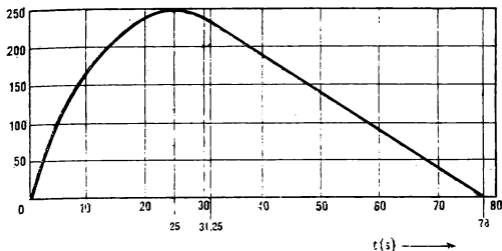
d) Lada předjede škodovku v čase t_2 , v němž Δs podle (1) nabývá nulové hodnoty, tj.

$$t_2 = \frac{v_m^2}{2 a (v_m - v_0)} = 78 \text{ s,}$$

a to ve vzdálenosti

$$s_0 = v_0 t_2 = 1 560 \text{ m}$$

od místa startu Lada.



Obr. 53

3. úloha

Vozidlo dálkové dopravy TIR s návěsy má celkovou délku 22 m. Jede po dvoupruhové přímé vodorovné silnici stálou rychlostí $72 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Když se předním nárazníkem přiblíží na vzdálenost 60 m k druhému stejnému vozidlu o stejné celkové délce, které jede stálou rychlostí $54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, přejede na levou část vozovky a začne toto vozidlo předjíždět. Předjíždění ukončí, když vzdálenost přední stěny druhého vozidla je 42 m od zadní stěny předjíždějícího vozidla.

- Určete dobu, po kterou je silnice neprůjezdná pro další vozidla jedoucí týmž směrem. Určete příslušnou délku vozovky.
- V soustavě souřadnic (t, s) znázorněte na milimetrový papír grafy funkcí $s_1 = f_1(t)$, $s_2 = f_2(t)$ pro obě vozidla. Vysvětlete význam průsečíku A obou grafů.
- Měřením úseček v grafech ověřte přibližně správnost řešení úlohy a).

Poznámky:

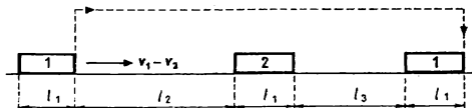
- Popis pohybů vozidel nahraďte popisem pohybů jejich předních nárazníků.

2. Vztažnou soustavu, v které popisujete pohyb vozidel, spojte s předním nárazníkem vozidla s menší rychlostí.

Řešení:

Označení veličin: délky vozidel $l_1 = 22$ m, rychlosti vozidel $v_1 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vzájemné vzdálenosti vozidel před předjížděním $l_2 = 60$ m, po předjíždění $l_3 = 42$ m.

a) - obr. 54



Obr. 54

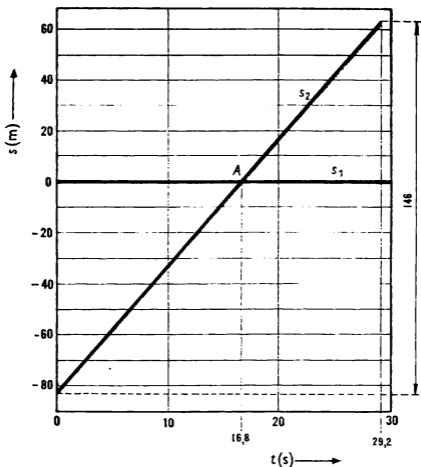
Přední nárazník rychlejšího vozidla se při předjíždění posune o délku $l_2 + l_1 + l_3 + l_1 = 2l_1 + l_2 + l_3$. V uvažované vztažné soustavě se toto vozidlo pohybuje rychlostí $v_1 - v_2$. Doba jízdy při předjíždění, tj. doba neprůjezdnosti silnice pro další vozidla

$$t = \frac{2l_1 + l_2 + l_3}{v_1 - v_2} = 29,2 \text{ s.} \quad (1)$$

Silnice je neprůjezdná v délce l , kterou ujede předjíždějící vozidlo za dobu t podle (1), pro zadané hodnoty $l = 584$ m.

b) Graf je na obr. 55, v němž $s_1 = 0$ m značí dráhu pomalejšího, s_2 dráhu rychlejšího vozidla v uvažované vztažné soustavě. Průsečík A vyznačuje čas $t_0 = 16,8$ s, v němž přední nárazník rychlejšího vozidla právě míjí přední nárazník pomalejšího vozidla.

c) Délka, v níž je silnice neprůjezdná, je podle grafu v uvažované vztažné soustavě 146 m. Z hlediska projíždě-



Obr. 55

jících vozidel musíme však uvažovat délku úseku silnice, tj. přičíst dráhu, kterou ujede pomalejší vozidlo za dobu t podle (1). Tato dráha je 438 m, takže opět dostaneme $146 \text{ m} + 438 \text{ m} = 584 \text{ m}$.

4. úloha

Prkno má délku l . Jeho dolní konec je opřen o vodorovnou podložku a horní konec je ve výšce h nad ní. Na horní konec

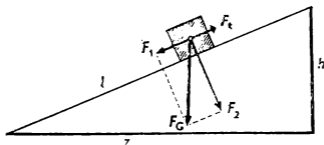
prkna postavíme vedle sebe malý voziček a hranolek téže hmotnosti. Obě tělesa uvolníme bez nárazu v **témž okamžiku**. Tření vozičku při pohybu je zanedbatelné, součinitel smykového tření hranolku je f .

- Určete zrychlení pohybů obou těles. Provedte diskusi výsledků a popište pohyby těles.
- Rozhodněte, zda se obě tělesa dostanou současně k dolnímu konci prkna, nebo zda jedno z nich tam bude dříve.
- Uvažte případ: $l = 195$ cm, $h = 75$ cm, $f = 0,20$. Uveďte se hranolek položený v nejvyšším bodě nakloněné roviny bez nárazu do pohybu? Určete zrychlení obou těles a popište jejich pohyb. S jakým časovým rozdílem se tělesa dostanou k dolnímu konci prkna? Jak se změní výsledek, jestliže hmotnost vozičku je větší než hmotnost hranolku nebo jestliže hmotnost hranolku je větší než hmotnost vozičku?

Řešení:

Na těleso o hmotnosti m (obr. 56) působí tíhová síla $F_G = m g$. Rozložíme ji na složky F_1 , F_2 o velikostech

$$F_1 = m g \frac{h}{l}, \quad F_2 = m g \frac{z}{l}, \quad z = \sqrt{l^2 - h^2}.$$



Obr. 56

Pro třecí sílu F_t , která má směr proti F_1 , platí při pohybu tělesa

$$F_t = f F_2 = f m g \frac{z}{l}.$$

a) Označme a_1 zrychlení vozíku, a_2 zrychlení hranolku. Z rovnosti $m a_1 = F_1$ plyne

$$a_1 = g \frac{h}{l}, \quad a_1 > 0.$$

Z rovnosti $m a_2 = F_1 - F_t$ obdobně

$$a_2 = g \frac{h - f z}{l}.$$

Je nyní $a_2 \geq 0$, jestliže $f \leq \frac{h}{z}$.

Vozíček se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem po nakloněné rovině dolů. Hranolek se pohybuje v prvním případě rovnoměrně zrychleným pohybem dolů se zrychlením $a_2 < a_1$; v druhém a třetím případě nedojde k pohybu.

b) Vozíček se dostane k dolnímu konci nakloněné roviny dříve, poněvadž se pohybuje s větším zrychlením.

c) Pro zadané hodnoty: $z \doteq 1,80$ m, $a_1 \doteq 3,8$ m.s⁻², $a_2 \doteq 2,0$ m.s⁻². Hranolek se uvede bez nárazu do pohybu, když jeho klidový součinitel tření f_0 splňuje podmínku

$$f_0 < \frac{h}{z} \doteq 0,42.$$

Doba pohybu vozíčku

$$t_1 = l \sqrt{\frac{2}{g h}},$$

doba pohybu hranolku

$$t_2 = l \sqrt{\frac{2}{g (h - f z)}}.$$

Rozdíl obou dob: $\Delta t = t_2 - t_1$, pro zadané hodnoty $\Delta t \doteq 0,39$ s.

Výsledky jsou stejné při jakýchkoli hodnotách m_1 , m_2 hmotností vozíku a hranolu, protože veličiny m_1 , m_2 se ve vztazích pro zrychlení nevyskytují.

5. úloha

Letadlo Agroletu má hmotnost 1 000 kg a na konci rozjezdové dráhy délky 100 m má dosáhnout vzletové rychlosti $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Odporová síla proti pohybu je konstantní, $F_t = 1\,900 \text{ N}$. Stanovte, jaký musí být výkon motoru letadla při vzletu, aby byl zabezpečen vzlet na dané dráze rozjezdu. Pohyb po rozjezdové dráze považujeme za rovnoměrně zrychlený.

Řešení:

Označení veličin: hmotnost letadla $m = 1\,000 \text{ kg}$, délka rozjezdové dráhy $s = 100 \text{ m}$, vzletová rychlost $v_k = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 22,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Na konci rozjezdové dráhy má letadlo vzletovou rychlost v_k , proto se po této dráze pohybuje se zrychlením

$$a = \frac{v_k^2}{2s}. \quad (1)$$

Pohyb je způsoben tahovou silou

$$F = m a + F_t. \quad (2)$$

Výkon letadla při vzletu $P = F v_k$. Za F dosadíme z (2), za a z (1) a dostaneme

$$P = v_k \left(\frac{m v_k^2}{2s} + F_t \right)$$

a pro zadané hodnoty: $P \doteq 97 \text{ kW}$.

6. úloha

Určení polohy těžiště tenkých desek

Pomůcky

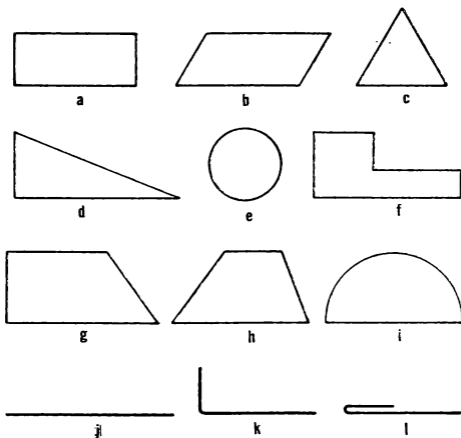
Tlustší kartón nebo deska z plastu (z odpadu), nůžky, smirkový papír (na úpravu řezu), kružítko, špendlíky, nitě, olovnice (vyrobíme si sami z nitě a závěsného tělíska, např. šroubové matice), stativ s držákem, zátka.

Úvod

Těžiště znáte z 8. ročníku jako působíště tíhové síly působící na těleso. Těžiště tenkých homogenních desek nacházíme pomocí těžnic, přičemž používáme postup zavěšování desek na vhodné závěsy. U desek pravidelného geometrického tvaru se o správnosti přesvědčíme geometrickou konstrukcí. Jestliže můžeme desku rozložit (skutečně nebo aspoň myšlenkově) na desky jednoduššího tvaru, jejichž těžiště lze snadno stanovit nebo jehož polohu známe, pak těžiště určíme jako působíště výslednice jednotlivých tíhových sil, které působí na části desky.

Postup práce

1. Z kartónu vystříháme desky podle obr. 57a až 57h.
2. Blízko kraje desky uděláme na několika místech malé otvory, které budou sloužit k provléknutí nitě. Zavěšením stanovte těžiště desek a až e; geometrickou konstrukcí se přesvědčte o správnosti polohy těžiště.
3. Určete těžiště desek f až h. Rozdělte desky f, g na dvě desky jednoduššího tvaru, určete tíhy obou částí desky (pro homogenní desku je tíhová síla působící na desku přímo úměrná obsahu plochy $G = kS$) a polohu těžiště stanovte výpočtem nebo geometrickou konstrukcí pro skládání rovnoběžných sil, stejného směru, působících v různých bodech tělesa. Desku tvaru h rozdělte dvěma způsoby na dva trojúhelníky, určete těžiště obou částí



Obr. 57

geometrickou konstrukcí. Spojte těžiště trojúhelníků vzniklých rozdělením obrazce (lichoběžníku) prvním způsobem; tato spojnice je jednou z těžnic obrazce. Podobně určíte těžnici druhou při rozdělení obrazce druhým způsobem. Těžiště celého obrazce je v průsečíku těchto dvou těžnic. Zaveřením desek se přesvědčíte o správnosti polohy těžiště.

4. Poloha těžiště pro desku tvaru půlkruhu (obr. i) je dána vzdáleností od středu kruhu $x_T = \frac{4r}{3\pi}$. Určete polohu

těžiště užitím uvedeného vztahu a o správnosti se přesvědčíte pokusem.

5. Příčný drát délky asi 30 cm (obr. j) byl ohnut nejprve do tvaru k, potom do tvaru l. Ve všech případech určete polohu těžiště alespoň dvěma postupy.

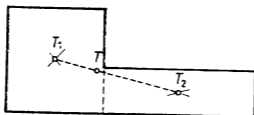
Poznámka:

Rozměry modelů vystřižených z kartónu volte tak, aby na každý obrazec postačil list formátu A5.

V závěru svého řešení shrňte postupy, které jste při určování polohy těžiště používali.

Řešení:

1. V případech a, b, e se pokusem jen přesvědčíme, že poloha těžiště je v geometrickém středu obrazce. V případech c, d sestrojíme polohu těžiště pomocí geometrických těžnic trojúhelníků.

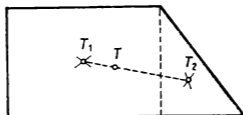


Obr. 58

2. Desku tvaru f rozdělíme na dvě části obdélníkového tvaru (obr. 58). Těžiště těchto částí jsou T_1 , T_2 , těžiště T celé desky leží na jejich spojnici a rozděluje ji v obráceném poměru hmotností, tj. i v obráceném poměru plošných obsahů (deska je stejnorodá).

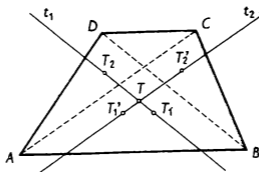
U desky tvaru g postupujeme obdobně (obr. 59).

Lichoběžníkovou desku tvaru h rozdělíme nejprve na dva trojúhelníky ABC a ACD . Jejich těžiště jsou v bodech T_1 , T_2 . Spojnice těchto bodů je těžnice t_1 celého



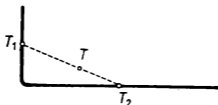
Obr. 59

obrazce. Pak lichoběžník rozdělíme na trojúhelníky ABD a BCD , jejichž těžiště jsou v bodech T'_1 , T'_2 . Spojnice bodů T'_1 , T'_2 je druhá těžnice t_2 . Těžiště T celého obrazce je v průsečíku těžnic t_1 , t_2 . Konstrukce je zřejmá z obr. 60.



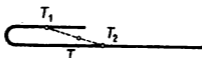
Obr. 60

3. Poloha těžiště desky tvaru i je např. pro $r = 2,5$ cm určena souřadnicí $x_T = \frac{4 \cdot 2,5}{3 \pi}$ cm $\doteq 1,1$ cm.
4. Drát tvaru j má těžiště uprostřed. Pro drát tvaru k najdeme těžiště podle obr. 61.



Obr. 61

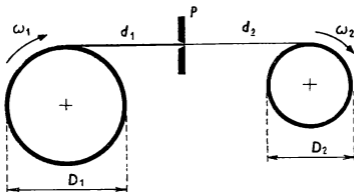
Konstrukce pro drát tvaru l je zřejmá z obr. 62.



Obr. 62

7. úloha

Na obr. 63 je zjednodušené schéma stroje na tažení drátů. Drát o průměru d_1 se odvíjí z cívky o průměru D_1 , prochází průvlakem P , kde se jeho průměr zmenší na d_2 , načež se navíjí na cívku o průměru D_2 , která je poháněna motorem a otáčí se konstantní úhlovou rychlostí ω_2 . Stanovte úhlovou rychlost ω_1 otáčení odvíjecí cívky. Hustota drátu se při tažení nemění, průměry obou cívek považujeme za konstantní.



Obr. 63

Řešení:

Označme α_1 úhel, o který se otočí odvíjecí cívka za určitou dobu t , α_2 úhel, o který se za tutéž dobu otočí navíjecí cívka. Pro úhlové rychlosti cívek platí

$$\omega_1 = \frac{\alpha_1}{t}, \quad \omega_2 = \frac{\alpha_2}{t}$$

a odtud

$$\omega_1 = \omega_2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2}. \quad (1)$$

Označme l_1 délku drátu, který se za dobu t odvine, l_2 délku drátu, který se za tutéž dobu navine. Pak platí

$$l_1 = \frac{D_1}{2} \alpha_1, \quad l_2 = \frac{D_2}{2} \alpha_2$$

a odtud

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{D_2}{D_1} \cdot \frac{l_1}{l_2}. \quad (2)$$

Objem drátu navinutého je roven objemu drátu odvinutého

$$\frac{1}{4} \pi d_1^2 l_1 = \frac{1}{4} \pi d_2^2 l_2$$

a odtud pro délky drátu

$$\frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2. \quad (3)$$

Z (3) dosadíme do (2), potom do (1) a dostaneme

$$\omega_1 = \omega_2 \cdot \frac{D_2}{D_1} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2.$$

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl dr. Ivo Volf

1. úloha

Z místa A , ležícího na břehu jezera při ústí řeky, jezdí motorový člun jednak proti proudu řeky do místa B , jednak

po jezeře do místa C na břehu jezera. Vzdálenosti $AB = AC = s$, stálá rychlost vodního proudu v řece je v_2 , stálá rychlost motorového člunu vzhledem k vodní hladině je v_1 . Vodu v jezeře považujeme za klidnou.

- a) Stanovte, kterou z cest (z místa A do místa B a zpět, nebo z místa A do místa C a zpět) urazí člun za kratší dobu.
- b) Stanovte poměr obou dob t_1, t_2 a určete, na kterých veličinách tento poměr závisí.

Po obecném vyřešení řešte pro $s = 1,0 \text{ km}$, $v_1 = 9,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- c) Graficky znázorněte řešení úlohy a) v grafu ($t; s$).

Řešení:

a) Po jezeře urazí člun vzdálenost ACA za dobu $t_1 = 2 \frac{s}{v_1}$, po řece vzdálenost ABA za dobu

$$t_2 = \frac{s}{v_1 - v_2} + \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{2s}{v_1 - \frac{v_2^2}{v_1}}$$

Z toho je zřejmé, že $t_2 > t_1$.

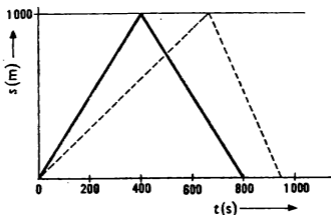
- b) Poměr obou dob

$$\frac{t_1}{t_2} = 1 - \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

závisí jen na rychlostech v_1, v_2 .

Pro zadané hodnoty: $t_1 = 800 \text{ s}$, $t_2 = 950 \text{ s}$, $\frac{t_1}{t_2} = 0,84$.

c) Graf je na obr. 64. Vzdálenost $s = 1,0 \text{ km}$ urazí člun po jezeře za dobu 400 s , proti proudu za dobu asi 670 s , po proudu za dobu asi 290 s .



Obr. 64

2. úloha

Letadlo o hmotnosti m letí vodorovně stálou rychlostí v_1 ve výšce h nad povrchem Země. Po vypnutí motoru letadlo klouzavým letem směřuje k povrchu Země. Sílu odporu vzduchu považujeme za stálou.

- Určete sílu F odporu vzduchu proti pohybu letadla, je-li délka sestupné dráhy l a letadlo přistálo rychlostí v_2 .
- V případě, že síla odporu vzduchu proti pohybu letadla má hodnotu určenou v úloze a), určete nejdelší sestupnou dráhu l_{\max} letadla.
- Jak velkou rychlostí v_3 by letadlo přistávalo, kdyby sestupná dráha měla délku l_1 , $l_1 < l$?
- Při havárii ve výšce h se rychlost letadla zmenšila na nulu. Jak velkou rychlostí v_4 dopadne letadlo na povrch Země?

Při řešení úloh c), d) rovněž předpokládejte, že síla odporu vzduchu proti pohybu letadla má hodnotu určenou v úloze a). Po obecném vyřešení řešte pro $m = 1\,000$ kg, $v_1 = 50$ m·s⁻¹, $h = 1\,250$ m, $l = 8\,000$ m, $v_2 = 25$ m·s⁻¹, $l_1 = 7\,500$ m.

Řešení:

Úlohu řešíme pomocí změn energie a práce vykonané odporovou silou. Základní vztah

$$m g h + \frac{1}{2} m v_1^2 = F l + \frac{1}{2} m v_2^2. \quad (1)$$

a) Z (1) vyjádříme

$$F = \frac{m}{l} \left[g h + \frac{1}{2} (v_1^2 - v_2^2) \right].$$

b) Sestupná dráha je nejdelší pro $v_2 = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Z (1) dostaneme

$$l_{\max} = \frac{m}{2F} (v_1^2 + 2 g h).$$

c) Pro $l = l_1$, $v_2 = v_3$ dostaneme z (1)

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + 2 g h - \frac{2 F l_1}{m}}.$$

d) Pro $l = h$, $v_1 = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $v_2 = v_4$ dostaneme z (1)

$$v_4 = \sqrt{2 g h - \frac{2 F h}{m}}.$$

Pro zadané hodnoty: $F \doteq 1,65 \cdot 10^3 \text{ N}$, $l_{\max} \doteq 8,2 \text{ km}$,
 $v_3 \doteq 47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $v_4 \doteq 143 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

3. úloha

Míček dopadl z výšky h_0 na betonový chodník a po odrazu vystoupil do výšky h_1 .

a) K jakým změnám energie dochází v jednotlivých fázích pohybu?

b) Určete velikost součinitele vzpruživosti, tj. poměru

$k = \frac{v_2}{v_1}$, kde v_1 je rychlost míčku před odrazem, v_2 po odrazu.

c) Do jaké výšky vystoupí míček po třetím odrazu?

K odporu vzduchu nepřihlížíme.

Po obecném vyřešení řešte úlohy b) a c) pro $h_0 = 25,0$ m, $h_1 = 16,0$ m.

Řešení:

a) Při spuštění z výšky h_0 má míček, jehož hmotnost označíme m , vzhledem k povrchu Země tíhovou potenciální energii $E_{p0} = m g h_0$. Při dopadu na chodník má tíhovou potenciální energii nulovou a kinetickou energii

$$E_k = \frac{1}{2} m v_1^2,$$

kde $v_1 = \sqrt{2 g h_0}$ je jeho rychlost. Po prvním výstupu má tíhovou potenciální energii $E_{p1} = m g h_1$, při druhém dopadu má kinetickou energii

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m v_2^2, \quad v_2 = \sqrt{2 g h_1}.$$

Rozdíl

$$E_k - E_{k1} = m g (h - h_1) = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2)$$

je ekvivalentní práci při deformaci míčku.

b) Podle předchozího

$$k = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}.$$

c) Označíme h_2 výšku výstupu po 2. odrazu, h_3 po 3. odrazu. Platí postupně

$$h_1 = k^2 h_0, \quad h_2 = k^2 h_1 = k^4 h_0, \quad h_3 = k^2 h_2 = k^6 h_0 = \frac{h_1^3}{h_0^2}.$$

Pro zadané hodnoty: $k = 0,8$; $h_3 \doteq 6,55$ m.

4. úloha

Mina o hmotnosti m byla vystřelena z povrchu Země. Když se dostala do nejvyššího bodu své dráhy, byla ve výšce h a pohybovala se rychlostí v_0 . V tomto okamžiku se rozpadla na dvě části o hmotnostech m_1, m_2 tak, že $m_1 : m_2 = 1 : 2$.

Jeden z úlomků se pohyboval dále rychlostí $v = \frac{3}{2} v_0$.

- V kterém místě by mina dopadla na povrch Země, kdyby se nerozpadla?
- Určete poměr vzdáleností, do nichž se dostaly oba úlomky, jestliže uvedenou rychlost měl úlomek s menší hmotností.
- Určete poměr vzdáleností, do nichž se dostaly oba úlomky, jestliže uvedenou rychlost měl úlomek s větší hmotností.

K odporu vzduchu nepřihlížejte.

Vztažnou soustavu spojte s patou svislice vedené nejvyšším bodem dráhy miny.

Řešení:

Ve všech případech jde o vodorovný vrh z výšky h .

- Mina by dopadla ve vzdálenosti

$$d_0 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$

od paty svislice.

- Úlomek s menší hmotností má rychlost $\frac{3}{2} v_0$, úlomek s větší hmotností má rychlost v_2 . Podle zákona zachování hybnosti

$$(m_1 + m_2) v_0 = \frac{3}{2} m_1 v_0 + m_2 v_2; \quad m_2 = 2 m_1;$$

odtud dostaneme

$$v_2 = \frac{3}{4} v_0$$

a podle vztahů obdobných (1):

$$d_1 = \frac{3}{2} v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad d_2 = \frac{3}{4} v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

a tedy

$$d_1 : d_2 = 2 : 1.$$

c) Obdobně jako v úloze b):

$$(m_1 + m_2) v_0 = m_1 v_1 + \frac{3}{2} m_2 v_0; \quad m_2 = 2 m_1.$$

Pro rychlost v_1 vyjde $v_1 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Úlomek s menší hmotností padá volným pádem a dopadne do paty svislice. Poměr vzdáleností nelze určit.

5. Úlohy kategorie E

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Milan Bednařík a Mojmír Simešský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Motocyklista projel vzdálenost z místa A do místa B stálou rychlostí $v = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Potom zvětšil rychlost na dvojnásobnou hodnotu a projel touto rychlostí vzdálenost z místa B do místa C , která je poloviční než vzdálenost z místa A do místa B .

Jaká je průměrná rychlost motocyklisty na celé dráze z místa A do místa C ?

Řešení:

Vzdálenost mezi A a B označíme d . Tuto vzdálenost projel motocyklista za dobu $t_1 = \frac{d}{v}$. Vzdálenost mezi B a C projel za dobu

$$t_2 = \frac{\frac{d}{2}}{2v} = \frac{d}{4v}.$$

Vzdálenost mezi A a C tedy projel za dobu

$$t = t_1 + t_2 = \frac{5d}{4v}.$$

Průměrná rychlost

$$v_p = \frac{3 \frac{d}{2}}{t} = \frac{6}{5} v = 48 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Tyč vylisovaná z wolframového prášku má čtvercový průřez o obsahu $S_0 = 1,0 \text{ cm}^2$ a délku $l_0 = 20 \text{ cm}$; její hustota je $\rho_0 = 12 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Kováním a tažením se hustota kovu zvětší na $\rho = 19 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

Stanovte délku l drátu o průměru $d = 20 \mu\text{m}$, který se z tyče vyrobí, jestliže při zpracování odpadne oxidčováním 0,1 hmotnosti materiálu.

Řešení:

Tyč má hmotnost

$$m = S_0 l_0 \rho_0, \quad (1)$$

drát má hmotnost

$$m(1 - 0,1) = \frac{\pi d^2}{4} l \rho. \quad (2)$$

Z (1) dosadíme do (2), potom vyjádříme

$$l = \frac{4 S_0 l_0 \rho_0}{\pi d^2 \rho} (1 - 0,1)$$

a pro zadané hodnoty: $l \doteq 36$ km.

3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Na jednom konci vahadla rovnoramenných vah je zavěšena skleněná koule o hmotnosti $m_0 = 25,00$ g a o poloměru $r = 4,00$ cm. Na druhém konci vahadla je upevněn kovový váleček, jehož objem je zanedbatelný vzhledem k objemu koule. Vahadlo je ve vodorovné rovnovážné poloze.

Měrná tíha vzduchu v okolí vah je $\gamma = 12,9$ N.m⁻³.

- Jak se změní rovnovážná poloha vahadla, jestliže váhy postavíme pod recipient a z prostoru uvnitř vyčerpáme vzduch? Vysvětlíte odpověď.
- Abychom v případě a) uvedli vahadlo do rovnovážné polohy, musíme na jeden konec vahadla přidat závaží. Na který konec vahadla závaží přidáme? Jaká je hmotnost tohoto závaží?

Řešení:

a) Vahadlo klesne na straně koule. Na skleněnou kouli ve vzduchu působí proti tíhové síle aerostatická vztlaková síla; pro váleček na druhém konci vahadla je tato síla zanedbatelně malá, protože jeho objem je zanedbatelný vzhledem k objemu koule. Vyčerpáme-li vzduch v prostoru pod recipientem, působí obě tělesa na vahadlo jen svou tíhou, která je pro kouli větší.

b) K válečku musíme přidat závaží, jehož tíha se rovná aerostatické vztlakové síle působící ve vzduchu na kouli. Objem koule je $V = \frac{4}{3} \pi r^3$; stejný objem má i vzduch vytěsněný koulí. Na kouli působí ve vzduchu aerostatická vztlaková síla

$$F_{vz} = V \gamma = \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma; \quad F_{vz} \doteq 0,0035 \text{ N.}$$

Tíha pridaného závaží je tedy 0,003 5 N. Jeho hmotnosť je $m \doteq 0,000\ 35 \text{ kg} = 0,35 \text{ g}$.

4. úloha (navrhol Ján Mička)

Pamätná minca vydaná k 600. výročiu smrti Karla IV. je zhotovená zo zliatiny striebra a medi, ktorých hmotnosti sú v pomere $m_{\text{Ag}} : m_{\text{Cu}} = 7 : 3$. Hmotnosť celej mince $M = 15,0 \text{ g}$, jej priemer $2r = 33,0 \text{ mm}$. Hustota striebra $\rho_{\text{Ag}} = 10\ 500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota medi $\rho_{\text{Cu}} = 8\ 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
 a) Určte hrúbku mince za predpokladu, že je všade rovnaká.
 b) Stanovte pomer objemov striebra a medi vo vzorke zliatiny.

Riešenie:

a) Hmotnosti kovov v minci sú

$$m_{\text{Ag}} = \frac{7}{10} M = V_{\text{Ag}} \rho_{\text{Ag}}, \quad m_{\text{Cu}} = \frac{3}{10} M = V_{\text{Cu}} \rho_{\text{Cu}}.$$

Odtiaľ ich objemy

$$V_{\text{Ag}} = \frac{7M}{10\rho_{\text{Ag}}}, \quad V_{\text{Cu}} = \frac{3M}{10\rho_{\text{Cu}}}. \quad (1)$$

Predpokladáme, že objem $V = \pi r^2 h$ celej mince je rovný súčtu objemov oboch zložiek zliatiny, h je hrúbka mince; $V = V_{\text{Ag}} + V_{\text{Cu}}$. Po dosadení z (1) dostaneme vzťah, z ktorého vyjadríme

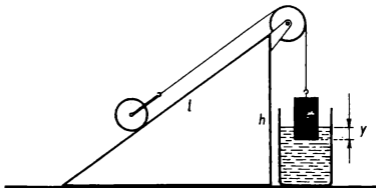
$$h = \frac{M}{10\pi r^2} \left(\frac{7}{\rho_{\text{Ag}}} + \frac{3}{\rho_{\text{Cu}}} \right) \doteq 0,0018 \text{ m} = 1,8 \text{ mm}.$$

b) Pomer objemov striebra a medi vo vzorku zliatiny je, s prihliadnutím k (1)

$$p = 7 \rho_{\text{Cu}} : 3 \rho_{\text{Ag}} = 62\,300 : 31\,500 \doteq 2 : 1.$$

5. úloha (navrhol Ján Mička)

Na naklonenej rovine je valec, ktorý sa môže otáčať okolo osi kolmej ku spádnici naklonenej roviny. Valec je spojený tenkým vláknom, vedeným cez pevnú kladku, s oceľovým kvádom. Kváder je čiastočne ponorený do vody tak, že jeho dolná podstava je v hĺbke $y = 0,040$ m pod voľným povrchom vody (obr. 65). Kváder má dĺžku podstavy $a = 0,08$ m a šírku $b = 0,1$ m; výška kvádra je $c = 0,2$ m. Dĺžka naklonenej roviny $l = 5,0$ m a jej výška $h = 3,0$ m.



Obr. 65

Merná tiaž ocele $\gamma = 77\,000$ N.m⁻³, merná tiaž vody $\gamma_0 = 10\,000$ N.m⁻³.

- Určte veľkosť tiažovej sily pôsobiacej na valec. Sústava telies je vo svojej rovnovážnej polohe.
- Zmenou výšky naklonenej roviny sa dolná podstava kvádra ponorí do hĺbky $2y$. Sústava telies je opäť v rovnovážnej polohe. Určte výšku h' naklonenej roviny v tomto prípade.

Riešenie:

a) Na vlákno pôsobí valec silou

$$F = \frac{G h}{l} \quad (1)$$

a kváder čiastočne ponorený do vody výslednou silou

$$F_0 = a b c \gamma - a b y \gamma_0. \quad (2)$$

Ak je sústava telies v rovnováhe, potom $F = F_0$. Porovnaním (1) a (2) dostaneme

$$G = \frac{a b l}{h} (c \gamma - y \gamma_0) = 200 \text{ N.}$$

b) Ak sa výška naklonenej roviny zmení na h' , potom miesto (1) a (2) platí

$$F' = \frac{G h'}{l}, \quad F'_0 = a b c \gamma - 2 a b y \gamma_0$$

a z rovnosti $F' = F'_0$ vyjadríme

$$h' = h \frac{c \gamma - 2 y \gamma_0}{c \gamma - y \gamma_0} \doteq 2,9 \text{ m.}$$

6. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

V nádrži myčky na láhve, v níž je voda o hmotnosti $m_1 = 20 \text{ kg}$ a o teplote $t_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$, se oplachujú láhve od limonády, z nichž každá má hmotnosť $m_2 = 0,30 \text{ kg}$ a počátečnú teplotu $t_2 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

a) Určete, koľko lahví se môže do myčky vložiť, aby teplota vody nepoklesla pod $t = 65 \text{ }^\circ\text{C}$.

b) Po vyjmutí lahvi se před další dávkou přileje do myčky vařící voda. Kolik vody je nutno přilít, aby voda v myčce měla opět počáteční teplotu $t_1 = 80\text{ }^\circ\text{C}$?

Předpokládáme, že nenastane tepelná výměna s okolím myčky. Dále předpokládáme, že láhve jsou v myčce tak dlouho, až se jejich teplota vyrovná s teplotou vody. Měrné teplo vody $c_v = 4,2\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné teplo skla $c_s = 0,67\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Řešení:

a) Jestliže se teplota ustálí právě na hodnotě t , pak voda v myčce odevzdá teplo $Q_1 = c_v m_1 (t_1 - t)$, n_0 lahvi přijme teplo $Q_2 = n_0 c_s m_2 (t - t_2)$.

Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ dostaneme

$$n_0 = \frac{c_v m_1 (t_1 - t)}{c_s m_2 (t - t_2)} \doteq 157.$$

Pro počet lahvi, ve smyslu zadání, platí $n \leq 157$.

b) Budeme předpokládat, že teplota vody v myčce je t . Do myčky přilejeme vodu o hmotnosti m_3 a teplotě $t_3 = 100\text{ }^\circ\text{C}$. Voda v myčce přijme teplo $Q_3 = m_1 c_v (t_1 - t)$, přidaná voda odevzdá teplo $Q_4 = m_3 c_v (t_3 - t_1)$. Z rovnosti $Q_3 = Q_4$ dostaneme

$$m_3 = m_1 \frac{t_1 - t}{t_3 - t_1} = 15\text{ kg}.$$

7. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Anoda vysílací elektronky má vzhledem ke katodě napětí $U = 10\text{ kV}$ a její anodový proud je $I = 5,0\text{ A}$. Je ochlazována tak, že se na ni nastříkávají kapičky destilované vody o teplotě $t_0 = 70\text{ }^\circ\text{C}$ a vypařují se na ní při teplotě $t_1 = 100\text{ }^\circ\text{C}$. Vypočítejte hmotnost vody, která se při ochlazování anody vypaří za dobu $\tau = 1,0\text{ h}$.

Měrné teplo vody $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo varu vody $l_v = 2\,250 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Řešení:

Anoda dostává elektrický příkon $P = UI$. Elektrická práce vykonaná za dobu τ je $W = UI\tau$.

Označme m hmotnost vody, která dopadá za dobu τ na anodu. K ohřátí z teploty t_0 na teplotu t_1 přijme voda teplo $Q_1 = mc(t_1 - t_0)$, k vypaření při teplotě varu $t_1 = 100^\circ\text{C}$ přijme teplo $Q_2 = ml_v$.

Elektrická práce $W = UI\tau$ je ekvivalentní teplu přijatému vodou. Z rovnosti $W = Q_1 + Q_2$ dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$m = \frac{UI\tau}{c(t_1 - t_0) + l_v} \doteq 76 \text{ kg}.$$

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy navrhl dr. Milan Bednařík, CSc.

1. úloha

Osobní automobil ujel vzdálenost $s = 50 \text{ km}$ za dobu $t = 40 \text{ min}$. Přitom $\frac{1}{5}$ této vzdálenosti projel městem průměrnou rychlostí $v_1 = 45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Jak velkou průměrnou rychlostí v_2 projel zbývající část této vzdálenosti?
- Za jakou dobu t' by ujel celou vzdálenost s , kdyby mohl projet zbývající část vzdálenosti průměrnou rychlostí $v'_2 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$?

Řešení:

a) První část vzdálenosti s představuje dráhu $s_1 = \frac{s}{5}$, druhá část dráhu $s_2 = 4 \frac{s}{5}$. Dráhu s_1 projede automobí

za dobu $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{5 v_1}$, dráhu s_2 za dobu $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{4 s}{5 v_2}$.

Celou vzdálenost l ujede za dobu

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{5 v_1} + \frac{4 s}{5 v_2} \quad (I)$$

a odtud průměrná rychlost na dráze s_2

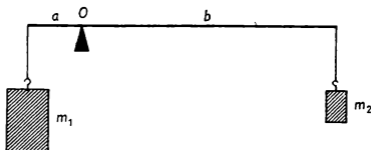
$$v_2 = \frac{s_2}{t - t_1} = \frac{4 s v_1}{5 v_1 t - s} = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

b) Pro rychlost v'_2 se vztah (1) změří na

$$t' = \frac{s}{5 v_1} + \frac{4 s}{5 v'_2} = 37 \frac{1}{3} \text{ min.}$$

2. úloha

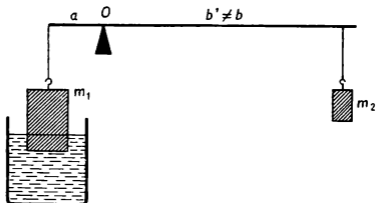
Na jednom ramenu páky je zavěšeno závaží z oceli o hmotnosti $m_1 = 360 \text{ g}$ ve vzdálenosti $a = 5,0 \text{ cm}$ od osy O (obr. 66).



Obr. 66

- a) Jak velkou tíhou G_2 působí na druhé rameno páky ve vzdálenosti $b = 24 \text{ cm}$ od osy O druhé závaží, jestliže páka je v rovnovážné poloze? Určete hmotnost m_2 tohoto závaží.

- b) Závaží o hmotnosti m_1 ponoříme částečně do vody tak, aby $\frac{1}{4}$ jeho objemu byla pod volným povrchem vody (obr. 67). Do jaké vzdálenosti b' od osy O musíme nyní zavěsit druhé závaží, aby páka byla opět v rovnovážné poloze?



Obr. 67

Měrná tíha oceli $\gamma = 8,0 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$, měrná tíha vody $\gamma_0 = 1,0 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

a) Páka je v rovnovážné poloze, je-li $G_1 a = G_2 b$, kde G_1 je tíha závaží o hmotnosti m_1 . Odtud

$$G_2 = \frac{a}{b} G_1 = 0,75 \text{ N}; \quad m_2 = 75 \text{ g}.$$

b) Výsledná síla působící na závaží Z_1 je $F = G_1 - \frac{1}{4} V \gamma_0$, kde V je jeho objem. Poněvadž $G_1 = V \gamma$, je výsledná síla

$$F = G_1 \left(1 - \frac{\gamma_0}{4 \gamma} \right). \quad (1)$$

Rovnovážná poloha páky nastane pro $Fa = G_2b'$ a odtud po dosazení z (1) dostaneme

$$b' = \frac{G_1}{G_2} \left(1 - \frac{\gamma_0}{4\gamma} \right) a \doteq 23 \text{ cm.}$$

3. úloha

V tepelně izolované nádobě je voda o hmotnosti $m_1 = 4,0 \text{ kg}$ a teplotě $t_1 = 14 \text{ }^\circ\text{C}$. Vodu zahříváme a při teplotě $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ se vypařováním hmotnost vody zmenší o 10 %.

Jak velké celkové teplo Q voda při tom přijme?

Vypařování vody při teplotách nižších než $100 \text{ }^\circ\text{C}$ a tepelné ztráty do okolí neuvažujeme.

Řešení:

Voda o hmotnosti m_1 při zahřátí z teploty t_1 na teplotu t_2 přijme teplo $Q_1 = cm_1(t_2 - t_1)$.

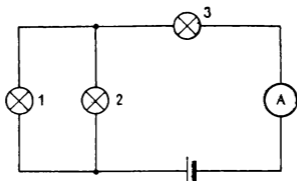
Zmenší-li se vypařováním hmotnost vody o 10 %, vypaří se voda o hmotnosti $m_2 = 0,1 m_1$ a přijme teplo $Q_2 = 0,1 m_1 l_v$.

Voda přijme celkové teplo $Q = Q_1 + Q_2$, pro zadané hodnoty: $Q \doteq 2,35 \text{ MJ}$.

4. úloha

Tři žárovky s jmenovitými hodnotami na objímce 3 V; 0,25 A jsou zapojeny do elektrického obvodu k baterii o napětí $U = 4,5 \text{ V}$ (obr. 68).

- Určete odpor vlákna každé žárovky z jmenovitých hodnot.
- Jak velký je celkový odpor soustavy žárovek?
- Všechny žárovky svítí. Jak velký proud prochází ampérmetrem? Svítí všechny žárovky stejně jasně? Odpověď zdůvodněte.
- Vyšroubujeme žárovku I. Jak velký proud nyní ukáže ampérmetr?



Obr. 68

Řešení:

a) Z jmenovitých hodnot určíme odpor každé žárovky

$$R = \frac{3 \text{ V}}{0,25 \text{ A}} = 12 \Omega.$$

b) Odpor soustavy

$$R_s = R + \frac{R}{2} = 18 \Omega.$$

c) Ampérmetrem prochází proud $I_1 = \frac{U}{R_s} = \frac{4,5 \text{ V}}{18 \Omega} = 0,25 \text{ A}$.

Žárovkou 3 prochází její jmenovitý proud a na jejích svorkách je její jmenovité napětí 3 V, proto svítí svým plným jasnem. Na svorkách paralelně spojených žárovek 1 a 2 je napětí 1,5 V, tedy polovina napětí jmenovitého. Každá z nich dostává jen čtvrtinu jmenovitého příkonu. Obě svítí stejně jasně, ale výrazně méně než žárovka 3.

d) Nyní jsou žárovky 2, 3 spojeny v sérii, soustava má odpor $R'_s = 2R = 24 \Omega$, ampérmetrem prochází proud $I_2 = \frac{U}{R'_s} = \frac{4,5 \text{ V}}{24 \Omega} \doteq 0,19 \text{ A}$. Obě žárovky svítí stejně jasně,

ale ne svým plným jasnem, poněvadž každou z nich prochází proud $0,19 \text{ A} < 0,25 \text{ A}$ a na svorkách každé z nich je napětí $2,25 \text{ V} < 3 \text{ V}$.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Automobil projel na dálnici Praha-Brno úsek délky 100 km. Jedna pětina této trati byla v opravě a automobil jel po ní průměrnou rychlostí $v_1 = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- a) Jakou průměrnou rychlostí v_2 jel automobil na zbývajících trase, jestliže ji projel za dobu $t_2 = 0,90 \text{ h}$?
- b) Jakou průměrnou rychlostí jel automobil na celé trati 100 km?

Řešení:

a) Úsek dálnice $s = 100 \text{ km}$, $s_1 = \frac{s}{5} = 20 \text{ km}$, $s_2 = 100 \text{ km} - 20 \text{ km} = 80 \text{ km}$, $t_2 = 0,90 \text{ h}$.

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2}; \quad v_2 = \frac{80 \text{ km}}{0,90 \text{ h}} \doteq 88,9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

b) Automobil projel úsek dálnice s za dobu $t = t_1 + t_2$;

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1}; \quad t_1 = \frac{20}{40} \text{ h} = 0,5 \text{ h}, \quad t_2 = 0,9 \text{ h},$$

$$t = t_1 + t_2; \quad t = 1,4 \text{ h}.$$

Průměrná rychlost:

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{100 \text{ km}}{1,4 \text{ h}} \doteq 71,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Po přímé silnici jede nákladní automobil stálou rychlostí $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; za ním jede osobní automobil stálou rychlostí $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; počáteční vzdálenost obou vozů je 400 m .

- Určete rychlost druhého automobilu vzhledem k prvnímu.
- Za jakou dobu osobní automobil dohoní nákladní automobil?
- Jakou trať při tom urazí nákladní automobil?
- Na milimetrový papír narýsujte do téže soustavy os graf závislosti dráhy na čase pro každý automobil a graficky ověřte správnost řešení úloh b), c).

Řešení:

a) $v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $s_0 = 400 \text{ m}$.
Rychlost druhého automobilu vzhledem k prvnímu

$$v_0 = v_2 - v_1 = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

$$\text{b) } t = \frac{s_0}{v_0} = 0,02 \text{ h}.$$

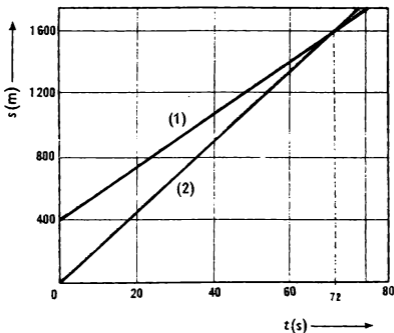
$$\text{c) } v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}, t = 0,02 \text{ h};$$

$$s_1 = s_0 + v_1 t; s_1 = 0,400 \text{ km} + 60 \cdot 0,02 \text{ km} = 1,6 \text{ km}.$$

d) - obr. 69; dráhu zakreslujeme v metrech, čas v sekundách;

$$v_1 \doteq 16,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, v_2 \doteq 22,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Graf ověřuje správnost řešení úloh b), c).



Obr. 69

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Do jednoho ze dvou stejných kalorimetrů nalejeme vodu o objemu 0,5 l a do druhého benzen o objemu 0,5 l. Do kapalin ponoříme postupně též elektrický ohřivač na stejnou dobu. Voda se ohřeje o 15 °C, benzen o 35 °C.

Určete měrné teplo benzenu.

Hustota benzenu $\rho_2 = 897 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, měrné teplo vody $c_1 = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Řešení:

$$Q_1 = c_1 m_1 \Delta t_1, \quad Q_2 = c_2 m_2 \Delta t_2.$$

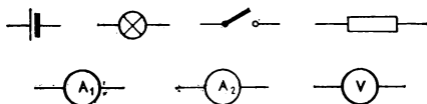
Protože v obou případech bylo kapalině dodáno stejné teplo, platí $Q_1 = Q_2$, takže

$$c_2 = \frac{m_1 \Delta t_1 c_1}{m_2 \Delta t_2}.$$

$m_1 = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \text{ kg} = 0,5 \text{ kg}$; $m_2 = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,897 \text{ kg} = 0,488 \text{ kg}$; $\Delta t_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, $\Delta t_2 = 35 \text{ }^\circ\text{C}$, $c_1 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $c_2 = 2,0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Máš k použití přístroje a pomůcky znázorněné značkami podle obr. 70.



Obr. 70

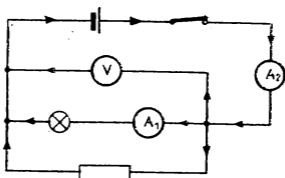
- a) Pomocí těchto pomůcek nakresli elektrický obvod, v kterém jsou spojeny žárovka a rezistor vedle sebe; ampérmetrem A_1 můžeme měřit elektrický proud protékající žárovkou, voltmetrem můžeme měřit napětí na svorkách žárovky a ampérmetrem A_2 můžeme měřit úhrnný proud. Kam zařadíš spínač? Odůvodni. Ke všem částem elektrického obvodu nakresli směr proudu šipkami.
- b) Z kterých naměřených veličin zjistíš odpor žárovky? Zapiš. Z kterých naměřených veličin určíš příkon žárovky? Zapiš. Co předpokládáš přitom o odporu ampérmetru A_1 a co o odporu voltmetru V ? Odůvodni.

Řešení:

a) - obr. 71

Spínač zařadíme do nerozvětvené části obvodu, aby bylo možno snadno odpojit všechny měřicí přístroje.

b) Odpor žárovky $R = \frac{U}{I}$; napětí U čteme na voltmetru, proud I na ampérmetru A_1 . Předpokládáme, že odpor



Obr. 71

ampérmetru je velmi malý vzhledem k odporu žárovky a odpor voltmetru velmi velký vzhledem k odporu žárovky. Odporu přívodních vodičů jsou zanedbatelné. Příkon žárovky $P = U I$; význam veličin U , I je stejný jako v 1. části úlohy b); předpoklady zůstávají stejné.

III. ČASŤ

DVANÁSTA MEDZINÁRODNÁ FYZIKÁLNA OLYMPIÁDA

1. Priebeh a výsledky súťaže

Organizátorom XII. medzinárodnej fyzikálnej olympiády (XII. MFO) bola v školskom roku 1980/81 Bulharská ľudová republika. Súťaž sa konala v atraktívnom prostredí Varny, kde boli delegácie ubytované v internáte Inštitútu pre ďalšie vzdelávanie učiteľov. V učebniach tejto inštitúcie sa konala aj samotná súťaž.

XII. MFO vo Varne sa vyznačovala v porovnaní s doterajšími MFO niekoľkými prioritami. Zúčastnili sa jej celkom družstvá štrnástich štátov a poprvýkrát v priebehu súťaže sa organizovala konferencia za okrúhlym stolom pod patronátom UNESCO, ktorá sa zaoberala úlohou fyzikálnej olympiády pri rozvíjaní záujmu a tvorivých schopností žiakov. V neposlednom rade XII. MFO sa vyznačovala vysokou organizačnou úrovňou a mimoriadnym pohostinstvom bulharských organizátorov. Prítomné delegácie osobitne ocenili veľmi dobré a objektívne podmienky pre prácu súťažiacich a delegácií.

Súťaže sa zúčasnili päťčlenné družstvá týchto štátov: Bulharskej ľudovej republiky (BLR), Československej socialistickej republiky (ČSSR), Fínska, Francúzska, Juhoslávie, Maďarskej ľudovej republiky (MLR), Nemeckej demokratickej republiky (NDR),

Nemeckej spolkovej republiky (NSR),
 Poľskej ľudovej republiky (PLR),
 Rumunskej socialistickej republiky (RSR),
 Švédsko,
 Taliansko,
 Vietnamskej socialistickej republiky (VSR),
 Zväzu sovietskych socialistických republík (ZSSR)

Družstvá Talianska a Vietnamu sa zúčastnili MFO prvýkrát.

Na čele každej delegácie bol vedúci delegácie a pedagogický inštruktor družstva. Vedením československej delegácie bol poverený doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedúci katedry fyziky Pedagogickej fakulty v Nitre, pedagogickým inštruktorom bol RNDr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky a základov techniky Pedagogickej fakulty v Hradci Králové.

Príprava súťažiacich na XII. MFO v r. 1981 začala už počas školského roku 1979/80, kedy sa konali v apríli a júni 1980 v Nitre a v Hradci Králové sústredenia najúspešnejších riešiteľov FO z II. a III. ročníkov stredných škôl podľa návrhov jednotlivých krajov a určenia ÚVFO. V r. 1981 sa konali dve sústredenia: 6.—11. 4. 1981 v Hradci Králové a záverečné sústredenie 7.—18. 6. 1981 v Nitre. Pri výbere účastníkov sústredenia pre prípravu na MFO sa prihliadalo k dlhodobým výsledkom vo FO a čiastočne aj k výsledkom testových hodnotení na sústredeniach. Zoznam účastníkov záverečného sústredenia pred MFO určil ÚVFO na svojom zasadnutí dňa 28. 4. 1981 z víťazov 3. kola XXII. ročníka FO:

- | | |
|-----------------------|-----------------------------|
| 1. Bořivoj Tydlitát | Gymn. W. Piecka, Praha 2 |
| 2. Zdeněk Havránek | Gymn. Kadaň |
| 3.— 5. Milan Hanajik | Gymn. J. Hronca, Bratislava |
| Jan Němec | Gymn. Praha 7, Nad školou |
| Petr Plecháč | Gymn. W. Piecka, Praha 2 |
| 6.— 7. Antonín Fejfar | Gymn. Brno, Koněvova |
| Petr Laciga | Gymn. J. Fučíka, Plzeň |

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| 8. Vladimír Hudec | Gymn. Košice, Šmeralova |
| 9. – 10. Pavel Matoušek | Gymn. J. K. Tyla, Hr. Králové |
| Petr Pavlík | SPŠ strojníká Přerov |
| 11. Jiří Matoušek | Gymn. W. Piecka, Praha 2 |

Sústredenia sa z pozvaných nezúčastnili Jan Němec, Antonín Fejfar, Vladimír Hudec, ktorí svoju neúčast ospravedlnili.

Obsah sústredenia bol zameraný na teoretickú prípravu, metodickú prípravu na riešenie úloh, experimentálnu a psychologickú prípravu. Záverečnú prípravu širšieho družstva viedol doc. RNDr. ing. D. Kluvanec, CSc. (mechanika, elektrina a magnetizmus) v spolupráci s ďalšími pracovníkmi katedry fyziky PF v Nitre - doc. RNDr. T. Gálom, CSc. (molekulová fyzika), RNDr. J. Gembarovičom (optika a atómová fyzika), RNDr. L. Morvayom, ing. I. Štubňom (experimentálna príprava), PhDr. I. Szabóm (psychologická príprava) a RNDr. L. Zelenickým (organizačná činnosť). Vyučovanie sa konalo 8 hodín denne, pričom 4 hodiny boli venované teoretickej a 4 hodiny experimentálnej príprave. Mimo toho účastníci študovali individuálne podľa pokynov vedúceho sústredenia, absolvovali niekoľko besied a venovali sa aj športovej činnosti. Účastníkov sústredenia prijal dekan PF v Nitre prof. PhDr. M. Soták, CSc., ktorý ich odmenil upomienkovými darčekom. Účastníci sústredenia absolvovali 4 previerkové testy, kde úlohy boli náročnosťou porovnateľné s úlohami z medzinárodných olympiád.

Pred ukončením sústredenia bolo určené družstvo pre XII. MFO:

- | | |
|---------------------|-----------------------------|
| 1. Bořivoj Tydlitát | Gymn. W. Piecka, Praha 2 |
| 2. Milan Hanajík | Gymn. J. Hronca, Bratislava |
| 3. Petr Pavlík | SPŠ strojnícka Přerov |
| 4. Petr Plecháč | Gymn. W. Piecka, Praha 2 |
| 5. Jiří Matoušek | Gymn. W. Piecka, Praha 2 |

Ako náhradníci boli určení

- | | |
|-------------------|-------------------------------|
| 1. Pavel Matoušek | Gymn. J. K. Tyla, Hr. Králové |
| 2. Petr Laciga | Gymn. J. Fučíka, Plzeň |

Do BLR odcestovalo päť riadnych členov československého družstva.

XII. MFO sa konala v dňoch 1.—10. júla 1981 vo Varně. Naše družstvo s vedúcimi cestovalo do Varny cez Sofiu lietadlom z Prahy v dopoludňajších hodinách. Všetky delegácie boli ubytované v príjemnom prostredí areálu Inštitútu pre ďalšie vzdelávanie učiteľov P. Berona, kde sa konali zasadnutia medzinárodnej komisie.

Predsedom medzinárodnej komisie bol prof. Alexander Rajev. Ako čestní hostia sa súťaže zúčastnili Galina Tarasjuk z Moskovskej univerzity, prof. Reszö Kunfalvi z MLR, prof. Lev Aslamazov, zástupca redakcie časopisu Kvant zo ZSSR, Edward G. Sherburne, riaditeľ medzinárodného výboru pre vedeckú prácu vo vyučovaní (ICC) a dr. S. Samadi, riaditeľ ústavu pre vzdelávanie, UNESCO.

Vedúcimi jednotlivých družstiev na XII. MFO boli

- BLR: Gleb Grigorievič Zadorožnij,
hlavný asistent Sofijskej univerzity
- ČSSR: doc. RNDr. Daniel Klivanec, CSc.,
vedúci Katedry fyziky Pedagogickej fakulty
v Nitre
- Fínsko: dr. Maija Ahtae, oddelenie prípravy
učiteľov univerzity v Helsinkách
- Francúzsko: Pierre Legrand, inšpektor pre fyziku
v Lille
- Juhoslávia: Draško Grujić, sekretár spoločnosti
srbských fyzikov, Belehrad
- MLR: doc. dr. Gejza Tichý, Inštitút fyziky pevných
látok Eötvösovej Univerzity, Budapešť
- NDR: prof. dr. Joachim Wendt, vedúci katedry
metodiky fyziky Vysokej školy pedagogickej,
Güstrow
- NSR: dr. Gunter Lind, Inštitút pedagogiky prí-
rodných vied v Kielu
- PLR: dr. Andrzej Nadolny, Inštitút fyziky
Poľskej akadémie vied, Varšava

- RSR: Anatolis Hristev, fyzikálna fakulta univerzity v Bukurešti
- Švédsko: dr. Willy Person, oddelenie fyziky technologického inštitútu v Lunde
- Taliansko: Ajfredo Spadoni, lýceum A. Oriani, Ravenna
- VSR: prof. Duong Trong Bai, vedúci oddelenia na Ministerstve pre národné vzdelávanie, Hanoj
- ZSSR: Oleg Fedorovič Kabardin, vedúci laboratória Inštitútu obsahu a metód vyučovania APN v Moskve.
- Pedagogickými inštruktormi delegácií boli
- BLR: Todor Michonov, fyzikálna fakulta univerzity v Sofii
- ČSSR: RNDr. Ivo Volf, katedra fyziky Pedagogickej fakulty v Hradci Králové
- Fínsko: Jukka Mattila, profesor gymnázia Lapioki
- Francúzsko: René Ravier, profesor fyziky Saint-Jean de Losne
- Juhoslávia: Miloš Pavlovič, Kladovo
- MLR: dr. László Takács, Ústredný inštitút pre fyziku, Budapešť
- NDR: Udo Walta, vedecký spolupracovník, Vysoká škola pedagogická, Güstrow
- NSR: dr. Harri Heise, stredná škola, Kiel
- PLR: dr. Jan Gaj, Inštitút pre experimentálnu fyziku varšavskej univerzity
- RSR: Alexandru Burcin, Ministerstvo pre vzdelávanie, Bukurešť
- Švédsko: Lars Silverberg, Inštitút teoretickej fyziky, Lund
- Taliansko: Maria Morigi Giorgioni, lýceum A. Oriani, Ravenna
- VSR: Cao Ngoc Vien, inšpektor na Ministerstve vzdelávania, Hanoj
- ZSSR: Michail Vasilievič Grabilenko, Ministerstvo vzdelávania, Moskva.

Slávnostné otvorenie súťaže sa konalo 2. júla 1981 v Medzinárodnom dome vedeckých pracovníkov »F. J. Curie« vo Varne. Riešenie teoretických úloh sa konalo 3. júla 1981 v čase od 9. do 13. hodiny a experimentálnej úlohy 5. júla 1981 v rovnakom čase v učebniach Inštitútu pre ďalšie vzdelávanie učiteľov.

Vedúci delegácií zabezpečili v časných ranných hodinách v dňoch súťaže po prijatí súťažných úloh v medzinárodnej komisii preklad úloh do príslušných národných jazykov. V krátkom čase po ukončení teoretickej i experimentálnej časti súťaže dostali vedúci delegácií k dispozícii riešenia úloh členov svojho družstva a inštruktážne riešenia so systémom bodového hodnotenia, ktoré schválila medzinárodná komisia. Skupiny korektorov určené organizačným výborom pripravili návrhy bodového hodnotenia jednotlivých riešení súťažiacich, ktoré porovnali a zjednotili s návrhmi bodových hodnotení, pripravených pre svoje družstvá vedúcimi delegácií. Zjednotenie hodnotení sa konalo na osobitných stretnutiach korektorov s vedúcimi delegácií vo vyhradenom čase, kde vedúci delegácií a vedúci skupiny korektorov podpísali protokol o hodnotení úloh. Na zasadnutí medzinárodnej komisie k prijatiu výsledkov úloh, ktoré sa konalo dňa 7. júla 1981 vo večerných hodinách, nebola zo strany delegácií k navrhovaným výsledkom súťaže ani jedna pripomienka, čo svedčí o správnej voľbe systému hodnotenia úloh a dobrej práci organizačného výboru.

Záverečné slávnostné vyhodnotenie súťaže s odovzdávaním cien sa konalo 9. júla 1981 vo večerných hodinách v Medzinárodnom dome vedeckých pracovníkov »F. J. Curie«.

Maximálny počet bodov, ktorý mohli súťažiaci získať za riešenie úloh, bol 50 (30 bodov za 3 teoretické úlohy a 20 bodov za 1 experimentálnu úlohu). Najväčší počet bodov - 47 - získal Alexander Gutin zo ZSSR. Medzinárodná komisia rozhodla o udelení cien a pochvalného uznania súťažiacim, ktorí získali nasledovné percento z počtu bodov najúspešnejšieho riešiteľa:

- 100 % — 90 % t. j. 47 — 42 bodov I. cena
 90 % — 78 % t. j. 41 — 36 bodov II. cena
 78 % — 65 % t. j. 35 — 30 bodov III. cena
 65 % — 50 % t. j. 29 — 23 bodov pochvalné uznanie.

Súťažiaci, ktorí získali menej ako 23 bodov, boli neúspešní a dostali potvrdenie o účasti v súťaži.

Prehľad výsledkov súťaže je uvedený v tabuľke

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu				Celkový počet bodov
			1	2	3	4	
I. cena							
1.	Alexander Gutin	ZSSR	10	10	8	19	47
2.— 4.	Andreas Quirenbach	NSR	7	10	10	17	44
	Bogdan Tudose	RSR	10	9	10	15	44
	Ilja Solodovnikov	ZSSR	10	8	10	16	44
5.	Manfred Lehn	NSR	5	8	10	20	43
6.— 7.	Vladislav Derevjenko	ZSSR	10	9	9	14	42
	Wojciech Lerch	PER	9	10	9	14	42
II. cena							
8.— 11.	Jean Francois Puget	Franc.	7	9	10	15	41
	Milan Hanajfk	ČSSR	8	6	8	19	41
	Petr Pavlík	ČSSR	8	8	5	20	41
	Jürgen Grafenstein	NDR	10	10	8	13	41
12.— 15.	Andreas Klumper	NSR	6	10	8	16	40
	Wojciech Kazubski	PER	9	8	9	14	40
	Mihai Devenyi	RSR	8	9	7	16	40
	Sandor Palasik	MLR	7	8	9	16	40
16.— 19.	Andrej Mušinskij	ZSSR	8	4	7	20	39
	Milen Penkov	BER	10	8	6	15	39
	Rossen Varbanov	BER	9	8	7	15	39
	Silviu Borac	RSR	7	7	7	18	39
20.— 21.	Jiří Matoušek	ČSSR	6	8	8	16	38
	Harald Anlauf	NSR	6	10	8	14	38
22.	Terbjon Ledin	Švédsko	6	8	7	16	37

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu				Celkový počet bodov
			1	2	3	4	
23.—26.	Bořivoj Tydlitát	ČSSR	6	5	6	19	36
	Grzegorz Szamel	PLR	9	3	6	18	36
	Janos Tamas Pötl	MER	9	7	1	19	36
	Stefan Müller-Pfeiffer	NDR	8	7	6	15	36
III. cena							
27.—31.	Grzegorz Majcher	PLR	8	6	6	15	35
	Dag Wedelin	Švédsko	4	6	5	20	35
	Erik Heinz	NDR	10	9	8	8	35
	Matjaž Kaluža	Juhosl.	10	2	10	13	35
32.—35.	Pavel Trautman	PLR	9	8	1	17	35
	George Radulescu	RSR	8	5	7	14	34
	Miroslav Abrašev	BLR	10	2	6	16	34
	Truong Ba Ha	Vietnam	5	10	3	16	34
	Stefan Müller	NSR	10	10	3	11	34
36.—38.	Andreas Mogyorosi	MER	7	6	5	15	33
	Raul Radulescu	RSR	8	2	8	15	33
	Ferenc Gluck	MER	8	6	4	15	33
39.—40.	Dean Možetič	Juhosl.	2	6	8	16	32
	Matti Airaksinen	Fínsko	6	6	4	16	32
41.	Timo Ronka	Fínsko	2	7	7	15	31
42.—44.	Anders Svensson	Švédsko	4	5	5	16	30
	Igor Chubenin	ZSSR	7	8	1	14	30
	Timo Lattula	Fínsko	4	8	8	10	30
Pochvalné uznanie							
45.—47.	Ralf Muschall	NDR	8	8	4	9	29
	Ralf Hunker	NDR	0	9	0	20	29
	Philippe Rostand	Franc.	6	3	8	12	29
48.—49.	Bjorn Ottersten	Švédsko	1	6	5	16	28
	Marc Battyani	Franc.	4	8	7	9	28
50.—51.	Jaako Wegelius	Fínsko	3	5	5	14	27
	Heikki Penttila	Fínsko	3	2	3	19	27
52.—54.	Jean-Louis Barrat	Franc.	1	1	10	14	26
	Le Ven Hoang	Vietnam	4	9	1	12	26
	Petr Plecháč	ČSSR	5	5	2	14	26

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu				Celkový počet bodov
			1	2	3	4	
55.—56.	Jan Carlsson	Švédsko	0	7	3	15	25
	Tichomir Christov	BER	5	1	4	15	25
57.—58.	Dimitre Dimitrov	BER	5	2	4	13	24
	Tomislav Gržanac	Juhosl.	2	7	5	10	24
59.—60.	Vu Ngoo Tuoo	Vietnam	4	8	1	10	23
	Ferenc Czako	MER	6	5	1	11	23
	Neúspešní riešitelia						
61.—62.	Siniša Ignjatovič	Juhosl.	5	1	1	14	21
	Slobodan Cvetkovič	Juhosl.	4	1	5	11	21
63.	Dang Duc Mahn	Vietnam	5	5	0	9	19
64.	Dau Hai Son	Vietnam	6	3	0	8	17
65.—66.	Christophe Lecluse	Franc.	4	1	0	11	16
	Pavlo Rigoni	Talian.	0	0	0	16	16
67.—68.	Marco Ferrari	Talian.	0	0	1	9	10
	Silvia Massa	Talian.	1	0	0	9	10
69.	Luca Pancisoli	Talian.	0	0	0	5	5
70.	Carlo Papale	Talian.	0	0	0	4	4

Ceny za najlepšie riešenia jednotlivých úloh boli udelené za 1. úlohu - Stefanovi Müllerovi z NSR, za 2. úlohu - Alexandrovi Gutinovi zo ZSSR, za 3. úlohu - Andreasovi Quirenbachovi z NSR, za 4. úlohu - Andrejovi Mušinskému zo ZSSR.

Osobitné ceny boli odovzdané najmladšiemu účastníkovi XXII. MFO Deanovi Možetičovi z Juhoslávie (nar. 7. 7. 1966) a jedinému dievčaťu, ktorá sa zúčastnila XII. MFO, Silvii Massa z Talianska.

V riešení teoretických úloh najviac bodov získalo družstvo NSR - 121 bodov, v riešení experimentálnej úlohy družstvo ČSSR - 88 bodov. V neoficiálnom hodnotení štátov zvíťazilo družstvo ZSSR, ktoré získalo celkom 202 bodov.

Družstvo ČSSR v tomto hodnotení získalo 182 bodov a tým v neoficiálnom hodnotení sa umiestnilo na 5. mieste. Je potrebné brať do úvahy, že bodové rozdiely medzi družstvom ČSSR a družstvom na 1. mieste boli veľmi malé, dosiahli hodnotu 10 % z bodového zisku najlepšieho družstva.

Prehľad o celkovom bodovom hodnotení jednotlivých družstiev:

Poradie	Štát	Počet bodov za úlohu				Celkový počet bodov
		1	2	3	4	
1.	ZSSR	45	39	35	83	202
2.	NSR	34	46	39	78	199
3.	RSR	41	32	39	78	190
4.	PER	44	35	31	78	188
5.	ČSSR	33	32	29	88	182
6.	NDR	36	43	26	65	170
7.	MER	37	32	20	76	163
8.	BER	39	21	27	74	161
9.	Švédsko	15	32	25	83	155
10.	Fínsko	18	28	27	74	147
11.	Francúzsko	22	22	35	61	140
12.	Juhoslávia	23	17	29	64	133
13.	VSR	24	35	5	55	119
14.	Taliansko	1	0	1	43	45
Celkom bodov		412	416	368	1000	2196
v % zo 700 bodov, resp. z 1400 bodov a 3500 bodov		58,9	59,4	52,6	71,4	62,7

Najlepšie družstvá v riešení jednotlivých úloh

1. teoretická úloha (mechanika a termodynamika): ZSSR, PER, RSR

2. teoretická úloha (elektrina): NSR, NDR, ZSSR

3. teoretická úloha (fyzikálna optika): NSR, RSR, ZSSR, Franc.

teoretické úlohy celkom: NSR, ZSSR, RSR

4. experimentálna úloha: ČSSR, ZSSR, Švédsko

Prehľad o počte získaných cien jednotlivých družstiev

Poradie	Štát	Počet bodov	Počet cien			Počet pochval. uznaní	Počet neúsp. riešení
			I.	II.	III.		
1.	ZSSR	202	3	1	1	—	—
2.	NSR	199	2	2	1	—	—
3.	RSR	190	1	2	2	—	—
4.	PER	188	1	2	2	—	—
5.	ČSSR	182	—	4	—	1	—
6.	NDR	170	—	2	1	2	—
7.	MER	165	—	2	2	1	—
8.	BER	161	—	2	1	2	—
9.	Švédsko	155	—	1	2	2	—
10.	Fínsko	147	—	—	3	2	—
11.	Francúzsko	140	—	1	—	3	—
12.	Juhoslávia	133	—	—	2	1	2
13.	VSR	119	—	—	1	2	2
14.	Taliansko	45	—	—	—	—	5
Celkom			7	19	18	16	10

Organizátori súfaže zabezpečili na vysokej úrovni aj spoločenskú a kultúrnu časť tohoto medzinárodného stretnutia. Všetci účastníci XII. MFO absolvovali tri časove dlhšie zájazdy: 4. júl 1981 - Zlaté piesky, kúpanie v mori, návšteva kláštora Alažda; 6. júl 1981 - Slniečny breh, kúpanie, návšteva Nesebaru; 8. júl 1981 - Albena, návšteva botanickej zahrady v Balčiku, prehliedka stanice mladých agrobiológov a historických pamiatok v Tolbuchine.

Vo Varne navštívili účastníci olympiády múzeum a plane-

Členovia družstva ČSSR sa umiestnili takto:

Poradie	Meno	Úloha				Celkom bodov	Vyhodnotenie
		1	2	3	4		
8.-11.	Milan Hanajik	8	6	8	19	41	II. cena
	Petr Pavlík	8	8	5	20	41	II. cena
20.-21.	Jiří Matoušek	6	8	8	19	38	II. cena
23.-26.	Bořivoj Tydlitát	6	5	6	19	36	II. cena
52.-54.	Petr Plecháč	5	5	2	14	26	pochvalné uznanie

tárium (2. júla 1981), Inštitút morskej hydrodynamiky (7. júla 1981) a absolvovali plavbu loďou po Čiernom mori (3. júla 1981). Veľmi hodnotná bola návšteva spevohry Bastien a Bastienne od W. A. Mozarta (5. júla 1981), ktorú predviedli žiaci konzervatória z Varny, a koncert detského speváckeho zboru a ľudových súborov mesta Tolbuchina (8. júla 1981). Pre súťažiacich boli pripravené hodnotné kultúrne podujatia a stretnutia s mládežou z Varny v miestnom »Interklube«. Počas súťaže vedúci delegácií mali samostatný program, kedy navštívili II. matematické gymnázium »P. Berona« vo Varne, poľnohospodársky komplex Aksakove a miestnu základnú školu (3. júla 1981). 7. júla 1981 prijal vedúcich delegácií predseda Mestského soviету vo Varne.

Mimoriadnou udalosťou XII. MFO vo Varne bola konferencia za okrúhlym stolom na tému »Úloha fyzikálnej olympiády pri rozvíjaní záujmu a tvorivých schopností žiakov«. Konferencia bola organizovaná pod patronátom UNESCO a za prítomnosti riaditeľa ústavu pre vzdelávanie pri UNESCO dr. Samadiho. Konferencie sa zúčastnili vedúci delegácií zo 14 štátov, vedeckí pracovníci z BER a hostia XII. MFO. Na konferencii, ktorá sa konala 5. júla 1981 v Medzinárodnom dome vedeckých pracovníkov »F. J.

Curie» vo Varne, vystúpilo s referátmi 15 účastníkov z 10 štátov. Medzi nimi aj vedúci československej delegácie, ktorý predniesol referát o formách a metódach práce vo FO v ČSSR. Účastníci konferencie prijali záverečný dokument, ktorý odporúčili postúpiť prostredníctvom UNESCO príslušným ministerstvám jednotlivých štátov.

Na zasadnutí medzinárodnej komisie, ktoré sa konalo 7. júla 1981, vedúci niektorých delegácií z poverenia príslušných štátnych orgánov predložili komisii návrhy a pozvania pre ďalšie MFO:

r. 1982, XIII. MFO - NSR (pozvanie predložil dr. Gunter Lindt);

r. 1983, XIV. MFO - RSR (stanovisko tlmočil Alexandru Burcin);

r. 1984, XV. MFO - Švédsko (stanovisko tlmočil dr. Willy Person);

r. 1985, XVI. MFO - NDR (stanovisko tlmočil prof. dr. Joachim Wendt).

2. Súťažné úlohy

1. úloha

Prepážka s hmotnosťou m a so zanedbateľnou hrúbkou rozdeľuje objem skúmavky na dve rovnaké časti. U uzavretej časti skúmavky sa nachádza n mólov ideálneho jednoatómového plynu s molárnou hmotnosťou M_m a s teplotou T_0 . Skúmavka má hmotnosť M a v jej okolí je vákuum. Prepážka sa uvoľní, pohybuje sa bez trenia a vyletí zo skúmavky. Potom vyteká zo skúmavky aj plyn.

Určte konečnú rýchlosť skúmavky, keď skúmavka na začiatku pohybu prepážky bola vzhľadom na zvolenú inerciálnu sústavu súradníc v pokoji. Hybnosť plynu do vyletenia prepážky, tepelnú výmenu medzi plynom, skúmavkou

a prepážkou, ako aj zmenu teploty plynu po vyletení prepážky neuvažujte.

Riešenie:

Príčinou pohybu prepážky je adiabatické rozpínanie plynu, pre ktoré platí

$$V_0^{\kappa-1} T_0 = V^{\kappa-1} T, \quad (1)$$

kde V_0 je začiatočný objem plynu v skúmavke, V objem celej skúmavky, T_0 začiatočná teplota plynu, T teplota plynu v okamihu vyletenia prepážky zo skúmavky a κ Poissonova konštanta, ktorá pre jednoatómový plyn má hodnotu $\frac{5}{3}$.

Vzhľadom na to, že $\frac{V}{V_0} = 2$, dostávame z (1) pre T vzťah

$$T = 2^{-2/3} T_0. \quad (2)$$

Kinetická energia, ktorú sústava má v okamihu vyletenia prepážky zo skúmavky, je rovná zmene vnútornej energie plynu

$$\frac{M u_1^2}{2} + \frac{m w^2}{2} = \frac{3}{2} n R_m (T_0 - T), \quad (3)$$

kde u_1 je rýchlosť skúmavky, w rýchlosť prepážky v okamihu jej oddelenia od skúmavky, n je molárne množstvo plynu v skúmavke, R_m molárna plynová konštanta.

Ak uvažíme zákon zachovania hybnosti

$$M u_1 = m w, \quad (4)$$

potom z (2), (3), (4) možno určiť u_1 :

$$u_1 = \sqrt{\frac{3 n R_m (1 - 2^{-2/3}) T_0}{M \left(1 + \frac{M}{m}\right)}}. \quad (5)$$

Po oddelení prepážky začne zo skúmvavky unikať plyn a rýchlosť skúmvavky sa zväčšuje. Ďalší výpočet urobíme v súradnicovej sústave pohybujúcej sa rýchlosťou u_1 v smere pohybu skúmvavky.

Pretože skúmvavka sa nachádza vo vákuu, všetky atómy plynu za určitú dobu zo skúmvavky uniknú. V dôsledku pružných nárazov nadobudne skúmvavka hybnosť, akoby polovica všetkých atómov plynu narazila na dno skúmvavky. Každý atóm odovzdá skúmvavke hybnosť

$$p_0 = 2 \frac{M_m}{N_A} \sqrt{\frac{v^2}{3}},$$

kde N_A je Avogadrova konštanta a v stredná kvadratická rýchlosť atómov; $\frac{M_m}{N_A}$ je hmotnosť jedného atómu a $\sqrt{\frac{v^2}{3}}$ je priemiet strednej kvadratickej rýchlosti do smeru pohybu skúmvavky.

Po uniknutí všetkého plynu odovzdajú atómy skúmvavke hybnosť

$$p = \frac{n N_A}{2} p_0 = n M_m \sqrt{\frac{v^2}{3}}.$$

Ak dosadíme do posledného výrazu známy vzťah

$$v^2 = \frac{3 R_m T}{M_m},$$

dostaneme

$$p = n \sqrt{M_m R_m T}. \quad (6)$$

Zo vzťahov (6) a (2) s uplatnením zákona zachovania hybnosti dostávame rýchlosť skúmvavky v rovnomerne pohybujúcej sa sústave súradníc

$$u_2 = \frac{p}{M} = \frac{n \sqrt{M_m R_m T_0}}{M \sqrt{2}}.$$

V pôvodnej sústave súradníc má skúmovka rýchlosť

$$u = u_1 + u_2 = \sqrt{\frac{3 n R_m (1 - 2^{-2/3}) T_0}{M \left(1 + \frac{M}{m}\right)}} + \frac{n \sqrt{M_m R_m T_0}}{M \sqrt[3]{2}}.$$

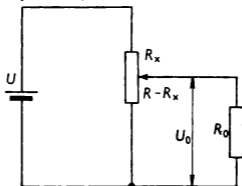
2. úloha

Nominálne hodnoty žiarovky sú: odpor $R_0 = 2,0 \Omega$, napätie $U_0 = 4,5 \text{ V}$. Žiarovku máme pripojiť k akumulátoru s elektromotorickým napätím $U = 6,0 \text{ V}$ a so zanedbateľným vnútorným odporom.

- Žiarovku pripojíme k akumulátoru pomocou rezistora so spojitým meniteľným odporom, ktorý je zapojený ako potenciometer, pritom na žiarovke je napätie U_0 . Určte odpor rezistora a maximálny (hraničný) prúd rezistora, na ktorý je určený, ak účinnosť sústavy nie je menšia ako $\eta_0 = 0,60$.
- Určte maximálnu možnú účinnosť sústavy žiarovka-akumulátor pri napätí U_0 na žiarovke. Akým spôsobom treba sústavu zapojiť s rezistorom so spojitým meniteľným odporom, aby sme dosiahli maximálne možnú účinnosť?

Riešenie:

- Účinnosť η sústavy (obr. 72) je daná vzťahom



Obr. 72

$$\eta = \frac{\frac{U_0^2}{R_0}}{U I} = \frac{U_0^2}{R_0 U I}. \quad (1)$$

Pre hraničnú hodnotu η_0 platí

$$\eta \geq \frac{U_0^2}{R_0 U I'} = \eta_0.$$

Z toho

$$I' = \frac{U_0^2}{R_0 U \eta_0}.$$

Číselne $I' = 2,8$ A, čo je hraničný prúd rezistora, aby účinnosť η sústavy spĺňovala podmienku $\eta \geq \eta_0$.

Ak uvážime, že platí

$$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - R_x} \quad (2)$$

a

$$U - U_0 = R_x I, \quad (3)$$

potom z (1), (2), (3) možno určiť odpor R ako funkciu účinnosti η

$$R = R_0 \frac{U}{U_0} \frac{1 - \eta \left(\frac{U}{U_0} - 1 \right)}{\frac{U_0}{U \eta} - 1}. \quad (4)$$

Funkcia $R = f(\eta)$ je dosť zložitá k tomu, aby sme priamo posúdili, či pre hodnoty $\eta \in \langle 0, 1 \rangle$ je rastúca alebo klesajúca. Zistíme to pomocou derivácie

$$\frac{dR}{d\eta} = R_0 \frac{U}{U_0} \frac{1}{\eta^2 \left(\frac{U_0}{U \eta} - 1 \right)^2}.$$

$$\cdot \left[\left(\frac{U}{U_0} - 1 \right) \eta^2 + 2 \left(\frac{U_0}{U} - 1 \right) \eta + \frac{U_0}{U} \right].$$

Pre diskriminant kvadratickej funkcie v čitateli platí

$$\left(\frac{U_0}{U} - 1 \right)^2 - \frac{U_0}{U} \left(\frac{U}{U_0} - 1 \right) = \frac{U_0}{U} \left(\frac{U_0}{U} - 1 \right) < 0,$$

čo znamená, že $\frac{dR}{d\eta} > 0$ a uvažovaná funkcia je rastúca pre všetky hodnoty η .

Aby však $\eta \geq \eta_0$, musí byť

$$R \geq R_0 \frac{U}{U_0} \frac{1 - \eta_0 \left(\frac{U}{U_0} - 1 \right)}{\frac{U_0}{U} - 1} \doteq 8,5 \, \Omega.$$

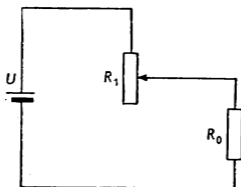
b) Z vyjadrenia účinnosti η vo vzťahu (1) vidíme, že účinnosť je daná stálymi veličinami U_0 , R_0 , U a premenlivou veličinou, prúdom I . Účinnosť dosiahne najväčšiu hodnotu pri najmenšom prúde I_0 , ktorý je daný vzťahom $I_0 = \frac{U_0}{R_0}$.

Vtedy však musí byť rezistor so spojitým meniteľným odporom pripojený so žiarovkou do série podľa obr. 73. Potom zo vzťahu (1)

$$\eta_{\max} = \frac{U_0^2}{R_0 U I_0} = \frac{U_0}{U} \doteq 75 \, \%.$$

Odpor R_1 časti rezistora, ktorou prechádza prúd, je daný vzťahom

$$R_1 = \frac{U - U_0}{I_0} = \frac{U - U_0}{U_0} R_0 = \left(\frac{U}{U_0} - 1 \right) R_0 \doteq 0,66 \, \Omega.$$



Obr. 73

3. úloha

Prijímač rádiových vln observatória je umiestnený vo výške $h = 2,0$ m nad hladinou mora. Po východe rádiahviezdy a pri jej pohybe nad horizontom prijímač registruje striedavo maximá a minimá elektromagnetickej vlny s vlnovou dĺžkou $\lambda = 21$ cm vyžarovanej rádiahviezdy.

Prijímač registruje len elektromagnetické vlnenie, ktorého intenzita E elektrického poľa je rovnobežná s hladinou mora. Intenzita registrovaného signálu v prijímači je priamoúmerná hodnote E^2 .

- Vypočítajte výšky hviezdy nad horizontom, určené uhlom na nebeskej sfére, pri ktorých prijímač registruje maximá a minimá elektromagnetického žiarenia rádiahviezdy.
- Bude sa prijímaný signál bezprostredne po východe rádiahviezdy nad horizont zväčšovať alebo znižovať? Odpoveď zdôvodnite.
- Určte vzťah medzi intenzitami registrovaných signálov v prvom maxime a za ním nasledujúcom minime. Pri odraze elektromagnetických vln od vody je podiel amplitúd intenzity elektrického poľa odrazenej vlny (E_1) a dopadajúcej vlny (E_2) daný vzťahom

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n - \cos \varphi}{n + \cos \varphi},$$

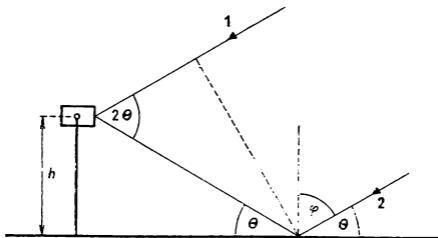
kde n je index lomu a φ uhol dopadu elektromagnetickej vlny. Pre rozhranie vzduch - voda pri $\lambda = 21$ cm, $n = 9$.

- d) Bude sa podiel intenzít susedných signálov v maxime a minime zväčšovať alebo znižovať pri pohybe rádiovhviezdy nad horizontom?

Pri riešení považujte morskú hladinu za rovinnú a hladkú.

Riešenie:

a) V prijímači dochádza k interferencii elektromagnetickeho vlnenia prichádzajúceho priamo z rádiovhviezdy a vlnenia odrazeného od hladiny mora (obr. 74). Rozdiel d optických dráh lúčov pri interferencii v prijímači je daný vzťahom



Obr. 74

$$\begin{aligned} d &= d_2 - d_1 = \frac{h}{\sin \theta} + \frac{\lambda}{2} - \frac{h}{\sin \theta} \cos 2\theta = \\ &= \frac{h}{\sin \theta} (1 - \cos 2\theta) + \frac{\lambda}{2} = 2h \sin \theta + \frac{\lambda}{2}, \end{aligned}$$

kde Θ je uhol, ktorý zvierá dopadajúce vlnenie s rovinou mora.

Prijatý signál dosiahne maximá pri uhloch $\Theta_{\max}^{(k)}$ spĺňajúcich podmienku

$$2 h \sin \Theta_{\max}^{(k)} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \text{ kde } k = 1, 2, \dots,$$

t. j.

$$\sin \Theta_{\min}^{(k)} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2h}. \quad (1)$$

Prijatý signál v prijímači dosahuje minimá pri uhloch $\Theta_{\min}^{(k)}$, pre ktoré platí

$$2 h \sin \Theta_{\max}^{(k)} + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ kde } k = 0, 1, 2, \dots,$$

t. j.

$$\sin \Theta_{\min}^{(k)} = \frac{k\lambda}{2h}. \quad (2)$$

Vzťahy (1) a (2) určujú výšky hviezd nad horizontom, vyjadrené uhlom Θ na nebeskej sfére, pri ktorých prijímač registruje maximá a minimá elektromagnetického žiarenia z rádiových hviezd.

b) Pri vychádzaní rádiových hviezd nad horizont platí $\Theta = 0$, čo vyhovuje interferenčnej podmienke (2). V okamihu vyjdenia rádiových hviezd prijímač zaregistruje minimálny signál, ktorý sa bude zväčšovať.

c) Keď prijímač zaregistruje interferenčné maximum, vtedy sa amplitúdy intenzít elektrického poľa priameho a odrazeného lúča sčítajú

$$E_{\max}^{(k)} = E_2 + E_1^{(k)} = E_2 \left(1 + \frac{n - \cos \varphi_{\max}^{(k)}}{n + \cos \varphi_{\max}^{(k)}}\right) =$$

$$= E_2 \left(1 + \frac{n - \sin \Theta_{\max}^{(k)}}{n + \sin \Theta_{\max}^{(k)}} \right) = E_2 \frac{2n}{n + \sin \Theta_{\max}^{(k)}},$$

kde $\varphi_{\max}^{(k)} = \frac{\pi}{2} - \Theta_{\max}^{(k)}$ (pozri obr. 74).

V minime má výsledné vlnenie amplitúdu $E_{\min}^{(k)}$, ktorá je rovná rozdielu $E_2 - E_1^{(k)}$ amplitúd:

$$\begin{aligned} E_{\min}^{(k)} &= E_2 - E_1^{(k)} = E_2 \left(1 - \frac{n - \sin \Theta_{\min}^{(k)}}{n + \sin \Theta_{\min}^{(k)}} \right) = \\ &= E_2 \frac{2 \sin \Theta_{\min}^{(k)}}{n + \sin \Theta_{\min}^{(k)}}. \end{aligned}$$

Podiel intenzít registrovaného maximálneho signálu a po ňom nasledujúceho minimálneho signálu

$$p = \left(\frac{E_{\max}^{(k)}}{E_{\min}^{(k)}} \right)^2 = \frac{n^2 (n + \sin \Theta_{\min}^{(k)})^2}{\sin^2 \Theta_{\min}^{(k)} (n + \sin \Theta_{\max}^{(k)})^2}, \quad (3)$$

kde sme použili predtým odvodené vzťahy pro $E_{\max}^{(k)}$, $E_{\min}^{(k)}$. Ak do vzťahu (3) dosadíme výrazy (1) a (2), máme

$$p = \frac{4 n^2 h^2}{k^2 \lambda^2} \left(\frac{n + k \frac{\lambda}{2h}}{n + \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2h}} \right)^2. \quad (4)$$

Pre $k = 1$ dostaneme $p \doteq 30\,000$.

d) Z výrazu (4) priamo vidíme, že p je klesajúcou funkciou k , čo znamená, že podiel p klesá pri pohybe rádiovhviezdy nad horizont.

4. úloha

Gumové vlákno so začiatočnou dĺžkou $l_0 = 150$ mm je vertikálne zavesené na statíve. Hmotnosť misky zavesenej na gumovom vlákne $m = 5,00$ g. Okrem toho máme k dispozícii súpravu závaží s hmotnosťami od 10 g do 100 g, stopky, pravítko, krivítka a milimetrový papier.

- Zaťažujte gumové vlákno postupným pridávaním na misku závaží s celkovou hmotnosťou od 15 g do 105 g. Zapište do tabuľky predĺženia Δl vlákna a im zodpovedajúce veľkosti F ťahovej sily. Závislosť $\Delta l = f(F)$ znázornite graficky.
- Využitím výsledkov z predchádzajúceho merania určte a zapište do tabuľky hodnoty objemu vlákna pri jeho zaťažení od 35 g do 95 g. Výpočet urobte postupne pre každú dvojicu susedných hmotností závaží z uvedeného intervalu. Uveďte vzťah, ktorý ste použili v týchto výpočtoch. V analytickom tvare vyjadrite závislosť objemu vlákna od hmotnosti závažia. Modul pružnosti gumového vlákna $E = 2,00 \cdot 10^6$ N.m⁻² považujte za stály. Pri hodnotení výsledkov majte na pamäti, že pre uvedené zaťaženie vlákna platí Hookov zákon len približne. Preto odchýlky výsledkov môžu dosahovať hodnotu až 10 %.
- Použitím stopiek a závažia s hmotnosťou 60 g určte objem gumového vlákna. Napíšte použité vzťahy.

Poznámky:

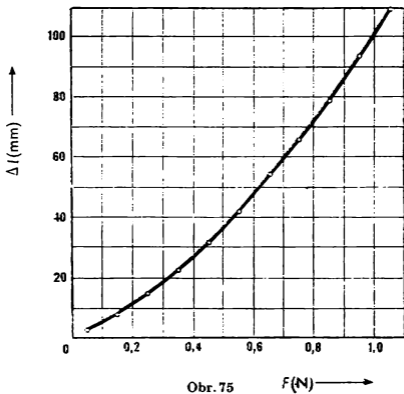
Hmotnosť gumového vlákna neuvažujte. Gumové vlákno zbytočne nenafahujte a nenechávajte ho zaťažené dlhšie, ako je potrebné k meraniu. Vlákno nerozťahujte o väčšiu dĺžku ako 15 mm až 20 mm.

Riešenie:

- Do tabuľky 14 zapisujeme hmotnosť misky a závaží: m_n , veľkosť F_n sily, ktorou je napínané gumové vlákno:

Tabulka 14

m_n (kg)	F_n (N)	L_n (mm)	ΔL_n (mm)
0,005	0,05	153	3
0,015	0,15	158	8
0,025	0,25	164	14
0,035	0,35	172	22
0,045	0,45	181	31
0,055	0,55	191	41
0,065	0,65	203	53
0,075	0,75	215	65
0,085	0,85	228	78
0,095	0,95	243	93
0,105	1,05	261	111



$F_n = m_n g$, dĺžku l_n vlákna a predĺženie $\Delta l_n = l_n - l_0$ vlákna.

Závislosť $\Delta l = f(F)$ znázorníme graficky (obr. 75).

b) Z výsledkov merania zostavíme tabuľku 15.

$$\Delta m_n = m_n - m_{n-1}, \Delta F_n = \Delta m_n g, \Delta l_n = l_n - l_{n-1}.$$

Tabuľka 15

Δm_n (kg)	ΔF_n (N)	l_n (m)	Δl_n (m)	S_n (m ²)	V_n (m ³)
0,010	0,1	0,172	0,008	$1,07 \cdot 10^{-6}$	$184 \cdot 10^{-9}$
0,010	0,1	0,181	0,009	$1,01 \cdot 10^{-6}$	$183 \cdot 10^{-9}$
0,010	0,1	0,191	0,010	$0,95 \cdot 10^{-6}$	$182 \cdot 10^{-9}$
0,010	0,1	0,203	0,012	$0,92 \cdot 10^{-6}$	$187 \cdot 10^{-9}$
0,010	0,1	0,215	0,012	$0,89 \cdot 10^{-6}$	$191 \cdot 10^{-9}$
0,010	0,1	0,228	0,013	$0,88 \cdot 10^{-6}$	$200 \cdot 10^{-9}$
0,010	0,1	0,243	0,015	$0,81 \cdot 10^{-6}$	$196 \cdot 10^{-9}$
0,010	0,1	0,261	0,018	$0,72 \cdot 10^{-6}$	$188 \cdot 10^{-9}$

Z Hookovho zákona pre obsah prierezu vlákna S_n máme po úprave

$$S_n = \frac{l_n \Delta F_n}{E \Delta l_n} \text{ a potom}$$

$$V_n = l_n S_n = \frac{l_n^2 \Delta F_n}{E \Delta l_n}.$$

Z experimentálnych výsledkov pre objem V_n vlákna vyplýva $V_n = \text{konšt.}, = (189 \pm 6) \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$.

c) Objem vlákna určíme z kmitov gumového vlákna so zaťažením 0,065 kg, ktoré koná elastické kmity.

Pre dobu kmitu T platí

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

kde

$$k = \frac{ES}{l} = \frac{EV}{l^2}.$$

Z posledných dvoch vzťahov máme

$$V = (2\pi)^2 \frac{ml^2}{ET^2}.$$

Pre 10 kmitov sme namerali dobu 5,25 s. Potom $T = 0,52$ s. Dosadením veličín $m = 0,065$ kg, $l = 0,203$ m; $E = 2,00 \cdot 10^6$ N.m⁻² a experimentálne určenej doby T do posledného vzťahu máme $V = 195 \cdot 10^{-9}$ m³.

OBSAH

I. část - Zpráva o průběhu soutěže	5
1. Cíl soutěže a její organizace	5
2. Složení Ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1980/81	8
3. Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1980/81	10
4. Průběh soutěže ve školním roce 1980/81	14
A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C, D	14
B. Třetí kolo kategorie A	29
C. Kategorie E	33
5. Akce na podporu FO	40
6. Zhodnocení XXII. ročníku FO	42
II. část - Soutěžní úlohy	44
1. Úlohy kategorie A	44
2. Úlohy kategorie B	99
3. Úlohy kategorie C	129
4. Úlohy kategorie D	155
5. Úlohy kategorie E	178
III. část - Dvanásta Medzinárodná fyzikálna olympiáda	195
1. Priebeh a výsledky súťaže	195
2. Súťažné úlohy	207

PaedDr. Karel Žampa, doc. RNDr. ing. Daniel Klivanec, CSc.,
Mojmír Simerský a RNDr. Ivo Volf

XXII. ročník fyzikální olympiády

Obrázky rýsoval Josef Kubík

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze
roku 1984 jako svou publikaci č. 9-42-18/22

Edice: Pomocné knihy pro žáky

Odpovědná redaktorka: Jiřina Cívínová

Výtvarná redaktorka: Zdeňka Drahokoupilová

Technický redaktor: Michal Lutterer

Z nové sazby písmem Extended vytiskly Moravské tiskařské závody,
n. p., Olomouc

Formát papíru 70 × 100 cm

Počet stran 224

9,05 AA (7,87 AA textu, 1,18 AA grafiky) - 9,61 VA

Náklad 3 550 výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5

1. vydání

Cena brožovaného výtisku Kčs 11,50

505/21, 825