

MOJMÍR SIMERSKÝ, KAREL ŽAMPA

XXI. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH
ZE SOUTĚŽE KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE
1979/1980

STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ PRAHA

Zpracovali: Karel Žampa a Mojmír Simerský
Recenzovali: doc. ing. RNDr. Daniel Kluvanec, CSc.,
František Živný a RNDr. Václav Šůla

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

Fyzikální olympiáda v ČSSR má od svého vzniku za cíl vést žáky k hlubšímu studiu fyziky, rozvíjet jejich nadání a schopnosti, používat získané poznatky k samostatnému řešení úloh, vytvářet podmínky k samostatnému studiu fyziky a vzbuzovat u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů na středních a vysokých školách.

Ve školním roce 1979/80 vstoupila fyzikální olympiáda do XXI. ročníku svého trvání.

1. Cíl soutěže a její organizace

ÚV KSČ při stanovení úkolů dalšího rozvoje socialistické společnosti zdůraznil význam vědeckotechnického rozvoje a péče o růst odborné a politické kvalifikace mladých kádrů. Tento úkol připadl našemu školství, které jej nemůže plně zabezpečit pouze v rámci povinné výuky. Velkým pomocníkem při plnění tohoto úkolu jsou soutěže přírodovědného a technického charakteru - tedy i fyzikální olympiáda.

Úkoly soutěže jsou dány organizačním řádem matematické a fyzikální olympiády, který nabyl účinnosti 1. září 1976 pokynem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76 - 210, a pokynem MŠ SSR ze dne 25. května 1976, č. j. 5 835/1976 - II/1.

Zavedení obou soutěží se odůvodňuje v článku 1 organizačního řádu, který pojednává o účelu soutěží:

- »a) rozšiřovat, prohlubovat a upevňovat vědomosti žáků v matematice a fyzice, rozvíjet jejich nadání, schopnosti, jakož i tvořivé a logické myšlení a vést je k samostatné práci a k individuálnímu studiu;
- b) probouzet u žáků hlubší zájem o studium uvedených oborů, napomáhat k výchově matematicky a fyzikálně vzdělaného dorostu pro studium na vysokých školách, přispívat k dokonalejšímu matematickému a fyzikálnímu vzdělání žáků za účelem jejich lepšího uplatnění ve studijním oboru nebo při přípravě na povolání, a tím umožňovat zvýšení počtu matematicky a fyzikálně vzdělaných pracovníků podle potřeb naší společnosti a usměrňovat žáky k volbě povolání náročných na znalosti matematiky a fyziky.«

Fyzikální olympiáda vytváří předpoklady pro dobrou přípravu žáků středních škol ke studiu na vysokých školách matematicko-fyzikálního a technického zaměření. Žákům ZDŠ pomáhá při prohloubení přípravy ke studiu na středních školách.

Ve XXI. ročníku probíhala fyzikální olympiáda v pěti kategoriích: v kategorii A pro žáky 4. ročníku středních škol, v kategorii B pro žáky 3. ročníků středních škol, v kategorii C pro žáky 2. ročníků středních škol a v kategorii D pro žáky 1. ročníků středních škol. Přitom každý žák střední školy mohl soutěžit i v kategorii určené pro vyšší ročník, než který navštěvoval. Kategorie E byla pořádána pro žáky 8. a 9. ročníků základních devítiletých škol a 8. experimentálních ročníků základních škol.

První kolo všech kategorií probíhalo přímo ve škole. V prvním kole všech kategorií dostali žáci za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu úlohu laboratorní. Úspěšnými řešiteli se stali ti žáci, kteří úspěšně vyřešili aspoň 5 úloh, přičemž v kategoriích A—D museli řešit experimentální úlohu. Řešitelé těchto kategorií měli současně prostudovat zadané studijní téma, na které navazovala jedna úloha v prvním kole soutěže a rovněž úlohy ve druhém a u kategorie A i ve třetím kole soutěže. V tomto ročníku FO, poprvé od 13. ročníku, nebylo studijní téma

zveřejněno v letáku FO. Pro kategorii E nebylo určeno studijní téma.

Druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a organizovaly ho okresní výbory fyzikální olympiády (OV FO). Ve druhém kole soutěže FO byly účastníkům zadány 4 teoretické úlohy. Úspěšnými řešiteli byli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře 2 ze zadanych úloh. Úspěšní řešitelé obdrželi pochvalná uznání.

Třetí kolo soutěže FO bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO) a jejím provedením pověřil KV FO Středoslovenského kraje. Účastníkům byly zadány 4 úlohy teoretické a jedna úloha laboratorní. Úspěšným řešitelem se stal ten účastník soutěže, který vyřešil úspěšně aspoň tři ze zadanych úloh.

Třetí kolo kategorie E bylo organizováno v krajích. Účastníci řešili čtyři teoretické úlohy. Úspěšným řešitelem třetího kola kategorie E se stal ten účastník soutěže, který vyřešil úspěšně alespoň dvě úlohy.

Vítězové a úspěšní řešitelé třetího kola obdrželi diplomy a čestná uznání. Jejich seznam byl zveřejněn ve Zpravodajích OPS.

V prvním kole soutěže FO se ve všech kategoriích hodnotilo řešení úloh třístupňovou klasifikační stupnicí, ve 2. a 3. kole čtyřstupňovou klasifikační stupnicí.

Žákovská řešení se v 1. kole klasifikovala takto:

1. výborně, byla-li úloha rozřešena správně nebo řešení mělo nejvýš jen formální chyby nebo jen menší odbornou závadu;
2. dobře, jestliže řešení vystihovalo úkol, ale mělo větší odborné nedostatky; dobře bylo hodnoceno i správné řešení, pokud se v něm vyskytovaly závažné formální nedostatky;
3. nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu byly závažné nebo bylo-li řešení z větší části neúplné; řešení bylo také nevyhovující, chyběl-li výklad nebo byl-li výklad neúplný, takže z něho nebylo možno soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

Ve 2. a 3. kole byla použita čtyřstupňová klasifikační stupnice:

1. výborně, jestliže byla úloha rozřešena správně bez formálních a věcných závad;

2. chvalitebně, jestliže byla úloha rozřešena správně, řešení však mělo formální, popř. nezávažné věcné nedostatky;
3. dobře, jestliže řešení vystihovalo úkol, ale mělo odborné nedostatky; dobře bylo hodnoceno i řešení, vyskytovaly-li se v něm závažné formální nedostatky, nebo byla-li vyřešena pouze část úkolu;
4. nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu byly závažné nebo bylo-li řešení z větší části neúplné; řešení bylo také klasifikováno jako nevyhovující, chyběl-li výklad nebo byl-li výklad neúplný, takže z něho nebylo možno soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

ÚV FO sjednotil stanovení pořadí při 4 úlohách se čtyřstupňovou klasifikační stupnicí takto:

Pořadí	Klasifikace	Pořadí	Klasifikace
1	1 1 1 1	21	2 2 3 4
2	1 1 1 2	22	1 3 3 4
3	1 1 2 2	23	3 3 3 3
4	1 1 1 3	24	2 3 3 4
5	1 2 2 2	25	3 3 3 4
6	1 1 2 3	26	1 1 4 4
7	2 2 2 2	27	1 2 4 4
8	1 2 2 3	28	2 2 4 4
9	1 1 3 3	29	1 3 4 4
10	1 1 1 4	30	2 3 4 4
11	2 2 2 3	31	3 3 4 4
12	1 2 3 3	32	1 4 4 4
13	1 1 2 4	33	2 4 4 4
14	2 2 3 3	34	3 4 4 4
15	1 3 3 3	35	4 4 4 4
16	1 2 2 4		
17	1 1 3 4		
18	2 3 3 3		
19	2 2 2 4		
20	1 2 3 4		

Toto pořadí platí od XXI. ročníku.

Pořadatelé XXI. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků, Jednotou slovenských matematiků a fyziků a se Socialistickým svazem mládeže.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory FO a v rámci okresů řídily soutěž FO kategorie E v 1. a 2. kole okresní výbory FO. Na školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

2. Složení ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1979/80

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF, JSMF a SSM) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhu JČSMF a JSMF na tříleté funkční období. Kromě toho jsou členy širšího ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Sídlem ÚV FO je Bratislava.

Složení ÚV FO a jeho komisí

Předseda: doc. RNDr. Ivan Náter, vedoucí katedry fyziky elektrotechnické fakulty Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě,

1. místopředseda: RNDr. Viktor Bezák, CSc., KVFPF UK Bratislava,

2. místopředseda: Karel Žampa, prom. ped., OŠ NV města Brna,

1. tajemník: doc. RNDr. Ján Chrapan, CSc., KJF PF UK Bratislava,

2. tajemník: RNDr. Alois Kleveta, gymnázium Vyškov.

Pořadatele FO v předsednictvu ÚV FO zastupovali

MŠ ČSR: RNDr. Václav Šůla, ústřední školní inspektor, MŠ Praha,

MŠ SSR: Vojtěch Nyitrai, ústřední školní inspektor, MŠ Bratislava,

JČSMF: RNDr. Karel Bartuška, gymnázium Nad štolou, Praha,
JSMF: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., KF PedF Nitra.
ÚV SSM: doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., KFaZT PedF Hradec
Králové.

Další členové ÚV FO (v abecedním pořadí)

a) z ČSR:

1. RNDr. Milan Bednařík, KF a DF PF UP Olomouc,
2. Jaroslav Honner, KPÚ Ústí nad Labem,
3. RNDr. Marta Chytilová, CSc., Brno,
4. Evžen Růžička, PedF UP Olomouc,
5. Mojmír Simerský, SPŠE Rožnov pod Radhoštěm,
6. Karel Šebela, SPŠS Na Třebešíně, Praha,
7. RNDr. Ivo Volf, KF a ZT PedF Hradec Králové;

b) ze SSR:

1. RNDr. Rastislav Baník, KF PedF Banská Bystrica,
2. doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc., KexpF PF UPJŠ Košice,
3. doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., KF PedF Nitra,
4. Zuzana Šimkovicová, gymnázium Novohradská, Bratislava,
5. Pavel Škrinár, gymnázium Prievidza,
6. Erich Wiszt, CSc., ZVVP ÚMS SAV a ZŤS Martin,
7. RNDr. Jozef Zámečník, CSc., KF stav. fakulty SVŠT Bratislava.

Archivářem ÚV FO byl prof. RNDr. Rostislav Košťál, Brno
(zemřel náhle 6. února 1980 uprostřed tvůrčí práce).

Zástupce ÚDPM KG Bratislava: Eva Bittnerová.

Při ÚV FO pracuje komise pro redakci soutěžních úloh ve složení
předseda: Mojmír Simerský, SPŠE Rožnov pod Radhoštěm,
referent pro kategorii A: Mojmír Simerský,
referent pro kategorii B: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
referent pro kategorii C: RNDr. Marta Chytilová, CSc.,
referent pro kategorii D: RNDr. Ivo Volf,
referent pro kategorii E: RNDr. Milan Bednařík,
jednatel komise: RNDr. Alois Klevata.
Referent pro školu mladých fyziků: Mojmír Simerský.

3. Krajské a okresní výbory FO ve školní roce 1979/80

Předsedy a členy KV FO jmenují na návrh poboček JČSMF a JSMF odbory školství příslušných KNV.

Funkci předsedů KV FO ve školním roce 1979/80 vykonávali

Praha: RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF UK Praha,

StřČ: Ing. Jiří Machalický, CSc., KF SF ČVUT Praha,

JČ: RNDr. Václav Vlček, KF a ZPF PedF České Budějovice,

ZČ: Ing. Miloš Rabas, KF VŠSE Plzeň,

SČ: Jaroslav Honner, KPÚ Ústí nad Labem,

VČ: RNDr. Zdeněk Ungermann, KPÚ Hradec Králové,

JM: Prof. RNDr. Rostislav Košťál, Brno,

SM: Doc. František Kamenčák, proděkan PF Ostrava,

Brat: RNDr. Jozef Zámečník, CSc., KF stav. fak. SVŠT Bratislava,

ZS: Doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., KF PedF Nitra,

StřS: Erich Wiszt, CSc., ZVVP ÚMS SAV a ZŤS Martin,

VS: RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc., KTF PF UPJŠ Košice.

KV FO řídí FO v kraji, a to kategorii A–D přímo a kategorii E prostřednictvím OV FO.

OV FO jmenují na návrh okresních pedagogických středisek odbory školství příslušných okresních národních výborů. Práce v OV FO se účastní pracovníci vysokých a středních škol, učitelé ZDŠ a pracovníci školské správy.

OV FO zabezpečují práci s referenty FO kategorie E a organizují 2. kolo FO kategorie E.

4. Průběh soutěže ve školním roce 1979/80

A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C, a D

První kolo FO probíhalo na školách od září 1979 do konce ledna 1980. Plynulost byla poněkud narušena opožděným dodáním zadání úloh a nevytištěním studijních textů. Obětavostí referentů na školách a organizačními opatřeními KV FO byl zabezpečen plynulý průběh soutěže i za těchto ztížených podmínek.

Úlohy kategorií A—D byly rovněž otištěny v Rozhledech matematicko-fyzikálních a prvé tři rovněž v Matematice a fyzice ve škole.

Druhé kolo kategorií A—D proběhlo ve dvou termínech v únoru a březnu 1980.

Tabulka 1. Počet středních škol, které se zúčastnily XXI. ročníku FO v kategoriích A – D

Kraj	Gymnázia					SPŠ					Ostatní školy					Celkový počet škol zapojených							
	celko- vý počet	zapojeno				Σ	zapojeno				Σ	zapojeno				Σ	v kategoriích				Σ		
		A	B	C	D		v kategoriích	A	B	C		D	v kategoriích	A	B		C	D					
Praha	20	15	17	16	15	20	1	1	1	1	4	4	4	4	—	—	—	—	16	18	17	19	24
StřČ	23	17	17	19	15	23	2	—	2	2	5	4	4	5	1	—	—	—	19	17	21	20	29
JČ	20	6	11	10	8	14	1	1	1	2	2	2	2	2	—	—	—	7	12	12	10	16	
ZČ	15	8	9	10	11	14	—	—	—	—	1	1	1	1	—	—	—	8	9	10	12	15	
SČ	21	13	16	13	16	18	2	1	2	2	7	9	7	9	—	—	—	15	17	15	26	30	
VČ	39	19	26	25	19	35	3	1	3	3	7	10	7	10	3	2	5	22	28	31	28	50	
JM	37	22	26	30	34	34	2	2	2	3	5	7	5	7	1	—	2	24	29	34	39	43	
SM	39	22	29	24	21	36	2	3	3	5	6	9	6	9	—	—	—	24	32	29	27	45	
Brat.	11	4	10	9	10	10	—	—	—	1	3	3	3	3	1	—	1	4	10	10	14	14	
ZS	40	34	39	38	40	40	3	3	6	11	12	12	11	12	—	—	—	37	42	44	51	52	
StřS	37	15	25	23	23	29	1	—	—	8	8	8	8	8	—	—	—	16	25	23	31	37	
VS	17	8	24	20	18	28	3	3	4	12	13	13	12	13	2	—	2	11	27	24	32	43	
		Σ																					
Celkem	339	183	249	237	230	301	20	15	29	70	83	83	70	83	2	4	9	203	266	270	309	398	
Vloni	329	208	234	253	261	310	15	18	21	85	93	93	85	93	—	3	9	223	252	277	355	415	
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					
		Σ																					

Tabulka 2. Počet žáků soutěžících v 1. kole FO kategorie A – D XXI. ročníku

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	42	30	92	57	86	59	85	50	305	196
StřČ	37	24	83	56	79	59	125	62	324	201
JČ	29	20	40	31	46	34	49	30	164	115
ZČ	32	21	41	35	53	47	47	36	173	139
SČ	46	39	77	54	67	45	112	78	302	216
VČ	38	32	107	73	116	94	134	98	395	297
JM	64	34	202	111	211	138	232	85	709	368
SM	81	66	142	110	125	102	113	74	461	352
Brat.	46	46	111	108	140	137	140	124	437	415
ZS	146	58	285	118	344	107	546	132	1321	415
StřS	50	27	113	44	94	39	135	37	392	147
VS	46	37	102	93	103	87	152	135	403	352
Celkem	657	434	1395	890	1464	948	1870	941	5386	3213
Vloni	967	621	1184	804	1681	1058	2469	1307	6301	3790

S – počet soutěžících žáků

Ú – počet úspěšných řešitelů

Tabulka 3. Počet žáků soutěžících ve 2. kole FO kategorie A – D XXI. ročníku

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	30	25	54	28	59	35	41	33	184	121
StřČ	24	12	49	14	56	23	47	15	176	64
JČ	20	5	31	6	34	11	30	3	115	25
ZČ	21	5	32	12	45	18	32	9	130	44
SČ	31	10	41	7	37	14	56	10	165	41
VČ	29	17	69	32	81	32	74	21	253	102
JM	34	10	111	26	138	44	85	25	368	105
SM	63	33	108	17	98	53	68	20	337	123
Brat.	44	20	99	22	124	40	118	23	385	105
ZS	54	14	74	18	67	22	87	15	282	69
StřS	27	14	36	7	39	19	33	10	135	50
VS	37	17	93	17	87	21	135	22	352	77
Celkem	414	182	797	206	865	332	806	206	2882	926
Vloni	592	182	698	152	917	304	1119	754	3326	1392

S – počet soutěžících žáků

Ú – počet úspěšných řešitelů

Přehled neúspěšnějších řešitelů FO ve 2. kole v kategoriích A, B, C a D:

Praha:

- A:** Černoch Hynek - G. Praha 8, Náhorní
Matoušek Jiří - G. Praha 10, Voděradská
Kumpán Pavel - G. Praha 3, Sladkovského
Nekovář Jan - G. Praha 2, W. Piecka
Thomas Robin - G. Praha 2, W. Piecka
Vackář Jiří - G. Praha 4, Budějovická
Černý Vít - SPŠE Praha 2, Ječná
Urban Pavel - G. Praha 10, Voděradská
Dryák Ivo - G. Praha 6, Arabská
Flusser Jan - G. Praha 6, Arabská
- B:** Němec Jan - G. Praha 7, Nad štolou
Kolář Petr - G. Praha 4, Ohradní
Plecháč Petr - G. Praha 2, W. Piecka
Matoušek Jiří - G. Praha 10, Voděradská
Svoboda Miroslav - G. Praha 1, Štěpánská
Nekovář Jan - G. Praha 2, W. Piecka
Janáček Jiří - G. Praha 4, Ohradní
Chýlek Tomáš - G. Praha 10, Voděradská
Pleinerová Johana - G. Praha 3, Sladkovského
Píkous Michal - G. Praha 4, Budějovická
- C:** Lieberzeit Vladimír - G. Praha 2, W. Piecka
Horák Petr - SPŠE Praha 2, Ječná
Kuth Radan - G. Praha 3, Sladkovského
Jůza Josef - G. Praha 10, Přípotoční
Vohryzek Jáchym - G. Praha 9, Prosek
Wichterle Dan - G. Praha 7, Nad štolou
Pecka Marek - G. Praha 10, Voděradská
Couf Petr - G. Praha 2, W. Piecka

Cerný Michal - G. Praha 2, W. Piecka
Herynek Zbyněk - G. Praha 2, W. Piecka

D: Sušický Jiří - G. Praha 2, W. Piecka
Kráčmar Jan - G. Praha 2, W. Piecka
Hobzik Radek - G. Praha 3, Sladkovského
Stejskal Martin - G. Praha 4, Vítězná pláň
Oulický Roman - G. Praha 3, Sladkovského
Mendl Pavel - G. Praha 2, W. Piecka
Vojtek Michal - G. Praha 2, W. Piecka
Vosáhlo Martin - G. Praha 4, Vítězná pláň
Zábranský Petr - G. Praha 2, W. Piecka
Soudný Jiří - G. Praha 2, W. Piecka

Středočeský kraj:

A: Novotný Jiří - G. Poděbrady
Hrdina Jiří - G. Kladno
Gášek Zdeněk - G. Dobříš
Douša Petr - G. Mělník
Mrázek Ivo - G. Nymburk
Hlubocký Stanislav - SPŠE Kutná Hora
Hynek Jiří - G. Kolín
Novák Jan - SPŠ Kladno
Sluka Břetislav - SPŠE Kutná Hora
Súletý Josef - G. Beroun

B: Navrátil Petr - G. Kolín
Tureček Jaroslav - G. Kralupy
Hafner Jan - G. Kralupy
Pipek Martin - G. Kolín
Bělohlávek Otakar - G. Beroun
Češpiva Ladislav - G. Kolín
Němečková Katka - G. Slaný
Solnický Michael - G. Příbram
Šupej Hynek - G. Mladá Boleslav
Živanský Miloš - G. Český Brod

C: Bednář Bohumil - SPŠ Mladá Boleslav
Valter Jan - G. Český Brod
Podolský Jiří - G. Mladá Boleslav
Šimůnek Jiří - G. Kutná Hora
Hendrych Ivan - G. Mělník
Vacek Karel - G. Kolín
Chaloupka Miroslav - G. Český Brod
Veverková Hana - G. Kralupy
Ulman Karel - G. Český Brod
Kovář Miloš - G. Nymburk
Návojl Stanislav - G. Mladá Boleslav
Procházka Pavel - G. Sedlčany

D: Kopecký Martin - G. Beroun
Bouška Pavel - SPŠ Kladno
Kielar Petr - G. Dobříš
Slabihoudek Martin - G. Mladá Boleslav
Kratochvíl Libor - G. Český Brod
Zavadil Petr - G. Říčany
Dvořák Martin - G. Čáslav
Kuboň Petr - G. Mladá Boleslav
Teplý Jaroslav - SPŠ Kutná Hora
Novotný Pavel - G. Beroun

Jihočeský kraj:

A: Přech L. - G. K. Šátala Č. Budějovice
Grill R. - G. Milevsko
Masojídek M. - G. Písek
Dušek Zdeněk - SPŠ Písek
Michl Vladimír - G. K. Šátala České Budějovice

B: Princ Jar. - SPŠ Písek
Novotný J. - G. K. Šátala České Budějovice
Valtr J. - G. K. Šátala České Budějovice
Lukáš M. - G. Týn nad Vltavou

Forst L. - G. České Budějovice, Jírovčova
Kot M. - G. České Budějovice, Jírovčova

C: Jenné D. - G. České Budějovice, Jírovčova
Höhne Vl. - G. Vimperk
Valenta P. - G. Český Krumlov
Holý J. - G. Pelhřimov
Šimková M. - G. Týn nad Vltavou
Jiráček P. - G. K. Šátala České Budějovice
Kačena M. - G. České Budějovice, Jírovčova
Doležal M. - G. Strakonice
Hájek R. - G. Vimperk
Mírátský V. - G. Pelhřimov
Ondrášek T. - G. K. Šátala, České Budějovice

D: Fungér M. - G. Vimperk
Tiller P. - G. Tábor
Dvořák J. - G. Pelhřimov

Západočeský kraj:

A: Čerňa Pavel - G. Sokolov
Hána Petr - G. Ostrov nad Ohří
Kozel Zbyněk - G. Karlovy Vary
Pátek Vít - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Žáčková Zora - G. Karlovy Vary

B: Laciga Petr - G. J. Fučíka, Plzeň, nám. Odborářů
Burle Jan - G. Karlovy Vary
Vetengl Jaromír - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Pokorný Pavel - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Kanta Antonín - G. Klatovy
Novák Vít - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Šimka Zdeněk - G. Domažlice
Šimka Václav - G. Domažlice
Pohořal Miroslav - G. Ostrov nad Ohří

Rajtmajer Ladislav - G. Ostrov nad Ohří
Doležalová Petra - G. Karlovy Vary

C: Jůza Jan - G. J. Fučíka, Plzeň, nám. Odborářů
Zikoš Dalibor - G. Karlovy Vary
Sadílek Martin - G. Mariánské Lázně
Šmrhová Božena - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Tříška Bohumil - G. Blovice
Mundil David - G. Karlovy Vary
Kondel Dušan - G. Karlovy Vary
Niedermeier Josef - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Vančata Marek - G. Karlovy Vary
Hercík Zbyněk - G. Karlovy Vary

D: Holeček Tomáš - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Marešová Jana - G. J. Fučíka Plzeň, nám. Odborářů
Vilím Tomáš - G. Karlovy Vary
Hajšman Ladislav - G. Karlovy Vary
Hajšman Martin - G. Karlovy Vary
Engelthaler Michal - G. Plzeň, ul. Pionýrů
Řezníček Jan - SPŠE Plzeň
Novák Petr - G. Karlovy Vary
Hovorka Zdeněk - SPŠE Plzeň

Severočeský kraj:

A: Vlk Tomáš - SPŠ Chomutov
Kalný Roman - G. Litoměřice
Jeníček Emil - G. Litvínov
Salavec Karel - G. Liberec
Šmelhaus Vladimír - G. Teplice
Kapsa Vojtěch - G. Litoměřice
Radorfer Jan - G. Ústí nad Labem
Kubát Jiří - G. Teplice
Trněný Petr - G. Frýdlant
Klinský Jaroslav - G. Rumburk

B: Kropík Martin - G. Roudnice nad Labem
Havránek Zdeněk - G. Kadaň
Málek Jiří - G. Liberec
Fořt Petr - G. Roudnice nad Labem
Svoboda Jiří - G. Děčín
Mysík Miloslav - G. Rumburk
Rindt Eduard - G. Liberec

C: Šindelář Jaroslav - G. Teplice
Ježek Lubomír - G. Rumburk
Prokop Mojmír - G. Jablonec nad Nisou
Šaroun Jan - G. Rumburk
Novotný Karel - G. Lovosice
Dvořák Luděk - G. Teplice
Štěpanovský Pavel - G. Ústí nad Labem
Šmrha Pavel - G. Most
Havlík Jiří - G. Liberec
Bureš Lubomír - SPŠ stav. Liberec

D: Rychtařík Tomáš - G. Česká Lípa
Vítkovec Pavel - G. Litvínov
Kaprová Pavlína - G. Liberec
Risler Petr - SPŠ Duchcov
Sarközi Petr - G. Most
Jirásková Naďa - G. Ústí nad Labem
Sláma Petr - G. Frýdlant
Rychtr Ivan - G. Louny
Krečík Michal - G. Jablonec nad Nisou
Čížek Petr - SPŠ Děčín

Východočeský kraj:

A: Křivka Ivo - G. Trutnov
Tomsa Jan - G. Jaroměř
Matějka Milan - G. Jičín
Pecen Ladislav - G. Havlíčkův Brod

Matoušek Pavel - G. Hradec Králové
Prostředníková Jolana - G. Hradec Králové
Vondra Petr - G. Broumov
Sajdl Petr - G. Turnov
Kunášek Jaroslav - G. Havlíčkův Brod
Vodička Jaroslav - G. Hradec Králové

B: Šenfeld Martin - G. Turnov
Matoušek Pavel - G. Hradec Králové
Resler Jaroslav - G. Lanškroun
Prostředníková Jolana - G. Hradec Králové
Průša Radovan - G. Hradec Králové
Machalický Miroslav - G. Chotěboř
Kuriplach Jan - G. Pardubice
Šmída Luděk - G. Trutnov
Liška Luboš - G. Pardubice
Pliska Miloš - G. Pardubice
Havlík Richard - G. Hořice

C: Novotný Miroslav - SPŠE Pardubice
Sourada Milan - G. Pardubice
Venkrbec Petr - G. Pardubice
Urban Jaroslav - G. Pardubice
Jiříček Petr - G. Polička
Eisler Petr - G. Havlíčkův Brod
Štembera Michal - G. Pardubice
Škoda Petr - G. Turnov
Burda Radek - G. Hradec Králové
Palata Vlastimil - G. Trutnov

D: Kopecký Miloš - G. Hradec Králové
Daniel Petr - G. Hradec Králové
Jozíf Vladimír - G. Pardubice
Lukášek Bohumil - G. Hradec Králové
Votinský Jiří - G. Pardubice
Hofman Jiří - G. Hořice

Vozáb Jaroslav - SOU Tesla Pardubice
Novotný Petr - G. Hradec Králové, Pouchov
Štěpánek Martin - G. Jaroměř
Musílek Michal - SPŠE Pardubice

Jihomoravský kraj:

A: Coufal Zdeněk - G. Gottwaldov
Líbezný Milan - G. Ivančice
Starčuk Zenon - G. Brno, Koněvova
Sedlmajer Kamil - SPŠE Brno, Leninova
Konečný Miroslav - G. Brno, Lerchova
Hlavatý Stanislav - G. Žďár nad Sázavou
Pres Karel - G. Kyjov
Boček Pavel - G. Žďár nad Sázavou
Grůza David - G. Prostějov
Nekuda Jan - G. Zastávka u Brna

B: Vozňák Petr - G. Brno, Elgartova
Klimeš David - G. Blansko
Fingura Milan - G. Brno, tř. kpt. Jaroše
Fejfar Antonín - G. Brno, Koněvova
Desenský Pavel - G. Brno, tř. kpt. Jaroše
Kopecký Zdeněk - G. Tišnov
Bochníček Zdeněk - G. Brno, Koněvova
Kaďourek Petr - G. Brno, Křenová
Mušla Karel - G. Tišnov
Trunec David - SPŠ slév. Brno

C: Jelinek Pavel - G. Brno, Koněvova
Mrázek Jiří - G. Žďár nad Sázavou
Mertl Jiří - G. Uherské Hradiště
Mrázek Jan - G. Brno, tř. kpt. Jaroše
Hlušík Petr - G. Kroměříž
Liedermann Pavel - G. Brno, Křenová
Hlinomaz Ota - G. Blansko

Vilímek Michal - G. Jihlava
Zábojník Radomír - G. Uherské Hradiště
Burda Pavel - G. Blansko

D: Smejkal Jaroslav - G. Velké Meziříčí
Matýsek René - G. Brno, Koněvova
Sedlák Roman - G. Žďár nad Sázavou
Slavík Petr - G. Brno, Koněvova
Sumbal Jiří - G. Znojmo
Vařacha František - G. Znojmo
Chrastina Jan - G. Brno, Koněvova
Skládal Petr - G. Prostějov
Lupínek Petr - G. Brno, Slovanské nám.
Kulhánek Martin - SPŠS Žďár nad Sázavou

Severomoravský kraj:

A: Buršík Jiří - G. Ostrava 1, Šmeralova
Drózd Janusz - G. Český Těšín - polské
Lukašík Jiří - G. Bílovec
Mejzlík Jiří - G. Bílovec
Slanina František - G. Bílovec
Morcinek Tomáš - G. Karviná
Šipr Ondřej - G. Přerov
Jiříček Ladislav - G. Hranice
Kaluža Marek - G. Český Těšín - polské
Polčík Martin - G. Opava

B: Slanina František - G. Bílovec
Pavlík Petr - SPŠ Přerov
Tillichová Hana - G. Olomouc, Hejčín
Štejflová Eva - SPŠVE Rožnov pod Radhoštěm
Petr Milan - G. Havířov
Sobotík Pavel - G. Příbor
Hlaváček Lubomír - G. Rožnov pod Radhoštěm
Krov Jiří - G. Bílovec

Střálka Vladimír - G. Bílovec
Stuchlík Marcel - G. Šternberk

C: Dostál Jaroslav - G. Olomouc, Hejčín
Petr Ondřej - G. Bílovec
Hečko Kamil - G. Třinec
Lopraisová Marta - G. Bílovec
Hudec Richard - G. Frýdek-Místek
Horský Vladimír - G. Bílovec
Kroliczek Jaroslav - G. Český Těšín
Štefaník Miroslav - G. Havířov
Kohanová Eva - G. Orlová
Lichnovský Petr - G. Ostrava, Hrabůvka
Poláček Petr - G. Ostrava, Hrabůvka
Soukeník Jaroslav - G. Rýmařov

D: Geschwinder Roman - G. Litovel
Nakládal Josef - SPŠ Hranice
Minařík Karel - G. Hranice
Pecina Radek - SPŠ Karviná
Dvořáček Libor - G. Zábřeh
Erhart Jiří - G. Bílovec
Martinek Pavel - G. Bílovec
Dohnal Jaroslav - G. Valašské Meziříčí
Mráz Martin - G. Přerov
Pola Martin - G. Frýdek-Místek
Vohnický Jiří - G. Přerov
Žingor Jiří - G. Karviná

Bratislava :

A: Božek Peter - G. A. Markuša Bratislava
Morár Karol - G. J. Hronca Bratislava
Holländer Igor - G. J. Hronca Bratislava
Linek Miroslav - G. J. Hronca Bratislava
Tomcsanyi Peter - G. J. Hronca Bratislava

Brichtová Andrea - G. J. Hronca Bratislava
Pecho Peter - G. J. Hronca Bratislava
Janoška Lubomír - G. A. Markuša Bratislava
Petřík František - G. J. Hronca Bratislava
Katlovská Olga - G. J. Hronca Bratislava

B: Hanajík Milan - G. J. Hronca Bratislava
Dobrucký Miroslav - G. Bratislava, ul. L. Šáru 1
Búšová Eva - G. Bratislava, ul. I. Horvátha 14
Jamrich Peter - G. J. Hronca Bratislava
Schiesslová Dana - G. Bratislava, ul. Bilikova
Krakovský Pavol - G. A. Markuša Bratislava
Veis Pavol - G. J. Hronca Bratislava
Kvasnička Peter - G. L. Novomeského Bratislava
Heger Juraj - G. J. Hronca Bratislava
Bednárik Jozef - G. A. Markuša Bratislava
Švehlík Vojtech - G. A. Markuša Bratislava
Frič Pavol - G. L. Novomeského Bratislava

C: Gmíterko Peter - G. J. Hronca Bratislava
Bernát Viliam - G. J. Hronca Bratislava
Martišičiň Viktor - G. J. Hronca Bratislava
Hlubina Richard - G. Bratislava, ul. Vazovova
Horváth Pavol - G. A. Markuša Bratislava
Habán Igor - G. J. Hronca Bratislava
Jex Igor - G. J. Hronca Bratislava
Šmíd Miroslav - G. A. Markuša Bratislava
Proks Peter - G. A. Markuša Bratislava
Ralbovský Pavol - G. Bratislava, ul. Metodova
Bachníček Jozef - G. J. Hronca Bratislava

D: Martišoviň Viktor - G. J. Hronca Bratislava
Pulman Richard - G. J. Hronca Bratislava
Riečanová Hana - G. J. Hronca Bratislava
Mészáros Zoltán - G. Dunajská Bratislava
Bendis Anton - G. J. Hronca Bratislava

Tichý Miloš - G. J. Hronca Bratislava
Putala Martin - G. Bratislava, ul. L. Sáru
Osvald Róbert - G. J. Hronca Bratislava
Linek Vladimír - G. J. Hronca Bratislava
Dúbrava Juraj - G. A. Markuša Bratislava
Kolenič Peter - SPŠE Bratislava, ul. Adlera

Západoslovenský kraj:

A: Hubinský Peter - G. Partizánske
Opaterný Branislav - G. Levice
Fronc Ondrej - G. Nitra, Párovská
Fronc Benedikt - G. Nitra Párovská
Štipka Juraj - G. Levice
Demín Dušan - G. Nové Zámky
Móricz Attila - G. Komárno
Gocman Miroslav - G. Nitra, E. Gudernu
Matula Bohumil - G. Nitra, Párovská
Madárová Lilla - G. Štúrovo

B: Babinec Peter - SPŠE Piešťany
Mráz František - G. Malacky
Cziborová Ildikó - G. Komárno
Fekete Juraj - G. Komárno
Fonod Tibor - G. Komárno
Adamec Ján - G. Zlaté Moravce
Bartalos Arpád - G. Čalovo
Švihra Ján - G. Nitra, Párovská
Jedlička Dalibor - G. Dunajská Streda

C: Kolesík Miroslav - G. Trnava
Tarina Peter - G. Topoľčany
Mužík Vladimír - G. Nitra, Párovská
Obuch Milan - G. Nitra, E. Gudernu
Palumbiny Oleg - G. Nitra, Párovská
Fábik Jozef - G. Čalovo
Kovács Tibor - G. Galanta

Teleki Aba - G. Nitra, E. Gudernu
Knažek Ján - G. Trenčín
Križan Ján - G. Skalica
Páleník Roman - G. Nitra, Párovská

D: Kluvanec Daniel - G. Nitra, Párovská
Bartek Marián - G. Sered
Mircz Jácint - G. Galanta
Vančová Eva - G. Trenčín
Dúbrava Peter - G. Dunajská Streda
Marček Anton - G. Trenčín
Roháč Jozef - G. Nitra, E. Gudernu
Šášik Roman - G. Nitra, Párovská
Szabó Tibor - G. Dunajská Streda
Tóth Gábor - G. Šamorín

Středoslovenský kraj:

A: Habart Karol - G. Banská Štiavnica
Krakovský Ivan - G. Ružomberok
Dian Juraj - SPŠ chem. Banská Štiavnica
Chabada Tomáš - G. Banská Bystrica, ul. Tajovského
Oravkin Juraj - G. Banská Bystrica, ul. SNP
Baláž Vladimír - G. Banská Bystrica, ul. Tajovského
Darula Marián - G. Ružomberok
Rusnák Peter - G. Banská Bystrica, ul. Tajovského
Kucbel Vladimír - G. Banská Štiavnica
Smolen Ján - G. Banská Štiavnica

B: Virdzek Ondrej - G. Žilina, ul. $\frac{1}{2}$ Veľká Okružná
Kravčík Miloš - G. Zvolen
Garlík Miroslav - G. Martin
Žirko Miroslav - G. Martin
Witkovský Viktor - G. Prievidza
Paluš Milan - G. Prievidza
Kálosi Peter - G. Fiľakovo

C: Rusko Milan - G. Banská Bystrica, ul. SNP
Valentová Jana - G. Banská Bystrica, ul. SNP
Smutný Pavel - G. Zvolen
Grolmus Eduard - G. Martin
Gašpar Ivan - G. Banská Bystrica, ul. Tajovského
Brezman Ivan - G. Martin
Dzurenda Peter - G. Prievidza
Nagyová Margita - G. Banská Bystrica, ul. Tajovského
Činčura Lubomír - G. Lučenec
Magdolen Luboš - G. Prievidza
Matúš Ivan - G. Vrútky
Đurec František - G. Turčianské Teplice

D: Blaško Rudolf - G. Žilina, ul. Wolkerova
Kubizňová Alena - G. Martin
Čechvala Ivan - G. Dubnica nad Váhom
Brezáni Ladislav - G. Prievidza
Hrablay Ivan - G. Rimavská Sobota
Dekýš Peter - G. Žiar nad Hronom
Novák Jozef - G. Prievidza
Mižurová Jana - G. Vrútky
Kratka Milan - G. Prievidza
Stanka Ján - G. Zvolen

Východoslovenský kraj:

A: Klimčík Ctirad - G. Prešov, Konštantínova
Hudec Vladimír - G. Košice, Šmeralova
Kašper Ivan - G. Spišská Nová Ves
Balaž Marcel - SPŠE Prešov
Brovko Ivan - G. Spišská Nová Ves
Dzurňák Albín - G. Košice, Šmeralova
Valko Pavol - G. Spišská Nová Ves
Gecelovský Ondrej - G. Košice, Šmeralova
Wojtovič Peter - G. Prešov, Konštantínova
Štencel Ivan - G. Spišská Nová Ves
Rešovský Jozef - G. Spišská Nová Ves

- B:** Čech Marián - G. Spišská Nová Ves
Pollák Ján - G. Dobšiná
Janko Ľudovít - G. Prešov, Konštantínova
Bartoš Miroslav - G. Prešov, Kováčska
Kundis Milan - G. Kežmarok
Sninčák František - G. Košice, Šmeralova
Porejs Peter - G. Kežmarok
Marčák Peter - G. Bardejov
Hložka Miroslav - SPŠE Košice
Belanský Albert - G. Košice, Kováčska
- C:** Benická Eva - G. Poprad
Paluch Ľuboš - SPŠE Košice
Pisko Anton - G. Košice, Šmeralova
Palkoci Ladislav - G. Michalovce
Bober Peter - G. Kežmarok
Nosko Ján - G. Poprad
Románek Jozef - G. Košice, Šmeralova
Mamrák Peter - G. Košice, Šmeralova
Hric Ján - G. Prešov, Konštantínova
Barnovský Miroslav - G. Košice, Šmeralova
Liščuhová Katarína - G. Košice, Šmeralova
Zelený Ján - G. Košice, Šrobárova
- D:** Lichý Peter - G. Poprad
Dančík Vladimír - G. Košice, Šmeralova
Smolárik Oto - G. Košice, Kováčska
Tonko Pavol - SPŠ maď. Košice
Kunder Peter - G. Košice, Šrobárova
Hnáth Kamil - SPŠE Košice
Nosál Miroslav - G. Košice, Šmeralova
Hrehor Marek - G. Košice, Šrobárova
Szesták Ján - G. Košice, Šrobárova
Scholtz Elemír - G. Košice, Šrobárova
Ferenc Marián - G. Prešov, Konštantínova
Ďurčík Matej - G. Košice, Šmeralova

Poznámka:

V každé kategorii je z kraje uvedeno deset nejúspěšnějších řešitelů. Pouze v případě, že se např. na 8. až 12. místě umístili řešitelé se stejnými výsledky, jsou uvedeni všichni.

B. Třetí kolo kategorie A

Třetí kolo kategorie A se konalo ve dnech 24.—26. dubna 1980 v Banské Bystrici.

Tabulka 4. Výsledky 3. kola

Kraj	Počet všech pozvaných řešitelů	Počet všech úspěšných řešitelů	Z toho počet vítězů	Počet nedosta- vivších se
Praha	17	7	3	0
StřČ	5	1	0	0
JČ	2	1	1	0
ZČ	2	0	0	0
SČ	4	0	0	1
VČ	7	3	2	0
JM	6	2	2	0
SM	12	6	3	0
Brat.	6	1	1	0
ZS	5	3	0	0
StřS	7	1	0	0
VS	9	1	1	0
Celkem	82	26	13	1

Tabulka 5. Přehled klasifikace jednotlivých úloh

Úloha	Klasifikace				Celkem
	1	2	3	4	
1.	29	3	11	38	81
2.	15	8	15	43	81
3.	12	5	5	59	81
4.	6	8	14	53	81
5. exp.	1	8	16	56	81

Tabulka 6. Vítězové 3. kola kategorie A XXI. ročníku FO

Umístění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.
1.	Starčuk Zenon	JM	G. Brno, Koněvova	4
2.	Dròzd Janusz	SM	G. Český Těšín	4
3.	Božek Peter	Brat.	G. A. Markuša	4
4.	Pecen Ladislav	VČ	G. Havlíkův Brod	3
5.	Přech Luboš	JČ	G. České Budějovice	4
6.—7.	Černý Vít	Praha	SPŠE Ječná	4
	Plecháč Petr	Praha	G. W. Piecka	3
8.—9.	Nekovář Jan	Praha	G. W. Piecka	3
	Marcinek Tomáš	SM	G. Karviná	4
10.	Hudec Vladimír	VS	G. Košice, Šmeral.	3
11.	Coufal Zdeněk	JM	G. Gottwaldov	4
12.—13.	Křivka Ivo	VČ	G. Trutnov	4
	Slanina František	SM	G. Bílovec	3

Tabulka 7. Úspěšní řešitelé FO kategorie A XXI. ročníku FO

Umístění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.
14. — 18.	Matoušek Jiří	Praha	G. Voděradská	3
	Vackář Jiří	Praha	G. Budějovická	4
	Hoffmann Ludvík	Praha	G. Arabská	4
	Lukašík Jiří	SM	G. Bílovec	4
	Opaterný Branislav	ZS	G. Levice	4
19. — 21.	Novotný Jiří	StřČ	G. Poděbrady	3
	Mejzlík Jiří	SM	G. Bílovec	4
	Hubinský Peter	ZS	G. Partizánske	4
22.	Matoušek Pavel	VČ	G. Hradec Králové	3
23.	Fronc Benedikt	ZS	G. Nitra, Párovská	4
24. — 26.	Urban Pavel	Praha	G. Voděradská	4
	Jiříček Ladislav	SM	G. Hranice	4
	Chabada Tomáš	StrS	G. Banská Bystrica, Tajovského	4

Vítězové 3. kola kategorie A obdrželi od MŠ a ÚV FO diplomy, ostatní úspěšní řešitelé čestná uznání. Vítězové na 1. — 10. místě obdrželi odměnu 300, — Kčs, ostatní podle pořadí odměny 200, — a 100, — Kčs z prostředků MŠ SSR.

C. Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo od září 1979 do konce ledna 1980. Texty soutěžních úloh byly uveřejněny v letáku, který vydalo SPN v Praze pro české kraje a SPN v Bratislavě ve slovenském a maďarském znění pro slovenské kraje. Orientační řešení pro referenty FO na školách zabezpečil dr. Volf.

Druhé kolo se konalo v březnu v okresních městech. Organizačně je zabezpečovaly OV FO.

Třetí kolo se uskutečnilo v květnu a jeho organizaci zabezpečovaly KV FO.

Přehled o účasti škol a počtech řešitelů uvádějí tabulky 8. a 9.

Tabulka 8. Počet ZDŠ, které se zúčastnily XXI. ročníku FO v kategorii E

Kraj	Počet ZDŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	199	159	80	137	69	27	13
StřČ	277	170	61	122	44	35	12
JČ	190	126	66	94	49	18	9
ZČ	221	162	73	133	60	28	13
SČ	279	184	66	118	42	29	10
VČ	319	211	66	167	52	34	11
JM	456	314	69	274	60	35	8
SM	468	282	60	238	51	37	8
Brat.	70	61	87	40	57	17	24
	a)	b)		c)		d)	
ZS	476	340	71	308	64	37	8
StřS	408	257	63	208	51	33	8
VS	383	281	73	230	60	68	22
Celkem	3746	2547	68	2069	55	398	11
Vloni	3749	2619	69	2042	54	419	11

a) z toho 94 maďarských

b) z toho 77 maďarských

c) z toho 76 maďarských

d) z toho 5 maďarských

Ve třetím kole FO kategorie E se v jednotlivých krajích stali vítězi tito žáci:

Praha

Brajer Michal

ZDŠ K Miličovu 74

8. r.

Runczik Ivan

ZDŠ Jeremenkova 1003

8. r.

Tabulka 9. Počet žáků ZDŠ soutěžících v 1., 2. a 3. kole XXI. ročníku FO kategorie E

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo	
	C	Ú	C	Ú	C	Ú
Praha	1 365	851	495	281	35	32
StřČ	754	381	313	118	45	36
JČ	686	251	227	121	23	21
ZČ	936	416	313	116	30	20
SČ	1 147	550	305	150	36	32
VČ	1 057	552	395	178	40	33
JM	2 118	1 069	871	365	38	33
SM	1 667	731	498	189	42	40
Brat.	456	361	295	93	42	37
ZS	2 199	1 041	966	208	43	38
StřS	1 550	751	643	211	40	33
VS	2 161	913	581	174	75	53
Celkem	16 096	7 867	5 902	2 204	489	408
Vloni	17 327	8 332	6 185	3 264	512	406

C — celkový počet soutěžících

Ú — počet úspěšných řešitelů

Pokračování přehledu vítězů 3. kola kategorie E:

Lím Drahoslav	ZDŠ Mezi lány	9. r.
Kubát Tomáš	ZDŠ Fr. Křížka	8. r.
Pokorný Petr	ZDŠ Dimitrovovo nám. 34	8. r.
Krejčík Milan	ZDŠ K lučinám 18	8. r.
Vaculík Martin	ZDŠ Omská 1300	9. r.
Pleva Richard	ZDŠ nám. Jiřího z Poděbrad 8	8. r.
Vavříčka Jan	ZDŠ Alžírská	9. r.
Somol Roman	ZDŠ Korunovační 8	9. r.
Jůza Vít	ZDŠ Lyčkovo nám. 6	8. r.

Středočeský kraj:

Bouzek Tomáš	2. ZDŠ Benešov	8. r.
Krutil Vladimír	4. ZDŠ Brandýs	9. r.
Nejedlý Zdeněk	2. ZDŠ Benešov	8. r.
Černý Martin	ZDŠ Žebrák	8. r.
Weigend Kamil	6. ZDŠ Mladá Boleslav	9. r.
Čulík Zdeněk	ZDŠ Velvary	8. r.
Balcarová Jana	5. ZDŠ Mladá Boleslav	9. r.
Švadlena Petr	1. ZDŠ Příbram	9. r.
Vrána Pavel	ZDŠ Slabce	9. r.

Jihočeský kraj:

David Pavel	ZDŠ Lišov	9. r.
Kočí Stanislav	ZDŠ Blatná	9. r.
Kukačka Václav	ZDŠ Pacov	9. r.
Novák Petr	ZDŠ Dačice, ul. B. Němcové	9. r.
Fiala Luboš	ZDŠ Písek, Šobrova	9. r.
Zábranský Petr	ZDŠ Český Krumlov, Tavírna	9. r.
Maršán Ladislav	ZDŠ Dačice, ul. B. Němcové	9. r.
Votápek Ladislav	ZDŠ České Budějovice, Kubatova	9. r.
Suchánek František	ZDŠ Lišov	9. r.
Vobr Jiří	ZDŠ České Budějovice, Kubatova	9. r.

Západočeský kraj:

Běláč Josef	14. ZDŠ Plzeň, Zábělská	8. r.
Uhlíř Marek	4. ZDŠ Plzeň, Sibiřská	9. r.
Minář Emil	ZDŠ Františkovy Lázně	8. r.
Janda Milan	ZDŠ Karlovy Vary, Duk. hrdinů	9. r.
Glázer Zdeněk	ZDŠ Skalná	9. r.
Metelák Libor	ZDŠ Karlovy Vary, Tuhnice	9. r.
Latislav Josef	ZDŠ Černošín	9. r.
Pfeifer Radek	2. ZDŠ Plzeň, Schwarzova	9. r.
Hohl Jan	29. ZDŠ Plzeň, Famírova	9. r.
Beran Josef	6. ZDŠ Sokolov	9. r.

Severočeský kraj:

Holý Michal	ZDŠ Jablonec nad Nisou, Sokolí	8. r.
Matějka Pavel	2. ZDŠ Louny, Poděbradova	8. r.
Mokříš Miroslav	4. ZDŠ Klášterec nad Ohří	9. r.
Klazar Martin	2. ZDŠ Louny, Poděbradova	8. r.
Smutný Vladimír	ZDŠ Liberec, Lesní	8. r.
Ternabach Jan	4. ZDŠ Ústí n. Labem, V hradební	8. r.
Krtouš Pavel	ZDŠ Liberec, Vrchlického	7. r.
Holoubek Michal	ZDŠ Česká Kamenice	8. r.
Pelikán Luboš	ZDŠ Jablonec n. Nisou, Sokolí	9. r.
Dražil Radko	ZDŠ Liberec, Vrchlického	9. r.
Seidl Jaromír	ZDŠ Most, tř. SNP	9. r.

Východočeský kraj:

Karel Bohuslav	ZDŠ Nová Paka I	9. r.
Mazura Luboš	ZDŠ Náchod, Fučíkova	8. r.
Píro Jiří	ZDŠ Vamberk	9. r.
Kapoun Jiří	3. ZDŠ Litomyšl	9. r.
Vaněk Karel	ZDŠ Vrchlabí, Komenského	8. r.
Chrástka Jiří	ZDŠ Pardubice, Družstevní	8. r.
Rejl Pavel	ZDŠ Kostelec nad Ohří	8. r.
Procházka Jan	ZDŠ Hradec Králové, S. Allendeho	8. r.
Janotka Jan	ZDŠ Trhová Kamenice	9. r.
Limpouch Aleš	ZDŠ Hradec Králové, Kukleny	9. r.

Jihomoravský kraj:

Čermák Ivo	ZDŠ Křižanov	8. r.
Páral Zdeněk	ZDŠ Brno, Merhautova	9. r.
Klíma Hynek	4. ZDŠ Žďár nad Sázavou	9. r.
Sedláček Miloš	ZDŠ Ivanovice na Hané	9. r.
Cagaš Pavel	11. ZDŠ Gottwaldov	8. r.
Zemčík Pavel	ZDŠ Brno, Bakalovo nábř.	9. r.
Bubeník František	ZDŠ Brno, Tuháčkova	8. r.

Šerák Radomír	ZDŠ Třebíč, nám. Osvobození	9. r.
Vaškovic Dušan	1. ZDŠ Uherský Brod	9. r.
Hrabě Pavel	1. ZDŠ Žďár nad Sázavou	9. r.

Severomoravský kraj:

Bechnik Bronislav	ZDŠ Ostrava-Poruba, Fučíkova	9. r.
Golda Petr	ZDŠ Studénka	9. r.
Havlák Jaroslav	ZDŠ Frýdek-Místek, Čs. lid. arm.	9. r.
Chochola Jan	ZDŠ Ostrava 1, Fifejdy	9. r.
Kráčmar Pavel	ZDŠ Karviná 6, Dělnická	8. r.
Kupka Milan	ZDŠ Vsetín, Rybníky	9. r.
Lahuta Michael	ZDŠ Vsetín, Rybníky	9. r.
Machyniaková Dana	ZDŠ Olomouc, Hálkova	9. r.
Mazanec Jaroslav	ZDŠ Nový Jičín, Jubilejní	9. r.
Novotný Radim	ZDŠ Frýdek-Místek, Čs. lid. arm.	9. r.
Staněk Karel	ZDŠ Ostrava, Petřkovice	9. r.
Švec Josef	ZDŠ Lichnov	9. r.

Bratislava:

Franz Marcel	ZDŠ Bratislava, Nedbalova	9. r.
Baláž Martin	ZDŠ Bratislava, Nevädzová	8. r.
Bystrický Miroslav	ZDŠ Bratislava, Košická	8. r.
Čížel Martin	ZDŠ Bratislava, Dukelská	9. r.
Cádra Martin	ZDŠ Bratislava, Nevädzová	8. r.
Barnabášová Martina	ZDŠ Bratislava, Medzilaborecká	8. r.
Szelepcsényi Róbert	ZDŠ Bratislava, Nedbalova	9. r.
Klimentová Viera	ZDŠ Bratislava, Bajkalská	9. r.
Horváth Ondrej	ZDŠ Bratislava, Beňovského	9. r.
Cikatricis Lubomír	ZDŠ Bratislava, Košická	8. r.
Grznárová Nora	ZDŠ Bratislava, Bajkalská	8. r.
Podhorová Monika	ZDŠ Bratislava, Sokolíkova	9. r.
Obetková Patrícia	ZDŠ Bratislava, Novomeského	9. r.

Západoslovenský kraj:

Kecskés Szilárd	ZDŠ Nitra, Saratovská	8. r.
Klúvancová Dagmar	ZDŠ Nitra, Topoľová	8. r.
Kudeláš Jaromír	ZDŠ Zelenice	9. r.
Rigóová Agneša	ZDŠ maď. Dun. Streda, Komensk.	8. r.
Líška František	ZDŠ Trenčianská Teplá	9. r.
Oprchal Zdenek	ZDŠ Trnava, Hollého	9. r.
Sládek Róbert	1. ZDŠ Nové Mesto n. Váhom	9. r.
Zámečník Róbert	3. ZDŠ Nové Mesto n. Váhom	8. r.
Varga Zdenek	ZDŠ Solčany	9. r.
Barok Stanislav	ZDŠ Jur pri Bratislave	9. r.
Brinzik Vojtech	ZDŠ maď. Dun. Streda, Komensk.	8. r.
Kostelec Igor	ZDŠ Brezová pod Bradlom	9. r.

Stredoslovenský kraj:

Bednár Stanislav	2. ZDŠ Žiar nad Hronom	8. r.
Bezák Martin	ZDŠ Prievidza, Obrancov mieru	8. r.
Majling Július	ZDŠ Brezno, Pionýrů	9. r.
Molčák Igor	2. ZDŠ Žiar nad Hronom	8. r.
Držík Stanislav	ZDŠ Dolný Hričov	8. r.
Hrázsky Miroslav	ZDŠ Banská Bystrica, nám. ČA	9. r.
Mikula Martin	ZDŠ Nováky, E. Ottu	8. r.
Okál Ján	ZDŠ Martin, Mudroňova ul.	8. r.
Kľučiarovský Stanislav	ZDŠ Banská Bystrica, nám. ČA	8. r.
Rajčan Lubomír	ZDŠ Modrý Kameň	9. r.
Veselý Vladimír	ZDŠ Liptovský Hrádok, Leninova	9. r.
Zdút Ladislav	ZDŠ Rimavská Sobota, ul. Víťazstva	9. r.

Východoslovenský kraj:

Smolárik Ján	ZDŠ Košice, Steinerova	8. r.
Bazanová Cecília	ZDŠ Snina, Sídliisko	9. r.
Koreň Peter	ZDŠ Košice, Febr. víť.	8. r.
Bartošík Jaroslav	ZDŠ Prešov, Gottwaldova	8. r.

Ristvej Miroslav	ZDŠ Košice, Požiarnická	9. r.
Gombárová Andrea	2. ZDŠ Kežmarok	8. r.
Sčensný Igor	ZDŠ Poprad, Marxova	8. r.
Vargovšík Peter	ZDŠ Sabinov, 9. mája	8. r.
Maček Miroslav	ZDŠ Svit, Komenského	8. r.
Brejčák Luboš	ZDŠ Poprad, Marxova	8. r.
Kvasnica Branislav	ZDŠ Košice, Kótayho	8. r.

5. Akce na podporu FO

KV a OV FO organizovaly pro referenty FO na školách pracovní semináře zaměřené na otázky přípravy nadaných žáků při řešení úloh fyzikální olympiády a dále se projednávaly otázky jednotného systému klasifikace úloh.

V průběhu roku byly dále pořádány semináře, především pro řešitele FO v kategoriích A - D. Krajská soustředění, vzhledem k probíhající spartakiádě, nebyla vesměs pořádána.

ÚV FO organizačně zabezpečoval další akce jak pro učitele, tak i pro žáky. Byly vybrány a rozpracovány další texty do Školy mladých fyziků.

Úspěšně pokračovala práce ve fyzikální korespondenční škole, kterou vede RNDr. Ivo Volf.

Vzhledem k tomu, že se v tomto roce neuskuteční mezinárodní fyzikální olympiáda, byly výběr a příprava žáků před MFO zaměřeny na přípravu žáků mladších, kteří by mohli reprezentovat naši republiku při MFO v roce 1981. Pro vybrané žáky se konala dvě soustředění, a to v Nitře a v Hradci Králové. Druhé soustředění v Hradci Králové bylo již užším výběrem provedeným na základě výsledků 1. soustředění v Nitře. Pro MFO v Bulharsku se zde připravovali tito žáci:

Němec Jan - G. Praha 1, Nad štolou

Kolář Petr - G. Praha, Ohradní 5

Klimeš David - G. Blansko

Findura Milan - G. Brno, tř. kpt. Jaroše

Tureček Jaroslav - G. Kralupy nad Vltavou, Dvořákovo nám.

Slanina František - G. Bílovec

Petr Milan - G. Havířov, Rudé armády
Hanajik Milan - G. Juraja Hronca Bratislava
Pecen Ladislav - G. Havlíčkův Brod
Matoušek Pavel - G. J. K. Tyla Hradec Králové
Kropík Martin - G. Roudnice n. L.
Babinec Peter - SPŠE Piešťany
Mráz František - G. Malacky
Čech Marian - G. Spišská Nová Ves

II. ČÁST SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. Úlohy kategorie A

Úlohy a jejich řešení recenzovali Mojmír Simerský a dr. Marta Chytilová, CSc.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Válcová nádoba, jejíž podstava má průměr D , je naplněna ideální kapalinou do výšky h a je postavena tak, že její osa je svislá. V jejím dnu je zátkou uzavřen kruhový otvor, jehož průměr je D_0 . V určitém okamžiku zátku vytáhneme.

a) Stanovte rychlost v pohybu volného povrchu kapaliny v nádobě jako funkci jeho vzdálenosti x od jeho počáteční polohy.

b) Stanovte zrychlení a pohybu volného povrchu kapaliny v nádobě jako funkci času měřeného od okamžiku, v němž byla zátka vytažena.

c) Podle výsledků charakterizujte pohyb volného povrchu kapaliny v nádobě a stanovte funkci $x = f(t)$.

d) Stanovte dobu t_0 , za kterou kapalina z nádoby vyteče. Řešte nejprve obecně, potom pro $h = 70,0$ cm; $D = 1,00$ m; $D_0 = 1,00$ cm; $g = 9,81$ m.s⁻².

Řešení:

a) Označíme v_x rychlost výtoku kapaliny v čase, v němž volný povrch klesl o délku x . Označíme dále S obsah podstavu nádoby, S_0 obsah otvoru, přičemž

$$S = \frac{1}{4} \pi D^2, S_0 = \frac{1}{4} \pi D_0^2, v_x = \sqrt{2 g (h - x)} .$$

Z rovnice kontinuity

$$S v = S_0 v_x = S_0 \sqrt{2 g (h - x)}$$

vyjádříme

$$v = \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 \sqrt{2 g (h - x)} . \quad (1)$$

b) Zrychlení vyjádříme jako derivaci složené funkce (1):

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot v, \text{ takže}$$

$$\begin{aligned} a &= \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 g (h - x)}} \cdot (-2 g) \cdot \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 \cdot \\ &\cdot \sqrt{2 g (h - x)} = -g \left(\frac{D_0}{D} \right)^4 . \end{aligned}$$

c) Zrychlení a je konstantní a záporné, proto pohyb volného povrchu kapaliny je rovnoměrně zpomalený. Jeho počáteční rychlost určíme z (1) pro $x = 0$:

$$v_0 = \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 \sqrt{2 g h} .$$

Podle obecného vztahu pro pohyb rovnoměrně zpomalený dostáváme pro náš případ

$$x = \left(\frac{D_0}{D}\right)^2 \sqrt{2gh} t - \frac{g}{2} \left(\frac{D_0}{D}\right)^4 t^2. \quad (2)$$

d) Pro $t = t_0$ je $x = h$. Z (2) dostávame kvadratickou rovnicu

$$\frac{g}{2} \left(\frac{D_0}{D}\right)^4 t_0^2 - \left(\frac{D_0}{D}\right)^2 \sqrt{2gh} t_0 + h = 0,$$

která má řešení

$$t_0 = \left(\frac{D}{D_0}\right)^2 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

a pro zadané hodnoty: $t_0 \doteq 3,78 \cdot 10^3 \text{ s} = 1 \text{ h } 3 \text{ min.}$

2. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Bodový náboj Q je v hĺbke h pod povrchom petroleja. Nad petrolejom je vákuum.

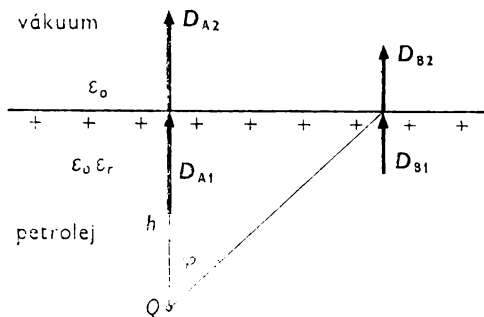
a) Určte hustotu σ_1 viazaného náboja v tom bode povrchu petroleja, ktorý je vo vzdialenosti h od bodového náboja.

b) Určte hustotu σ_2 viazaného náboja v bodoch povrchu petroleja, ktoré sú vo vzdialenosti r od bodového náboja, $r > h$.

c) Určte celkový viazaný náboj Q' na povrchu petroleja. Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $Q = 1,0 \mu\text{C}$, $h = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $r = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Poznámka:

Normálová zložka indukcie $\mathbf{D}$ pri prechode elektrického poľa rozhraním dielektrík sa nemení.



Obr. 1

Riešenie: - obr. 1.

a) Pre bod A na povrchu petroleja platí $D_{A1} = D_{A2}$, kde D_{A1} , D_{A2} sú veľkosti vektorov indukcie zo strany petroleja a zo strany vákua.

Bodový náboj Q indukuje na povrchu petroleja viazaný náboj súhlasnej polarity. Bez újmy na všeobecnosti budeme predpokladať, že $Q > 0$. Elektrické pole v bode A má zo strany petroleja intenzitu veľkosti

$$E_{A1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{h^2} - \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0},$$

pretože intenzity elektrických polí bodového náboja Q a viazaného náboja (vrstvu tesne pod povrchom petroleja môžeme považovať za homogénne zelektrozovanú) sú opačne orientované. Indukcia zo strany petroleja má veľkosť

$$D_{A1} = \epsilon_0\epsilon_r E_{A1} = \frac{\epsilon_r}{2} \left(\frac{Q}{2\pi h^2} - \sigma_1 \right), \quad (1)$$

kde $\epsilon_r = 2,0$ je pomerná permitivita petroleja.

V priestore vákua, tesne nad povrchom petroleja, má elektrické pole intenzitu veľkosti

$$E_{A2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{h^2} + \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0},$$

pretože intenzity polí sú tu orientované súhlasne. Indukcia zo strany vákua má teda veľkosť

$$D_{A2} = \epsilon_0 E_{A2} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{2\pi h^2} + \sigma_1 \right). \quad (2)$$

Porovnaním (1) a (2) dostaneme

$$\sigma_1 = \frac{Q}{2\pi h^2} \cdot \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1},$$

pre zadané hodnoty: $\sigma_1 \doteq 15 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$.

b) Postup je rovnaký, ale počítame s normálovými zložkami intenzity a indukcie elektrického poľa pochádzajúceho z bodového náboja. Normálová zložka intenzity tohoto poľa má veľkosť

$$E_{B1n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cos \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qh}{r^3}.$$

Celková normálová zložka intenzity v bode B má teda zo strany petroleja veľkosť

$$E_{B1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qh}{r^3} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0},$$

indukcia tu má veľkosť

$$D_{B1} = \frac{\epsilon_r}{2} \left(\frac{Qh}{2\pi r^3} - \sigma_2 \right). \quad (3)$$

Zo strany vákua

$$E_{B2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qh}{r^3} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0},$$

$$D_{B2} = \frac{1}{2} \left(\frac{Qh}{2\pi r^3} + \sigma_2 \right). \quad (4)$$

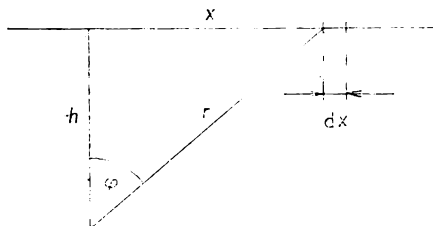
Porovnaním (3) a (4) dostaneme

$$\sigma_2 = \frac{Qh}{2\pi r^3} \cdot \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1}, \quad (5)$$

pre zadané hodnoty: $\sigma_2 \doteq 6,2 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$.

c) Budeme predpokladať, i keď to v zadaní nie je výslovne uvedené, že rozhranie medzi petrolejom a vákuom nie je ohraničené. Stanovíme najskôr (obr. 2) náboj viazaný na elementárnom medzikruží s polomerom x a šírky dx , ktorého obsah

$$dS = 2\pi x dx.$$



Obr. 2

Je teraz

$$x = h \operatorname{tg} \varphi, dx = \frac{h}{\cos^2 \varphi} d\varphi, \text{ takže}$$

$$dS = 2\pi h^2 \frac{\sin \varphi}{\cos^3 \varphi} d\varphi = 2\pi \frac{r^3}{h} \sin \varphi d\varphi. \quad (6)$$

Element náboja viazaný na medzikružie $dQ' = \sigma_2 dS$, po dosadení z (5) a (6)

$$dQ' = Q \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \sin \varphi d\varphi, \text{ odtiaľ}$$

$$Q' = Q \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi d\varphi = Q \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}$$

a pre zadané hodnoty: $Q' \doteq 0,33 \mu\text{C}$.

3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Duté těleso s malým kruhovým otvorem má vnitřní stěny černé, vnější lesklé. Vnitřní stěny jsou od vnějších dokonale tepelně izolovány.

Před kruhový otvor umístíme spojnou čočku o průměru d a ohniskové vzdálenosti f tak, že její optická osa je kolmá k rovině otvoru. Sluneční paprsky rovnoběžné s optickou osou čočky se soustřeďují v rovině otvoru tělesa. Průměr tohoto otvoru je menší než obraz Slunce vytvořený čočkou. Celá soustava je ve vakuu.

Stanovte teplotu T vnitřních stěn dutiny v ustáleném stavu, jestliže teplota povrchu Slunce je T_s .

Poznámky:

1. Výkon P_z , který vyzařuje černé těleso při teplotě T , je dán Stefanovým-Boltzmannovým zákonem

$$P_z = S\sigma T^4,$$

kde S je obsah vyzařující plochy, σ konstanta.

2. Z hlediska vyzařování energie považujte Slunce za černé těleso.
3. Nepřihlížejte ke ztrátám sluneční energie v atmosféře Země a v čočce a k vyzařování energie z vnějších, lesklých stěn dutého tělesa.

Řešení:

Označme R_s poloměr Slunce. Jeho povrch vyzařuje výkon

$$P_s = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4. \quad (1)$$

Vzdálenost Země od Slunce označíme R . Výkon (1) přichází na kouli o poloměru R , jejíž povrch má obsah

$$S_z = 4\pi R^2. \quad (2)$$

Průřez čočky má obsah

$$S_c = \pi \frac{d^2}{4}, \quad (3)$$

takže čočka zachycuje zářivý výkon

$$P_c = \frac{S_c}{S_z} P_s$$

a po dosazení z (1), (2), (3)

$$P_{\text{č}} = \frac{\pi d^2 \sigma R_{\text{S}}^2 T_{\text{S}}^4}{4 R^2} . \quad (4)$$

Poloměr r_{S} obrazu Slunce nalezneme ze vztahu pro příčné zvětšení spojné čočky, jestliže $R \gg f$:

$$r_{\text{S}} = \frac{R_{\text{S}}}{R} f$$

a obsah obrazu Slunce je

$$S_{\text{S}} = \pi r_{\text{S}}^2 = \pi \left(f \frac{R_{\text{S}}}{R} \right)^2 . \quad (5)$$

Obsah otvoru dutého tělesa označme S_{d} , $S_{\text{d}} < S_{\text{S}}$. Do dutiny přichází výkon

$$P_{\text{d}} = P_{\text{č}} \frac{S_{\text{d}}}{S_{\text{S}}}$$

a po dosazení z (4) a (5)

$$P_{\text{d}} = \frac{d^2 \sigma T_{\text{S}}^4 S_{\text{d}}}{4 f^2} . \quad (6)$$

Z dutiny, jejíž vnitřní stěny mají teplotu T , se vyzařuje výkon

$$P'_{\text{d}} = S_{\text{d}} \sigma T^4 . \quad (7)$$

Poněvadž v ustáleném stavu $P_{\text{d}} = P'_{\text{d}}$, dostaneme porovnáním (6) a (7)

$$T = T_{\text{S}} \sqrt[4]{\frac{d}{2f}} .$$

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Raketa, jejíž úhrnná hmotnost je M_0 , byla vystřelena z povrchu Země svisle vzhůru působením stálé tahové síly F . Hmotnost m_t spotřebované pohonné směsi je přímo úměrná času t : $m_t = m^* t$, kde m^* je hmotnost směsi spotřebované za jednotku času.

a) Stanovte funkci $a = f_1(t)$, kde a je zrychlení rakety v čase t od vystřelení.

b) Stanovte funkci $v = f_2(t)$, kde v je rychlost rakety v čase t od vystřelení.

c) Sestrojte grafy funkcí $a = f_1(t)$, $v = f_2(t)$ pro hodnoty $M_0 = 22 \cdot 10^3$ kg, $F = 3,3 \cdot 10^5$ N, $m^* = 125$ kg.s⁻¹, tíhové zrychlení $g = 9,8$ m.s⁻² je stálé po celé dráze výstupu.

Grafy funkcí nakreslete v oboru $0 \text{ s} \leq t \leq 100 \text{ s}$.
Odpor vzduchu neuvažujeme.

Řešení:

a) V čase t od vystřelení má raketa hmotnost

$$M_t = M_0 - m_t = M_0 - m^* t;$$

její zrychlení

$$a = \frac{F}{M_t} - g = \frac{F}{M_0 - m^* t} - g = f_1(t) \quad (1)$$

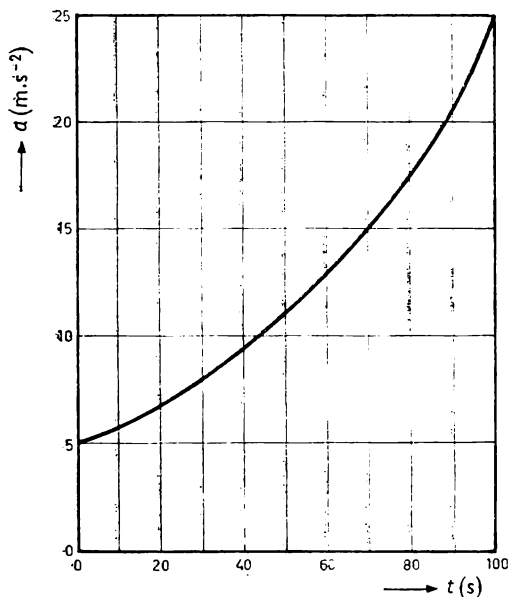
je orientováno svisle vzhůru a funkce (1) je v uvažovaném intervalu monotónně rostoucí.

b) Poněvadž $a = \frac{dv}{dt}$, stanovíme funkci $v = f_2(t)$ jako integrál

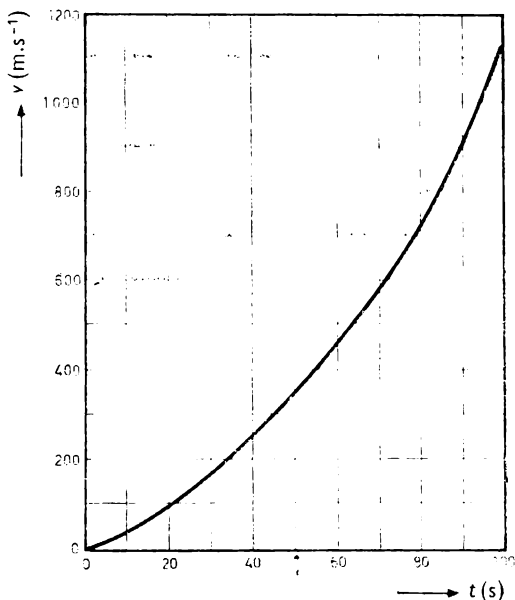
$$v = \int_0^t a \cdot dt = \int_0^t \left(\frac{F}{M_0 - m^* t} - g \right) dt =$$

$$\begin{aligned}
&= \left[-\frac{F}{m^*} \ln (M_0 - m^*t) - gt \right]_0^t = \\
&= -\frac{F}{m^*} \ln (M_0 - m^*t) - gt + \frac{F}{m^*} \ln M_0 = \\
&= \frac{F}{m^*} \ln \frac{M_0}{M_0 - m^*t} - gt = f_2(t). \quad (2)
\end{aligned}$$

c) Grafy funkcí (1) a (2) jsou na obr. 3 a 4.



Obr. 3



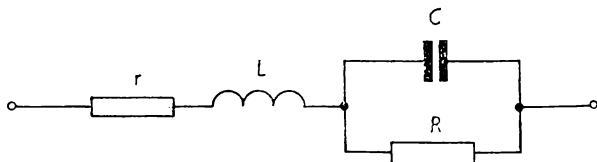
Obr. 4

5. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Schéma na obr. 5 představuje sériový rezonanční obvod sestavený z cívky o indukčnosti L a odporu r a z kondenzátoru kapacity C , jehož dielektrikum má odpor R . Obvod je připojen ke zdroji harmonického střídavého napětí, proud protékající obvodem je s tímto napětím ve fázi.

a) Stanovte úhlový kmitočet ω_0 napětí; uveďte podmínku řešitelnosti.

b) Jak velký je odpor R_0 obvodu?



Obr. 5

c) Stanovte poměr $p_1 = \frac{U_1}{U}$, kde U_1 je napětí na cívce, U napětí na obvodu. Jaký je tento poměr pro $R \rightarrow \infty$?

d) Stanovte poměr $p_2 = \frac{U_2}{U}$, kde U_2 je napětí na kondenzátoru. Jaký je tento poměr pro $R \rightarrow \infty$?
Úlohu řešte symbolickou metodou.

Řešení:

a) Při obecném úhlovém kmitočtu ω má obvod komplexní impedanci, kterou označíme Z :

$$Z = r + j\omega L - \frac{j \frac{R}{\omega C}}{R - j \frac{1}{\omega C}}.$$

Po úpravě

$$Z = \left(r + \frac{R}{1 + (\omega RC)^2} \right) + j\omega \left(L - \frac{R^2 C}{1 + (\omega RC)^2} \right). \quad (1)$$

Proud je s napětím ve fázi, když imaginární část komplexní impedance (1) je nulová. Neuvažujeme-li triviální řešení

$\omega_0 = 0 \text{ s}^{-1}$, dostaneme anulováním imaginární části

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}} . \quad (2)$$

Výraz na pravé straně (2) je reálný a nenulový, když $L < R^2 C$.

b) Do reálné části komplexní impedance (1) dosadíme $\omega = \omega_0$ podle (2). Tak určíme rezistanci

$$R_0 = r + \frac{L}{RC} . \quad (3)$$

c) Cívka má komplexní impedanci $\bar{Z}_L = r + j\omega_0 L$, obvod má odpor R_0 , takže

$$p_1 = \frac{U_1}{U} = \sqrt{\frac{r^2 + \omega_0^2 L^2}{R_0}}$$

a po dosazení z (2) a (3)

$$p_1 = \frac{RC}{L + rRC} \sqrt{r^2 + \frac{L}{C} - \left(\frac{L}{RC}\right)^2} .$$

Pro $R \rightarrow \infty$

$$p_1 = \sqrt{1 + \frac{L}{r^2 C}} .$$

d) Kondenzátor má komplexní impedanci

$$\bar{Z}_C = \frac{R}{1 + j\omega_0 RC} ,$$

v absolutní hodnotě

$$Z_C = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega_0 RC)^2}} ,$$

takže

$$p_2 = \frac{U_2}{U} = \frac{R}{R_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0 RC)^2}}$$

a po dosazení z (2) a (3)

$$p_2 = \frac{R \sqrt{LC}}{L + rRC} \cdot$$

Pro $R \rightarrow \infty$

$$p_2 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot$$

6. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Meranie indexu lomu destilovanej vody

Pomôcky:

destilovaná voda, statívový materiál, duté sférické zrkadlo, na ktorom nie sú uvedené žiadne údaje (napr. zrkadlo z veľkej optickej súpravy), miniatúrna žiarovka 3,5 V/0,3 A s objímkou a prípojnou dvojlinkou, prípojný svorky, biele matné tienidlo, dĺžkové pásmové meradlo 1 m až 2 m, batéria 4,5 V.

Postup:

1. Odmerajte ohniskovú vzdialenosť f_1 zrkadla. Žiarovku postavte do vzdialenosti a_1 od zrkadla a pokusne určte vzdialenosť b_1 tienidla od zrkadla tak, aby obraz vlákna žiarovky na tienidle bol čo najostrejší. Z hodnôt a_1 , b_1 určte ohniskovú vzdialenosť f_1 . Zrkadlo je pritom pomocou statívového materiálu upevnené vo vodorovnej polohe.

2. Do dutiny zrkadla nalejte destilovanú vodu. Podobným spôsobom ako v bode 1. odmerajte ohniskovú vzdialenosť f optickej sústavy tvorenej zrkadlom a vodným telesom, ktoré vytvára ploskovypuklú šošovku. Vzdialenosť žiarovky od voľného povrchu vody označte a , vzdialenosť tienidla od voľného povrchu vody pri najlepšom zaostrení označte b .
3. Výpočtom dokážte, že pre index lomu vody platí vzťah

$$n = \frac{f_1}{f}.$$

4. Všetky merania vykonajte desaťkrát s rôznymi hodnotami a_1, b_1, a, b , výsledky zapíšte do tabuľky.
5. Priemernú hodnotu n_p určeného indexu lomu porovnajte s hodnotou indexu lomu pre destilovanú vodu uvedenú v tabuľkách.

Riešenie:

Ohnisková vzdialenosť samotného dutého sférického zrkadla je f_1 . Ohniskovú vzdialenosť kvapalinovej šošovky označíme f_2 .

Pre ohniskovú vzdialenosť f_1 dutého sférického zrkadla platí vzťah

$$f_1 = \frac{R}{2}, \quad (1)$$

pričom R je polomer krivosti zrkadla.

Pre ohniskovú vzdialenosť kvapalinovej ploskovypuklej šošovky platí vzťah

$$\frac{1}{f_2} = (n - 1) \frac{1}{R},$$

odkiaľ vyplýva

$$f_2 = \frac{R}{n - 1}. \quad (2)$$

Vzhľadom na tú skutočnosť, že svetelné lúče prechádzajú kvapalinovou šošovkou dvakrát, môžeme celú sústavu považovať za tesnú sústavu zloženú z dutého zrkadla a dvoch ploskovypuklých šošoviek. Pre výslednú ohniskovú vzdialenosť f platí

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{2}{f_2}.$$

Po použití vzťahov (1) a (2) dostávame

$$f = \frac{R}{2n}.$$

Pre index lomu kvapaliny platí

$$n = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{f} = \frac{f_1}{f}.$$

Tabuľka 10

č.	$\frac{a_1}{\text{cm}}$	$\frac{b_1}{\text{cm}}$	$\frac{f_1}{\text{cm}}$	$\frac{a}{\text{cm}}$	$\frac{b}{\text{cm}}$	$\frac{f}{\text{cm}}$
1.	28,9	162,7	24,54	21,2	137,5	18,37
2.	30,5	127,3	24,54	21,9	152,8	18,39
3.	32,2	103,2	24,54	22,4	104,7	18,45
4.	33,1	95,0	24,55	23,2	90,3	18,46
5.	36,0	77,1	24,54	25,5	66,9	18,46
6.	37,5	71,0	24,54	26,6	59,8	18,41
7.	41,9	59,2	24,54	27,9	54,3	18,43
8.	44,7	54,4	24,54	31,4	44,5	18,41
9.	46,7	51,7	24,54	32,4	42,7	18,42
10.	48,9	49,3	24,55	33,2	41,3	18,40
priemerné hodnoty			24,54			18,42

Ohniskové vzdialenosti f_1 , f určíme zo vzťahov

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \quad , \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad .$$

Namerané a vypočítané hodnoty sú na tabuľke 10.

Z priemerných hodnôt $f_{1p} = 24,54 \text{ cm}$, $f = 18,40 \text{ cm}$ máme

$$n = \frac{24,54 \text{ cm}}{18,40 \text{ cm}} \doteq 1,33 \quad .$$

Táto hodnota dobre súhlasí s hodnotou podľa tabuliek.

7. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

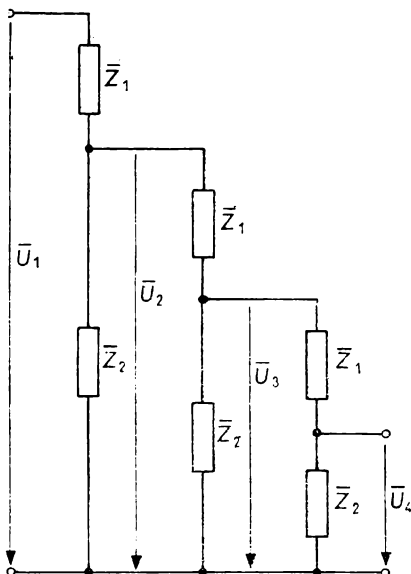
Schéma na obr. 6 predstavuje trístupňový kmitočtově závislý dělič napětí, Z_1 , Z_2 jsou komplexní impedance, význam ostatních veličin je zřejmý z obr. 6.

- a) Označme $\beta = \frac{\tilde{U}_4}{\tilde{U}_1}$ přenos děliče, $\tilde{x} = \frac{Z_1}{Z_2}$. Stanovte funkci $\beta = f(\tilde{x})$.
- b) Tuto funkci zapište pro případ, že komplexní impedance Z_1 jsou tvořeny stejnými kondenzátory o kapacitě C , komplexní impedance Z_2 stejnými rezistory o odporu R .
- c) Pro tento případ stanovte úhlový kmitočet ω_0 , při němž napětí $\tilde{U}_4$ a $\tilde{U}_1$ jsou navzájem v opačné fázi.
- d) Stanovte přenos β_0 děliče při kmitočtu ω_0 .
Úlohu řešte symbolickou metodou.

Řešení:

- a) Zavedeme označení

$$Z_1^* = Z_1 + Z_2, \quad (1)$$



Obr. 6

$$Z_2^* = Z_1 + \frac{Z_2 Z_1^*}{Z_2 + Z_1^*}, \quad (2)$$

$$Z_3^* = Z_1 + \frac{Z_2 Z_2^*}{Z_2 + Z_2^*}. \quad (3)$$

Přenos β vyjádříme jako součin

$$\beta = \frac{\bar{U}_4}{\bar{U}_3} \cdot \frac{\bar{U}_3}{\bar{U}_2} \cdot \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1}, \quad (4)$$

přičemž

$$\frac{\bar{U}_4}{\bar{U}_3} = \frac{Z_2}{Z_1^*}; \quad \frac{\bar{U}_3}{\bar{U}_2} = \frac{Z_2 \parallel Z_1^*}{Z_2^*}; \quad \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{Z_2 \parallel Z_2^*}{Z_3^*}.$$

Symbol $Z_a || Z_b$ značí výslednou komplexní impedanci paralelně spojených komplexních impedancí Z_a , Z_b , tedy

$$Z_a || Z_b = \frac{Z_a Z_b}{Z_a + Z_b} .$$

Dosazením do (4) dostaneme nejprve po zkrácení

$$\beta = \frac{Z_2^3}{Z_3^* (Z_2 + Z_1^*) (Z_2 + Z_2^*)} ,$$

po dosazení z (1), (2), (3) a úpravě

$$\beta = \frac{Z_2^3}{Z_1^3 + 5 Z_1^2 Z_2 + 6 Z_1 Z_2^2 + Z_2^3} .$$

Výsledek vyjádříme podle zadání

$$\beta = \frac{1}{\bar{x}^3 + 5 \bar{x}^2 + 6 \bar{x} + 1} . \quad (5)$$

b) $Z_1 = -j \frac{1}{\omega C}$, $Z_2 = R$, $\bar{x} = -j \frac{1}{\omega RC}$, kde ω je obecný úhlový kmitočet. Dosazením do (5)

$$\beta = \frac{1}{\left(1 - \frac{5}{(\omega RC)^2}\right) + j \left(\frac{1}{(\omega RC)^3} - \frac{6}{\omega RC}\right)} . \quad (6)$$

c) Napětí $\bar{U}_4$ a $\bar{U}_1$ jsou protifázová, když přenos β má reálnou zápornou hodnotu. Anulováním imaginární části ve jmenovateli vztahu (6) nalezneme

$$\omega_0 = \frac{1}{RC \sqrt{6}} . \quad (7)$$

d) Dosazením $\omega = \omega_0$ podle (7) do reálné části ve jmenovateli vztahu (6) dostaneme

$$\beta_0 = -\frac{1}{29}.$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Velmi malá koule je vržena počáteční rychlostí v_0 proti svislé stěně, jejíž vzdálenost od místa vrhu je d . Předpokládáme, že rovina trajektorie koule je kolmá na stěnu a že koule se dokonale pružně odrazí. Odpor vzduchu zanedbáváme.

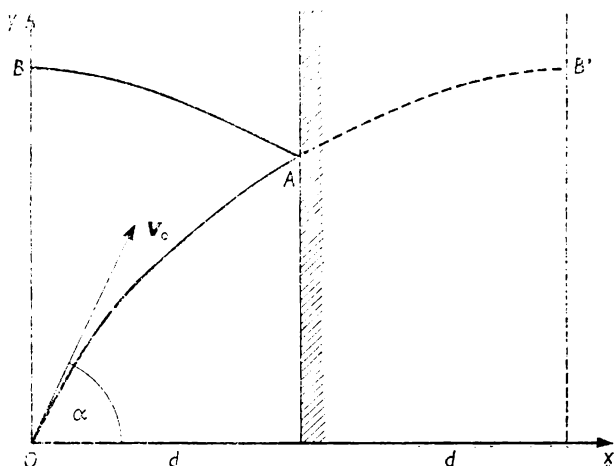
- Určete elevační úhel α vrhu tak, aby nejvyšší bod trajektorie byl právě nad místem vrhu.
- Proveďte diskusi výsledku.
- Po obecném vyřešení řešte pro $v_0 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $d = 5,0 \text{ m}$.

Řešení:

a) Koule je vržena (obr. 7) z počátku O soustavy souřadnic (Oxy) a dopadne na stěnu v bodě A . Po odrazu letí po oblouku AB paraboly, který je podle stěny souměrně sdružený s obloukem AB' , po němž by koule letěla, kdyby nebyla odražena od stěny. Bod B' , jehož vodorovná souřadnice je $2d$, je podle zadání vrcholem parabolické trajektorie, v němž je svislá složka rychlosti nulová.

V uvažované soustavě souřadnic má trajektorie OAB' střed koule parametrické rovnice

$$x = v_0 t \cos \alpha, \quad y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2. \quad (1)$$



Obr. 7

Velikost vodorovné složky rychlosti se nemění. Z podmínky, že svislá složka rychlosti je v bodě B , popř. B' nulová, dostáváme pro dobu t_0 pohybu koule po dráze OAB

$$t_0 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

a ve vodorovném směru urazí koule za tuto dobu dráhu $2d$, takže podle prvního ze vztahů (1)

$$2d = v_0 t_0 \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}.$$

Odtud vyjádříme

$$\sin 2\alpha = \frac{4dg}{v_0^2}. \quad (2)$$

b) Pro $4 dg < v_0^2$ vyhovují vztahu (2) dva doplňkové úhly, pro $4 dg = v_0^2$ jen úhel $\alpha = \frac{\pi}{4}$, pro $4 dg > v_0^2$ je úloha neřešitelná.

c) Pro zadané hodnoty vyhovují dva doplňkové úhly $\alpha_1 \doteq 25^\circ$, $\alpha_2 \doteq 65^\circ$.

2. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

V určité vzdálenosti od Slunce, jehož poloměr je R_s a povrchová teplota T_s , je malé černé těleso kulovitého tvaru, jehož konstantní teplota je T . Záření jiných zdrojů neuvažujeme.

a) Stanovte vzdálenost R tohoto tělesa od Slunce za předpokladu, že $R \gg R_s$.

b) Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $T_s = 6000$ K, $T = 290$ K (střední teplota povrchu Země), $R_s = 6,96 \cdot 10^8$ m. Vypočítanou hodnotu porovnejte se střední vzdáleností $1,49 \cdot 10^{11}$ m Země od Slunce.

Slunce považujte za černé těleso, pro jehož vyzařovaný výkon platí podle zákona Stefanova-Boltzmannova

$$P = S\sigma T^4,$$

kde S je obsah zářícího povrchu, σ konstanta Stefanova-Boltzmannova, T teplota povrchu zářícího tělesa.

Řešení:

a) Slunce vyzařuje výkon

$$P_1 = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4. \quad (1)$$

Povrch kulové plochy o poloměru R má obsah $4\pi R^2$; těleso, jehož poloměr označíme r , má průřez o obsahu πr^2 , takže přijímá výkon P_2 , pro který platí

$$P_2 : P_1 = \pi r^2 : 4 \pi R^2,$$

$$P_2 = P_1 \frac{r^2}{4 R^2} . \quad (2)$$

Těleso vyzařuje výkon

$$P_3 = 4 \pi r^2 \sigma T^4. \quad (3)$$

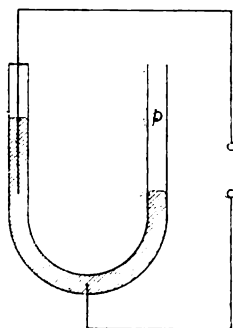
Poněvadž $P_3 = P_2$, dostaneme porovnáním (3) a (2) s přihlédnutím k (1) vztah, z něhož určíme

$$R = \frac{1}{2} R_s \frac{T_s^2}{T^2} .$$

b) Pro zadané hodnoty vychází $R \doteq 1,49 \cdot 10^{11}$ m, tj. hodnota souhlasná se střední vzdáleností Země od Slunce.

3. úloha (navrhl ing. Miloš Rabas)

Čidlo pro měření tlaku (obr. 8) je vyrobeno ze skleněné trubice tvaru U , všude stejného průřezu. Do uzavřeného



Obr. 8

ramena je zataven odporový drát o průměru d , jehož měrný odpor je ϱ . Část drátu je ponořena do rtuti. Druhé rameno je spojeno s prostorem, v němž měříme tlak.

Jsou-li volné povrchy rtuti v obou ramenech ve stejné výšce, má plyn v uzavřeném ramenu tlak p_0 a odpor čidla je R_0 .

a) Označme p tlak plynu nad volným povrchem rtuti v otevřeném ramenu trubice. Stanovte funkci $p = f(\Delta R)$, kde ΔR je změna odporu čidla. Odpor rtuti a přívodních vodičů neuvažujeme.

b) Po obecném vyřešení vypočítejte tlak p pro hodnoty: $\Delta R = -5,00 \cdot 10^{-2} \Omega$, $d = 1,00 \text{ mm}$, $\varrho = 1,20 \mu\Omega \cdot \text{m}$, $p_0 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $R_0 = 0,150 \Omega$, hustota rtuti $s = 13,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

Řešení:

a) Jsou-li volné povrchy rtuti v obou ramenech ve stejné výšce, je v zataveném ramenu uzavřen plyn o objemu V_0 a tlaku p_0 . Při měření se volné povrchy rtuti posunou, a tím se změní objem i tlak uzavřeného plynu. Předpokládáme, že jde o změnu izotermickou. Tlak se změní na p_1 , objem na V_1 , přičemž

$$p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1}. \quad (1)$$

Poněvadž trubice má všude stejný průřez, je objem plynu přímo úměrný délce vyčnívajícího drátu, a tedy i odporu snímače:

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{R_0}{R_0 + \Delta R}; \quad (2)$$

při $p < p_0$ je $\Delta R > 0$, při $p > p_0$ je $\Delta R < 0$.

Pro měřený tlak p platí

$$p = p_1 \mp 2 h s g, \quad (3)$$

kde $2 h$ je rozdíl výšek volných povrchů rtuti v obou ramenech. Záporné znaménko platí pro $p < p_0$, kladné pro $p > p_0$. Pro změnu ΔR odporu snímače platí

$$\Delta R = \pm \frac{4 h_0}{\pi d^2} . \quad (4)$$

Do (3) dosadíme z (1), (2), (4):

$$p = p_0 \frac{R_0}{R_0 + \Delta R} - \frac{\pi d^2 s g \Delta R}{2 \rho} .$$

b) Pro zadané hodnoty: $p \doteq 1,56 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

4. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Elektrický obvod podle obr. 9 je připojen ke zdroji harmonického střídavého napětí.

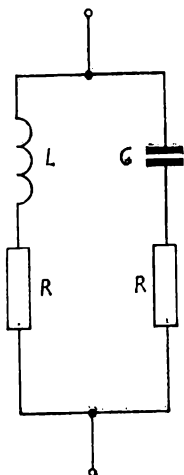
- Za jakých podmínek je proud protékající obvodem ve stejné fázi s napětím?
- Stanovte odpor R_0 obvodu pro všechny případy určené v části a) úlohy.

Úlohu řešte symbolickou metodou.

Řešení:

- Komplexní impedance obvodu je

$$Z = \frac{\left(R + j\omega L \right) \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)}{2 R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} ,$$



Obr. 9

kde ω značí úhlový kmitočet napětí a proudu. Po úpravách

$$Z = \frac{R [(1 - \omega^2 LC)^2 + 2 \omega^2 C (L + R^2 C)]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (2 \omega RC)^2} + \frac{j\omega (L - R^2 C) (1 - \omega^2 LC)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (2 \omega RC)^2}. \quad (1)$$

Proud je v souhlasné fázi s napětím, když imaginární část komplexní impedance podle (1) je nulová. Vyloučíme-li případ $\omega = 0 \text{ s}^{-1}$ (stejnosměrný proud), jsou možné dva případy:

1. $L - R^2 C = 0$ (proud je ve fázi s napětím při jakémkoli kmitočtu);

2. $\omega_0^2 LC = 1$, tj. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (skutečná rezonance).

b) Pro nalezené případy má obvod odpor

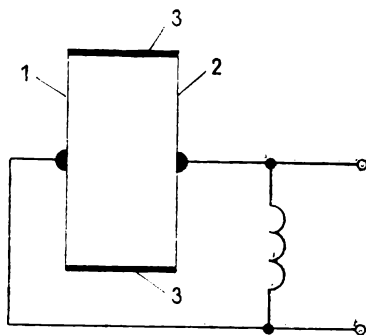
1. $R_0 = R$, určíme dosazením $L = R^2 C$ do (1);
2. $R_0 = \frac{1}{2} \left(R + \frac{L}{RC} \right)$.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl ing. Miloš Rabas)

K dálkovému měření tlaku vzduchu a jeho změn může být použit kapacitní snímač podle obr. 10. Skládá se ze dvou kruhových kovových elektrod 1, 2, které jsou od sebe odděleny izolačním kroužkem 3 s velmi tenkými stěnami. Kroužek je poddajný tak, že tlak plynu uvnitř snímače je vždy roven tlaku plynu v okolním prostředí.

Plyn, vyplňující snímač, je elektrodami a kroužkem dokonale uzavřen. Snímač spolu s cívkou je zapojen jako kmitavý obvod oscilátoru, jehož kmitočet lze velmi přesně měřit.



Obr. 10

Při tlaku p_0 je kmitočet oscilátoru f_0 , při tlaku p je jeho kmitočet f .

a) Označme $\Delta p = p - p_0$, $\Delta f = f - f_0$. Stanovte funkci

$$\frac{\Delta p}{p_0} = F \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right).$$

b) Parametry určitého snímače tohoto druhu jsou: $p_0 = 1,00 \cdot 10^5$ Pa, $f_0 = 80,0$ MHz.

Stanovte tlak plynu v okolí snímače, jestliže kmitočet oscilátoru je $f = 84,3$ MHz.

Řešení:

a) Pro kmitočet oscilátoru platí

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}, \quad (1)$$

kde L je indukčnost cívky, C kapacita snímače, přičemž

$$C = \frac{\varepsilon S}{d};$$

ε je permitivita plynu ve snímači, S obsah každé z elektrod snímače (k vlivu velmi tenkého kroužku nepřihlížíme), d jejich vzájemná vzdálenost.

Děje v plynu vyplňujícím snímač můžeme považovat za izotermické, takže $pV = p_0V_0$, kde V , popř. V_0 je objem vnitřního prostoru snímače při tlaku p , popř. p_0 . Označíme d vzájemnou vzdálenost elektrod při tlaku p , d_0 jejich vzájemnou vzdálenost při tlaku p_0 . Potom $V = Sd$, $V_0 = Sd_0$, takže

$$\frac{d}{d_0} = \frac{V}{V_0} = \frac{p_0}{p}.$$

Při tlaku p , popř. p_0 má snímač kapacitu

$$C = \frac{\epsilon S}{d}, \text{ popř. } C_0 = \frac{\epsilon S}{d_0},$$

poměr obou kapacit

$$\frac{C}{C_0} = \frac{d_0}{d} = \frac{p}{p_0}.$$

Pro příslušný poměr kmitočtů dostáváme podle (1)

$$\frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{C_0}{C}} = \sqrt{\frac{p_0}{p}}. \quad (2)$$

Dosadíme $f = f_0 + \Delta f$, $p = p_0 + \Delta p$ a stanovíme hledanou funkci

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta f}{f_0}\right)^2} - 1. \quad (3)$$

b) Z (2) vyjádříme

$$p = p_0 \left(\frac{f_0}{f}\right)^2$$

a pro zadané hodnoty: $p \doteq 9,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

Stejný výsledek dostaneme z (3). Pro zadané hodnoty f_0 , p_0 a pro $\Delta f = 4,3 \text{ MHz}$ vyjde $\Delta p \doteq -1,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

2. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Válcové potrubí, kterým se vede pára, je obaleno tepelně izolujícím obalem. Vnější povrch obalu má teplotu t_1 a poloměr r_1 , vnitřní povrch, který těsně přiléhá k potrubí, má teplotu t_2 a poloměr r_2 , $t_1 < t_2$, $r_1 > r_2$. Potrubí má délku l .

- a) Stanovte teplo Q , které se odvede z potrubí izolujícím obalem za dobu τ .

Řešte nejprve obecně, potom pro $r_1 = 30 \text{ cm}$, $r_2 = 20 \text{ cm}$, $t_1 = 25^\circ\text{C}$, $t_2 = 200^\circ\text{C}$, $l = 65 \text{ m}$, $\tau = 24 \text{ h}$, součinitel tepelné vodivosti obalového materiálu $\lambda = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Poznámka: Teplo převedené za dobu τ elementární válcovou vrstvou tloušťky dr , která má obsah S , je

$$Q = \lambda S \tau \frac{dt}{dr} ,$$

kde $\frac{dt}{dr}$ je gradient teploty ve vrstvě.

- b) Výsledek pro hodnoty zadané v části a) porovnejte s teplem Q_0 , které by se za stejnou dobu odvedlo z téhož potrubí neizolovaného, jestliže

$$Q_0 = \alpha S \tau (t_2 - t_0),$$

kde $\alpha = 12 \text{ W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ je součinitel přestupu tepla z kovu do plynu a vnější teplota $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

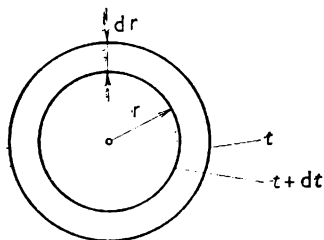
- c) Zhodnoťte úsporu energie dosaženou tepelným izolováním parovodního potrubí.

Řešení:

a) - obr. 11.

V izolačním obalu budeme uvažovat elementární válcovou vrstvu o poloměru r ($r_2 \leq r \leq r_1$) a tloušťce dr . Vrstva má délku l a obsah $2\pi rl$. Pro teplo převedené touto vrstvou za dobu τ platí

$$Q = 2\pi rl \lambda \tau \frac{dt}{dr} .$$



Obr. 11

Odtud vyjádříme

$$dt = \frac{Q}{2 \pi l \lambda \tau} \cdot \frac{dr}{r}.$$

Pro rozdíl teplot v obalu dostaneme

$$t_2 - t_1 = \frac{Q}{2 \pi l \lambda \tau} \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2 \pi l \lambda \tau} \cdot \ln \frac{r_1}{r_2},$$

odtud

$$Q = \frac{2 \pi l \lambda \tau (t_2 - t_1)}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$$

a pro zadané hodnoty: $Q \doteq 1,5 \cdot 10^9 \text{ J}$.

b) Pro zadané hodnoty vyjde $Q_0 \doteq 1,5 \cdot 10^{10} \text{ J}$.

c) Při použití izolačního obalu se ztráty tepelné energie zmenší asi na 10 %.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V tenkostěnné skleněné kouli o poloměru R vidíme dva obrazy velmi tenkého a krátkého plamene, vznikající odrazem světla na blízké a na vzdálené části stěny koule. Poměr velikostí obrazů je p .

a) Charakterizujte každý z obou obrazů.

b) Určete vzdálenost středu koule od plamene. Provedte diskusi parametru p .

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $R = 2,0$ cm,

$$p = \frac{19}{21}.$$

Poznámka: Je výhodné použít ke znázornění obrazů paprsky spojující svítící bod s vrcholem zrcadla.

Řešení:

a) - obr. 12.

Část stěny (1) je kulové zrcadlo vypuklé, které dává obraz neskutečný, zmenšený, vzpřímený, y_1 ; část stěny (2) je kulové zrcadlo duté, které dává obraz skutečný, zmenšený, obrácený, y_2 .

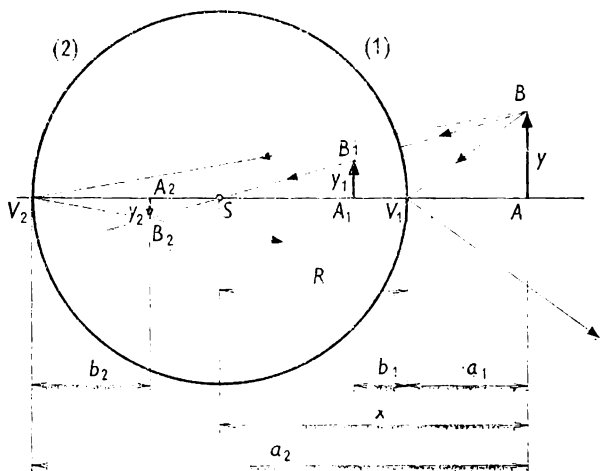
b) Z podobnosti trojúhelníků ABV_1 a $A_1B_1V_1$

$$\frac{y_1}{y} = \frac{b_1}{a_1}, \quad (1)$$

$$a_1 = x - R, \quad (2)$$

a protože

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = -\frac{2}{R}, \text{ vyjádříme}$$



Obr. 12

$$b_1 = \frac{(x - R) R}{2x - R} . \quad (3)$$

Dosadíme do (1) z (2) a (3) a dostaneme

$$\frac{y_1}{y} = \frac{R}{2x - R} . \quad (4)$$

Z podobnosti trojúhelníků ABV_2 a $A_2B_2V_2$ platí

$$\frac{y_2}{y} = \frac{b_2}{a_2} , \quad (5)$$

$$a_2 = x + R. \quad (6)$$

Protože

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{2}{R}, \text{ vyjádříme}$$

$$b_2 = \frac{(x + R) R}{2x + R}. \quad (7)$$

Dosadíme do (5) z (6) a (7):

$$\frac{y_2}{y} = \frac{R}{2x + R}. \quad (8)$$

Ze (4) a (8) dostaneme

$$p = \frac{y_2}{y_1} = \frac{2x - R}{2x + R}. \quad (9)$$

Protože x a R jsou kladné veličiny, $x > R$, je vždy $0 < p < 1$.

Z (9) určíme

$$x = \frac{R(1 + p)}{2(1 - p)}$$

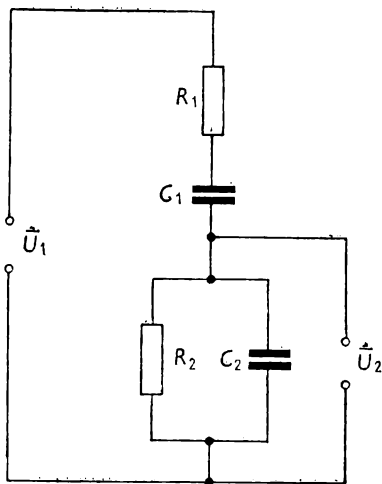
a pro zadané hodnoty: $x = 20 \text{ c}$.

4. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Obvod podle obr. 13 je zapojen jako kmitočtově závislý dělič napětí. Jeho napěťový přenos je definován podílem

$$\beta = \frac{U_2}{U_1}.$$

- Stanovte napěťový přenos β jako funkci kmitočtu f .
- Při kterém kmitočtu f_0 má napěťový přenos maximální hodnotu?



Obr. 13

- c) Stanovte tuto hodnotu β_0 .
- d) Jaké je při kmitočtu f_0 fázové posunutí mezi napětími $\vec{U}_2$ a $\vec{U}_1$?
- e) Při kterých kmitočtech f_1, f_2 platí $\frac{\beta}{\beta_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$?
- f) Stanovte šířku kmitočtového pásma mezi těmito kmitočty.
- Po obecném vyřešení řešte části b), c), e), f) pro hodnoty $R_1 = R_2 = 1,0 \cdot 10^5 \, \Omega$, $C_1 = C_2 = 1,0 \cdot 10^{-9} \, \text{F}$.

Řešení:

a) Označme $\omega = 2\pi f$ obecný úhlový kmitočet. Potom vyjádříme napěťový přenos v komplexním tvaru

$$\beta = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{\frac{R_2}{\frac{j\omega C_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}}}{\frac{\frac{R_2}{\frac{j\omega C_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}} + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}}$$

a po úpravě

$$\beta = \frac{R_2 C_1}{R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2 + j \left(\omega R_1 R_2 C_1 C_2 - \frac{1}{\omega} \right)}. \quad (1)$$

Napěťový přenos vyjádříme jako absolutní hodnotu pravé strany (1).

b) Maximální hodnotu β_0 má napěťový přenos β pro úhlový kmitočet ω_0 , při němž imaginární část ve jmenovateli vztahu (1) je nulová, neboť pro tento kmitočet má jmenovatel nejmenší absolutní hodnotu. Z této podmínky dostaneme

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}.$$

c) Dosazením do (1) dostaneme

$$\beta_0 = \frac{R_2 C_1}{R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2}. \quad (2)$$

d) Protože β_0 je reálná kladná veličina, je napětí $\bar{U}_2 = \beta_0 \bar{U}_1$ v souhlasné fázi s napětím $\bar{U}_1$.

e) Z (1) a (2) dostaneme úpravou

$$\frac{\beta}{\beta_0} = \frac{1}{\omega R_1 R_2 C_1 C_2 - \frac{1}{\omega} + j \frac{R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2}{\omega}}$$

Nyní je $\frac{\beta}{\beta_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, když imaginární část jmenovatele je buď $+1$, nebo -1 . Z těchto podmínek plynou dvě kvadratické rovnice, jedna pro ω_1 , druhá pro ω_2 . Obě mají dvě reálná řešení, ale jedno z nich je v obou případech záporné. Vyhovují jen kladná řešení

$$f_{1,2} = \frac{1}{2\pi \cdot 2R_1 R_2 C_1 C_2}$$

$$\cdot \left(\sqrt{(R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2)^2 + 4 R_1 R_2 C_1 C_2} \pm \right. \\ \left. \pm (R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2) \right).$$

f) Kmitočtové pásmo mezi těmito kmitočty má šířku

$$B = f_1 - f_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 R_2 C_1 C_2}.$$

Pro zadané hodnoty: $f_0 \doteq 1,6$ kHz, $f_1 \doteq 5,3$ kHz, $f_2 \doteq 490$ Hz, $B \doteq 4,8$ kHz.

5. úloha (navrhli dr. Rastislav Baník a dr. Ivan Baník)

Vyšetrovanie závislosti odporu kovu a polovodiča od teploty

Vyšetrite závislosť odporu kovu a polovodiča od teploty, zostrojte grafy týchto závislostí pre obidva prípady a určte hodnoty teplotných odporových súčiniteľov kovu a polovodiča. Výsledky merania zhodnoťte a teoreticky odôvodnite.

Pomôcky:

Kovový hrnček s vrchnákom, na ktorom je upevnený termistor a kovová cievka, vrchnák má otvor na zasunutie teplomera; elektrický varič; teplomer liehový s merným rozsahom 0°C — 100°C ; azbestová platnička rozmerov 10×10 cm; vodiče, dvojvodiče, krokosvorky a odporový drôt; ihla alebo špendlík; milimetrový papier; dĺžkové meradlo s milimetrovým delením, dlhé 1 m; slúchadlo, $4000\ \Omega$; transformátorový olej, asi 0,5 l; polovodič - termistor; kovová (medená) cievka; rezistory $10\ \Omega$, $150\ \Omega$, $470\ \Omega$, $1,2\ \text{k}\Omega$, $5,1\ \text{k}\Omega$; páčkový spínač; batéria napätia 4,5 V; reostat posuvný alebo otočný s odporom asi $100\ \Omega$; nádoba na olej; kus handry na chytanie horúceho hrnčeka a na prípadné utieranie oleja; páčkový prepínač.

Postup:

1. Návrh schémy zapojenia.
2. Zostavenie aparatury.
3. Meranie odporov pri 15 rôznych teplotách, zapísanie výsledkov do tabuliek. Stanovenie teplotných odporových súčiniteľov.
4. Zostrojenie grafov.
5. Zhodnotenie a odôvodnenie výsledkov.

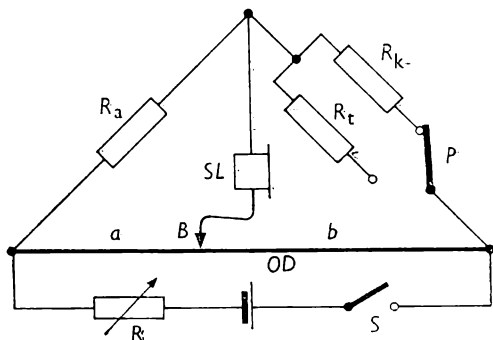
Poznámky:

1. Teplota oleja môže byť pri meraní zvyšovaná maximálne na 90°C ; pri ďalšom zahrievaní by hrozilo vzkypanie oleja.
2. Pri meraní je potrebné dávať pozor na horúce časti zariadenia, na rozpalený varič, na horúci hrnček s olejom. Pri manipulovaní s horúcim hrnčekom používame handru. Dbáme na to, aby nedochádzalo ku opaľovaniu vodičov od horúceho hrnčeka a variča.

3. Dbáme o maximálne šetrenie zdrojov elektromotorického napätia, tieto zapínáme len pri skutočnom meraní.

Riešenie:

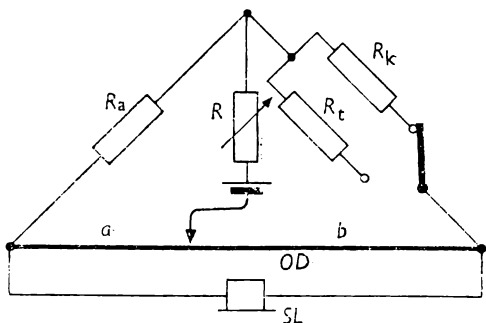
1. Zapojenie urobíme podľa schémy na obr. 14, kde R_a je známy odpor rezistora, R_k odpor medenej cievky, R_t odpor termistora, SL slúchadlo, P prepínač, OD odporový drôt, B bežec, S spínač, R reostat.



Obr. 14

Z hľadiska šetrenia batérie je výhodnejší spôsob zapojenia podľa schémy na obr. 15; prúd z batérie prechádza len pri dotyku bežca s odporovým drôtom.

K meraniu odporov teda použijeme metódu Wheastonovho môstíka. Odporový drôt s dĺžkovým meradlom tvorí hlavnú časť odvodu. Použijeme známe odpory, ktoré sú k dispozícii, a na vyvažovanie môstíka slúchadlo, v tomto prípade nám bude slúžiť ako pomerne citlivý indikátor nuly. Máme k dispozícii jednosmerný zdroj, plochú batériu napätia 4,5 V. Bežcom (banánik na konci vodiča opatríme krokosvorkou a do nej upneme špendlík) sa dotýkame na



Obr. 15

rôznych miestach odporového drôtu, pri dotyku a prerušení spojenia počuť vo všeobecnosti v slúchadle slabé praskanie, niekde je slabšie, inde silnejšie, na jednom mieste odporového drôtu nepočuť pri takomto dotýkaní a prerušovaní žiadne praskanie v slúchadle. To je hľadaný bod vyváženia môtíka.

Ak nám takýto bod vychádza príliš ďaleko na jednom, alebo na druhom konci odporového drôtu, vymeníme známy odpor za iný.

Pre bod vyváženia môtíka platí

$$R_k : R_a = b : a \quad \text{príp.} \quad R_t : R_a = b : a,$$

kde a , b sú dĺžky úsekov odporového drôtu, ak je môtík vyvážený.

2. Zostavíme môtík. Do kovového hrnčeka nalejeme olej. Na hrnček položíme vrchnák - víko s upevneným termistorom a medenou cievkou, ktoré sa takto ponoria do oleja. Cez otvor vo víku zasunieme do oleja teplomer, ktorým meriame jeho teplotu. Vedľa nádoby postavíme varič.

Potom postupne pri meraní budeme prikladaním na varič zvyšovať teplotu oleja a tým aj termistora a kovovej cievky.

Tabuľka 11

č.	t C°	R_a Ω	a cm	b cm	R_k Ω	Δt K	ΔR Ω	$\alpha \cdot 10^3$ K ⁻¹
1.	26	470	51,4	48,6	444			
2.	30	470	51,2	48,8	448	4	4	2,3
3.	36	470	50,4	49,6	463	6	15	5,6
4.	41	470	50,0	50,0	470	5	7	3,0
5.	48	470	49,8	50,2	474	7	4	1,2
6.	53	470	49,4	50,6	481	5	7	3,0
7.	59	470	48,7	51,3	495	6	14	4,9
8.	64	470	48,2	51,8	505	5	10	4,0
9.	68	470	47,7	52,3	515	4	10	5,0
10.	73	470	47,4	52,6	522	5	7	2,7
11.	76	470	47,0	53,0	530	3	8	5,1
12.	78	470	46,8	53,2	534	2	4	3,8
13.	81	470	46,5	53,5	541	3	7	4,4
14.	85	470	46,2	53,8	547	4	8	2,8
15.	86	470	46,0	54,0	552	1	5	9,1

Teplotu meriame teplomerom, po krátkodobom ustálení a premiešavaním jemným pohybom víčka považujeme takto nameranú teplotu i za teplotu termistora a medenej cievky.

Hrnček chytáme handrou, kladieme ho z variča na azbestovú podložku položenú na stole povedľa variča.

3. Meriame odpory cievky a termistora pri rôznych teplotách. Ohrievanie robíme v intervale teplôt od izbovej teploty až asi po 90 °C. Postupne vykonáme asi 15 meraní. Krátkodobé prikladanie hrnčeka na varič podľa potreby predlžujeme alebo skracujeme, na základe skúseností získaných pri meraniach na začiatku.

Tabuľka 12

č.	t °C	R_a Ω	a cm	b cm	R_t Ω	Δt K	ΔR Ω	$\alpha \cdot 10^2$ K ⁻¹
1.	26	470	45,4	54,8	565			
2.	30	470	48,1	51,9	507	4	-58	-2,6
3.	36	470	50,5	49,5	461	6	-46	-1,5
4.	41	470	55,1	44,9	383	5	-78	-3,4
5.	48	470	59,8	40,2	316	7	-67	-2,5
6.	52	470	61,9	38,1	289	4	-27	-2,1
7.	59	470	66,8	33,2	234	7	-55	-2,7
8.	65	470	69,8	30,2	203	6	-31	-2,2
9.	68	150	43,5	56,5	195	3	- 8	-1,3
10.	73	150	45,2	54,8	182	5	-13	-1,3
11.	76	150	46,3	53,7	174	3	- 8	-1,5
12.	78	150	47,1	52,9	168	2	- 6	-1,7
13.	82	150	49,4	50,6	154	4	-14	-2,1
14.	84	150	51,5	48,5	141	2	-13	-4,2
15.	87	150	52,6	47,4	135	3	- 6	-0,6

Namerané a vypočítané hodnoty sú zapísané v tabuľkách 11 a 12.

Na základe dvoch susedných meraní teplôt a odporov stanovíme pre danú oblasť teplotný odporový súčiniteľ:

$$\alpha_k = \frac{\Delta R_k}{R_k \cdot \Delta t} \text{ pre cievku, } \alpha_t = \frac{\Delta R_t}{R_t \cdot \Delta t} \text{ pre termistor,}$$

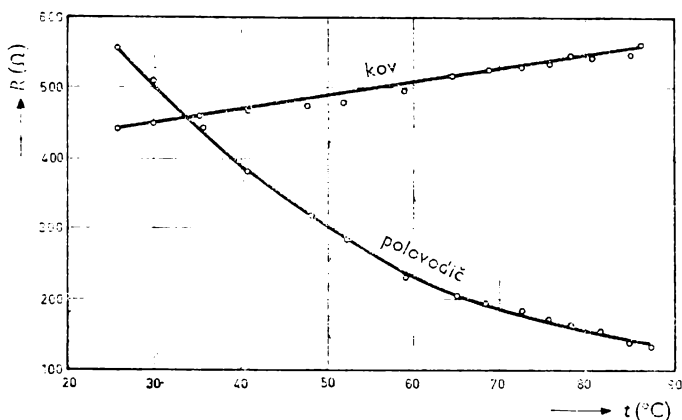
kde ΔR_k je rozdiel odporu pri vyššej teplote a odporu pri nižšej teplote pre dve susedné merania, a podobne je to pre ΔR_t ; Δt je prírastok teploty pri dvoch susedných meraniach.

Predpokladá sa, že ide o malé teplotné zmeny.

4. Grafy sú na obr. 16.

5. So zvyšujúcou sa teplotou sa zväčšuje intenzita kmitavého pohybu kryštálovej mriežky, ktorá kladie usmernenému pohybu elektrónov väčšie prekážky.

Odpor polovodiča sa s rastúcou teplotou znižuje, alebo sa zväčšuje koncentrácia voľných nosičov náboja, elektrónov a dier.



Obr. 16

2. Úlohy kategorie B

Úlohy a jejich řešení recenzovali doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Umělá družice Země, jejíž hmotnost je m , má přistát na povrchu Země; předpokládáme, že v poslední fázi se pohybuje po svislé dráze z výšky h nad povrchem Země, kde má rychlost v_h .

a) Účinkem brzdících raket a odporu vzduchu působí na družici stálá brzdící síla F . Určete její velikost, jestliže při dotyku s povrchem Země je rychlost družice nulová.

b) Jakou dobu Δt trvá sestup družice z výšky h ?

Tíhové zrychlení g do výšky h nad povrchem Země považujte za stálé. Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $m = 125 \text{ kg}$, $h = 50 \text{ km}$, $v_h = 10\,800 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

a) Družice má na své oběžné dráze vzhledem k Zemi celkovou energii $E = E_k + E_p$, kde $E_k = \frac{1}{2} m v_h^2$ je energie kinetická, $E_p = mgh$ tíhová energie potenciální:

$$E = \frac{1}{2} m v_h^2 + mgh.$$

Brzdná síla působí na dráze délky h a vykoná práci $W = Fh$. Z rovnosti $E = W$, která plyne ze zadání, dostaneme

$$F = m \left(\frac{v_h^2}{2h} + g \right),$$

pro zadané hodnoty: $F \doteq 12 \text{ kN}$.

b) Pohyb družice je rovnoměrně zpomalený, se zrychlením

$$a = g - \frac{F}{m} = - \frac{v_h^2}{2h} . \quad (1)$$

Počáteční rychlost je v_h , konečná rychlost je nulová, takže

$$v_h + a \cdot \Delta t = 0; \quad \Delta t = - \frac{v_h}{a}$$

a po dosazení z (1)

$$\Delta t = \frac{2h}{v_h} ,$$

pro zadané hodnoty: $\Delta t \doteq 33$ s.

2. úloha (navrhl František Černický)

Dusík v počátečním stavu (1) je uzavřen ve válcové nádobě pístem, který se může pohybovat bez tření. Dusík má hmotnost m , teplotu T_1 a tlak p_1 .

Izobarickým dějem přejde do stavu (2), v němž má objem V_2 a teplotu T_2 , $T_2 > T_1$. Izotermickým dějem dále přejde do stavu (3), přičemž se jeho objem změní na V_3 a tlak na p_3 , $p_3 > p_1$. Do stavu (4) přejde dusík izochorickým dějem, jeho tlak se změní na p_4 a teplota na T_4 .

- Určete objem V_1 a hustotu ρ dusíku ve stavu (1).
- Určete teplotu T_2 dusíku ve stavu (2), teplo ΔQ , které přijal při přechodu ze stavu (1) do stavu (2), a práci ΔW , kterou přitom vykonal.
- Určete tlak p_3 dusíku ve stavu (3).
- Určete teplotu T_4 dusíku ve stavu (4).
- Určete přírůstek ΔU vnitřní energie dusíku ve stavu (4) vzhledem ke stavu (1).

Po výpočtu hodnot tlaku a objemu nakreslete diagram $p - V$ těchto dějů a pomocí něho rozhodněte, zda plyn při přechodu ze stavu (1) do stavu (4) vykonal práci, nebo zda práce byla vykonána působením vnější síly na plynné těleso.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $m = 2,00 \text{ kg}$, $T_1 = 273 \text{ K}$, $M_m = 28,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $V_2 = 3,20 \text{ m}^3$, $V_3 = 1,60 \text{ m}^3$, $p_1 = p_4 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $c_p = 1,02 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\kappa = 1,40$, $R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Řešení:

a) Ze stavové rovnice vyjádříme

$$V_1 = \frac{m R_m T_1}{M_m p_1}, \quad (1)$$

pro zadané hodnoty: $V_1 \doteq 1,60 \text{ m}^3$.

Hustota dusíku

$$\varrho = \frac{m}{V_1} = \frac{M_m p_1}{R_m T_1},$$

pro zadané hodnoty: $\varrho \doteq 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

b) Pro izobarický děj platí $V_1 : V_2 = T_1 : T_2$, odtud s přihlédnutím k (1)

$$T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2 M_m p_1}{m R_m}, \quad (2)$$

pro zadané hodnoty: $T_2 \doteq 545 \text{ K}$.

Při izobarickém ději přijal plyn teplo, s přihlédnutím k (2):

$$\Delta Q = m c_p (T_2 - T_1) = m c_p T_1 \left(\frac{V_2 M_m p_1}{m R_m T_1} - 1 \right)$$

a vykonal práci

$$\Delta W = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 \left(V_2 - \frac{m R_m T_1}{M_m p_1} \right),$$

pro zadané hodnoty: $\Delta Q \doteq 5,54 \cdot 10^5 \text{ J}$, $\Delta W \doteq 1,61 \cdot 10^5 \text{ J}$.

c) Pro izotermický děj platí $p_1 V_2 = p_3 V_3$, takže

$$p_3 = p_1 \frac{V_2}{V_3} \quad (3)$$

a pro zadané hodnoty: $p_3 \doteq 2,02 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

d) Pro izochorický děj platí $p_4 : p_3 = T_4 : T_2$, odtud

$$T_4 = T_2 \frac{p_4}{p_3} = \frac{p_4 V_3 M_m}{m R_m}, \quad (4)$$

pro zadané hodnoty: $T_4 \doteq 273 \text{ K}$.

e) Při přechodu z počátečního stavu do konečného se vnitřní energie plynu změní o

$$\Delta U = m c_V (T_4 - T_1) = m \frac{c_p}{\kappa} (T_4 - T_1)$$

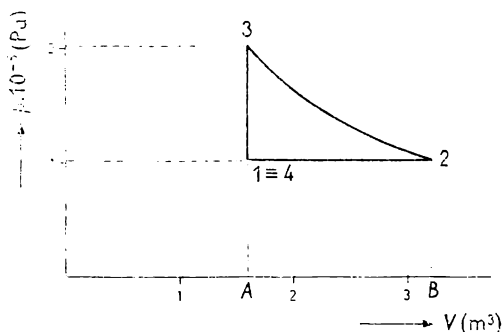
a po dosazení z (4)

$$\Delta U = m \frac{c_p}{\kappa} T_1 \left(\frac{p_4 V_3 M_m}{m R_m T_1} - 1 \right),$$

pro zadané hodnoty: $\Delta U \doteq 0 \text{ J}$.

Pro zadané hodnoty je konečný stav totožný s počátečním. Diagram $p - V$ je na obr. 17.

Práce W_1 vykonaná působením vnější síly je geometricky dána obsahem obrazce $AB23A$, práce W_2 vykonaná plynem je geometricky dána obsahem obrazce $AB21A$. Pro uzavřený cyklický děj je tedy $W_1 > W_2$, tj. práce byla vykonána vnější silou působící na plyné těleso.



Obr. 17

3. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Homogenní tyč obdélníkového průřezu o rozměrech a , b a délce l je zavěšena jedním koncem v pevné horizontální ose, která je rovnoběžná s hranou tyče délky a . V blízkosti je na vlákně délky l zavěšena kulička. Obě tělesa mají stejné hmotnosti. Tyč i vlákno s kuličkou vychýlíme ze svislé polohy tak, aby vlákno zůstalo napnuté, a obě tělesa současně uvolníme.

- Vysvětlíte, jaký pohyb obě tělesa konají.
- Když výchylka tyče i vlákna od svislého směru byla $\varphi < 5^\circ$, určete, které z těles se vrátí do rovnovážné polohy dříve. Vypočítejte dobu Δt mezi prvním průchodem těles rovnovážnou polohou.
- Když výchylka tyče a vlákna s kuličkou $\varphi_1 = 60^\circ$, vypočítejte rychlosti v_1 , v_2 kuličky a konce tyče při průchodu rovnovážnou polohou.

Tření v ose a odpor prostředí při pohybu těles neuvažujte. Vlákno se působením tíže a jiných sil při pohybu kuličky neprodukuje a jeho hmotnost je zanedbatelná vůči hmotnosti kuličky.

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty $b = 0,015 \text{ m}$, $l = 1,00 \text{ m}$.

Poznámka:

Moment setrvačnosti tyče vzhledem k dané ose otáčení je

$$I = \frac{1}{12} m (b^2 + 4 l^2) .$$

Řešení:

a) Tyč i kulička konají netlumený kmitavý pohyb. Tyč představuje kyvadlo fyzické, zavěšená kulička kyvadlo matematické.

b) Kulička se dostane poprvé do rovnovážné polohy za dobu t_1 , tyč za dobu t_2 , přičemž

$$t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} ; \quad t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{I}{D}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{4 l^2 + b^2}{6 g l}} ,$$

$$\text{protože } I = \frac{m}{12} (4 l^2 + b^2), \quad D = \frac{1}{2} m g l .$$

Rozdíl obou dob dostaneme úpravou

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{b^2}{6 l^2}} - 1 \right) .$$

Jsou možné tři případy, a to

$$\Delta t \geq 0 , \text{ když } b \geq l \sqrt{2} .$$

V prvním případě $t_1 < t_2$, rovnovážnou polohou projde nejprve kulička. V druhém případě $t_1 = t_2$, kulička i tyč

projdou rovnovážnou polohou současně. V třetím případě projde rovnovážnou polohou nejprve tyč.

Pro zadané hodnoty: $\Delta t \doteq -0,092$ s, tyč projde rovnovážnou polohou dřív než kulička.

c) Při vychýlení o úhel φ získá kulička vzhledem k úrovni své rovnovážné polohy tíhovou potenciální energii

$$E_p = mgl(1 - \cos \varphi),$$

při průchodu rovnovážnou polohou má kinetickou energii

$$E_k = \frac{1}{2} m v_1^2 .$$

Z rovnosti $E_p = E_k$ dostaneme

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \varphi)} .$$

Tyč při vychýlení získá tíhovou potenciální energii

$$E_p' = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \varphi) ,$$

při průchodu rovnovážnou polohou má kinetickou energii

$$\begin{aligned} E_k' &= \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I \frac{v_2^2}{l^2} = \\ &= \frac{1}{24} m (4l^2 + b^2) \frac{v_2^2}{l^2} . \end{aligned}$$

Z rovnosti $E_p' = E_k'$ dostaneme

$$v_2 = 2l \sqrt{\frac{3gl(1 - \cos \varphi)}{4l^2 + b^2}} .$$

Pro zadané hodnoty: $v_1 \doteq 3,1$ m.s⁻¹, $v_2 \doteq 3,8$ m.s⁻¹.

4. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

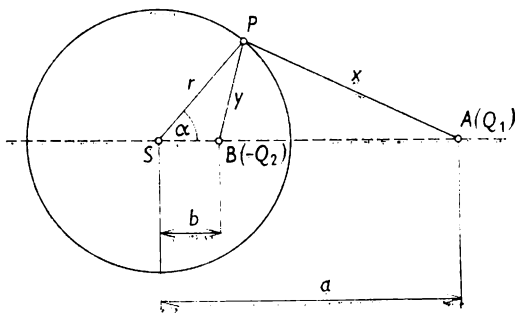
Bod S je středem kulové plochy o poloměru r . Ve vzdálenosti a od bodu S je bod A , $a > r$. V bodě A je umístěn kladný bodový náboj Q_1 . Uvnitř koule je na spojnici SA záporný bodový náboj Q_2 takový, že výsledný potenciál na celé kulové ploše je nulový.

- Stanovte náboj Q_2 a jeho vzdálenost b od středu S .
- Proveďte diskusi výsledku vzhledem k veličinám a , r .
- Uvažte případ, že bod S se od bodu A bez omezení vzdaluje po přímce AS , přičemž však délka $d = a - r$ se nemění.

Řešení:

a) — obr. 18.

Označme B bod, v němž je náboj Q_2 ; na kouli zvolíme libovolný bod P , jehož vzdálenosti od bodů A , B označíme x , y . V bodě P je potenciál



Obr. 18

$$V = k \frac{Q_1}{x} - k \frac{Q_2}{y}, \quad (1)$$

kde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ je konstanta úměrnosti, ϵ permitivita prostředí.

Označme dále α úhel, který spojnice SP svírá se spojnicí SA . Z trojúhelníku SAP vyjádříme pomocí kosinové věty

$$x^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos \alpha, \quad (2)$$

obdobně z trojúhelníku SBP

$$y^2 = b^2 + r^2 - 2br \cos \alpha. \quad (3)$$

Poněvadž v bodě P , podle zadání, je potenciál nulový, dostáváme z (1)

$$\frac{Q_1^2}{x^2} = \frac{Q_2^2}{y^2} \text{ neboli } \frac{Q_1^2}{Q_2^2} = \frac{x^2}{y^2}$$

a po dosazení z (2) a (3)

$$\frac{Q_1^2}{Q_2^2} = \frac{a^2 + r^2 - 2ar \cos \alpha}{b^2 + r^2 - 2br \cos \alpha} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a + \frac{r^2}{a} - 2r \cos \alpha}{b + \frac{r^2}{b} - 2r \cos \alpha}. \quad (4)$$

Podíl (4) má být stejný pro všechny body uvažované kulové plochy, tj. nezávislý na úhlu α . To je možné právě tehdy, když

$$a + \frac{r^2}{a} = b + \frac{r^2}{b} \text{ neboli } ab = r^2. \quad (5)$$

Pro tento případ dostáváme z (4)

$$\frac{Q_2^2}{Q_1^2} = \frac{b}{a}. \quad (6)$$

Ze vztahů (5), (6) dostaneme výsledky

$$b = \frac{r^2}{a}, \quad |Q_2| = Q_1 \frac{r}{a}. \quad (7)$$

b) Pro $r = a$, tj. když bod A leží na kouli, plyne z (7), že $b = r$, $|Q_2| = Q_1$, tj. náboje jsou souměrné a stejně velké, výsledný náboj je nulový.

Když se vzdálenost a zvětšuje, blíží se bod B středu S koule a velikost náboje Q_2 klesá k nule. Pro $a \rightarrow \infty$ je $b = 0$, $Q_2 = 0$.

c) Z druhého ze vztahů (7) dostáváme, položíme-li $a = r + d$, kde d je konstantní délka:

$$|Q_2| = Q_1 \frac{r}{r + d}.$$

Poněvadž

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{r + d} = 1,$$

je v případě, že místo koule uvažujeme rovinu, $|Q_2| = Q_1$ a z (6) nalezneme, že oba náboje jsou položeny souměrně podle uvažované roviny.

5. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Dvojvodičovým elektrickým vedením sa prenáša elektrická energia z jednosmerného zdroja, ktorého napätie je U_0 , do troch spotrebičov, ktoré sú vo vzdialenostiach l_1 , l_2 a l od zdroja napätia, $l_1 < l_2 < l$, l je celková dĺžka vedenia. Jednotlivými spotrebičmi prechádzajú prúdy I_1 , I_2 , I_3 . Vodiče vedenia sú homogénne, majú prierez S a merný odpor ρ .

a) Určte napätia U_1 , U_2 , U_3 , ktoré sú na jednotlivých spotrebičoch.

b) Určte celkový úbytok ΔU napätia na elektrickom vedení.

- c) Určte prierez S_p vedenia tak, aby napätie na spotrebičoch nepokleslo pod hodnotu $U_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)$, t.j. aby úbytok napätia nebol väčší ako $p\%$ z hodnoty napätia U_0 zdroja.
- d) Určte prúd I_v , ktorý by prechádzal jediným spotrebičom umiestneným na konci vedenia, pričom celkový úbytok $\Delta U'$ napätia by bol rovnaký ako celkový úbytok ΔU pri pripojení troch uvedených spotrebičov.
- e) Určte vzdialenosť l_v na vedení tak, aby všetky tri spotrebiče zapojené v tomto mieste spôsobili úbytok $\Delta U''$ napätia, pričom platí $\Delta U'' = \Delta U$. Spotrebičmi takto zapojenými prechádza prúd $I_1 + I_2 + I_3$.
- f) Vypočítajte straty ΔP príkonu P na elektrickom vedení.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $U_0 = 220 \text{ V}$, $l_1 = 200 \text{ m}$, $l_2 = 400 \text{ m}$, $l = 500 \text{ m}$, $I_1 = 20 \text{ A}$, $I_2 = 30 \text{ A}$, $I_3 = 10 \text{ A}$, $S = 50 \text{ mm}^2$, $\varrho = 0,024 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$, $p = 8$.

Riešenie:

$$\begin{aligned} \text{a) Označíme } I_{01} &= I_1 + I_2 + I_3, I_{02} = I_2 + I_3, \\ I_{03} &= I_3; \\ l_{01} &= l_1, l_{02} = l_2 - l_1, \\ l_{03} &= l - l_2 = l - (l_{01} + l_{02}). \end{aligned}$$

Potom platí

$$U_1 = U_0 - \frac{2 \varrho}{S} l_{01} I_{01},$$

$$U_2 = U_0 - \frac{2 \varrho}{S} \sum_1^2 l_{0i} I_{0i},$$

$$U_3 = U_0 - \frac{2 \varrho}{S} \sum_1^3 l_{0i} I_{0i}.$$

b) Pre ΔU platí

$$\Delta U = U_0 - U_3 = \frac{2 \varrho}{S} \sum_1^3 l_{0i} I_{0i} .$$

c) Aby úbytok ΔU bol nanajvýš rovný $U_0 \cdot \frac{p}{100}$, musí platiť

$$\frac{p U_0}{100} \geq \Delta U = \frac{2 \varrho}{S_p} \sum_1^3 l_{0i} I_{0i} ;$$

potom

$$S_p \geq \frac{200 \varrho}{p U_0} \sum_1^3 l_{0i} I_{0i} .$$

d) Pre I_v možno písať

$$\frac{2 \varrho l}{S} I_v = \Delta U' = \Delta U = \frac{2 \varrho}{S} \sum_1^3 l_{0i} I_{0i}$$

a z toho

$$I_v = \frac{\sum_1^3 l_{0i} I_{0i}}{l} .$$

e) Pre l_v možno písať

$$\frac{2 \varrho l_v}{S} I_{01} = \Delta U'' = \Delta U = \frac{2 \varrho}{S} \sum_1^3 l_{0i} I_{0i}$$

a z toho

$$l_v = \frac{\sum_1^3 l_{0i} I_{0i}}{I_{01}} .$$

f) Straty príkonu sú

$$\Delta P = \frac{2 \varrho}{S} \sum_1^3 l_{0i} I_{0i}^2.$$

Riešenie pre zadané hodnoty:

Podľa označenia je $I_{01} = 60 \text{ A}$, $I_{02} = 40 \text{ A}$, $I_{03} = 10 \text{ A}$,
 $l_{01} = 200 \text{ m}$, $l_{02} = 200 \text{ m}$, $l_{03} = 100 \text{ m}$.

Potom pre zadané hodnoty:

a) $U_1 \doteq 208 \text{ V}$, $U_2 \doteq 201 \text{ V}$, $U_3 \doteq 200 \text{ V}$;

b) $\Delta U \doteq 20 \text{ V}$;

c) $S_p \geq 57 \text{ mm}^2$;

d) $I_v = 42 \text{ A}$;

e) $l_v = 350 \text{ m}$;

f) $\Delta P \doteq 1,01 \text{ kW}$.

6. úloha (navrhol dr. Václav Koubek)

Vyšetrovanie fyzikálnej závislosti

Pomôcky:

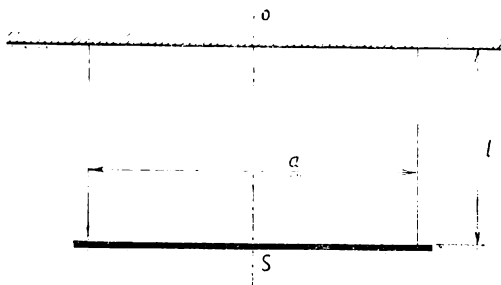
stojan, tenká niť, stopky, libela, dĺžkové meradlo, tenká homogénna tyč dĺžky asi 30 cm.

Úloha:

Experimentálne určiť funkciu

$$T = T(l; a), \quad (1)$$

kde T je doba kmitu tenkej tyče zavesenej na bifilárnom závese (obr. 19), l dĺžka závesu, a vzdialenosť rovnobežných vlákien závesu.



Obr. 19

Príprava:

- a) Zavesíme niť na stojan tak, aby pozdĺžná os tyče bola vodorovná a aby rovnobežné vlákna závesu boli súmerne združené vzhľadom na zvislú os o prechádzajúcu stredom S tyče.
- b) Otočíme tyč o malý uhol (asi 5°) okolo osi o . Po uvoľnení tyč kmitá v horizontálnej rovine s periódou T .

Postup:

1. Funkcia $T = T(l)$, $a = \text{konšt.}$
 - a) Odmeriame vzdialenosť a .
 - b) Pomocou stopiek a dĺžkového meradla určíme približne také dve dĺžky l_A, l_B závesu, pri ktorých sa príslušnéperiódy T_A, T_B navzájom líšia asi o $\Delta T = 0,4$ s.
 - c) Meníme dĺžku l závesu a odmeriame 10 dvojíc hodnôt (l_i, T_i) z intervalu dĺžok $\langle l_A, l_B \rangle$. Namerané hodnoty zapíšeme do tabuľky (tab. A).
2. Funkcia $T = T(a)$, $l = \text{konšt.}$
 - a) Odmeriame dĺžku l .
 - b) Pomocou stopiek a dĺžkového meradla určíme približne také dve hodnoty vzdialenosti a , pri ktorých sa príslušnéperiódy navzájom líšia asi o $\Delta T = 0,4$ s.

- c) V stanovenom intervale vzdialenosti a odmeriame 10 dvojíc hodnôt (a_i, T_i) . Namerané hodnoty zapisujeme do tabuľky (tab. B).

Spracovanie nameraných hodnôt:

- a) Predpokladáme, že hľadaná funkcia (1) má tvar

$$T = K l^\alpha a^\beta, \quad (2)$$

kde K je konštanta a α, β neznáme konštanty, ktoré je potrebné určiť. Predpokladáme, že α, β sú racionálne čísla.

- b) Hodnoty z tabuľky A použijeme na zostrojenie grafu A v súradnicovom systéme $x = \log \{l\}, y = \log \{T\}$.
c) Funkciu (2) upravíme na tvar zodpovedajúci funkcii zobrazenej grafom A. Meraním na grafe určíme približnú hodnotu konštanty α .
d) Hodnoty z tabuľky B použijeme na zostrojenie grafu B v súradnicovom systéme $x = \log \{a\}, y = \log \{T\}$.
e) Funkciu (2) upravíme na tvar zodpovedajúci funkcii zobrazenej grafom B. Meraním na grafe určíme približnú hodnotu konštanty β .
f) Z nameraných hodnôt (tab. A, B) zostrojte grafy C a D funkcii

$$T = T(l); a = \text{konšt.}$$

$$T = T(a); l = \text{konšt.}$$

Vyjadrite tieto funkcie analyticky.

- g) Vyjadrite analyticky funkciu (2).

Riešenie:

Sústavu sme zostavili z dvoch stojanov, tenkej nite a železnej tyče s dĺžkou 40 cm. Períodu T sme zisťovali meraním

doby 10 periód so stopkami, čím sme dosiahli presnosť $\pm 0,005$ s. Pred každým meraním sme skontrolovali rozmery sústavy a vodorovnosť tyče. Rozmery sme určovali pravítkom s presnosťou $\pm 0,5$ mm.

Tabuľka 13

i	$\frac{l}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\log \{l\}$	$\log \{T\}$
1	22,4	1,50	1,350	0,176
2	21,4	1,47	1,330	0,167
3	20,0	1,42	1,301	0,152
4	19,0	1,39	1,279	0,143
5	18,0	1,35	1,255	0,130
6	17,0	1,31	1,230	0,117
7	16,0	1,27	1,204	0,104
8	15,0	1,23	1,176	0,0899
9	14,0	1,19	1,146	0,0755
10	13,0	1,15	1,114	0,0607

Tabuľka 14

i	$\frac{a}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\log \{a\}$	$\log \{T\}$
1	15,0	1,42	1,176	0,152
2	15,7	1,32	1,196	0,132
3	16,3	1,31	1,212	0,117
4	16,7	1,28	1,223	0,107
5	17,2	1,24	1,236	0,0934
6	17,7	1,20	1,248	0,0790
7	18,2	1,17	1,260	0,0680
8	18,8	1,14	1,274	0,0569
9	19,5	1,09	1,290	0,0374
10	20,0	1,06	1,301	0,0253

1. Z merania pri zvolenej vzdialenosti $a = 14$ cm sme zistili $l_A = 24$ cm, $l_B = 13$ cm, pri ktorých sa príslušné periódý líšia približne o 0,4 s. V tomto intervale dĺžok sme odmerali 10 dvojíc hodnôt (l_i, T_i), ktoré sú zapísané v tab. 13.

2. Pri zvolenej dĺžke kyvadla $l = 22$ cm sme podobným postupom namerali funkciu $T = T(a)$, namerané hodnoty sú v tab. 14.

Spracovanie nameraných hodnôt

Ak periódá takejto sústavy je daná funkciou (2), pre $\log \{T\}$ platí

$$\log \{T\} = \alpha \log \{l\} + \log K + \beta \log \{a\}. \quad (3)$$

Substitúciami

$$\begin{aligned} \log \{T\} &= y, \\ \log \{l\} &= x, \\ \log \{K\} + \beta \log \{a\} &= C \end{aligned} \quad (4)$$

funkcia (3) prejde do lineárneho tvaru

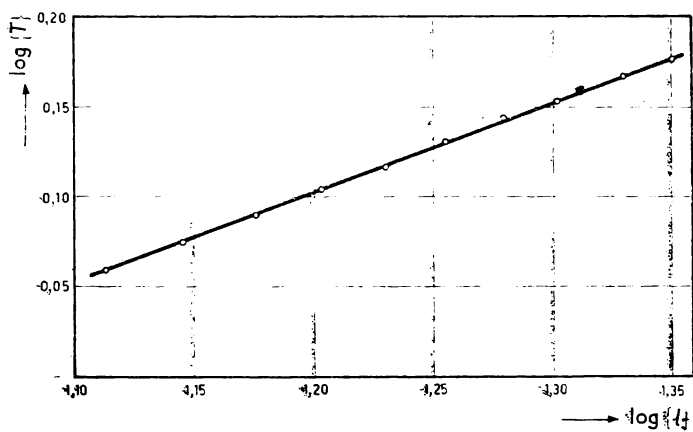
$$y = \alpha x = C. \quad (5)$$

Funkcia (5) je analytickou rovnicou priamky. Z grafu A (obr. 20) určíme α ako smernicu priamky a hodnotu C vypočítame z rovnice (5) dosadením známych hodnôt x, y, α .

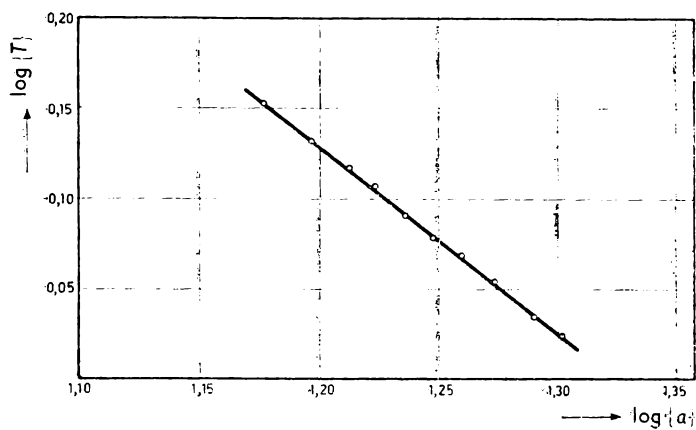
$$\begin{aligned} \alpha &= 0,50, \\ C &= -0,503. \end{aligned}$$

Logaritmickú funkciu (3) substitúciami

$$\begin{aligned} \log \{T\} &= y, \\ \log \{a\} &= x, \\ \log \{K\} + \alpha \log \{l\} &= C' \end{aligned} \quad (6)$$



Obr. 20



Obr. 21

upravíme do lineárneho tvaru

$$y = \beta x + C'. \quad (7)$$

Z grafu B (obr. 21) určíme najskôr β a potom z ľubovoľnej dvojice x, y a hodnoty β dosadením do vzťahu (6) vypočítame C' .

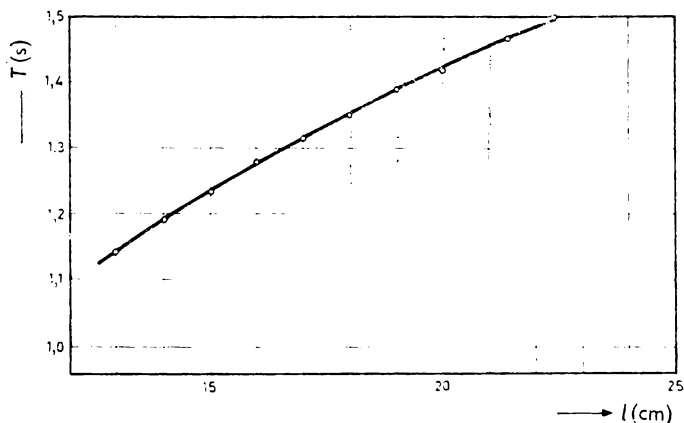
$$\begin{aligned} \beta &= -1,0, \\ C' &= 1,34. \end{aligned}$$

Analytické funkcie $T = T(l)$ a $T = T(a)$ dostaneme ako inverzné funkcie k funkciám (5) a (7):

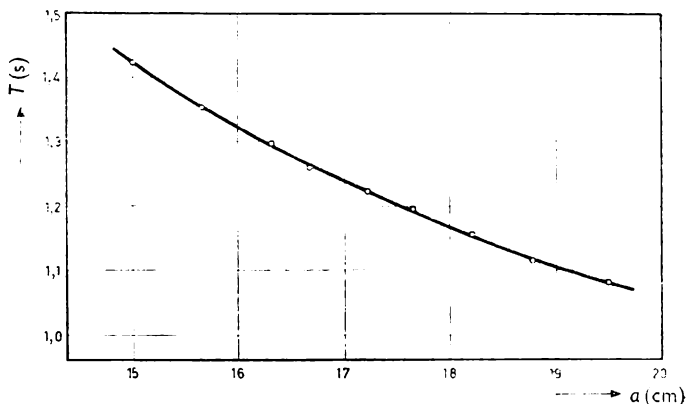
$$T = T(l) = 10^{C/l^a} = 10^{-0,503/l^{0,5}} = 0,31 \sqrt{l} \text{ [s; cm]},$$

$$T = T(a) = 10^{C'a^\beta} = 10^{1,34 \cdot a^{-1,0}} = 21,9 a^{-1} \text{ [s; cm]}.$$

Graf C (obr. 22) predstavuje časť hyperboly a graf D (obr. 23) časť paraboly.



Obr. 22



Obr. 23

Z rovníc (4) a (6) dosadením $a = 14$ cm, $l = 22$ cm a hodnôt C , β , C' , α vypočítame $K \doteq 4,5$.

Hľadaná funkcia (2) má potom tvar

$$T = 4,5 \cdot \frac{\sqrt{l}}{a} \quad [\text{s}; \text{cm}] .$$

Všetky odvodené funkcie predstavujú číselné fyzikálne vzťahy, kde dĺžky a , l sa dosadzujú v cm. Doba kmitu kyvadla je potom daná v sekundách.

Skutočne sa dá pre danú sústavu odvodiť perióda kmitov

$$T = \frac{2 \pi d}{\sqrt{3 g}} \cdot \frac{\sqrt{l}}{a} ,$$

kde d je dĺžka tyče a g tiažové zrýchlenie.

7. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Kosmická loď se pohybuje po kruhové oběžné dráze kolem Měsíce s dobou oběhu T . V určitém okamžiku se rozdělí na dvě tělesa téže hmotnosti: přistávací kontejner s přístrojovým vybavením a obíhající modul.

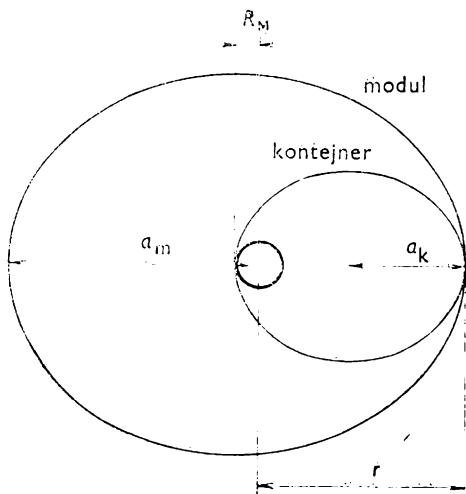
- Stanovte, po jakých drahách se budou po oddělení pohybovat obě tělesa, jestliže přistávací kontejner dopadne právě na opačné straně Měsíce tak, že spojnice místa rozpojení těles a místa dopadu kontejneru prochází středem Měsíce.
- Jakou rychlost má kontejner v periseleniu své dráhy, tj. na povrchu Měsíce? Za jakých okolností nastane »měkké přistání«?
- Jaké rychlosti budou mít kontejner a obíhající modul ihned po rozpojení?
- Za jakou dobu po rozpojení dopadne kontejner na povrch Měsíce?

Vliv ostatních těles (Země, Slunce) je zanedbatelný. Řešte nejprve obecně, potom pro $T = 2,00$ h; poloměr Měsíce $R_M = 1,738 \cdot 10^6$ m, hmotnost Měsíce $M_M = 7,374 \cdot 10^{22}$ kg, gravitační konstanta $\gamma = 6,670 \cdot 10^{-11}$ N.m².kg⁻².

Řešení:

Označíme r poloměr kruhové dráhy, po níž loď zprvu obíhá. Veličiny vztahující se ke kontejneru, popř. k modulu budeme značit indexy k, popř. m; veličiny vztahující se k aposeleniu, popř. periseleniu budeme značit indexy a, popř. p.

a) Po rozdělení lodě se obě tělesa pohybují po eliptických drahách. V okamžiku rozdělení je kontejner v aposeleniu své budoucí eliptické dráhy, periselenium je v těsné blízkosti povrchu Měsíce. Při rozdělení lodě na dvě tělesa je proto nutné, aby se rychlost kontejneru (ve směru tečny k oběžné kružnici) pomocným zařízením zmenšila. Podle zákona za-



Obr. 24

chování hybnosti se zároveň rychlost modulu zvětší, takže modul je ihned po rozdělení loď v periseleniu své eliptické dráhy (obr. 24).

Loď se pohybovala po kruhové dráze, jejíž střed byl ve středu Měsíce a poloměr

$$r = \sqrt[3]{\frac{\kappa M_M T^2}{4 \pi^2}} \doteq 1\,860 \text{ km}.$$

Hlavní poloosa eliptické dráhy kontejneru má proto délku

$$a_k = \frac{1}{2} (r + R_M) \doteq 1\,800 \text{ km}.$$

Excentricita elipsy $e_k = a_k - R_M \doteq 62 \text{ km}$ je velmi malá v porovnání s její hlavní osou, takže elipsa se jen málo liší od kružnice.

Modul se pohybuje rovněž po eliptické dráze. Délku její hlavní poloosy nalezneme pomocí zákona zachování hybnosti. Označme v rychlost lodě na oběžné kruhové dráze, přičemž

$$v = \frac{2 \pi r}{T} \doteq 1,623 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Označme dále v_{ka} rychlost kontejneru v okamžiku po rozdělení lodě. Pro tuto rychlost platí

$$v_{ka} = \sqrt{\kappa M_M \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_k} \right)} \doteq 1,595 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Modul má hmotnost stejnou jako kontejner, takže jeho rychlost se ihned po rozpojení zvětší o touž hodnotu, o jakou se rychlost kontejneru zmenšila. Označíme-li a_m délku hlavní poloosy oběžné elipsy modulu, dostaneme vztah

$$v_{mp} = 2 v - v_{ka} = \sqrt{\kappa M_M \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_m} \right)},$$

z něhož vyjádříme

$$a_m = \frac{r \kappa M_M}{2 \kappa M_M - r (2 v - v_{ka})^2} \doteq 1\,930 \text{ km}.$$

Délka a_m není příliš odlišná od r , takže i tato elipsa se příliš neliší od kružnice.

b) Rychlost kontejneru v periseleniu (na povrchu Měsíce)

$$v_{kp} = \sqrt{\kappa M_M \left(\frac{2}{R_M} - \frac{1}{a_k} \right)} \doteq 1,75 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Má-li být přistání »měkké«, je třeba v poslední fázi pohybu kontejneru uvést v činnost jeho brzdicí motor. Pak ovšem

kontejner nedopadne na povrch Měsíce přesně v periseleniu své dráhy.

c) Rychlost v_{ka} kontejneru byla již stanovena v části a). Rychlost modulu určíme obdobně:

$$v_{mp} = \sqrt{\kappa M_M \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_m} \right)} \doteq 1,655 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

d) Označme T_k dobu oběhu kontejneru po jeho eliptické dráze. Z 3. Keplerova zákona

$$\frac{T_k^2}{T^2} = \frac{a_k^3}{r^3}$$

vyjádříme

$$T_k = T \sqrt{\frac{a_k^3}{r^3}}.$$

Kontejner dopadne na povrch Měsíce za dobu

$$\frac{1}{2} T_k \doteq 57 \text{ min.}$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Obdélníková deska hmotnosti m_1 a délky l_0 je uložena na guľôčkách rovnakých priemerov na vodorovnej podlahe. Na jednom konci dosky stojí chlapec hmotnosti m_2 . Doska aj chlapec sú vzhľadom k okoliu v pokoji.

Chlapec sa začne pohybovať pozdĺž dosky smerom k jej druhému koncu. Predpokladáme, že chlapec pôsobí na dosku stálou silou $\mathbf{F}$ vo vodorovnom smere.

V určitom mieste dosky vyskočí tak, že jeho hmotný stred v okamihu odrazu má rýchlosť $\mathbf{v}$ vzhľadom na dosku. Rýchlosť $\mathbf{v}$ zvierá s horizontálnou rovinou ostrý uhol α .

Chlapec po skoku dopadol na druhý koniec dosky.

Určte, v akom čase t od začiatku pohybu a v akej vzdialenosti l od konca dosky chlapec vyskočil.

Sily trenia medzi guľôčkami, podlahou a doskou sú veľmi malé vôči ostatným silám, ktoré pri tomto deji pôsobia. Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $m_1 = 200$ kg, $m_2 = 50,0$ kg, $F = 80,0$ N, $l_0 = 10,0$ m, $v = 5,00$ m.s⁻¹, $\alpha = 45^\circ$.

Riešenie:

Sústava má vzhľadom na okolie vo vodorovnom smere celkovú hybnosť nulovú. Označme všeobecne v_1 , v_2 veľkosti vodorovných zložiek rýchlostí dosky a chlapca vzhľadom na okolie. Potom $m_1 v_1 = m_2 v_2$, alebo

$$v_1 : v_2 = m_2 : m_1. \quad (1)$$

Po výskoku má chlapec vzhľadom na okolie rýchlosť, ktorej vodorovná zložka je v_2' , doska má vzhľadom na okolie rýchlosť v_1' . Vodorovná zložka rýchlosti chlapca vzhľadom na dosku je $v \cos \alpha = v_1' + v_2'$ a s prihliadnutím k (1) dostávame

$$v_1' = v \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cos \alpha, \quad v_2' = v \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cos \alpha.$$

Doska sa pohybuje vzhľadom na okolie so zrýchlením

$$a_1 = \frac{F}{m_1}, \quad \text{chlapec so zrýchlením } a_2 = \frac{F}{m_2}.$$

Chlapec vyskočí v čase t vo vzdialenosti l od konca dosky. Podľa podmienok úlohy

$$l = \frac{1}{2} a_1 t^2 + \frac{1}{2} a_2 t^2. \quad (2)$$

Označme

$$t_0 = \frac{2 v \sin \alpha}{g}$$

čas medzi výskokom chlapca a jeho dopadom na koniec dosky. Potom

$$l_0 - l = (v_1' + v_2') t_0. \quad (3)$$

Zo sústavy (2), (3) nájdeme

$$t = \sqrt{2 \frac{l_0 - (v_1' + v_2') t_0}{a_1 + a_2}},$$

$$l = l_0 - (v_1' + v_2') t_0$$

a po dosadení za v_1' , v_2' , t_0 , a_1 , a_2

$$t = \sqrt{\frac{2 m_1 m_2 (l_0 g - v^2 \sin 2 \alpha)}{g F (m_1 + m_2)}},$$

$$l = l_0 - \frac{v^2 \sin 2 \alpha}{g}.$$

Pre zadané hodnoty: $t \doteq 2,73$ s, $l \doteq 7,45$ m.

2. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

- Určte objemovú koncentráciu n molekúl vzduchu za normálnych podmienok.
- Vypočítajte hmotnosť m molekuly vzduchu.
- Určte strednú voľnú dráhu λ molekúl vzduchu za normálnych podmienok.

d) Vypočítajte tlak p_1 vzduchu, pri ktorom stredná voľná dráha jeho molekúl $\lambda_1 = 1,0$ m.

Predpokladajte, že molekula vzduchu je guľa s polomerom $r = 1,0 \cdot 10^{-10}$ m, normálny tlak $p = 1,0 \cdot 10^5$ Pa, hustota vzduchu za normálnych podmienok $\rho = 1,3$ kg $\cdot$ m $^{-3}$.

Poznámky:

1. Objemová koncentrácia je podiel počtu častíc v určitom objeme a tohoto objemu.
2. Stredná voľná dráha molekúl plynu je stredná hodnota dĺžok dráh medzi dvoma po sebe idúcimi zrážkami molekúl.

Riešenie:

a) Pre n platí

$$n = \frac{N_a}{V_m}, \quad (1)$$

kde N_a je Avogadrova konštanta, V_m molárny objem za normálnych podmienok.

b) Za normálnych podmienok má vzduch hustotu ρ a jeho molekuly majú koncentráciu n podľa (1); pre hmotnosť m molekuly vychádza

$$m = \frac{\rho}{n} = \frac{\rho V_m}{N_a}.$$

c) Predpokladáme, že molekula vzduchu je guľôčka s polomerom r a pohybuje sa strednou rýchlosťou v . Za dobu t sa zrazí so všetkými molekulami, ktoré sa nachádzajú vo valcovom objeme, ktorého polomer $r_1 = 2r$ a výška vt . Tento objem je

$$V = \pi(2r)^2 vt$$

a počet molekúl je tu

$$N = V n = \pi(2r)^2 vtn. \quad (2)$$

Molekula vykoná za čas t dráhu $s = vt$. (3)

Pre strednú voľnú dráhu molekuly máme $\lambda = \frac{s}{N}$, potom podľa (3) a (2) s prihliadnutím k (1)

$$\lambda = \frac{1}{4\pi r^2 n} = \frac{V_m}{4\pi r^2 N_a} . \quad (4)$$

d) Ako vyplýva zo stavovej rovnice, koncentrácia n molekúl plynu pri stálej teplote je priamoúmerná tlaku plynu:

$$n = kp .$$

Po dosadení za n do (4) a úpravou máme

$$\lambda p = \frac{1}{4\pi r^2 k} = \text{konšt.} ,$$

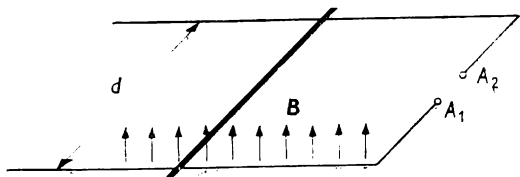
čo platí pri relatívne malých tlakoch. Pri stálej teplote potom platí

$$p_1 = \frac{\lambda}{\lambda_1} p ,$$

kde p je normálny tlak. Po dosadení za λ z (4)

$$p_1 = \frac{V_m p}{4\pi r^2 N_a \lambda_1} .$$

Pre zadané hodnoty: $n \doteq 2,7 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$, $m \doteq 4,8 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$,
 $\lambda \doteq 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $p_1 \doteq 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}$.



Obr. 25

3. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

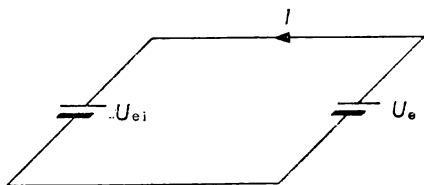
Dvojica rovnobežných nehybných drôtov je v tej istej horizontálnej rovine vo vzájomnej vzdialenosti d (obr. 25). Kovová tyč hmotnosti m leží na oboch drôtoch kolmo na ich smer. Sústava je v homogénnom magnetickom poli, ktorého indukcia $\mathbf{B}$ je kolmá na rovinu drôtov.

- K bodom A_1, A_2 drôtov pripojíme zdroj stálego prúdu I . Určte rýchlosť $\mathbf{v}_1$ pohybu tyče ako funkciu času t , ak predpokladáme, že v čase $t = 0$ s je $v_1 = 0$ m.s⁻¹.
- K bodom A_1, A_2 drôtov pripojíme zdroj so stálym elektromotorickým napätím U_e a stálym vnútorným odporom. Určte rýchlosť $\mathbf{v}_2$ rovnomerného pohybu tyče.
- Určte čas t_1 , za ktorý dosiahne tyč v prípade a) rýchlosť $\mathbf{v}_2$. Predpokladáme, že tyč koná klzný pohyb po dvojici nehybných drôtov so zanedbateľným trením. Elektrický odpor drôtov a tyče neuvažujeme.

Riešte najskôr všeobecne a potom časti b), c) úlohy pre hodnoty: $U_e = 3,0$ V, $B = 0,50$ T, $d = 12 \cdot 10^{-2}$ m, $I = 2,0$ A, $m = 5,0 \cdot 10^{-3}$ kg.

Riešenie:

- Na vodič bude pôsobiť v horizontálnej rovine sila $\mathbf{F}$, ktorej veľkosť $F = IBd$. Vodič sa bude pohybovať rovnomerne zrýchlene so zrýchlením $\mathbf{a}$ s veľkosťou



Obr. 26

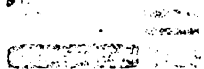
$$a = \frac{F}{m} = \frac{IBd}{m} .$$

Pre rýchlosť v_1 platí

$$v_1 = \frac{IBd}{m} t . \quad (1)$$

b) V obvode pôsobia dve elektromotorické napätia: zdroj s EMN U_e , pripojený k bodom A_1 , A_2 a elektromotorické napätie U_{ei} indukované v tyči:

§ 9



$$U_{ei} = - \frac{d\Phi}{dt} = vBd$$

rovné záporne vzatej časovej zmene indukčného toku uzavretým obvodom, ktorého časťou je tyč.

Potom pre obvod platí (obr. 26)

$$U_e - U_{ei} = rI, \text{ t. j. } U_e - vBd = rI ,$$

kde r je vnútorný odpor zdroja.

Tyč sa pohybuje zo začiatku zrýchlene. Keď rýchlosť nadobudne hodnotu

$$v_2 = \frac{U_e}{Bd}, \quad (2)$$

je $I = 0$ A. Další pohyb tyče je rovnomerný s rychlostí v_2 . Prúd v obvodu je vtedy nulový.

c) Z rovností $v_1 = v_2$ vyplýva podľa vzťahov (1) a (2)

$$t_1 = \frac{U_e m}{(Bd)^2 I}.$$

Pre zadané hodnoty: $v_2 = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $t_1 \doteq 2,1 \text{ s}$.

4. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Zdeněk Ungermann)

Kosmická loď o hmotnosti m doletěla k Měsíci po parabolické dráze, přičemž vrchol paraboly je ve výšce $h_1 = 260 \text{ km}$ nad povrchem Měsíce. Loď má přejít na přechodnou dobu na kruhovou oběžnou dráhu ve výšce h_1 nad povrchem Měsíce. Na kruhové dráze se od lodě odpojí kontejner, jehož hmotnost $m_1 = \frac{1}{3} m$.

- Určete, jak je nutno změnit rychlost kosmické lodi, aby přešla z dráhy parabolické na kruhovou.
- Po oddělení od kosmické lodě se má kontejner dostat po eliptické dráze na kruhovou dráhu ve výšce $h_2 = 60 \text{ km}$ nad povrchem Měsíce (odtud začne brzdit pro přistání). Jak je nutno změnit jeho rychlost?
- Popište pohyb lodě po odpojení kontejneru.

Obě tělesa tvoří uzavřenou soustavu v radiálním gravitačním poli Měsíce. Hmotnost Měsíce $M_M = 7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, poloměr Měsíce $R_M = 1740 \text{ km}$.

Poznámka: Mezi parabolickou rychlostí v_p a kruhovou rychlostí v_k je vztah: $v_p = v_k \sqrt{2}$.

Řešení:

a) Pro parabolickou rychlost lodě platí v našem případě

$$v_p = \sqrt{\frac{2\kappa M_M}{h_1 + R_M}}$$

a pro kruhovou rychlost

$$v_k = \sqrt{\frac{\kappa M_M}{h_1 + R_M}}.$$

Rychlost kosmické lodi je tedy třeba zmenšit o

$$\Delta v = v_p - v_k = \sqrt{\frac{\kappa M_M}{h_1 + R_M}}(\sqrt{2} - 1) \doteq 0,65 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) Po odpojení je kontejner v aposeleniu své budoucí eliptické dráhy, periselenium je ve výšce h_2 nad povrchem Měsíce. Eliptická dráha má hlavní poloosu délky

$$a = \frac{1}{2} (2 R_M + h_1 + h_2).$$

V okamžiku odpojení musí mít tedy kontejner rychlost

$$v_{ka} = \sqrt{\kappa M_M \left(\frac{2}{h_1 + R_M} - \frac{2}{2 R_M + h_1 + h_2} \right)}.$$

Rychlost kontejneru je proto třeba zmenšit o

$$\begin{aligned} \Delta v_k &= v_k - v_{ka} = \\ &= \sqrt{\frac{\kappa M_M}{h_1 + R_M}} \left(1 - \sqrt{\frac{2(h_2 + R_M)}{h_1 + h_2 + 2 R_M}} \right) \doteq 42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

c) Ihned po rozdělení je loď v periseleniu své dráhy a má rychlost v_{mp} . Kontejner má rychlost $v_{ka} = v_k - \Delta v_k$. Podle zákona zachování hybnosti

$$v_k = \frac{2}{3} v_{mp} + \frac{1}{3} (v_k - \Delta v_k) ,$$

odtud

$$v_{mp} = v_k + \frac{1}{2} \Delta v_k \doteq 1,59 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} .$$

Loď se pohybuje kolem Měsíce po eliptické dráze, jejíž hlavní poloosa má délku a_m . Platí pro ni

$$v_{mp} = \sqrt{\kappa M_M \left(\frac{2}{h_1 + R_M} - \frac{1}{a_m} \right)} ;$$

odtud

$$a_m = \frac{\kappa M_M (h_1 + R_M)}{2 \kappa M_M - v_{mp}^2 (h_1 + R_M)} \doteq 2\,050 \text{ km}.$$

3. Úlohy kategorie C

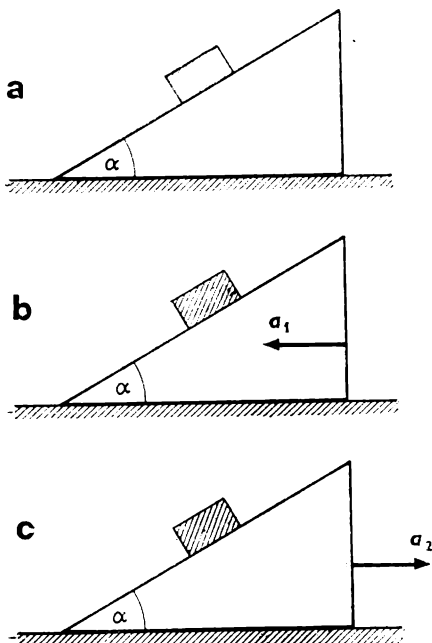
Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Marta Chytilová, CSc. a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

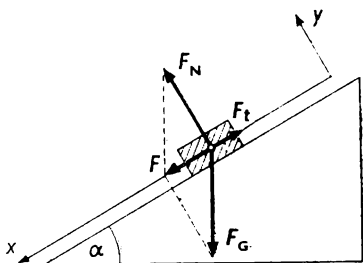
1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Po nakloněné rovině s úhlem sklonu α se posune těleso; přitom součinitel smykového tření je f .

- a) Určete pohyb tělesa ve stejnorodém tíhovém poli po nakloněné rovině, která je v klidu. Proveďte diskusi (obr. 27a).
- b) Jak se změní výsledky úlohy a), jestliže se nakloněná rovina pohybuje po vodorovné podložce se zrychlením a_1 (obr. 27b)? Proveďte diskusi.
- c) Jak se změní výsledky úlohy a), jestliže se nakloněná rovina pohybuje po vodorovné podložce se zrychlením a_2 (obr. 27c)? Proveďte diskusi.



Obr. 27



Obr. 28

Řešení:

a) — obr. 28.

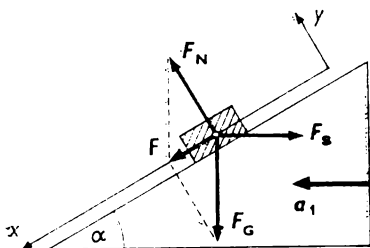
Na těleso působí tíhová síla $\mathbf{F}_G$, tlaková síla podložky $\mathbf{F}_N$ a třecí síla $\mathbf{F}_t$. Těleso se může pohybovat po nakloněné rovině jen směrem dolů. Při malých rozměrech tělesa můžeme považovat jeho těžiště za působiště všech tří sil. Zvolíme soustavu souřadnic podle obr. 28.

Výslednice sil $\mathbf{F}_G$ a $\mathbf{F}_N$ je síla $\mathbf{F}$, která je orientovaná ve směru osy x kladně. Třecí síla $\mathbf{F}_t$ je orientovaná záporně.

Těleso se pohybuje po nakloněné rovině dolů se zrychlením a o velikosti

$$a = g (\sin\alpha - f \cos\alpha) \geq 0. \quad (1)$$

Pro $\operatorname{tg}\alpha > f$ je $a > 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ těleso koná po nakloněné rovině pohyb rovnoměrně zrychlený. Pro $0 < \operatorname{tg}\alpha = f$ je $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a těleso je v klidu nebo koná rovnoměrný přímočarý pohyb po nakloněné rovině dolů. Pro $0 < \operatorname{tg}\alpha < f$ je těleso na nakloněné rovině v klidu.



Obr. 29

b) — obr. 29.

Těleso je v neinerciální vztažné soustavě. Kromě sil $\mathbf{F}_G$, $\mathbf{F}_N$ a $\mathbf{F}_t$ působí na těleso setrvačná síla $\mathbf{F}_s$, která má vodorovný směr a je orientovaná doprava. Její velikost je $\mathbf{F}_s = = ma_1$.

Určíme, za jakých podmínek se těleso pohybuje po nakloněné rovině vzhůru:

Ve směru osy x působí na těleso síla $\mathbf{F}$, která je orientovaná ve směru osy x kladně, její velikost $F = mg \sin \alpha$; složka setrvačné síly o velikosti $ma_1 \cos \alpha$ je orientovaná záporně; třecí síla o velikosti fF_N je orientovaná kladně. Ve směru osy x působí na těleso výslednice sil o velikosti

$$mg \sin \alpha - ma_1 \cos \alpha + fF_N \leq 0. \quad (2)$$

Ve směru osy y působí na těleso síla $\mathbf{F}_N$ orientovaná kladně; složka tíhové síly o velikosti $mg \cos \alpha$ orientovaná záporně; složka setrvačné síly o velikosti $ma_1 \sin \alpha$ orientovaná záporně. Tyto síly jsou v rovnováze, proto platí

$$F_N - mg \cos \alpha - ma_1 \sin \alpha = 0. \quad (3)$$

Ze (3) dosadíme za F_N do (2) a upravíme; dostaneme

$$a_1 \geq g \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{1 - f \operatorname{tg} \alpha}$$

za předpokladu, že $1 - f \operatorname{tg} \alpha > 0$, tj. $f < \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$.

Těleso koná rovnoměrně zrychlený nebo rovnoměrný pohyb po nakloněné rovině vzhůru.

Určíme, za jakých podmínek se těleso pohybuje po nakloněné rovině dolů:

Místo (2) nyní platí

$$mg \sin \alpha - ma_1 \cos \alpha - f F_N \geq 0; \quad (4)$$

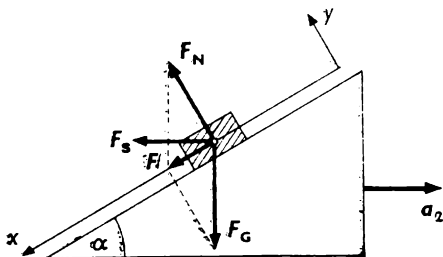
(3) se nemění.

Ze (3) dosadíme za F_N do (4) a upravíme:

$$0 < a_1 \leq g \frac{\operatorname{tg} \alpha - f}{1 + f \operatorname{tg} \alpha}.$$

Těleso koná rovnoměrně zrychlený nebo rovnoměrný pohyb po nakloněné rovině dolů.

c) — obr. 30.



Obr. 30

Těleso je v neinerciální vztažné soustavě. Kromě sil $\mathbf{F}_G$, $\mathbf{F}_N$ a $\mathbf{F}_t$ působí na těleso setrvačná síla $\mathbf{F}_s$, která má vodorovný směr a je orientovaná doleva.

! Určíme, za jakých podmínek se těleso pohybuje po nakloněné rovině vzhůru:

Ve směru osy x působí na těleso výslednice sil, pro jejíž velikost platí

$$mg \sin \alpha + ma_2 \cos \alpha + fF_N \leq 0; \quad (5)$$

síly působící na těleso ve směru osy y jsou v rovnováze:

$$F_N - mg \cos \alpha + ma_2 \sin \alpha = 0. \quad (6)$$

Vztah (5) však nemůže být splněn pro žádné $a_2 > 0$. Proto se těleso nemůže pohybovat po nakloněné rovině vzhůru. Určíme, za jakých podmínek se těleso pohybuje po nakloněné rovině dolů:

Ve směru osy x působí na těleso výslednice sil, pro jejíž velikost platí

$$mg \sin \alpha + ma_2 \cos \alpha - fF_N \geq 0. \quad (7)$$

Vztah (6) se nemění.

Z (6) dosadíme za F_N do (7) a upravíme:

$$a_2 \geq g \frac{f - \operatorname{tg} \alpha}{1 + f \operatorname{tg} \alpha}.$$

Protože veličina F_N je vždy kladná, plyne z (6) vztah

$$-mg \cos \alpha + a_2 m \sin \alpha < 0, \text{ tj. } a_2 < g \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Celkem tedy platí

$$g \frac{f - \operatorname{tg} \alpha}{1 + f \operatorname{tg} \alpha} \leq a_2 < g \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Těleso koná rovnoměrně zrychlený nebo rovnoměrný pohyb po nakloněné rovině dolů.

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Trubice s vodorovnou osou má v jednom svém místě průřez o obsahu S_1 a ve druhém průřez o obsahu S_2 , $S_1 > S_2$. Trubicí protéká voda ustáleným prouděním. Rychlost vody v prvním průřezu je v_1 a tlak ve druhém průřezu je p_2 .

- Určete rychlost v_2 proudění vody ve druhém průřezu a tlak p_1 v prvním průřezu trubice.
- Určete hmotnostní průtok Q_m vody.
- Řešte úlohy a) a b), jestliže osa trubice není vodorovná a průřez S_2 je ve výšce h nad průřezem S_1 .
- Po obecném vyřešení úloh a), b), c) řešte pro hodnoty: $S_1 = 10,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $S_2 = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $v_1 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $p_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $h = 2,0 \text{ m}$. V tomto případě určete pro obě polohy trubice úhrnnou energii proudící vody o hmotnosti 1 kg.

Vodu považujte za ideální kapalinu.

Řešení:

- Z rovnice kontinuity $v_1 S_1 = v_2 S_2$ vyjádříme

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2}. \quad (1)$$

Dále platí rovnice Bernoulliho

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2. \quad (2)$$

Odtud vyjádříme s přihlédnutím k (1)

$$p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] + p_2.$$

b) Hmotnostní průtok

$$Q_m = S_1 v_1 \rho = S_2 v_2 \rho.$$

c) Vztah (1) platí i nyní. K pravé straně (2) je však třeba přičíst ρgh , potom

$$p_1' = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] + p_2 + \rho gh.$$

d) $v_2 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $p_1 \doteq 2,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $Q_m = 5,0 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, což platí pro část a) a také pro část c), $p_1' \doteq 2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Podle fyzikálního významu Bernoulliho rovnice platí v případě a), že úhrnná energie objemové jednotky (tj. 1 m^3) proudící vody je

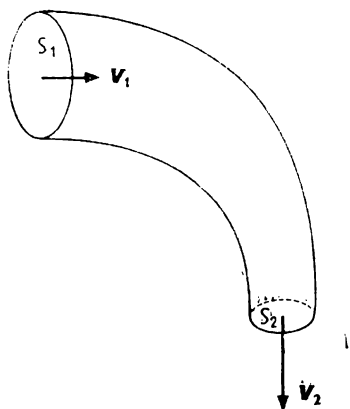
$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 + p_2, \quad (3)$$

pro zadané hodnoty $2,5 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$; úhrnná energie 1 kg proudící vody je tedy $2,5 \cdot 10^2 \text{ J}$.

V případě c) je třeba k (3) přičíst ρgh , pro zadané hodnoty má objemová jednotka proudící vody úhrnnou energii $2,7 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$, 1 kg proudící vody má tedy úhrnnou energii $2,7 \cdot 10^2 \text{ J}$.

3. úloha (navrhl Milan Rádl)

Trubice zahnutá do pravého úhlu (koleno) má obsah průřezu vstupního otvoru S_1 a výstupního S_2 , $S_2 < S_1$



Obr. 31

(obr. 31). Trubicí protéká kapalina o hustotě ρ ustáleným prouděním při objemovém průtoku Q_V .

- Stanovte velikost výsledné tlakové síly $\mathbf{F}$ proudící kapaliny na stěnu trubice.
- Určete směr síly $\mathbf{F}$ stanovením velikosti úhlu, který svírá s vektorem rychlosti $\mathbf{v}_1$. Kapalinu považujte za ideální. Vliv tíhového pole na kapalinu neuvažujte.

Po obecném vyřešení úlohy řešte pro hodnoty: $Q_V = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, $S_1 = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $S_2 = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $\rho = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Poznámka:

Změna směru rychlosti proudění kapaliny je způsobena tlakovou silou stěny trubice na kapalinu $\mathbf{F} = Q_m (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)$, kde Q_m je hmotnostní průtok kapaliny.

Řešení:

a) Platí rovnice kontinuity

$$Q_V = S_1 v_1 = S_2 v_2, \text{ takže}$$

$$v_1 = \frac{Q_V}{S_1}, \quad v_2 = \frac{Q_V}{S_2}. \quad (1)$$

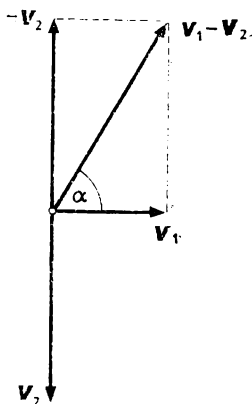
Podle 3. pohybového zákona Newtonova působí kapalina na stěny trubice výslednou tlakovou silou $\mathbf{F}_k = -\mathbf{F}$; proto

$$\mathbf{F}_k = Q_m (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) = Q_V \varrho (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2). \quad (2)$$

Podle obr. 32

$$|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

a pro velikost síly platí s přihlédnutím k (1)



Obr. 32

$$F_k = F = Q_V^2 \varrho \sqrt{\frac{1}{S_1^2} + \frac{1}{S_2^2}},$$

pro zadané hodnoty: $F \doteq 11,6 \text{ N}$.

b) Podle obr. 32 svírá vektor $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$ s vektorem $\mathbf{v}_1$ ostrý úhel α . Podle (2) svírá také vektor $\mathbf{F}_k$ s vektorem $\mathbf{v}_1$ ostrý úhel α , přičemž

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1}$$

a s použitím (1)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S_1}{S_2},$$

pro zadané hodnoty: $\operatorname{tg} \alpha = 1,73$, $\alpha \doteq 60^\circ$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Vzduch o hmotnosti $m = 1,00 \text{ kg}$ má tlak $p_1 = 10,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a teplotu $T_1 = 500 \text{ K}$. Tlak vzduchu klesne na hodnotu $p_2 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

1. dějem izochorickým,
 2. dějem izotermickým,
 3. dějem adiabatickým.
- a) Určete stavové veličiny soustavy na konci každého děje.
 - b) Znázorněte děje v diagramu $p - V$.
 - c) Určete změnu vnitřní energie a práci vykonanou působením vnější síly při ději izochorickém a adiabatickém. Výsledky porovnejte.
 - d) Jak se změní vnitřní energie soustavy při ději izotermickém? Podle diagramu rozhodněte, zda práce vykonaná působením vnějších sil při ději izotermickém je větší nebo menší než práce vykonaná při ději adiabatickém.

Řešení:

Označení veličin:

$p_1, V_1, T_1 \dots$ stavové veličiny počáteční,

$p_2, V_2, T_2 \dots$ stavové veličiny konečné,

$M_m = 29,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \dots$ molární hmotnost vzduchu,

$R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \dots$ molární plynová konstanta,

$\kappa = 1,4 \dots$ Poissonova konstanta pro vzduch,

$c_p = 1,005 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \dots$ měrné teplo vzduchu při stálém tlaku.

a—1) Ze stavové rovnice určíme $V_1 = V_2$:

$$V_1 = V_2 = \frac{m}{M_m} R_m \frac{T_1}{p_1} \doteq 0,143 \text{ m}^3. \quad (1)$$

Teplotu T_2 určíme ze vztahu

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \quad T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 50 \text{ K}.$$

a—2) Nyní je $T_2 = T_1 = 500 \text{ K}$. Pro konečný objem V_2 platí s použitím (1)

$$p_1 V_1 = p_2 V_2; \quad V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} \doteq 1,43 \text{ m}^3.$$

a—3) Objem V_2 je určen vztahem

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa; \quad V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\kappa}$$

a s použitím hodnoty (1):

$$V_2 \doteq 0,741 \text{ m}^3. \quad (2)$$

Konečnou teplotu T_2 určíme ze vztahu

$$p_2 V_2 = \frac{m}{M_m} R_m T_2; \quad T_2 = \frac{p_2 V_2 M_m}{R_m m}$$

a s použitím hodnoty (2):

$$T_2 \doteq 259 \text{ K.}$$

b) Graf je na obr. 33.

c) Podle 1. termodynamické věty $Q = \Delta U + W$; Q je teplo přijaté plynem, ΔU změna jeho vnitřní energie, W práce vykonaná vnější silou.

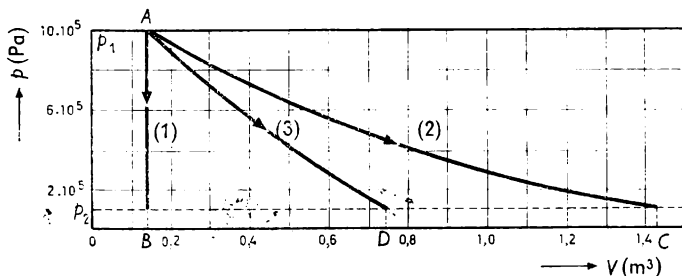
c—1) Při izochorickém ději $W = 0 \text{ J}$, takže

$$\Delta U = Q = mc_V (T_2 - T_1) = m \frac{c_p}{\kappa} (T_2 - T_1),$$

pro zadané hodnoty: $\Delta U = -323 \text{ kJ}$.

c—3) Při adiabatickém ději je $Q = 0 \text{ J}$; pak

$$W = -\Delta U = mc_V (T_1 - T_2) = m \frac{c_p}{\kappa} (T_1 - T_2),$$



Obr. 33

pro zadané hodnoty:

$$\Delta U = -174 \text{ kJ}, \quad W = 174 \text{ kJ}.$$

d) Při izotermickém ději $\Delta U = 0 \text{ J}$.

V diagramu na obr. 33 je práce vykonaná vnější silou při izotermickém ději přímo úměrná obsahu obrazce $A - (1) - B - C - (2) - A$, při ději adiabatickém obsahu obrazce $A - (1) - B - D - (3) - A$. Práce při ději izotermickém je zřejmě větší než při ději adiabatickém.

5. úloha (navrhli dr. Milan Bednařík a dr. Miroslava Šíroka)

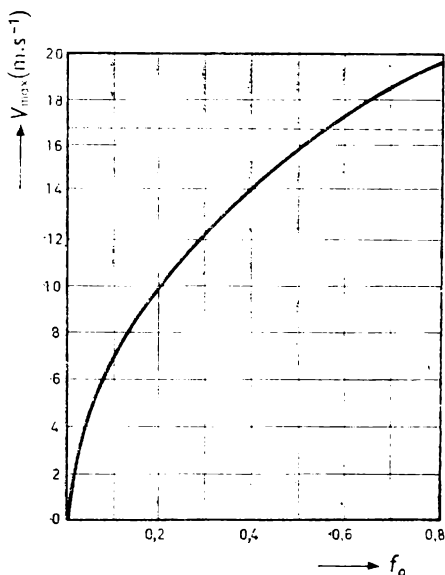
Osobní automobil projížděl obcí, v níž je největší dovolená rychlost v_d . Automobil vjel do neklopené zatáčky o poloměru křivosti r . Součinitel klidového tření mezi pneumatikou a vozovkou je f_0 .

- Při které rychlosti v dojde ke smyku vozidla?
- Určete maximální rychlost $v_{\max}$ jako funkci součinitele f_0 pro bezpečné projetí automobilu zatáčkou daného poloměru. Sestrojte na milimetrový papír graf této funkce pro $r = 50 \text{ m}$ v oboru $0 \leq f_0 \leq 0,8$.
- Z grafu rozhodněte, zda řidič překročil největší dovolenou rychlost $v_d = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ v obci, pro hodnoty $f_0 = 0,45$ nebo $f_0 = 0,60$, jestliže jel rychlostí $v_{\max}$. Výrok ověřte početním řešením.

Řešení:

a) Na automobil v neklopené zatáčce na vodorovné rovině působí setrvačná síla F_s a síla klidového tření F_{t0} , jejichž velikosti jsou

$$F_s = \frac{mv^2}{r}, \quad F_{t0} = f_0 mg.$$



Obr. 34

Obě jsou vodorovné, navzájem opačně orientované. Pokud je těžiště blízko vozovky, můžeme je považovat za působíště obou sil.

Ke smyku dojde, když $F_s \geq F_{t0}$, tj. $v \geq \sqrt{f_0 g r} = v_{\max}$.

b) Jde o funkci $v_{\max} = \sqrt{f_0 g r}$.

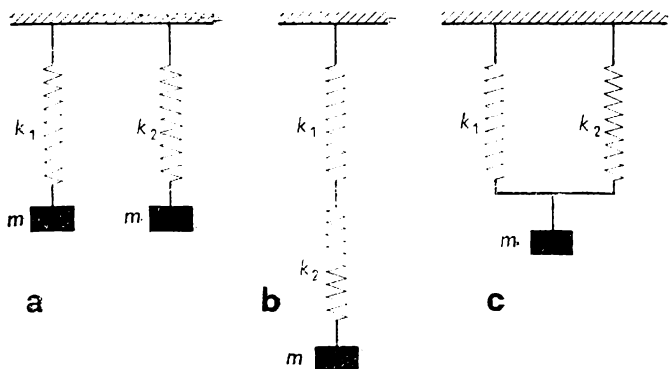
Její graf pro zadané hodnoty je na obr. 34.

c) $v_d = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \doteq 16,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Při $f_0 = 0,45$, podle grafu, nedosahuje řidič největší dovolené rychlosti, při $f_0 = 0,60$ ji překročí, jede-li rychlostí $v_{\max}$ podle části b).

Pro $f_0 = 0,45$ je $v_{\max} \doteq 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} < 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$;

pro $f_0 = 0,60$ je $v_{\max} \doteq 17,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 62 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} > 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.



Obr. 35

6. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Určení tuhosti soustavy dvou pružin spojených za sebou a vedle sebe

Pomůcky:

Dvě pružiny přibližně stejné délky, závaží, stopky.

1. Teoretické odvození tuhosti soustavy dvou pružin.

- a) Dokažte, že pro tuhost k_s soustavy dvou pružin spojených za sebou (obr. 35b) platí

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \text{ nebo } k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}, \quad (1)$$

kde k_1 je tuhost jedné pružiny, k_2 je tuhost druhé pružiny.

Poznámka:

Na každou pružinu působí táž tahová síla $\mathbf{F}$, první pružina se prodlouží působením síly $\mathbf{F}$ o délku Δy_1 a druhá o délku Δy_2 ; celkové prodloužení soustavy je $\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2$.

- b) Dokažte, že pro tuhost k_p soustavy dvou pružin spojených vedle sebe (obr. 35c) platí

$$k_p = k_1 + k_2. \quad (2)$$

Poznámka:

Síla $\mathbf{F}$ se rozloží na dvě složky: $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$; každá pružina se prodlouží o tutěž délku $\Delta y = \Delta y_1 = \Delta y_2$.

2. Experimentální ověření vztahů (1) a (2)

- a) Určete doby kmitu T_1 a T_2 první a druhé pružiny (obr. 35a). Na každou pružinu zavěste závaží téže hmotnosti m takové, že hmotnost pružiny je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti závaží a že přitom nedojde k trvalé deformaci pružiny. Změřte např. dobu 20 kmitů a měření pro každou pružinu opakujte aspoň pětkrát. Zapište měření, pro každou pružinu určete aritmetický průměr doby 20 kmitů a z něho určete doby T_1 a T_2 . Stanovte absolutní a relativní chybu měření.
- b) Určete doby kmitu T_s soustavy pružin spojených za sebou (obr. 35b) a T_p soustavy pružin spojených vedle sebe (obr. 35c). Postupujte stejně jako v bodě 2a), použijte závaží stejné hmotnosti m .

Z výsledků měření určete podíl $\frac{T_s}{T_p}$.

- c) Vyjádřete podíl $\frac{T_s}{T_p} = \sqrt{\frac{k_p}{k_s}}$ jako funkci veličin T_1 a T_2 s použitím vztahů (1) a (2). Dosazením naměřených hodnot T_1 a T_2 určete číselnou hodnotu podílu $\frac{T_s}{T_p}$.

- d) Porovnejte číselné hodnoty podílu $\frac{T_s}{T_p}$ získané v bodech 2b), 2c).

Zhodnoťte postup, kterým jste experimentálně ověřili platnost vztahů (1) a (2).

Doplňující úlohy:

1. Přesvědčte se měřením a výpočtem, zda je ve vašich experimentálních podmínkách splněn požadavek, že hmotnosti použitých pružin jsou zanedbatelné vzhledem k hmotnosti závaží. Vyjádřete hmotnost pružiny (popř. soustavy pružin) v procentech hmotnosti závaží. Proč musí být tento požadavek splněn při řešení úloh 1 i 2?
2. Ve kterých oblastech fyziky jste poznali vztahy analogické se vztahy (1) nebo (2)? Porovnejte analogické veličiny.

Řešení:

Označení veličin:

m ... hmotnost tělesa zavěšeného na pružině,

k_1, k_2 ... tuhost pružin podle obr. 35a,

k_s ... tuhost soustavy pružin spojených za sebou (obr. 35b),

k_p ... tuhost soustavy pružin spojených vedle sebe (obr. 35c),

T_1, T_2, T_s, T_p ... odpovídající doby kmitu.

Hmotnost pružiny je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti závaží; rozměry závaží jsou malé vzhledem k výchylkám, takže můžeme závaží považovat za hmotný bod.

1a) Na jednotlivé pružiny (obr. 35a) a na pružiny spojené za sebou (obr. 35b) zavěsíme postupně závaží téže hmotnosti m ; na závaží a pružiny v tíhovém poli působí postupně táž síla F :

$$F = k_1 \Delta y_1, F = k_2 \Delta y_2, F = k_s (\Delta y_1 + \Delta y_2);$$

$$\frac{F}{k_s} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}, \text{ odtud}$$

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \text{ nebo } k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}. \quad (1)$$

1b) Na pružiny spojené vedle sebe (obr. 35c) působí síla F , která se rozloží ve dvě rovnoběžné složky; pro jejich velikosti platí $F = F_1 + F_2$; obě pružiny se prodlouží o stejnou délku Δy . Platí:

$$F_1 = k_1 \Delta y, F_2 = k_2 \Delta y, F = k_p \Delta y.$$

Po dosazení do rozkladu síly dostaneme

$$k_p = k_1 + k_2. \quad (2)$$

2. Experimentální ověření vztahů (1) a (2).

2a) Změříme dobu kmitu T_1, T_2 pro každou pružinu (obr. 35a) se závažím o hmotnosti $m = 0,500 \text{ kg}$; hmotnosti pružin $m_1 = m_2 = 5 \text{ g}$;

$$\frac{m_1}{m} = \frac{m_2}{m} = 0,01.$$

Tabulka 15

č.	$\frac{20 T_1}{s}$	$\frac{20 T_1 - 20 T_1}{s}$	$\frac{20 T_2}{s}$	$\frac{20 T_2 - 20 T_2}{s}$
1	12,2	0,3	13,4	0,2
2	12,6	-0,1	13,6	0,0
3	12,8	-0,3	13,4	0,2
4	12,6	-0,1	13,6	0,0
5	12,4	0,1	13,8	-0,2
Σ	62,6 s	0,9 s	67,8 s	0,6 s

Tabulka 16

č.	$\frac{20 T_s}{s}$	$\frac{20 T_s - 20 T_s}{s}$	$\frac{20 T_p}{s}$	$\frac{20 T_p - 20 T_p}{s}$
1	18,6	0,0	9,4	0,0
2	18,8	-0,2	9,8	-0,4
3	18,8	-0,2	9,2	0,2
4	18,6	0,0	9,2	0,2
5	18,4	0,2	9,6	-0,2
Σ	93,2 s	0,6 s	47,2 s	1,0 s

Měříme dobu $20 T_1$, $20 T_2$ a opakujeme pětkrát. Použijeme ruční stopky, jejichž nejmenší dílek stupnice je 0,2 s. Výsledky jsou sestaveny v tabulce 15. Z nich dostáváme

$$T_1 \doteq (0,63 \pm 0,01) \text{ s}, \quad T_2 \doteq (0,678 \pm 0,005) \text{ s},$$

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} \doteq 0,015, \quad \frac{\Delta T_2}{T_2} \doteq 0,015.$$

2b) Změříme doby kmitu T_s (obr. 35b) a T_p (obr. 35c) se závažím o hmotnosti $m = 0,500 \text{ kg}$; hmotnost pružin $m_1 + m_2 = 10 \text{ g}$; $\frac{m_1 + m_2}{m} = 0,02$. Použijeme stejné stopky i stejný postup jako v úloze 2a). Výsledky jsou v tab. 16. Z nich dostáváme:

$$T_s \doteq (0,930 \pm 0,005) \text{ s}, \quad T_p \doteq (0,47 \pm 0,01) \text{ s},$$

$$\frac{\Delta T_s}{T_s} \doteq 0,005, \quad \frac{\Delta T_p}{T_p} \doteq 0,02,$$

$$\frac{T_s}{T_p} \doteq 1,97 \pm 0,05. \quad (3)$$

$$2c) \quad \frac{T_s}{T_p} = \sqrt{\frac{k_p}{k_s}} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{T_1 T_2} \doteq 2,0 \pm 0,1. \quad (4)$$

2d) Podle (3) je podíl $\frac{T_s}{T_p}$ určen z naměřených hodnot T_s a T_p , podle (4) je též podíl určen z naměřených hodnot T_1 a T_2 ; rozdíl obou hodnot je v mezích absolutních chyb obou měření.

7. úloha (navrhli dr. Milan Bednařík a dr. Miroslava Šíroká)

Největší rychlost, kterou může automobil projet neklopenou zatáčkou, aniž dojde ke smyku vozidla, je $v_{\max}$ při součiniteli klidového tření f_0 . Největší rychlost, kterou může projet automobil klopenou zatáčkou při stejném součiniteli f_0 a stejném poloměru křivosti r , je $v'_{\max}$.

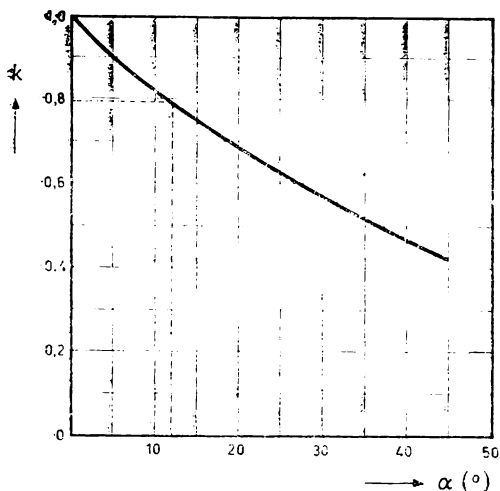
a) Určete podíl

$$k = \frac{v_{\max}}{v'_{\max}}$$

při témž součiniteli klidového tření f_0 a témž poloměru křivosti r zatáčky jako funkci úhlu α dostředivého sklonu vozovky v klopené zatáčce.

b) Sestrojte na milimetrový papír graf funkce $k = f(\alpha)$ v oboru $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$, pro $f_0 = 0,5$.

c) Určete z grafu hodnotu k pro $\alpha = 12^\circ$. Ověřte výsledek výpočtem. Stanovte, o kolik procent je v tomto případě největší bezpečná rychlost automobilu větší na klopené zatáčce než na neklopené zatáčce při témž součiniteli klidového tření $f_0 = 0,5$ a témž poloměru křivosti zatáčky.



Obr. 36

Řešení:

a) Pro rychlosti $v_{\max}$ a $v'_{\max}$ platí

$$v_{\max} = \sqrt{f_0 g r}; \quad v'_{\max} = \sqrt{g r \frac{\tan \alpha + f_0}{1 - f_0 \tan \alpha}};$$

$$k = \frac{v_{\max}}{v'_{\max}} = \sqrt{\frac{f_0 (1 - f_0 \tan \alpha)}{\tan \alpha + f_0}}. \quad (1)$$

b) Graf funkce (1) pro zadané hodnoty je na obr. 36.

c) Podle (1) pro $\alpha = 12^\circ$ je $k \doteq 0,790$, s čímž dobře souhlasí hodnota přečtená z grafu. Mez bezpečných rychlostí v zatáčce neklopené je tedy asi o 21 % menší než v uvažované zatáčce klopené.

b) Druhé kolo soutěže

(všechny úlohy pro 2. kolo navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

1. úloha

Těleso o hmotnosti m se položí na desku pohybující se ve vodorovném směru rychlostí v_0 . Deska má hmotnost M . Předpokládáme, že $M \gg m$. Součinitel smykového tření mezi tělesem a deskou je f .

- a) Určete dobu t , po kterou bude těleso klouzat po desce.
b) Určete délku dráhy, kterou těleso urazí.

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $v_0 = 4,0 \text{ m.s}^{-1}$, $f = 0,20$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- c) Vysvětlete, proč předpokládáme $M \gg m$.

Řešení:

Úlohu řešíme ve vztažné soustavě spojené s deskou. Zvolíme osu souřadnic x vodorovného směru, souhlasně orientovanou s rychlostí v_0 .

a) Počáteční rychlost tělesa je $-v_0$, konečná je 0 m.s^{-1} . Deska působí na těleso silou $F_t = fmg$; těleso se pohybuje se zrychlením

$$a = \frac{F_t}{m} = fg. \quad (1)$$

Pohybuje se po dobu

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{fg} = 2,0 \text{ s.} \quad (2)$$

b) Těleso se pohybuje rovnoměrně zpomaleným pohybem s počáteční rychlostí $-v_0$ po dobu t . Po této době je vzhle-

dem k desce v klidu, pohybuje se spolu s ní rychlostí v_0 vzhledem k podložce. Urazí po desce dráhu celkové délky

$$s = -v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

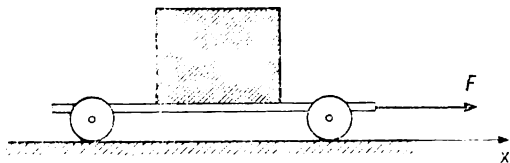
a po dosazení z (1) a (2)

$$s = -\frac{v_0^2}{2fg}, \quad |s| = 4,0 \text{ m.}$$

c) Za předpokladu $M \gg m$ můžeme zanedbat vliv položení tělesa a jeho pohybu po desce na rychlost desky, tj. můžeme ji považovat za stálou během celého děje. Tím se výpočty podstatně zjednoduší. Předpoklad by byl bezvýznamný, kdyby deska byla udržována na stálé rychlosti nějakým poháněcím zařízením.

2. úloha

Vozík o hmotnosti m_1 stojí na hladké vodorovné podložce. Na vodorovné podlaze vozíku je těleso o hmotnosti m_2 tvaru kvádru. Na vozík působí vodorovná síla F (obr. 37). Součinitel smykového tření mezi podlahou vozíku a tělesem je f .



Obr. 37

- a) Určete zrychlení $\mathbf{a}_1$ vozíku a zrychlení $\mathbf{a}_2$ tělesa vzhledem k podložce, na které stojí vozík; určete velikost třecí síly F_t mezi tělesem a podlahou vozíku.
Proveďte diskusi.
- b) Řešte pro hodnoty: $m_1 = 20 \text{ kg}$, $m_2 = 10 \text{ kg}$, $f = 0,10$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; uvažujte přitom dvě hodnoty pro velikost síly F : $F_1 = 20 \text{ N}$, $F_2 = 60 \text{ N}$.
- c) Předpokládejte, že velikost síly $\mathbf{F}$ se mění spojitě z hodnoty F_1 na hodnotu F_2 . Při které mezní velikosti síly $\mathbf{F}$ se uplatní smykové tření?

Řešení:

Zvolíme osu souřadnic x vodorovného směru souhlasně orientovanou se silou $\mathbf{F}$.

Na vozík působí síla $\mathbf{F}$ a třecí síla $\mathbf{F}_{t1}$ ze strany tělesa. Jde-li o sílu smykového tření, je orientovaná proti rychlosti vozíku vzhledem k tělesu; jde-li o sílu statického tření, je orientovaná souhlasně se silou $\mathbf{F}$.

Na těleso působí ze strany vozíku třecí síla $\mathbf{F}_{t2}$, orientovaná proti ose $+x$. Pro velikosti platí $F_{t1} = F_{t2}$, označíme je F_t .

Vzhledem k zvolené ose platí pohybové rovnice ve skalárním tvaru:

$$\text{pro vozík} \quad F - F_t = m_1 a_1, \quad (1)$$

$$\text{pro těleso} \quad F_t = m_2 a_2. \quad (2)$$

Pro sílu smykového tření mezi tělesem a vodorovnou podlahou vozíku

$$F_t = f m_2 g. \quad (3)$$

Pohybují-li se obě tělesa jako jediné, pak těleso působí na podlahu vozíku statickou třecí silou $F_{t0} \neq f m_2 g$; v tomto případě

$$a_1 = a_2. \quad (4)$$

Platí tedy současně buď vztahy (1), (2), (3), nebo (1), (2), (4), ale nyní v (1) a (2) je třeba místo F_t psát F_{t0} .

a) V prvním případě

$$a_2 = fg; a_1 = \frac{F - fm_2g}{m_1}; F_t = fm_2g.$$

V druhém případě

$$a_1 = a_2 = \frac{F}{m_1 + m_2}; F_{t0} = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}.$$

b) $F_1 = 20 \text{ N}$:

Pro zadané hodnoty vychází $F_{t0} \doteq 6,7 \text{ N}$, $F_t = 10 \text{ N}$, takže $F_{t0} < F_t$. Nastane případ uplatnění statického tření, obě tělesa se pohybují jako jediné těleso, přičemž $a_1 = a_2 \doteq 0,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$F_2 = 60 \text{ N}$.

Pro zadané hodnoty: $F_{t0} = 20 \text{ N}$, $F_t = 10 \text{ N}$. Protože $F_{t0} > F_t$, uplatní se smykové tření. Zrychlení vozíku vzhledem k podložce je $a_1 = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, zrychlení tělesa vzhledem k podložce vozíku $a_2 = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

c) V mezním případě označíme příslušnou sílu F_m . V tomto případě platí $F_{t0} = F_t$, tedy

$$\frac{m_2 F_m}{m_1 + m_2} = fm_2g$$

a odtud

$$F_m = fg(m_1 + m_2) = 30 \text{ N}.$$

Smykové tření se tedy uplatní, když $F \geq F_m$.

3. úloha

Určete molární hmotnost vzduchu za předpokladu, že v daném objemu vzduchu je poměr hmotností kyslíku a dusíku 1 : 3. Molární hmotnost kyslíku je $32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, dusíku $28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Vzduch považujte za ideální homogenní směs obou plynů.

Řešení:

Vzduch o objemu V má tlak p a teplotu T . Označme m jeho hmotnost a M_m molární hmotnost. Označme m_1 hmotnost kyslíku, m_2 hmotnost dusíku v tomto objemu, p_1 a p_2 jejich parciální tlaky. Stavové rovnice směsi a obou složek:

$$pV = \frac{m}{M_m} R_m T, \quad (1)$$

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_{m1}} R_m T, \quad (2)$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{M_{m2}} R_m T, \quad (3)$$

kde M_{m1} a M_{m2} jsou molární hmotnosti kyslíku a dusíku. Dále platí

$$m_1 + m_2 = m \quad (4)$$

a podle zákona Daltonova

$$p = p_1 + p_2 \quad (5)$$

Sečtením (2) a (3) dostaneme s přihlédnutím k (5)

$$pV = \left(\frac{m_1}{M_{m1}} + \frac{m_2}{M_{m2}} \right) R_m T.$$

Porovnáním s (1)

$$\frac{m}{M_m} = \frac{m_1}{M_{m1}} + \frac{m_2}{M_{m2}}$$

a s přihlédnutím k (4)

$$M_m = \frac{M_{m1}M_{m2}(m_1 + m_2)}{M_{m1}m_2 + M_{m2}m_1}.$$

Podle zadání: $m_2 = 3 m_1$, takže

$$M_m = \frac{M_{m1}M_{m2}(m_1 + 3 m_1)}{3 M_{m1}m_1 + M_{m2}m_1} = \frac{4 M_{m1}M_{m2}}{3 M_{m1} + M_{m2}}$$

a pro zadané hodnoty: $M_m \doteq 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

4. úloha

Při adiabatickém ději v ideálním plynu platí kromě stavové rovnice vztah

$$pV^\kappa = \text{konst.},$$

kde κ je Poissonova konstanta určená druhem plynu.

- a) Určete pro adiabatický děj vztah mezi objemem plynu a jeho termodynamickou teplotou a vztah mezi tlakem plynu a jeho termodynamickou teplotou.
- b) Tepelně izolovaný válec je uprostřed rozdělen pístem. V jedné polovině válce je helium o tlaku p_0 a teplotě T_0 , ve druhé polovině válce je vakuum. Píst se pohybuje bez tření tak, že helium vyplní celý válec. Tloušťku pístu vzhledem k výšce válce neuvažujeme.

Určete konečné stavové veličiny p , V , T helia ve válci;
pro helium $\kappa = \frac{5}{3}$.

Řešení:

a) Podle zadání platí vztahy (k_1 , k_2 jsou konstanty):

$$\frac{pV}{T} = k_1, \quad (1)$$

$$pV^\kappa = k_2. \quad (2)$$

Z (1) vyjádříme p a dosadíme do (2):

$$\frac{k_1 T}{V} V^\kappa = k_2, \text{ odtud}$$

$$TV^{\kappa-1} = \text{konst.} \quad (3)$$

Z (1) vyjádříme V a dosadíme do (2):

$$p \left(\frac{k_1 T}{p} \right)^\kappa = k_2, \text{ odtud}$$

$$Tp^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{konst.} \quad (4)$$

b) Děj probíhá v tepelně izolovaném válci, vylučujeme tření. Jde tedy o adiabatický děj.

Počáteční stavové veličiny jsou V_0 , p_0 , T_0 , konečné V , p , T , přičemž

$$V = 2 V_0. \quad (5)$$

Podle (3) platí

$$T_0 V_0^{\kappa-1} = TV^{\kappa-1}.$$

Po dosazení z (5) a úpravě

$$T = T_0 \cdot 2^{1-\kappa}$$

a pro helium

$$T = T_0 \cdot 2^{-2/3}.$$

Podle (4) platí

$$T_0 p_0^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}.$$

Po dosazení z (1) a (5) a úpravě

$$p = p_0 \cdot 2^{-\kappa} \text{ a pro helium } p = p_0 \cdot 2^{-5/3}.$$

4. Úlohy kategorie D

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Ivo Volf a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Automobil Škoda 105 L se rozjížděl z klidu rovnoměrně zrychleně po přímé vodorovné silnici a za dobu 30 s dosáhl rychlosti $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Dále jel po silnici délky 1,0 km touto rychlostí. Potom vyřadil rychlostní stupeň a pohyboval se bez tahové síly motoru. Odporová síla proti pohybu $F = fmg$, kde $f = 0,08$ je součinitel odporu, m hmotnost automobilu.

- a) Určete, jakou rychlostí dorazil automobil k místní tabuli obce, která měla vzdálenost 300 m od místa, kde řidič vyřadil rychlostní stupeň.

- b) Ve vzdálenosti 150 m za místní tabulí obce je železniční přejezd. Stanovte, s jakým zrychlením se musel automobil pohybovat, aby před závorami zastavil. Musel brzdit?
 c) Určete průměrnou rychlost automobilu po dobu pohybu.
 d) Nakreslete grafy dráhy a rychlosti jako funkce času.

Řešení:

Označení veličin:

$s_1 \dots$ dráha rozjezdu; $s_2 = 1,0 \text{ km}$; $s_3 = 300 \text{ m}$; $s_4 = 150 \text{ m}$;
 $t_1 = 30 \text{ s}$; $t_2, t_3, t_4 \dots$ doby pohybu na drahách s_2, s_3, s_4 ;
 $a_3 = -fg \doteq -0,785 \text{ m.s}^{-2}$... zrychlení na dráze s_3 způsobené odporovou silou; $a_4 \dots$ zrychlení na dráze s_4 ;
 $v_1 = 100 \text{ km.h}^{-1} \doteq 27,8 \text{ m.s}^{-1}$; $v_2 \dots$ rychlost na konci dráhy s_3 .

a) Rychlost v_2 určíme ze vztahu

$$s_3 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 a_3} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{-2 fg}, \text{ odtud}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2 fg s_3} \doteq 17,4 \text{ m.s}^{-1} \doteq 63 \text{ km.h}^{-1}.$$

b) Při počáteční rychlosti v_2 má automobil zastavit na dráze s_4 . Zrychlení určíme ze vztahu

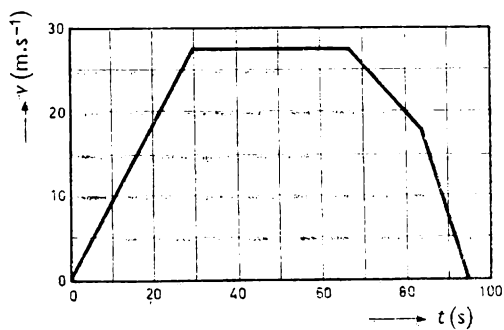
$$s_4 = -\frac{v_2^2}{2 a_4} ; a_4 = -\frac{v_2^2}{2 s_4} \doteq -1,0 \text{ m.s}^{-2}.$$

Poněvadž $|a_4| > |a_3|$, musí řidič brzdit.

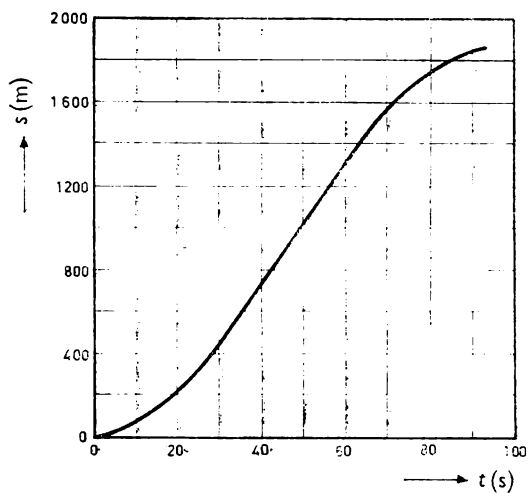
c) Průměrná rychlost

$$v_S = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}.$$

Musíme určit veličiny, které nejsou dány, tj. dráhu s_1 a doby t_2, t_3, t_4 :



Obr. 38



Obr. 39

$$s_1 = \frac{1}{2} v_1 t_1 \doteq 417 \text{ m}; \quad t_2 = \frac{s_2}{v_1} \doteq 36 \text{ s};$$

$$t_3 = \frac{v_1 - v_2}{fg} \doteq 13 \text{ s}; \quad t_4 = \frac{v_2}{a_4} \doteq 17 \text{ s}.$$

Potom

$$v_s \doteq \frac{1\,867 \text{ m}}{96 \text{ s}} \doteq 19,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

d) Grafy jsou na obr. 38 a 39.

2. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Účinkem nárazu lokomotivy se začal vagón pohybovat po přímém úseku trati AB , který svírá s vodorovnou rovinou úhel α . Za dobu $t_1 = 30 \text{ s}$ od počátku pohybu až do zastavení urazil dráhu $s = 60 \text{ m}$. Potom se začal pohybovat zpět dolů, projel vzdálenost BA za dobu $t_2 = 40 \text{ s}$ a přešel na vodorovný úsek trati.

Určete délku dráhy po vodorovné trati z bodu A až do zastavení. Součinitel odporu považujeme za stálý.

Řešte nejprve obecně, potom pro zadané hodnoty.

Řešení:

Označení veličin: $f \dots$ součinitel smykového tření; $a_1 \dots$ zrychlení při pohybu nahoru; $a_2 \dots$ zrychlení při pohybu dolů; $v \dots$ rychlost vagónu v bodě A po ukončení pohybu dolů; $x \dots$ dráha, kterou potom vagón ujede z bodu A do zastavení.

Pro délku x platí

$$x = \frac{v^2}{2fg} = \frac{(a_2 t_2)^2}{2fg}. \quad (1)$$

Veličiny f , a_2 nejsou dány, musíme je vyjádřit pomocí veličin zadaných.

Pohyb vagónu nahoru je rovnoměrně zpomalený se zrychlením

$$a_1 = -g (\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

a bude účelné vyjádřit dráhu s , jako kdyby šlo o pohyb rovnoměrně zrychlený s nulovou počáteční rychlostí a se zrychlením $|a_1|$, který trvá dobu t_1 :

$$s = \frac{1}{2} |a_1| t_1^2 = \frac{1}{2} g (\sin \alpha + f \cos \alpha) t_1^2. \quad (2)$$

Při pohybu dolů působí na vagón zrychlení

$$a_2 = g (\sin \alpha - f \cos \alpha), \quad (3)$$

takže

$$s = \frac{1}{2} g (\sin \alpha - f \cos \alpha) t_2^2. \quad (4)$$

Rovnicemi (2) a (4) jsou určeny veličiny f , α :

$$\sin \alpha = \frac{s}{g} \left(\frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_2^2} \right),$$

$$f = \frac{s}{g} \frac{\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2}}{\cos \alpha} = \frac{s}{g} \frac{\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2}}{\sqrt{1 - \left[\frac{s}{g} \left(\frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_2^2} \right) \right]^2}}. \quad (5)$$

Po dosazení z (3) a (5) do (1) a úpravě

$$x = \frac{2s}{g} \frac{\sqrt{g^2 - \left[s \left(\frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_2^2} \right) \right]^2}}{\left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 - 1}$$

a pro zadané hodnoty: $x \doteq 154$ m.

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Plavec, jehož rychlost v klidné vodě je v_2 , plave v řece. Nejprve plave do určité vzdálenosti po proudu, pak se proti proudu vrátí. Potom plave do stejné vzdálenosti ve směru kolmém k břehu řeky po přímé dráze, načež se po téže dráze vrátí.

- Dokažte, že v prvním případě se plavec vrátí na své stanoviště za dobu delší než v případě druhém.
- Stanovte rychlost v_1 proudu řeky, jestliže v prvním případě se plavec vrátí na své stanoviště za dobu n -krát delší než v případě druhém.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $v_2 = 1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $n = 1,9$.

- Sestrojte graf funkce $\frac{v_1}{v_2} = f(n)$ v oboru $1,0 \leq n \leq 3,0$.

Podle grafu ověřte výsledek části b).

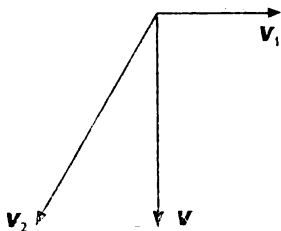
Řešení:

Označíme s vzdálenost, do které plavec plave, příslušné doby označíme t_1 , t_2 .

- V prvním případě se plavec vrátí na své stanoviště za dobu

$$t_1 = \frac{s}{v_2 + v_1} + \frac{s}{v_2 - v_1} = \frac{2sv_2}{v_2^2 - v_1^2},$$

kde v_1 je rychlost proudu řeky, $v_1 < v_2$.



Obr. 40

V druhém případě (obr. 40) musí plavec udržovat směr pod určitým úhlem proti směru proudu. Ve směru kolmém k proudu má jeho výsledná rychlost v velikost

$$v = \sqrt{v_2^2 - v_1^2} ,$$

a plavec se tedy vrátí za dobu

$$t_2 = \frac{2s}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} ;$$

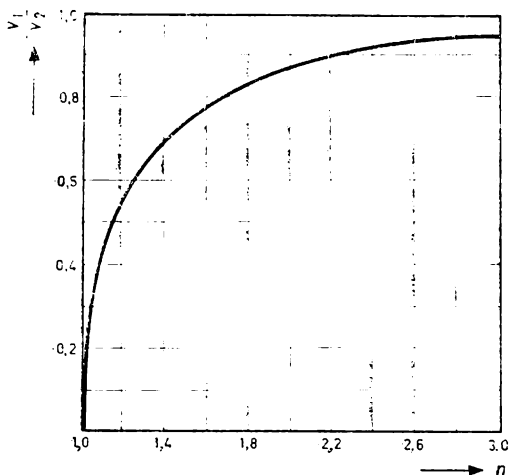
poměr obou dob

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} > 1 ,$$

takže $t_1 > t_2$.

b) Ze zadané podmínky

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} = n$$



Obr. 41

dostaneme

$$v_1 = v_2 \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} \doteq 0,85 \text{ m.s}^{-1} .$$

c) Jde o graf funkce

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} .$$

Graf je na obr. 41. Hodnota vypočítaná v části b) souhlasí s grafem.

4. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

U automobilu Škoda 105 L byly zjištěny tlakové síly na přední osu 5 kN, na zadní osu 7 kN, vzdálenost os měřená ve vodorovném směru je 2,4 m.

- a) Stanovte, v jaké vzdálenosti od přední osy, měřené ve vodorovném směru, je těžiště vozu.
- b) Při výměně zadního kola selhal zvedák, a proto bylo nutno zvednout celou zadní část vozu. K dispozici byla tuhá tyč délky 3 m. Určete, v jaké vzdálenosti od konce tyče je nutno ji podepřít, má-li člověk, který bude automobil zvedat, hmotnost 80 kg.

Řešení:

Označení veličin: $F_1 = 5 \text{ kN}$, $F_2 = 7 \text{ kN}$, $d = 2,4 \text{ m}$, $l = 3,0 \text{ m}$, $m = 80 \text{ kg}$.

a) Označíme x vzdálenost těžiště od přední osy. Poněvadž těžiště rozděluje podélnou osu v nepřímém poměru obou tlakových sil, platí úměra

$$F_2 : F_1 = x : (d - x),$$

z níž vyjádříme

$$x = d \frac{F_2}{F_1 + F_2} \doteq 1,4 \text{ m}.$$

b) Označíme y vzdálenost zadní osy od místa, v němž je tyč podepřena. Při rovnováze momentů platí

$$F_2 y = mg(l - y);$$

odtud vyjádříme

$$y = l \frac{mg}{mg + F_2} \doteq 0,30 \text{ m}.$$

5. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Motocykl, který má spolu s jezdce hmotnost m , se rozjíždí z klidu po přímém vodorovném úseku silnice délky d

působením stálé tahové síly F_1 vodorovného směru. Součinitel úhrnného odporu je f .

- Určete zrychlení pohybu vzhledem k vozovce.
- Určete konečnou rychlost motocyklu vzhledem k vozovce.
- Určete práci vykonanou tahovou silou F_1 .
- Určete konečnou kinetickou energii motocyklu vzhledem k vozovce.
- Jaké přeměny energie nastanou v soustavě těles (motocykl s jezdcem a vozovka) vykonáním práce podle části c)?

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m = 180 \text{ kg}$, $F_1 = 214 \text{ N}$, $f = 0,040$, $d = 250 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Řešení:

a) Na motocykl působí tahová síla F_1 a síla úhrnného odporu $F_t = mgf$; obě mají vodorovný směr a navzájem opačnou orientaci. Předpokládáme, že obě působí v těžišti soustavy tvořené motocyklem a jezdcem. Na soustavu působí výslednice o velikosti $F_1 - F_t$ a uděluje jí zrychlení a , přičemž

$$ma = F_1 - F_t = F_1 - mgf, \text{ odtud}$$

$$a = \frac{F_1}{m} - gf \doteq 0,79 \text{ m.s}^{-2}.$$

b) Pohyb je rovnoměrně zrychlený; konečná rychlost

$$v = \sqrt{2da} = \sqrt{2d \left(\frac{F_1}{m} - gf \right)} \doteq 20 \text{ m.s}^{-1} = 72 \text{ km.h}^{-1}.$$

c) Práce vykonaná tahovou silou při rozjíždění motocyklu

$$W = F_1 d \doteq 53,5 \text{ kJ.} \quad (1)$$

d) Konečná energie motocyklu vzhledem k vozovce

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = mda = d(F_1 - mgf) \doteq 35,5 \text{ kJ.} \quad (2)$$

e) Následkem práce (1) vykonané tahovou silou získá motocykl vzhledem k vozovce kinetickou energii (2). Zbytek $\Delta U = mdfg \doteq 18 \text{ kJ}$ představuje přírůstek vnitřní energie soustavy. Ten se projeví zvýšením teploty motocyklu a jezdce (především pneumatik) a povrchu silnice v místě trasy jezdce.

6. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Určení součinitele smykového tření

Pomůcky:

hladké prkno s kladkou, dřevěný hranolek s háčkem, siloměr s měřicím rozsahem do 10 N, pravítko délky 40 cm se stupnicí v milimetrech, posuvné měřidlo, váhy se sadou závaží, sada stejných závaží o hmotnosti 100 g s háčky, stativ, pevná nit délky asi 2 m.

Úkol:

V této práci budete určovat součinitele smykového tření při pohybu dřevěné plochy po dřevěné podložce dvěma způsoby, jejichž výsledky srovnáte.

Způsob I:

Příprava:

Umístíte hranolek na jeden konec vodorovného prkna, přidržíte ho rukou a pružinu siloměru natáhnete tak, že siloměrem naměříte velikost síly **F**. Zjistíte prodloužení x pružiny siloměru. Práce vykonaná při napínání pružiny

siloměru $W = F_p x$, kde $F_p = \frac{F}{2}$ je průměrná síla, která působí na pružinu. Hranolek pustíte. Hranolek se uvede do pohybu, urazí dráhu délky s a zastaví se. Práce vykonaná třecí silou $W_1 = f m_1 g s$, kde m_1 je hmotnost hranolku. Z rovnosti $W = W_1$ plyne

$$f = -\frac{Fx}{2 m_1 g s}.$$

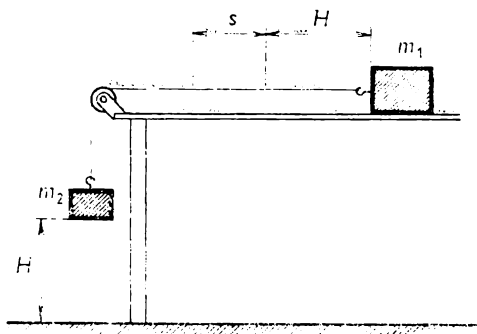
Provedení:

1. Určete hmotnost m_1 hranolku s háčkem.
2. Háček hranolku připojte ke kroužku siloměru nití délky asi 20 cm.
3. Změřte vzdálenosti x a s pro $F = 6$ N. Pokus proveďte alespoň třikrát a určete aritmetický průměr s_p naměřené délky s .
4. Potom měňte velikost F síly $\mathbf{F}$ (volte např. 7 N, 8 N, 9 N, 10 N). Údaje sestavte do tabulky.
5. Určete aritmetický průměr f_p vypočtených hodnot f .

Způsob II:

Příprava:

Podle náčrtku (obr. 42) sestavte aparaturu k měření. Přes kladku veďte nit, jejíž jeden konec je připojen k hranolku o hmotnosti m_1 , na druhém konci je závaží o hmotnosti m_2 . Po uvolnění se vlivem tíhy závaží dá soustava do pohybu se zrychlením a , po dopadu závaží na podlahu se hranolek pohybuje dále rovnoměrně zpomaleně, až se zastaví. Délka dráhy pohybu rovnoměrně zrychleného je H , délka dráhy pohybu rovnoměrně zpomaleného je s . Tíhová potenciální energie závaží se změní o hodnotu $\Delta E_p = m_2 g H$, při posunutí hranolku se vykoná práce $W = f m_1 g (s + H)$, závaží



Obr. 42

získá kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2} m_2 v^2$, kde v je jeho rychlost při dopadu na podlahu. Pro součinitel smykového tření platí

$$f = \frac{m_2 H}{(m_1 + m_2) s + m_1 H} . \quad (1)$$

Tento vztah odvoďte.

Provedení:

1. Změřte veličiny m_1 , m_2 , H , s . Měření opakujte pro danou trojici hodnot m_1 , m_2 , H alespoň třikrát a určete průměrnou hodnotu s_p naměřených hodnot s .
2. Měření proveďte pro několik různých hodnot H .
3. Změřené hodnoty запиšte do tabulky.
4. Určete aritmetický průměr f_p vypočtených hodnot f .

III. Porovnejte hodnoty f_p získané oběma způsoby.

Řešení:

I. způsob:

Výsledky měření jsou v tabulce 17, z nich vychází hodnota $f_p = 0,298 \pm 0,30$.

Tabulka 17

č.	$\frac{F}{N}$	$\frac{x}{m}$	$\frac{s}{m}$	f
1	6,0	0,062	0,105	0,33
2	7,0	0,072	0,175	0,27
3	8,0	0,082	0,210	0,30
4	9,0	0,093	0,275	0,29
5	10,0	0,103	0,320	0,30

II. způsob:

Odvození vztahu (1):

Při dopadu má závaží o hmotnosti m_2 touž rychlost jako hranolek o hmotnosti m_1 ; tuto rychlost určíme z dráhy s potřebné k zabrzdění:

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = f m_1 g s, \quad v = \sqrt{2 g f s}.$$

Napišeme energetickou rovnici

$$m_2 g H = \frac{1}{2} m_2 \cdot 2 g f s + f m_1 g s + f m_1 g H;$$

odtud vyjádříme f , po jednoduché úpravě dostaneme (1).

Při měření byl použit hranolek o hmotnosti $m_1 = 0,54 \text{ kg}$

Tabulka 18

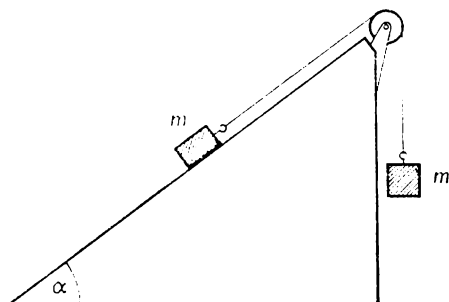
č.	$\frac{H}{m}$	$\frac{s_p}{m}$	f
1	0,20	0,22	0,30
2	0,30	0,31	0,31
3	0,40	0,36	0,34
4	0,50	0,44	0,34
5	0,55	0,66	0,28

a závaží o hmotnosti $m_2 = 0,50$ kg.
 Výsledky jsou sestaveny v tabulce 18.
 Vychází z nich $f_p = 0,314 \pm 0,31$.

III. Souhlas výsledků získaných oběma měřeními je velmi dobrý.

7. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Pokusem bylo zjištěno, že soustavu těles podle obr. 43 lze uvést nárazem do pohybu tak, že těleso na nakloněné rovině koná rovnoměrný posuvný pohyb vzhůru bez působení vnější síly. Obě tělesa mají stejnou hmotnost m .



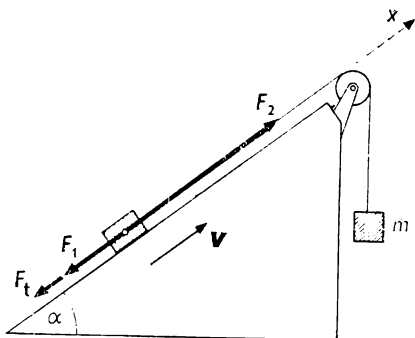
Obr. 43

- Určete součinitele smykového tření.
- Určete velikost třecí síly.
- Co se stane, bude-li soustava za stejných podmínek uvedena nárazem do pohybu tak, že těleso na nakloněné rovině koná posuvný pohyb dolů? Popište pohyb.

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m = 3,0 \text{ kg}$, $\alpha = 37^\circ$.

Řešení:

a) — obr. 44.



Obr. 44

Na těleso pohybující se vzhůru po nakloněné rovině působí síly: $\mathbf{F}_1$ orientovaná v záporném směru osy x , $F_1 = mg \sin \alpha$; tahová síla $\mathbf{F}_2$ napjaté niti orientovaná v kladném směru osy x , $F_2 = mg$, a třecí síla $\mathbf{F}_t$ orientovaná v záporném směru osy x , $F_t = fmg \cos \alpha$, f je součinitel smykového tření.

Za předpokladu, že těžiště tělesa je velmi blízko nakloněné rovině, působí všechny tři síly v těžišti tělesa; vektorové přímky sil jsou v ose x .

Koná-li těleso rovnoměrný pohyb po přímé dráze, jsou síly v rovnováze a platí proto

$$F_2 = F_1 + F_t, \text{ tj. } mg = mg \sin \alpha + fmg \cos \alpha;$$

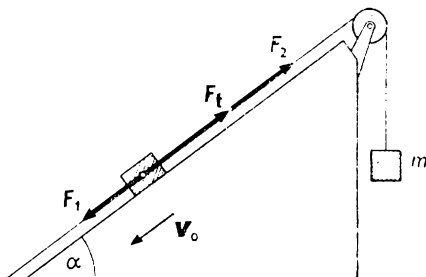
odtud

$$f = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} \doteq 0,50 .$$

b) Třecí síla má velikost

$$F_t = fmg \cos \alpha = mg (1 - \sin \alpha) \doteq 12 \text{ N}.$$

c) — obr. 45.



Obr. 45

Je-li těleso nárazem uvedeno do pohybu po nakloněné rovině dolů, působí na ně stejně jako v případě a) síly F_1 a F_2 , síla F_t je však orientována v kladném směru osy x . Velikost výsledné síly

$$F = F_2 + F_t - F_1 = 2 mg (1 - \sin \alpha).$$

Poněvadž $\sin \alpha < 1$, takže $F > 0$, je výsledná síla orientována v kladném směru osy x , tedy proti počáteční rychlosti. Síla $\mathbf{F}$ je brzdící silou; těleso po nárazu koná po nakloněné rovině dolů pohyb rovnoměrně zpomalený.

b) Druhé kolo soutěže

(všechny úlohy pro 2. kolo navrhl dr. Ivo Volf)

1. úloha

Na málo frekventované silnici si vytyčili dva chlapci trasu pro závod na kole. Z místa A vede trasa do kopce v délce 800 m do místa B , odkud po jiné silnici vede trasa v délce 400 m zpět do místa A . Po okruhu mohou chlapci jet buď ve směru kladném, nebo záporném. Při stoupání jede Jirka stálou rychlostí $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, Mirek rychlostí $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, při klesání jedou oba chlapci stálou rychlostí $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Oba chlapci pojedou týmž směrem po trati. Jaké jsou průměrné rychlosti obou chlapců po ujetí celočíselného počtu kol? Záleží tyto průměrné rychlosti na tom, po kterém úseku trati budou chlapci stoupat?
- Chlapci vyjedou současně týmž směrem po trati z místa A . Určete, za jakou dobu po startu na závodní trati předjede jeden chlapec druhého. V jaké vzdálenosti od místa startu k tomu dojde?

Řešení:

Označení veličin: $s = 1\,200 \text{ m}$, $s_1 = 800 \text{ m}$, $s_2 = 400 \text{ m}$, $v_1 = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_3 = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Průměrné rychlosti označíme v_{1p} , v_{2p} .

a) Postačí uvažovat jedno ujeté kolo. Jedou-li chlapci vzhůru po úseku délky s_1 , jsou jejich průměrné rychlosti

$$v_{1p} = \frac{s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_3}}, \quad v_{2p} = \frac{s}{\frac{s_1}{v_2} + \frac{s_2}{v_3}},$$

pro zadané hodnoty: $v_{1p} = 4,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_{2p} \doteq 5,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Jedou-li vzhůru po úseku délky s_2 , jsou jejich průměrné rychlosti

$$v'_{1p} = \frac{s}{\frac{s_2}{v_1} + \frac{s_1}{v_3}}, \quad v'_{2p} = \frac{s}{\frac{s_2}{v_2} + \frac{s_1}{v_3}},$$

pro zadané hodnoty: $v'_{1p} = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v'_{2p} \doteq 6,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Průměrné rychlosti jsou tedy v obou případech navzájem různé. Záleží na tom, zda chlapci se větší rychlostí v_3 pohybují po dráze kratší nebo delší.

b) Rychlejší chlapec předjede poprvé pomalejšího, když ujede o jedno kolo více. Označíme n počet ujetých kol. Poněvadž $v_{2p} > v_{1p}$, musí platit

$$(n + 1)s = v_{2p}t, \quad ns = v_{1p}t, \quad (1)$$

kde t je doba od startu, za kterou rychlejší chlapec předjede pomalejšího. Ze soustavy (1) vychází

$$t = \frac{s}{v_{2p} - v_{1p}}, \quad n = \frac{v_{1p}}{v_{2p} - v_{1p}},$$

popř.

$$t' = \frac{s}{v'_{2p} - v'_{1p}}, \quad n' = \frac{v'_{1p}}{v'_{2p} - v'_{1p}}$$

a vzdálenosti od místa startu

$$d = ns - ks, \text{ popř. } d' = n's - k's,$$

kde k , popř. k' jsou přirozená čísla taková, aby platilo $d < s$, popř. $d' < s$ (jde o celočíselný počet kol ujetých předtím, než rychlejší chlapec předjede pomalejšího).

Pro zadané hodnoty: $t \doteq 22$ min, $t' \doteq 29$ min, $d \doteq 330$ m, $d' \doteq 0$ m.

2. úloha

Dva mladí lyžaři Václav a Lída stojí na kopci ve výšce 40 m nad vodorovnou rovinou a začnou současně sjíždět po spádnicí délky 120 m. Trať představuje nakloněnou rovinu, která na úpatí přechází v rovinu vodorovnou. Lída jede po vyjeté stopě, takže při pohybu z kopce lze tření zanedbat. Václav jede v čerstvém sněhu, přičemž součinitel smykového tření je 0,1. Při pohybu obou lyžařů po vodorovné rovině v hlubokém sněhu je součinitel smykového tření 0,2.

- Který z lyžařů se zastaví dříve? Jaký je časový rozdíl mezi zastavením obou lyžařů?
- Který z lyžařů dojede dále? Jaký je dráhový rozdíl obou lyžařů při zastavení?

Tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

Označení veličin: $l = 120$ m, $h = 40$ m, $f_1 = 0,1$, $f_2 = 0,2$.

a) Lída jede z kopce se zrychlením $a_1 = \frac{g h}{l}$, při sjezdu dosáhne rychlosti $v_1 = \sqrt{2 g h}$ za dobu $t_1 = \sqrt{\frac{2 l}{a_1}} = l \sqrt{\frac{2}{g h}}$.

Zrychlení při pohybu po rovině $a_3 = -f_2g$.
 Lída se zastaví na rovině za dobu

$$t_1' = -\frac{v_1}{a_3} = \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Od okamžiku startu se tedy zastaví za dobu

$$t_L = t_1 + t_1' = l \sqrt{\frac{2}{gh}} + \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{2h}{g}} \doteq 22,8 \text{ s}.$$

Václav se při sjezdu pohybuje se zrychlením

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{gh}{l} - f_1 \frac{g}{l} \sqrt{l^2 - h^2} = \\ &= \frac{g}{l} \left(h - f_1 \sqrt{l^2 - h^2} \right) \doteq 2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

a dosáhne rychlosti

$$v_2 = \sqrt{2g \left(h - f_1 \sqrt{l^2 - h^2} \right)} \doteq 24,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

za dobu

$$t_2 = \sqrt{\frac{2l}{a_2}}.$$

Na rovině se zastaví za dobu $t_2' = \frac{v_2}{f_2g}$. Od okamžiku startu se tedy zastaví za dobu

$$t_V = \sqrt{\frac{2l}{a_2}} + \frac{v_2}{f_2g} \doteq 22,4 \text{ s}.$$

Dříve se tedy zastaví Václav, a to o 0,4 s.

b) Dráha obou lyžařů se skládá ze dvou částí. První část je společná, druhá část délky s je vzdálenost místa zastavení od úpatí kopce, přičemž zrychlení $a_3 = -f_2 g$ je pro oba lyžaře stejné. Počáteční rychlosti jsou $v_1 \doteq 28,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 \doteq 24,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Použijeme vztah

$$s = \frac{v^2}{2|a_3|}.$$

Lída se zastaví na dráze

$$s_L = \frac{v_1^2}{2|a_3|},$$

Václav na dráze

$$s_V = \frac{v_2^2}{2|a_3|}.$$

Poněvadž $v_1 > v_2$, dojede Lída dále než Václav, a to o délku

$$s = \frac{1}{2|a_3|} (v_1^2 - v_2^2) \doteq 53 \text{ m}.$$

3. úloha

Prototyp raketoplánu s reaktivním motorem má na počátku pohybu hmotnost $M = 300 \text{ kg}$. Motor pracuje tak, že vypuzuje produkty hoření v dávkách o hmotnosti $m = 0,20 \text{ kg}$, rychlost plynů v hrdle trysky vzhledem k Zemi je $v = 1\,000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Počáteční rychlost prototypu vzhledem k Zemi je nulová. Odpor vzduchu zanedbáváme.

a) Určete, jakou rychlost bude mít prototyp raketoplánu po vypuzení třetí dávky, jestliže se pohybuje vodorovně?

- b) Jakou rychlost bude mít prototyp raketoplánu po $t = 5$ s pohybu, jestliže v motoru nastává 20 impulsů za 1 s?

Řešení:

Označíme v_N rychlost prototypu po N -tém impulsu. K řešení použijeme zákon zachování hybnosti:

$$Nmv = (M - Nm) v_N, \text{ tedy } v_N = \frac{Nmv}{M - Nm}.$$

- a) Po třetím impulsu má prototyp rychlost

$$v_3 = \frac{3mv}{M - 3m} \doteq 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- b) Za dobu $t = 5$ s se uskuteční $5 \cdot 20 = 100$ impulsů, rychlost

$$v_{100} = \frac{100mv}{M - 100m} \doteq 71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

4. úloha

Válcový komín výšky $h = 20$ m má tloušťku stěny $b = 30$ cm, vnitřní průměr komínu je $d = 60$ cm. Je vyroben z cihel hustoty $\rho = 2\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, malta má touž hustotu.

- Jaký je tlak komínu na podložku?
- Určete nejmenší mechanickou práci W při zvedání stavebního materiálu z povrchu Země při stavbě komínu.
- Ve skutečnosti má komín téže výšky tvar komolého kužele, uvnitř dutého. Na stavbu komínu se spotřebuje materiál o téže hmotnosti jako v úloze b). Rozhodněte, zda mechanická práce W_1 při zvedání stavebního materiálu v tomto případě bude stejná, menší nebo větší než v případě b). Své tvrzení odůvodněte.

Řešení:

Označíme m hmotnost komínu, $r = 0,30$ m jeho vnitřní poloměr, $R = 0,60$ m jeho vnější poloměr.

a) Průřez komínu má obsah

$$S = \pi (R^2 - r^2)$$

a stavební materiál má hmotnost

$$m = Sh\rho \doteq 4,24 \cdot 10^4 \text{ kg.}$$

Tlak na podložku

$$p = \frac{mg}{S} = \frac{Shg\rho}{S} = h g \rho \doteq 4,9 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

b) Komín je válcový, jeho těžiště je ve výšce $\frac{h}{2}$ nad povrchem Země. Práce potřebná k zvednutí stavebního materiálu je rovna práci potřebné k zvednutí těžiště do výšky

$\frac{h}{2}$, tedy

$$W = \frac{mgh}{2} \doteq 4,16 \text{ MJ.}$$

c) Poněvadž komín je dole širší než nahoře, je jeho těžiště nad povrchem Země ve výšce $< \frac{h}{2}$. Proto potřebná me-

chanická práce $W_1 < W$.

5. Úlohy kategorie E

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Milan Bednařík a Mojmír Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Pavel, který bydlí v místě A , chce navštívit přítele Jiřího, který bydlí v místě B . Pavel má na vycházku plánovanou dobu $t = 2,5$ h, přičemž počítá s tím, že se u Jiřího zdrží po dobu $t_0 = 20$ min. Průměrná rychlost Pavlovy chůze na úseku AB je $v_1 = 4,8$ km.h⁻¹.

- a) Určete vzdálenost mezi místy A , B .
- b) Bratr Pavlovi nabídne, že ho sveze z místa A do místa B na motocyklu, při průměrné rychlosti $v_2 = 48$ km.h⁻¹. Jak dlouho se nyní může Pavel zdržet u Jiřího, chce-li se domů vrátit za plánovanou dobu t ?

Řešení:

a) Označme s vzdálenost mezi oběma místy. Při chůzi tam a zpět by trvala cesta dobu $t_1 = \frac{2s}{v_1}$, takže pro celkovou dobu vycházky platí

$$t = \frac{2s}{v_1} + t_0$$

a odtud

$$s = \frac{1}{2} v_1 (t - t_0) = 5,2 \text{ km.} \quad (1)$$

b) V případě, že Pavel pojede z místa A do místa B na mo-

tocyklu průměrnou rychlostí v_2 , může se u Jiřího zdržet po dobu t_0' . Pro celkovou dobu pak platí

$$t = \frac{s}{v_2} + \frac{s}{v_1} + t_0'. \quad (2)$$

Ze vztahu (2) vyjádříme t_0' a za s dosadíme z (1). Dostáváme

$$t_0' = t - \frac{(v_1 + v_2)(t - t_0)}{2v_2} \doteq 78,5 \text{ min.}$$

2. úloha (navrhl doc. dr. Bohumil Vlach)

Rovnoběžně s přímou vodorovnou cestou vedou dvě nosná lana lanové dráhy mezi vápencovým lomem a cementárnou. Na jednom laně se pohybují stálou rychlostí vozíky s vápencem do cementárny, na druhém laně se vrací prázdné vozíky stejně velkou rychlostí do lomu. Vzdálenost středů sousedních vozíků na laně $d = 50 \text{ m}$.

Po cestě kráčí chodec stálou rychlostí. Za dobu $t = 6 \text{ min}$ potká chodec $n_1 = 28$ vozíků jedoucích na jednom laně a za stejnou dobu ho předjede $n_2 = 12$ vozíků na druhém laně.

- Jak velkou rychlostí se pohybují vozíky na lanové dráze?
- Kolik vozíků jedoucích v jednom směru by chodec minulo za dobu $t = 6 \text{ min}$, kdyby chodec stál na místě?

Řešení:

a) Označme v_0 rychlost chodce. Vozíky na laně se vzhledem k chodci pohybují rychlostmi $(v + v_0)$, $(v - v_0)$. Za dobu t se lana vzhledem k chodci posunou o délky

$$n_1 d = (v + v_0) t, \quad n_2 d = (v - v_0) t.$$

Z této soustavy rovnic vyjádříme

$$v = \frac{d}{2t} (n_1 + n_2) = 10 \text{ km.h}^{-1}. \quad (1)$$

b) Kdyby chodec stál, posunulo by se vzhledem k němu každé z obou lan za dobu t o délku

$$nd = vt, \quad (2)$$

kde v je rychlost daná vztahem (1). Dosazením z (1) do (2) dostaneme

$$n = \frac{1}{2} (n_1 + n_2) = 20 .$$

Poznámka: Úloha je řešena za předpokladu, že chodec počne měřit čas v některém okamžiku mezi pozorovanými průjezdy dvou sousedních vozíků místem, v němž chodec právě je.

3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Prázdná polyetylenová láhev (např. láhev od octa) s uzávěrem má hmotnost $m_0 = 0,050 \text{ kg}$ a objem $V_0 = 1,0 \text{ litru}$. Jaký nejmenší počet takových lahví potřebuje chlapec hmotnosti $m = 50 \text{ kg}$ na zhotovení plovacího pásu, který by zabránil klesnutí jeho těla ke dnu?

Měrná tíha vody $\gamma_0 = 10\,000 \text{ N.m}^{-3}$, průměrná měrná tíha chlapcova těla $\gamma = 11\,000 \text{ N.m}^{-3}$.

Řešení:

Označme n potřebný počet lahví. Chlapec s plovacím pásem má hmotnost $m' = m + nm_0$ a působí na něj tíhová síla $G' = G + nG_0$, kde G je tíhová síla působící na chlapce, G_0 tíhová síla působící na jednu láhev.

Chlapcovo tělo má objem $V = \frac{G}{\gamma}$, n lahví má objem nV_0 , takže na chlapce s plovacím pásem působí ve vodě hydrostatická vztlaková síla

$$F = (V + nV_0)\gamma_0 = \left(\frac{G}{\gamma} + nV_0 \right) \gamma_0.$$

Z rovnosti $G' = F$ dostaneme vztah, z něhož vyjádříme počet lahví

$$n = \frac{G \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma} \right)}{V_0\gamma_0 - G_0}.$$

Pro zadané hodnoty vychází $n \doteq 4,8$, takže plovací pás bude bezpečný, bude-li sestaven aspoň z 5 lahví.

4. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Při některých postupech ve výrobě polovodičových součástek je třeba křemíkové desky na povrchu okysličovat, tj. vytvářet na nich vrstvy kysličníku křemičitého SiO_2 .

Při okysličování desky s rovinným povrchem vstoupila do reakce povrchová vrstva, jejíž tloušťku označíme d_1 . Vzniklá kysličníková vrstva měla tloušťku d_2 .

$$\text{Stanovte poměr } \frac{d_2}{d_1}.$$

Řešení:

Označíme ϱ_1 hustotu křemíku, ϱ_2 hustotu kysličníku křemičitého, tj. křemene, S plošný obsah povrchu desky, m_1 hmotnost křemíku, který vstoupil do reakce, m_2 hmot-

nost vzniklého kyslíčníku. Pak platí

$$m_1 = S d_1 \varrho_1, \quad m_2 = S d_2 \varrho_2.$$

Odtud vyjádříme poměr

$$p = \frac{d_2}{d_1} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{\varrho_1}{\varrho_2}.$$

Poměr hmotností stanovíme z poměrných atomových hmotností křemíku (28,1) a kyslíku (16,0):

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{28,1 + 2 \cdot 16,0}{28,1} = \frac{60,1}{28,1}.$$

V tabulkách nalezneme: $\varrho_1 = 2\,400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,
 $\varrho_2 = 2\,600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Dosazením vypočítáme poměr $p \doteq 1,97$.

5. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Ve sklenici je voda objemu 0,2 litru o teplotě 100°C . V nádobě je 12 litrů vody o teplotě 20°C .

- a) Voda ve sklenici i v nádobě se ochladí na teplotu okolí 0°C . Která nádoba s vodou odevzdá do okolí více tepla a kolikrát více?
- b) Voda ve sklenici i v nádobě se ochladí na teplotu okolí 10°C . Jaký objem by musela mít voda v nádobě, aby sklenice i nádoba odevzdaly do okolí stejné teplo?
Měrné teplo vody $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; hustota vody $\varrho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

Označíme $m_1 = 0,20 \text{ kg}$ hmotnost vody ve sklenici, $m_2 = 12 \text{ kg}$ hmotnost vody v nádobě, $t_1 = 100^\circ\text{C}$ teplotu vody

ve sklenici, $t_2 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ teplotu vody v nádobě, dále $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $t_3 = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$.

a) Voda ve sklenici odevzdá teplo

$$Q_1 = m_1 c (t_1 - t_0) = 84\text{ kJ},$$

voda v nádobě odevzdá teplo

$$Q_2 = m_2 c (t_2 - t_0) = 1\,008\text{ kJ},$$

takže $Q_2 > Q_1$, $Q_2 = 12\,Q_1$. Chladnější voda tedy odevzdá dvanáctkrát více tepla než voda teplejší.

b) Voda ve sklenici odevzdá teplo

$$Q'_1 = m_1 c (t_1 - t_3)$$

a voda v nádobě, která by měla hmotnost m_3 , by odevzdala teplo

$$Q'_2 = m_3 c (t_2 - t_3).$$

Z rovnosti $Q'_1 = Q'_2$ vyjde

$$m_3 = m_1 \frac{t_1 - t_3}{t_2 - t_3} \doteq 1,8\text{ kg},$$

takže voda v nádobě by musela mít objem asi 1,8 litru.

6. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Miroslav Ouhrabka)

V domácnosti se používá odměrka, pomocí které lze zjišťovat hmotnost některých potravin bez použití vah.

a) Navrhněte způsob, jak pomocí této pomůcky přibližně

určíme hustotu sypkých látek nebo kapalin, které jsou vypsány na stěně odměrky.

- b) Vysvětlíte, proč u hrubozrnných látek (např. rýže, krystalového cukru) je zjištění hustoty méně přesné než u látek jemnozrnných.
- c) Určete hustoty látek uvedených na odměrce. Potřebná měření pro každou látku proveďte aspoň třikrát, pro různé hodnoty naměřených veličin.
- d) Je možné určit hustoty těchto látek, i když je nemáme k dispozici? Navrhněte postup.

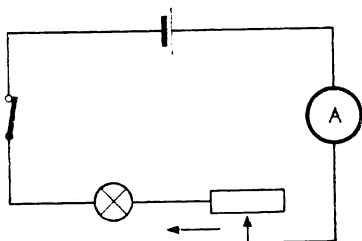
7. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Máte k použití elektrickou baterii o napětí 4,5 V, žárovku s údajem 2 V/0,5 A, ampérmetr se stupnicí od 0 A do 2 A, dva stejné voltmetry se stupnicemi od 0 V do 5 V, spínač a reostat s posuvným jezdcem.

- a) Nakreslete schéma jednoduchého elektrického obvodu sestaveného z baterie, spínače, žárovky, ampérmetru a reostatu tak, že je možno posunutím jezdce regulovat proud procházející obvodem. Naznačte šipkou směr pohybu jezdce reostatu tak, aby se světlo žárovky rozjasňovalo. Jak se přitom mění výchylka ručky ampérmetru? Odpověď zdůvodněte.
- b) Nakreslete totéž schéma s voltmetry připojenými tak, že jeden měří napětí na svorkách žárovky a druhý na části reostatu zařazené do obvodu. Rozhodněte, zda se při posouvání jezdce reostatu podle úlohy a) výchylky ruček na voltmetrech zmenšují, zvětšují nebo nemění. Odpověď zdůvodněte.

Řešení:

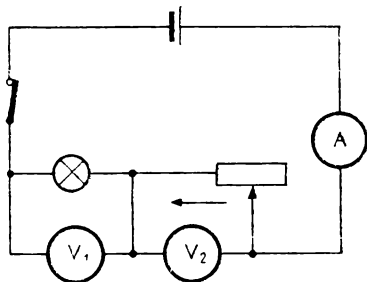
a) — obr. 46.



Obr. 46

Světlo žárovky se rozjasňuje, když se celkový odpor obvodu zmenšuje. Proud v obvodu roste, proto se zvětšuje výchylka ručky ampérmetru.

b) — obr. 47.



Obr. 47

Napětí se rozděluje v poměru odporů. Při posouvání jezdce v označeném směru se vlákno žárovky stále více zahřívá,

jeho odpor roste a roste i proud v obvodu, proto roste i výchylka ručky voltmetru V_1 . Odpor zařazené části reostatu se zmenšuje, proto se zmenšuje i výchylka ručky voltmetru V_2 . Součet rostoucího napětí na žárovce a napětí na zařazené části reostatu je stálý, takže zvětšování napětí jednoho má za následek zmenšování napětí druhého.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Po vodorovné přímé silnici se pohybuje stálou rychlostí kolona vojenských vozidel. Vzdálenost předních nárazníků dvou za sebou jedoucích vozidel $d = 30$ m.

V sousedním jízdním pruhu silnice jede stálou rychlostí osobní automobil.

Předjíždí-li automobil kolonu, předjede za každou minutu $n_1 = 11$ vozidel. Jede-li automobil v protisměru, potká za každou minutu $n_2 = 71$ vozidel.

- Jak velkou rychlostí v_0 se pohybuje kolona vozidel?
- Jak velkou rychlostí v jede osobní automobil?
- Kolik vozidel by předjel automobil za minutu, kdyby se kolona zastavila?

Řešení:

Za dobu $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ se automobil přemístí vzhledem k vozidlům kolony, kterou právě předjíždí, o dráhu délky d :

$$(v - v_0) t = (n_1 - 1) d, \quad (1)$$

kde v je rychlost automobilu, v_0 rychlost kolony.

Když automobil jede v protisměru, pak se za touž dobu přemístí vzhledem k vozidlům o dráhu délky d :

$$(v + v_0) t = (n_2 - 1) d. \quad (2)$$

a), b) Řešením soustavy rovnic (1) a (2) dostaneme

$$v_0 = \frac{d}{2t} (n_2 - n_1) = 15 \text{ m.s}^{-1} = 54 \text{ km.h}^{-1} ;$$

$$v = \frac{d}{2t} (n_2 + n_1 - 2) = 20 \text{ m.s}^{-1} = 72 \text{ km.h}^{-1}.$$

c) Pro stojící kolonu vozidel $v_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$, $vt = nd$, kde n je počet vozidel předjížděných. Odtud

$$n = \frac{vt}{d} = 40 .$$

Poznámka: Úloha byla řešena za předpokladu, že řidič automobilu počne měřit čas od okamžiku, v němž právě mívá některé vozidlo.

2. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Dutá sklená guľa s vonkajším polomerom $R = 5,0 \text{ cm}$, v dutine ktorej je vákuum, sa vznáša vo vode.

Merná tiaž skla $\gamma = 24\,000 \text{ N.m}^{-3}$, merná tiaž vody $\gamma_0 = 10\,000 \text{ N.m}^{-3}$.

a) Určte vnútorný polomer r gule.

b) Ako sa guľa správa, ak vo vode rozpustíme kuchyňskú soľ? Vysvetlite.

Riešenie:

a) Na dutú guľu pôsobí tiažová sila G , ktorá je v rovnováhe zo vztlakovou silou F_{vz} , pričom platí

$$G = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) \gamma; \quad F_{vz} = \frac{4}{3} \pi R^3 \gamma_0 .$$

Z rovnosti $F_{vz} = G$ dostaneme

$$r = R \sqrt[3]{\frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma}} \doteq 4,2 \text{ cm} .$$

b) Dutá guľa sa čiastočne vynorí nad voľný povrch kvapaliny a pláve na kvapaline. Vztlaková sila F_{vz} je i v tomto prípade v rovnováhe s tiažovou silou pôsobiacou na teleso, avšak merná tiaž vodného roztoku soli je väčšia ako merná tiaž vody; guľa sa teda ponorí do kvapaliny iba čiastkou svojho objemu.

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Pórovitosť telesa je dána poměrem $\frac{V_p}{V}$, kde V_p je objem

všech pórů a V objem celého telesa.

Na ploše rovinné destičky o obsahu $S = 2,0 \text{ cm}^2$ je nastříkána vrstva pórovité látky, jejíž hustota $\rho = 3\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Vrstva má hmotnost $m = 2,8 \text{ mg}$ a tloušťku $d = 0,01 \text{ mm}$. Stanovte pórovitosť vrstvy. Určete ji také v procentech objemu vrstvy jako základu.

Řešení:

Nastříkaná vrstva má objem $V = Sd$. Vrstva o hmotnosti

m bez pórů by měla objem $V_0 = \frac{m}{\rho}$, takže póry mají objem

$V_p = V - V_0$. Podle definice pórovitosti

$$p = \frac{V - V_0}{V} = 1 - \frac{V_0}{V} = 1 - \frac{m}{Sd_0}$$

a pro zadané hodnoty: $p = 0,6 \dots 60 \%$.

4. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Žhavicí obvod elektronek v elektronkovém televizoru odbírá ze sítě o napětí $U = 220$ V proud $I = 300$ mA.

V ČSSR je asi $n = 1$ milión takových televizorů v provozu po dobu průměrně $t = 3$ h denně.

a) Kolik uhlí o výhřevnosti $H = 12$ MJ.kg⁻¹ se za rok ušetří v tepelných elektrárnách pracujících s účinností $\eta = 36 \%$, vymění-li se elektronkové televizory za tranzistorové, které nepotřebují žhavení?

b) Jakou úhrnnou peněžní částku tím uživatelé televizorů za rok ušetří při sazbě $S = 1,05$ Kčs.kWh⁻¹?

Řešení:

a) Žhavicí příkon každého elektronkového televizoru $P_0 = UI$. K provozu n televizorů po dobu t denně se za rok spotřebuje elektrická práce

$$W = 365 n P_0 t = 365 n UI t. \quad (1)$$

Označme m hmotnost uhlí potřebného k vyrobení této práce:

$$mH\eta = W, \quad m = \frac{365 n UI t}{H\eta}$$

a pro zadané hodnoty: $m \doteq 60\,000$ tun.

b) Při sazbě S se za elektrickou práci podle (1) zaplatí peněžní částka $\check{C} = SW$, kde veličina W je vyjádřena v kWh:

$$\check{C} = 365 \text{ n UItS} \doteq 76 \text{ miliónů Kčs}$$

$$\left(S = \frac{1,05 \text{ Kčs}}{3\,600 \cdot 1\,000 \text{ Ws}} \right) .$$

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Řidič automobilu chce projet vzdálenost $s = 50 \text{ km}$ mezi dvěma místy za dobu $t = 1 \text{ h}$. Během jízdy se však zdrží po dobu $t_0 = 10 \text{ min}$ u vlakového přejezdu.

a) Jak velkou průměrnou rychlostí v musí jet po dráze s , aby stanovenou dobu dodržel?

b) Předpokládejte, že v prvním úseku dráhy $s_1 = \frac{s}{4}$ musí

řidič jet omezenou rychlostí $v_1 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Chce opět dodržet stanovenou dobu t i při desetiminutovém zdržení u vlakového přejezdu. Jak velkou průměrnou rychlostí musí jet ve zbývajícím úseku dráhy s_2 ?

Řešení:

a) Dráhu s ujede řidič za dobu $t - t_0$, jeho průměrná rychlost

$$v_{1p} = \frac{s}{t - t_0} = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} .$$

b) Dráhu s_1 projede řidič za dobu $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{4v_1}$, na proje-

tí dráhy $s_2 = \frac{3s}{4}$ mu zbývá doba $t - t_0 - t_1$. Průměrná

rychlost na dráze s_2

$$v_{2p} = \frac{s_2}{t - t_0 - t_1} = \frac{3 s v_1}{4 v_1 (t - t_0) - s} = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Oblíbeným rekreačním sportem na velkých vodních plochách je projížďka na vodním šlapacím kole. Součástí jeho konstrukce jsou dva duté plechové válce, které se částečně ponořují ve vodě. Hmotnost celé konstrukce včetně obou plechových válců je $M = 120 \text{ kg}$.

- Určete objem obou válců, jestliže při neobsazeném kole je ponořeno $p = 20\%$ jejich objemu ve vodě.
- Kolik osob může kolo zatížit, aby ponor plechových válců činil právě $p' = 50\%$ jejich objemu? Hmotnost jedné osoby $M_0 = 60 \text{ kg}$.
Měrná tíha vody $\gamma = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení:

- Označíme V objem válců, ponořený objem $V' = \frac{pV}{100}$,

kde $p = 20$. Vztaková síla $F = V'\gamma$ je v rovnováze s tíhovou silou $G = 1\,200 \text{ N}$. Z rovnosti $F = G$ nalezneme

$$V = \frac{100 G}{p\gamma} = 0,6 \text{ m}^3. \quad (1)$$

- Vztaková síla je nyní $F' = \frac{p'V\gamma}{100}$, kde $p' = 50$; je v rov-

nováze s tíhovou silou $G' = G + nG_0$, kde $G_0 = 600 \text{ N}$ je tíhová síla působící na jednu osobu. Z rovnosti $F' = G'$ vyjádříme s přihlédnutím k (1)

$$n = \frac{G(p' - p)}{G_0 p} = 3.$$

3. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

V elektrickém kalorimetru dokonale tepelně izolovaném je voda o hmotnosti $m = 1,0$ kg teploty $t_0 = 0$ °C. Do kalorimetru vložíme led o hmotnosti $m_2 = 1,0$ kg teploty $t_0 = 0$ °C.

- Na jaké hodnotě se ustálí teplota směsi vody a ledu v kalorimetru, jestliže kalorimetr není připojen ke zdroji elektrického napětí?
- Za jakou dobu τ všechen led roztaje, jestliže topné těleso kalorimetru dostává příkon $P = 500$ W?
- Jaká bude výsledná teplota vody v kalorimetru, bude-li topné těleso zahřívát vodu při stejných podmínkách jako v části úlohy b), ale po dobu $\tau' = 15$ minut?

Řešení:

a) Poněvadž voda i led mají stejnou teplotu, nedojde mezi nimi k výměně tepla a teplota vody i ledu v kalorimetru bude $t_0 = 0$ °C.

b) Teplo dodané topným tělesem se využije k přeměně ledu na vodu stejné teploty t_0 :

$$P\tau = m_2 l,$$

kde $l = 335$ kJ.kg⁻¹ je měrné skupenské teplo tání ledu; odtud

$$\tau = \frac{m_2 l}{P} = 670 \text{ s} = 11 \text{ min } 10 \text{ s}.$$

c) Teplo dodané topným tělesem se využije ke změně

skupenství a pak k zahřátí vody, jejíž měrné teplo $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$:

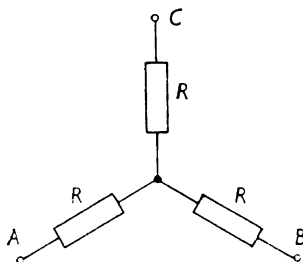
$$P\tau' = m_2 l + (m_1 + m_2) c (t - t_0), \text{ odtud}$$

$$t = t_0 + \frac{P\tau' - m_2 l}{c(m_1 + m_2)} \doteq 13,7 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

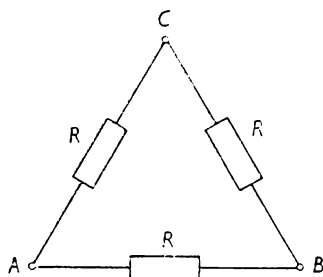
Tři stejné spotřebiče, z nichž každý má elektrický odpor $R = 30 \text{ } \Omega$, jsou spojeny do soustavy podle obr. 48 a obr. 49. Určete odpory R_{AB} , R_{BC} , R_{AC}

a) podle obr. 48,



Obr. 48

b) podle obr. 49.



Obr. 49

Řešení:

a) Mezi kteroukoli dvojicí svorek jsou sériově zapojeny dva stejné spotřebiče, z nichž každý má odpor R , proto

$$R_{AB} = R_{BC} = R_{AC} = 2 R = 60 \Omega.$$

b) Mezi kteroukoli dvojicí svorek je zapojen spotřebič o odporu R a paralelně k němu dva sériově spojené spotřebiče, z nichž každý má odpor R . Soustava těchto dvou spotřebičů má odpor $2 R$, takže

$$R_{AB} = R_{BC} = R_{AC} = \frac{R \cdot 2 R}{R + 2 R} = \frac{2}{3} R = 20 \Omega.$$

OBSAH

1. Cíl soutěže a její organizace	5
2. Složení ÚV FO	9
3. Krajské a okresní výbory FO.	11
4. Průběh soutěže ve školním roce 1979/80	11
A. První a druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D	11
B. Třetí kolo kategorie A	31
C. Kategorie E	33
5. Akce na podporu FO	40
6. Soutěžní úlohy	42
A. Úlohy kategorie A	42
a) První kolo soutěže	42
b) Druhé kolo soutěže	62
c) Třetí kolo soutěže.	69
B. Úlohy kategorie B	86
a) První kolo soutěže	86
b) Druhé kolo soutěže	109
C. Úlohy kategorie C	118
a) První kolo soutěže	118
b) Druhé kolo soutěže	140
D. Úlohy kategorie D.	147
a) První kolo soutěže	147
b) Druhé kolo soutěže	164
E. Úlohy kategorie E	171
a) První kolo soutěže	171
b) Druhé kolo soutěže	179
c) Třetí kolo soutěže.	183

Karel Žampa a Mojmír Simerský

**XXI. ročník
fyzikální
olympiády**

Obrázky rýsoval Josef Kubík

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze
roku 1982 jako svou publikaci č. 9-42-18/21

Edice: Pomocné knihy pro žáky

Odpovědná redaktorka: Jiřina Cívínová

Výtvarný redaktor: Václav Hanuš

Technická redaktorka: Jana Tarantová

Z nové sazby písmem Times vytiskly Moravské
tiskařské závody, n. p., Olomouc

Formát papíru 61 × 86

Počet stran 192

AA 5,86 - VA 6,35 (5,49 VA textu, 0,71 VA grafiky)

Náklad 3500 kusů výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5

1. vydání

Cena brožovaného výtisku Kčs 8,00

505/21, 825

14-571-82 Kčs 8,00
