

KAREL ŽAMPA, MOJMÍR SIMERSKÝ
A DOC. RNDR. ING. DANIEL KLUVANEC, CSC.

XX. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH
ZE SOUTĚŽE KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE
1978/1979

STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ
PRAHA

Zpracovali: Karel Žampa, Mojmír Simerský a doc. RNDr. ing.
Daniel Kluvanec, CSc.

Recenzovali: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc. (2. část),
RNDr. Josef Janás (1. a 3. část) a František Živný

1. vydání

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1981

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

1. Dvacet let fyzikální olympiády v ČSSR

Fyzikální olympiáda (FO) v ČSSR má od svého vzniku za cíl vést žáky k hlubšímu studiu fyziky, rozvíjet jejich nadání a schopnosti používat získané poznatky k samostatnému řešení úloh, vytvářet podmínky k samostatnému studiu fyziky a vzbuzovat u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů na vysokých školách.

Ve školním roce 1978/79 uplynulo 20 let od celostátního zahájení fyzikální olympiády u nás.

Některé kraje zahájily FO pokusně již dříve. V roce 1957 zorganizoval Olomoucký kraj fyzikální olympiádu pro nejvyšší ročník gymnázií, v roce 1958 pak Praha rovněž pro nejvyšší ročník gymnázií a Brněnský kraj pro všechny tři ročníky gymnázií. V roce 1959 byla fyzikální olympiáda podle Brněnského kraje zavedena celostátně pro všechny ročníky gymnázií.

Fyzikální olympiáda měla proti matematické olympiádě vážný nedostatek v tom, že neměla předběžnou přípravu na školách I. cyklu. Proto Krajský výbor fyzikální olympiády JMK zavedl v roce 1961 pokusně kategorii D pro nejvyšší ročník ZDŠ. V roce 1963 byla tato kategorie zavedena celostátně (5. ročník FO).

V roce 1971 vznikla čtyřletá gymnázia. To si vynutilo změnu organizace FO. Pro střední školy byly zavedeny čtyři kategorie (A, B, C, D) a pro ZDŠ pátá kategorie E. Tato organizace zůstala zachována i ve dvacátém ročníku FO.

Kategorie A a E probíhá ve 3 kolech (kategorie E až od školního roku 1965/66) a kategorie B, C a D ve dvou kolech.

2. Cíl soutěže a její organizace

ÚV KSČ při stanovení úkolů dalšího rozvoje socialistické společnosti zdůraznil význam vědeckotechnického rozvoje a péče o růst politické a odborné kvalifikace mladých kádrů. Tento úkol připadl našemu školství, které jej nemůže plně zabezpečit pouze v rámci povinné výuky. Velkým pomocníkem při plnění tohoto úkolu jsou soutěže přírodovědného a technického charakteru — tedy i fyzikální olympiáda.

Úkoly soutěže jsou dány organizačním řádem matematické a fyzikální olympiády, který nabyl účinnosti 1. září 1976 výnosem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76-210 a výnosem MŠ SSR ze dne 25. května 1976, č. j. 5 835/1976 — II/1.

Zavedení obou soutěží je odůvodňováno v čl. 1 organizačního řádu, který pojednává o účelu soutěží:

Účelem matematické olympiády a fyzikální olympiády je:

a) rozšiřovat, prohlubovat a upevňovat vědomosti žáků v matematice a fyzice, rozvíjet jejich nadání, schopnosti, jakož i tvořivé a logické myšlení a vést je k samostatné práci a k individuálnímu studiu;

b) probouzet u žáků hlubší zájem o studium uvedených oborů, napomáhat k výchově matematicky a fyzikálně vzdělaného dorostu pro studium na vysokých školách, přispívat k dokonalejšímu matematickému a fyzikálnímu vzdělání žáků za účelem jejich lepšího uplatnění ve studijním oboru nebo při přípravě na povolání, a tím umožňovat zvýšení počtu matematicky a fyzikálně vzdělaných pracovníků podle potřeb naší společnosti a usměrňovat žáky k volbě povolání náročných na znalosti matematiky a fyziky.

Fyzikální olympiáda vytváří předpoklady pro dobrou přípravu žáků ke studiu na vysokých školách matematicko-fyzikálního a technického zaměření. Žákům ZDŠ pomáhá FO při prohloubení přípravy ke studiu na středních školách.

Ve XX. ročníku probíhala fyzikální olympiáda v pěti kate-

goriích: v kategorii A pro žáky IV. ročníků středních škol, v kategorii B pro žáky III. ročníků, v kategorii C pro žáky II. ročníků a v kategorii D pro žáky I. ročníků středních škol. Přitom každý žák střední školy mohl soutěžit i v kategorii určené pro vyšší ročník, než který navštěvoval. Kategorie E byla pořádána pro žáky 9. ročníků ZDŠ, popřípadě pro zájemce z 8. ročníků ZDŠ a 8. ročníků experimentálních základních škol.

První kolo všech kategorií probíhalo přímo ve škole (rozdíly u kategorií D a E v Jihomoravském kraji jsou uvedeny v dalším článku).

V prvním kole všech kategorií dostali žáci za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu úlohu laboratorní. Úspěšnými řešiteli se stali ti žáci, kteří vyřešili dobře 5 úloh, přičemž v kategoriích A—D museli řešit experimentální úlohu. Řešitelé těchto kategorií měli současně prostudovat zadané studijní téma, na které navazovala jedna úloha v prvním kole soutěže a rovněž úlohy ve druhém a u kategorie A i ve třetím kole soutěže. Pro kategorii E nebylo určeno studijní téma.

Druhé kolo soutěží FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a bylo organizováno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO). Ve druhém kole soutěže FO byly účastníkům zadány 4 teoretické úlohy. Úspěšnými řešiteli byli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře 2 ze zadaných úloh. Úspěšní řešitelé obdrželi pochvalná uznání.

Třetí kolo soutěže FO bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil Ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO) a jejím provedením pověřil KV FO Jihomoravského kraje. Účastníkům byly zadány 4 úlohy teoretické a jedna úloha laboratorní. Úspěšným řešitelem se stal ten účastník soutěže, který vyřešil úspěšně aspoň tři ze zadaných úloh.

Třetí kolo kategorie E bylo organizováno v krajích. Účastníci řešili čtyři teoretické úlohy. Úspěšným řešitelem třetího

kola kategorie E se stal ten účastník soutěže, který vyřešil úspěšně alespoň dvě úlohy.

Vítězové a úspěšní řešitelé třetího kola obdrželi diplomy a čestná uznání.

V prvním kole se hodnotily úlohy třístupňovou klasifikační stupnicí, ve 2. a 3. kole čtyřstupňovou klasifikační stupnicí.

Žákovská řešení se v 1. kole klasifikovala takto:

1. výborně, byla-li úloha rozřešena správně nebo řešení mělo nejvýš jen formální chyby nebo jen menší odbornou závadu;
2. dobře, jestliže řešení vystihovalo úkol, ale mělo větší odborné nedostatky; dobře bylo hodnoceno i správné řešení, pokud se v něm vyskytovaly závažné formální nedostatky;
3. nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu byly závažné nebo bylo-li řešení z větší části neúplné; řešení bylo také nevyhovující, chyběl-li výklad nebo byl-li neúplný, takže z něho nebylo možno soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

Ve 2. a 3. kole byla použita čtyřstupňová klasifikace:

1. výborně, jestliže byla úloha rozřešena zcela správně bez formálních závad;
2. chvalitebně, jestliže byla úloha rozřešena správně, řešení však mělo formální, popř. nezávažné věcné nedostatky;
3. dobře, jestliže řešení vystihovalo úkol, ale mělo odborné nedostatky; dobře bylo hodnoceno i řešení, vyskytovaly-li se v něm závažné formální nedostatky;
4. nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu byly závažné nebo bylo-li řešení z větší části neúplné; řešení bylo také klasifikováno jako nevyhovující, chyběl-li výklad nebo byl-li výklad neúplný, takže z něho nebylo možno soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

Pořadatelé XX. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků, Jednotou slovenských matematiků a fyziků a se Socialistickým svazem mládeže ČSSR.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR Ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory FO a v rámci okresů řídily soutěž FO kategorie E v 1. a 2. kole okresní výbory FO. Na školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

3. Pokusná úprava organizace soutěže 1. kola

Pokusná úprava organizace soutěže 1. kola v kategoriích D a E byla provedena v Jihomoravském kraji v XVII. ročníku a ukončena ve XX. ročníku FO.

První kolo v těchto kategoriích bylo rozděleno na dvě části. V první části soutěžící vypracovali tři teoretické úlohy a jednu laboratorní úlohu. Tyto úlohy odevzdali žáci referentům FO na škole, kteří je zhodnotili. Soutěžící, kteří měli alespoň tři úlohy úspěšně vyřešeny, postoupili do druhé části 1. kola.

Ve 2. části prvního kola řešili úspěšní řešitelé tři klauzurní úlohy. Tyto úlohy byly teoretické. Úlohy ohodnotili referenti FO na školách a klasifikaci sjednotili v kategorii D členové KV FO, v kategorii E členové OV FO. Řešitelé, kteří měli alespoň dvě úlohy druhé části 1. kola úspěšně vyřešené, postoupili do 2. kola.

V kategorii E byla klauzurní část 1. kola prováděna na střediskových školách. V tomto ročníku, vzhledem k velkému počtu soutěžících z 8. ročníku ZDŠ, byly ve druhé části zadány 2 úlohy povinné a jedna úloha volitelná.

Ukončení pokusné organizace 1. kola provedl ÚV FO proto, že přechodem velkého počtu žáků z 8. ročníku ZDŠ na střední školy přestává tato organizace jak u kategorie E, tak i D plnit vytčenou funkci.

4. Složení Ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1978/79

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF, JSMF a SSM) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhu JČSMF. Kromě toho jsou členy širšího ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Sídlem ÚV FO je Bratislava.

Složení ÚV FO a jeho komisí:

předseda: doc. RNDr. Ivan Náter, CSc., proděkan FE a vedoucí katedry fyziky elektrotechnické fakulty Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě

1. místopředseda: RNDr. Viktor Bezák, CSc., odborný asistent katedry všeobecné fyziky přírodovědecké fakulty Univerzity Komenského v Bratislavě

2. místopředseda: Karel Žampa, školní inspektor OŠ NVmB, Brno

1. tajemník: RNDr. Ján Chrapan, CSc., odborný asistent katedry jadrové fyziky přírodovědecké fakulty Univerzity Komenského v Bratislavě

2. tajemník: RNDr. Alois Kleveta, profesor gymnázia ve Vyškově

Další členové (v abecedním pořadí):

a) z ČSR:

1. RNDr. Milan Bednařík, odb. asistent FPř UP, Olomouc

2. Jaroslav Honner, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Ústí nad Labem

3. RNDr. Marta Chytilová, CSc., pracovnice VÚP v důch., Brno

4. Akademik Miloš Matyáš, Ústav fyziky pevných látek ČSAV, Praha

5. Evžen Růžička, odb. asistent FPed UP, Olomouc
6. Mojmír Simerský, profesor SPŠ VE, Rožnov pod Radhoštěm
7. Karel Šebela, profesor SPŠ strojní, Praha
8. Václav Šůla, ústřední školní inspektor, MŠ ČSR Praha
9. RNDr. Ivo Volf, odb. asistent KF FPed., Hradec Králové
10. doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., docent VVŠPV, Vyškov

b) z SSR:

1. RNDr. Rastislav Baník, odb. asistent KF FPed., Banská Bystrica
2. doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc., katedra experimentální fyziky, FPř UPJŠ, Košice
3. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., odb. asistent FPed., Nitra
4. doc. RNDr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky FPed., Nitra
5. Vojtěch Nyitrai, ústřední školní inspektor, MŠ SSR Bratislava
6. Zuzana Šimkovicová, profesorka gymnázia, Bratislava
7. Pavol Škrinár, profesor gymnázia, Prievidza
8. Erich Wiszt, Ústav mechaniky strojů, vědeckovýzkumné pracoviště ZŤS, SAV, Martin
9. RNDr. Jozef Zámečník, CSc., odb. asistent KF FStav. SVŠT, Bratislava

Pořadatele FO v předsednictvu ÚV FO zastupovali:

MŠ ČSR: Václav Šůla, ústřední školní inspektor, Praha

MŠ SSR: Vojtěch Nyitrai, ústřední školní inspektor, Bratislava

JČSMF: akademik Miloš Matyáš, Praha

JSMF: doc. RNDr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc., Nitra

SSM: doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., Vyškov

Při ÚV FO pracuje komise pro redakci soutěžních úloh ve složení:

předseda: Mojmír Simerský, profesor SPŠ VE, Rožnov pod Radhoštěm

referent pro kategorii A: Mojmír Simerský
referent pro kategorii B: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.
referent pro kategorii C: RNDr. Marta Chytilová, CSc.
referent pro kategorii D: RNDr. Ivo Volf
referent pro kategorii E: RNDr. Milan Bednařík
jednatel: RNDr. Alois Kleveta
člen komise: doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc.

Referentem pro Školu mladých fyziků je Mojmír Simerský.
Archivářem ÚV FO byl prof. RNDr. Rostislav Košťál.

5. Krajské a okresní výbory FO ve školním roce 1978/79

Předsedy a členy KV FO jmenují na návrh poboček JČSMF a JSMF odbory školství příslušných KNV. Pracují v nich profesori, docenti a odborní asistenti z vysokých škol, středoškolští profesori, učitelé ZDŠ a pracovníci školské správy a vědeckých ústavů.

Funkci předsedů KV FO ve školním roce 1978/79 vykonávali:

Praha: RNDr. Miroslav Svoboda, CSc., MFF KU, Praha
StřČ: ing. Jiří Machalický, CSc., odb. asistent katedry fyziky, FStr ČVUT, Praha
JČK: RNDr. Václav Vlček, odb. asistent FPed., České Budějovice
ZČK: ing. Miloš Rabas, odb. asistent katedry fyziky, VŠSE, Plzeň
SČK: Jaroslav Honner, ved. kabinetu fyziky KPÚ, Ústí nad Labem
VČK: RNDr. Zdeněk Ungermann, ved. kabinetu fyziky KPÚ, Hradec Králové
JMK: prof. RNDr. Rostislav Košťál, prof. VUT v duch., Brno

SMK: prof. RNDr. Miroslav Bajer, DrSc., prorektor Vysoké školy báňské, Ostrava

Brat.: RNDr. Jozef Zámečník, CSc., KF FStav. SVŠT, Bratislava

ZSK: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky, FPed., Nitra

StřSK: Erich Wiszt, Ústav mechaniky strojů SAV, Martin

VSK: doc.ing. Vincent Kavečanský, CSc., FPř UPJŠ, Košice

KV FO řídí FO v kraji, a to kategorii A—D přímo a kategorii E prostřednictvím OV FO.

OV FO jmenují na návrh okresních pedagogických středisek odbory školství příslušných okresních národních výborů. Práce v OV FO se účastní pracovníci vysokých a středních škol, učitelé ZDŠ a pracovníci školské správy.

OV FO zabezpečují práci s referenty FO kategorie E a organizují 2. kolo FO kategorie E.

6. Průběh soutěže ve školním roce 1978/79

A. První a druhé kolo soutěže kategorií A, B, C a D

První kolo FO probíhalo na školách od září 1978 do února 1979. Závěr prvního kola byl poněkud zkomplikován mimořádnými zimními prázdninami. Texty studijních témat pro kategorii A—D a soutěžní úlohy byly otištěny v letáku vydaném SPN ve znění českém a slovenském pro celou ČSSR z prostředků ministerstev školství. Úlohy pro kategorie A—D byly rovněž otištěny v Rozhledech matematicko-fyzikálních a první tři rovněž v Matematice a fyzice ve škole.

Druhé kolo kategorií A—D proběhlo ve dvou termínech v únoru a březnu 1979.

Tabulka 1

Počet středních škol, které se zúčastnily

Kraj	Gymnázia						SPŠ				
	Cel- kový počet	zapojeno					zapojeno				
		v kategorii				cel- kem	v kategorii				cel- kem
		A	B	C	D		A	B	C	D	
Praha	20	18	20	18	20	20	2	1	—	5	5
StřČ	23	19	17	21	20	23	1	1	—	5	5
JČ	14	4	5	9	9	14	—	1	—	—	1
ZČ	15	5	9	11	7	14	—	—	—	1	1
SČ	21	13	16	16	17	19	2	2	2	8	10
VČ	36	20	23	26	32	34	2	4	1	11	12
JM	37	25	29	28	34	36	1	1	5	8	10
SM	37	28	30	28	29	35	2	2	5	12	13
Brat.	11	10	7	11	10	11	—	—	—	3	3
ZS	40	31	36	38	36	39	1	1	2	11	11
StřS	38	16	21	20	26	32	—	2	1	7	7
VS	37	15	21	27	21	33	4	3	5	14	15
Cel- kem	329	208	234	253	261	310	15	18	21	85	93
Vloni	338	218	256	253	286	320	23	18	41	86	95

B. Třetí kolo kategorie A

Třetí kolo kategorie A se konalo ve dnech 26.—28. dubna 1979 v Brně v prostorách VA AZ Brno. Třetí kolo kategorie A se stalo součástí oslav 20 let trvání FO.

Třetí kolo bylo slavnostně zahájeno v aule VA AZ dne 26. dubna 1979 za účasti zástupců MŠ ČSR, představitelů brněnských vysokých škol, velení VA AZ, významných závodů v Brně, zástupců JČSMF a JSMF a ÚV SSM. Přítomni byli rovněž zástupci školské správy a pedagogických ústavů.

XX. ročníku FO v kategorii A—D

Ostatní školy zapojeno					Celkový počet škol zapojených				
v kategorii				cel- kem	v kategorii				cel- kem
A	B	C _i	D		A	B	C	D	
—	—	—	—	—	20	21	18	25	25
—	—	2	1	3	20	18	23	26	31
—	—	—	—	—	4	6	9	9	15
—	—	—	—	—	9	9	11	8	15
—	—	—	3	3	15	18	18	28	32
—	—	—	2	2	22	27	27	45	48
—	—	1	2	3	26	30	34	44	49
—	—	—	—	—	30	32	33	41	48
—	—	—	—	—	10	7	11	13	14
—	—	—	—	—	32	37	40	47	50
—	—	—	—	—	16	23	21	33	39
—	—	—	1	1	19	24	32	36	49
—	—	3	9	12	223	252	277	355	415
—	1	2	12	15	241	275	296	384	430

Zástupce MŠ ČSR s. Olga Špětová ocenila práci dobrovolných pracovníků ve FO a význam FO mimo jiné těmito slovy:

„V současné době označované jako období vědeckotechnické revoluce má fyzika spolu s matematikou, jakožto teoretický základ ostatních vědních oborů i technických disciplín, nesmírně důležitý význam při řešení nejdůležitějších problémů dalšího rozvoje blahobytu a štěstí lidstva. Připomeňme si jen, že problémy zajištění nových účinných zdrojů energie, ochrany a tvorby zdravého i krásného pracovního a životního prostředí, osvobození člověka od těžké a nebezpečné práce i řady závažných otázek nebude možno řešit bez fyziky a jejích nových objevů.“

Tabulka 2

Počet žáků soutěžících v I. kole XX. ročníku FO kategorie A—D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	68	45	78	48	112	61	146	74	404	228
StřČ	61	44	84	56	105	64	155	83	405	247
JČ	28	20	31	22	56	41	52	35	167	118
ZČ	39	30	51	35	73	50	66	41	229	156
SČ	49	42	89	71	106	76	140	93	384	282
VČ	59	52	62	53	104	81	195	129	420	315
JM	114	60	172	78	258	118	369	126	913	382
SM	108	86	151	109	153	97	261	113	673	405
Brat.	111	91	79	71	124	109	176	167	490	438
ZS	211	63	242	144	349	165	561	195	1363	567
StřS	45	32	53	41	85	58	149	101	332	232
VS	74	56	92	76	106	138	199	150	521	420
Celkem	967	621	1184	804	1681	1058	2469	1307	6301	3790
Vloni	1015	665	1486	881	1551	812	3129	1593	7181	3951

Tabulka 3 Počet žáků soutěžících ve 2. kole XX. ročníku FO kategorie A—D

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Kategorie D		Celkem	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	45	22	48	33	61	33	74	61	228	149
StřČ	41	8	54	12	59	14	72	57	226	91
JČ	20	8	23	4	41	20	31	14	115	46
ZČ	22	12	25	5	37	16	28	22	112	55
SČ	37	6	67	3	56	9	87	50	247	68
VČ	49	31	51	11	69	39	126	90	295	171
JM	60	22	78	10	118	38	126	79	382	149
SM	80	27	104	31	93	52	107	85	384	195
Brat.	88	19	70	11	108	32	149	108	415	170
ZS	63	12	66	19	99	20	111	60	339	111
StřS	32	10	35	3	45	12	60	35	172	60
VS	55	5	77	10	131	19	148	93	411	127
Celkem	592	182	698	152	917	304	1119	754	3326	1392
Vloni	589	378	789	271	687	65	1309	256	3374	970

S — počet soutěžících žáků

Ú — počet úspěšných řešitelů



Prof. RNDr. Rostislav Košťál při slavnostním projevu na zahájení XX. ročníku soutěže FO

Vidíme, že výsledky fyziky jako vědy i metody její práce pronikají stále ve větší míře do ostatních vědních oborů, do techniky, ba i do každodenního života. Je proto třeba zvyšovat přitažlivost fyziky a matematiky pro mladé lidi, získávat je ve stále větší míře pro studium jak těchto disciplín, tak také ostatních přírodních věd i techniky. Jejich rozvoj vytváří dnes v našich zemích pro mládež takové perspektivy, jaké minulé generace neznaly.

Připomeňme si jen, že náš stát věnuje neustále velkou



Laboratorní úlohu řešili účastníci soutěže FO v laboratořích VA AZ

pozornost vzdělání veškeré mládeže. Součástí školské politiky je i péče ve vyhledávání, výchově a rozvíjení talentu žáků v různých vědních oborech. K tomuto cíli jsou u nás již po mnoho let organizovány různé soutěže, soustředění a besedy pro žáky zajímající se o fyziku. Jsou pořádány porady, semináře, konference a školení učitelů především zásluhou iniciativní a obětavé práce orgánů JČSMF.

Úsilí o zabezpečení těchto úkolů vedlo u nás ke vzniku národní fyzikální olympiády. Nemalý podíl na zrodu česko-



Pohled na pracoviště žáků při laboratorní úloze

slovenské fyzikální olympiády měli pracovníci tehdejšího Brněnského kraje a dlouholetý předseda ÚV FO s. prof. Košťál.

Díky úsilí a obětavé péči školských orgánů na všech úrovních a iniciativní dobrovolné činnosti učitelů škol všech typů i řady vědeckých pracovníků především z řad členů JČSMF se již určitých úspěchů dosáhlo a FO vychovala za 20 let svého trvání řadu vynikajících pracovníků. I z tohoto místa ráda vyslovuji jménem ministerstva školství všem, kteří se o to zasloužili, uznání a díky v přesvědčení, že se toto úsilí bude dále rozvíjet ku prospěchu dalšího rozvoje fyziky.

Ministerstva školství obou republik vždy oceňovala namáhavou práci všech dobrovolných pracovníků ve fyzikální olympiádě a neustále poukazovala a poukazují na to, že pravidelná práce v FO je práce vysoce společensky angažovaná a jako taková má být i hodnocena. Proto také obě ministerstva školství v posledních letech vyslovují při „kula-tém“ výročí některé z olympiád na návrh OŠ KNV poděkování za obětavou práci dlouholetým pracovníkům v olympiádě.“

Dále s. Špětová seznámila účastníky slavnostního shromáždění se jmény pracovníků, kteří byli za dlouholetou práci odměněni MŠ ČSR a MŠ SSR. Seznam pracovníků je uveden v další části publikace.

Na 3. kolo bylo pozváno 81 účastníků, dostavilo se 80 účastníků. Účast odřekl 1 žák (Radovan Kučera JMK) s odůvodněním, že se účastní 3. kola MO. V průběhu soutěže odstoupila jedna soutěžící ze zdravotních důvodů.

Tabulka 4

Výsledky 3. kola:

Kraj	Počet všech pozvaných řešitelů	Počet všech úspěšných řešitelů	Z toho počet vítězů	Počet nedosta- vivších se
Praha	14	10	5	—
StřČ	2	2	1	—
JČ	2	—	—	—
ZČ	8	4	—	—
SČ	2	2	—	—
VČ	13	9	4	—
JM	11	4	—	1
SM	12	7	4	—
Brat.	5	4	2	—
ZS	4	3	1	—
StřS	6	4	3	—
VS	2	1	—	—
Celkem	81	50	20	1

Tabulka 5

Přehled klasifikace jednotlivých úloh:

Úloha	Klasifikace				Neřešeno	Celkem
	1	2	3	4		
1.	6	8	14	18	4	80
2.	10	24	26	18	2	80
3.	34	13	11	20	2	80
4.	4	4	15	52	5	80
5. exp.	9	30	26	14	1	80

Vítězové 3. kola kategorie A XX. ročníku FO

umístění	jméno	kraj	škola	třída
1.	Matěna Vladimír	VČ	G. Trutnov	4
2.—3.	Mravec Marián	SS	G. B. Štiavnica	4
	Kalinay Pavol	Brat.	G. Vazovova	4
4.—5.	Tkadlec Josef	SM	G. Bílovec	4
	Volhejn Jan	VČ	G. Dobruška	4
6.	Pišťora Vladislav	VČ	G. Hradec Králové	4
7.—8.	Kurz Michal	Praha	G. Ohradní	4
	Mečíř Ladislav	SS	G. Prievidza	4
9.	Heřman Pavel	VČ	G. Dobruška	4
10.	Hledík Stanislav	SM	G. Ostrava, Šmer.	4
11.—14.	Džuban Stanislav	Brat.	G. Vazovova	4
	Holeček Miroslav	SM	G. Frýdek-Místek	4
	Nekovář Jan	Praha	G. W. Piecka	2
	Sýkora Jan	ZS	G. N. Mesto n. V.	4
15.	Kott František	Praha	SPŠE Ječná	4
16.	Souček Tomáš	Praha	G. W. Piecka	4
17.—18.	Halenka Tomáš	Praha	G. Sladkovského	4
	Töpfer Pavel	StřČ	G. Ml. Boleslav	4
19.—20.	Földeš Ondrej	SS	G. B. Štiavnica	4
	Křenek Oskar	SM	G. Bílovec	4

Úspěšní řešitelé FO kategorie A XX. ročníku:

21.	Vlk Tomáš	SČ	G. Chomutov	3
22.—25.	Goga Peter	SS	G. B. Štiavnica	4
	Jirásek Jozef	VS	G. Košice, Šmeralova	4
	Kuřina Jiří	VČ	G. Hradec Králové	4
	Markl Vladimír	Praha	G. Botičská	4
26.—27.	Motloch Pavel	VČ	G. Jevíčko	4
	Potoček Pavel	VČ	G. Rychnov n. Kněž.	4
28.	Soušek Radek	VČ	G. Trutnov	4
29.—32.	Fridrich Václav	ZČ	G. Cheb	4
	Hazdra Pavel	Praha	G. Nad Štolou	4
	Kebis Pavol	Brat.	G. Červ. armády	4
	Mocko Milan	ZS	G. Nové Mesto n. V.	4
33.	Fiklík Karel	ZČ	G. Tachov	4
34.	Bůžek Ondřej	Praha	SPŠE Příkopy	4
35.—37.	Drózd Janusz	SM	pol. G. Čes. Těšín	3
	Masopust Jiří	ZČ	G. Plzeň, nám. Odb.	4
	Viktorín Libor	JM	G. Brno, Koněvova	4
38.	Kührová Hana	JM	G. Prostějov	4
39.—42.	Chleboun Jan	SM	G. Ostrava Poruba	4
	Látal Miroslav	SM	G. Bílovec	4
	Kulhánek Jaromír	SČ	G. Rumburk	4
	Šmotlacha Vladimír	Praha	G. Na okraji	4
43.—45.	Čadek Ondřej	JM	G. Brno, tř. kpt. Jaro- še	4
	Čelikovský Sergej	JM	G. Žďár n. Sázavou	4
	Müller Peter	Brat.	G. Novohradská	4
46.—48.	Méhes Jozef	ZS	maď. G. Dunaj. Streda	4
	Rybář Jan	ZČ	G. Ostrov n. Ohří	4
	Tintěra Milan	StřČ	SPŠE Kutná Hora	3
49.—50.	Černoch Hynek	Praha	G. Náhorní	3
	Podpěra Miloš	VČ	G. Jaroměř	4

Vítězové 3. kola kategorie A obdrželi od ÚV FO diplomy, ostatní úspěšní řešitelé čestná uznání. Současně vítězové na 1.—10. místě obdrželi odměnu 300,— Kčs a vítězové na 11.—20. místě odměnu 200,— Kčs z prostředků MŠ ČSR.

C. Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo od září 1978 do února 1979. Texty soutěžních úloh byly uveřejněny v letáku, který vydalo SPN v Praze pro české kraje a SPN v Bratislavě ve slovenském a maďarském znění pro slovenské kraje. Orien-

Tabulka 6 Počet ZDŠ, které se zúčastnily XX. ročníku FO v kategorii E

Kraj	Počet ZDŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	189	153	81	132	70	29	15
StřČ	276	181	65	127	46	37	13
JČ	190	157	83	115	61	21	11
ZČ	222	159	72	122	55	26	12
SČ	286	188	66	130	45	29	10
VČ	320	217	68	167	52	41	12
JM	460	345	75	267	59	32	7
SM	467	279	58	217	46	45	10
Brat.	78	71	91	68	87	32	41
ZS	479 ^{a)}	364 ^{b)}	76	290 ^{c)}	61	38 ^{d)}	8
StřS	400	261	68	191	51	40	10
VS	382	244	63	216	56	49	13
Celkem	3749	2619	69	2042	54	419	11
Vloni	3721	2649	71	1984	53	407	11

a) z toho 96 maďarských

b) z toho 81 maďarských

c) z toho 74 maďarských

d) z toho 12 maďarských

tační řešení pro referenty FO na školách připravil dr. Volf.

Druhé kolo se konalo v březnu v okresních městech. Organizačně je zabezpečovaly OV FO.

Třetí kolo bylo uskutečněno v květnu a jeho organizaci zabezpečovaly KV FO.

Přehled o účasti škol a počtech řešitelů uvádějí tabulky 6 a 7.

Tabulka 7 Počet žáků ZDŠ soutěžících v 1., 2. a 3. kole XX. ročníku FO kategorie E

Kraj	1. kolo		2. kolo		3. kolo	
	C	Ú	C	Ú	C	Ú
Praha	1 344	816	390	277	43	41
StřČ	864	475	278	154	50	33
JČ	565	425	394	302	23	20
ZČ	879	397	288	130	30	20
SČ	1 273	605	339	196	39	28
VČ	1 082	604	422	226	43	34
JM	3 031	941	805	355	38	28
SM	1 653	658	432	252	48	43
Brat.	1 123	784	778	372	48	40
ZS	2 199	1056	915	401	48	32
StřS	1 606	664	564	247	40	29
VS	1 708	907	580	352	62	58
Celkem	17 327	8332	6185	3264	512	406
Vloni	17 506	8386	6669	4036	571	540

C — celkový počet soutěžících žáků

Ú — počet úspěšných řešitelů

7. Akce na podporu FO

ÚV FO a KV FO organizovaly v úzké spolupráci s KPÚ řadu významných seminářů pro učitele, kde byla řešena problematika přípravy nadaných žáků pro FO.

Prohloubením účinnosti práce s učiteli se rovněž zabýval výbor Fyzikální pedagogické sekce JČSMF.

Mezi progresivní formy práce s nadanými žáky patřila i v tomto ročníku fyzikální korespondenční škola, kterou vede dr. Volf.

V menší míře proběhla v tomto ročníku krajská soustředění úspěšných řešitelů FO, pořádaných KV FO ve spolupráci s KV MO. Celostátní soustředění úspěšných řešitelů bylo uskutečněno v Čáslavi.

8. Ocenění práce dlouholetých pracovníků v FO u příležitosti XX. ročníku FO

A. Čestné uznání JČSMF, JSMF a ÚV FO bylo uděleno těmto pracovníkům:

Praha:

1. Barták František
2. Kohout Vladimír
3. Kosek Jiří
4. Melonová Jana
5. Palán Hubert
6. Rencová Věra
7. Ing. Sedláček Stanislav
8. Rašek Miroslav
9. Šůla Václav
10. Šůlová Jana
11. Tužil Jiří
12. Vilím Bohuslav

StřČK:

1. Chobola Bohumil
2. Bezděk Alexej
3. Hroch Jiří
4. Křivánková Marie
5. Němeček Josef
6. Fryštácká Ludmila
7. Hrušovský Karel

8. Hůlka Karel
9. Laštovička Jan
10. Tirek František
11. Hodek František

- ZČK:
1. Černý Jiří
 2. Drbalová Dagmar
 3. Havel Václav
 4. Havlíček Stanislav
 5. Kosán Václav
 6. Křivánek Vladimír
 7. Kunc Pavel
 8. Kvapil Vladislav
 9. Marian Václav
 10. Mašek Václav
 11. Mašková Olga
 12. Samek František
 13. Šnebergerová Ludmila
 14. Ulrych Vladislav

- JČK:
1. Dr. David Pavel
 2. Hubeni Jan
 3. Michálek František
 4. Pech Václav
 5. Paleček Lubomír
 6. Dr. Vlček Václav

- ŠČK:
1. Buchtová Dagmar
 2. Daniel Bohumil
 3. RNDr. Fiala František
 4. Hájek Jaroslav
 5. Kobr Jaroslav
 6. Kokštein Emil
 7. Kunc Stanislav
 8. Roula Zdeněk
 9. Suchánek Stanislav
 10. Vaněk Alois
 11. Weiss Jan

- VČK: 1. Bičlík Josef
2. Dr. Houdek Oldřich
3. Hubeňák Josef
4. Hylenka Otakar
5. Kouba Jiří
6. Kuba Bedřich
7. Louvar Josef
8. Pilař Ladislav
9. Snítíl Antonín
10. Šáda Václav
11. Zábrodský Jaroslav
- SMK: 1. Andryšková Danuše
2. Baier Lubomír
3. Dvořák Miroslav
4. Geschwinder František
5. Holuša Zdeněk
6. Horák Jaromír
7. Jurčík Josef
8. doc. Kamenčák František, CSc.
9. Dr. Mádr Vilém, CSc.
10. Marko Matej
11. Dr. Smutný František
12. Slívová Danuše
13. Vanke Vlastimil
- JMK: 1. Bohuněk Jiří
2. Ing. Hoch Josef
3. RNDr. Kepřt Milan
4. RNDr. Kryštof Vladimír
5. RNDr. Kudláček Jeroným
6. Matějčík Josef
7. RNDr. Mitvalský Vladimír
8. Malý František
9. RNDr. Pivnička Oldřich
10. Stříbrcká Danuše
11. Školoudík Metoděj

12. RNDr. Vaňková Marie
13. Žák Zdirad
14. Hrázský Jaroslav

Bratislava:

1. Gragor Milan
2. Chrapanová Emília
3. Nyitrai Vojtěch
4. Ing. Skočková Eva
5. Šoltés Július
6. Ing. Tomčík Pavol
7. Trebatická Eva

ZSK:

1. Alabán Ladislav
2. Frimel Ervín
3. RNDr. Gál Tibor
4. RNDr. Korcová Tatiana
5. Magula Michal
6. RNDr. Morvay Ladislav
7. RNDr. Rakovská Mária
8. Strieška Ján
9. Šedivý Štefan
10. Vícen Bohumil
11. Zelenický František

StřSK:

1. Ing. Čáp Ivo
2. RNDr. Marčok Milan
3. RNDr. Pelech Dušan
4. RNDr. Slabeycius Juraj

VSK:

1. Lučivjanský Martin
2. Jarošinec František
3. Latta Vasil
4. RNDr. Scholtz Elemír
5. Ščerbák Michal
6. Kuňáková Helena
7. Sukel Andrej
8. Krajňák Miroslav

**B. Osobní dopis náměstka ministra školství za obětavou
práci v FO při příležitosti XX. ročníku soutěže**

- Praha:**
1. Karel Šebela
 2. ing. Stanislav Sedláček
 3. Richard Stratil
 4. Vladimír Kohout
 5. Jana Šulová
 6. Věra Rencová
 7. Jiří Kosek
 8. Jana Melounová
 9. František Barták
- StřČK:**
1. Ing. Jiří Machalický, CSc.
 2. Ladislav Šach
 3. Jakub Hřebačka
- JČK:**
1. Dr. Václav Vlček
 2. Jaroslav Echtner
 3. Pavel Hrkal
 4. Jaroslav Maryška
- ZČK:**
1. Milan Rádl
 2. ing. Miloš Rabas
 3. František Samek
 4. Stanislav Havlíček
 5. Václav Marian
 6. Vladimír Křivánek
 7. Václav Kosán
 8. Pavel Kunc
 9. Ludmila Šnebergerová
- SČK:**
1. Jaroslav Honner
 2. RNDr. Milan Krebs, CSc.
 3. Václav Kazda
 4. PhDr. Stanislav Kunc
 5. RNDr. Miroslav Horák
 6. Alois Vaněk

7. RNDr. František Fiala
8. Dagmar Buchtová
- VČK: 1. RNDr. Zdeněk Ungermann
2. Josef Mašek
3. Ladislav Pilař
4. Jaroslav Zábrodský
5. RNDr. Ivo Volf
6. Miloslav Boháč
7. Bedřich Kuba
8. Josef Bičík
- JMK: 1. Prof. RNDr. Rostislav Košťál
2. RNDr. Marta Chytilová, CSc.
3. doc. RNDr. Bohumil Vlach
4. doc. Lubomír Vašek, CSc.
5. Miloslav Kokeš
6. Julius Kessner
7. Vlastimil Janků
8. Jaroslav Veverka
9. RNDr. Josef Janás
10. Václav Suchánek
11. RNDr. Alois Kleveta
12. Karel Žampa
13. doc. RNDr. Jan Schwarz
14. ing. doc. Bohumil Vybíral, CSc.
- SMK: 1. prof. RNDr. Miroslav Bajer, DrSc.
2. doc. František Kamenčák, CSc.
3. RNDr. Vilém Mádr, CSc.
4. Mojmír Simerský
5. Danuše Andrášková
6. Jaroslav Biolek
7. Zdeněk Holuša
8. Jaromír Horák
- Brat.: 1. RNDr. Ivan Baník
2. RNDr. Viktor Bezák, CSc.

3. RNDr. Ján Chrapan, CSc.
4. RNDr. Jaroslav Kotleba
5. doc. RNDr. Ivan Náter
6. Augustin Šutta, prom. ped.
7. RNDr. Milan Valach
8. RNDr. Jozef Zámečník, CSc.

- ZSK:
1. Ervín Frimel
 2. doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc.
 3. doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.
 4. Imrich Oláh
 5. Ján Popluhár

- StřSK:
1. RNDr. Rastislav Baník
 2. RNDr. Pavol Ferko
 3. doc. RNDr. Ladislav Thern
 4. Erich Wiszt, prom. fyz.

- VSK:
1. František Jarošinec
 2. doc. Ing. Vincent Kavečanský, CSc.
 3. Vasil Latta
 4. Martin Lučivjanský
 5. RNDr. Marián Olejár
 6. RNDr. Tibor Švec

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. Úlohy kategorie A

*Úlohy a řešení recenzovali
Mojmír Šimerský
a dr. Marta Chytilová, CSc.*

a) První kolo soutěže

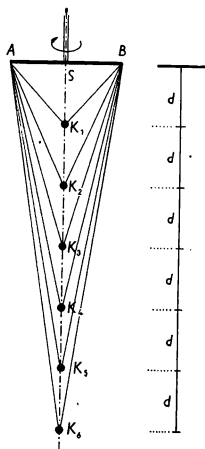
1. úloha (navrhl Přemysl Šedivý)

Stejné homogenní kuličky (obr. 1) o středech $K_1, K_2, \dots, K_n$ jsou bifilárně zavěšeny ve dvou bodech A, B vodorovné tyčky, souměrně sdružených podle svislé osy tak, že $SK_1 = K_1K_2 = \dots = K_{n-1}K_n = d$.

Určete, jak se kuličky pohybují, když se vodorovná tyčka rovnoměrně otáčí s periodou T okolo osy o .

Odpor vzduchu zanedbáváme, závěsy považujeme za tuhé, ale připouštíme, že se středy kuliček mohou vychylovat od osy, kolem níž se vodorovná tyčka otáčí.

Řešte v neinerciální vztažné soustavě spojené s otáčející se tyčkou, a to nejprve obecně, potom pro hodnoty $n = 6$, $d = 0,15 \text{ m}$, $T = 1,5 \text{ s}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 1

Řešení:

Označme m hmotnost každé kuličky, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ úhlovou rychlost otáčení. Předpokládejme, že závěs i -té kuličky se nějakým náhodným vlivem vychýlil od osy rotace o velmi malý úhel ε (obr. 2). Vzdálenost středu kuličky od závěsné tyčky je $l_i = id$, jeho vzdálenost od osy rotace je r_i , jeho svislá vzdálenost od tyčky je h_i .

Kulička je vracena k ose momentem tíhové síly $\mathbf{G}$, který má velikost

$$M_{i1} = mgl_i \sin \varepsilon = mgid \sin \varepsilon \quad (1)$$

a od osy je vzdalován momentem odstředivé síly $\mathbf{F}_0$, který má velikost

$$M_{i2} = mr_i l_i \omega^2 \cos \varepsilon = mi^2 d^2 \omega^2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon, \quad (2)$$

protože $r_i = l_i \sin \varepsilon = id \sin \varepsilon$.

Jsou nyní následující možnosti:

a) $M_{i1} > M_{i2}$; při jakékoli náhodné malé výchylce se kulička vrací zpět, takže její střed zůstává v ose rotace. Z (1) a (2) dostáváme podmínku

$$g > id\omega^2 \cos \varepsilon, \quad (3)$$

a poněvadž $\cos \varepsilon \leq 1$, je podmínka (3) splněna vždy, když

$$i < \frac{gT^2}{4\pi^2 d}.$$

b) $M_{i1} = M_{i2}$; z (1) a (2) dostáváme

$$\cos \varepsilon = \frac{g}{id\omega^2};$$

jde o mezní podmínku případu a), když $\cos \varepsilon = 1$, $\varepsilon = 0^\circ$. Střed kuličky je trvale v ose rotace.

o) $M_{i1} < M_{i2}$; úhel ε se nyní zvětšuje až na nějakou velikost α , pro kterou je splněna podmínka $M'_{i1} = M'_{i2}$, kde M'_{i1} a M'_{i2} jsou velikosti momentů M_{i1} , M_{i2} při nějakém výsledném, tj. nikoli již velmi malém úhlu α . Pak ve smyslu (1) a (2) platí

$$g \sin \alpha = r_i \omega^2 \cos \alpha = l_i \omega^2 \sin \alpha \cos \alpha = id \omega^2 \sin \alpha \cos \alpha$$

a odtud

$$\cos \alpha = \frac{g}{id \omega^2}. \quad (4)$$

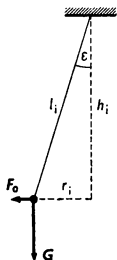
Pro svislou vzdálenost h_i středu i -té kuličky od závěsné tyčky platí (obráz. 2) s použitím (4)

$$h_i = l_i \cos \alpha = id \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2} = \frac{gT^2}{4\pi^2} = h, \quad (5)$$

přičemž vzdálenost $h_i = h$, jak je zřejmé z (5), nezáleží ani na indexu i , ani na délce d . Středů všech kuliček, pro něž nastává případ c), tedy obíhají v téže vodorovné rovině. Pro poloměr r_i dráhy středu i -té kuličky platí podle obr. 2:

$$r_i = \sqrt{i^2 d^2 - h^2},$$

kde délka h je dána vztahem (5). Pro zadané hodnoty: Případy a), b) nastávají pro tři nejvyšší kuličky. Další tři kuličky obíhají po kruhových drahách o poloměrech $r_4 \doteq 0,21$ m, $r_5 \doteq 0,50$ m, $r_6 \doteq 0,70$ m a rovina, v níž obíhají, má od závěsné tyčky svislou vzdálenost $h \doteq 0,56$ m.



Obr. 2

2. úloha (navrhl dr. Vladimír Malíšek, CSc.)

Kulička poloměru r má černý povrch a je vyrobena z látky tepelně dokonale vodivé, jejíž hustota je ρ . Kulička padá z velké výšky ve vzduchu, jehož teplota T_0 je stálá. Stanovte teplotu T kuličky při jejím rovnoměrném pohybu a rovnovážném tepelném stavu, který je výsledkem těchto dějů:

- a) zvýšení teploty kuličky třením při pohybu ve vzduchu,
- b) přestup tepla z kuličky do vzduchu tepelnou výměnou,
- c) tepelné vyzařování z kuličky do okolí,
- d) tepelné vyzařování z okolí na kuličku.

Poznámky:

1. Předpokládáme, že odporová síla F_t , kterou vzduch působí proti pohybu kuličky, je dána Stokesovým vztahem

$$F_t = 6\pi\eta r v,$$

kde η značí dynamickou viskozitu vzduchu, v rychlost kuličky.

2. Tepelný výkon, odevzdávaný z kuličky do vzduchu, je přímo úměrný obsahu S povrchu kuličky a teplotnímu rozdílu $\Delta T = T - T_0$; činitele úměrnosti označíme α .
3. U dějů c) a d) předpokládáme, že rozdíl ΔT je velmi malý.
4. Pro vyzařovaný tepelný výkon P_z platí podle zákona Stefanova-Boltzmannova

$$P_z = S\sigma T^4,$$

kde σ je konstanta Stefanova-Boltzmannova.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $r = 3,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\rho = 5,0 \cdot 10^3$ kg.m⁻³, $T_0 = 300$ K, $\eta = 2,0 \cdot 10^{-5}$ kg.m⁻¹.s⁻¹, $\alpha = 50$ J.m⁻².s⁻¹.K⁻¹, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ W.m⁻².K⁻⁴.

Řešení:

V ustáleném stavu je odporová síla vzduchu v rovnováze s tíhovou silou působící na kuličku; hmotnost kuličky označíme m :

$$mg = 6\pi\eta r v$$

a odtud
$$v = \frac{mg}{6\pi\eta r} = \frac{2r^2\varrho g}{9\eta}. \quad (1)$$

Děj a):

Tepelný příkon, který kulička dostává třením, je

$$P_f = F_t v = 6\pi\eta r v^2$$

a s použitím (1)

$$P_f = \frac{8\pi r^5 \varrho^2 g^2}{27\eta}. \quad (2)$$

Děj b):

Tepelný výkon, který kulička odevzdává vzduchu, je

$$P_p = \alpha S \Delta T, \quad (3)$$

kde

$$S = 4\pi r^2. \quad (4)$$

Děj c):

Podle Stefanova-Boltzmannova zákona vyzařuje kulička tepelný výkon

$$P_{z1} = \sigma S T^4 = \sigma S (T_0 + \Delta T)^4. \quad (5)$$

Děj d):

Přijímáním tepla vyzařovaného z okolí dostává kulička tepelný příkon

$$P_{z2} = \sigma S T_0^4.$$

V ustáleném stavu platí: $P_f + P_{z2} = P_p + P_{z1}$, tj. podle (2) až (5)

$$\frac{8\pi r^5 \varrho^2 g^2}{27\eta} + 4\pi r^2 \sigma T_0^4 = 4\pi \alpha r^2 \Delta T + 4\pi r^2 \sigma (T_0 + \Delta T)^4. \quad (6)$$

Poněvadž podle zadání $\Delta T \ll T_0$, budeme v binomickém rozvoji dvojčlenu $(T_0 + \Delta T)^4$ uvažovat jen první dva členy, tj.

$$(T_0 + \Delta T)^4 \approx T_0^4 + 4T_0^3 \Delta T.$$

S touto aproximací zapíšeme (6) ve tvaru

$$\frac{8\pi r^5 \rho^2 g^2}{27\eta} + 4\pi r^2 \sigma T_0^4 = 4\pi \alpha r^2 \Delta T + 4\pi r^2 \sigma T_0^4 + 16\pi r^2 \sigma T_0^3 \Delta T$$

a odtud

$$\Delta T = \frac{2r^3 \rho^2 g^2}{27\eta (\alpha + 4\sigma T_0^3)}.$$

Pro zadané hodnoty: $\Delta T \doteq 4$ K, $T \doteq 304$ K.

3. úloha (navrhl Jiří Svoboda)

V homogenním magnetickém poli o indukci $\mathbf{B}$ se otáčí vodivá tyč délky l kolem bodu O , jehož vzdálenost od osy tyče je y a pata A kolmice spuštěné z bodu O na tyč má od středu S tyče vzdálenost x . Tyč se otáčí stálou úhlovou rychlostí ω v rovině kolmé k $\mathbf{B}$ kolem osy, která je rovnoběžná s magnetickou indukcí $\mathbf{B}$.

Určete celkové napětí indukované na tyči.

Řešte nejprve obecně, potom pro $B = 0,10$ T, $\omega = 10$ s⁻¹, $l = 0,10$ m, $x = 0,030$ m.

Řešení:

Vycházíme ze zákona elektromagnetické indukce pro indukované napětí

$$u = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Tyč se otáčí stálou úhlovou rychlostí, takže i napětí indukované na jejích koncích má stálou velikost. Proto můžeme uvažovat libovolnou změnu magnetického indukčního toku a dobu příslušnou této změně.

Za dobu $T = \frac{2\pi}{\omega}$ se tyč otočí o plný úhel. Na části tyče,

která má délku $\frac{l}{2} + x$, se indukuje napětí U_1 , na části o délce $\frac{l}{2} - x$ se indukuje napětí U_2 .

Část tyče o délce $\frac{l}{2} + x$ proběhne za dobu T mezikružím, jehož obsah je

$$S_1 = \pi \left[\left(\frac{l}{2} + x \right)^2 + y^2 - y^2 \right] = \pi \left(\frac{l}{2} + x \right)^2,$$

jak je zřejmé z obr. 3, a indukované napětí

$$U_1 = \frac{BS_1}{T} = \frac{1}{2} B\omega \left(\frac{l}{2} + x \right)^2.$$

Podobně stanovíme napětí, které se indukuje na kratším konci tyče:

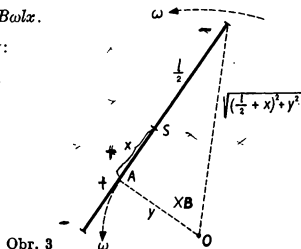
$$U_2 = \frac{1}{2} B\omega \left(\frac{l}{2} - x \right)^2.$$

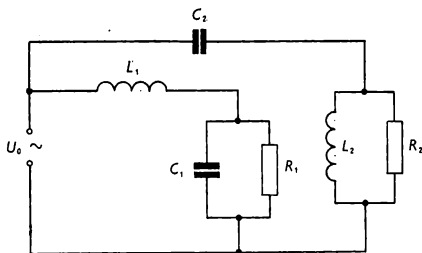
Poněvadž obě napětí jsou nesouhlasně pólována, je na koncích tyče napětí

$$U = U_1 - U_2 = B\omega l x.$$

Pro zadané hodnoty:

$$U \doteq 3,0 \text{ mV}.$$





Obr. 4

4. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Schéma na obr. 4 představuje elektrickou výhybku, která slouží k připojení reproduktorové soustavy. Rezistor o odporu R_1 nahrazuje reproduktor pro nízké tóny, rezistor o odporu R_2 nahrazuje reproduktor pro vysoké tóny. Soustava je připojena ke zdroji harmonického střídavého napětí o efektivní hodnotě U_0 .

a) Vysvětlete činnost výhybky.

b) Stanovte indukčnosti L_1 , L_2 cívek a kapacity C_1 , C_2 kondenzátorů tak,

- aby při daném (dělicím) kmitočtu f_d dostával každý reproduktor polovinu toho příkonu, který by dostával, kdyby byl ke zdroji napětí připojen přímo,
- aby při dělicím kmitočtu f_d měla cívka o indukčnosti L_1 stejně velkou reaktanci jako kondenzátor o kapacitě C_1 a cívka o indukčnosti L_2 stejně velkou reaktanci jako kondenzátor o kapacitě C_2 .

Řešte nejprve obecně, potom pro $R_1 = 5,0 \, \Omega$, $R_2 = 15,0 \, \Omega$, $f_d = 5,0 \, \text{kHz}$.

c) Označme P_1, P_2 příkony reproduktorů při kmitočtu f , dále pak P_{1m}, P_{2m} příkony reproduktorů při jejich přímém připojení ke zdroji.

Pro veličiny L_1, C_1, L_2, C_2 nalezené v části b) stanovte funkce $y_1 = F_1(x), y_2 = F_2(x)$, kde

$$y_1 = \frac{P_1}{P_{1m}}, \quad y_2 = \frac{P_2}{P_{2m}}, \quad x = \frac{f}{f_d},$$

a graficky je znázorněte. Stupnici pro x volte logaritmickou, funkční hodnoty počítejte pro $x = \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8$.

Řešení:

a) Tlumivka o indukčnosti L_1 téměř nepropouští do reproduktoru o odporu R_1 proudy s vyššími kmitočty a reproduktor je ještě pro tyto proudy přemostěn kondenzátorem o kapacitě C_1 . Kondenzátor o kapacitě C_2 téměř nepropouští do reproduktoru o odporu R_2 proudy s nižšími kmitočty a reproduktor je ještě pro tyto proudy přemostěn tlumivkou o indukčnosti L_2 . První reproduktor proto intenzívně reprodukuje hluboké a druhý vysoké tóny.

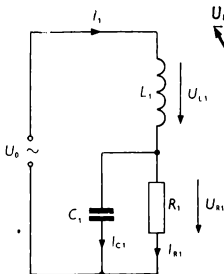
b) — obr. 5, 6.

Napětí a proudy v první části výhybky označíme podle obr. 5; platí pro ně fázorový diagram podle obr. 6. Potřebujeme stanovit poměr $\frac{U_{R1}}{U_0}$. Pro proudy platí při obecném úhlovém kmitočtu ω :

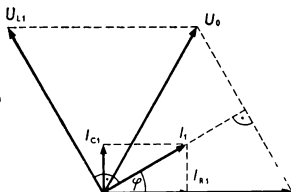
$$I_1^2 = I_{R1}^2 + I_{C1}^2; \quad I_{R1} = \frac{U_{R1}}{R_1};$$

$$I_{C1} = \omega U_{R1} C_1;$$

$$\sin \varphi = \frac{\omega R_1 C_1}{\sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2}}. \quad (1)$$



Obr. 5



Obr. 6

Vyjádříme

$$I_1^2 = U_{R1}^2 \left(\frac{1}{R_1^2} + \omega^2 C_1^2 \right) \quad (2)$$

a pomocí kosinové věty

$$U_0^2 = U_{R1}^2 + U_{L1}^2 - 2U_{R1}U_{L1} \sin \varphi. \quad (3)$$

Dále platí

$$U_{L1} = \omega L_1 I_1. \quad (4)$$

Do (4) dosadíme za I_1 z (2), pak do (3) za U_{L1} z (4) a za $\sin \varphi$ z (1). Dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$\left(\frac{U_{R1}}{U_0} \right)^2 = \frac{R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2 - 2\omega^2 L_1 R_1^2 C_1 + \omega^4 L_1^2 R_1^2 C_1^2}. \quad (5)$$

Při obecném úhlovém kmitočtu ω dostává reproduktor o odporu R_1 příkon $P_1 = \frac{U_{R1}^2}{R_1}$; při přímém připojení ke

zdroji by dostával příkon $P_{1m} = \frac{U_0^2}{R_1}$. Poměr $\frac{P_1}{P_{1m}}$ je tedy dán vztahem (5). Podle zadání platí pro dělicí úhlový kmitočet ω_d

$$\frac{1}{2} = \frac{R_1^2}{R_1^2 + \omega_d^2 L_1^2 - 2\omega_d^2 L_1 R_1^2 C_1 + \omega_d^4 L_1^2 R_1^2 C_1^2}, \quad (6)$$

$$\omega_d L_1 = \frac{1}{\omega_d C_1} = X_1. \quad (7)$$

Úpravou (6) s použitím (7) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

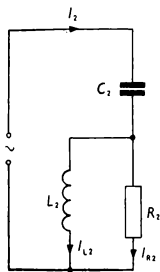
$$X_1 = R_1 \sqrt{2}$$

a potom z (7)

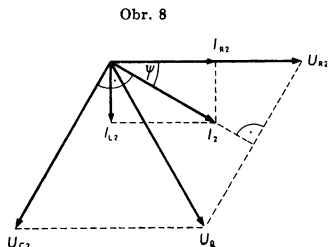
$$L_1 = \frac{R_1 \sqrt{2}}{2\pi f_d}; \quad C_1 = \frac{\sqrt{2}}{4\pi f_d R_1}. \quad (8)$$

Pro zadané hodnoty $L_1 \doteq 0,225 \text{ mH}$; $C_1 \doteq 4,50 \mu\text{F}$.

Pro druhou část výhybky platí obr. 7 a fázorový diagram podle obr. 8.



Obr. 7



Obr. 8

Podle kosinové věty

$$U_0^2 = U_{R2}^2 + U_{C2}^2 - 2U_{R2}U_{C2} \sin \psi \quad (9)$$

a dále platí

$$I_2^2 = U_{R2}^2 \left(\frac{1}{\omega^2 L_2^2} + \frac{1}{R_2^2} \right); \quad U_{C2} = \frac{I_2}{\omega C_2},$$

$$\sin \psi = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}.$$

Dosazením do (9) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$\left(\frac{U_{R2}}{U_0} \right)^2 = \frac{\omega^4 R_2^2 L_2^2 C_2^2}{R_2^2 + \omega^4 R_2^2 L_2^2 C_2^2 - 2\omega^2 R_2^2 L_2 C_2 + \omega^2 L_2^2}. \quad (10)$$

Pro dělicí úhlový kmitočet má, podle zadání, pravá strana (10) hodnotu $\frac{1}{2}$ a dále platí, rovněž podle zadání

$$\omega_d L_2 = \frac{1}{\omega_d C_2} = X_2. \quad (11)$$

Úpravou (10) s použitím (11) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$X_2 = R_2 \sqrt{2}$$

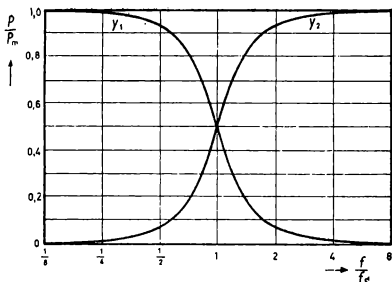
a potom z (11)

$$L_2 = \frac{R_2 \sqrt{2}}{2\pi f_d}; \quad C_2 = \frac{\sqrt{2}}{4\pi f_d R_2}. \quad (12)$$

Pro zadané hodnoty $L_2 \doteq 0,675 \text{ mH}$, $C_2 \doteq 1,50 \text{ } \mu\text{F}$.

c) Dosazením z (8) do (5) dostaneme

$$y_1 = \frac{P_1}{P_{1m}} = \left(\frac{U_{R1}}{U_0} \right)^2 = \frac{1}{1 + x^4} \quad (13)$$



Obr. 9

a obdobně dosazením z (12) do (10)

$$y_2 = \frac{1}{1 + x^{-4}}. \quad (14)$$

Grafy funkcí (13) a (14) jsou na obr. 9.

5. úloha (navrhl Přemysl Šedivý)

Korunové sklo má pro světlo o délce vlny λ_1 index lomu n_B , pro světlo o délce vlny λ_2 index lomu n_G . Flintové sklo má pro uvažované délky vlny indexy lomu n'_B a n'_G . Z těchto skel má být zhotovena tmelená ploskovypuklá spojná čočka, jejíž barevná vada je opravena tak, že ohnisková vzdálenost f pro světla s oběma uvažovanými délkami vlny je stejná.

Stanovte poloměry křivosti kulových vrchlíků, jimiž jsou jednotlivé části achromatické čočky omezeny.

Základní úvahu proveďte obecně, pak řešte pro hodnoty: $n_B = 1,50674$, $n_G = 1,52050$, $n'_B = 1,74452$, $n'_G = 1,79336$, $f = 0,5$ m (přesně).

Poznámka:

Indexy lomu n_B a n'_B odpovídají Fraunhoferově čáře B o délce vlny $\lambda_1 = 686,72 \text{ nm}$, indexy lomu n_G a n'_G odpovídají čáře G o délce vlny $\lambda_2 = 430,78 \text{ nm}$ (ve vakuu). Uvažte, zda existuje jedno řešení nebo více řešení.

Řešení:

Předpokládáme řez čočkou podle obr. 10. Dvojvypuklá část je ze skla jednoho druhu, ploskovypuklá část je ze skla druhého druhu. Označíme obecně n_1 index lomu první části, n_2 index lomu druhé části. Pro optickou mohutnost první části platí

$$D_1 = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

a pro optickou mohutnost druhé části

$$D_2 = -(n_2 - 1) \frac{1}{r_2}.$$

Výsledná optická mohutnost

$$D = D_1 + D_2 = \frac{1}{f} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - (n_2 - 1) \frac{1}{r_2}$$

a po úpravě

$$D = \frac{1}{f} = (n_1 - 1) \frac{1}{r_1} + (n_1 - n_2) \frac{1}{r_2}. \quad (1)$$

Jsou nyní dvě možnosti:

1. Dvojvypuklá část je ze skla korunového, ploskodutá část je ze skla flintového. V (1) položíme $n_1 = n_B$, $n_2 = n'_B$ podle zadaných hodnot:

$$0,50674 \cdot \frac{1}{r_1} - 0,23778 \cdot \frac{1}{r_2} = 2,00, \quad (2)$$

pak totéž pro $n_1 = n_G$, $n_2 = n'_G$:

$$0,52050 \cdot \frac{1}{r_1} - 0,27286 \cdot \frac{1}{r_2} = 2,00. \quad (3)$$

Soustava (2), (3) dává řešení $r_1 \doteq 0,207$ m, $r_2 \doteq 0,527$ m.

2. Dvojvypuklá část je ze skla flintového, ploskodutá z korunového. V (1) položíme $n_1 = n'_B$, $n_2 = n_B$ podle zadanych hodnot:

$$0,74452 \cdot \frac{1}{r_1} + 0,23778 \cdot \frac{1}{r_2} = 2,00 \quad (4)$$

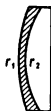
a totéž pro $n_1 = n'_G$, $n_2 = n_G$:

$$0,79336 \cdot \frac{1}{r_1} + 0,27286 \cdot \frac{1}{r_2} = 2,00. \quad (5)$$

Soustava (4), (5) dává řešení $r_1 \doteq 0,207$ m, $r_2 \doteq -0,148$ m, což znamená, že z flintového skla je opět rozptylná část, která je ale nyní vypuklodutá, neboť kulový vrchlík o poloměru r_2 má křivost opačnou, než se předpokládalo v obr. 10, a $|r_2| < r_1$; z korunového skla je opět spojná část (obr. 11).



Obr. 10

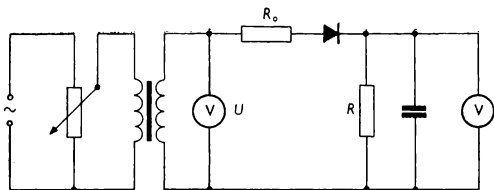


Obr. 11

6. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Měření demodulačních charakteristik polovodičové diody (obr. 12).

V obvodu je zapojen zdroj střídavého napětí s kmitočtem sítě o efektivní hodnotě nejvýše 30 V, transformátor (postačí školní rozkladný transformátor s transformačním poměrem 1 : 1), voltmetr na střídavé napětí (jakéhokoli typu), polo-



Obr. 12

vodičová dioda (např. KY 705), ochranný rezistor o odporu R_0 řádově $10^1 \Omega$, elektrolytický kondenzátor s velkou kapacitou (nejméně $50 \mu\text{F}$), voltmetr na stejnosměrné napětí se zanedbatelným vlastním příkonem (např. avomet II nebo DU 20), rezistor o odporu R . Demodulační charakteristika je definována jako graf funkce $U_s = f(U_m)$ při určitém odporu R rezistoru, kde U_s značí stejnosměrné napětí na rezistoru, U_m amplitudu střídavého napětí, jehož efektivní hodnotu U budete měřit.

Postup:

1. Sestavte zapojení podle obr. 12.
2. Měřte demodulační charakteristiky s rezistory, jejichž odpory mají velikosti řádově $10^1 \Omega$, $10^2 \Omega$, $10^3 \Omega$ a popř. ještě $10^4 \Omega$, v oboru $0 \text{ V} \leq U_m \leq 40 \text{ V}$. Vhodné hodnoty napětí nastavujte postupně.
3. Charakteristiky zakreslujte do grafu, kde ke každé charakteristice připište hodnotu odporu R použitého rezistoru.
4. Z průběhu křivek usudte, jaký průběh by měla charakteristika pro $R \rightarrow \infty$; zakreslete ji čárkovaně.
5. Uvažte případ, že amplituda U_m napětí se mění v okolí nějaké střední hodnoty U_{m0} podle vztahu

$$U_m = U_{m0} + \Delta U_m \sin \omega t, \quad \Delta U_m < U_{m0}.$$

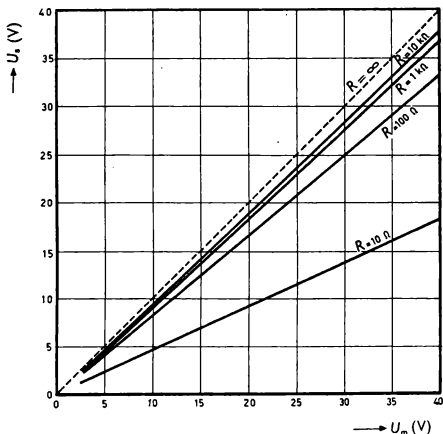
Zvolte nějaké hodnoty U_{m0} , ΔU_m (např. $U_{m0} = 10 \text{ V}$, $\Delta U_m = 8,0 \text{ V}$) a pro některou ze změřených demodulačních charakteristik sestojte graf funkce $U_s = f(t)$, kde t je čas. Stanovte podmínku, při níž stejnosměrné napětí U_s věrně reprodukuje modulaci, tj. časový průběh amplitud U_m .

Tabulka 8

$U(\text{V})$	$U_m(\text{V})$	$U_s(\text{V})$ při $R =$			
		10Ω	100Ω	$1 \text{ k}\Omega$	$10 \text{ k}\Omega$
0	0	0	0	0	0
2	2,8	0,84	1,68	1,81	2,16
4	5,6	2,12	4,38	4,68	4,92
6	8,5	3,48	6,51	7,35	7,62
8	11,3	4,83	9,12	10,1	10,4
10	14,1	6,12	11,4	12,9	13,2
12	17,0	7,41	14,0	15,5	15,9
14	19,8	8,61	16,4	18,2	18,6
16	22,6	9,87	18,6	20,8	21,2
18	25,5	11,3	21,2	23,6	24,0
20	28,3	12,6	23,6	26,1	26,7
22	31,2	13,9	26,2	29,1	29,6
24	33,9	15,3	28,4	31,5	32,1
26	36,8	16,7	30,4	34,5	35,1
28	39,2	17,9	33,6	37,2	37,8

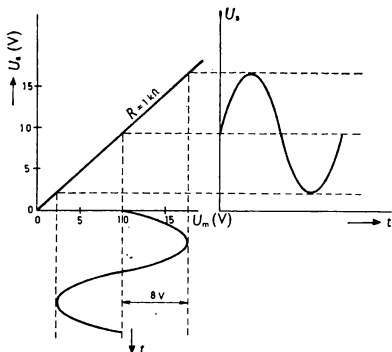
Řešení:

1. Bylo sestaveno zadané zapojení s křemíkovou diodou KY 705. Efektivní hodnoty harmonického střídavého napětí byly měřeny avometem I, stejnosměrná napětí byla měřena měřidlem DU 20, které má malý vlastní příkon. Zjištěný kmitočet síťového napětí byl 49,5 Hz. Ochranný rezistor měl jmenovitý odpor $10\ \Omega$, elektrolytický kondenzátor měl jmenovitou kapacitu $100\ \mu\text{F}$.
2. Nastavované a změřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 8.
3. Charakteristiky jsou zakresleny v obr. 13.



Obr. 13

4. V obr. 13 je čárkovaně zakresleno, jak by demodulační charakteristika probíhala pro $R \rightarrow \infty$. Při chodu naprázdno se kondenzátor nabíjí na stejnosměrné napětí rovné amplitudě přiváděného napětí střídavého — charakteristika je přesně lineární.
5. Byla zvolena charakteristika pro $R = 1 \text{ k}\Omega$. Poměry jsou znázorněny na obr. 14. Usměrněné napětí U_s věrně reprodukuje amplitudovou modulaci přiváděného střídavého napětí, jestliže demodulační charakteristika má lineární průběh, což je podle teorie splněno, když $R \gg R_V$, kde R_V je odpor diody v propustném směru. Použitá křemíková dioda má v propustném směru odpor kolem 1Ω , spolu s ochranným rezistorem kolem 10Ω , takže pro $R = 1 \text{ k}\Omega$ je uvedená podmínka velice dobře splněna.



Obr. 14

7. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Svislý žebřík délky l se skládá ze dvou tyčí, z nichž každá má hmotnost M , dále z n příček, z nichž každá má hmotnost m . Vzájemná vzdálenost sousedních příček je a . Nejnižší příčka je umístěna ve vzdálenosti $\frac{a}{2}$ od vodorovné podlahy.

Vychýlíme-li žebřík ze svislé polohy, kácí se k podlaze, přičemž po ní neklouže.

Předpokládáme, že tyče i příčky jsou homogenní a velmi tenké.

a) Určete rychlost dopadu konce žebříku na podlahu.

b) Určete rychlost dopadu každé příčky na podlahu.

c) Určete velikost úhlového zrychlení žebříku při dopadu na podlahu.

Řešte obecně, potom pro hodnoty $l = 6,0$ m, $M = 10$ kg, $n = 20$, $a = 0,30$ m, $m = 0,30$ kg.

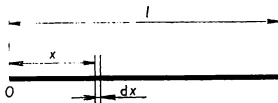
Řešení:

Budeme potřebovat následující matematické vztahy, v nichž i , k značí přirozená čísla:

$$\sum_1^k i = \frac{1}{2} k(k+1), \quad (1)$$

$$\sum_1^k i^2 = \frac{1}{6} k(k+1)(2k+1). \quad (2)$$

Dále budeme potřebovat vztah pro moment setrvačnosti I_0 homogenní tenké tyče o hmotnosti M a délce l vzhledem k ose procházející některým jejím koncem. Ve vzdálenosti x



Obr. 15

od tohoto konce (obr. 15) vymezíme element délky dx , jehož hmotnost dM určíme z úměry $dM : M = dx : l$.

Moment setrvačnosti elementu vzhledem k ose procházející počátkem O je

$$dI_0 = x^2 dM = \frac{M}{l} x^2 dx$$

a odtud

$$I_0 = \int_0^l dI_0 = \frac{1}{3} Ml^2. \quad (3)$$

K řešení úlohy musíme také stanovit jednak tíhovou potenciální energii E žebříku ve svislé poloze vzhledem k podlaze, jednak jeho moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející jeho koncem.

Tíhová potenciální energie E vzhledem k podlaze je součtem potenciální energie $2E_t$ tyčí a potenciální energie E_p příček:

$$E = 2E_t + E_p. \quad (4)$$

Tíhová potenciální energie jedné tyče je

$$E_t = \frac{1}{2} lMg, \quad (5)$$

protože tyč je homogenní.

Pro tíhovou potenciální energii příček platí

$$E_p = \frac{mga}{2} [1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)];$$

v lomené závorce je aritmetická řada, jejíž součet je n^2 . Dosažením do (4) dostaneme s přihlédnutím k (5) a k tomu, že $na = l$:

$$E = \frac{1}{2} lg(2M + mn). \quad (6)$$

Moment setrvačnosti I žebříku je součtem momentů setrvačnosti tyčí a momentů setrvačnosti příček:

$$I = 2I_0 + I_p, \quad (7)$$

kde veličina I_0 je dána vztahem (3).

Součet momentů setrvačnosti příček je dán řadou

$$I_p = \frac{ma^2}{4} \sum_1^n (2i-1)^2 = \frac{ma^2}{4} \left(4 \sum_1^n i^2 - 4 \sum_1^n i + n \right).$$

Po dosazení z (2) a (1) pro $k = n$ a úpravě dostaneme

$$I_p = \frac{ma^2n(4n^2-1)}{12}.$$

Dosazením do (7) dostaneme s použitím (3):

$$I = l^2 \left[\frac{2}{3} M + \frac{m(4n^2-1)}{12n} \right]. \quad (8)$$

a) Úhlovou rychlost ω žebříku při dopadu na podlahu určíme ze vztahu

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2, \quad \omega = \sqrt{\frac{2E}{I}}$$

a rychlost konce žebříku při dopadu na podlahu

$$v = \omega l = l \sqrt{\frac{2E}{I}};$$

po dosazení z (6) a (8)

$$v = \sqrt{\frac{12nl g(2M + mn)}{8nM + m(4n^2-1)}} \quad (9)$$

a pro zadané hodnoty: $v \doteq 13,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Rychlost v_k té či oné příčky při dopadu na podlahu závisí na její vzdálenosti od dolního konce žebříku. Tato vzdálenost je obecně

$$d_k = \frac{a}{2} + (k-1)a,$$

kde k je přirozené číslo, $1 \leq k \leq n$. Z úměry $v_k : v = d_k : l$ neboli $v_k : v = \frac{a}{2} (2k-1) : na$ stanovíme

$$v_k = v \frac{2k-1}{2n},$$

kde rychlost v je dána vztahem (9). Hodnoty v_k tvoří aritmetickou posloupnost, jejíž první člen (rychlost nejnižší příčky) je $v_1 \doteq 0,33 \text{ m.s}^{-1}$ a dvacátý člen (rychlost nejvyšší příčky) $v_{20} \doteq 13,0 \text{ m.s}^{-1}$.

c) Velikost úhlového zrychlení vyjádříme jako poměr celkového momentu, jímž tíhová síla působí na žebřík v okamžiku jeho dopadu na podlahu, a momentu setrvačnosti:

$$\varepsilon = \frac{1}{I} \left\{ 2Mg \frac{l}{2} + \frac{a}{2} mg [1 + 3 + \dots + (2n-1)] \right\}$$

a po dosazení z (8) a úpravě

$$\varepsilon = \frac{6gn}{l} \cdot \frac{2M + mn}{8Mn + m(4n^2 - 1)};$$

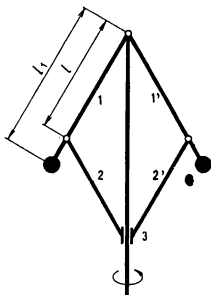
pro zadané hodnoty: $\varepsilon \doteq 2,5 \text{ rad.s}^{-2}$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl Zdeněk Strakoš)

Na obr. 16 je schéma Wattova odstředivého regulátoru. K ramenům 1, 1', na jejichž koncích jsou dvě stejné koule, jsou ve vzdálenosti l od závěsu kloubově připevněny tyčky 2, 2' délky l , které nesou objímku 3. Vzdálenost středů koulí od závěsu je l_1 .

a) Vypočítejte zdvih objímky, když se úhlová rychlost otáčení regulátoru zvětší z ω_1 na ω_2 .



Obr. 16

b) Proveďte diskusi výsledku, přičemž přihlédněte k tomu, že při nulové úhlové rychlosti svírají ramena s nosnou svislou tyčí úhel α_0 .

Řešení:

a) Zavedeme označení podle obr. 17. Pro síly F_0 , G platí

$$F_0 = m r \omega^2; \quad G = m g; \quad \text{dále pak}$$

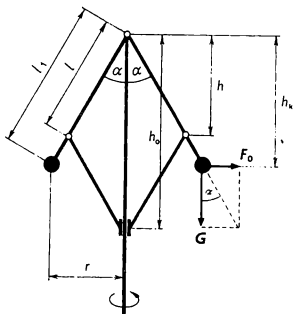
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_0}{G} = \frac{r \omega^2}{g}.$$

Nejprve vyjádříme vzdálenost h_k středů koulí od vodorovné roviny, v níž leží konec nosné tyče:

$$h_k = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{g}{\omega^2}. \quad (1)$$

a poněvadž $h : h_k = l : l_1$, vyjádříme pomocí (1)

$$h = \frac{l}{l_1} \cdot \frac{g}{\omega^2}.$$



Obr. 17

Vzdálenost h_0 středu objímky od vodorovné roviny, v níž leží konec nosné tyče, je zřejmě

$$h_0 = 2h = 2 \frac{l}{l_1} \cdot \frac{g}{\omega^2}. \quad (2)$$

Pro $\omega = \omega_1$ a $\omega = \omega_2$ dostaneme s použitím (2) zdvih objímky

$$\Delta h_0 = 2g \frac{l}{l_1} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right). \quad (3)$$

b) Stanovíme úhlovou rychlost ω_0 odpovídající úhlu α_0 . Pro každý ostrý úhel α platí v naší situaci $h_k = l_1 \cos \alpha$ a s použitím (1) pro $\alpha = \alpha_0$:

$$\cos \alpha_0 = \frac{g}{l_1 \omega_0^2}, \quad \text{tedy}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l_1 \cos \alpha_0}}.$$

Uvážíme nyní tři případy:

1. $\omega_1 \geq \omega_0$; zdvih objímky je dán vztahem (3).
2. $\omega_1 < \omega_0 < \omega_2$; poněvadž objímka se začne zvedat až při úhlové rychlosti ω_0 , je zdvih

$$\Delta h'_0 = 2g \frac{l}{l_1} \left(\frac{1}{\omega_0^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right).$$

3. $\omega_2 \leq \omega_0$; objímka se nepozvedne.

2. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Rozdíl tlaků uvnitř a vně mýdlové bubliny je Δp . Při kolmém dopadu paprsku bílého světla odráží bublina jednobarevné světlo o délce vlny λ .

a) Určete nejmenší tloušťku bubliny.

b) Určete nejmenší hmotnost bubliny.

Povrchové napětí mýdlové vody je σ , hustota mýdlové vody ϱ , index lomu mýdlové blány je n .

Řešte nejprve obecně, potom pro $\Delta p = 10 \text{ Pa}$, $\lambda = 550 \text{ nm}$,

$$\sigma = 50 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, \varrho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, n = \frac{4}{3}.$$

Řešení:

a) Označme d tloušťku blány, α úhel dopadu paprsku na blánu, β úhel lomu, přičemž

$$\sin \alpha = n \sin \beta. \quad (1)$$

Při odrazu dochází k interferenci a pro délku vlny λ odraženého světla platí

$$2nd \cos \beta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

kde k je přirozené číslo nebo nula. Dosazením z (1) do (2) dostáváme

$$d = \frac{(2k + 1) \lambda}{4 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Pro kolmý dopad ($\sin \alpha = 0$) a minimální tloušťku ($k = 0$)

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n}, \quad (3)$$

pro zadané hodnoty $d_0 \doteq 100 \text{ nm}$.

b) Označme R poloměr bubliny. Její hmotnost je

$$m = 4\pi R^2 d_0 \rho. \quad (4)$$

Poloměr R určíme pomocí přetlaku a povrchového napětí:

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{R}; \quad R = \frac{4\sigma}{\Delta p}. \quad (5)$$

Z (3) a (5) dosadíme do (4):

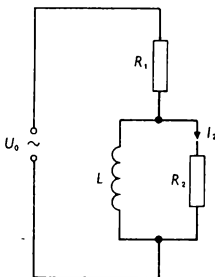
$$m = \frac{16\pi\sigma^2\lambda\rho}{n(\Delta p)^2}.$$

Pro zadané hodnoty: $m \doteq 0,52 \text{ mg}$.

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Obvod podle obr. 18 je sestaven ze dvou rezistorů o odporech R_1 , R_2 a cívky o indukčnosti L , jejíž odpor neuvažujeme. Obvod je připojen ke zdroji harmonického střídavého napětí o efektivní hodnotě U_0 .

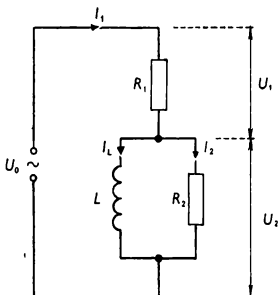
a) Stanovte efektivní hodnotu I_2 proudu, který protéká rezistorem o odporu R_2 .



Obr. 18

b) Označme $I_{2m} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$ efektivní hodnotu proudu, který by protékal rezistorem o odporu R_2 , kdyby paralelně k němu nebyla připojena cívka. Stanovte tzv. dolní mezní úhlový kmitočet ω_d napětí zdroje, pro který platí $\frac{I_2}{I_{2m}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Obr. 19



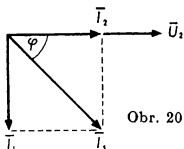
Řešení:

a) Proudů a napětí označíme podle obr. 19. Vztahy mezi fázory $\bar{U}_2$, $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$, $\bar{I}_L$ jsou znázorněny fázorovým diagramem na obr. 20, pro vztahy mezi fázory $\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$, $\bar{U}_0$ platí fázorový diagram na obr. 21. Pomocí kosinové věty vyjádříme

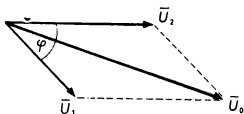
$$U_0^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos \varphi. \quad (1)$$

Pomocí vztahů $U_1 = R_1 I_1$, $U_2 = R_2 I_2$, $I_2 = I_1 \cos \varphi$ dostaneme z (1)

$$U_0^2 = I_2^2 \left(\frac{R_1^2}{\cos^2 \varphi} + R_2^2 + 2R_1 R_2 \right). \quad (2)$$



Obr. 20



Obr. 21

Z obr. 20 dostaneme

$$\cos^2 \varphi = \frac{I_2^2}{I_2^2 + I_L^2} = \frac{\omega^2 L^2}{R_2^2 + \omega^2 L^2}, \quad (3)$$

poněvadž $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$, $I_L = \frac{U_2}{\omega L}$.

Dosazením (3) do (2) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$I_2^2 = \frac{\omega^2 U_0^2 L^2}{R_1^2 R_2^2 + \omega^2 L^2 (R_1 + R_2)^2}. \quad (4)$$

b) Pro poměr $\frac{I_2}{I_{2m}}$ dostaneme s použitím (4)

$$\left(\frac{I_2}{I_{2m}} \right)^2 = \frac{\omega^2 L^2 (R_1 + R_2)^2}{\omega^2 L^2 (R_1 + R_2)^2 + R_1^2 R_2^2}. \quad (5)$$

Pro $\omega = \omega_d$ má (5) hodnotu $\frac{1}{2}$. Z této podmínky nalezneme

$$\omega_d = \frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)}.$$

4. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Zdeněk Ungermann)

Raketa má úhrnnou počáteční hmotnost $m_0 = 120$ kg, hmotnost paliva a okysličovačů $m_p = 20$ kg. Raketa je z povrchu Země vypuštěna ve svislém směru. Plyny tryskají stálou

rychlostí $v_r = 2,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ vzhledem k raketě. Palivo hoří rovnoměrně a shoří za dobu $t_1 = 10 \text{ s}$.

a) Stanovte funkci $a = f_1(t)$, kde a je zrychlení rakety vzhledem k Zemi v čase t , $0 \text{ s} \leq t \leq t_1$.

b) Stanovte maximální zrychlení rakety vzhledem k Zemi.

c) Stanovte funkci $v = f_2(t)$, kde v je rychlost rakety vzhledem k Zemi v čase t , $0 \text{ s} \leq t \leq t_1$.

d) Stanovte rychlost rakety vzhledem k Zemi v čase t_1 .

e) Do jaké výšky vystoupí raketa nad místo, v němž shořelo všechno palivo?

Odpor prostředí neuvažujeme. Tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ je konstantní.

Řešení:

a) Označme m úhrnnou hmotnost rakety v čase t . Na raketu působí tíhová síla o velikosti mg a opačně orientovaná reaktivní síla o velikosti $v_r \frac{dm}{dt}$. Počátek souřadnicové soustavy položíme do bodu, v němž byla raketa vypuštěna, osu y orientujeme svisle vzhůru. Pohybová rovnice rakety je

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg - v_r \frac{dm}{dt}, \quad \frac{dm}{dt} < 0,$$

tj.

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -g - v_r \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{dm}{dt}. \quad (1)$$

Poněvadž palivo hoří rovnoměrně a shoří za dobu t_1 , platí pro hmotnost rakety v čase t

$$m = m_0 - \frac{m_p}{t_1} t.$$

Dosazením do (1) dostaneme

$$a = f_1(t) = -g + v_r \frac{m_p}{m_0 t_1 - m_p t}. \quad (2)$$

b) Zrychlení rakety je největší v okamžiku těsně před shořením paliva. V (2) položíme $t = t_1$ a dostaneme

$$a_{\max} = -g + v_r \frac{m_p}{t_1(m_0 - m_p)},$$

pro zadané hodnoty $a_{\max} \doteq 46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

c) Poněvadž $a = \frac{dv}{dt}$, dostaneme z (2)

$$v = -g \int_0^t dt + v_r m_p \int_0^t \frac{dt}{m_0 t_1 - m_p t}$$

a odtud

$$v = f_2(t) = -gt + v_r \ln \frac{m_0 t_1}{m_0 t_1 - m_p t}. \quad (3)$$

d) Pro $t = t_1$ dostaneme z (3)

$$v_1 = -gt_1 + v_r \ln \frac{m_0}{m_0 - m_p} \quad (4)$$

a pro zadané hodnoty: $v_1 \doteq 4,1 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

e) V čase, v němž palivo shořelo, měla raketa kinetickou energii

$$E_k = \frac{1}{2} (m_0 - m_p) v_1^2,$$

kde v_1 je rychlost daná vztahem (4).

Při dalším výstupu až do nejvyššího bodu se její tíhová potenciální energie zvětší o $\Delta E_p = (m_0 - m_p) gh$, kde h je hledaná výška. Z rovnosti $E_k = \Delta E_p$ určíme

$$h = \frac{v_1^2}{2g}$$

a pro zadané hodnoty: $h \doteq 8,6 \text{ km}$.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Částice o hmotnosti m_1 se pohybuje rovnoměrně přímočaře a má hybnost p_1 . Narazí na částici o hmotnosti m_2 , která je v klidu. Po srážce se přímková trajektorie první částice vychýlí od původního směru o ostrý úhel α .

a) Určete velikost p'_1 hybnosti p'_1 první částice po srážce.

b) Proveďte diskusi velikosti p'_1 vzhledem k poměru

$$k = \frac{m_2}{m_1}.$$

c) Řešte úlohu a proveďte diskusi pro případy: $\alpha = 0$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

Ráz částic považujte za dokonale pružný.

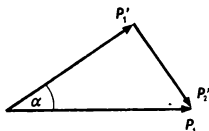
Řešení:

a) Situace po srážce je znázorněna na obr. 22, v němž p_1 značí původní hybnost první částice, p'_1 její hybnost po srážce, p'_2 hybnost druhé částice po srážce.

Podle zákona zachování hybnosti platí

$$p'_2 = p_1 - p'_1$$

a podle obr. 22



Obr. 22

$$p_1^2 = p_1'^2 + p_2'^2 - 2p_1p_1' \cos \alpha. \quad (1)$$

Podle zákona zachování energie

$$E_{k1} = E'_{k1} + E'_{k2}, \quad (2)$$

kde E_{k1} je původní kinetická energie první částice, E'_{k1} její kinetická energie po srážce, E'_{k2} kinetická energie druhé částice po srážce.

Kinetickou energii E_k tělesa o hmotnosti m , které má rychlost v , můžeme vyjádřit pomocí velikosti jeho hybnosti $p = mv$ takto:

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} = \frac{p^2}{2m}.$$

Podle toho upravíme (2) s příslušnými indexy:

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2}$$

a po zavedení veličiny k ve smyslu zadání

$$p_2'^2 = k(p_1^2 - p_1'^2).$$

Dosadíme do (1) a dostaneme pro p_1' kvadratickou rovnici

$$(1 + k) p_1'^2 - 2p_1 \cos \alpha \cdot p_1' - p_1^2(k - 1) = 0, \quad (3)$$

jejíž kořeny jsou

$$(p_1')_{1,2} = p_1 \frac{\cos \alpha \pm \sqrt{\cos^2 \alpha + (k^2 - 1)}}{1 + k}. \quad (4)$$

b) Mohou nastat tři případy, a to pro $k \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 1$.

1. $k > 1$:

$\sqrt{\cos^2 \alpha + (k^2 - 1)} > \cos \alpha$; rovnice (3) má dva reálné kořeny, ale fyzikální smysl má jen kořen kladný, poněvadž nemůže být $p_1' < 0$ (velikost vektoru). Vyhovuje tedy jediné řešení

$$p_1' = p_1 \frac{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha + (k^2 - 1)}}{1 + k}. \quad (5)$$

2. $k = 1$; rovnice (3) má dvě řešení, a to $p'_1 = 0$, $p'_1 = p_1 \cos \alpha$. Obě řešení vyhovují, úloha tedy má dvě řešení.

3. $0 < k < 1$; jsou tři možné případy:

$$\cos^2 \alpha > 1 - k^2:$$

rovnice (3) má dva reálné kladné kořeny (4).

Úloha má dvě řešení.

$\cos^2 \alpha = 1 - k^2$; rovnice (3) má dvojnásobný kladný kořen

$$p'_1 = p_1 \frac{\cos \alpha}{1 + k},$$

takže úloha má jediné řešení;

$\cos^2 \alpha < 1 - k^2$; úloha nemá řešení.

c) $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$:

Z (4) dostáváme dvě hodnoty, a to

$$(p'_1)_1 = p_1, \quad (p'_1)_2 = p_1 \frac{1 - k}{1 + k}.$$

Hodnota $(p'_1)_1$ nevyhovuje, protože v tomto případě $p'_1 = p_1$, druhá částice nezíská žádnou hybnost; nejde tedy o skutečnou srážku, první částice se druhé jen dotkne. Hodnota $(p'_1)_2$ je nezáporná jen pro $k \leq 1$, v tomto případě má úloha jediné řešení, a to

$$p'_1 = p_1 \frac{1 - k}{1 + k} > 0 \text{ pro } k < 1 \text{ nebo } p'_1 = 0 \text{ pro } k = 1.$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \cos \alpha = 0:$$

Z (4) dostáváme jedinou hodnotu

$$p'_1 = p_1 \sqrt{\frac{k - 1}{k + 1}}, \quad (6)$$

která je reálná jen pro $k \geq 1$. Úloha má jediné řešení, a to buď (6), $p'_1 > 0$ pro $k > 1$, nebo $p'_1 = 0$ pro $k = 1$.

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi:$$

Nyní je $\cos \alpha < 0$; vztah (4) upravíme takto:

$$(p'_1)_{1,2} = \frac{-|\cos \alpha| \pm \sqrt{\cos^2 \alpha + (k^2 - 1)}}{1 + k}. \quad (7)$$

Pro $k > 1$ dává (7) jediné kladné řešení shodné s (5).

Pro $k = 1$ vyhovuje jen řešení $p'_1 = 0$.

Pro $0 < k < 1$ jsou tři možné případy:

$\cos^2 \alpha > 1 - k^2$; úloha nemá řešení, protože

$$\sqrt{\cos^2 \alpha - (1 - k^2)} < |\cos \alpha|;$$

$\cos^2 \alpha = 1 - k^2$; úloha nemá řešení;

$\cos^2 \alpha < 1 - k^2$; úloha nemá řešení.

$\alpha = \pi$, $\cos \alpha = -1$:

z (4) popř. (7) dostáváme vyhovující obecné řešení

$$p'_1 = p_1 \frac{k - 1}{k + 1}. \quad (8)$$

Pro $k > 1$ je jediné řešení (8).

Pro $k = 1$ je jediné řešení $p'_1 = 0$.

Pro $0 < k < 1$ je úloha neřešitelná.

Výsledky diskuse shrneme do následující tabulky 9, v níž jsou uvedena řešení $p'_1 > 0$ a $p'_1 = 0$.

Úloha je tedy řešitelná buď jednoznačně (s výjimkou případů $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < k \leq 1$, kdy jsou dvě možná řešení), nebo nemá řešení.

Tabulka 9

	$0 < k < 1$	$k = 1$	$k > 1$
$\alpha = 0$	$p'_1 > 0$	$p'_1 = 0$	—
$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	$p'_1 > 0$	$p'_1 \geq 0$	$p'_1 > 0$
$\alpha = \frac{\pi}{2}$	—	$p'_1 = 0$	$p'_1 > 0$
$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	—	$p'_1 = 0$	$p'_1 > 0$
$\alpha = \pi$	—	$p'_1 = 0$	$p'_1 > 0$

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V kalorimetru je voda o hmotnosti m_1 a teplotě t_1 . Do kalorimetru přidáme led o hmotnosti m_2 a teplotě 0°C .

a) Popište soustavu po dosažení rovnovážného stavu. Proveďte diskusi, určete teplotu soustavy, hmotnost ledu a hmotnost vody v soustavě v rovnovážném stavu. Předpokládáme, že děj probíhá za normálního tlaku.

b) Popište rovnovážný stav soustavy při těchto počátečních podmínkách: $m_1 = 0,500\text{ kg}$, $m_2 = 1,000\text{ kg}$, $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$, $l_t = 334 \cdot 10^3\text{ J.kg}^{-1}$, $c = 4,18 \cdot 10^3\text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Tepelnou kapacitu kalorimetru neuvažujte.

c) Jak se změní rovnovážný stav soustavy v úloze b), je-li tepelná kapacita kalorimetru $K = 100\text{ J.K}^{-1}$? Jaká je relativní chyba v případě b) při zanedbání tepelné kapacity kalorimetru?

Maximální přípustná chyba v úloze b) byla stanovena hodnotou 1 %; je relativní chyba, které se v úloze b) v tomto případě dopouštíme, zanedbatelná?

Řešení:

a) Po dosažení rovnovážného stavu soustavy mohou nastat tyto případy:

1. Všechn led roztaje.

Potom buď teplota látky v rovnovážném stavu $t = 0^\circ\text{C}$, soustava obsahuje jen vodu o hmotnosti $m_1 + m_2$ a platí

$$l_t m_2 = c m_1 t_1,$$

nebo teplota soustavy v rovnovážném stavu je t , $0^\circ\text{C} < t < t_1$, soustava obsahuje jen vodu o hmotnosti $m_1 + m_2$. Teplotu soustavy určíme ze vztahu

$$l_t m_2 + c m_2 t = c m_1 (t_1 - t),$$

$$t = \frac{c m_1 t_1 - l_t m_2}{c(m_1 + m_2)}; \quad l_t m_2 < c m_1 t_1.$$

2. Část ledu o hmotnosti m roztaje.

Teplota soustavy v rovnovážném stavu je 0°C , soustava obsahuje vodu o hmotnosti $m_1 + m$ a led o hmotnosti $m_2 - m$. Hmotnost m určíme ze vztahu

$$l_t m = c m_1 t_1, \quad m = \frac{c m_1 t_1}{l_t}.$$

V soustavě v rovnovážném stavu je tedy voda o hmotnosti

$$m_1 + m = \frac{m_1(l_t + c t_1)}{l_t}$$

a led o hmotnosti

$$m_2 - m = \frac{l_t m_2 - c m_1 t_1}{l_t}.$$

b) Pro zadané hodnoty platí $l_t m_2 = 334 \cdot 10^3 \text{ J}$, $c m_1 t_1 = 104,5 \cdot 10^3 \text{ J}$. Platí tedy $l_t m_2 > c m_1 t_1$, tj. část ledu o hmotnosti m roztaje, $m \doteq 0,313 \text{ kg}$.

V rovnovážném stavu je teplota soustavy 0°C , soustava obsahuje vodu o hmotnosti asi $0,813\text{ kg}$ a led o hmotnosti asi $0,687\text{ kg}$.

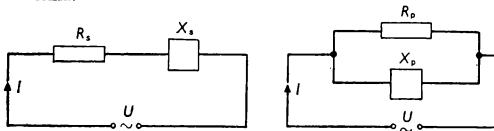
c) Uvažujeme-li tepelnou kapacitu kalorimetru, určíme hmotnost m' roztátého ledu ze vztahu

$$m'l_t = Kt_1 + cm_1t_1, \quad m' = \frac{Kt_1 + cm_1t_1}{l_t}$$

a pro zadané hodnoty $m' \doteq 0,328\text{ kg}$.

Porovnáním s výsledky úlohy b) zjišťujeme, že absolutní chyba je $0,015\text{ kg}$. Relativní chyba je tedy asi $4,8\%$, uvažujeme-li hmotnost roztátého ledu, asi $1,8\%$ vzhledem k hmotnosti vody v soustavě a asi $2,2\%$ vzhledem k hmotnosti ledu v soustavě v rovnovážném stavu.

Je-li stanovena maximální přípustná relativní chyba 1% , není tedy v úloze b) tepelná kapacita kalorimetru zanedbatelná.



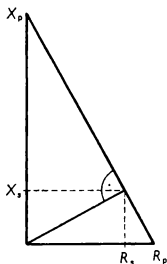
Obr. 23

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

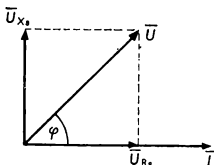
V elektrických obvodech podle obr. 23 značí R_s , R_p rezistance, X_s , X_p reaktance.

a) Jsou dány veličiny R_p , X_p . Stanovte veličiny R_s , X_s tak, aby efektivní hodnoty proudů (při téměř napětí) vtékajících do obou obvodů byly stejné a aby i fázové posunutí mezi napětím a proudem bylo v obou obvodech stejné.

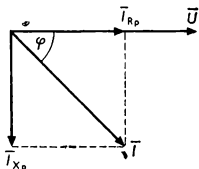
b) Dokažte, že úlohu lze řešit graficky způsobem naznačeným v obr. 24.



Obr. 24



Obr. 25



Obr. 26

Řešení:

a) — obr. 25, obr. 26.

Předpokládá se, že reaktance jsou indukční; v případě reaktancí kapacitních je postup zcela obdobný, jenže fázory $\bar{U}_{Xs}$ a $\bar{I}_{Xp}$ jsou opačně orientovány.

Označení veličin:

U_{Rs} — efektivní hodnota napětí na součástce o rezistanci R_s ;

U_{Xs} — efektivní hodnota napětí na součástce o reaktanci X_s ;

I_{Rp} — efektivní hodnota proudu tekoucího součástkou o rezistanci R_p ;

I_{Xp} — efektivní hodnota proudu tekoucího součástkou o reaktanci X_p .

Z obr. 25:

$$U^2 = U_{Rs}^2 + U_{Xs}^2 = I^2(R_s^2 + X_s^2), \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{Xs}}{U_{Rs}} = \frac{X_s}{R_s}. \quad (2)$$

Z obr. 26:

$$I^2 = I_{R_p}^2 + I_{X_p}^2 = U^2 \left(\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{X_p^2} \right), \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{X_p}}{I_{R_p}} = \frac{R_p}{X_p}. \quad (4)$$

Z (1) a (3) vyjádříme druhé mocniny impedancí Z obou obvodů v obr. 23, které jsou podle zadání stejně velké:

$$Z^2 = \frac{U^2}{I^2} = R_s^2 + X_s^2 = \frac{R_p^2 X_p^2}{R_p^2 + X_p^2}. \quad (5)$$

Porovnáním (2) a (4)

$$\frac{X_s}{R_s} = \frac{R_p}{X_p}. \quad (6)$$

Řešením soustavy (5), (6) nalezneme

$$R_s = \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2}; \quad X_s = \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2}. \quad (7)$$

Úlohu lze velmi snadno řešit symbolickou metodou:

$$Z = R_s + jX_s = \frac{R_p \cdot jX_p}{R_p + jX_p} = \frac{R_p X_p^2 + jR_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2}.$$

Porovnáním reálných a imaginárních částí dostaneme přímo (7).

b) — obr. 27.

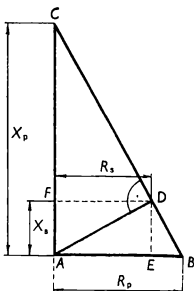
Z (5) dostaneme

$$\sqrt{R_s^2 + X_s^2} = \frac{R_p X_p}{\sqrt{R_p^2 + X_p^2}}, \text{ neboli}$$

$$\frac{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}}{R_p} = \frac{X_p}{\sqrt{R_p^2 + X_p^2}}. \quad (8)$$

Vztah (8) vyplývá z podobnosti trojúhelníků ADE a CBA .

Obr. 27



4. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Zdeněk Ungermann)

Reaktivní říční loď o hmotnosti m se pohání čerpadlem, které čerpá vodu z řeky a vytlačuje ji na zádi ve směru podélné osy lodi. Rychlost v , tryskajícího proudu vody vzhledem k lodi a její hmotnostní tok Q_m jsou stálé.

a) Stanovte funkci $v = v(t)$, kde v je rychlost lodi vzhledem k vodě v řece v čase t od začátku pohybu.

b) Stanovte funkci $\eta = \eta(v)$, kde η je účinnost pohonu lodi. Za příkon považujte užitečný výkon čerpadla.

c) Při které rychlosti lodi je účinnost pohonu maximální? Jak velká je tato maximální účinnost?

Při řešení neuvažujte odporové síly proti pohybu a vliv čerpání vody na hybnost soustavy.

Řešení:

a) Úlohu řešíme ve vztažné soustavě spojené s vodou v řece. Loď a protékající vodu považujeme za izolovanou soustavu, v níž platí zákon zachování hybnosti.

V čase t od počátku pohybu má loď vzhledem k vodě v řece rychlost v . Za dobu dt se velikost rychlosti lodi zvětší o dv . Původní hybnost mv lodi se za dobu dt zvětší na $m(v + dv)$. Tryskající voda má vzhledem k vodě v řece rychlost $v_r - v$ a hmotnost vody vytrysklé za dobu dt je $Q_m \cdot dt$. Podle zákona zachování hybnosti tedy platí

$$mv + Q_m(v_r - v) dt = m(v + dv). \quad (1)$$

Z (1) dostáváme úpravou

$$\frac{dv}{v_r - v} = \frac{Q_m}{m} dt, \quad v_r > v. \quad (1')$$

Levou stranu integrujeme od 0 do v , pravou od 0 do t :

$$[-\ln(v_r - v)]_0^v = \frac{Q_m}{m} t;$$

odtud vyjádříme

$$v = v_r \left[1 - \exp\left(-\frac{Q_m}{m} t\right) \right].$$

b) Za dobu dt přečerpá čerpadlo vodu o hmotnosti $Q_m \cdot dt$ a urychlí ji na rychlost v_r . Přírůstek kinetické energie vody $dE'_k = \frac{1}{2} Q_m v_r^2 dt$ je ekvivalentní práci dW vykonané čerpadlem: $dW = dE'_k$, tj.

$$dW = \frac{1}{2} Q_m v_r^2 dt. \quad (2)$$

Kinetická energie lodi se zvětší o

$$dE_k = d\left(\frac{1}{2} mv^2\right) = mv dv. \quad (3)$$

Účinnost pohonu

$$\eta = \frac{dE_k}{dW}$$

a po dosazení z (3) a (2)

$$\eta = \frac{2mv \, dv}{Q_m v_r^2 dt}. \quad (4)$$

Z (1') vyjádříme $\frac{dv}{dt}$ a dosadíme do (4):

$$\eta = \frac{2v(v_r - v)}{v_r^2}. \quad (5)$$

c) Funkce (5) má lokální maximum pro rychlost $v_0 = \frac{1}{2} v_r$.

Maximální účinnost při této rychlosti

$$\eta_{\max} = \frac{1}{2}, \quad \text{tj. } 50 \, \%. \quad$$

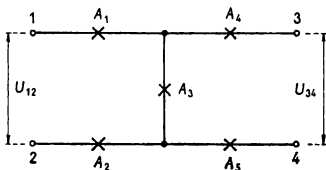
5. úloha (navrhl ing. František Schauer, CSc.)

Určení součástek a jejich hodnot ve čtyřpólu

Čtyřpól, v němž mají být identifikovány jednotlivé součástky a určeny jejich hodnoty, je sestaven podle schematu naznačeného na obr. 28.

V každém z míst $A_i (i = 1, \dots, 5)$ je
 buď jeden rezistor,
 nebo jeden kondenzátor.

Čtyřpól tedy obsahuje celkem 5 součástek.



Obr. 28

A. Význam znaků použitých v textu

U_{12} , U_{34} — efektivní hodnoty napětí mezi vstupními svorkami 1, 2, popř. výstupními svorkami 3, 4 čtyřpólu,

ω — úhlový kmitočet,

ω_m — mezní úhlový kmitočet,

f — kmitočet,

f_m — mezní kmitočet,

k — přenos čtyřpólu,

k_0 — ustálená hodnota přenosu,

$Z_i (i = 1, \dots, 5)$ impedance součástí (tj. buď R_i , nebo $\frac{1}{\omega C_i}$).

B. Definice

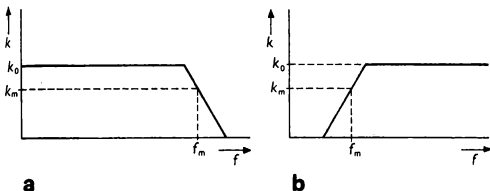
1. Napěťový přenos čtyřpólu znázorněného na obr. 28 je definován jako podíl

$$k = \frac{U_{34}}{U_{12}} = \frac{|Z_3|}{|Z_1 + Z_2 + Z_3|} \quad (1)$$

Mezi svorkami 3, 4 je totiž napětí stejné jako na impedanci Z_3 , protože svorky 3, 4 jsou rozpojeny, takže na impedancích Z_4 , Z_5 nejsou úbytky napětí. Vztah (1) vyplývá z řešení děliče napětí složeného z impedancí Z_1 , Z_2 , Z_3 .

2. Za ustálenou hodnotu k_0 přenosu k považujeme jeho hodnotu při takových kmitočtech, při nichž se znatelně neuplatňuje reaktance, tj. sériové reaktance lze považovat za nulové, paralelní za nekonečně velké.
3. Mezní kmitočet f_m je ten, při němž přenos nabývá hodnoty

$$k_m = \frac{1}{\sqrt{2}} k_0 \doteq 0,707 k_0.$$



Obr. 29

4. Přenosová charakteristika čtyřpólu je graf funkce $k = F(f)$. Pro čtyřpól sestavený jen z rezistorů a kondenzátorů má tato charakteristika jeden ze dvou typických průběhů znázorněných na obr. 29.

C. Pomůcky

1. Měřicí přístroje:

- střídavý voltmetr, 2 kusy,
- stejnosměrný voltmetr, 1 kus,
- stejnosměrný miliampérmetr, 1 kus.

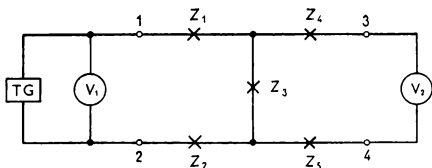
2. Baterie 4,5 V, 3 kusy, nebo stejnosměrný rozvod v laboratoři.

3. Generátor RC, 1 kus, s kmitočtovým rozsahem od 25 Hz do 30 kHz, výstupní napětí od 0 V do 10 V.

4. Spojovací vodiče.

D. Úlohy

1. Vhodným použitím stejnosměrných zdrojů a měřidel stanovte, jaké součástky jsou v místech A_i , tj. zda jde o rezistory nebo kondenzátory.
2. Odvoďte vztah pro přenos k , ustálený přenos k_0 a mezní kmitočet f_m , tj. vyjádřete tyto veličiny pomocí hodnot součástek (rezistancí rezistorů a kapacit kondenzátorů), které jste identifikovali v úloze č. 1.



Obr. 30

3. Změřte a zakreslete přenosovou charakteristiku čtyřpólu, z grafu určete veličiny k_0 a f_m . Měřte v zapojení podle obr. 30, v němž TG značí nf generátor, V_1 a V_2 voltmetry, jimiž budete měřit efektivní hodnotu U_{12} vstupního napětí a efektivní hodnotu U_{34} výstupního napětí.

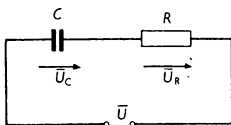
Při měření nastavte nf generátor na rozsah výstupního napětí 10 V a měřicí rozsah voltmetru V_2 nastavte na 24 V. Měřte v oboru kmitočtů od 25 Hz do 10 kHz.

4. Na základě přímého využití Ohmova zákona pro ustálený proud proveďte všechna měření potřebná k tomu, abyste spolu s výsledky úlohy č. 3 mohli stanovit rezistance všech rezistorů a kapacity všech kondenzátorů, z nichž je čtyřpól sestaven.

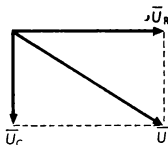
E. Poznámky

1. Napětí $\bar{U}_C$ na kondenzátoru, $\bar{U}_R$ na rezistoru a $\bar{U}$ na celém obvodu (obr. 31) lze znázornit fázorovým diagramem

Obr. 31



Obr. 32



podle obr. 32, přičemž platí

$$\overline{U} = \overline{U}_C + \overline{U}_R,$$

kde $U_C = \frac{1}{\omega C} I$, $U_R = RI$, I je proud protékající obvodem. Pak

$$U = \sqrt{U_C^2 + U_R^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

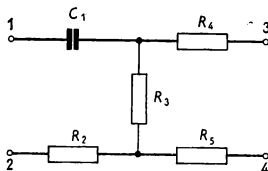
je velikost impedance obvodu.

2. Předpokládejte, že pro vnitřní odpor R_{V_2} voltmetru V_2 platí $R_{V_2} \gg |Z_3 + Z_4 + Z_5|$, tj. napětí změřená tímto voltmetrem považujte za napětí U_{34} mezi rozpojenými svorkami 3, 4.

Řešení:

1. Pomocí baterie a stejnosměrného ampérmetru zjistíme, že stejnosměrný proud neprotéká mezi svorkami 1, 2; 1, 3; 1, 4; stejnosměrný proud protéká mezi svorkami 2, 3; 2, 4; 3, 4. Kondenzátor může tedy být v místech A_1 , A_2 , A_3 ; A_1 , A_4 ; A_1 , A_4 , A_5 a nemůže být v místech A_2 , A_3 , A_4 ; A_2 , A_5 ; A_3 , A_4 , A_5 .

Z tohoto zjištění jednoznačně vyplývá, že ve čtyřpólu je jediný kondenzátor C_1 v místě A_1 , v ostatních místech jsou rezistory R_2 , R_3 , R_4 , R_5 . Čtyřpól má tedy schéma podle obr. 33.



Obr. 33

2. Označme I_1 proud, který protéká mezi svorkami 1, 2 při obecném úhlovém kmitočtu ω a při napětí U_{12} :

$$I_1 = \frac{U_{12}}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C_1}\right)^2 + (R_2 + R_3)^2}};$$

pak $U_{34} = R_3 I_1$; odtud vyjádříme

$$k = \frac{R_3}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C_1}\right)^2 + (R_2 + R_3)^2}}.$$

Ustálená hodnota (pro $\omega \rightarrow \infty$)

$$k_0 = \frac{R_3}{R_2 + R_3}.$$

Pro $\omega = \omega_m$ je $\frac{k}{k_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; odtud po úpravě

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{1}{\omega_m C_1 (R_2 + R_3)}\right]^2}},$$

a tedy

$$\omega_m = \frac{1}{C_1 (R_2 + R_3)},$$

popř.

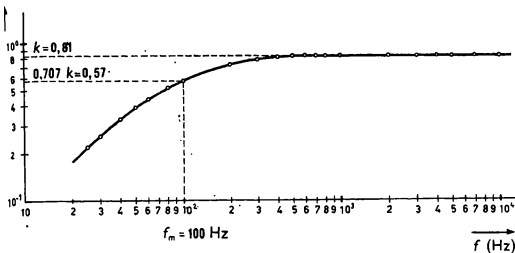
$$f_m = \frac{1}{2\pi C_1 (R_2 + R_3)}.$$

3. Měření přenosu $k = \frac{U_{34}}{U_{12}}$ bylo provedeno pro různé kmitočty v předepsaném intervalu, výsledky jsou sestaveny v tabulce 10, přenosová charakteristika je na obr. 34.

Tabulka 10

f (Hz)	25	30	40	50	60	70	80	100	120
k	0,21	0,24	0,31	0,36	0,43	0,46	0,51	0,58	0,63

f (Hz)	150	200	300	400	500	600	1 k	2 k	5 k	10 k
k	0,69	0,74	0,78	0,79	0,80	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81



Obr. 34

Z grafu přečteme: $k_0 = 0,81$, $f_m = 100$ Hz.

4. K určení 5 hodnot součástek máme prozatím rovnice

$$\frac{R_3}{R_2 + R_3} = 0,81 \Omega, \quad (1)$$

$$100 \text{ Hz} = \frac{1}{2\pi C_1(R_2 + R_3)}. \quad (2)$$

Měřením odporu (se stejnosměrným zdrojem, stejnosměrným voltmetrem a stejnosměrným ampérmetrem) byly stanoveny odpory mezi následujícími dvojicemi svorek:

$$R_{24} = R_2 + R_5 = 6,12 \cdot 10^3 \Omega, \quad (3)$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + R_4 = 2,40 \cdot 10^4 \Omega, \quad (4)$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 + R_5 = 2,32 \cdot 10^4 \Omega. \quad (5)$$

Ze soustavy rovnic (1) až (5) vypočítáme: $C_1 = 8,6 \cdot 10^{-8} \text{ F}$, $R_2 = 3,5 \cdot 10^3 \Omega$, $R_3 = 1,5 \cdot 10^4 \Omega$, $R_4 = 5,6 \cdot 10^3 \Omega$, $R_5 = 2,7 \cdot 10^3 \Omega$.

2. Úlohy kategorie B

Úlohy a řešení recenzovali doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., a Mojmir Simerský.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

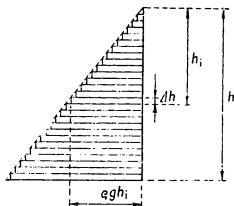
Nádoba tvaru kvádru je naplnená do výšky h kvapalinou hustoty ρ . Dno nádoby je vodorovné.

Vypočítajte veľkosť sily, ktorou pôsobí kvapalina na bočnú stenu nádoby šírky s , a určte jej pôsobisko.

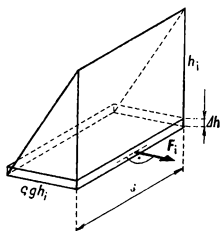
Riešenie:

Ide o úlohu ľahko riešiteľnú pomocou integrálneho počtu, ale môžeme ju riešiť i s použitím vhodného modelu.

Výšku h kvapaliny rozdelíme na veľký počet rovnako dlhých úsekov, z ktorých každý má dĺžku Δh a jednotlivé úseky sú v hĺbkách h_i pod hladinou (obr. 35). Vrstva kvapaliny v hĺbke h_i pôsobí na bočnú stenu tlakom $p_i = \rho g h_i$ a tlakovou silou $F_i = \rho g h_i s \Delta h$ (obr. 36), pričom si predstavujeme, že dĺžka Δh je taká malá, že kvapalinový stĺpec výšky Δh



Obr. 35



Obr. 36

v hĺbke h_i pod hladinou môžeme považovať za kváder, ktorého výška je Δh , dĺžka s a šírka je priamo úmerná dĺžke h_i s činiteľom úmernosti ρg .

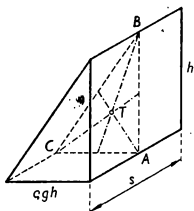
Pretože všetky sily F_i sú navzájom rovnobežné a kolmé na bočnú stenu nádoby, veľkosť výslednice všetkých elementárnych tlakových síl sa rovná súčtu ich veľkostí.

Z obr. 37 vyplýva, že geometrický význam tejto veličiny môžeme v uvedenom modeli vyjadriť objemom trojbokého hranola výšky s ; jeho základňou je pravouhlý trojuholník, ktorého jedna odvesna má dĺžku h , druhá odvesna má dĺžku priamo úmernú dĺžke h s činiteľom úmernosti ρg .

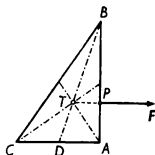
Preto pre veľkosť sily F , ktorou kvapalina pôsobí na stenu nádoby, platí

$$F = \frac{1}{2} \rho g s h^2.$$

Z dôvodov súmernosti je pôsobisko výslednej sily F na úsečke AB (obr. 37), ktorá je zvislou osou súmernosti bočnej steny nádoby. Vektorová priamka sily F prechádza ťažiskom T



Obr. 37



Obr. 38

hranola, t. j. ťažiskom trojúholníka ABC (obr. 38). Z podobnosti rovnolahlých trojuholníkov PBT a ABD vyplýva, že

$$BP = \frac{2}{3} BA = \frac{2}{3} h,$$

takže pôsobisko sily F je vo vzdialenosti $\frac{2}{3}h$ od hladiny kvapaliny.

Riešenie pomocou integrálneho počtu:

V hĺbke x pod hladinou vymedzíme vodorovný prúžok, ktorý má šírku dx . Element tlakovej sily je tu

$$dF = \rho g x s \, dx$$

a celková tlaková sila

$$F = \int_0^h dF = \frac{1}{2} \rho g s h^3. \quad (1)$$

Výslednica F má vzhľadom na vodorovnú os ležiacu v bočnej stene vo výške h nad dnom moment rovný súčtu momentov všetkých elementárnych tlakových síl vzhľadom na tú istú os; element momentu

$$dM = x dF = \rho g s x^2 dx,$$

takže

$$M = \int_0^h dM = \frac{1}{3} \rho g s h^2.$$

Rovnaký moment má sila veľkosti (1) vo vzdialenosti a od hladiny kvapaliny:

$$\frac{1}{2} \rho s h^2 a = \frac{1}{3} \rho g s h^3,$$

odtiaľ

$$a = \frac{2}{3} h.$$

2. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Skúmavka, dolu zatažená, pláva v kvapaline hustoty ρ tak, že jej os je zvislá. Dĺžka ponorenej časti skúmavky je h . Ak skúmavku z kvapaliny vytiahneme o malú dĺžku a potom uvoľníme, koná kmitavý pohyb. Odpor prostredia a zmenu výšky hladiny pri kmitoch neuvažujeme.

a) Ukážte, že tento pohyb je harmonický, a určte jeho dobu kmitu T .

b) Skúmavku prenesieme do kvapaliny hustoty ρ' a uvedieme ju rovnakým spôsobom do kmitavého pohybu. Doba kmitu je T' . Určete pomer

$$p = \frac{T}{T'}.$$

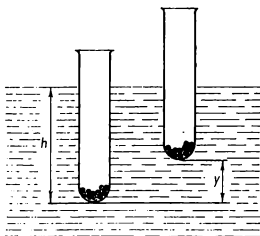
Riešenie:

Ak zrýchlenie kmitavého pohybu je priamo úmerné výchylke a má orientáciu opačnú ako výchylka, potom kmitavý pohyb je harmonický.

a) V rovnovážnej polohe nádoby platí

$$Sh\rho g - mg = 0, \tag{1}$$

kde S je obsah prierezu nádoby.



Obr. 39

Ak je nádobka vysunutá z rovnovážnej polohy o dĺžku y (obr. 39), pričom $y > 0$ pri vytiahnutí a $y < 0$ pri ponorení, pôsobí na nádobku sila s veľkosťou

$$F = S(h - y) \varrho g - mg = Sh\varrho g - Sy\varrho g - mg.$$

Vzhľadom na (1) je

$$F = -S\varrho g y.$$

Táto sila udeľuje nádobke zrýchlenie

$$a = -\frac{S\varrho g}{m} y = -\frac{g}{h} y. \quad (2)$$

Zo vzťahu (2) vidíme, že kmitavý pohyb nádobky je harmonický. Porovnaním (2) s rovnicou harmonického kmitavého pohybu $a = -\omega^2 y$ dostávame dobu kmitu nádobky

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}. \quad (3)$$

b) V kvapaline hustoty ϱ' sa nádobka ponorí do hĺbky h' . Podľa Archimedovho zákona platí

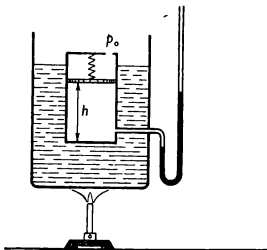
$$Sh\varrho g = Sh'\varrho'g$$

a teda
$$h : h' = \varrho' : \varrho. \quad (4)$$

Zo vzťahov (3) a (4) vyplýva

$$p = \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{\varrho'}{\varrho}}.$$

Obr. 40



3. úloha (navrhl Přemysl Šedivý)

Ve svislém válci pod pístem pevně spojeným s pružinou je uzavřen plyn (obr. 40), jehož molární hmotnost je M_m a Poissonova konstanta κ . Tlak plynu měříme pomocí otevřeného rtuťového manometru. Válec je uložen v nádobě naplněné olejem. Obsah kruhového průřezu pístu je S . Nad pístem je vzduch, atmosférický tlak p_0 je stálý. Nádobu s olejem a válcem ohříváme pomocí kahanu.

a) Popište, jak se mění vzdálenost h pístu od dolní rovinné vnitřní stěny válce v závislosti na tlaku p plynu. Určete funkci $h = f(p)$ a znázorněte ji graficky. Na začátku ohřívání je $h = h_0$, $p = p_0$.

b) Vypočítejte tuhost k pružiny, když po ohřátí plynu byly naměřeny tyto veličiny:

$$h = h_1 > h_0, \quad p = p_1 < p_0.$$

c) Za jaké podmínky vyhovuje bod $(0,0)$ funkci $h = f(p)$? Při platnosti této podmínky stanovte tuhost k pružiny.

d) Při platnosti podmínky z bodu c) vypočítejte měrné teplo c_p plynu.

Plyn považujte za ideální. Změny teploty a objemu plynu jsou malé v porovnání s teplotou a objemem plynu před jeho ohřátím. Píst se pohybuje ve válci bez tření a jeho tíha je velmi malá v porovnání s tlakovou silou pružiny. Objem trubice manometru je malý v porovnání s objemem plynu.

Řešení:

a) Ohřátím se tlak plynu zvětší na $p > p_0$ a pružina se zkrátí o délku $h - h_0$, přičemž

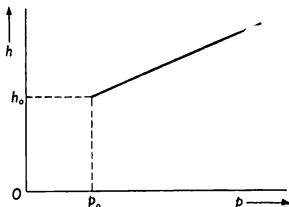
$$(p - p_0) S = k(h - h_0).$$

Z toho vyjádříme

$$h = \frac{S}{k} p + \left(h_0 - \frac{S}{k} p_0 \right). \quad (1)$$

Graf této funkce je na obr. 41.

Obr. 41



b) Z (1) vyjádříme pro $h = h_1$, $p = p_1$

$$k = S \frac{p_1 - p_0}{h_1 - h_0}.$$

c) Funkci (1) vyhovuje bod (0, 0), když

$$k = \frac{Sp_0}{h_0}. \quad (2)$$

d) Označme ΔQ teplo přijaté plynem, ΔU změnu vnitřní energie, ΔV změnu objemu, ΔT změnu teploty, m hmotnost, M_m molární hmotnost plynu, R_m molární plynovou konstantu, Δh změnu délky pružiny. Pak

$$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V = mc_v \Delta T + pS \Delta h.$$

Tlak p vyjádříme pomocí délky h z (1) při splnění podmínky (2):

$$p = \frac{kh}{S}; \quad (3)$$

pak

$$\Delta Q = mc_v \Delta T + kh \Delta h. \quad (4)$$

Zapíšeme stavovou rovnici, přičemž přihlédneme k (3):

$$pV = phS = kh^2 = \frac{m}{M_m} R_m T. \quad (5)$$

Pro $h + \Delta h$, $T + \Delta T$ zní (5) takto:

$$k(h + \Delta h)^2 = \frac{m}{M_m} R_m (T + \Delta T). \quad (6)$$

V (6) použijeme aproximaci $(h + \Delta h)^2 \approx h^2 + 2h \Delta h$, neboť podle zadání $\Delta h \ll h$. Pak odečteme (5) a dostaneme

$$kh \Delta h = \frac{1}{2} \frac{m}{M_m} R_m \Delta T.$$

Dosadíme do (4):

$$\Delta Q = m \left(c_V + \frac{1}{2} \frac{R_m}{M_m} \right) \Delta T.$$

Měrné teplo je tedy

$$c_p = c_V + \frac{1}{2} \frac{R_m}{M_m}. \quad (7)$$

Ze vztahů

$$\frac{c_p}{c_V} = \kappa, \quad c_p = c_V + \frac{R_m}{M_m}$$

vyjádříme c_V a dosadíme do (7). Po úpravě

$$c_p = \frac{R_m(\kappa + 1)}{2 M_m(\kappa - 1)}.$$

4. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Elektrónový lúč vstupuje medzi dve horizontálne dosky osciloskopu vo vodorovnom smere v strede medzi doskami. Rýchlosť v_0 elektrónov pri vstupe medzi dosky je stála a malá v porovnaní s rýchlosťou svetla vo vákuu.

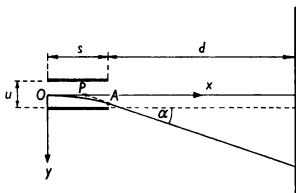
Vo vzdialenosti d od koncov dosiek je zvisle uložené rovinné tienidlo obrazovky osciloskopu. Dĺžka dosiek v smere kolmom na tienidlo je s , vzdialenosť medzi doskami je u . Na dosky osciloskopu pripojíme elektrické napätie U .

a) Opíšte pohyb elektrónov od okamihu vstupu medzi dosky až po ich dopadnutie na tienidlo. Určte rovnicu trajektórie elektrónov pri tomto pohybe vo vhodne zvolenej sústave súradníc.

b) Určte rýchlosť v pohybu elektrónov v okamihu, keď opúšťajú elektrické pole dosiek.

c) Určte výšku z tienidla tak, aby stopu elektrónového lúča bolo možné ešte zachytiť aj na dolnom i na hornom okraji obrazovky.

d) Navrhните vhodnú metódu merania merného elektrického náboja $\frac{e}{m}$ elektrónu pomocou uvedeného zariadenia.



Obr. 42

Riešenie:

a) Pohyb elektrónov medzi doskami obrazovky je zložený z rovnomerného priamočiareho pohybu vo vodorovnom smere a z rovnomerne zrýchleného pohybu priamočiareho vo zvislom smere. V súradnicovej sústave podľa obr. 42 platí

$$x = v_0 t \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{eU}{mu} t^2$$

a s prihliadnutím k (1)

$$y = \frac{eU}{2 mu v_0^2} x^2.$$

Pohyb elektrónov medzi doskami je krivočiary, elektróny sa pohybujú po trajektórii tvaru kvadratickej paraboly. Po vystúpení z elektrického poľa dosiek sa pohybujú rovnomerne priamočiare rýchlosťou v , s ktorou opustili elektrické pole. Pre zložky tejto rýchlosti platí

$$v_x = v_0; \quad v_y = at = \frac{eUs}{mu v_0}. \quad (2)$$

Pre uhol α , ktorý zvierá trajektória elektrónov medzi doskami a tienidlom obrazovky s osou x , platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{eUs}{muv_0^2}. \quad (3)$$

Elektróny sa medzi doskami a tienidlom pohybujú po priamke, ktorej rovnica je

$$y = \frac{eUs}{muv_0^2} \left(x - \frac{s}{2} \right),$$

pretože priesečník P dotýčnice paraboly v bodoch O, A je vo vzdialenosti $\frac{s}{2}$ od počiatku O na osi x súradnicovej sústavy.

b) Rýchlosť elektrónov v okamihu, keď opúšťajú elektrické pole, je daná vzťahmi (2) a (3). Veľkosť tejto rýchlosti je

$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eUs}{muv_0} \right)^2}.$$

c) Najväčší zvislý rozmer tienidla je daný takým napätím U_m , pri ktorom elektróny opúšťajú dosky pri ich okraji; pre tento prípad platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_m = \frac{u}{s} \quad \left\{ \begin{array}{l} 21a \text{ } \mu\text{m} \\ 21a \text{ } \mu\text{m} \end{array} \right. \quad \wedge \quad x = \frac{s}{2}$$

Najväčší zvislý rozmer z tienidla bude

$$z = 2 \left(d + \frac{s}{2} \right) \operatorname{tg} \alpha_m = u \left(1 + 2 \frac{d}{s} \right).$$

d) Výchylka lúča vo vertikálnom smere na tienidle obrazovky je

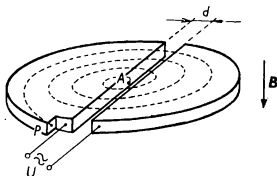
$$y = \left(d + \frac{s}{2} \right) \operatorname{tg} \alpha = \frac{eUs}{muv_0^2} \left(d + \frac{s}{2} \right),$$

odtiaľ máme

$$\frac{e}{m} = \frac{2uv_0^2 y}{Us(s + 2d)}.$$

Ak sú známe veličiny u , s , v_0 , d , možno meraním U a y stanoviť pomer $\frac{e}{m}$, t. j. merný náboj elektrónu.

Obr. 43



5. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Cyklotrón sa používa na urýchľovanie elementárnych častíc s elektrickým nábojom. Pracuje na nasledovnom princípe: Nízka valcová nádoba je rozdelená pozdĺž svojej geometrickej osi na dve časti (obr. 43), tzv. duanty, a uložená vo vákuu. Duanty sú pripojené na zdroj vysokofrekvenčného elektrického napätia. Homogénne magnetické pole indukcie B je kolmé na polkruhové steny duantov. Približne v strede cyklotrónu (bod A) je uložený iónový zdroj. Ión v bode A má počiatočnú rýchlosť veľmi malú, elektrickým polom medzi duantami je urýchlený, získava rýchlosť v , vstupuje do duantu, kde sa vplyvom magnetického poľa pohybuje po kružnicovej dráhe. Počas pohybu iónu v jednom z duantov sa zmení orientácia elektrického poľa medzi duantami a ión po príchode medzi duanty je znova urýchlený. Ión sa tak pohybuje po polkružnicových dráhach, ktorých polomery sa stále zväčšujú. Tento dej sa mnohokrát opakuje, až v mieste

P dopadá ión vysokou rýchlosťou na terčik, pričom $AP = R$.

a) Dokážte, že doba T , za ktorú je potrebné zmeniť polaritu napätia na duantoch, nie je závislá od polomeru kružnicovej dráhy iónu.

b) Určte veľkosť B indukcie magnetického poľa cyklotrónu tak, aby ión s nábojom Q a hmotnosťou m získal celkovú energiu E .

c) Stanovte celkový čas, ktorý uplynie od vzniku iónu až po zasiahnutie terčika, keď napätie medzi duantami počas preletu iónu medzerou má stálu hodnotu U .

Ión má získať celkovú energiu E . Šírka medzery medzi duantami je d .

Relativistickú zmenu hmotnosti iónu neuvažujte.

Riešte najskôr všeobecne a potom otázky b) a c) pre protón, keď $E = 5,0 \text{ MeV}$, $R = 0,50 \text{ m}$, $U = 20 \text{ kV}$, $d = 1,0 \text{ cm}$.

Riešenie:

a) Ión sa pohybuje v duantoch po polkružnicových dráhach, ktorých polomery r sa zväčšujú, pričom

$$\frac{mv^2}{r} = BQv, \quad (1)$$

kde m je hmotnosť iónu, Q jeho náboj, v veľkosť jeho rýchlosti. Uhlová rýchlosť iónu je ω a doba preletu jedným duantom je T . Z (1) vyplýva

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{BQ}{m}, \quad T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi m}{BQ}; \quad (2)$$

doba T teda nie je závislá od polomeru kružnicovej dráhy iónu.

b) Energia iónu po dosiahnutí terčika je

$$E = \frac{1}{2} mv_k^2,$$

kde v_k je jeho konečná rýchlosť. Po dosadení z (1) pre $r = R$, rýchlosť $v = v_k$ a úprave možno určiť veľkosť indukcie

$$B = \frac{\sqrt{2Em}}{QR}. \quad (3)$$

c) K tomu, aby ión získal energiu E , musí medzerami medzi duantami preletieť n -krát. Nadobudne, podľa (1) pre $r = R$, rýchlosť

$$v_k = \frac{BQR}{m}. \quad (4)$$

Pri preletoch v medzerách medzi duantami pôsobí na ión sila

$$F = \frac{U}{d} Q,$$

ktorá mu udeľuje zrýchlenie

$$a = \frac{UQ}{md}. \quad (5)$$

Rýchlosť v_k nadobudne teda ión, ak sa v medzerách medzi duantami pohybuje za čas

$$t_1 = \frac{v_k}{a}$$

a po dosadení z (3), (4), (5)

$$t_1 = d \frac{\sqrt{2Em}}{QU}. \quad (6)$$

Celkový čas potrebný pre n preletov iónu v duantoch označme

$$t_2 = nT. \quad (7)$$

Počet n preletov určíme zo zrýchlenia a a z času t_1 :

$$nd = \frac{1}{2} at_1^2, \quad n = \frac{at_1^2}{2d}. \quad (8)$$

Do (7) dosadíme z (8) a (2), potom za a z (5), za t_1 z (6), za B z (3). Po úprave

$$t_2 = \pi R \frac{\sqrt{2Em}}{2QU}.$$

Celkový čas potrebný na to, aby ión nadobudol energiu E (doba od vzniku iónu až po zasiahnutie terčika) je

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{2Em}}{2QU} (2d + \pi R).$$

Pre zadané hodnoty: $B \doteq 0,65 \text{ T}$, $t \doteq 13 \text{ } \mu\text{s}$.

6. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Meranie prevodovej charakteristiky $I_K = f(I_B)$ a prúdového zosilňovacieho činiteľa β tranzistora zapojeného so spoločným emitorom

Cieľ úlohy:

Nameranie veličín pre grafické znázornenie statických prevodových charakteristík $I_K = f(I_B)$ nízkokrekenčného tranzistora KC 507 (príp. KC 508, KC 509 alebo iného typu) pre napätie $U_{KE} = 1 \text{ V}$, $U_{KE} = 4 \text{ V}$, grafické znázornenie charakteristík, výpočet prúdového zosilňovacieho činiteľa β a znázornenie závislosti $\beta = f(I_K)$.

Pomôcky:

Tranzistor, mikroampérmeter, dva avometry, dva potenciometre $30 \text{ k}\Omega$, dve ploché batérie $4,5 \text{ V}$, spojovacie vodiče.

Postup:

1. Pred meraním sa zoznámime s princípom činnosti tranzis-

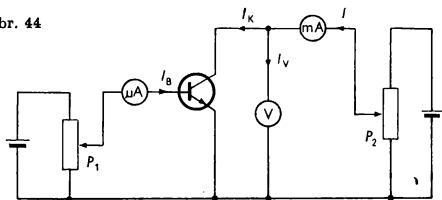
torov a so základnými zásadami zapojenia tranzistorov. Vhodná literatúra: Bém, J. a kol.: Československé polovodičové součástky, SNTL, Praha 1971; Krempaský, J.: Otázky a odpovedi z polovodičov, Alfa, Bratislava 1973; Čermák, J. - Navrátil, J.: Tranzistorová technika, SNTL, Praha 1967 a pod.

Pri práci s tranzistormi dbáme najmä na to, aby sme tranzistor nesprávnym zapojením, resp. prekročením jeho medzných hodnôt nezničili.

Tranzistor KC 507 je nízkočrekvencný kremíkový tranzistor typu NPN, vyrába sa modernou planárnou epitaxnou technológiou.

2. Merenie uskutočníme v zapojení súčiastok podľa schémy na obr. 44.

Obr. 44



3. Oba potenciometre nastavíme na najmenšie hodnoty, až potom pripojíme tranzistor na zdroje napätia. Potenciometrom P_2 nastavíme žiadané napätie U_{KE} , ktoré počas merania udržíme konštantné. Prúdový zosilňovací činiteľ tranzistora KC 507 je pomerne veľký, jeho konkrétna hodnota je závislá od U_{KE} a I_K , preto pred začatím merania nastavíme potenciometrom P_1 prúd $I_K = 0$ mA.
4. Prúd I_B postupne zvyšujeme pomocou potenciometra P_1 , pričom potenciometrom P_2 vždy nastavíme zvolené kon-

Tabulka 11

 $U_{KE} = \quad , I_V =$

č.	I_B μA	I' mA	I' mA	$I = \frac{I' + I'}{2}$ mA	$I_K = \frac{I - I_V}{mA}$	$\frac{\Delta I_B}{mA}$	$\frac{\Delta I_K}{mA}$	$\beta = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B}$
1.								
2.								
.								
.								

štančné napätie U_{KE} a odčítujeme prúd I na miliampérmetri v kolektorovom obvode. Tak postupujeme až kým I_K nedosiahne hodnotu 60 mA a potom znižujeme prúd I_B až do hodnoty $I_K = 0$ mA. Prúdy I v kolektorovom obvode pri zvyšujúcom sa prúde I_B označíme I' , pri znižujúcom sa prúde I_B zase I'' .

Prúd I_K vypočítame pomocou prúdov I a I_V ($I_V = \frac{U_{KE}}{R_V}$,

kde R_V je vnútorný odpor voltmetra V).

5. Namerané a vypočítané hodnoty zapisujeme do tabuľky (vzor — tab. 11).
6. Na milimetrový papier zostrojíme charakteristiky $I_K = f(I_B)$ pre obe napätia U_{KE} . Zostrojíme tiež závislosti $\beta = f(I_K)$ pre obe napätia U_{KE} .
7. Stručne vysvetlite výsledky merania. Uveďte možnosti praktického použitia tranzistora tak, aby boli využité jeho vlastnosti vyplývajúce z nameraných charakteristík.

Riešenie:

1. K meraniu bol použitý tranzistor KC 507. Jeho medzné hodnoty pri statickom zaťažení sú $U_{KB} = 45$ V, $U_{KE} = 45$ V, $U_{EB} = 5$ V, $I_K = 100$ mA, $I_E = 100$ mA, $I_B = 15$ mA, maximálna kolektorová strata $P_C = 300$ mW.
2. Meranie bolo uskutočnené v zapojení podľa schémy na obr. 44. Na meranie kolektorového napätia U_{KE} , bázového prúdu I_B a prúdu I boli použité prístroje DU 10.
3. Namerané a vypočítané hodnoty veličín sú uvedené v tabuľkách 12 a 13. Napätie $U_{KE} = 1$ V bolo merané s prístrojom DU 10 na rozsahu 3 V ($R_V = 150$ k Ω), napätie $U_{KE} = 4$ V bolo merané na rozsahu prístroja 6 V ($R_V = 300$ k Ω). V oboch prípadoch sú prúdy I_V zanedbateľne malé vzhľadom k prúdom I a presnosti prístroja, preto $I_K \doteq I$.
4. Na obr. 45 sú nakreslené grafy funkcií $I_K = f(I_B)$ pre $U_{KE} = 1$ V a pre $U_{KE} = 4$ V. Na obr. 46 sú grafy funkcií $\beta = f(I_K)$ pre obe napätia.

Tabulka 12

$U_{KE} = 1 \text{ V}$, $I_V = 7 \mu\text{A}$

č.	$\frac{I_B}{\mu\text{A}}$	$\frac{I'}{\text{mA}}$	$\frac{I'}{\text{mA}}$	$\frac{I + I'}{2} = \text{mA}$	$\frac{I_K - I_V}{\text{mA}}$	$\frac{\Delta I_B}{\text{mA}}$	$\frac{\Delta I_K}{\text{mA}}$	$\beta = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B}$
1	20	3,8	3,5	3,7	3,7	0,02	3,7	185
2	40	7,7	7,8	7,8	7,8	0,02	4,1	205
3	60	11,8	12,0	11,9	11,9	0,02	4,1	205
4	80	15,9	16,2	16,1	16,1	0,02	4,2	210
5	100	20,0	20,5	20,3	20,3	0,02	4,2	210
6	120	24,0	25,0	24,5	24,5	0,02	4,2	210
7	140	28,2	28,8	28,5	28,5	0,02	4,0	200
8	160	32,2	32,8	32,5	32,5	0,02	4,0	200
9	180	35,8	37,0	36,4	36,4	0,02	3,9	195
10	200	39,0	40,0	39,5	39,5	0,02	3,1	155

Tabuľka 13

$$U_{KE} = 4 \text{ V}, I_V = 13 \text{ } \mu\text{A}, \Delta I_B = 0,02 \text{ mA}$$

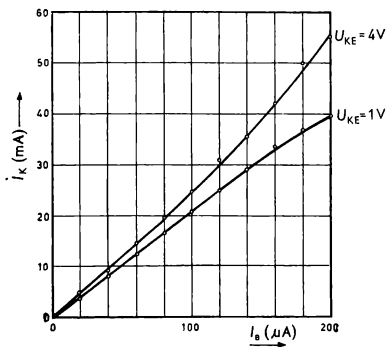
č.	$\frac{I_B}{\mu\text{A}}$	$\frac{I'}{\text{mA}}$	$\frac{I''}{\text{mA}}$	$\frac{I_K \doteq I = \frac{I' + I''}{2}}{\text{mA}}$	$\frac{\Delta I_K}{\text{mA}}$	$\beta = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B}$
1	20	4,1	4,1	4,1	4,1	205
2	40	8,8	9,0	8,9	4,8	240
3	60	14,0	15,0	14,5	5,6	280
4	80	18,2	21,0	19,6	5,1	255
5	100	23,7	26,9	25,3	5,7	285
6	120	30,0	32,5	31,3	6,0	300
7	140	37,0	40,0	38,5	7,2	360
8	160	43,0	46,0	44,5	6,0	300
9	180	49,0	51,0	50,0	5,5	275
10	200	54,9	55,1	55,0	5,0	250

5. Funkcia $I_K = f(I_B)$ pre uvedené zapojenie tranzistora predstavuje prevodovú charakteristiku, vyjadruje závislosť vstupného a výstupného prúdu. Charakterizuje schopnosť tranzistora zosilňovať vstupné prúdy. Tranzistor môže v tomto zapojení výhodne pracovať ako zosilňovač prúdu. Pre prúdové zosilnenie je určujúci parameter

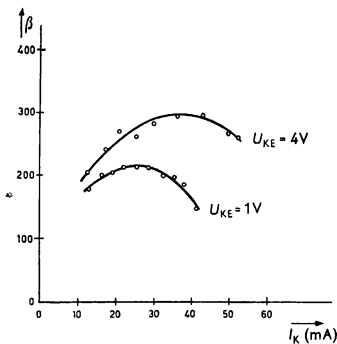
$$\beta = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B}.$$

S rastúcim napätím U_{KE} najprv rastie aj strmosť charakteristiky $I_K = f(I_B)$ (obr. 45), prúdový zosilňovací činiteľ dosahuje vyšších hodnôt (obr. 46). Charakteristika nie je lineárna, preto prúdový zosilňovací činiteľ nemá pre všetky hodnoty napätia U_{KE} rovnaké hodnoty.

Pracovné podmienky tranzistora môžu byť nastavené tak, aby prúdový zosilňovací činiteľ mal hodnotu čo najväčšiu.



Obr. 45



Obr. 46

7. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

V elektrickom obvode, ktorého schéma je na obr. 47, sú spojené reálne zdroje elektromotorického napätia a rezistory. Reálny zdroj je ideálny zdroj sériovo spojený s rezistorom, ktorého odpor je rovný vnútornému odporu zdroja.

a) Vypočítajte prúd I v obvode.

b) Určte potenciály $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, V_F$ v bodoch A, B, C, D, E, F obvodu, keď potenciál V_G bodu G je nulový.

c) Pre číselné hodnoty navrhnete a nakreslite vhodný rovinný graf, ktorý znázorňuje závislosť potenciálu od polohy bodu v obvode.

d) Určte elektromotorické napätie U zdroja, ktorý chceme pripojiť k bodom B a E obvodu tak, aby týmto zdrojom netiekol žiadny prúd.

Úlohy riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty:

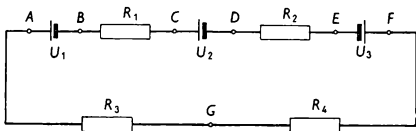
$U_1 = 12,0 \text{ V}$, $U_2 = 6,00 \text{ V}$, $U_3 = 8,00 \text{ V}$, $r_1 = 2,00 \Omega$, $r_2 = 1,00 \Omega$, $r_3 = 1,00 \Omega$ (U_i sú elektromotorické napätia zdrojov a r_i sú ich vnútorné odpory), $R_1 = 4,00 \Omega$, $R_2 = 6,00 \Omega$, $R_3 = 5,00 \Omega$, $R_4 = 8,00 \Omega$.

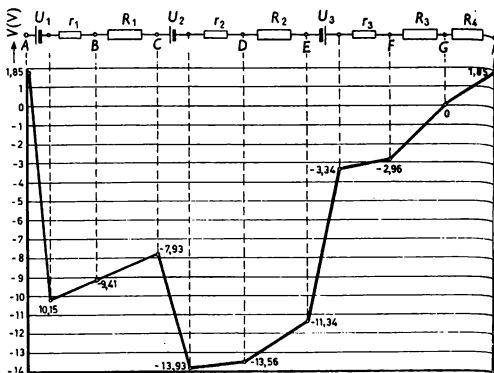
Riešenie:

a) Pre prúd I z Ohmovho zákona pre celý obvod platí

$$I = \frac{U_1 + U_2 - U_3}{\sum_1^4 R_1 + \sum_1^3 r_1}.$$

Obr. 47





Obr. 48

b) Pre potenciály jednotlivých bodov platí

$$V_{AG} = V_A - V_G = V_A = R_3 I \text{ a podobne}$$

$$V_B = (R_3 + r_1) I - U_1,$$

$$V_C = (R_1 + R_3 + r_1) I - U_1,$$

$$V_D = (R_1 + R_3 + r_1 + r_2) I - U_1 - U_2,$$

$$V_E = (R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2) I - U_1 - U_2 = \\ = -(R_4 + r_3) I - U_3,$$

$$V_F = -R_4 I.$$

c) Z 2. Kirchhoffovho zákona $U + U_{BE} = 0$ a z toho

$$U = (R_1 + R_2 + r_2) I - U_2.$$

Pre zadané hodnoty:

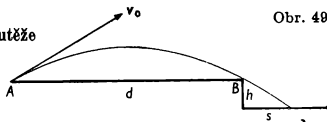
a) $I = 0,37 \text{ A}$;

b) $V_A = 1,85 \text{ V}$, $V_B = -9,41 \text{ V}$, $V_C = -7,93 \text{ V}$, $V_D = -13,56 \text{ V}$, $V_E = -11,34 \text{ V}$, $V_F = -2,96 \text{ V}$.

c) graf je na obr. 48.

d) $U = -1,93 \text{ V}$.

b) Druhé kolo soutěže



1. úloha (navrhl Milan Rádl)

Z bodu A (obr. 49) jsou vystřelovány střely počáteční rychlostí v_0 . Na vodorovné rovině procházející bodem A ve vzdálenosti $d = AB$ od bodu A je svislý sráz. V hloubce h přechází terén znovu do vodorovné roviny.

Určete délku s části níže položené roviny, na kterou nemohou dopadat střely, poněvadž je chráněna svislým srázem. Úlohu řešte jen pro situaci v jedné svislé rovině.

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty $v_0 = 300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $d = 8,10 \cdot 10^3 \text{ m}$, $h = 105 \text{ m}$.

Řešení:

Vycházíme z rovnice trajektorie tělesa vrženého šikmo vzhůru pod elevačním úhlem α :

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (1)$$

Těsně nad hranou terénního srázu proletují střely vystřelované pod úhlem α_0 , který určíme z (1) pro $x = d$, $y = 0$:

$$\sin 2\alpha_0 = \frac{gd}{v_0^2}. \quad (2)$$

Rovnici (2) vyhovují dva úhly α_{01} a α_{02} , přičemž

$$2\alpha_{01} \in \langle 0^\circ, 90^\circ \rangle,$$

$$2\alpha_{02} = 180^\circ - 2\alpha_{01}.$$

Poněvadž $\alpha_{02} = \alpha_0 > \alpha_{01}$, vyhovuje podmínce úlohy úhel $\alpha_0 = \alpha_{02}$.

Dosazením $y = -h$, $\alpha = \alpha_0$, $x = x_0 = d + s$ do (1) dostaneme pro x_0 kvadratickou rovnici

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x_0^2 - x_0 \operatorname{tg} \alpha_0 - h = 0,$$

která má kladné řešení

$$x_0 = \frac{v_0 \cos \alpha_0 (v_0 \sin \alpha_0 + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha_0 + 2gh})}{g}, \quad (3)$$

takže $s = x_0 - d$, kde délka x_0 je dána vztahem (3). Pro zadané hodnoty a $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ vychází: $\alpha_0 \doteq 59^\circ$, $s \doteq 62 \text{ m}$.

2. úloha (navrhl doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc.)

Balón se má použít k výstupu v atmosféře do výšky h_0 nad povrch Země. Jako plynová náplň se má použít svítiplyn. Předpokládaná hmotnost konstrukce (bez plynové náplně) balónu a zátěže je m_b . V dolní části balónu je otvor, který umožňuje vyrovnávání tlaku plynové náplně s tlakem okolního vzduchu.

a) Určete potřebný objem V balónu.

b) Jaký bude relativní úbytek p hmotnosti svítiplynu v balónu po jeho výstupu do výšky h_0 za předpokladu, že na povrchu Země byl celý objem balónu vyplněn svítiplynem?

c) O jakou výšku Δh vystoupí balón, jestliže se ve výšce h_0 uvolní část zátěže o hmotnosti Δm_b ?

Při výpočtu předpokládejte, že teplota vzduchu se s výškou

nemění. V důsledku toho bude mít ve výšce h nad povrchem Země vzduch tlak

$$b = b_0 \exp \left(- \frac{\varrho_0}{b_0} gh \right),$$

kde b_0 je tlak a ϱ_0 hustota vzduchu na povrchu Země ($h = 0$). Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty $b_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Pa, $\varrho_0 = 1,29$ kg $\cdot$ m $^{-3}$, hustota svítiplynu v balónu na povrchu Země $\varrho'_0 = 0,400$ ϱ_0 , $h_0 = 5\,000$ m, $m_b = 2\,500$ kg, $\Delta m_b = 50,0$ kg.

Řešení:

a) Ve výšce h_0 , do které balón vystoupí, působí na balón tíhová síla o velikosti $(m_b + V\varrho')g$ a opačně orientovaná vztlačková síla o velikosti $V\varrho g$, kde ϱ, ϱ' jsou hustoty vzduchu a svítiplynu ve výšce h_0 . Tyto dvě síly jsou v rovnováze; z toho dostáváme

$$V(\varrho - \varrho') = m_b. \quad (1)$$

Pro zjednodušení dalších zápisů zavedeme označení

$$x = \frac{\varrho_0}{b_0} gh_0, \quad (2)$$

pro zadané hodnoty $x \doteq 0,6265$.

Podle zadání, poněvadž jde o izotermické změny,

$$\varrho = \varrho_0 \frac{b}{b_0} = \varrho_0 \exp(-x), \quad (3)$$

$$\varrho' = \varrho'_0 \frac{b}{b_0} = \varrho'_0 \exp(-x). \quad (4)$$

Dosazením z (3) a (4) do (1) vyjádříme

$$V = \frac{m_b}{\varrho_0 - \varrho'_0} \exp x \quad (5)$$

a pro zadané hodnoty: $V \doteq 6,04 \cdot 10^3 \text{ m}^3$.

b) Ve svítiplynu probíhá izotermický děj. Pro objem svítiplynu V' ve výšce h_0 proto platí

$$V' = \frac{b_0}{b} V = V \exp x. \quad (6)$$

Balón má stálý objem V ; unikne z něho tedy svítiplyn o hmotnosti

$$\Delta m' = (V' - V) \rho'.$$

Dosazením za V' z (6) a za ρ' z (4) dostaneme

$$\Delta m' = V \rho'_0 [1 - \exp(-x)]$$

a potom, označíme-li $m'_0 = V \rho'_0$ původní hmotnost svítiplynu,

$$p = \frac{\Delta m'}{m'_0} = 1 - \exp(-x),$$

pro zadané hodnoty: $p \doteq 0,466$.

c) Po uvolnění zátěže o hmotnosti Δm_b platí podle (5), jestliže zde místo x podle (2) položíme

$$\begin{aligned} x' &= \frac{\rho_0}{b_0} g (h_0 + \Delta h) = x + \frac{\rho_0}{b_0} g \Delta h: \\ V &= \frac{m_b - \Delta m_b}{\rho_0 - \rho'_0} \cdot \exp x \cdot \exp \left(\frac{\rho_0}{b_0} g \Delta h \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Porovnáním (7) a (5) vyjádříme

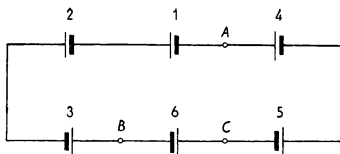
$$\Delta h = \frac{b_0}{\rho_0 g} \ln \frac{m_b}{m_b - \Delta m_b}$$

a pro zadané hodnoty: $\Delta h \doteq 158 \text{ m}$.

3. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Na obr. 50 je schéma zapojenia 6 galvanických článkov v obvodu.

Obr. 50



a) Určte napätia U_{AB} , U_{AC} , ak predpokladáme, že články majú rovnaké elektromotorické napätia U_e a rovnaké vnútorné odpory r .

b) Určte napätia U_{AB} , U_{AC} za predpokladu, že vnútorné odpory sú priamoúmerné elektromotorickým napätiam zdrojov.

c) Ako sa zmení odpoveď na otázku a), ak všetky zdroje v schéme na obr. 50 budú navzájom spojené súhlasnými pólmí?

Odpory spojovacích vodičov sú zanedbateľne malé.

Riešenie:

a) Pre prúd v obvode z 2. Kirchhoffovho zákona platí

$$I = \frac{6U_e}{6r} = \frac{U_e}{r}.$$

Napätia U_{AB} , U_{AC} sú

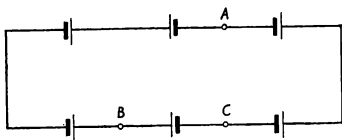
$$U_{AB} = -3U_e + 3rI = -3U_e + 3r \frac{U_e}{r} = 0,$$

podobne $U_{AC} = 0$.

b) Ak $r_1 = kU_{el}$, potom

$$I = \frac{\sum U_{el}}{\sum r_1} = \frac{\sum U_{el}}{k \sum U_{el}} = \frac{1}{k}.$$

Napätia U_{AC} , U_{AB} sú



Obr. 51

$$U_{AB} = -\sum_1^3 U_{el} + \sum_1^3 r_1 I = -\sum_1^3 U_{el} + (k \sum_1^3 U_{el}) \frac{1}{k} = 0,$$

podobne $U_{AC} = 0$.

c) Ak sa zapojenie zdrojov zmení, napr. podľa obr. 51, potom

$$I = 0, \text{ lebo } \sum U_{el} = 0,$$

$$U_{AB} = -U_0, \quad U_{AC} = 0.$$

Napätia medzi rôznymi uzlami siete majú veľkosť U_0 (medzi nepárnyim počtom zdrojov) alebo sú nulové (medzi párnym počtom zdrojov).

4. úloha (navrhol ing. Igor Štubňa)

Dvojvodičové elektrické vedenie je z medi a má dĺžku l . Napätie zdroja je U_0 , úbytok napätia na celom vedení je nU_0 , kde n je kladné číslo menšie ako 1. Príkon dodávaný do spotrebiča je P .

a) Určte hmotnosť m elektrického vedenia.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $l = 200 \text{ m}$, $U_0 = 220 \text{ V}$, $n = 0,050$, $P = 10 \text{ kW}$; hustota medi $s = 8,95 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a jej merný odpor $\rho = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

b) Ako sa zmení výsledok, ak sa použije hliník, ktorého hustota je $s' = 2,70 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a merný odpor $\rho' = 2,70 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$?

Riešenie:

a) Označme S obsah prierezu vodičov. Potom

$$m = 2slS. \quad (1)$$

Odpor elektrického vedenia je

$$R_v = \varrho \frac{2l}{S}.$$

Prúd v obvode

$$I = \frac{P}{U} = \frac{P}{U_0(1-n)},$$

kde $U = U_0(1-n)$ je napätie na spotrebiči.

Úbytok napätia na vedení, podľa zadania

$$\Delta U = R_v I = \frac{2l\varrho P}{SU_0(1-n)} = nU_0.$$

Vyjadríme S a dosadíme do (1):

$$m = \frac{4s\varrho Pl^2}{n(1-n)U_0^2},$$

pre zadané hodnoty: $m \doteq 111 \text{ kg}$.

Pre hliník: $m' \doteq 50,7 \text{ kg}$.

3. Úlohy kategórie C

Úlohy a riešenia recenzovali dr. Marta Chytilová, CSc. a Mojmiř Simerský.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Sklená fľaška so sklenou zátkou má hmotnosť m a vnútorný

objem V . Do fľašky nasypeme olovené guľôčky s priemerom d a fľašku uzavreme. Fľašku položíme na voľný povrch vody v nádobe.

a) Určte najmenší počet guľôčiek, pri ktorom sa fľaška potopí a klesne na dno nádoby.

b) Ako sa zmení výsledok, ak neuvažujeme hmotnosť vzduchu vo fľaši?

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $m = 500$ g, $V = 1\,000$ ml, $d = 4,0$ mm, hustota skla $\rho_1 = 2\,500$ kg.m⁻³. Ostatné potrebné konštanty vyhľadajte v tabuľkách.

Riešenie:

a) Označíme: hustotu olova $\rho_2 = 11\,340$ kg.m⁻³, hustotu vody $\rho_3 = 1\,000$ kg.m⁻³, hustotu vzduchu vo fľaši $\rho_4 = 1,276$ kg.m⁻³, počet guľôčiek n , hmotnosť fľaše s guľôčkami a so vzduchom m_1 .

$$m_1 = m + \frac{\pi}{6} d^3 n (\rho_2 - \rho_4) + V \rho_4.$$

Vonkajší objem fľaše je

$$V_1 = V + \frac{m}{\rho_1}.$$

Priemerná hustota telesa je

$$\rho_s = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m + \frac{\pi}{6} d^3 n (\rho_2 - \rho_4) + V \rho_4}{V + \frac{m}{\rho_1}}. \quad (1)$$

Fľaša klesne ku dnu, ak platí

$$\rho_s > \rho_3. \quad (2)$$

Do (2) dosadíme zo vzťahu (1); po úprave dostaneme

$$n > \frac{6}{\pi d^3} \frac{V(\varrho_3 - \varrho_4) - m \left(1 - \frac{\varrho_3}{\varrho_1}\right)}{\varrho_2 - \varrho_4} = a. \quad (3)$$

Označíme n_m najmenší počet guľôčiek; je to celé nezáporné číslo. Podmienkám úlohy vyhovuje teda celé nezáporné číslo najbližšie väčšie ako číslo a .

Pretože $\varrho_2 - \varrho_4$ je kladná veličina, môžu nastať tri prípady:

$$\text{pre } V(\varrho_3 - \varrho_4) \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} m \left(1 - \frac{\varrho_3}{\varrho_1}\right) \quad \text{je } a \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 0.$$

V prvom prípade je $n_m \geq 1$; v druhom prípade je $n_m = 1$; v treťom prípade je $n_m = 0$, uzavretá fľaša klesá ku dnu už bez pridania guľôčiek.

b) Ak neuvažujeme hmotnosť vzduchu vo fľaši, dosadíme do (3) $\varrho_4 = 0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Potom počet guľôčiek vyjadríme vzťahom

$$n' > \frac{6}{\pi d^3} \frac{V\varrho_3 - m \left(1 - \frac{\varrho_3}{\varrho_1}\right)}{\varrho_2} = b.$$

Najmenší počet guľôčiek n'_m je potom celé nezáporné číslo. Podmienkám úlohy vyhovuje celé nezáporné číslo najbližšie väčšie ako číslo b .

Diskusia je podobná ako v úlohe a).

$$\text{Pre } V\varrho_3 \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} m \left(1 - \frac{\varrho_3}{\varrho_1}\right) \quad \text{je } b \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 0.$$

V prvom prípade je $n'_m \geq 1$; v druhom prípade je $n'_m = 1$; v treťom prípade je $n'_m = 0$.

Pre zadané hodnoty:

$$a \doteq 1\,838,9; \quad n_m = 1\,840; \quad n \geq 1\,840;$$

$$b \doteq 1\,842,1; \quad n'_m = 1\,843; \quad n' \geq 1\,843.$$

2. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Ve vagónu, který jede stálou rychlostí v_0 po vodorovné přímé trati, je zavěšena v koncovém bodě stejnorodá tyč délky d , všude stejného průřezu. Tyč může kývat ve svislé rovině rovnoběžné se směrem pohybu vagónu.

a) V určitém okamžiku vagón přejde z rovnoměrného pohybu do rovnoměrně zpomaleného pohybu a zastaví se za dobu t_1 od tohoto okamžiku. Určete úhel, o který se tyč odkloní od svislé rovnovážné polohy.

b) O jaký úhel se tyč vychýlí ze svislé rovnovážné polohy, zastaví-li se vagón okamžitě?

Po obecném vyřešení úlohy řešte pro hodnoty:

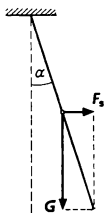
$$v_0 = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, d = 2,0 \text{ m}, t_1 = 3,0 \text{ s}.$$

Řešení:

a) Ve vztažné soustavě spojené s vagónem působí při rovnoměrně zpomaleném pohybu na tyč setrvačná síla o velikosti $F = m|a|$, orientovaná proti zrychlení a vagónu. Dále působí na tyč tíhová síla $G = mg$ (obr. 52). Osa tyče se odkloní od svislého směru o úhel α , pro který platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_s}{G} = \frac{|a|}{g}.$$

Obr. 52



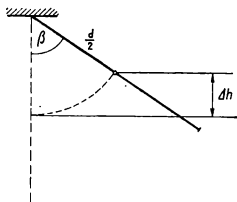
Pro rychlost rovnoměrně zpomaleného pohybu platí $v = v_0 - |a|t$, a poněvadž v čase t_1 je rychlost nulová, dostaneme

$$|a| = \frac{v_0}{t_1}, \text{ takže } \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0}{gt_1};$$

pro zadané hodnoty: $\alpha \doteq 5^\circ 50'$.

b) Kinetická energie tyče vzhledem k trati se změní o

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$$



a její tíhová potenciální energie se změní o $\Delta E_p = mg \Delta h$, kde Δh značí změnu výšky těžiště tyče. Pomocí obr. 53 nalezneme

$$\Delta h = \frac{d}{2} (1 - \cos \beta).$$

Z rovnosti $\Delta E_k = \Delta E_p$ dostaneme $\cos \beta = 1 - \frac{v_0^2}{gd}$ a pro zadané hodnoty: $\beta \doteq 57^\circ 10'$.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Duslk určité hmotnosti má při tlaku $p_1 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa objem $V_1 = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ a při tlaku $p_2 = 3,0 \cdot 10^5$ Pa objem $V_2 = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

a) Přechod ze stavu (1) do stavu (2) probíhá ve dvou dějích: první z nich je izobarický a druhý izochorický. Určete: vykonanou práci; teplo přijaté plynem; změnu vnitřní energie plynu.

b) Přechod ze stavu (1) do stavu (2) probíhá ve dvou dějích: první z nich je izochorický a druhý izobarický. Určete postupně tytéž veličiny jako v úloze a).

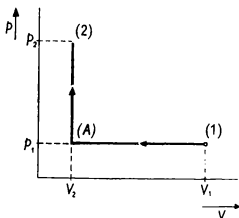
c) Porovnejte výsledky dílčích úloh a) a b).

d) Děje probíhají v cyklu takto: ze stavu (1) do stavu (2)

postupně v ději izobarickém a izochorickém, ze stavu (2) do stavu (1) postupně opět v ději izobarickém a izochorickém. Určete: práci vykonanou plynem; teplo přijaté plynem; změnu vnitřní energie plynu.

Dusík považujte za ideální plyn. Molární tepla jsou $C_V = \frac{5}{2} R_m$, $C_p = \frac{7}{2} R_m$, kde R_m je molární plynová konstanta.

Obr. 54



Řešení:

a) — obr. 54.

Označíme n látkové množství dusíku, T_1 , T_A , T_2 teploty odpovídající stavům (1), (A), (2). Celková práce vykonaná působením vnější síly je

$$W_I = p_1(V_2 - V_1), \quad (1)$$

celkové teplo přijaté plynem je

$$\begin{aligned} Q_I &= nC_p(T_A - T_1) + nC_V(T_2 - T_A) = \\ &= nR_m \left[\frac{7}{2} (T_A - T_1) + \frac{5}{2} (T_2 - T_A) \right] \end{aligned}$$

a s použitím stavové rovnice

$$Q_I = \frac{7}{2} p_1(V_2 - V_1) + \frac{5}{2} V_2(p_2 - p_1). \quad (2)$$

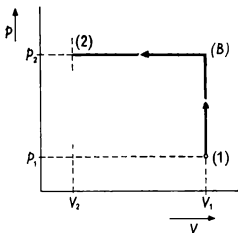
Vnitřní energie plynu se změnila o $\Delta U_I = Q_I - W_I$ a po dosazení z (1) a (2)

$$\Delta U_I = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1).$$

Pro zadané hodnoty: $W_I = -600 \text{ J}$, $Q_I = -100 \text{ J}$, $\Delta U_I = 500 \text{ J}$.

b) — obr. 55.

Obdobně jako v části a) nalezneme



Obr. 55

$$W_{II} = p_2(V_2 - V_1), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} Q_{II} &= nC_V(T_B - T_1) + nC_p(T_2 - T_B) = \\ &= \frac{5}{2} (p_2 - p_1) V_1 + \frac{7}{2} p_2(V_2 - V_1), \end{aligned} \quad (4)$$

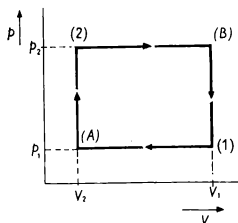
$\Delta U_{II} = Q_{II} - W_{II}$ a po dosazení z (3) a (4)

$$\Delta U_{II} = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1).$$

Pro zadané hodnoty: $W_{II} = -1\,800 \text{ J}$, $Q_{II} = -1\,300 \text{ J}$, $\Delta U_{II} = 500 \text{ J}$.

c) $W_{II} \neq W_I$, $Q_{II} \neq Q_I$; v obou případech jde o práci vykonanou vnější silou při změně objemu z V_1 na V_2 a o teplo,

které plyn odevzdal. Změna vnitřní energie plynu je v obou případech stejná, poněvadž jde o děje s týmž počátečním a týmž konečným stavem.



Obr. 56

d) — obr. 56.

Děje (1) — (A) — (2) probíhají stejně jako v případě a), proto $W'_I = W_I$, $Q'_I = Q_I$. Děje (2) — (B) — (1) probíhají opačně než v případě b), proto $W'_{II} = -W_{II}$, $Q'_{II} = -Q_{II}$. Celková vykonaná práce $W = W'_I + W'_{II} = W_I - W_{II}$ a po dosazení z (1) a (3)

$$W = (p_2 - p_1) (V_1 - V_2).$$

Celkové teplo přijaté plynem $Q = Q'_I + Q'_{II} = Q_I - Q_{II}$ a po dosazení z (2) a (4)

$$Q = (p_2 - p_1) (V_1 - V_2).$$

Změna vnitřní energie plynu

$$\Delta U = Q - W = 0 \text{ J},$$

což je samozřejmé, poněvadž konečný stav je totožný s počátečním. Pro zadané hodnoty: $W = Q = 1\,200 \text{ J}$.

Celková práce cyklu je znázorněna obsahem obdélníku (1) (A) (2) (B).

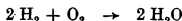
4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V tepelně izolované a mechanicky odolné nádobě o objemu $V = 100$ litrů je vodík o hmotnosti $m_1 = 5,0$ g a kyslík o hmotnosti $m_2 = 12,0$ g při počáteční teplotě $t_0 = 20$ °C. Směs shoří.

Určete tlak a teplotu plynu v nádobě, jestliže při vzniku 1 molu vodní páry se uvolní teplo $Q_0 = 2,4 \cdot 10^5$ J. Měrné teplo vodíku při stálém objemu $c_{v1} = 14,3$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹; měrné teplo vodní páry při stálém objemu $c_{v2} = 2,1$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹.

Řešení:

Dva moly vodíku se slučují s jedním molem kyslíku na dva moly vodní páry. Označme $M_{m1} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ kg.mol⁻¹, $M_{m2} = 32 \cdot 10^{-3}$ kg.mol⁻¹, $M_{m3} = 18 \cdot 10^{-3}$ kg.mol⁻¹ molární hmotnosti vodíku, kyslíku a vodní páry. Při chemické reakci



je poměr molárních hmotností vodíku a kyslíku

$$K = \frac{2M_{m1}}{M_{m2}} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}.$$

Poměr hmotností obou plynů

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{5,0 \text{ g}}{12,0 \text{ g}} > K,$$

takže po proběhnutí reakce zůstává v nádobě vodík o hmotnosti $m_3 = m_1 - Km_2$ a vodní pára o hmotnosti $m_4 = m_1 + m_2 - m_3$. Látkové množství vodní páry o hmotnosti m_4 je

$$n = \frac{m_4}{M_{m3}}.$$

Při reakci se uvolní teplo $Q = nQ_0$ a o tuto hodnotu se zvýší

vnitřní energie směsi plynů v nádobě. Přírůstek teploty označíme ΔT a platí

$$Q = (c_{V1}m_3 + c_{V2}m_4) \Delta T,$$

takže směs plynů má teplotu

$$T = T_0 + \Delta T = T_0 + \frac{nQ_0}{c_{V1}m_3 + c_{V2}m_4}.$$

Pro zadané hodnoty: $T_0 = 293 \text{ K}$, $n = \frac{3}{4} \text{ mol}$, $m_3 = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $m_4 = 13,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ dostáváme $T \doteq 2590 \text{ K}$. Označme p_1 parciální tlak vodíku, p_2 parciální tlak vodní páry ve směsi. Podle zákona Daltonova je celkový tlak obou složek $p = p_1 + p_2$. Považujeme-li oba plyny za ideální, dostáváme ze stavové rovnice

$$p = (n_1 + n) \frac{R_m T}{V},$$

kde $n_1 = \frac{m_3}{M_{m1}}$ je látkové množství vodíku, pro zadané hodnoty $n_1 = \frac{7}{4} \text{ mol}$, R_m je molární plynová konstanta. Pro vypočtenou hodnotu T a zadanou hodnotu V vyjde $p \doteq 5,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

5. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Rozdíl délek Δd dvou homogenních tyčí z různých materiálů je při kterékoli teplotě stálý. Předpokládáme, že změna délky každé tyče je lineární funkcí teploty.

Určete délku tyčí při teplotě 0°C , znáte-li součinitele délkové roztažnosti materiálů tyčí α_1 a α_2 . Po obecném vyřešení úlohy řešte pro tyč měděnou ($\alpha_1 = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$) a ocelovou ($\alpha_2 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$), $\Delta d = 0,10 \text{ m}$.

Řešení:

Označíme d_{1t} , d_{2t} délky tyčí při teplotě t , d_{10} , d_{20} jejich délky při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, přičemž

$$d_{1t} = d_{10}(1 + \alpha_1 t), \quad (1)$$

$$d_{2t} = d_{20}(1 + \alpha_2 t). \quad (2)$$

Odečtením (1) od (2) dostaneme

$$d_{2t} - d_{1t} = d_{20} - d_{10} + t(d_{20}\alpha_2 - d_{10}\alpha_1), \quad (3)$$

a poněvadž

$$d_{2t} - d_{1t} = d_{20} - d_{10} = \Delta d, \quad (4)$$

dostaneme z (3)

$$d_{20}\alpha_2 = d_{10}\alpha_1. \quad (5)$$

Ze soustavy (4) a (5) určíme

$$d_{10} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \Delta d, \quad d_{20} = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} \Delta d$$

a pro zadané hodnoty: $d_{10} = 0,24\text{ m}$, $d_{20} = 0,34\text{ m}$.

6. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Marta Chytilová, CSc.)

Určení teploty ocelového předmětu použitím kalorimetru

Pomůcky:

Směšovací kalorimetr, teploměr do $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ se stupnicí dělenou po $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$, stojan, nádoba na vodu, plynový hořák (nebo elektrický vařič s plotnou), ocelový válec, držák s háčkem k uchycení a přenášení válce, váhy, závaží, sada broků (nebo automatické váhy).

1. Přípravná úloha: Určení tepelné kapacity kalorimetru

a) Dokažte, že pro tepelnou kapacitu K kalorimetru platí vztah

$$K = \frac{m_2 c (t_2 - t)}{t - t_1} - m_1 c,$$

kde c je měrné teplo vody (tabulková hodnota), m_1 počáteční hmotnost vody o teplotě t_1 v kalorimetru, m_2 hmotnost přidávané vody o teplotě t_2 , $t_2 > t_1$, t je výsledná teplota vody v kalorimetru.

b) Stanovte, které veličiny změříte; popište postup měření. Stanovte jednotku veličiny K v soustavě SI (Praktická cvičení z fyziky, SPN, Praha 1971, úl. 2,25).

c) Proveďte měření a příslušné výpočty. Zhodnoťte výsledek dílčí úlohy 1.

2. Přípravná úloha: Určení měrného tepla ocelového válce

a) Dokažte, že pro měrné teplo c_1 ocelového válce platí vztah

$$c_1 = \frac{(m_1 c + K) (t - t_1)}{m_2 (t_2 - t)},$$

kde m_1 je počáteční hmotnost vody o teplotě t_1 v kalorimetru, m_2 je hmotnost ocelového válce, t_2 jeho počáteční teplota, $t_2 > t_1$, c je měrné teplo vody (tabulková hodnota).

b) Stanovte, které veličiny změříte a které převeźmete z přípravné úlohy č. 1. Stanovte jednotku veličiny c_1 v soustavě SI (Praktická cvičení z fyziky, SPN, Praha 1971, úl. 2,26).

c) Proveďte měření a příslušné výpočty. Zhodnoťte výsledek 2. přípravné úlohy.

3. Určení teploty ocelového válce použitím kalorimetru

a) Do kalorimetru připravte vodu o hmotnosti m_1 a o teplotě t_1 . Válec o hmotnosti m_2 zavěšený na držáku zahřívejte v plameni plynového hořáku asi 5 minut. Potom válec rychle přeneste do vody v kalorimetru a po ustálení teploty změřte výslednou teplotu t_2 vody a ocelového válce v kalorimetru.

b) Dokažte, že pro teplotu t válce přeneseného z plamene do vody v kalorimetru platí vztah

$$t = t_2 + \frac{(m_1 c + K)(t_2 - t_1)}{m_2 c_1}.$$

c) Stanovte, které veličiny změříte a které převezmete z 1. a 2. přípravné úlohy. Proveďte měření a příslušné výpočty. Zhodnoťte výsledek úlohy.

Řešení:

1. Přípravná úloha: Určení tepelné kapacity kalorimetru

a) Tepelná kapacita kalorimetru je konstanta kalorimetru, kterou určíme měřením.

Do kalorimetru nalejeme vodu o hmotnosti m_1 , teplota vody a kalorimetru je t_1 ; přidáme další vodu o hmotnosti m_2 a o teplotě t_2 , $t_2 > t_1$; po ustálení je teplota vody v kalorimetru t ; $t_1 < t < t_2$. Předpokládáme, že kalorimetr je zevně dokonale tepelně izolován; pak tepelná výměna nastane jen mezi oběma kapalnými tělesy a mezi kalorimetrem a vodou o teplotě t_2 .

Voda a kalorimetr o teplotě t_1 přijmou teplo

$$Q_1 = cm_1(t - t_1) + K(t - t_1);$$

voda o teplotě t_2 odevzdá teplo

$$Q_2 = cm_2(t_2 - t).$$

Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ určíme

$$K = cm_2 \frac{t_2 - t}{t - t_1} - cm_1. \quad (1)$$

Podle (1) je jednotkou konstanty K : $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$.

b) K určení tepelné kapacity kalorimetru změříme tyto veličiny: m_1 , m_2 , t_1 , t_2 , t ; $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Do kalorimetru nalejeme vodu o hmotnosti m_1 , vložíme do ní teploměr se stupnicí dělenou po $0,1^\circ\text{C}$; promícháme vodu, až se její teplota ustálí na hodnotě t_1 ; t_1 je pak i teplotou kalorimetru. Do kalorimetru nalejeme další vodu o hmotnosti m_2 , $m_2 > m_1$, a teplotě t_2 , kterou změříme týmž teploměrem těsně před smícháním; $t_2 > t_1$; je-li t_0 teplota vzduchu v místnosti, volíme $t_1 < t_0 < t_2$.

Hmotnost m_1 a m_2 vody měříme přímo v kalorimetru: prázdný suchý kalorimetr položíme na levou misku rovnoramenných vah a na pravou nasypeme tolik broků, až se jazýček ustálí na rovnovážné poloze. Nalejeme vodu do kalorimetru a přidáním závaží na pravou misku určíme její hmotnost m_1 . Po ustálení teploty změříme teplotu t_1 vody a kalorimetru. Změříme teplotu t_2 vody v nádobě, vodu ihned přelejeme do kalorimetru a přidáním závaží na pravou misku vah změříme její hmotnost m_2 . Kalorimetr zůstává přitom na levé misce vah; pokud neměříme hmotnost, jsou váhy aretovány. Při stálém míchání vody sledujeme teplotu vody v kalorimetru; po ustálení přečteme na teploměru teplotu t vody a kalorimetru.

c) Měření (příklad):

$m_1 = 0,060 \text{ kg}$; $t_1 = 10,3^\circ\text{C}$; $m_2 = 0,120 \text{ kg}$; $t_2 = 42,5^\circ\text{C}$; $t = 29,0^\circ\text{C}$.

Podle (1) určíme

$$K = 4,18 \cdot 10^3 \left(0,120 \frac{13,5}{18,7} - 0,060 \right) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$K \doteq 111 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Odhad odchylky určení hodnoty K :

Předpokládáme, že hmotnost měříme s odchylkou 0,5 g a teplotu s odchylkou 0,05 °C. Podle (1) označíme

$$A = m_2 \frac{t_2 - t}{t - t_1}, \quad B = m_1$$

a určíme relativní odchylku obou výrazů.

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{0,5}{120} + \frac{0,1}{13,5} + \frac{0,1}{18,7} \doteq 0,016.$$

Odtud $\Delta A = A \cdot 0,016 \doteq 0,0866 \cdot 0,016 \doteq 0,0014$ kg.

$\Delta B = 0,0005$ kg

$\Delta K = 4,18 \cdot 10^3 (0,0014 + 0,0005) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \doteq 8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

Člen A , který obsahuje naměřenou teplotu, se uplatňuje mnohem výrazněji než člen B .

$$K = (111 \pm 8) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

2. Přípravná úloha: Určení měrného tepla c_1 ocelového předmětu

a) Do kalorimetru nalejeme vodu o hmotnosti m_1 ; teplota vody a kalorimetru je t_1 ; do vody ponoříme ocelový předmět o hmotnosti m_2 a teplotě t_2 , $t_2 > t_1$; t je konečná teplota vody, kalorimetru a ocelového předmětu, $t_1 < t < t_2$. Tepelná kapacita kalorimetru je K . Tepelná výměna nastane mezi vodou v kalorimetru, kalorimetrem a ocelovým předmětem. Voda a kalorimetr o počáteční teplotě t_1 přijmou teplo

$$Q_1 = cm_1(t - t_1) + K(t - t_1).$$

Ocelové těleso o počáteční teplotě t_2 odevzdá teplo

$$Q_2 = c_1 m_2 (t_2 - t).$$

Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ určíme měrné teplo oceli

$$c_1 = \frac{(cm_1 + K)(t - t_1)}{m_2(t_2 - t)}. \quad (2)$$

Podle (2) je jednotkou konstanty c_1 : $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

b) Pro určení měrného tepla c_1 oceli změříme: hmotnost m_1 vody, hmotnost m_2 ocelového předmětu, teploty t_1 , t_2 , t ; $c = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (tabulková hodnota), $K = (111 \pm \pm 8) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ (podle 1. přípravné úlohy).

Hmotnost m_1 vody a počáteční teplotu vody a kalorimetru určíme stejným postupem jako v úloze 1b). Změříme hmotnost m_2 ocelového předmětu. Předmět vložíme do vodní lázně, kterou zahříváme až k varu. Přestaneme zahřívát a změříme teplotu t_2 vodní lázně, která je zároveň teplotou ocelového předmětu. Pomocí držáku s háčkem vyjmeme předmět z lázně, rychle osušíme a ponoříme do vody v kalorimetru. Při stálém míchání sledujeme teplotu vody v kalorimetru a po ustálení přečteme na teploměru teplotu t vody, předmětu a kalorimetru.

c) Měření (příklad):

$m_1 = 0,180 \text{ kg}$, $m_2 = 0,100 \text{ kg}$, $t_1 = 10,8 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 97,5 \text{ }^\circ\text{C}$, $t = 15,3 \text{ }^\circ\text{C}$.

Podle (2) určíme

$$c_1 = \frac{(0,180 \cdot 4,18 \cdot 10^3 + 111) \cdot (14,2 - 10,8)}{0,100(97,5 - 14,2)} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1},$$

$$c_1 = 472 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Odhad odchylky určení hodnoty c_1 :

Předpokládáme, že hmotnost měříme s odchylkou $0,5 \text{ g}$ a teplotu s odchylkou $0,05 \text{ }^\circ\text{C}$. Podle (2) označíme

$$A = cm_1 + K; B = t - t_1; C = m_2; D = t_2 - t.$$

$$\frac{\Delta c_1}{c_1} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D},$$

$$\frac{\Delta c_1}{c_1} = \frac{10,1}{863} + \frac{0,1}{3,4} + \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,1} + \frac{0,1}{83,3} \doteq 0,09$$

$$c_1 = 472 \cdot 0,09 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \doteq 42 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1},$$

$$c_1 = (4,7 \pm 0,4) \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Určili jsme měrné teplo oceli, ze které je předmět zhotoven, s přesností asi 9 %. Neuvažujeme chyby, které nastanou v postupu pokusu, např. pokles teploty při přenášení tělesa z vodní lázně do kalorimetru.

3. Určení teploty ocelového předmětu použitím kalorimetru

a) Do kalorimetru nalejeme vodu o hmotnosti m_1 ; teplota vody a kalorimetru je t_1 ; do vody ponoříme ocelový předmět o hmotnosti m_2 a o teplotě t_2 , $t_2 > t_1$; t_2 je konečná teplota vody, kalorimetru a ocelového předmětu; c je měrné teplo vody, c_1 měrné teplo oceli, ze které je předmět zhotoven, K je tepelná kapacita kalorimetru. Tepelná výměna nastane mezi vodou v kalorimetru, kalorimetrem a ocelovým předmětem.

b) Voda a kalorimetr o počáteční teplotě t_1 přijmou teplo

$$Q_1 = cm_1(t_2 - t_1) + K(t_2 - t_1).$$

Ocelový předmět o počáteční teplotě t_2 odevzdá teplo

$$Q_2 = c_1 m_2 (t - t_2).$$

Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ určíme počáteční teplotu t ocelového předmětu

$$t = t_2 + \frac{(cm_1 + K)(t_2 - t_1)}{m_2 c_1}. \quad (3)$$

c) K určení počáteční teploty t předmětu změříme: hmotnost m_1 vody, teploty t_1 a t_2 . Z přípravných úloh převezmeme tyto veličiny: hmotnost m_2 předmětu, $m_2 = 0,100 \text{ kg}$, měrné

teplo oceli, ze které je předmět zhotoven, $c_1 = (4,7 \pm \pm 0,4) \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, tepelnou kapacitu kalorimetru $K = (111 \pm 8) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

Měření (příklad):

$m_1 = 0,180 \text{ kg}$, $m_2 = 0,100 \text{ kg}$, $t_1 = 11,5 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 34,2 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $c = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (tabulková hodnota),
 $c_1 = (4,7 \pm 0,4) \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $K = (111 \pm 8) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.
 Podle (3) určíme

$$t = 34,2 + \frac{(0,180 \cdot 4,18 \cdot 10^3 + 111) 22,7}{0,100 \cdot 470} \text{ }^\circ\text{C},$$

$$t \doteq 450 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Odhad odchylky určení hodnoty t :

Předpokládáme, že měření hmotnosti a teploty je stejně přesné jako v přípravných úlohách 1 a 2. Podle (3) označíme

$$A = t_2; \quad B = \frac{(cm_1 + K)(t_2 - t_1)}{c_1 m_2}.$$

Potom

$$\Delta A = 0,05 \text{ }^\circ\text{C}; \quad \frac{\Delta B}{B} \doteq 0,1; \quad \Delta B = 417 \cdot 0,1 \text{ }^\circ\text{C} \doteq 42 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\Delta t = \Delta A + \Delta B \doteq 42 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$t = (4,5 \pm 0,4) \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Určili jsme teplotu ocelového předmětu s přesností asi 9 %. Neuvažujeme chyby, které mohou nastat v průběhu pokusu, např. pokles teploty tělesa při přenášení do kalorimetru.

7. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Umělá družice obíhá po eliptické dráze kolem Země. Její maximální vzdálenost od povrchu Země je H , minimální je h .

a) Určete rychlosti družice v perigeu, v apogeu a v koncovém bodě malé poloosy dráhy.

b) Kolikrát se musí zvětšit rychlost družice při průchodu perigeem, aby se od tohoto bodu dráhy pohybovala po parabolické dráze?

Řešte nejprve obecně, potom pro $H = 1,67 \cdot 10^6 \text{ m}$, $h = 0,225 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Řešení:

a) Označíme r_1 , r_2 , r_3 vzdálenosti družice od středu Země v perigeu, apogeu a v koncovém bodě malé poloosy eliptické dráhy, a délku velké poloosy dráhy, R poloměr Země, M hmotnost Země, κ gravitační konstantu. Pak

$$r_1 = R + h, \quad r_2 = R + H, \quad r_3 = a = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{2R + H + h}{2}.$$

Pro rychlost družice ve vzdálenosti r od středu Země platí obecně

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\kappa M \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{2\kappa M}{2R + H + h} \cdot \frac{2R + H + h - r}{r}} = \\ &= v_0 \sqrt{\frac{2R + H + h - r}{r}}, \end{aligned}$$

kde

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\kappa M}{2R + H + h}}.$$

Pro r_1 , r_2 , r_3 dostáváme po řadě

$$\begin{aligned} v_1 &= v_0 \sqrt{\frac{R + H}{R + h}}, \quad v_2 = v_0 \sqrt{\frac{R + h}{R + H}}, \\ v_3 &= \sqrt{\kappa M \left(\frac{2}{a} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\kappa M}{a}}. \end{aligned}$$

Pro zadané hodnoty a $R = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$, $M = 5,983 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ vychází $v_1 \doteq 8,15 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 \doteq 6,69 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_3 \doteq 7,38 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Pro parabolickou dráhu, tj. pro $a \rightarrow \infty$, musí být rychlost družice v perigeu zvýšena na

$$v_p = \sqrt{\frac{2\kappa M}{r_1}} = \sqrt{\frac{2\kappa M}{R + h}}$$

a poměr rychlostí

$$K = \frac{v_p}{v_1} = \sqrt{\frac{2R + H + h}{R + H}};$$

pro zadané hodnoty: $K \doteq 1,35$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl Milan Rádl)

Raketa po startu na povrchu Země stoupá svisle vzhůru se zrychlením $a = 2 \text{ g}$ po dobu t_1 ; na konci této doby je motor vypnut.

a) Do jaké maximální výšky y_m nad místem startu raketa vystoupí?

b) Určete rychlost v_0 rakety v okamžiku dopadu na povrch Země.

c) Vyjádřete rychlost rakety jako funkci času t od okamžiku startu k okamžiku dopadu rakety na povrch Země.

Odpor vzduchu a změny tíhového zrychlení v závislosti na výšce nad povrchem Země zanedbejte.

d) Řešte úlohy a), b), c) pro hodnoty: $t_1 = 50 \text{ s}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Sestrojte graf funkce $v = f(t)$ v tomto případě. Z grafu přibližně určete dobu t_0 pohybu rakety.

Řešení:

a) Zvolíme osu y souřadnic s počátkem O v místě startu,

orientovanou svisle vzhůru. V časovém intervalu $0 \text{ s} \leq t \leq t_1$ koná raketa z klidové polohy rovnoměrně zrychlený pohyb ve směru osy y a v její kladné orientaci se zrychlením $a = 2 \text{ g}$. Platí tedy

$$v = 2gt, \quad y = gt^2. \quad (1)$$

V čase $t = t_1$ je

$$v_1 = 2gt_1, \quad y_1 = gt_1^2. \quad (2)$$

Potom raketa koná pohyb rovnoměrně zpomalený ve směru osy y a v její kladné orientaci se zrychlením $-g$. Pro její rychlost v čase t platí

$$v = v_1 - g(t - t_1). \quad (3)$$

V nejvyšším bodě své dráhy, v čase t_2 , má nulovou rychlost. Z (3) dostaneme pro $v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a pro $t = t_2$, s přihlédnutím k (2)

$$t_2 - t_1 = 2t_1, \quad t_2 = 3t_1. \quad (4)$$

Pro souřadnici y_m rakety v nejvyšším bodě její dráhy tedy dostáváme

$$y_m = y_1 + v_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)^2$$

a po dosazení z (2) a (4)

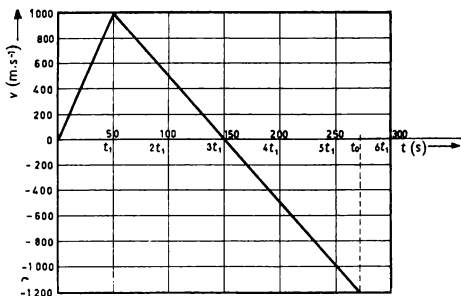
$$y_m = 3gt_1^2. \quad (5)$$

b) Raketa padá z výšky y_m volným pádem s nulovou počáteční rychlostí ve směru osy y a v její záporné orientaci. V čase t_0 dopadu na povrch Země má rychlost $v_0 = -\sqrt{2gy_m}$ a po dosazení z (5)

$$v_0 = -gt_1\sqrt{6}.$$

c) V časovém intervalu $0 \text{ s} \leq t \leq t_1$ jde podle (1) o funkci

$$v = 2gt.$$



Obr. 57

V časovém intervalu $t_1 < t \leq t_0$ jde o funkci $v = g(t_2 - t)$ a po dosazení z (4)

$$v = 3gt_1 - gt.$$

d) Pro zadané hodnoty: $y_m \doteq 75 \text{ km}$, $v_1 \doteq 1\,000 \text{ m.s}^{-1}$, $v_0 \doteq -1\,200 \text{ m.s}^{-1}$.

Graf je na obr. 57; z grafu přečteme $t_0 \doteq 270 \text{ s}$.

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Určete molární hmotnost vzduchu, který považujeme za směs kyslíku a dusíku, jejichž hmotnosti m_1 a m_2 jsou v poměru $m_1 : m_2 = 1 : 3$. Molární hmotnost kyslíku je $M_{m1} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$; molární hmotnost dusíku je $M_{m2} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$. Vzduch i jeho složky považujte za ideální plyny.

Řešení:

Označme m hmotnost vzduchu, M_m jeho molární hmotnost; $m = m_1 + m_2$.

Při teplotě T a tlaku p platí pro vzduch stavová rovnice

$$pV = nR_m T \quad (1)$$

a pro jeho složky

$$p_1 V = n_1 R_m T, \quad p_2 V = n_2 R_m T, \quad (2)$$

kde n je látkové množství vzduchu, n_1 , n_2 látková množství jeho složek, p_1 a p_2 jejich parciální tlaky. Z (2) dostaneme

$$(p_1 + p_2) V = (n_1 + n_2) R_m T. \quad (3)$$

Podle Daltonova zákona platí $p_1 + p_2 = p$, proto jsou vztahy (1) a (3) identické, takže

$$n = n_1 + n_2 \quad \text{neboli}$$

$$\frac{m}{M_m} = \frac{m_1}{M_{m1}} + \frac{m_2}{M_{m2}}. \quad (4)$$

Podle zadání úlohy dosadíme do (4) $m = 4m_1$, $m_2 = 3m_1$, pak vyjádříme

$$M_m = \frac{4M_{m1}M_{m2}}{3M_{m1} + M_{m2}}$$

a pro zadané hodnoty: $M_m = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Umělá družice Země o hmotnosti m ve vzdálenosti h_1 od povrchu Země se pohybuje po kružnici. Po určité době klesne vlivem odporové síly atmosféry Země do vzdálenosti h_2 od povrchu Země.

Předpokládáme, že změna vzdálenosti družice od povrchu Země probíhá velmi pomalu a družice zachovává kruhovou dráhu.

a) Určete změnu kinetické energie a změnu potenciální energie gravitační družice vzhledem k Zemi.

b) Určete úhrnnou změnu mechanické energie družice

vzhledem k Zemi. Vysvětlete, proč v tomto případě není splněn zákon zachování mechanické energie.

c) Určete úhrnnou změnu mechanické energie družice vzhledem k Zemi pro hodnoty: $m = 5,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $h_1 = 8,0 \cdot 10^6 \text{ m}$, $h_2 = 0,65 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Řešení:

a) Označme M hmotnost Země, R střední poloměr Země, v_1 rychlost družice na první oběžné dráze, v_2 její rychlost na druhé oběžné dráze. Platí

$$v_1^2 = \frac{\kappa M}{R + h_1}, \quad v_2^2 = \frac{\kappa M}{R + h_2}.$$

Přírůstek kinetické energie družice

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = \frac{\kappa M m}{2} \frac{h_1 - h_2}{(R + h_1)(R + h_2)}.$$

Úbytek gravitační potenciální energie družice

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = -\kappa M m \frac{h_1 - h_2}{(R + h_1)(R + h_2)} = -2 \Delta E_k.$$

b) Úhrnná změna energie družice vzhledem k Zemi

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = -\frac{\kappa M m}{2} \frac{h_1 - h_2}{(R + h_1)(R + h_2)}. \quad (1)$$

Součet kinetické a gravitační potenciální energie družice vzhledem k Zemi se nezachovává stálý, protože část energie družice se přeměňuje na vnitřní energii družice a okolního prostředí; soustava tvořená Zemí a družicí není uzavřenou soustavou, síla odporu prostředí působí jako vnější síla.

c) Podle (1) je $\Delta E \doteq -7,3 \cdot 10^4 \text{ MJ}$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Raketa, která letí ve výšce h nad povrchem Země, se krátko-

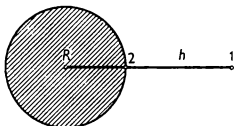
dobým působením brzdícího zařízení zastaví. Jakou rychlostí dopadne na Zem?

Uvažte, že gravitační zrychlení se podél dráhy padající rakety mění.

Odpor vzduchu zanedbejte.

Po obecném řešení řešte pro $h = 6,0 \cdot 10^5$ m.

Obr. 58



Řešení:

Protože odpor vzduchu neuvažujeme, padá raketa z výšky h jen působením radiálního gravitačního pole Země. Součet kinetické energie a gravitační potenciální energie rakety vzhledem k Zemi se zachovává stálý. Označme E_{k1} kinetickou energii rakety a E_{p1} gravitační potenciální energii rakety vzhledem k Zemi v nejvyšším bodě 1, E_{k2} a E_{p2} odpovídající veličiny v bodě 2 (obr. 58). Pak

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}, \quad (1)$$

přičemž

$$E_{k1} = 0 \text{ J}, \quad E_{k2} = \frac{mv^2}{2}, \quad E_{p1} = -\frac{\kappa m M}{R + h},$$

$$E_{p2} = -\frac{\kappa m M}{R},$$

kde m je hmotnost rakety, M hmotnost Země, v hledaná rychlost. Dosadíme do (1) a dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$v = \sqrt{2M\kappa \frac{h}{R(R + h)}}.$$

Pro zadanou hodnotu h a pro $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, střední poloměr Země $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$, $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ vyjde $v \doteq 3,3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

4. Úlohy kategorie D

Úlohy a řešení recenzovali dr. Ivo Volf a Mojmír Simerský.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Dva automobily vyjely současně z místa A a za dobu $t = 4 \text{ min}$ dojezy do místa B . Automobil Lada jel první polovinu dráhy stálou rychlostí $v_1 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, druhou polovinu dráhy stálou rychlostí $v_2 = 45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Automobil Škoda jel po celou dobu pohybem rovnoměrně zrychleným s nulovou počáteční rychlostí.

- Určete průměrné rychlosti obou automobilů na trati.
- Určete vzdálenost místa A od místa B .
- Určete zrychlení automobilu Škoda 100 a jeho rychlost v místě B .
- Ve kterém okamžiku měly oba automobily stejnou rychlost?
- Nakreslete graf délky dráhy jako funkce času.
- Nakreslete graf rychlosti jako funkce času.
- Z grafu ověřte všechny vypočítané hodnoty.

Řešení:

Označíme s délku dráhy, a zrychlení automobilu Škoda. Podle zadání

$$t = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}, \quad s = \frac{1}{2} at^2.$$

Z této soustavy rovnic vyjádříme

$$s = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} t, \quad (1)$$

$$a = \frac{4v_1v_2}{(v_1 + v_2) t}. \quad (2)$$

a) Průměrné rychlosti označíme v_{1s} , v_{2s} . Poněvadž dráha i doba jízdy jsou v obou případech stejné, je $v_{1s} = v_{2s}$ a s použitím (1) nalezneme

$$v_{1s} = v_{2s} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

b) Délka dráhy je dána vztahem (1).

c) Zrychlení je dáno vztahem (2), konečná rychlost

$$v_k = at = \frac{4v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

d) Označme t_0 čas, v němž oba automobily mají stejnou rychlost. Jsou dva možné případy, pro které platí

$$v_1 = at_{01}, \quad v_2 = at_{02};$$

odtud po dosazení z (2)

$$t_{01} = \frac{(v_1 + v_2) t}{4v_2}, \quad t_{02} = \frac{(v_1 + v_2) t}{4v_1}.$$

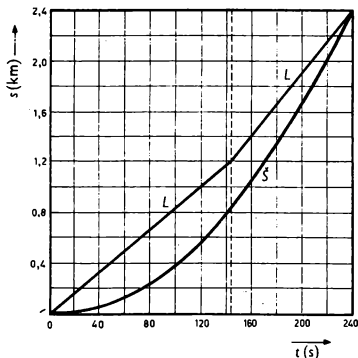
Tyto výsledky jsou reálné, když v čase t_{01} má automobil Lada rychlost v_1 a v čase t_{02} rychlost v_2 . Automobil Lada mění svou rychlost v čase

$$t_1 = \frac{s}{2v_1} = \frac{v_2}{v_1 + v_2} t,$$

takže pro reálnost výsledků jsou podmínky:

$$t_{01} < t_1; \quad t_1 < t_{02} < t.$$

Pro dané hodnoty: $v_{1s} = v_{2s} = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $s = 2,4 \text{ km}$, $a =$



Obr. 59

$\doteq 0,083 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $v_k = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $t_{01} = 100 \text{ s}$, $t_{02} = 150 \text{ s}$, $t_1 = 144 \text{ s}$, takže hodnoty nalezené pro t_{01} , t_{02} jsou reálné.

e) Graf je na obr. 59.

f) Graf je na obr. 60.

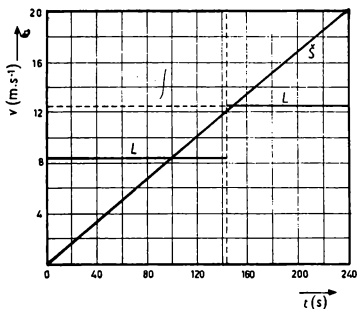
g) Hodnoty stanovené z grafu na obr. 60 souhlasí s výpočtenými.

2. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Na přímé vodorovné trati je k lokomotivě připojeno $N = 20$ stejných vagónů, z nichž každý má hmotnost m . Vagóny jsou propojeny spoji ve tvaru řetězových ok. Jeden spoj je tenčí a snese právě tahovou sílu F_0 .

Mezi které vagóny lze tento spoj umístit, jestliže lokomotiva působí na vlak silou $F = 4F_0$?

Třecí sílu zanedbáváme.



Obr. 60

Řešení:

Vagóny vlaku rozdělíme na dvě části. V první části za lokomotivou je n vagónů, z nichž poslední je připojen tenčím spojem ke zbývajícím části, která má $(N - n)$ vagónů. Tažná síla F uděluje celému vlaku zrychlení a , přičemž $F = Nma$. Druhá část vlaku je tažena silou F_t , pro kterou platí $F_t = (N - n)ma$. Z toho vyjádříme

$$F_t = \frac{N - n}{N} F = 4 \frac{N - n}{N} F_0.$$

Z podmínky $F_t \leq F_0$ dostáváme

$$n \geq \frac{3}{4} N.$$

V přední části vlaku musí tedy být aspoň 15 vagónů.

3. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a Miroslav Ouhrabka)

Lyžař sjíždí přímočaře po spádnicí z kopce a neodráží se holemi. Jeho dráha má úhel sklonu φ , součinitel smykového tření lyží o sníh je f . Proti pohybu lyžaře působí síla F_0 odporu vzduchu. Tato síla je přímo úměrná druhé mocnině rychlosti, $F_0 = kv^2$.

Určete, jakou maximální rychlost získá při sjezdu lyžař o hmotnosti m .

Řešte obecně, potom pro hodnoty $\varphi = 30^\circ$, $f = 0,080$, $m = 80$ kg, $k = 0,70$ N.m⁻².s², $g = 10$ m.s⁻².

Řešení:

Lyžař je tažen dolů silou $F = mg \sin \varphi$, proti jeho pohybu působí jednak třecí síla $F_t = fmg \cos \varphi$, jednak odporová síla $F_0 = kv^2$. Konečnou maximální rychlost v_m získá lyžař, když uvedené tři síly jsou v rovnováze: $F = F_t + F_{0m}$, kde F_{0m} značí odporovou sílu při konečné rychlosti, tedy $F_{0m} = kv_m^2$. Z této podmínky nalezneme

$$v_m = \sqrt{\frac{mg(\sin \varphi - f \cos \varphi)}{k}}.$$

a pro zadané hodnoty: $v_m \doteq 22,2$ m.s⁻¹ $\doteq 80$ km.h⁻¹.

4. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

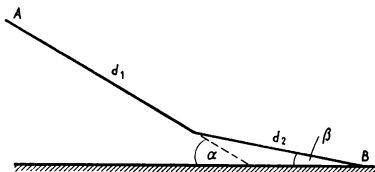
Pro transport balíků byla vytvořena dráha A, B ze dvou nakloněných rovin (obr. 61) s úhly sklonu α, β ($\alpha > \beta$). Balík byl položen do bodu A a malým postrčením se dal do pohybu. Předpokládejme, že přechod na druhou rovinu byl plynulý. V bodě B se balík zastavil. Součinitel smykového tření f je pro obě roviny stejný.

Určete poměr délek nakloněných rovin $d_2 : d_1$.

Řešte obecně, potom pro hodnoty $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 10^\circ$, $f = 0,20$.

Řešení:

Označme m hmotnost balíku. Mezi body A, B je výškový



Obr. 61

rozdiel $h = d_1 \sin \alpha + d_2 \sin \beta$ a v bode A má tedy balík vzhľadom k výškovej úrovni bodu B tíhovou potenciálnu energiu

$$E_p = mgh = mg(d_1 \sin \alpha + d_2 \sin \beta).$$

Tŕecí síla vykoná prácu

$$W = f(d_1 mg \cos \alpha + d_2 mg \cos \beta).$$

Z rovnosti $E_p = W$ dostaneme

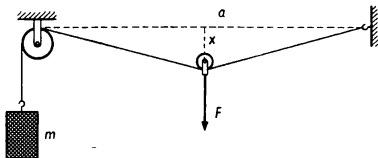
$$p = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sin \alpha - f \cos \alpha}{f \cos \beta - \sin \beta}$$

a pro zadané hodnoty: $p \doteq 14$.

5. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Lano je na jednom konci upevnené o stenu a na druhom konci prevesené cez pevnú kladku (obr. 62).

Na voľnom konci lana je zavesené závažie hmotnosti m . Vzdialenosť pevnej kladky od bodu upevnenia lana je a . Lano medzi kladkou a bodom upevnenia má vodorovný smer. Do stredu vodorovnej časti lana položíme malú voľnú kladku. Na osi tejto kladky je upevnené voľne visiace ďalšie lano. Predpokladáme, že kladky i laná majú malú hmotnosť, kladky sú ľahko otáčateľné a laná sú dokonale ohybné. Zvislé



Obr. 62

lano začneme ťahať zvislo nadol a ťaháme ho dovtedy, kým priehyb pôvodne vodorovného lana nedosiahne hodnotu x_0 .

a) Akou silou pôsobíme na os voľnej kladky?

b) Akú prácu pritom vykonáme?

c) Zostrojte graf sily F ako funkcie vzdialenosti x a vysvetlite jeho priebeh. Uvážte, pre aké hodnoty x možno túto funkčnú závislosť považovať za lineárnu.

d) Uvážte, pre aké hodnoty x je táto sústava výhodná na dvíhanie predmetov. Odpoveď zdôvodnite.

Riešte najskôr všeobecne, potom pre $m = 50 \text{ kg}$, $a = 10 \text{ m}$, $x_0 = 1 \text{ m}$.

Riešenie:

a) — obr. 63.

Sila F je výslednicou dvoch síl F_1, F_2 , pričom $F_1 = F_2 = mg$. Z podobnosti pravouhlých trojuholníkov vyplýva

$$\frac{F}{2} : mg = x_0 : \frac{b}{2}, \quad (1)$$

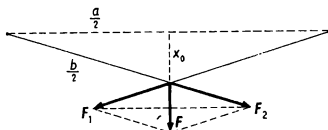
a pretože

$$\frac{b}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + x_0^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + 4x_0^2}, \quad (2)$$

dostaneme z úmery (1)

$$F = \frac{4mgx_0}{\sqrt{a^2 + 4x_0^2}}$$

Obr. 63



a pre zadane hodnoty $F \doteq 200 \text{ N}$.

b) Ide o prácu potrebnú k zdvihnutiu telesa hmotnosti m do výšky $(b - a)$, teda, pomocou (2)

$$W = mg (\sqrt{a^2 + 4x_0^2} - a)$$

a pre zadane hodnoty $W \doteq 100 \text{ J}$.

c) Aby graf platil všeobecne, budeme ako nezávislo premennú uvažovať pomernú hodnotu $\xi = \frac{x}{a}$ a znázorníme graf funkcie

$$\eta = \frac{F}{mg} = f(\xi).$$

Ide o funkciu

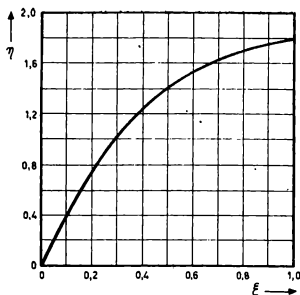
$$\eta = \frac{4\xi}{\sqrt{4\xi^2 + 1}},$$

graf je na obr. 64.

Pri zväčšovaní ξ rastie η najprv rýchlo a pre malé hodnoty ξ takmer lineárne, pretože pre $\xi \ll \frac{1}{2}$ je $\eta \approx 4\xi$. Pre $\xi =$

$\frac{1}{\sqrt{12}} \doteq 0,29$ je $\eta = 1$. Pri ďalšom zväčšovaní ξ sa rast funkcie η spomaľuje, η sa blíži hodnote 2 pre $\xi \rightarrow \infty$; pre

$\xi \gg \frac{1}{2}$ je $\eta \approx 2$.



Obr. 64

d) Sústava je výhodná pre dvíhanie predmetov, pokiaľ $\eta < 1$, pretože sila potrebná k zdvihnutiu telesa je menšia ako sila potrebná k jeho priamému zdvihnutiu vo zvislom smere.

Z priebehu funkcie $\eta = f(\xi)$ vyplýva, že je to pre $x < \frac{a}{\sqrt[3]{12}}$

6. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

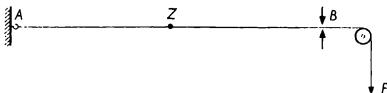
Výzkum fyzikální závislosti

Pomůcky:

modelářské gumové vlákno (průřez asi $3 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$), závaží (např. rybářská zátěž), 2 stojany (nebo jiné upevnění), siloměr, stopky, délkové měřítko.

Úkol:

Stanovte funkční závislost doby kmitu T tělesa upevněného uprostřed vodorovného gumového vlákna na tahové síle F vlákna.



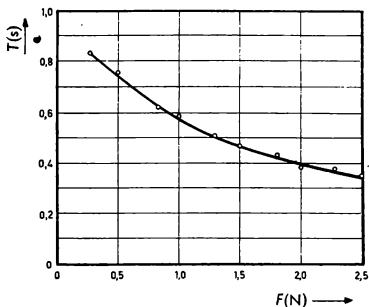
Obr. 65

Postup měření:

1. Z uvedených pomůcek sestavíte aparaturu k měření (obr. 65). Délku $AB = d$ vlákna volte 2 m—5 m, závaží vyberte tak, aby bylo možno měřit dobu kmitu při jeho pohybu ve svislé rovině, např. $T > 1$ s. Doba kmitu je rovna době pro pohyb tělesa z jedné krajní polohy do druhé a zpět do výchozí polohy; stanovíte ji jako dobu mezi dvěma po sobě následujícími průchody závaží rovnovážnou polohou ve stejném směru.
2. Vlákno je pevně upevněno v bodech A, B . Před každým měřením je uvolněno v bodě B , abyste mohli změřit tahovou sílu F , která napíná vlákno. Závaží Z musí být při každém měření uprostřed vlákna.
3. Změříte dobu kmitu T závaží (nejlépe z 20 či 50 kmitů).
4. Měření provádíte pro 8 až 10 hodnot tahové síly F při konstantní vzdálenosti bodu upevnění. Dvojice (F_i, T_i) zapisujete do tabulky a vypočítáte veličiny $T^2, \frac{1}{F}, T^2 F$.
Vzor — tabulka 14.
5. Sestrojíte grafy funkcí $T = f_1(F), T = f_2\left(\frac{1}{F}\right), T^2 = f_3\left(\frac{1}{F}\right)$.
Uvážíte, která z uvedených funkcí je nejjednodušší. Zdůvodněte.
6. Zvolte libovolnou hodnotu F v intervalu měřených hodnot a podle grafu přečtete přibližnou dobu kmitu závaží Z ; výsledek ověřte měřením.
7. Vyslovte závěr z vašeho měření.

Tabulka 14

č.	$\frac{F}{N}$	$\frac{T}{s}$	$\frac{1}{\frac{F}{N^{-1}}}$	$\frac{T^2}{s^2}$	$\frac{T^2 F}{N \cdot s^2}$



Obr. 66

Řešení:

Měření bylo provedeno podle návodu. Ukázalo se, že z hlediska přesnosti je vhodné volit vlákno co nejdelší.

Měřením a výpočtem byly získány hodnoty zapsané v tabulce 15. Hodnoty získané z měření č. 1 nebyly při výpočtu průměrné hodnoty z posledního sloupce tabulky brány v úvahu, poněvadž se velmi liší od hodnot ostatních; je to dáno nepřesností údajů siloměru při měření velmi malých

Tabulka 15

č.	F (N)	T (s)	$\frac{1}{F}$ (N ⁻¹)	T^2 (s ²)	$T^2 F$ (N.s ² = = kg.m)
1	0,3	0,83	3,33	0,69	0,207
2	0,5	0,75	2,00	0,56	0,280
3	0,8	0,62	1,25	0,38	0,304
4	1,0	0,58	1,00	0,34	0,340
5	1,3	0,51	0,77	0,26	0,338
6	1,5	0,47	0,67	0,22	0,330
7	1,8	0,44	0,56	0,19	0,342
8	2,0	0,39	0,50	0,15	0,300
9	2,3	0,38	0,45	0,14	0,308
10	2,5	0,36	0,40	0,13	0,325
					$\varnothing \doteq 0,32$

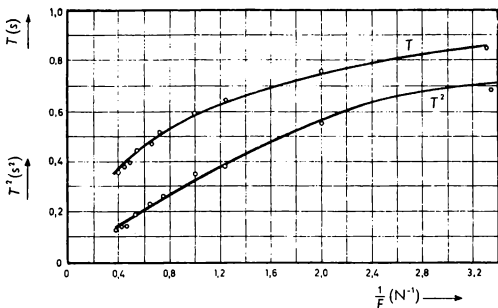
sil; proto ani měření č. 2 nemůžeme považovat za dosti spolehlivé.

Graf funkce $T = f_1(T)$ je na obr. 66, grafy ostatních dvou funkcí jsou na obr. 67.

Kontrolní měření bylo provedeno pro $F = 1,6$ N a bylo změřeno $T = 0,45$ s, což souhlasí s grafem na obr. 66.

Z grafu na obr. 66 usoudíme, že doba kmitu T je nepřímo závislá na tahové síle F . Graf funkce $T = f_2\left(\frac{1}{F}\right)$ na obr. 67

připomíná parabolu $T = k \frac{1}{\sqrt{F}}$; z toho usoudíme, že doba kmitu T je asi nepřímo úměrná druhé odmocnině tahové síly F . Z grafu funkce $T^2 = f_3\left(\frac{1}{F}\right)$ na obr. 67 shledáváme, že součin $T^2 F$ je v mezích náhodných chyb při pokusech konstantní a má hodnotu asi 0,320 kg.m.



Obr. 67

Z předchozích úvah usoudíme, že $T = k \frac{1}{\sqrt{F}}$, kde k je konstanta s fyzikálním rozměrem $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Její číselná hodnota je dána podmínkami při měření, tj. délkou a fyzikálními vlastnostmi vlákna a hmotností kývajícího tělesa. Z teoretických úvah vyplývá, že

$$T = 2l \sqrt{\mu} \frac{1}{\sqrt{F}},$$

kde l je délka vlákna, μ jeho lineární hustota, tj. hmotnost délkové jednotky $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}]$.

Výsledky našeho pokusu dostatečně potvrzují teoretický předpoklad.

7. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Bedna má tvar kváдру, jehož hrany mají délky $b = c = 1,0 \text{ m}$, $d = 2,0 \text{ m}$. Bedna leží na plošině nákladního auto-

mobilu, který se začne rozjíždět se zrychlením $a = 2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Součinitel statického smykového tření mezi bednou a plošinou $f_0 = 0,20$. Zjistěte, zda bedna zůstane vzhledem k plošině automobilu v klidu, začne klouzat nebo se převrhne, jestliže

- leží na čtvercové straně,
- leží na obdélníkové straně.

Předpokládáme, že čtyři stěny bedny jsou pokaždé rovnoběžné se směrem jízdy automobilu.

Řešení:

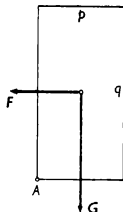
Úlohu budeme řešit v neinerciální vztažné soustavě spojené s rozjíždějícím se automobilem.

Bednu budeme považovat za homogenní kvádr, jehož hmotný střed je v průsečíku tělesových úhlopříček. Její hmotnost označíme m . Při rozjíždění automobilu působí na bednu jednak setrvačná síla o velikosti $F = ma$, jednak síla klidového tření o velikosti $F_t = f_0 mg$.

Označíme obecně p délku hrany rovnoběžné se směrem jízdy, q délku svislé hrany (obr. 68); bod A je koncový bod vodorovné hrany kolmé ke směru jízdy. Vzhledem k této hraně

působí síla F momentem o velikosti $M_F = \frac{1}{2} Fq = \frac{1}{2} maq$.

Tíhová síla G působí vzhledem k téže hraně momentem o velikosti $M_G = \frac{1}{2} Gp = \frac{1}{2} mgp$.



Obr. 68

Uvážíme nyní tyto případy:

1. Bedna se překlopí, jestliže $M_F > M_G$, tj. $a > g \frac{p}{q}$.
2. Bedna zůstane v klidu, jestliže $M_F \leq M_G$ a zároveň $F \leq F_t$, tj. $a \leq g \frac{p}{q}$ a zároveň $a \leq f_0 g$.
3. Bedna bude klouzat, ale nepřevrhne se, jestliže $M_F \leq M_G$ a zároveň $F > F_t$, tj. $a \leq g \frac{p}{q}$ a zároveň $a > f_0 g$.

Pro zadané hodnoty $f_0 g = 2,0 \text{ m.s}^{-2} < a$, takže nemůže nastat případ 2., tj. bedna nezůstane v klidu vůči plošině automobilu.

a) $p = q = 1,0 \text{ m} : g \frac{p}{q} = 10 \text{ m.s}^{-2}$ — jde o případ 3.

b) Buď $p = 1,0 \text{ m}$, $q = 2,0 \text{ m}$, nebo $p = 2,0 \text{ m}$, $q = 1,0 \text{ m}$:
pak buď $g \frac{p}{q} = 5,0 \text{ m.s}^{-2}$, nebo $g \frac{p}{q} = 20 \text{ m.s}^{-2}$. Vždy jde o případ 3., tj. bedna bude klouzat a nepřevrhne se.

b) Druhé kolo soutěže

(Všechny 4 úlohy navrhl dr. Ivo Volf)

1. úloha

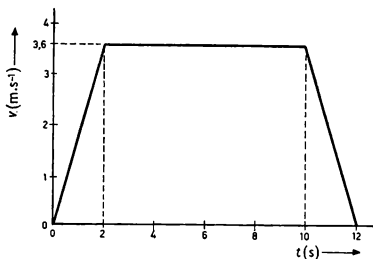
Rychlovýtah výškové budovy se pohybuje provozní rychlostí $3,6 \text{ m.s}^{-1}$. Hmotnost kabiny s cestujícími může dosáhnout hodnoty 1 500 kg. Graf rychlosti jako funkce času je na obr. 69.

a) Stanovte zrychlení pohybu v počáteční a konečné fázi.

b) Určete délku dráhy pohybu.

c) Jakou tahovou silou je napínáno lano, které drží kabinu, na počátku, uprostřed a na konci pohybu, je-li kabina maximálně zatížena?

Hmotnost lana zanedbáme.



Obr. 69

Řešení:

Označíme $v = 3,6 \text{ m.s}^{-1}$ rychlost výtahu, $m = 1\,500 \text{ kg}$ maximální hmotnost kabiny, a_1 zrychlení pohybu v počáteční fázi, a_2 zrychlení pohybu v konečné fázi, F_1, F_2, F_3 tahové síly v laně v jednotlivých fázích pohybu, s_1, s_2, s_3 délky drah v těchto fázích, t_1, t_2, t_3 příslušné doby pohybu. Úlohu budeme řešit ve vztažné soustavě spojené s výtahem v jeho dolní poloze, soustavu souřadnic orientujeme tak, že kladná polosa $+z$ směřuje svisle vzhůru.

a) Z grafu přečteme $t_1 \doteq 2 \text{ s}$, $t_3 \doteq 2 \text{ s}$, takže $a_1 = \frac{v}{t_1} \doteq 1,8 \text{ m.s}^{-2}$, $a_2 = -\frac{v}{t_3} \doteq -1,8 \text{ m.s}^{-2}$.

b) Pro jednotlivé úseky dráhy platí $s_1 = \frac{1}{2} vt_1$, $s_2 = vt_2$, $s_3 = \frac{1}{2} vt_3$; celá dráha

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = \frac{v}{2} (t_1 + 2t_2 + t_3).$$

Pro zadané hodnoty (z grafu přečteme $t_2 \doteq 8 \text{ s}$): $s \doteq 36 \text{ m}$.

c) V klidu nebo při rovnoměrném pohybu je tahová síla v laně dána tíhou kabiny $G = mg$. Setrvačná síla při rozjíždění $F_{1s} = ma_1 = \frac{mv}{t_1}$, při zastavování $F_{1s} = ma_2 = -\frac{mv}{t_3}$. V jednotlivých fázích pohybu jsou tedy tahové síly

$$F_1 = mg + F_{1s} = m \left(g + \frac{v}{t_1} \right), \quad F_2 = mg, \\ F_3 = m \left(g - \frac{v}{t_3} \right);$$

pro zadané hodnoty: $F_1 \doteq 1,8 \cdot 10^4 \text{ N}$, $F_2 \doteq 1,5 \cdot 10^4 \text{ N}$, $F_3 \doteq 1,2 \cdot 10^4 \text{ N}$.

2. úloha

Automobil Škoda 105 L jede po přímé vodorovné silnici. Vyřadí-li řidič rychlostní stupeň a jede bez tahové síly motoru, zmenšuje se rychlost automobilu o $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ za dobu 14 s.

a) Automobil jede rychlostí $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. V jaké vzdálenosti před křižovatkou musí řidič vyřadit rychlostní stupeň, aby zastavil u signálních světel křižovatky?

b) Jakou dobu jede v tomto případě automobil bez tahové síly motoru?

c) Určete užitečný výkon automobilu při rovnoměrném pohybu po vodorovné přímé silnici rychlostí $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Hmotnost automobilu je $1\,200 \text{ kg}$.

Řešení:

Vztažnou soustavu spojíme s povrchem silnice, kladnou orientaci rychlosti a zrychlení volíme ve směru pohybu. Nejprve určíme zrychlení automobilu bez tahové síly motoru:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \Delta v < 0,$$

pro zadané hodnoty: $a \doteq -0,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a) Rychlost automobilu před vyřazením rychlostního stupně $v_1 = 60 \text{ km.h}^{-1}$. Po vyřazení rychlostního stupně koná automobil pohyb rovnoměrně zpomalený s počáteční rychlostí v_1 a se zrychlením a . Do zastavení ujede automobil dráhu

$$s = \frac{v_1^2}{2|a|},$$

pro zadané hodnoty: $s \doteq 350 \text{ m}$. Řidič tedy musí vyřadit rychlostní stupeň ve vzdálenosti $s \doteq 350 \text{ m}$ před signálními světly křižovatky.

b) Po vyřazení rychlostního stupně se automobil pohybuje rychlostí $v = v_1 + at$; rychlost se zmenší na nulu za dobu

$$t_0 = -\frac{v_1}{a},$$

pro zadané hodnoty: $t_0 \doteq 42 \text{ s}$.

c) Označme $m = 1\,200 \text{ kg}$ hmotnost automobilu, $v_2 = 90 \text{ km.h}^{-1}$ jeho rychlost. Automobil je tažen silou F , užitečný výkon motoru $P = Fv_2$. Odporová síla působící proti pohybu má velikost $F_o = m|a|$, tahová síla je s ní v rovnováze, proto $F = F_o$, takže $P = m|a|v_2$, pro dané hodnoty: $P \doteq 12 \text{ kW}$.

3. úloha

Sovětské reaktivní letadlo IL-62 má startovní rychlost 300 km.h^{-1} , hmotnost při startu $160\,000 \text{ kg}$ a rozjíždí se na startovací dráze délky $2\,000 \text{ m}$. Letová rychlost je 870 km.h^{-1} , výška letu 10 km . Odporová síla při startu je dána vztahem $F_o = fmg$, kde $f = 0,090$, m je hmotnost letadla, $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Stanovte zrychlení pohybu letadla při startu a dobu rozjezdu.

b) Určete tahovou sílu F motorů.

c) Na jaké nejkratší dráze se dosáhne cestovní rychlosti a výšky při tahové síle F ?

Řešení:

Označíme $m = 1,6 \cdot 10^5$ kg hmotnost letadla, $v_1 = 300$ km.
 $\cdot h^{-1} \doteq 83,3$ m. $\cdot s^{-1}$ startovní rychlost, $s_1 = 2\,000$ m délku
startovací dráhy, $v_2 = 870$ km. $\cdot h^{-1} \doteq 242$ m. $\cdot s^{-1}$ cestovní
rychlost, $f = 0,090$ součinitele odporu při rozjíždění, $h =$
 $= 10$ km výšku letu, t_1 dobu rozjezdu, a zrychlení při startu,
 F tahovou sílu motorů, s_2 nejkratší dráhu pro dosažení
cestovní rychlosti a výšky.

a) Zrychlení pohybu letadla při rozjíždění $a = \frac{v_1^2}{2s_1}$, doba
rozjíždění $t_1 = \frac{2s_1}{v_1}$; pro zadané hodnoty: $a \doteq 1,73$ m. $\cdot s^{-2}$,
 $t_1 \doteq 48$ s.

b) Tahová síla F motorů při rozjezdu uděluje letadlu
zrychlení a a překonává odporovou sílu F_o , takže

$$F = m(a + fg) = m \left(\frac{v_1^2}{2s_1} + fg \right) \quad (1)$$

a pro zadané hodnoty: $F \doteq 4,2 \cdot 10^5$ N.

c) K dosažení cestovní výšky a rychlosti musí letadlo
získat tíhovou potenciální energii $E_p = mgh$ a jeho kinetická
energie se po vzletnutí musí zvětšit o $\Delta E_k = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$,
a to působením síly F po dráze s_3 :

$$Fs_3 = m \left[gh + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) \right],$$

odtud

$$s_3 = \frac{m}{2F} (2gh + v_2^2 - v_1^2),$$

kde veličina F je dána vztahem (1).

Celková dráha po odstartování $s_2 = s_1 + s_3$, pro zadané hodnoty: $s_2 \doteq 49$ km.

4. úloha

Na vodorovném stole leží knížka o hmotnosti M a na ní pěti-
korunová mince o hmotnosti m . Součinitel smykového tření
mezi knížkou a deskou stolu je f , součinitel klidového tření
mezi mincí a knížkou je f_0 .

a) Určete minimální sílu, kterou musíme působit na knížku,
aby mince sklouzla dolů. Proveďte diskusi.

b) Řešte pro hodnoty: $M = 20$ g, $m = 7,2$ g, $f = 0,25$,
 $f_0 = 0,15$. O který z diskutovaných případů jde?

Řešení:

Úlohu řešíme ve vztažné soustavě spojené s deskou stolu.

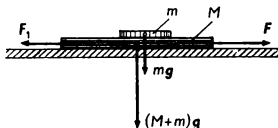
a) — obr. 70.

Na knížku působí při jejím pohybu třecí síla F_1 o velikosti

$$F_1 = f(M + m)g, \quad (1)$$

orientovaná proti směru pohybu; ve směru pohybu je orien-
tována síla F , přičemž $F \geq F_1$. Knižka se po desce stolu po-
hybuje se zrychlením

$$a_1 = \frac{F - F_1}{M + m}. \quad (2)$$



Obr. 70

Na minci pak působí setrvačná síla o velikosti ma_1 orientovaná proti směru pohybu. Pokud je tato síla menší než f_0mg , setrvává mince vzhledem ke knížce v relativním klidu. Do pohybu se uvede, když $ma_1 > f_0mg$, tj. když

$$a_1 > f_0g. \quad (3)$$

Pomocí (2) a (3) dostaneme s přihlédnutím k (1)

$$F > (M + m)(f + f_0)g = F_{\min}. \quad (4)$$

Diskuse:

1. Pro $f = 0, f_0 = 0$ je $F_{\min} = 0$ N. Mince sklouzne vždy, když je knížka uvedena do pohybu, k čemuž stačí libovolně malá síla.
2. Pro $f = 0, f_0 \neq 0$ je $F_{\min} = (M + m)f_0g$.
3. Pro $f \neq 0, f_0 = 0$ je $F = F_{\min} = F_1$. Mince sklouzne vždy, když je knížka uvedena do pohybu.
4. Pro $f \neq 0, f_0 \neq 0$ platí vztah (4). Poněvadž $f + f_0 > f$, nemůže být $F = F_1$, tj. knížka nemůže po desce stolu konat rovnoměrný pohyb.

b) Pro zadané hodnoty jde o poslední z diskutovaných případů; $F_{\min} = 0,107$ N, tedy $F > 0,107$ N.

5. Úlohy kategorie E

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

Dva automobily vyjely současně po téže silnici z místa M do místa N , jejichž vzdálenost je $MN = s = 100$ km. Automobil A jel první polovinu dráhy stálou rychlostí $v_1 = 40$ km.h⁻¹, druhou polovinu dráhy stálou rychlostí $v_2 = 60$ km.h⁻¹, přičemž celou dráhu ujel za dobu t_A . Automobil B

ujel dráhu za dobu t_B tak, že první polovinu doby t_B jel stálou rychlostí v_1 a druhou polovinu stálou rychlostí v_2 .

a) Který automobil dojel do města N dříve a o jakou dobu Δt ?

b) Jak velká je průměrná rychlost v_A automobilu A a průměrná rychlost v_B automobilu B na celé trati?

Řešení:

a) Pro dobu t_A platí podle zadání

$$t_A = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = \frac{s(v_1 + v_2)}{2v_1v_2} \quad (1)$$

a dobu t_B vyjádříme ze vztahu

$$s = \frac{1}{2} (v_1 + v_2) t_B; \quad t_B = \frac{2s}{v_1 + v_2}. \quad (2)$$

Rozdíl obou dob $\Delta t = t_A - t_B$; po dosazení z (1) a (2) a úpravě

$$\Delta t = s \frac{(v_1 - v_2)^2}{2v_1v_2(v_1 + v_2)}.$$

Poněvadž $\Delta t > 0$ s, je $t_A > t_B$, což znamená, že automobil B dojede do místa N o dobu Δt dříve.

b) Průměrné rychlosti vyjádříme pomocí (1) a (2):

$$v_A = \frac{s}{t_A} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}, \quad v_B = \frac{s}{t_B} = \frac{1}{2} (v_1 + v_2).$$

Pro zadané hodnoty: $\Delta t = 5$ min, $v_A = 48$ km.h⁻¹, $v_B = 50$ km.h⁻¹.

2. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

Osobní vlak jede rychlostí $v_1 = 54$ km.h⁻¹. Ve vlaku sedí cestující A , který vidí oknem po dobu $t_1 = 12$ s nákladní vlak jedoucí v protisměru. Jiný cestující B jde chodbou vagónu

proti směru jízdy rychlostí $v_2 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vzhledem k vagónu osobního vlaku a vidí nákladní vlak po dobu $t_2 = 13 \text{ s}$.

a) Jak velkou rychlostí v jede nákladní vlak?

b) Jaká je délka d nákladního vlaku?

Řešení:

Cestující A má vzhledem k nákladnímu vlaku rychlost $v_A = v_1 + v$, cestující B má vzhledem k tomuto vlaku rychlost $v_B = v_1 + v - v_2$. Z toho dostáváme vztahy

$$d = t_1(v_1 + v); \quad d = t_2(v_1 + v - v_2). \quad (1)$$

a) Z (1) vyjádříme

$$v = \frac{t_1 v_1 - t_2(v_1 - v_2)}{t_2 - t_1}. \quad (2)$$

b) Z některého ze vztahů (1) dostaneme po dosazení z (2)

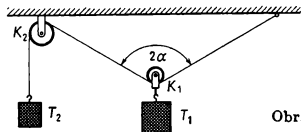
$$d = \frac{t_1 t_2 v_2}{t_2 - t_1}.$$

Pro zadané hodnoty: $v = 11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $d \doteq 310 \text{ m}$.

3. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

Na voľnej kladke K_1 , ktorej laná zvierajú uhol $2\alpha = 120^\circ$, je zavesené teleso T_1 , ktoré pôsobí na os kladky tiažou $G_1 = 200 \text{ N}$ (obr. 71).

a) Akou veľkou tiažou pôsobí teleso T_2 na lano, ktoré je vedené cez pevnú kladku K_2 , ak je sústava v rovnováhe?



Obr. 71

b) Teleso T_1 zdvihneme. Ako sa bude pohybovať po uvoľnení? Zdôvodnite.

c) Teleso T_1 potiahneme smerom nadol. Ako sa bude pohybovať po uvoľnení? Zdôvodnite.

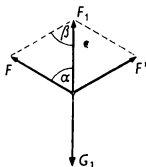
Hmotnosť kladiiek a lana zanedbávame.

Riešenie:

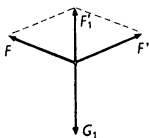
a) — obr. 72

V rovnovážnej polohe je teleso T_1 udržiavané silou $F_1 = G_1$, ktorú môžeme rozložiť na zložky F, F' v smeroch oboch častí lana, pričom $F = G_2 = F'$. Pretože $\alpha = \beta = 60^\circ$, je trojuholník, ktorého dve strany majú dĺžky priamo úmerné veľkostiam síl F, F_1 , rovnostranný, takže

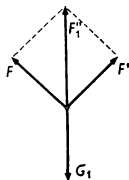
$$F_1 = F = G_1 = G_2 = 200 \text{ N}.$$



Obr. 72



Obr. 73



Obr. 74

b) — obr. 73

Ak $2\alpha > 120^\circ$, je výslednica F_1' zložiek F, F' menšia ako G_1 . Teleso T_1 preto klesá a zastaví sa v rovnovážnej polohe podľa obr. 72.

c) — obr. 74

Ak $2\alpha < 120^\circ$, je výslednica F_1'' zložiek F, F' väčšia ako G_1 . Teleso T_1 preto stúpa a zastaví sa v rovnovážnej polohe podľa obr. 72.

4. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

V kalorimetru smícháme led teploty $t_1 = 0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a vodu teploty $t_2 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

a) V jakém poměru musí být hmotnost ledu m_1 a hmotnost vody m_2 , abychom po smíchání dostali vodu teploty $t = 0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$?

b) Byla před smícháním větší hmotnost ledu nebo vody?

c) Jaká by byla výsledná teplota t' vody v kalorimetru, kdybychom smíchali led a vodu stejné hmotnosti m ?

Měrné teplo vody $c_2 = 4,20\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 340\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

K tepelným ztrátám v kalorimetru nepřihlížíme.

Řešení:

a) Poněvadž $t_1 = t = 0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, můžeme zjednodušeně počítat takto: Led roztál, přičemž přijal teplo $Q_1 = m_1 l_t$. Voda se ochladila z teploty t_2 na teplotu $t = 0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, takže odevzdala teplo $Q_2 = m_2 c_2 t_2$. Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ dostaneme

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{c_2 t_2}{l_t} = \frac{21}{17}.$$

b) Poněvadž $\frac{m_1}{m_2} > 1$, byla před smícháním hmotnost ledu větší než hmotnost vody.

c) Led roztaje, přitom přijme teplo $Q_3 = m l_t$. Vzniklá voda se ohřeje na teplotu t' , přičemž přijme teplo $Q_4 = m c_2 t'$. Horká voda se ochladí na teplotu t' , tím odevzdá teplo $Q_5 = m c_2 (t_2 - t')$. Z rovnosti $Q_3 + Q_4 = Q_5$ dostaneme

$$t' = \frac{c_2 t_2 - l_t}{2c_2} \doteq 9,5\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

5. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

V Krasnojarskej hydroelektrárně na Jeniseji pracuje 12 turbogenerátorů, které sú v hlúbke $h = 122\text{ m}$ pod úrovňou

hladiny v priehrade. Účinnosť premeny mechanickej energie vody na energiu elektrickú $\eta = 42 \%$. Za čas $t = 4$ s pretečie turbínami voda objemu $V = 48\,000 \text{ m}^3$. Merná tiaž vody $\gamma = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

- Aký veľký je výkon tejto hydroelektrárne?
- Koľko stowattových žiaroviek sa týmto príkonom naplno rozsvieti?

Riešenie:

a) Za čas t pretečie turbínami voda tiaže $G = V\gamma$. Táto voda má mechanickú energiu $E_m = Gh = V\gamma h$, z ktorej sa na elektrickú energiu premení časť $E = \eta V\gamma h$. Elektrický výkon elektrárne je teda

$$P = \frac{E}{t} = \frac{\eta V\gamma h}{t} \doteq 6,15 \text{ GW}.$$

b) Jedna žiarovka má príkon 100 W , takže pre počet n žiaroviek platí

$$n = \frac{P}{100} \doteq 61,5 \text{ miliónov}.$$

6. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Určete nejmenší počet n olověných kuliček, které musíme vsypat do láhve se zátkou, aby láhev vložená do vody právě klesla ke dnu.

Pomůcky:

Láhev se zátkou, odměrka, nádoba s vodou, olověné kuličky (nebo diabolky do vzduchovky), laboratorní váhy, sada závaží.

Provedení:

- Pomocí laboratorních vah stanovíme hmotnost m prázdné láhve se zátkou.

2. Pomocí laboratorních vah stanovíme hmotnost m_0 jedné olovené kuličky. Vážení provádíme pětkrát s různým počtem kuliček a z výsledků stanovíme průměrnou hodnotu.
3. Pomocí odměrky s vodou stanovíme vnější objem V uzavřené láhve.
4. Pomocí Archimédova zákona stanovíme počet n kuliček. Měrná tíha vody $\gamma = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.
5. Výsledek ověříme pokusem.
6. Počet n kuliček zjištěný pokusem a výpočtem porovnáme a vysvětlíme případný rozdíl.

Řešení:

Láhev s kuličkami má hmotnost $M = m + nm_0$ a tíhu G , přičemž $G = Mg$, kde $g \doteq 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. Voda vytlačená láhví při úplném ponoření má tíhu $G_0 = \gamma V$. Láhev klesne ke dnu, jestliže $G > G_0$, tedy jestliže $g(m + nm_0) > \gamma V$. Odtud vyjádříme

$$n > \frac{\gamma V}{gm_0} - \frac{m}{m_0} = a.$$

Poněvadž n je přirozené číslo, je nejmenší počet kuliček roven přirozenému číslu, které je číslu a nejbližší vyšší. Přesný souhlas výsledku pokusu s výsledkem teoretického výpočtu nelze očekávat, poněvadž jsme se dopustili těchto chyb:

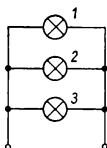
- neuvažovali jsme při výpočtu hmotnost vzduchu v láhvi;
- při vážení jsme neuvažovali vztlakovou sílu na vzduchu;
- pro měrnou tíhu vody jsme předpokládali zadanou hodnotu, která je jen přibližná.

7. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

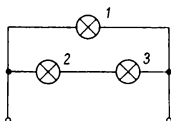
Tři stejné žárovky s jmenovitými hodnotami 220 V/60 W je možné připojit na síť o napětí 220 V čtyřmi různými způsoby.

- a) Nakreslete schémata všech případů.

b) V každém případě určete příkon každé žárovky a celkový elektrický odpor obvodu. Odpor spojovacích vodičů neuvažujte.



Obr. 75



Obr. 76

Řešení:

a) — obr. 75, 76, 77, 78.

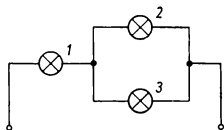
b) Označme P jmenovitý příkon jedné žárovky, $R_0 = \frac{U^2}{P}$ odpor jejího vlákna, kde U je jmenovité pracovní napětí. Úlohu budeme řešit za předpokladu, že ve všech případech má vlákno každé žárovky odpor R_0 , což ovšem v praxi splněno není, poněvadž uvedená hodnota R_0 se týká jen případu, kdy žárovka dostává svůj jmenovitý příkon při jmenovitém pracovním napětí.

V případě podle obr. 75 je na všech žárovkách napětí U , všechny tedy dostávají jmenovitý příkon $P_{11} = P_{12} = P_{13} = P$. Odpor soustavy $R_1 = \frac{1}{3} R_0$.

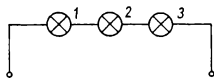
V případě podle obr. 76 je na žárovce 1 napětí U , žárovka dostává příkon $P_{21} = P$. Na žárovkách 2,3 je napětí $\frac{U}{2}$

a poněvadž příkon, při témž odporu spotřebiče, je přímo úměrný druhé mocnině napětí, platí pro příkony žárovek

2, 3: $P_{22} = P_{23} = \frac{P}{4}$. Soustava je tvořena dvěma paralel-



Obr. 77



Obr. 78

ními větvemi, z nichž jedna má odpor R_0 , druhá odpor $2R_0$; výsledný odpor je $R_2 = \frac{2}{3} R_0$.

V případě podle obr. 77 má žárovka 1 odpor R_0 , paralelně spojené žárovky 2, 3 mají odpor $\frac{1}{2} R_0$. Poněvadž napětí se rozděluje v poměru odporů, je na žárovce 1 napětí $\frac{2}{3} U$, na

žárovkách 2, 3 napětí $\frac{1}{3} U$. Proto pro příkony platí: $P_{21} = \frac{4}{9} P$, $P_{32} = P_{33} = \frac{1}{9} P$. Odpor soustavy: $R_3 = R_0 + \frac{R_0}{2} = \frac{3}{2} R_0$.

V případě podle obr. 78 je na každé žárovce napětí $\frac{U}{3}$ a každá tedy dostává příkon $P_{41} = P_{42} = P_{43} = \frac{1}{9} P$.

Odpor soustavy $R_4 = 3R_0$.

Pro zadané hodnoty, tj. $P = 60 \text{ W}$, $R_0 \doteq 807 \Omega$ vychází:

$$P_{11} = P_{12} = P_{13} = 60 \text{ W}, R_1 \doteq 270 \Omega;$$

$$P_{21} = 60 \text{ W}, P_{22} = P_{23} = 15 \text{ W}, R_2 \doteq 540 \Omega;$$

$$P_{31} \doteq 27 \text{ W}, P_{32} = P_{33} \doteq 6,7 \text{ W}, R_3 \doteq 1\,200 \Omega;$$

$$P_{41} = P_{42} = P_{43} \doteq 6,7 \text{ W}, R_4 \doteq 2\,400 \Omega.$$

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhol dr. Augustín Zvalo)

Dvaja cyklisti trénovali jazdu na bycikli na priamej vodorovnej ceste. Na kilometrovníku s označením 25 km sa dohodli, že vyštartujú súčasne v opačných smeroch a po prejdení dráhy $s = 5$ km sa obrátia a pôjdu späť. Prvý cyklista šiel po svojom úseku dráhy priemernou rýchlosťou $v_1 = 24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, druhý cyklista šiel po svojom úseku dráhy priemernou rýchlosťou $v_2 = 16 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Predpokladáme, že bolo bezvetrie.

a) Nakreslite náčrtok situácie.

b) Za aký čas t po odštartovaní sa cyklisti stretli?

c) Na ktorom mieste vzhľadom ku kilometrovníku s označením 25 km sa stretli?

Riešenie:

a) — obr. 79

b) Označíme s' vzdialenosť miesta stretnutia cyklistov od kilometrovníka s označením 25 km. Prvý cyklista ušiel za čas t dráhu

$$v_1 t = 2s + s', \quad (1)$$

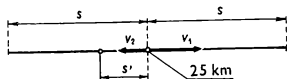
druhý cyklista ušiel za rovnaký čas dráhu

$$v_2 t = 2s - s'. \quad (2)$$

Do okamihu stretnutia ušli obaja cyklisti dráhu

$$v_1 t + v_2 t = 2s + s' + 2s - s' = 4s.$$

Odtiaľ
$$t = \frac{4s}{v_1 + v_2}. \quad (3)$$



Obr. 79

c) Z (1) príp. (2) vyjadríme s použitím (3)

$$s' = 2s \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}.$$

Pre zadané hodnoty: $t = 0,5$ h, $s' = 2$ km.

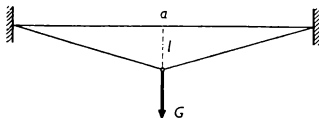
Cyklisti sa stretnú za 0,5 h po odštartovaní, vo vzdialenosti 2 km od kilometrovníka s označením 25 km, a to v smere, v ktorom vyšiel druhý cyklista priemernou rýchlosťou v_2 .

2. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

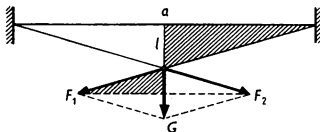
Nad priepasťou natiahli horolezci lano medzi dvomi záchytnými skobami upevnenými v protilahlých miestach skalnej steny. Záchytné skoby sú upevnené v rovnakej výške nad vodorovným dnom priepasti, ich vzdialenosť $a = 20$ m. Ak sa zavesí do stredu lano horolezec s hmotnosťou tela 80 kg, prevesí sa lano o dĺžku $l = 1$ m (obr. 80).

a) Aké sú veľkosti síl v napnutom lane?

b) Ako by sa zmenili veľkosti síl z časti a) úlohy, ak by sa prieves lana pri rovnakej pôsobiacej tiaži horolezca na lano zdvojnásobil?



Obr. 80



Obr. 81

Riešenie:

a) — obr. 81.

Tiaž $G = 800 \text{ N}$, ktorou horolezec pôsobí v strede lana, rozložíme na sily F_1 , F_2 , ktoré sa prenášajú napnutým lanom do záchytných skôb v skalnej stene. Z podobnosti vyčiarkovaných trojuholníkov vyplýva

$$F_1 : \frac{G}{2} = \sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} : l; \text{ odtiaľ}$$
$$F_1 = G \frac{\sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{2l}, \quad (1)$$

pre zadané hodnoty: $F_1 \doteq 4\,020 \text{ N}$.

Pretože tiaž G pôsobí v strede lana, platí $F_1 = F_2$.

b) Ak v (1) položíme $2l$ miesto l , dostaneme

$$F_1 = G \frac{\sqrt{(2l)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{4l}$$

a pre dané hodnoty: $F_1 \doteq 2\,040 \text{ N}$. Opäť platí $F_1 = F_2$.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V nádobe je voda o hmotnosti $1,5 \text{ kg}$ a teplote 80°C .

a) Do nádoby prilijeme vodu teploty 20°C tak, že výsledná teplota vody v nádobe je 37°C . Určete hmotnosť pridanej vody.

b) Místo vody pridáme do nádoby ledovou tříšť teploty 0°C . Určete hmotnosť ledu, jestliže výsledná teplota je opäť 37°C .

Teplná výmena nastala len medzi látkami v nádobe. Měrné teplo vody $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 340 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Řešení:

a) Zavedeme označení $m_1 = 1,5 \text{ kg}$, $t_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 37 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_3 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Hledanou hmotnost vody označíme m_2 . Voda v nádobě odevzdá teplo

$$Q_1 = cm_1(t_1 - t_2). \quad (1)$$

Přilítá voda přijme teplo

$$Q_2 = cm_2(t_2 - t_3). \quad (2)$$

Poněvadž $Q_1 = Q_2$, dostaneme porovnáním (1) a (2)

$$m_2 = m_1 \frac{t_1 - t_2}{t_2 - t_3}$$

a pro zadané hodnoty: $m_2 = 3,8 \text{ kg}$.

b) Zavedeme označení $m_1 = 1,5 \text{ kg}$, $t_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 37 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_3 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$; hledanou hmotnost ledu označíme m_3 . Voda v nádobě odevzdá teplo podle (1).

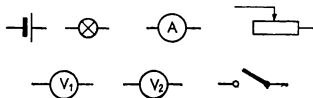
Led roztaje, přitom přijme teplo $Q_3 = l_t m_3$, vzniklá voda přijme teplo $Q_4 = cm_3(t_2 - t_3)$. Z rovnosti $Q_1 = Q_3 + Q_4$ dostaneme

$$m_3 = m_1 \frac{c(t_1 - t_2)}{l_t + c(t_2 - t_3)}$$

a pro zadané hodnoty: $m_3 \doteq 0,55 \text{ kg}$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Máte k dispozici vhodnou elektrickou baterii, žárovku, ampérmetr, reostat s posuvným jezdcem, dva voltmetry, spínač (schematické znaky těchto součástek jsou na obr. 82), spojovací vodiče.



Obr. 82

a) Nakreslete náčrtek jednoduchého elektrického obvodu z baterie, žárovky, ampérmetru a spínače. Předpokládáme, že žárovka svítí plným světlem.

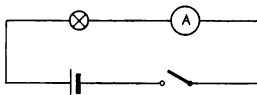
b) Nakreslete elektrický obvod jako v úloze a) s přidáním reostatu, kterým se mění elektrický proud procházející žárovkou tak, že jas žárovky klesá k minimu. Označte šipkou směr pohybu jezdce z počáteční polohy *A*, při níž žárovka svítí plným světlem. Vysvětlete.

c) Nakreslete elektrický obvod jako v úloze b) s přidáním dvou voltmetrů, z nichž jeden měří napětí na svorkách žárovky a druhý na části reostatu zařazené do obvodu. Jak se mění výchylky ampérmetru, jednoho a druhého voltmetru, když při posouvání jezdce se jas žárovky zmenšuje?

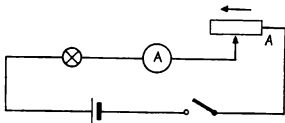
Řešení:

a) — obr. 83.

Obr. 83

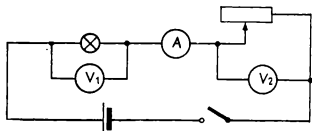


Obr. 84



b) — obr. 84.

Při pohybu jezdce v naznačeném směru se zvětšuje odpor zařazené části reostatu, tedy i celkový odpor obvodu. Proto se zmenšuje proud a žárovka pohasíná.



Obr. 85

c) — obr. 85.

Při posouvání jezdc reostatu se zmenšuje proud v obvodu, výchylka ampérmetru se proto zmenšuje.

Označme U_1 napětí na žárovce, U_2 napětí na zařazené části reostatu, U napětí zdroje, o němž předpokládáme, že se nemění. Nepřihlížíme-li k úbytku napětí na ampérmetru, pak $U_1 + U_2 = U$.

Při posouvání jezdc reostatu se zvětšuje odpor jeho zařazené části, napětí U_2 se proto rovněž zvětšuje a zvětšuje se i výchylka voltmetru V_2 . Poněvadž $U_1 = U - U_2$ a U_2 se zvětšuje, zmenšuje se zároveň napětí U_1 a tedy i výchylka voltmetru V_1 .

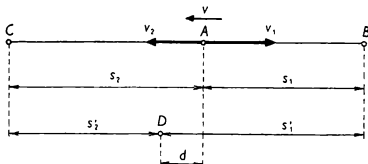
c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhol dr. Augustín Zvalo)

Dva vesláři vyplávali na svých člonech současně z dohodnutého místa A na riece. První čln se pohyboval rovnomerne proti prúdu rieky, druhý čln rovnomerne po prúde rieky. Za čas $t = 0,25$ h po odštartovaní sa dostal prvý čln do miesta B , druhý čln do miesta C . V týchto miestach sa oba člny otočili, pohybovali sa opäť rovnomerným pohybom po tej istej trase naspäť a stretli sa v mieste D . Rýchlosť prvého člna vzhľadom na povrch vody v rieke je $v_1 = 10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, druhého $v_2 = 8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Rýchlosť prúdu vody v rieke vzhľadom na brehy je $v = 2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Nakreslite náčrtok situácie.
- Za aký čas t_2 po otočení sa člny stretli?
- Určte vzdialenosť miesta štartu A od miesta stretnutia D .

Obr. 86



Riešenie:

a) — obr. 86.

b) Za čas t ušiel prvý čln dráhu $s_1 = (v_1 - v) t$, druhý čln dráhu $s_2 = (v_2 + v) t$.

Za čas t_2 pri spätočnej ceste ušiel prvý čln dráhu $s'_1 = (v_1 + v) t_2$, druhý čln dráhu $s'_2 = (v_2 - v) t_2$.

Pretože oba člny dohromady ušli pri ceste tam i pri ceste späť rovnakú dráhu, platí

$$s_1 + s_2 = s'_1 + s'_2.$$

Po dosadení dostaneme vzťah, z ktorého vyjde $t_2 = t = 0,25$ h.

c) Vzdialenosť miesta D od miesta A je podľa obr. 86

$$d = s_2 - s'_2 = s'_1 - s_1 = v(t + t_2) = 2vt = 1 \text{ km}.$$

2. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

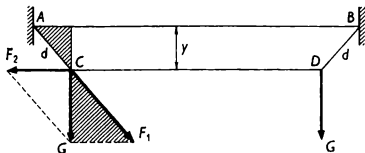
Medzi dvoma stĺpmi je zavesené lano. Vodorovná spojnice záchytných bodov lana na stĺpoch má dĺžku 15 m. Vo vzdialenosti 2 m od každého záchytného bodu sú na lano zavesené telesá rovnakých hmotností 6 kg. Časť lana medzi závesnými

bodmi oboch telies je vodorovná, previsnutím je však vzhľadom na spojnicu záchytných bodov posunutá nadol o dĺžku 0,6 m.

a) Nakreslite náčrtok situácie a sily, ktorými telesá pôsobia na lano.

b) Akými veľkými silami sú napínané jednotlivé časti lana?

c) Ako by sa veľkosti síl z časti b) zmenili pri rovnakom zaťažení lana, keby jeho previsnutie bolo polovičné?



Obr. 87

Riešenie:

a) — obr. 87.

b) Telesá sú zavesené v bodoch C , D , každé z nich pôsobí silou G zvisle nadol. Pretože časti AC , BD lana sú rovnako dlhé, je účinok tiaže G telesa v bode D rovnaký ako v bode C . Preto stačí zistiť účinok tiaže G iba v bode C . Tiaž G rozložíme na sily F_1 , F_2 . Sila F_1 napína časť AC lana (rovnako veľká sila napína tiež časť BD), sila F_2 napína časť CD lana. Pri označení veličín podľa obrázku vyplýva z podobnosti vyčiarkovaných trojuholníkov

$$F_1 = G \frac{d}{y} \quad (1);$$

$$F_2 = G \frac{\sqrt{d^2 - y^2}}{y} \quad (2)$$

a pre zadané hodnoty: $F_1 \doteq 200 \text{ N}$, $F_2 \doteq 190 \text{ N}$.

c) V (1) a (2) položíme $\frac{y}{2}$ miesto y . Potom

$$F'_1 = 2G \frac{d}{y}, \quad F'_2 = \frac{\sqrt{4d^2 - y^2}}{y}$$

a pre zadané hodnoty: $F'_1 = 400 \text{ N}$, $F'_2 \doteq 400 \text{ N}$.

3. úloha (navrhol dr. Rastislav Baník)

V nádobe tepelne izolovanej je voda, ktorej hmotnosť je 2,0 kg a teplota 45 °C.

a) Do nádoby pridávame kúsky ľadu, ktorého teplota je —20 °C. Stanovte hmotnosť vody teploty 0 °C v nádobe, keď sa všetok pridaný ľad práve roztopil.

b) Do nádoby potom pridáme ľad hmotnosti 0,3 kg a teploty —20 °C. Stanovte hmotnosť vody v nádobe po ustálení teploty.

Merné teplo vody $c_1 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, merné teplo ľadu $c_2 = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, merné skupenské teplo topenia ľadu $l_t = 336 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Riešenie:

a) Označíme $m_1 = 2 \text{ kg}$, $t_1 = 45 \text{ °C}$, $t_2 = -20 \text{ °C}$, $t_0 = 0 \text{ °C}$, m_2 hmotnosť vhodného ľadu. Voda v nádobe odovzdá teplo

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_1 - t_0),$$

ľad sa ohreje na teplotu t_0 , pričom prijme teplo

$$Q_2 = m_2 c_2 (t_0 - t_2),$$

potom sa roztopí a prijme teplo $Q_3 = m_2 l_t$.

Z rovnosti $Q_1 = Q_2 + Q_3$ vyjadríme

$$m_2 = \frac{m_1 c_1 (t_1 - t_0)}{l_t + c_2 (t_0 - t_2)},$$

pre zadané hodnoty: $m_2 = 1 \text{ kg}$. Voda v nádobe má teda hmotnosť $m_3 = m_1 + m_2 = 3 \text{ kg}$.

b) Ak potom do nádoby pridáme ešte ľad hmotnosti $m_4 = 0,3 \text{ kg}$ a teploty $t_2 = -20^\circ\text{C}$, zvýši sa jeho teplota na $t_0 = 0^\circ\text{C}$ a časť vody hmotnosti m_0 zmrzne.

Ľad prijme teplo $Q_4 = m_4 c_2 (t_0 - t_2)$, mrznúca voda odevzdá teplo $Q_5 = m_5 l_t$. Z rovnosti $Q_4 = Q_5$ určíme

$$m_5 = \frac{m_4 c_2 (t_0 - t_2)}{l_t},$$

pre zadané hodnoty: $m_5 \doteq 0,04 \text{ kg}$.

Po ustálení teploty má teda voda v nádobe hmotnosť

$m_6 = m_3 - m_5$, pre zadané hodnoty: $m_6 \doteq 2,96 \text{ kg}$.

4. úloha (navrhol dr. Augustín Zvalo)

Vyhrievací drôt žehličky má pri napätí $U = 220 \text{ V}$ príkon $P = 440 \text{ W}$. Drôt rozdelíme na $n = 5$ rovnakých častí, ktoré potom zvinieme do jediného lanka.

a) Aký veľký odpor má takto zhotovené lanko?

b) Aký veľký je príkon tohto lanka, ak ho pripojíme na napätie $U' = 20 \text{ V}$?

Riešenie:

a) Odpor celého drôtu $R = \frac{U^2}{P}$, odpor jednej časti

$R_1 = \frac{R}{n} = \frac{U^2}{nP}$. Odpor lanka zvinutého z n častí drôtu

$R_n = \frac{R_1}{n} = \frac{U^2}{n^2 P}$, pre zadané hodnoty: $R_n \doteq 4,4 \Omega$.

b) Príkon lanka pripojeného k zdroju napätia U' je

$P' = \frac{U'^2}{R_n}$ a po dosadení za R_n

$$P' = P \left(\frac{U' n}{U} \right)^2,$$

pre zadané hodnoty: $P' \doteq 91 \text{ W}$.

III. ČÁST

JEDENÁSTA MEDZINÁRODNÁ FYZIKÁLNA OLYMPIÁDA

1. Priebeh a výsledky súťaže

Organizátorom XI. Medzinárodnej fyzikálnej olympiády (XI. MFO) bol v školskom roku 1978/79 Zväz sovietskych socialistických republík.

XI. MFO sa zúčastnili družstvá z desiatich štátov: Bulharskej ľudovej republiky (BLR), Československej socialistickej republiky (ČSSR), Fínskej republiky (FR), Maďarskej ľudovej republiky (MLR), Nemeckej demokratickej republiky (NDR), Nemeckej spolkovej republiky (NSR), Poľskej ľudovej republiky (PLR), Rumunskej socialistickej republiky (RSR), Švédskeho kráľovstva (ŠK) a Zväzu sovietskych socialistických republík (ZSSR).

Z každého štátu bolo pozvaných 5 súťažiacich, žiakov stredných škôl, vo veku do 20 rokov, jeden vedúci družstva a jeden pedagogický inštruktor. Podľa štatútu súťaže, ktorý vydal organizačný výbor súťaže, sa nemohli zúčastniť žiaci zo stredných priemyselných škôl. Vedúcim družstva ČSSR bol doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedúci katedry fyziky Pedagogickej fakulty v Nitre, pedagogickým inštruktorom bol RNDr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky Pedagogickej fakulty v Hradci Králové.

Pre účastníkov XI. MFO a ich náhradníkov boli usporiadané sústredenia v dňoch 1.—7. 4. 1979 na katedre fyziky Pedagogickej fakulty v Nitre a v dňoch 11.—23. 6. 1979 na SPTS vo Vyškove.

Na sústreďení v Nitre bolo pozvaných na základe rozhodnutia predsedníctva ÚV FO zo dňa 29. 3. 1979 celkom 18

žiakov podľa výsledkov z 2. kola súťaže. Sústreďenia sa zúčastnilo 17 najúspešnejších riešiteľov 2. kola XX. ročníka FO zo všetkých krajov ČSSR. Z pozvaných sa sústreďenia nezúčastnil Tkadlec Jozef z gymnázia v Bílovci, ktorý sa v rovnakom čase zúčastnil sústreďenia pred MMO. Vedúcim sústreďenia bol doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc. Okrem neho na sústreďení prednášali ďalší pracovníci katedry fyziky PF v Nitre ss. doc. RNDr. Vladimír Majerník, CSc., doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., doc. RNDr. Tibor Gál, CSc. Pedagogický dozor zabezpečovali ss. RNDr. Mária Rakovská z katedry fyziky PF v Nitre a J. Malaník z ÚD PMKG v Bratislave. Na sústreďení sa venovala hlavná pozornosť metodike riešenia fyzikálnych úloh, riešeniam úloh zo zahraničných olympiád, základom teórie oscilácií a kvantovej mechanike.

Na základe výsledkov 3. kola a s prihliadnutím na predchádzajúce výsledky v súťažiach a na sústreďeniach určilo predsedníctvo ÚV FO na svojom zasadnutí dňa 17. 5. 1979 v Bratislave družstvo pre XI. MFO s tým, že sa nevylúčili menšie zmeny v družstve po vyhodnotení výsledkov sústreďenia vo Vyškove. Predsedníctvo ÚV FO súčasne rozhodlo, že na sústreďenie vo Vyškove budú pozvaní nasledovní žiaci:

Priezvisko a meno	škola	ročník	kraj	umiest- nenie v 3. kole
1. Matěna Vladimír	G Trutnov	4	VČ	1
2. Kalinay Pavol	G Vazovova Bratislava	4	Brati- slava	2—3
3. Mravec Marián	G Banská Bystrica	4	StS	2—3
4. Volhejn Ján	G Dobruška	4	VČ	5
5. Sýkora Ján	G Nové Mesto nad Váhom	4	ZS	11—14

6. Pištora Vladislav	G Hradec Králové	4	VČ	6
7. Křenek Oskar	G Bílovec	4	SM	19—20
8. Vlk Tomáš	G Chomutov	3	SČ	21
9. Drózd Janusz	poľské G Český Těšín	3	SM	35—37
10. Tintěra Milan	SPŠE Kutná Hora	3	StČ	46—48
11. Černocho Hynek	G Praha 8 Náhorní	3	Praha	49—50

Žiaci uvedení v poradí 1.—7. predstavovali širší výber pre XI. MFO (5 členov družstva a 2 náhradníci), žiaci uvedení v poradí 8.—11. z nematuritných ročníkov gymnázií boli vybraní s perspektívou prípravy na XXI. ročník FO.

Vedúcim sústreďenia vo Vyškove bol RNDr. Alois Kleveta, profesor gymnázia. Na sústreďení prednášali ss. RNDr. Alois Kleveta a doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc. z katedry fyziky PF v Hradci Králové. Práca na sústreďení bola väčšinou zameraná na riešenie úloh zo sovietskych fyzikálnych olympiád (zbierku úloh poskytlo Ministerstvo osvety ZSSR) a na riešenie úloh z medzinárodných fyzikálnych olympiád.

Po ukončení sústreďenia vo Vyškove bolo určené konečné zloženie družstva ČSSR pre XI. MFO.

1. Matěna Vladimír	G Trutnov
2. Kalinay Pavol	G Vazovova ul. Bratislava
3. Volhejn Ján	G Dobruška
4. Sýkora Ján	G Nové Mesto nad Váhom
5. Křenek Oskar	G Bílovec

a poradie náhradníkov: Černocho Hynek, G Praha 8, Náhorní, a Pištora Vladislav, G Hradec Králové.

XI. MFO sa konala v dňoch 2.—10. júla 1979 v Moskve. Družstvo spolu s vedúcimi absolvovalo obidve cesty lietadlom. Všetky delegácie boli ubytované v hoteli Orlík na Leninských horách (Vorobjovská trieda), kde bolo i prechodné

sídlo organizačného výboru. Slávnostné otvorenie súťaže sa konalo dňa 3. 7. 1979 o 10,00 hod. v Moskovskom dome pionierov a mládeže na Leninských horách. Riešenie troch teoretických úloh súťaže sa konalo dňa 4. 7. 1979 od 9 do 14 hod., riešenie experimentálnej úlohy dňa 6. 7. 1979 od 9 do 13 hod. v učebniach a laboratóriách Moskovského štátneho pedagogického inštitútu V. I. Lenina.

Vedúcimi družstiev na XI. MFO boli:

BLR: Gleb Grigorievič Zadorožnij, hlavný asistent na fakulte fyziky Sofijskej univerzity

ČSSR: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedúci katedry fyziky Pedagogickej fakulty v Nitre

FR: Asko Ahtee, univerzita Helsinky

MLR: Dr. Géza Tichý, katedra fyziky pevných látok Eötvösovej univerzity, Budapešť

NDR: Prof. dr. Joachim Wendt, vedúci katedry metodiky fyziky Vysokej školy pedagogickej, Güstrow

NSR: Dr. Günter Lind, O. R., Inštitút pedagogiky prírodných vied na univerzite v Kielu

PLR: Andrej Kotlicki, univerzita Varšava

RSR: Anatolie Hristev, doktor-inžinier, lektor fyzikálnej fakulty univerzity v Bukurešti

ŠK: Lars Silverberg, univerzita Stockholm

ZSSR: Vladimír Aleksejevič Orlov, Vedeckovýskumný ústav obsahu a metód vyučovania Akadémie pedagogických vied ZSSR, Moskva

Pedagogickými inštruktormi boli:

BLR: Nikola Milanov Velčev, inšpektor, ministerstvo osvedy, Sofia

ČSSR: RNDr. Ivo Volf, odborný asistent Pedagogickej fakulty Hradec Králové

FR: Jukka Mattila, Lapijoki, profesor gymnázia

MLR: László Takács, Eötvösova univerzita Budapešť

- NDR: Udo Walta, dipl. odborný učiteľ, vedecký spolupracovník na Vysokej škole pedagogickej, Güstrow
NSR: Gervig Krjager, univerzita Kiel
PLR: Dr. Waldemar Gorzkowski, Inštitút fyziky Poľskej akadémie vied, Varšava
ŠK: Dr. Ingemar Bartholdson, pedagogická fakulta univerzity v Stockholme
ZSSR: Svetlana Ilinična Kabardin, Vedeckovýskumný ústav obsahu a metód vyučovania Akadémie pedagogických vied ZSSR, Moskva

Každé družstvo malo pridelených dvoch tlmočníkov.

Súťaž bola riadená medzinárodnou komisiou, ktorej predsedom bol prof. S. P. Kapica, vedúci katedry fyziky Moskovského fyzikálno-technického inštitútu. Členmi medzinárodnej komisie boli tiež vedúci a pedagogickí inštruktori delegácií jednotlivých štátov. Ako pracovné jazyky boli určené ruština, angličtina, němčina a francúzština. Opravy riešení úloh zabezpečovala komisia zostavená z vysokoškolských učiteľov ZSSR.

Dňa 4. 7. 1979 v čase od 6,30 do 8,30 hod. sa konalo prvé zasadnutie medzinárodnej komisie, ktorej cieľom bolo prijatie súťažných teoretických úloh a ich preklad do úradných jazykov jednotlivých štátov, čo zabezpečovali vedúci delegácií. Obdobne dňa 6. 7. 1979 od 7,00 do 8,30 sa konalo druhé zasadnutie komisie, kde bola prijatá experimentálna úloha a vedúci družstiev preložili jej text do svojich jazykov. Na treťom zasadnutí komisie dňa 6. 7. 1979 od 10,00 do 12,00 hod. boli prijaté výsledky riešení teoretických úloh. Dňa 8. 7. 1979, na štvrtom zasadnutí komisie, boli prijaté výsledky experimentálnej úlohy, stanovené kritéria pre udelenie cien a vyhodnotené celkové výsledky súťaže.

Slávnostné ukončenie XI. MFO sa konalo dňa 9. 7. 1979 o 16,00 hod. v Moskovskom dome pionierov, ktorého sa

zúčastnili prof. S. P. Kapica a V. M. Korotev, námestník ministra osvetý ZSSR.

Každá teoretická úloha sa hodnotila nanajvýš 10 bodmi, experimentálna úloha nanajvýš 20 bodmi. Každý súťažiaci mohol získať najviac 50 bodov.

Medzinárodná komisia rozhodla, aby pre udelenie cien bol rozhodujúci počet bodov získaný najúspešnejším riešiteľom Maximom Cypinom zo ZSSR, ktorý získal 43 bodov. I. až III. cena a pochvalné uznania boli udelené súťažiacim, ktorí získali stanovené percento z počtu bodov absolútneho víťaza súťaže

100 — 90 %	t. j. 43 — 38 bodov	I. cena
90 — 78 %	t. j. 37 — 33 bodov	II. cena
78 — 65 %	t. j. 32 — 27 bodov	III. cena
65 — 50 %	t. j. 26 — 21 bodov	pochvalné uznanie

Súťažiaci, ktorí získali menší počet bodov ako 21, boli neúspešní a dostali potvrdenie o účasti v súťaži.

Prehľad výsledkov súťaže je uvedený v tabuľke:

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu				Cel- kový počet bodov
			1	2	3	4	
1.	I. cena Cypin Maxim	ZSSR	10	8	9	16	43
	2.—3. Kaufman Zoltán	MLR	10	9	9	13	41
4.	Špilkin Sergej	ZSSR	10	9	8	14	41
	Garašev Ivan	BLR	10	8	9	13	40
5.—7.	Juščuk Oleg	ZSSR	9	7	8	15	39
	Kalinay Pavol	ČSSR	10	10	4	15	39
8.	Prašmo Andrzej	PLR	10	10	3	16	39
	Jasonov Igor	ZSSR	10	9	9	10	38
9.—10.	II. cena Grefenstein						
	Jürgen	NDR	8	9	6	11	34
	Len Manfred	NSR	10	9	3	12	34

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov za úlohu				Cel- kový počet bodov
			1	2	3	4	
11.—12.	Angelov Benčo	BLR	8	9	4	12	33
	Kostin Ion	RSR	3	10	6	14	33
13.—15.	Flaviu Pop	RSR	7	8	5	12	32
	Karadžov						
	Vencislav	BLR	4	9	7	12	32
	Křenek Oskar	ČSSR	10	9	3	10	32
	III. cena						
16.	Gordienko						
	Sergej	ZSSR	7	8	5	11	31
17.—19.	Olejnač Janusz	PLR	2	9	3	16	30
	Šipovski Michal	PLR	4	10	2	14	30
	Volhejn Ján	ČSSR	9	9	3	9	30
20.—21.	Bene Gyula	MLR	5	7	5	12	29
	Ronekker						
	Andreas	NSR	7	9	4	9	29
22.	Matěna Vladimír	ČSSR	9	9	3	7	28
23.—26.	Dražba Slavomír	PLR	7	9	0	11	27
	Folesku Čečil	RSR	2	10	2	13	27
	Lambrake Emil	RSR	4	7	3	13	27
	Schmok Uwe	NSR	9	8	3	7	27
	Pochvalné uzna- nie						
27.—30.	Bocmann Dirk	NSR	9	9	1	6	25
	Vasilev Ognjan	BLR	6	6	4	9	25
	Sosnicki Michal	PLR	8	8	0	9	25
	Tuunliniemi						
	Timo	FR	3	3	3	16	25
31.—34.	Mokanu Tiberiu	RSR	2	10	3	9	24
	Rupski Ivan	BLR	6	8	1	9	24
	Schefer Hart- mut	NDR	2	10	1	11	24
	Ulander Lars	ŠK	4	9	3	8	24
35.—38.	Bersson Lennart	ŠK	5	6	2	10	23
	Csordas Andras	MLR	4	10	4	5	23
	Henrich Michael	NDR	2	6	2	13	23
	Marlov Frank	NDR	7	8	1	7	23

Poradie	Meno	Štát	Počet bodov z úlohu				Celkový počet bodov
			1	2	3	4	
39.—40.	Rech Volf-Henning	NSR	2	10	0	10	22
	Salontay Zoltan	MER	10	6	1	5	22
41.	Mix Hartmut	NDR	1	0	3	17	21
	Neúspešní riešitelia						
42.	Sýkora Ján	ČSSR	3	8	2	6	19
43.—46.	Bulin Andres	ŠK	3	8	2	4	17
	Johanson Lars	ŠK	0	9	2	6	17
	Jorma Louko	FR	0	8	2	7	17
	Kajanto Markus	FR	2	4	1	10	17
47.	Johanson Sverker	ŠK	1	6	1	7	15
48.	Alatalo Ilka	FR	1	0	4	9	14
49.—50.	Kauronen Olavi	FR	2	3	1	6	12
	Kulesár Gábor	MER	2	3	1	6	12

Cena za originálne riešenie úloh bola udelená: Ulanderovi Larsovi za 2. úlohu a Maximovi Hartmutovi za experimentálnu úlohu.

V neoficiálnom celkovom hodnotení štátov zvíťazilo družstvo ZSSR. Družstvo ČSSR obsadilo 4. miesto, pričom v riešení teoretických úloh bolo podstatne úspešnejšie, ako v riešení experimentálnej úlohy.

Za jednotlivé úlohy získali družstvá tento počet bodov:

Poradie	Štát	Počet bodov za úlohu				Celkový počet bodov
		1	2	3	4	
1.	ZSSR	46	41	39	66	192
2.	BER	34	40	25	55	154
3.	PER	31	46	8	66	151

Poradie	Štát	Počet bodov za úlohu				Celkový počet bodov
		1	2	3	4	
4.	ČSSR	41	45	15	47	148
5.	RSR	18	45	19	61	143
6.	NSR	37	45	11	44	137
7.	MLR	31	35	20	41	127
8.	NDR	20	33	13	59	125
9.	ŠK	13	38	10	35	96
10.	FR	8	18	11	48	85
Celkom bodov		279	386	171	522	1358
v % z 500 bodov,						
resp. z 1 000 bodov						
a 2 500 bodov		55,8	77,2	34,2	52,2	67,9

Tri najlepšie družstvá v riešení teoretickej úlohy z mechaniky (1. úloha): ZSSR, ČSSR, NSR.

Tri najlepšie družstvá v riešení teoretickej úlohy z molekulevej fyziky (2. úloha): PLR, ČSSR, ZSSR.

Tri najlepšie družstvá v riešení teoretickej úlohy z fyzikálnej optiky (3. úloha): ZSSR, BLR, MLR (naše družstvo na 5. mieste).

Tri najlepšie družstvá v riešení teoretických úloh: ZSSR, ČSSR, BLR.

Tri najlepšie družstvá v riešení experimentálnej úlohy (4. úloha): ZSSR a PLR, RSR (naše družstvo na 7. mieste).

Podľa získaných bodov je nasledovné poradie štátov:

Poradie	Štát	Počet bodov	Počet cien			Počet pochval. uznání	Počet neúsp.
			1	2	3		
1.	ZSSR	192	4	—	1	—	—
2.	BLR	154	1	1	2	2	—
3.	PLR	151	1	—	3	1	—
4.	ČSSR	148	1	—	3	—	1
5.	RSR	143	—	1	3	1	—

Poradie	Štát	Počet bodov	Počet cien			Počet pochval. uznání	Počet nc úsp.
			1	2	3		
6.	NSR	137	—	1	2	2	—
7.	MER	127	1	—	1	2	1
8.	NDR	125	—	1	—	4	—
9.	ŠK	96	—	—	—	2	3
10.	FR	85	—	—	—	1	4
Celkom:			8	4	14	15	9

Naši účastníci sa umiestnili takto:

Poradie	Meno	Úloha				Celkom bodov	Vyhodnotenie
		1	2	3	4		
5.—7.	Kalinay Pavol	10	10	4	15	39	I. cena
13.—15.	Křenek Oskar	10	9	3	10	32	III. cena
17.—19.	Volhejn Ján	9	9	3	9	30	III. cena
22.	Matěna Vladimír	9	9	3	7	28	III. cena
42.	Sýkora Ján	3	8	2	6	19	neúspešný
Celkom bodov		41	45	15	47	148	
v % z 50, resp. 100 bodov, 250 bodov		82	90	30	47	59,2	

Organizátori súťaže svedomite a na vysokej úrovni zabezpečili kultúrnu a spoločenskú časť pobytu jednotlivých delegácií v Moskve. V rámci slávnostného otvorenia súťaže vystúpil so svojim programom spevokol Moskovského domu pionierov.

Všetky delegácie sa zúčastnili dňa 3. 7. 1979 baletného vystúpenia „Spartakus“ v Kremelskom zjazdovom paláci v prevedení Kyjevského divadla opery a baletu, dňa 4. 7.

1979 absolvovali exkurziu po Moskve, dňa 6. 7. 1979 Zbrojnicu, dňa 7. 7. 1979 sa zúčastnili prehliadky pamätihodností Kremľa, dňa 5. 7. 1979 navštívili Tretjakovskú galériu, dňa 8. 7. 1979 navštívili cirkusové predstavenie. Hlboké zážitky v účastníkoch olympiády zanechala návšteva múzea V. I. Lenina v Gorkách. Dňa 4. 7. 1979 sa vedúci delegácií stretli s predstaviteľmi Socialistickej akadémie ZSSR, oddelenia matematicko-fyzikálnej propagandy. Počas zasadania medzinárodnej komisie dňa 8. 7. 1979 navštívili riešitelia olympiády výstavu úspechov národného hospodárstva ZSSR. Dňa 9. 7. 1979 bola zorganizovaná exkurzia do rôznych ústavov Akadémie vied ZSSR. Delegácia ČSSR navštívila ústav bioorganickej chémie a molekulovej biológie, kde sa oboznámila predovšetkým s fyzikálnymi metódami vo vedeckovýskumnej práci ústavu.

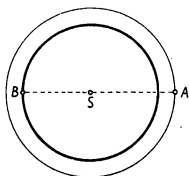
2. Súťažné úlohy

1. úloha

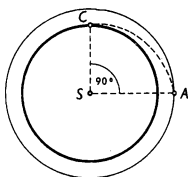
Kozmická loď o hmotnosti $M = 12 \text{ t}$ sa pohybuje okolo Mesiaca po kružnicovej dráhe vo výške $h = 100 \text{ km}$ nad jeho povrchom. Pri prechode na dráhu pristávania na krátky čas zapne motor. Rýchlosť plynov vytekajúcich z dýzy rakety $u = 1,0 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Polomer Mesiaca $R_M = 1,7 \cdot 10^3 \text{ km}$, gravitačné zrýchlenie na povrchu Mesiaca $g_M = 1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a) Aká hmotnosť paliva je potrebná na to, aby pri zapnutí brzdiaceho motora v bode A trajektórie dopadla loď na povrch Mesiaca v bode B (obr. 88)?

b) V druhom prípade dostane loď v bode A impulz v smere do stredu Mesiaca tak, aby sa dostala na trajektóriu dotýkajúcu sa Mesiaca v bode C (obr. 89). Aké množstvo paliva spotrebuje loď v tomto prípade?



Obr. 88



Obr. 89

Riešenie:

a) Určíme potrebnú zmenu rýchlosti lode. Rýchlosť lode na kružnicovej dráhe vypočítame z rovnosti odstredivej sily a dostredivej sily pôsobiacich na loď.

$$\frac{Mv^2}{R_M + h} = \kappa \frac{MM_M}{(R_M + h)^2}, \quad (1)$$

kde M_M je hmotnosť Mesiaca a κ všeobecná gravitačná konštanta.

Úpravou vzťahu (1) máme

$$v = \sqrt{\kappa \frac{M_M}{R_M + h}}.$$

Pre gravitačnú silu na Mesiaci tiež platí

$$Mg_M = \kappa \frac{M_M M}{R_M^2}$$

a z toho

$$\kappa M_M = g_M R_M^2. \quad (2)$$

Dosadením (2) do (1) dostaneme

$$v = R_M \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}}. \quad (3)$$

V bode A sa po zapnutí brzdiaceho motora zmenší rýchlosť lode z $\mathbf{v}$ na $\mathbf{v}_{Aa}$.

Pre pohyb lode na pristávacej trajektórii platia zákony zachovania energie a momentu hybnosti

$$-\kappa \frac{M_M M_a}{R_M + h} + \frac{M_a v_{Aa}^2}{2} = -\kappa \frac{M_M M_a}{R_M} + \frac{M_a v_B^2}{2}, \quad (4)$$

$$M_a v_{Aa} (R_M + h) = M_a v_B R_M, \quad (5)$$

kde M_a je hmotnosť lode po spotrebovaní paliva počas jej brzdenia.

Úpravou zo (4) a (5) dostaneme

$$v_{Aa} = R_M \sqrt{2g_M \frac{R_M}{(R_M + h)(2R_M + h)}}. \quad (6)$$

Zmena $(\Delta v)_a$ rýchlosti v lode počas jej brzdenia je

$$(\Delta v)_a = v - v_{Aa} = v \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{h}{2R_M}}} \right) \doteq v \frac{h}{4R_M}. \quad (7)$$

Hmotnosť m_a spotrebovaného paliva sa určí zo zákona zachovania hybnosti lode

$$(M - m_a)(\Delta v)_a = m_a u$$

a po úprave ($M \gg m_a$)

$$m_a \doteq \frac{hM}{4u} \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}}.$$

Číselne: $m_a \doteq 29 \text{ kg}$

b) Pri výpočte zmeny $(\Delta v)_b$ rýchlosti lode v bode A trajektórie musíme brať do úvahy, že zmena $(\Delta \mathbf{v})_b$ je kolmá na okamžitú rýchlosť $\mathbf{v}$ lode v bode A .

Platí

$$\mathbf{v} + (\Delta \mathbf{v})_b = \mathbf{v}_{Ab}$$

a pre veľkosti týchto veličín

$$v_{Ab}^2 = v^2 + (\Delta v)_b^2. \quad (8)$$

Pre pohyb lode po pristávacej dráhe platia zákony zachovania energie a momentu hybnosti

$$-\kappa \frac{M_M M_b}{R_M + h} + \frac{M_b v_{Ab}^2}{2} = -\kappa \frac{M_M M_b}{R_M} + \frac{M_b v_c^2}{2}, \quad (9)$$

$$M_b v (R_M + h) = M_b v_c R_M, \quad (10)$$

kde v_{Ab} je rýchlosť lode po pôsobení impulzu od raketového motora v smere do stredu Mesiaca, v_c je okamžitá rýchlosť lode v bode C.

Úpravou vzťahov (8), (9), (10) s použitím vzťahu (2) máme

$$(\Delta v)_b = h \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}}. \quad (11)$$

Zo zákona zachovania hybnosti pre spotrebu m_b paliva platí

$$(M - m_b) (\Delta v)_b = m_b u,$$

po úprave

$$m_b = \frac{(\Delta v)_b}{u} M \text{ a dosadením } (\Delta v)_b \text{ z (11)}$$

$$m_b = \frac{hM}{u} \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}} = 4 m_a.$$

Číselne: $m_b = 116 \text{ kg}$.

2. úloha

Hmotnosť rovnorodého telesa z hliníka sa určuje na analytických váhach pomocou mosadzných závaží. Jedenkrát sa hmotnosť určuje v suchom vzduchu, druhýkrát vo vlhkom vzduchu pri tlaku vodných pár $p_v = 2,03 \text{ kPa}$. Celkový tlak

p a teplota t vzduchu sú v oboch prípadoch rovnaké ($p = 101 \text{ kPa}$, $t = 20,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$).

Pri akej hmotnosti hliníkového telesa sa rozdiel vo výsledkoch hmotnosti oboch závaží prejaví, keď váhy reagujú na prívážok $m_0 = 0,100 \text{ mg}$?

Hustota hliníka $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Hustota mosadze $\rho_2 = 8,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Riešenie:

Vztlaková sila F pôsobiaca na teleso objemu V vo vzduchu pri tlaku p a teplote T má veľkosť

$$F = V\rho g = \frac{VMpg}{RT},$$

kde ρ je hustota, M mólová hmotnosť vzduchu a R univerzálna plynová konštanta.

Vztlaková sila pôsobiaca na hliníkové teleso i závažia bude teda závislá na mólových hmotnostiach M_1 suchého a M_2 vlhkého vzduchu

$$M_1 = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1},$$

$$M_2 = M_v \frac{p_v}{p} + M_1 \frac{p - p_v}{p}, \quad (1)$$

kde $M_v = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ je mólová hmotnosť vody.

V suchom vzduchu pre rovnovážnu polohu váh platí

$$\left(\rho_1 - \frac{M_1 p}{RT}\right) V_1 = \left(\rho_2 - \frac{M_2 p}{RT}\right) V_2, \quad (2)$$

kde V_1 je objem hliníkového telesa a V_2 objem závaží.

Aby vznikol rozdiel rovnovážnych polôh pri vážení v suchom a vlhkom vzduchu pri rovnakej hmotnosti závaží, musí platiť nerovnosť

$$\left(\rho_1 - \frac{M_1 p}{RT}\right) V_1 - \left(\rho_2 - \frac{M_2 p}{RT}\right) V_2 \geq m_0. \quad (3)$$

Dosadením V_2 z (2) do (3) máme

$$\left(\varrho_1 - \frac{M_2 p}{RT}\right) V_1 - \left(\varrho_2 - \left(\frac{M_2 p}{RT}\right) \frac{\varrho_1 - \frac{M_1 p}{RT}}{\varrho_2 - \frac{M_1 p}{RT}}\right) V_1 \geq m_0.$$

Odtiaľ pre hmotnosť $M = \varrho_1 V_1$ hliníkového telesa s použitím vzťahu (1) dostaneme výsledok

$$M = \varrho_1 V_1 \geq \varrho_1 m_0 \frac{\varrho_2 RT - M_1 p}{(M_1 - M_v) p_v (\varrho_2 - \varrho_1)}.$$

Vzhľadom na to, že $\varrho_2 RT \gg M_1 p$ možno výsledok písať v tvare

$$M \geq \varrho_1 m_0 \frac{\varrho_2 RT}{(M_1 - M_v) p_v (\varrho_2 - \varrho_1)}.$$

Číselne: $M \geq 43$ g.

3. úloha

V sovietsko-francúzskom experimente optickej lokácie Mesiaca impulzné žiarenie rubínového lasera o vlnovej dĺžke $\lambda = 0,69 \mu\text{m}$ bolo nasmerované pomocou teleskopu s priemerom zrkadla $D = 2,6$ m na povrch Mesiaca. Na Mesiaci bola postavená odrazová plocha o priemere $d = 20$ cm, ktorá pracovala ako ideálne zrkadlo odrážajúce svetlo presne v opačnom smere. Odrazené svetlo sa registrovalo tým istým teleskopom tak, že sa fókusovalo na foto-prijímač.

a) S akou presnosťou musí byť nastavená optická os ďalekohľadu v tomto experimente?

b) Určte časť svetelnej energie lasera, ktorá po odraze na Mesiaci bola zaregistrovaná fotoprijímačom, ak zanedbáme straty svetla v atmosfére i v teleskope.

c) Je možné odrazený svetelný impulz zaregistrovať voľným okom, keď prahová citlivosť oka je $n = 100$ svetelných

kvánt, a energia vyžiarená laserom počas impulzu je $E = 1 \text{ J}$?

d) Posúďte zisk, ktorý vyplýva z použitia odrazovej plochy. Predpokladajte, že povrch Mesiaca rozptyľuje $\alpha = 10 \%$ dopadajúceho svetla rovnomerne do priestorového uhla $2\pi \text{ sr}$.

Vzdialenosť Mesiaca od Zeme $L = 380 \cdot 10^6 \text{ m}$. Priemer zrenice oka $d_z = 5,0 \text{ mm}$. Planckova konštanta $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

Riešenie:

a) Presnosť nastavenia optickej osi teleskopu je daná difrakčnou rozbiehavosťou zväzku svetla

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{D}, \text{ číselne } \delta\varphi \doteq 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ rad.}$$

b) Polomer svetelnej škvrny laserového zväzku na Mesiaci je

$$\frac{\lambda}{D} L.$$

Podiel svetelnej energie zachytenej odrazovou plochou a celkovej energie zväzku je

$$K_1 = \frac{d^2}{4 \left(\frac{\lambda}{D} L \right)^2} \doteq \frac{d^2 D^2}{4 \lambda^2 L^2}.$$

Podobne možno určiť podiel svetelnej energie zachytenej teleskopom po odraze na Mesiaci a celkovej energie odrazeného zväzku z Mesiaca

$$K_2 \doteq \frac{D^2}{4 \left(\frac{\lambda}{D} L \right)^2} = \frac{d^2 D^2}{4 \lambda^2 L^2}.$$

Časť energie laserového zväzku, ktorá bude po odraze na Mesiaci zaregistrovaná fotoprijímačom

$$K_0 = K_1 K_2 = \left(\frac{dD}{2\lambda L} \right)^4.$$

Číselne: $K_0 = 1,0 \cdot 10^{-12}$.

c) Do voľného oka pozorovateľa dopadá po odraze z Mesiaca časť energie lasera

$$K_3 = K_0 \left(\frac{d_s}{D} \right)^2.$$

Číselne: $K_3 \doteq 3,7 \cdot 10^{-18}$.

Počet svetelných kvánt, ktoré sa dostanú do oka pozorovateľa počas jedného impulzu lasera

$$N = \frac{K_3 E}{h\nu} = \frac{K_3 E \lambda}{hc},$$

kde $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Číselne: $N \doteq 13 < n$.

Voľným okom odrazený impulz nie je možné zaregistrovať.

d) Určíme najskôr aká časť energie svetelného zväzku lasera by sa odrazila na zrkadlo teleskopu z voľného povrchu Mesiaca. Zrkadlo teleskopu vidieť z Mesiaca pod priestorovým uhlom

$$\frac{\pi D^2}{4L^2}.$$

Podiel energie zachytenej zrkadlom teleskopu po odraze laserového zväzku od voľného povrchu Mesiaca a celkovej energie zväzku

$$K = \alpha \frac{\frac{\pi D^2}{4L^2}}{2\pi} = \alpha \frac{D^2}{8L^2}.$$

Výhoda, zisk, použitia odrazovej plochy je daná podielom energií zachytenej laserom pri použití odrazovej plochy a bez použitia odrazovej plochy, t. j.

$$\beta = \frac{K_0}{K} \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{D}{L} \right)^2 \left(\frac{d}{\lambda} \right)^4.$$

Číselne: $\beta \doteq 2 \cdot 10^6$.

4. úloha

Pred vami je čierna skrinka. Určte jej elektrické parametre.

Máte k dispozícii zdroj jednosmerného napätia s napätím približne 5 V, zdroj striedavého napätia s frekvenciou 50 Hz a s napätím približne 30 V, dva univerzálne meracie prístroje pre meranie jednosmerného a striedavého prúdu a napätia, potenciometer a spojovacie vodiče.

Poznámka: Čierna skrinka mala na čelnej stene 4 zdierky, predstavovala elektrický štvorpól.

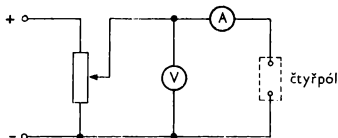
Riešenie:

a) Zdierky označíme 1, 2, 3, 4. Odmeriame postupne jednosmerné a striedavé napätia medzi svorkami 12, 23, 34, 41, 13, 24. Jednosmerné napätia meriame s oboma možnými polaritmi pripojenia voltmetra na dvojice svoriek.

Vo všetkých prípadoch sa zistilo medzi svorkami nulové napätie. Štvorpól neobsahuje zdroje EMN.

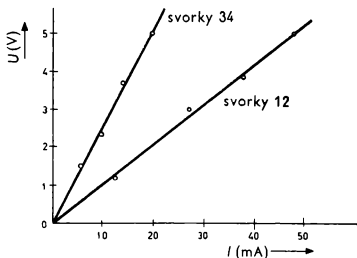
b) Pripojíme postupne všetky dvojice zdierok štvorpólu k zdroju s regulovateľným EMN (obr. 90).

Pomocou nameraných hodnôt napätí U_{ij} a prúdov I_{ij} určíme



Obr. 90

Obr. 91



$$R_{12} = 100 \, \Omega, \quad R_{34} = 275 \, \Omega, \quad R_{23} = R_{41} = R_{13} = \\ = R_{24} = 0 \, \Omega.$$

Relatívna chyba merania odporu je daná triedami presnosti použitého voltmetra a ampérmetra

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = 0,08; \quad \varepsilon = \frac{\Delta R}{R} \cdot 100 \% = 8 \, \%.$$

Odmeriame odpory medzi svorkami pri zmenenej polarite zdroja napätia. Vypočítali sme zhodné výsledky ako pri prvom meraní.

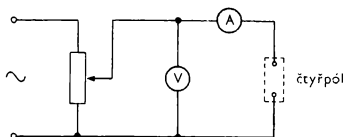
Zistíme, že funkcie $I = f(U)$ merané pre svorky 12 a 34 sú lineárne funkcie (obr. 91).

Potom aj R_{12} a R_{34} sú konštantné veličiny.

Najmenšie hodnoty odporov medzi svorkami 13, 14, 23 a 24 sú však dané citlivosťou $I_{\min}$ ampérmetra, t. j.

$$R_{13}, R_{14}, R_{23}, R_{24} > \frac{U_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4 \, \text{V}}{2 \cdot 10^{-6} \, \text{A}} = 2 \, \text{M}\Omega.$$

Obr. 92



c) Podobné merania ako pri jednosmernom napätí vykonáme pri striedavom napätí.
Schéma zapojenia (obr. 92).

Pri meraní zistíme $I_{12} \neq 0$ A, $I_{34} \neq 0$ A,

$$I_{23} = I_{41} = I_{13} = I_{24} = 0 \text{ A}.$$

Z toho impedancie

$$Z_{12} = \frac{U_{12}}{I_{12}} \doteq 400 \, \Omega, \quad Z_{34} = \frac{U_{34}}{I_{34}} \doteq 450 \, \Omega.$$

Relatívna chyba impedancie je

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = 0,085, \quad \varepsilon = \frac{\Delta Z}{Z} \cdot 100 \% = 8,5 \%.$$

Meraním bolo zistené, že funkcie $I_{ij} = f(U_{ij})$ sú lineárne, t. j. impedancie Z_{ij} pri stálej frekvencii f zdroja sú konštantné veličiny (obr. 93).

Pretože $Z_{ij} > R_{ij}$, ekvivalentná schéma skúmaného štvor pólu je na obr. 94.

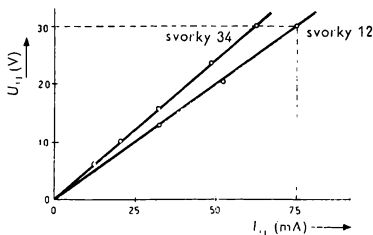
d) Určíme vlastnú indukčnosť cievok.

Platí

$$L_{ij} = \frac{\sqrt{Z_{ij}^2 - R_{ij}^2}}{\omega}.$$

Výpočtom máme $L_{12} \doteq 1,23$ H, $L_{34} \doteq 1,13$ H.

Obr. 93



Medzi svorkami 13, 14, 23 a 24 môže byť pripojený kondenzátor o minimálnej reaktancii

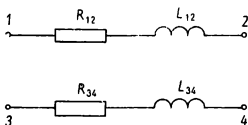
$$X_{C \min} = \frac{U_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1}{\omega C_{\max}}.$$

Z toho

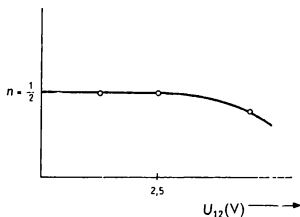
$$C_{\max} = \frac{I_{\min}}{\omega U_{\max}}.$$

Číselne:

$$C_{\max} \doteq 0,8 \text{ nF}.$$



Obr. 94



Obr. 95

e) Určíme indukčnú väzbu medzi cievkami v obvodoch 12 a 34.

Transformačný pomer

$$n = \frac{U_{12}}{U_{34}} \doteq \frac{1}{2}.$$

Meraním závislosti $n = f(U_{12})$, $n = f(U_{34})$ zistíme, že transformačný pomer zostáva stály len približne do napätia $U'_{12} = 2,5$ V na primárnej strane a $U'_{34} = 5$ V na sekundárnej strane. Potom sa v dôsledku zvýšených strát v magnetickej obvodovke znižuje (obr. 95).

Hodnoty U'_{12} , U'_{34} sú maximálne pracovné napätia transformátora v čiernej skrinke.

OB SAH

I. část: Zpráva o průběhu soutěže	5
1. Dvacet let FO v ČSSR	5
2. Cíl soutěže a její organizace	6
3. Pokusná úprava organizace soutěže 1. kola.	9
4. Složení ÚV FO ve školním roce 1979/80	10
5. KV FO a OV FO ve školním roce 1979/80	12
6. Průběh soutěže ve školním roce 1979/80	13
7. Akce na podporu FO	26
8. Ocenění práce dlouholetých pracovníků u příležitosti XX. ročníku FO	26
II. část: Soutěžní úlohy	33
1. Úlohy kategorie A	33
2. Úlohy kategorie B	82
3. Úlohy kategorie C	111
4. Úlohy kategorie D	136
5. Úlohy kategorie E	156
III. část: Jedenásta Mezinárodní fyzikální olympiáda .	175
1. Průběh a výsledky soutěže.	175
2. Soutěžní úlohy	185

Karel Žampa, Mojmír Simerský
a Doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.

**XX. ročník
fyzikální
olympiády**

Obrázky rýsoval Josef Kubík
Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p.,
v Praze roku 1981 jako svou publikaci č. 9-42-18/20
Edice: Pomocné knihy pro žáky
Odpovědná redaktorka: Jiřina Cívínová
Výtvarný redaktor: Václav Hanuš
Technická redaktorka: Marie Urličová
Z nové sazby písmem Latinka vytiskl Mír, n. p. závod 1,
Praha 1, Václavské nám. 15
Formát papíru 70 × 100 cm
Počet stran 199
AA 8,21 — VA 8,71
Náklad 3 500 výtisků
Tematická skupina a podskupina 03/5
1. vydání
Cena brožovaného výtisku Kčs 10,50
505/21,825

14-572-81 Kčs 10,50
