

PROF. RNDr. ROSTISLAV KOŠTÁL,
MOJMÍR SIMERSKÝ

XIX. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH
ZE SOUTĚŽE KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE

1977/78

STÁTNÍ
PEDAGOGICKÉ
NAKLADATELSTVÍ
PRAHA

**Zpracovali: prof. RNDr. Rostislav Košťál
a Mojmír Simerský**

**Recenzovali: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
a František Živný**

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1980

1. část

Zpráva o průběhu soutěže

1. CÍL SOUTĚŽE A JEJÍ ORGANIZACE

Sjezdy Komunistické strany Československa ukládají péči o růst politické a odborné kvalifikace mladých kádřů. Našemu školství připadají proto náročné úkoly objevit talentované žáky a jejich schopnosti usměrňovat a rozvíjet. A to je úkol, který nemůže škola v rámci povinné výuky plně zajistit. Proto zde musí pomoci soutěže přírodovědeckého a technického charakteru. Přední místo mezi těmito soutěžemi zaujímá soutěž fyzikální olympiáda.

Fyzikální olympiáda plní dva úkoly: vyhledává schopné žáky a věnuje se jejich odbornému růstu. Na školách 2. cyklu se konala tato soutěž v tomto školním roce celostátně již po devatenácté, na základních devítiletých školách již po patnácté. V některých krajích se před vznikem celostátní soutěže konaly tyto soutěže i několik let pokusně.

Technické vědy jsou vybudovány na fyzice, pro niž je matematika pomocnou vědou. Dnes není bez matematiky fyzika myslitelnou. Proto chceme-li mít dobré fyziky, musíme je vychovat z nadaných matematiků.

Dnem 1. září 1976 nabyl účinnosti nový organizační řád matematické a fyzikální olympiády vydaný výnosem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76-210 (Věstník MŠ a MK ČSR z 20. 8. 1976) a výnosem MŠ SSR ze dne 25. května 1976, č. j. 5835/1976-II/1 (Zvesti MŠ a MK SSR z 31. 8. 1976). Je v souladu s instrukcí o organizování soutěží žáků a učňů škol, výchovných zařízení a odborných učilišť spravovaných národními výbory ze dne 30. ledna 1974, č. j. 4206/74-210 (Věstník MŠ a MK ČSR 1974, str. 25) a s výnosem MŠ SSR ze dne 26. 3. 1974, č. j. 860/1974-I (Zvesti MŠ a MK SSR 1974, str. 36).

Zavedení obou soutěží je odůvodňováno v čl. 1 org. ř., který pojednává o účelu soutěží:

Účelem matematické olympiády a fyzikální olympiády je:

- a) rozšiřovat, prohlubovat a upevňovat vědomosti žáků v matematice, rozvíjet jejich nadání, schopnosti, jakož i tvořivé a logické myšlení a vést je k samostatné práci a k individuálnímu studiu;
- b) probouzet u žáků hlubší zájem o studium uvedených oborů, napomáhat výchově matematicky a fyzikálně vzdělaného dorostu pro studium vysokých školách, přispívat k dokonalejšímu matematickému a fyzikálnímu vzdělání žáků za účelem jejich lepšího uplatnění ve studiu oboru nebo při přípravě na povolání, a tím umožňovat zvýšení úrovně matematicky a fyzikálně vzdělaných pracovníků podle potřeb naší společnosti a usměrňovat žáky k volbě povolání náročných na znalosti z matematiky a fyziky.

Fyzikální i matematická olympiáda vytvářejí předpoklady pro další přípravu žáků ke studiu na vysokých školách matematicko-fyzikální a technického zaměření. Obě olympiády přispívají také ke zvyšování úrovně vyučování matematice a fyzice jednak tím, že žáci zvyšují svou odbornou úroveň, jednak tím, že také profesori a učitelé zvyšují svou úroveň vedením žáků a hodnocením jejich prací ve FO. Zvyšováním odborné úrovně pomáhá fyzikální olympiáda žákům škol 2. cyklu v přípravě ke studiu na příslušných vysokých školách a žákům ZDŠ ke studiu na školách 2. cyklu.

V XIX. ročníku probíhala fyzikální olympiáda opět v pěti kategoriích. Kategorie A byla určena pro žáky IV. ročníků středních škol, kategorie B pro žáky III. ročníků, kategorie C pro žáky II. ročníků a kategorie D pro žáky I. ročníků těchto škol. Kategorie E byla letos pořádána pro žáky IX. a VIII. ročníků ZDŠ. Přitom každý žák mohl soutěžit i v kategorii určené pro vyšší ročník, než který navštěvoval.

Soutěž probíhala podobně jako v minulých ročnících v kategoriích A, B, C a D ve třech kolech, v kat. B, C a D ve dvou kolech. První kolo všech kategorií probíhalo ve škole, druhé kolo kat. A–D jako krajské, 2. kolo kat. E jako okresní, třetí kolo kat. A jako celostátní a 3. kolo kat. B, C a D jako krajské.

V prvním kole dostali žáci za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu teoretickou a šest laboratorní. Úlohy odevzdávali svým učitelům fyziky ve dvou termínech stanovených v letácích FO. V kategoriích A, B, C a D byli úspěšnější žáci, kteří vyřešili alespoň 5 úloh.

řešiteli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře (v třístupňové klasifikaci) 5 úloh ze 7 zadáných, přičemž řešili (i když neúspěšně) i laboratorní úlohu. Účastník soutěže v těchto kategoriích měl mimo to prostudovat fyzikální téma příslušné kategorie, neboť na ně navazovala jedna úloha 1. kola soutěže a jedna úloha 2. nebo 3. kola. Také v kategorii E bylo zadáno 7 soutěžních úloh včetně laboratorní. Na rozdíl od vyšších kategorií nebyla však laboratorní úloha pro úspěšného řešitele povinná; stačilo, když úspěšně vyřešil 5 úloh ze 7 zadáných. Pro tuto kategorii nebylo také určeno téma k prostudování.

První kolo probíhalo letos stejně jen v 11 krajích. V Jihomoravském kraji byly pokusně provedeny opět určité odchylky, o nichž se zmiňujeme v následujícím článku.

Druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a bylo organizováno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO). Ve 2. kole FO všech kategorií byly účastníkům zadány 4 teoretické úlohy. Úspěšnými řešiteli byli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře (ve čtyřstupňové klasifikaci) 2 ze zadáných úloh. Úspěšní řešitelé druhého kola FO dostali od KV FO, popřípadě OV FO, pochvalná uznání a několik nejlepších dostalo věcné odměny od příslušných OŠ KNV, popř. OŠ ONV.

V prvním kole se hodnotily úlohy třístupňovou klasifikační stupnicí, poněvadž se v prvním kole nestanoví pořadí úspěšných řešitelů. Poněvadž v druhém a třetím kole se stanoví pořadí úspěšných řešitelů, byla v těchto kolech zavedena čtyřstupňová klasifikační stupnice.

Třetí kolo soutěže FO bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil Ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO), organizoval je KV FO v Praze. Jako obvykle také v tomto ročníku byly účastníkům zadány 4 úlohy teoretické a jedna laboratorní. Aby byl účastník soutěže úspěšným řešitelem, musel vyřešit úspěšně aspoň 3 ze zadáných úloh. Třetí kolo FO kategorie E bylo organizováno v krajích. Podobně jako v druhém kole byly zadány 4 soutěžní úlohy, vesměs teoretické. Podmínky pro úspěšného řešitele byly stejné jako v druhém kole.

V třetím kole kat. A bylo prvních 19 nejúspěšnějších řešitelů prohlášeno

vítězi ve FO pro tento školní rok (org. řád připouští maximálně 20 vítězů). Vítězové dostali diplom, ostatní úspěšní řešitelé dostali pak čestná uznání.

V třetím kole kat. E bylo v každém kraji prohlášeno maximálně 1 vítězí kraje pro tento školní rok a byl jim dán diplom, ostatní úspěšní řešitelé dostali pak pochvalná uznání.

Žakovská řešení se v 1. kole klasifikovala takto:

1. výborně, byla-li úloha rozřešena správně nebo řešení mělo nanajen formální chyby nebo jen menší odbornou závadu;
2. dobře, jestliže řešení vystihovalo úkol, ale mělo větší odborné nedostatky; dobře bylo hodnoceno i správné řešení, když se v něm vyslyaly závažné formální nedostatky;
3. nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu byly závažné; bylo-li řešení z větší části neúplné; řešení bylo také nevyhovující, běli-li výklad nebo byl neúplný, takže z něho nebylo možno soudmyšlenkový postup podaného řešení.

V druhém a třetím kole byla opět — jako v posledních dvou letech — použita čtyřstupňová klasifikace:

1. výborně, jestliže je úloha rozřešena zcela správně bez formálních zá
2. chvalitebně, jestliže je úloha rozřešena správně, řešení má však formpřip. nezávažné věcné nedostatky;
3. dobře, jestliže řešení vystihuje úkol, ale má odborné nedostatky; dje je hodnoceno i řešení, vyskytují-li se v něm závažné formální nstatky;
4. nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu jsou závažné; je-li řešení z větší části neúplné; řešení se také klasifikuje jako r houvující, chybí-li výklad nebo je-li výklad neúplný, takže z něho i soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

Kladná klasifikace opět předpokládá, že úloha má fyzikální výl z něhož je vidět myšlenkový postup podaného řešení.

Pořadatelé XIX. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR s Jednotou československých matematiků a fyziků, Jednotou slovens matematiků a fyziků a se Socialistickým svazem mládeže ČSSR.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR Ústřední výbor fyzikální o

piády, v rámci krajů krajské výbory FO a v rámci okresů řídily soutěž kategorie E okresní výbory FO. Ve školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

2. POKUSNÁ ÚPRAVA ORGANIZACE SOUTĚŽE

1. KOLA

Pokusná úprava organizace soutěže byla provedena v Jihomoravském kraji v XVII. roč., v XVIII. roč. a v XIX. ročníku se v ní pokračovalo. V kat. D a E bylo první kolo rozděleno na dvě části.

V první části soutěžící na školách vypracovali tři teoretické a jednu laboratorní úlohu. Tyto úlohy odevzdali žáci referentům FO na škole, kteří je zhodnotili. Soutěžící, kteří měli aspoň tři úlohy úspěšně vyřešeny, postoupili do druhé části 1. kola.

V druhé části řešili úspěšní řešitelé 1. části soutěžního kola tři klauzurní úlohy. Úlohy ohodnotili referenti na školách a klasifikaci sjednotili v kat. D členové KV FO, v kat. E členové OV FO. Řešitelé, kteří měli aspoň dvě úlohy úspěšně vyřešené, postoupili do 2. kola.

3. SLOŽENÍ ÚSTŘEDNÍHO VÝBORU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY VE ŠKOLNÍM ROCE 1977/78

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládal ze zástupců pořadajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF, JSMF a SSM) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhu JČSMF a JSMF. Kromě toho byli členy ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Sídlem ÚV FO je od r. 1977 Bratislava.

Předsednictvo ÚV FO tvořili:

předseda: doc. RNDr. Ivan Náter, CSc., proděkan FE a vedoucí katedry fyziky elektrotechnické fakulty Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě

1. místopředseda: RNDr. Viktor Bezák, CSc., odb. asistent katedry fyziky přírodovědecké fakulty Univerzity Komenského v Bratislavě
2. místopředseda: Karel Žampa, školní inspektor, Brno
1. jednatel: RNDr. Ján Chrapan, CSc., odborný asistent katedry fyziky přírodovědecké fakulty Univerzity Komenského v Bratislavě
2. jednatel: RNDr. Alois Kleveta, profesor gymnázia ve Vyškově
- předseda komise pro konečnou redakci soutěžních úloh: Miroslav Šimáček, profesor SPŠ VE, Rožnov pod Radh.
- referent pro Školu mladých fyziků: Mojmir Simerský, profesor Rožnov pod Radh.
- zástupce MŠ ČSR: Václav Šůla, ústřední školní inspektor, Praha
- zástupce MŠ SSR: Vojtěch Nyitrai, ústřední školní inspektor, Bratislava
- zástupce JČSMF: akademik Miloš Matyáš, Ústav fyziky pevných látek ČSAV, Praha
- zástupce JSMF: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, vedoucí katedry fyziky Pedagogické fakulty, Nitra
- zástupce SSM: doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., docent Vysoké školy pozemního vojska ve Vyškově

Další členové (v abecedním pořadí):

a) z ČSR:

1. RNDr. Milan Bednařík, odborný asistent FPř UP, Olomouc
2. Jaroslav Honner, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Ústí nad Labem
3. RNDr. Marta Chytilová, CSc., pracovnice VÚP v Brně
4. Evžen Růžička, odborný asistent FPed UP, Olomouc
5. Karel Šebela, profesor SPŠ strojní, Praha 10
6. RNDr. Ivo Volf, odborný asistent KF FPed, Hradec Králové

b) z SSR:

1. Rastislav Baník, odborný asistent, KF FPed, Banská Bystrica
2. doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc., katedra exper. fyziky UPJŠ, Košice
3. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., odborný asistent FPed, Bratislava
4. Zuzana Šimkovicová, profesorka gymnázia, Bratislava

5. Pavol Škrinár, profesor gymnázia, Prievidza
6. Erich Wiszt, Ústav mechaniky strojů, SAV, Martin
7. RNDr. Jozef Zámečník, CSc., odborný asistent, KF FSTav SVŠT, Bratislava

V ÚV FO byla zrušena komise pro základní výběr úloh a ponechána komise jedna, a to pro konečnou redakci soutěžních úloh. Jejimi členy byli:

předseda: Mojmir Simerský, profesor SPŠ VE v Rožnově p. Radh.,
člen komise: doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc.,
referent pro kat. A: neobsazeno, zastupoval předseda Simerský,
referent pro kat. B: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
referent pro kat. C: RNDr. Marta Chytilová, CSc.,
referent pro kat. D: RNDr. Ivo Volf, odborný asistent,
referent pro kat. E: RNDr. Milan Bednařík, odborný asistent,
jednatel komise byl 1. jednatel ÚV FO.

Referentem pro Školu mladých fyziků byl Mojmir Simerský, profesor SPŠ VE v Rožnově p. Radhoštěm.

Předsednictvo tvoří předseda, 1. místopředseda, 2. místopředseda, 1. jednatel, 2. jednatel, předseda komise pro konečnou redakci soutěžních úloh, referent pro Školu mladých fyziků, zástupce MŠ ČSR, zástupce MŠ SSR, zástupce JČSMF a zástupce JSMF a zástupce SSM, t. č. tedy jedenáct pracovníků FO.

4. KRAJSKÉ VÝBORY FO VE ŠKOLNÍM ROCE 1977/78 A JEJICH PŘEDSEDOVÉ

Předsedy a členy KV FO jmenují na návrh poboček JČSMF nebo JSMF odbory školství příslušných KNV. Pracovali v nich profesori, docenti i odborní asistenti vysokých škol, pracovníci školské správy, středoškolsí profesori i učitelé ZDŠ. Práce pracovníků z vysokých škol je vždy pro FO přínosem. V tomto školním roce bylo opět z 12 předsedů 10 pracovníků z vysokých škol.

Předsedové KV FO jednotlivých krajů:

Praha	doc. RNDr. Jaroslav Vachek, CSc., MFF UK, Praha
StřČK	ing. Jiří Machalický, CSc., odborný asistent, FStr ČVUT, Praha
JČK	Václav Vlček, odborný asistent, FPed, České Budějovice
ZČK	ing. Miloš Rabas, odborný asistent, Vysoká škola strojní a elektrotechnická, Plzeň
SČK	Jaroslav Honner, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Ústí nad Labem
VČK	RNDr. Zdeněk Ungermann, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Hradec Králové
JMK	prof. RNDr. Rostislav Košťál, Brno
SMK	prof. RNDr. Miroslav Bajer, DrSc., prorektor Vysoké školy báňské, Ostrava
Bratislava	doc. RNDr. Ivan Náter, proděkan FE a vedoucí katedry fyziky SVŠT, Bratislava
ZSK	doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky FPed, Nitra
StřSK	Erich Wiszt, Ústav mechaniky strojů, združené vedecko-výzkumné pracoviště ZTS, SAV, ZTS závod 03, Martin
VSK	doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc., FPř UPJŠ, Košice

KV FO řídí FO v kraji, a to kategorie A–D přímo a kat. E prostřednictvím OV FO.

5. OKRESNÍ VÝBORY FO VE ŠKOLNÍM ROCE 1977/78

OV FO se starají o FO kat. E na ZDŠ a o kursy pro žáky škol 2. cyklu v okrese.

Předsedy a členy OV FO jmenují na návrh poboček JČSMF nebo JSMF odbory školství ONV. Práce v okresech se zúčastňují vysokoškolští a středoškolští pracovníci, pracovníci školské správy i učitelé ZDŠ. Účast pra-

covníků ze škol 2. cyklu příznivě ovlivňuje práci OV FO. Počet učitelů 2. cyklu, popř. 3. cyklu v předsednictvu OV FO byl nejvyšší v JMK (18 ze 42, z toho 4 z vysokých škol), pak v Bratislavě (8 ze 14, z toho 2 z vysokých škol). Nejvyšší počet předsedů OV FO ze škol 2. cyklu v kraji měl JMK (10 ze 14, z toho 3 z vysokých škol), pak Bratislava (4 ze 4, z toho 2 z vysokých škol).

6. PRŮBĚH SOUTĚŽE VE ŠKOLNÍM ROCE 1977/78

A. PRVNÍ KOLO SOUTĚŽE KATEGORIÍ A, B, C A D

První kolo FO probíhalo ve školách od září 1977 do února 1978. Texty soutěžních úloh a studijních témat byly otištěny v letáku vydaném SPN v Praze ve znění českém a slovenském pro celou ČSSR z prostředků ministerstev školství v počtu 4 000 výtisků. Do škol byly distribuovány prostřednictvím KV FO uprostřed měsíce září. Ukázalo se opět velmi prospěšné, že úlohy byly otištěny v Rozhledech matematicko-fyzikálních, a to pro kat. A–D v 10. čísle 55. ročníku a kromě toho první tři úlohy kategorie A–E v Matematice a fyzice ve škole v 10. čísle 7. ročníku.

První tři úlohy odevzdávali žáci do 30. listopadu 1977, čtvrtou až sedmou úlohu do 10. února 1978 svému referentu na škole. V JMK v kat. D odevzdávali soutěžící první dvě úlohy do 30. listopadu 1977 a další dvě úlohy do 3. ledna 1978 svému referentu na škole. Klauzurní práce probíhala 18. ledna 1978.

Pro jednotlivé kategorie byla určena tato studijní témata:

kat. A: Jednoduchý kmitavý pohyb II, zpracoval prof. dr. Rostislav Košťál,

kat. B: Užití hmotného středu k popisu pohybu tělesa, zpracovali dr. Zdeněk Ungermann a dr. Ivo Volf,

kat. C: Zákon zachování momentu hybnosti, zpracovala dr. Marta Chytilová, CSc.,

kat. D: Tři dopravní problémy z hlediska kinematiky, zpracovali dr. Milan Bednařík a dr. Miroslava Široká.

Témata byla otištěna jen v letáku XIX. ročníku soutěže FO.

Počet středních škol, které se zúčastnily XIX. ročníku FO, je v tabulce 1, počet žáků soutěžících v 1. kole a výsledky 1. kola jsou uvedeny v tabulce 2, a to podle jednotlivých krajů i celkem.

Gymnázií bylo zapojeno 95 %. Všechna gymnázia byla zapojena v Praze, StřČK, ZČK, VČK, JMK a Bratislavě. Procentově nejmenší počet zapojených gymnázií měl Východoslovenský kraj (81 %). Úspěšnost v jednotlivých kategoriích je vidět v tabulkách 1 a 2.

Počet účastníků 1. kola se v kat. B, D a celkově zvýšil, jen v kategorii C poklesl. Loňského roku byl v kat. D již pokles účastníků. Počet úspěšných řešitelů v kat. A, B, D a celkem se zvětšil, jen v kat. C se zmenšil.

B. DRUHÉ KOLO SOUTĚŽE KATEGORIÍ A, B, C A D

Druhé kolo bylo uspořádáno ve dvou termínech pro kat. A a C 4. března 1978 a pro kat. B a D 15. dubna 1978, a to převážně v jednom místě kraje. V kat. A a C i v kat. B a D se konalo 2. kolo na dvou místech v StřSK ve Zvolenu a v Žilině a na třech místech pro kat. A a C i pro kat. B a D v SMK: Ostravě, Olomouci a Rožnově p. Radh.

Každý žák dostal text úloh. Pro slovenské kraje byly dodány texty úloh i v maďarském jazyku.

Výsledky 2. kola jsou uvedeny v tabulce 3.

Z nižších tříd pracovali ve vyšších kategoriích úspěšně (P značí třídu přírodovědnou, MF třídu se zaměřením pro matematiku a fyziku):

v kat. A:

Markl Martin, G Praha 2, Botičská, 3. r., P, Praha

Kurz Michal, G Praha 4, Ohradní, 3. r., P, Praha

Smotlacha Vlad., G Praha 1, Štěpánská, 3. r., MF, Praha

Horský Petr, G Praha 2, W. Piecka, 3. r., MF, Praha

Halenka Tomáš, G Praha 3, Sladkovského, 3. r., P, Praha

Navrátil Tomáš, G Praha 7, Nad štolou, 3. r., MF, Praha

Novotný Jiří, G Poděbrady, 2. r., P, StřČK
 Kožner Petr, G Kladno, 3. r., P, StřČK
 Mařík Radek, G Brandýs, 3. r., P, StřČK
 Voves Jan, G Kralupy, 3. r., P, StřČK
 Blažek Vladimír, G Mnichovo Hradiště, 3. r., P, StřČK
 Masopust Jiří, G Plzeň, nám. Odborářů, 3. r., MF, ZČK
 König Viktor, G Plzeň, nám. Odborářů, 3. r., Plzeň, MF, ZČK
 Friedrich Václav, G Cheb, 3. r., P, ZČK
 Vlk Tomáš, SPŠ Chomutov, 2. r., SČK
 Krtouš Zdeněk, G Liberec, 3. r., MF, SČK
 Pribán Miroslav, G Liberec, 3. r., P, SČK
 Čadek Ondřej, G Brno, kpt. Jaroše, 3. r., M exp., JMK
 Havlík Jiří, G Brno, kpt. Jaroše, 3. r., P, JMK
 Šantavý Martin, G Brno, kpt. Jaroše, 3. r., P, JMK
 Kessler Pavel, G Brno, kpt. Jaroše, 3. r., M exp., JMK
 Hledík Stanislav, G Ostrava I, Šmeralova, 3. r., P, SMK
 Křenek Oskar, G Bílovec, 3. r., P, SMK
 Tkadlec Josef, G Bílovec, 3. r., P, SMK
 Matula Miroslav, SPŠE Olomouc, 3. r., SMK
 Langr Aleš, G Ostrava-Hrabůvka, 3. r., P, SMK
 Rejman Stanislav, SPŠ VE Rožnov p. Radh., 3. r., SMK
 Beniak Juraj, G A. Markuša, Bratislava, 2. r., MF, Bratislava
 Kalinay Pavol, G Bratislava, Vazovova, 3. r., P, Bratislava
 Guričan Jaroslav, G A. Markuša, Bratislava, 3. r., MF, Bratislava
 Kebis Pavol, G A. Markuša, Bratislava, 3. r., MF, Bratislava
 Krchňavý Daniel, G A. Markuša, Bratislava, 3. r., MF, Bratislava
 Džuban Stanislav, G Bratislava, Vazovova, 3. r., P, Bratislava
 Mojžiš Martin, G A. Markuša, Bratislava, 3. r., MF, Bratislava
 Sýkora Ján, G N. Mesto n. V., 3. r., P, ZSK
 Mocko Milan, G N. Mesto n. V., 3. r., P, ZSK
 Goga Peter, G Vrútky, 3. r., P, StřSK
 Jamrich Emil, G Ružomberok, 3. r., P, StřSK
 Čupa Peter, SPŠE, B. Bystrica, 3. r., StřSK
 Dudičová Katarina, G T. Ševčenku, Prešov, 3. r., P, VSK

Tabulka 1

Počet středních škol, které se zúčastnily XIX. ročníku FO v kategorii A–D

Kraj	Gymnázia						SPŠ				
	cel- ko- vý po- čet	zapojeno				cel- kem	zapojeno				cel- kem
		v kategorii					v kategorii				
		A	B	C	D		A	B	C	D	
Praha	21	18	15	19	18	21	3	1	1	5	5
StřČ	23	17	21	17	18	23	1	—	1	4	4
JČ	19	8	9	11	11	14	1	—	—	—	1
ZČ	15	10	13	12	14	15	—	—	—	1	1
SČ	21	12	17	18	19	20	1	1	3	7	7
VČ	35 ³⁾	20	26	21	29	35 ³⁾	4	2	3	7	8
JM	37	27	28	33	31	37	1	2	3	11	11
SM	40 ⁶⁾	23	32	32	31	38 ⁶⁾	2	3	8	16	17
Brat.	11	8	10	10	11	11	—	—	—	2	2
ZS	41	33	38	39	40	40	3	4	9	10	12
SS	38 ⁸⁾	28	31	31	35	36 ⁸⁾	4	2	8	13	17
VS	37	14	16	10	29	30	3	3	5	10	10
Celkem	338	218	256	253	286	320	23	18	41	86	95
Vloni	332	210	230	265	264	302	22	13	29	71	80

¹⁾ SZTŠ Mladá Boleslav, OU Aero Vodochody

²⁾ SEŠ Jablonec n. Nis., OU SČE Chomutov, OU TOS Varnsdorf,
OU ČSD Sobědruhy

³⁾ v tom Vojenské G J. Žižky, Mor. Třebová

⁴⁾ OU TMS Pec, OU ZVÚ Hradec Králové

Ostatní školy					Celkový počet škol				
zapojeno					zapojených				
v kategorii				cel- kem	v kategorii				cel- kem
A	B	C	D		A	B	C	D	
–	–	–	–	–	21	16	20	23	26
–	–	–	2	2 ¹⁾	18	21	18	24	29
–	–	–	–	–	9	9	11	11	15
–	–	–	–	–	10	13	12	15	16
–	1	–	3	4 ²⁾	13	19	21	29	31
–	–	–	2	2 ⁴⁾	24	28	24	38	45
–	–	2	3	5 ⁵⁾	28	30	38	45	53
–	–	–	1	1 ⁷⁾	25	35	40	48	56
–	–	–	–	–	8	10	10	13	13
–	–	–	–	–	36	42	48	50	52
–	–	–	–	–	32	33	39	48	53
–	–	–	1	1 ⁹⁾	17	19	15	40	41
–	1	2	12	15	241	275	296	384	430
1	1	5	12	14	233	244	299	347	396

⁵⁾ SZTS Boskovice, SZTS Valtice, US Uh. Hradiště,
OU Královopolské strojírny Brno, OU ZPS Gottwaldov

⁶⁾ v tom Vojenské G J. Žižky, Opava

⁷⁾ OU Frýdek-Místek

⁸⁾ v tom Vojenské G SNP, B. Bystrica

⁹⁾ VLU Prešov

Tabulka 2

Počet žáků soutěžících v 1. kole FO

(S – počet soutěžících žáků, Ú – počet úspěšných řešitelů,

Kraj	Kategorie A			Kategorie B			Kategorie C		
	S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)
Praha	74	50	68	108	66	61	79	44	56
StřČ	54	43	80	87	63	72	77	40	52
JČ	27	20	74	46	39	85	42	35	83
ZČ	22	18	82	37	32	86	21	17	81
SČ	62	50	81	94	82	87	136	105	77
VČ	59	53	90	94	80	85	65	58	89
JM	131	72	55	203	81	40	199	73	37
SM	86	70	81	159	83	52	187	120	64
Brat.	88	81	92	130	124	95	96	85	89
ZS	204	94	46	291	128	44	369	142	38
StřS	147	55	37	157*	34	22	220	42	19
VS	61	59	97	80	69	86	60	51	85
Celkem	1015	665	66	1486	881	59	1551	812	52
Vloni	1021	507	50	1237	703	57	1921	1181	61

*) neuvedeno ve zprávě KV FO

Ú (%) – počet úspěšných řešitelů v %)

Kategorie D			Celkem			Z toho celkem dívek		
S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)
191	75	39	452	235	52	95	41	43
142	86	61	360	232	64	81	41	51
45	37	82	160	131	82	25	13	52
53	44	83	133	111	83	26	16	62
265	171	65	557	408	73	114	87	76
223	172	77	441	363	82	73	60	82
303	127	42	836	353	42	172	57	33
267	137	51	699	410	59	129	61	47
248	222	90	562	512	91			*)
700	196	28	1564	560	36	485	144	30
475	129	27	999	260	26	270	59	22
217	197	91	418	376	90	76	69	91
3129	1593	51	7181	3951	55	1546	648	42**)
2321	1094	47	6500	3485	54	1509	649	43

**) bez Bratislavy; v kat. D v JMK v S počet zapojených v 1. části

Tabulka 3

Počet žáků soutěžících v 2. kole FO

(S – počet soutěžících žáků, Ú – počet úspěšných řešitelů,

Kraj	Kategorie A			Kategorie B			Kategorie C		
	S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)
Praha	50	44	88	66	29	44	44	10	23
StřČ	38	28	74	53	9	17	33	6	18
JČ	16	12	75	37	8	22	35	3	9
ZČ	17	13	76	30	12	40	15	2	13
SČ	40	25	63	78	11	14	87	3	3
VČ	47	36	77	77	30	39	52	6	12
JM	59	40	68	75	34	45	60	5	8
SM	61	47	77	79	30	38	111	18	16
Brat.	77	50	65	118	41	35	75	7	9
ZS	87	30	34	80	20	25	91	4	4
StřS	38	28	74	33	13	39	34	1	3
VS	59	25	42	63	34	54	50	0	0
Celkem	589	378	64	789	271	34	687	65	9
Vloni	480	222	46	645	250	39	1079	536	50

*) neuvedeno ve zprávě KV FO

Ú (%) – počet úspěšných řešitelů v %

Kategorie D			Celkem			Z toho celkem dívek		
S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)	S	Ú	Ú (%)
75	35	47	235	118	50	41	15	37
66	10	15	190	53	28	33	3	9
35	12	34	123	35	28	12	2	17
39	12	31	101	39	39	14	1	7
139	16	12	344	55	16	66	5	8
144	32	22	320	104	33	50	6	12
120	30	25	314	109	35	46	9	20
132	34	26	383	129	34	53	7	13
213	29	14	483	127	26			*)
126	14	11	384	68	18	86	7	8
70	9	13	175	51	29	39	7	18
150	23	15	322	82	25	59	7	12
1309	256	20	3374	970	29	499	69	14**)
961	322	34	3165	1330	42	565	142	25

**) bez Bratislavy

Čakan Miroslav, SPŠ Prešov, 3. r., VSK

Jirásek Jozef, G Košice, Šmeralova, 3. r., P, VSK

Jurčo Bronislav, G T. Ševčenkú, Prešov, 3. r., P, VSK

v kat. B:

Beniak Juraj, G A. Markuša, Bratislava, 2. r., MF, Bratislava

Úspěšní řešitelé 2. kola kat. A a kat. B jsou uvedeni v seznamu úspěšných řešitelů jmenovitě všichni. Z úspěšných řešitelů 2. kola kat. C a kat. D jsou uvedeni jen ti, kteří se umístili na prvním až desátém místě. Pokud mají někteří řešitelé stejnou klasifikaci jako poslední z desíti, jsou uvedeni též, i když překračují číslo 10. U žáků gymnázií není přepisován název školy, ale jen její sídlo. Ročník je uveden jen u žáků, kteří jsou z nižšího ročníku než patří do uvedené kategorie. Specializace je uvedena jen u žáků, kteří nejsou z třídy přírodovědné.

V kategorii A jsou proloženě vytištěna jména řešitelů, kteří postoupili do 3. kola. Úspěšní řešitelé jsou uvedeni podle jednotlivých krajů:

PRAHA:

A: Koubele Václav, Praha 5, Radotín

Beránek Petr, Praha 9, Prosek

Novotný Antonín, SPŠE, Praha 2, Ječná

Ripka Pavel, Praha 7, Nad štolou, MF

Kadeřábek Tomáš, Praha 8, Libeň, MF

Markl Martin, Praha 2, Botičská, 3. r.

Mareš Jiří, Praha 2, W. Piecka, MF

Petýrek Ivan, Praha 3, Sladkovského

Jiroušek Pavel, Praha 3, Sladkovského

Kurz Michal, Praha 4, Ohradní, 3. r.

Trhlík Miloš, Praha 7, Nad štolou, MF

Verner Jaroslav, Praha 9, Lid. milicí

Souček Martin, Praha 7, Nad štolou, MF

Weber Jan, Praha 8, Libeň, MF

Smotlacha Vlad., Praha 1, Štěpánská, 3. r., MF

Lomič Václav, Praha 7, Nad štolou, MF
Navara Mirko, Praha 2, W. Piecka, MF
Černý Ondřej, Praha 7, Nad štolou, MF
Horský Petr, Praha 2, W. Piecka, 3. r., MF
Kučera Jan, Praha 7, Nad štolou, MF
Stárek Jiří, Praha 3, Sladkovského
Čeřovský Petr, Praha 10, Voděradská, MF
Meixner Jiří, Praha 2, W. Piecka, MF
Pilucha Jiří, Praha 4, Ohradní, MF
Jeník Ivan, Praha 10, Voděradská
Chaloupka Josef, Praha 10, Voděradská
Bubeníček Jiří, Praha 2, W. Piecka, MF
Halenka Tomáš, Praha 3, Sladkovského, 3. r.
Kašík Michal, Praha 3, Sladkovského
Březíková Michaela, Praha 2, W. Piecka
Jurza Pavel, Praha 4, Ohradní, MF
Navrátil Tomáš, Praha 7, Nad štolou, 3. r., MF
Votruba Jiří, SPŠE, Praha 2, Ječná
Sliva Vladimír, Praha 7, Nad štolou, MF
Zvolánek Ladislav, Praha 3, Sladkovského
Hába Zdeněk, Praha 3, Sladkovského
Čelíkovský Pavel, Praha 3, Sladkovského
Dostálová Anna, Praha 7, Nad štolou, MF
Kaplanová Michaela, Praha 7, Nad štolou, MF
Dočkal Michal, Praha 7, Nad štolou, MF
Matějka Martin, SPŠS, Praha 10, Třebešín
Burgetová Jana, Praha 10, Přípotoční
Křížek Miloslav, Praha 7, Nad štolou, MF
Matějka Vojtěch, SPŠS, Praha 10, Třebešín

B: Smotlacha Vladimír, Praha 1, Štěpánská, 3. r., MF
Hazdra Pavel, Praha 7, Nad štolou, MF
Korbař František, Praha 6, Arabská, MF
Markl Martin, Praha 2, Botičská
Bukovský Radomír, Praha 7, Nad štolou, MF

Mach Ivan, Praha 7, Nad štolou, MF
 Čelíkovský Sergej, Praha 9, Prosek
 Halenka Tomáš, Praha 3, Sladkovského
 Souček Tomáš, Praha 2, W. Piecka, MF
 Kirschner Michal, Praha 7, Nad štolou, MF
 Hejnová Dana, Praha 7, Nad štolou, MF
 Apfelbeck Ivo, Praha 2, W. Piecka, MF
 Janečková Věra, Praha 7, Nad štolou, MF
 Hubík Pavel, Praha 9, Prosek
 Hák Roman, Praha 7, Nad štolou, MF
 Hajč Jan, Praha 2, W. Piecka, MF
 Horský Petr, Praha 2, W. Piecka, MF
 Chmelík František, Praha 7, Nad štolou, MF
 Veselý Milan, Praha 3, Pražačka
 Znamenáček Jindřich, Praha 1, Štěpánská, MF
 Kurz Michal, Praha 4, Ohradní
 Burian Aleš, Praha 7, Nad štolou, MF
 Jirsová Zuzana, Praha 2, W. Piecka, MF
 Vančík Vladimír, Praha 2, W. Piecka, MF
 Houdek Zdeněk, Praha 10, Voděradská, MF
 Jurák Michal, Praha 9, Prosek
 Ondříček Zdeněk, Praha 7, Nad štolou, MF
 Vydra Vítězslav, Praha 2, W. Piecka, MF
 Petříková Libuše, Praha 2, W. Piecka, MF

- C: Bydžovský Petr, Praha 8, Libeň
 Černoch Hynek, Praha 8, Libeň, MF
 Brecker Miloš, Praha 6, Parlérova
 Vackář Jiří, Praha 4, Budějovická, MF
 Černý Vit, SPŠE, Praha 2, Ječná
 Kumpán Pavel, Praha 3, Sladkovského
 Rataj Jan, Praha 6, Arabská
 Sovka Petr, Praha 8, Libeň, MF
 Flusser Jan, Praha 6, Arabská
 Urban Pavel, Praha 10, Voděradská, MF

D: Matoušek Jiří, Praha 10, Voděradská, MF
Plecháč Petr, Praha 2, W. Piecka, MF
Němec Jan, Praha 7, Nad štolou
Havelka Jan, Praha 6, Parléřova
Končalová Hana, Praha 2, W. Piecka
Ministr Martin, Praha 4, Ohradní
Kvas Michal, Praha 6, Arabská, MF
Pícek Radan, Praha 2, W. Piecka
Mějejská Pavl., Praha 4, Vítězná pláň
Kolář Petr, Praha 4, Ohradní
Kejhar Martin, Praha 7, Nad štolou
atd.

STŘEDOČESKÝ KRAJ:

A: Kadlec Stanislav, Hořovice
Hrabě Vladimír, Český Brod
Kočí Zdeněk, Český Brod
Novotný Jiří, Poděbrady, 2. r.
Chadima Jan, Brandýs, MF
Kožner Petr, Kladno, 3. r.
Černý Robert, Rakovník
Mařík Radek, Brandýs, 3. r.
Růžička Karel, Kolín
Voves Jan, Kralupy, 3. r.
Had Karel, Kolín
Stodola Jan, Vlašim
Blažek Vladimír, Mnichovo Hradiště, 3. r.
Lukáš Petr, Příbram
Kočka Jiří, Kladno
Nuliček Vladimír, Vlašim
Tintěra Milan, SPŠE, Kutná Hora
Blažek Václav, Příbram
Novotný Ivan, Beroun

Špirit Pavel, Beroun
Hamr Josef, Sedlčany
Novotný Zdeněk, Ml. Boleslav
Puldová Ladislava, Ml. Boleslav
Zavřel Jan, Benešov
Valach Ivan, Čáslav
Joukl Zdeněk, Kutná Hora
Sluka Břetislav, SPŠE, Kutná Hora
Zicha Daniel, Vlašim

B: Blažek Vladimír, Mnichovo Hradiště
Pokorný Miloš, Beroun
Töpfer Pavel, Ml. Boleslav
Voves Jan, Kralupy
Mohelský František, Ml. Boleslav
Nosek Dalibor, Kolín
Novák Lukáš, Čáslav
Poštulka Martin, Kralupy
Mrázková Věra, Benešov

C: Hrdina Jiří, Kladno
Hlubocký Stanislav, SPŠE, Kutná Hora
Gášek Zdeněk, Dobříš
Cabrnich Milan, Kutná Hora
Boček Pavel, Poděbrady
Hynek Jiří, Kolín

D: Červenková Pavla, Slaný
Kuboň Vladislav, Ml. Boleslav
Hafner Jan, Kralupy
Pipek Martin, Kolín
Štumper Zdeněk, Kolín
Šťastný Petr, Ml. Boleslav
Železný Jiří, Benešov
Kočka Petr, SZTŠ, Ml. Boleslav

Rumler Zdeněk, Vlašim
Semorádová Eva, Čáslav

JIHOČESKÝ KRAJ:

A: Holý Jaroslav, K. Š. (= Karla Šátala), Č. Budějovice

Mařík Miloslav, SPŠ, Písek
Tůma Zdeněk, Tábor
Lhotka Ladislav, K. Š., Č. Budějovice
Novotný Jan, K. Š., Č. Budějovice
Novák Jiří, K. Š., Č. Budějovice
Svoboda Pavel, Tábor
Krupa Roman, Tábor
Charvát Karel, Tábor
Kalinová Jana, Pelhřimov
Štefan Jan, Tábor
Zavadil Jiří, Tábor

B: Januš Vlastislav, Pelhřimov

Němec Josef, Tábor
Vozko Ivan, K. Š., Č. Budějovice
Mátl František, Dačice
Jarolímek Vlastimil, K. Š., Č. Budějovice
Ryneš Tomáš, K. Š., Č. Budějovice
Toncarová Lenka, Č. Budějovice, Jirovcova
Brož Vladislav, K. Š., Č. Budějovice

C: Přech Lubomír, K. Š., Č. Budějovice

Masojidek Miroslav, Písek
Michl Vladimír, K. Š., Č. Budějovice

D: Cmunt Jiří, Milevsko

Kubiček Josef, Písek
Michl Vladimír, K. Š., Č. Budějovice
Novák Miroslav, K. Š., Č. Budějovice
Drnek Lubomír, K. Š., Č. Budějovice

Matzner Radovan, K. S., C. Budějovice
Novák Oldřich, Dačice
Soukup Pavel, Strakonice
Knetl Petr, Strakonice
Koňák Lubomír, Pelhřimov
Polák Miroslav, Strakonice
Vaněček Jindřich, Strakonice
atd.

ZÁPADOČESKÝ KRAJ:

- A: Weis Jindřich, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Ziegler Miroslav, Karlovy Vary
Pátek Jiří, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Masopust Jiří, Plzeň, nám. Odborářů, 3. r., MF
Kučera Zdeněk, Cheb
Plomer Jan, Karlovy Vary
Fiala Libor, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Šrámek Vladimír, Plzeň, ul. Pionýrů
Marek Jan, Plzeň, ul. Pionýrů
Heidenreich Štěpán, Plzeň, nám. Odborářů, MF
König Viktor, Plzeň, nám. Odborářů, 3. r., MF
Friedrich Václav, Cheb, 3. r.
Mašek Zdeněk, Cheb
- B: Rybář Jan, Ostrov n. O.
König Viktor, Plzeň, nám. Odborářů
Ernest Jaroslav, Cheb
Novák Stanislav, Plzeň, nám. Odborářů
Vítek Milan, Plzeň, nám. Odborářů
Masopust Jiří, Plzeň, nám. Odborářů
Kůs Zdeněk, Sušice
Veselka Petr, Karlovy Vary
Zlatník Ivan, Plzeň, nám. Odborářů
Churý Stanislav, Karlovy Vary

Záruba Petr, Ostrov n. O.
Miklík Karel, Tachov

C: Hána Petr, Ostrov n. O.
Kozel Zbyněk, Karlovy Vary

D: Pokorný Pavel, Plzeň, nám. Odborářů
Kovář Martin, SPŠE, Plzeň
Novák Vít, Plzeň, nám. Odborářů
Pospíšil Milan, Klatovy
Kobeda Zdeněk, Plzeň, ul. Pionýrů
Mašek Stanislav, Plzeň, ul. Pionýrů
Vetengl Jaromír, Plzeň, nám. Odborářů
Laciga Petr, Plzeň, nám. Odborářů
Fišl Jiří, Plzeň, nám. Odborářů
Veselý Vladimír, Domažlice
Sedláček Radan, SPŠE, Plzeň
Náhlovská Helena, Karlovy Vary

SEVEROČESKÝ KRAJ:

A: Kalousek Zdeněk, Jablonec n. N.
Vlk Tomáš, SPŠ Chomutov, 2. r.
Janeček Pavel, Liberec, MF
Koucký Miroslav, Jablonec n. N.
Krtouš Zdeněk, Liberec, 3. r., MF
Pribán Miroslav, Liberec, 3. r.
Římalová Jitka, Litoměřice
Voráč Stanislav, Žatec
Žezulka Pavel, Česká Lípa
Majer Erik, Teplice, MF
Štos Lubomír, Jablonec n. N.
Štembera Jiří, Teplice, MF
Tlustý Pavel, Roudnice n. L.
Ludvík Vladimír, Tanvald

Ostapenková Olga, Litoměřice
Dlouhý Martin, Litvínov
Novák Petr, Žatec
Pešek Zdeněk, Teplice, MF
Bilik Stanislav, Tanvald
Žďánský Jiří, Teplice, MF
Kozler Petr, Rumburk
Beran Vladimír, Chomutov
Stejskal Pavel, Chomutov
Pivrnec Miroslav, Jablonec n. N.
Souček Petr, Chomutov

B: Hájek Petr, Liberec, MF
Tůma Petr, Liberec, MF
Kočí Tomáš, Rumburk
Langová Eva, Podbořany
Křivohlavý Bohumil, Teplice
Rejl Radislav, Rumburk
Diblíková Darja, Jablonec n. N.
Krtouš Zdeněk, Liberec, MF
Zahrádka Miroslav, Kadaň
Kuc Radomír, Liberec, MF
Zelený Ivo, Liberec, MF

C: Kovanda Jiří, Teplice
Kapsa Vojtěch, Litoměřice
Vajnar Luděk, Česká Lípa

D: Havránek Zdeněk, Kadaň
Tauš Jiří, Liberec
Kropík Martin, Roudnice n. L.
Marušák Martin, SPŠ, Most
Fořt Petr, Roudnice n. L.
Poloprutský Tomáš, Frýdlant
Mašín Lukáš, SPŠ str., Ústí n. L.
Kaláb Evžen, Litoměřice

Opočenský Petr, Frýdlant
Jiroušek Jiří, SPŠ, Česká Lípa
Bluma Milan, Chomutov
Zaspal Vlastimil, Most
Nekvapil Miloš, Žatec
atd.

VÝCHODOČESKÝ KRAJ:

A: Turek Ilja, Hradec Králové, MF
Šverák Vladimír, Lanškroun
Matěna Vladimír, Trutnov, 3. r.
Brož David, Semily
Matěna Jaromír, Hradec Králové, MF
Vojtěch Aleš, Pardubice, MF
Tůma Miroslav, Nová Paka
Bahník Petr, Pardubice, MF
Pavelka Robert, Hradec Králové, MF
Kopecký Milan, Ústí n. O.
Kupka Jiří, Vrchlabí
Červenka Zbyněk, Hradec Králové, MF
Celba Pavel, SPŠChT, Dvůr Králové
Černý Jiří, Turnov
Fajmon Jiří, SPŠE, Pardubice
Lang Jan, SPŠS, Chrudim
Němec Pavel, Jevíčko
Skála Vladimír, Hradec Králové, MF
Miklas Petr, Česká Třebová
Barcal Josef, Vysoké Mýto
Vyskočil Libor, Dvůr Králové
Soušek Vít, SPŠS, Nové Město
Bartoš Zdeněk, Hradec Králové, MF
Luňák Stanislav, Pardubice, MF
Findejs Karel, Polička
Drahokoupil Dušan, SPŠE, Pardubice, 3. r.

Pavliš Miroslav, SPŠE, Pardubice, 3. r.
Kačer Jiří, Přelouč
Nebojsa Alois, Svitavy
Paulů Jaroslav, Semily
Bareš Milan, SPŠE, Pardubice, 3. r.
Tichý Petr, Rychnov n. K.
Kunc Jaroslav, Holice v Č.
Portych Petr, Nová Paka
Kadidlo Luboš, Polička
Jurišica Jiří, SPŠE, Pardubice, 3. r.

B: Pištora Vladislav, Hradec Králové, MF
Heřman Petr, Dobruška
Matěna Vladimír, Trutnov
Kuřina Jiří, Hradec Králové, MF
Volhejn Jan, Dobruška
Dítě Miroslav, Trutnov
Skutilová Miloslava, Trutnov
Dubec Miroslav, Pardubice, MF
Potoček Pavel, Rychnov n. K.
Klimeš Miroslav, Ústí n. O.
Tichý Jan, Náchod
Svoboda Dalibor, Jaroměř
Havlíček Petr, Pardubice, MF
Legner Miloš, Trutnov
Suchomel Jiří, Turnov
Novohradský Ivan, Rychnov n. K.
Heřman Pavel, Dobruška
Jirásek Tomáš, SPŠSE, Dobruška
Zákoucký Dalibor, Semily
Linhart Bohuslav, Chrudim
Škoda Miroslav, Náchod
Podpěra Miloš, Jaroměř
Souček Radek, Trutnov
Bartoš Jan, Hradec Králové, MF

Ryšánek Jan, Hradec Králové, MF
Nožička Pavel, Hradec Králové
Hofmann Antonín, Hradec Králové
Brychta Ivan, Hlinsko
Bareš Michal, Přelouč
Fajgl Pavel, Rychnov n. K.

C: Tomsa Jan, Jaroměř
Sajdl Petr, Turnov
Kollerová Lenka, Hradec Králové, MF
Nejedlý Jaroslav, Přelouč
Machek Pavel, Jičín
Matějka Milan, Jičín

D: Matoušek Pavel, Hradec Králové, MF
Šenfeld Martin, Turnov
Dubrovský Martin, Hradec Králové, MF
Kalhous Miroslav, SPŠE, Pardubice
Průša Radovan, Hradec Králové, MF
Pliska Miloš, Pardubice
Kuriplach Jan, Pardubice
Junek Ivo, Ústí n. O.
Borůvka Zdeněk, Pardubice, MF
Moravec Jan, Pardubice
atd.

JIHOMORAVSKÝ KRAJ:

A: Kučírek Petr, Brno, Koněvova, MF
Burda Radim, Brno, Koněvova, MF
Liederman Karel, Brno, Křenová, MF
Mareček Petr, Třebíč
Kaďourek Jiří, Brno, Koněvova, MF
Kuchař Jan, Jihlava
Šmarda Jaroslav, Třebíč

Rudolf Bohuslav, Uh. Brod
Sládek Petr, Brno, Elgartova, MF
Mareček Ladislav, Brno, Koněvova, MF
Čadek Ondřej, Brno, kpt. Jaroše, 3. r., M exp.
Šplíchal Libor, Brno, kpt. Jaroše, M exp.
Judas Libor, Bystřice n. Pern.
Petrák Lubomír, Žďár n. Sáz.
Tejkal Karel, Gottwaldov
Havlík Jiří, Brno, kpt. Jaroše, 3. r.
Švrčina Květoslav, Val. Klobouky
Chytil Ivo, Gottwaldov
Zeman Jaroslav, Jihlava
Fiala Radovan, Znojmo
Novák Pavel, Znojmo
Šos Libor, Gottwaldov
Riedlová Hana, Hodonín
Šustek Pavel, Uh. Hradiště
Šantavý Martin, Brno, kpt. Jaroše, 3. r.
Folber František, Třebíč
Vejmělek Libor, Brno, Koněvova, progr.
Vavryčuk Václav, Blansko
Kessler Pavel, Brno, kpt. Jaroše, 3. r., M exp.
Halaš Rostislav, Prostějov
Hudec Jiří, Znojmo
Sedlaříková Lenka, Gottwaldov
Dušek Miroslav, Uh. Brod
Švehlík Radim, Gottwaldov
Hort Milan, Třebíč
Hejduk Vojtěch, Žďár n. Sáz.
Pavlus Luděk, Brno, Koněvova, MF
Revallová Judita, Brno, Slovanské nám.
Kouklick Ivo, Třebíč
Jančář Josef, Uh. Brod

B: Kučera Radan, Brno, Koněvova, progr.
 Maděra Václav, SPŠE, Brno, Leninova
 Viktorin Libor, Brno, Koněvova, progr.
 Vařejka Pavel, Brno, kpt. Jaroše, M exp.
 Čadek Ondřej, Brno, kpt. Jaroše, M exp.
 Zidek Petr, N. Město n. M.
 Trtik Lubomír, Žďár n. Sáz.
 Šantavý Martin, Brno, kpt. Jaroše
 Klimánek Jiří, Zastávka u Brna
 Havlík Jiří, Brno, kpt. Jaroše
 Matyášek Roman, Prostějov
 Zemek Michal, Brno, Koněvova
 Mahdal Pavel, Uh. Brod
 Černošlávka Ivo, Brno, kpt. Jaroše
 Křížák Igor, Brno, Koněvova, progr.
 Bahula Petr, Gottwaldov
 Zajíc Antonín, Uh. Hradiště
 Kadlček František, Uh. Brod
 Beran Jan, Brno, Lerchova, MF
 Ambrozek Vlad., Znojmo
 Rotschein Pavel, Brno, Koněvova
 Kessler Pavel, Brno, kpt. Jaroše, M exp.
 Vašíček Lubomír, Boskovice
 Kellnar Karel, SPŠE, Brno, Leninova
 Povolný Jiří, Brno, Koněvova, progr.
 Štefanová Milada, Hodonín
 Werl Milan, Třebíč
 Dvořák Libor, Znojmo
 Dittrich Slavomír, Zastávka u Brna
 Lapeš Ivo, Třebíč
 Cypris Jan, SPŠE, Brno, Leninova
 Řebíčková Marta, Brno, kpt. Jaroše, M exp.
 Kotík Vladimír, Kyjov
 Salášek Vladimír, Hodonín

- C: Coufal Zdeněk, Gottwaldov
 Líbezný Milan, Ivančice
 Chaloupka Michal, Brno, Koněvova
 Strakoš Marek, Brno, Koněvova
 Sedlmajer Kamil, SPŠE, Brno, Leninova
- D: Michalík Pavel, OU ZPS, Gottwaldov
 Kováč Tomáš, Gottwaldov
 Kratochvíl Libor, Brno, Koněvova
 Tálský Martin, Brno, Elgartova
 Fajfar Antonín, Brno, Koněvova
 Kopecký Zdeněk, Tišnov
 Bratková Alena, Ivančice
 Bartošková Lenka, Brno, Koněvova
 Urválek Jiří, SPŠ stav., Brno, Kudelova
 Kořínek Zdeněk, SPŠ kožel., Otrokovice
 Papež Vlastimil, Žďár n. S.
 atd.

SEVEROMORAVSKÝ KRAJ:

- A: Kolařík Pavel, Bílovec
 Hanák Vladimír, Bílovec
 Hledík Stanislav, Ostrava 1, Šmeralova
 Hradil Zdeněk, Olomouc-Hejčín
 Urban Rostislav, Ostrava 1, Šmeralova
 Kuzník Jan, Třinec
 Palovský Radomír, SPŠE, Olomouc
 Zdařil Vladimír, Olomouc-Hejčín
 Křenek Oskar, Bílovec
 Tkadlec Josef, Bílovec
 Bartoň Pavel, SPŠVE, Rožnov p. R.
 Folwarczny Václav, Bílovec
 Hlubina Petr, Ostrava-Poruba
 Šindler Petr, Šumperk

Tas Petr, Bílovec
Tichý Přemysl, Ostrava 1, Šmeralova
Kuběna Petr, Ostrava 1, Šmeralova
Noskievič Petr, Ostrava 1, Šmeralova
Stibor Miroslav, Olomouc, Jiřího z Poděbrad
Táborský Jan, Olomouc, Jiřího z Poděbrad
Zwyrtek Stanislaw, Český Těšín (pol.)
Jílek Mojmír, Bílovec
Fuciman Michal, Ostrava-Hrabůvka
Janda Pavel, Krnov
Rychtár Josef, Hranice
Malenda Pavel, Bílovec
Opelík Pavel, Olomouc-Hejčín
Havránek Vítězslav, SPŠE, Olomouc
Kaláb Zdeněk, Bílovec
Matula Miroslav, SPŠE, Olomouc
Procházka Stanislav, VGJŽ, Opava
Ryšková Helena, SPŠVE, Rožnov p. R.
Štěpančíková Marie, Valašské Meziříčí
Cabadaj Petr, Ostrava-Poruba, 491
Filipek Emil, Český Těšín (pol.)
Václavík Martin, Vsetín
Bednář Jiří, Orlová
Langr Aleš, Ostrava-Hrabůvka
Purgert František, Bílovec
Střelcová Hana, Bílovec
Bouda Ladislav, Olomouc-Hejčín
Chmura Tomáš, Ostrava 1, Jízdárenská
Jeleňová Hana, SPŠE, Olomouc
Rejman Stanislav, SPŠVE, Rožnov p. R.
Varga Miroslav, Bohumín
Vychodil Rostislav, SPŠE, Olomouc
Carbol Jaroslav, Ostrava-Hrabůvka

- B: Holeček Miroslav, Frýdek-Místek
Křenek Oskar, Bílovec
Hledík Stanislav, Ostrava 1, Šmeralova
Motloch Pavel, Frýdek-Místek
Langr Aleš, Ostrava-Hrabůvka
Tkadlec Josef, Bílovec
Mohapl Petr, Šternberk
Dabbergerová Hana, Přerov
Dvořáček Jiří, Záhřeb
Rejč Tomáš, Ostrava 1, Šmeralova
Biolek Jaroslav, Přerov
Fabrik Miroslav, Uničov
Fojtík Petr, Ostrava-Zábřeh
Hložanka Pavel, Ostrava-Zábřeh
Rafaj Milan, Karviná
Dokoupil Zbyněk, SPŠ, Přerov
Stránský Pavel, Olomouc, Jiřího z Poděbrad
Brus Petr, Frýdek-Místek
Hájková Helena, Ostrava 1, Šmeralova
Luhový Milan, Ostrava-Zábřeh
Pastušek Václav, Karviná
Rožnovský Luděk, Frýdek-Místek
Špička Ivo, Ostrava-Zábřeh
Štefan Jiří, Hranice
Krček Aleš, Přerov
Hohn Petr, Ostrava-Zábřeh
Kapl Radomír, Olomouc-Hejčín
Kozel Miroslav, Frýdek-Místek
Novotná Marcela, Valašské Meziříčí
Dolejš Josef, Šternberk
- C: Drózd Janusz, Český Těšín (pol.)
Lukaščík Jiří, Bílovec
Mejzlík Jiří, Bílovec
Buršík Jiří, Ostrava 1, Šmeralova

Morcinek Tomáš, Karviná
Valouch Vlastimil, SPŠE, Olomouc
Husek Aleš, Šternberk
Sedláček Josef, Přerov
Šipr Ondřej, Přerov
Gebauer Leoš, Bílovec
Pasz Oleg, Český Těšín (pol.)
Prokop Jiří, Valašské Meziříčí
Rýznar Jan, SPŠ str., Vsetín
Šnajdar Jiří, Nový Jičín
atd.

D: Pavlík Petr, SPŠ, Přerov
Petr Milan, Havířov, Rudé armády
Sedláček Milan, Havířov, Tajovského
Slanina František, Bílovec
Hlaváček Lubomír, Rožnov p. R.
Běl Miroslav, Ostrava I, Jízdárenská
Chmelík Karel, Havířov, Rudé armády
Špunda Vladimír, Ostrava-Zábřeh
Kurka Vít, Opava
Schneider Jiří, Havířov, Tajovského
atd.

BRATISLAVA:

A: Bendžala Štefan, J. Hronca
Šimkovic Fedor, J. Hronca
Varga Štefan, J. Hronca
Beniak Juraj, A. Markuša, 2. r., MF
Kochman Ján, A. Markuša, MF
Šamaj Ladislav, L. Novomeského
Mizera Ivan, J. Hronca
Prokop Ján, J. Hronca
Suchánek Jaromír, A. Markuša, MF

Priecel Ivan, A. Markuša, MF
Kalinay Pavol, Vazovova ul., 3. r.
Ferenczi Jozef, ul. I. Horvátha
Guričan Jaroslav, A. Markuša, 3. r., MF
Bukvai Michal, A. Markuša, MF
Veščičík Milan, A. Markuša, MF
Piš Ľuboš, A. Markuša, MF
Vnučko Pavol, A. Markuša, MF
Ertl Július, A. Markuša, MF
Hejdová Jana, Metodova ul.
Urban Rafael, Vazovova ul.
Griach Peter, Vazovova ul.
Kebis Pavol, A. Markuša, 3. r., MF
Krchňavý Daniel, A. Markuša, 3. r., MF
Šulek Jozef, A. Markuša, MF
Maťatko Branislav, J. Hronca
Kosák Peter, J. Hronca
Travěnec Igor, J. Hronca
Hvizdošová Gabriela, L. Novomeského
Karovič Vladimír, A. Markuša, MF
Velič Peter, J. Hronca
Macko Juraj, J. Hronca
Džuban Stanislav, Vazovova ul., 3. r.
Macák Erik, ul. I. Horvátha
Kokoška Stanislav, A. Markuša, MF
Mitáš Ľuboš, J. Hronca
Lác Ján, J. Hronca
Štich Ivan, J. Hronca
Langer Miroslav, Vazovova ul.
Kocún František, Vazovova ul.
Žatko Peter, ul. I. Horvátha
Haško Milan, ul. I. Horvátha
Horkovič Rastislav, Vazovova ul.
Mojžiš Martin, A. Markuša, 3. r., MF

Kurka Michal, A. Markuša, MF
Vavra Juraj, J. Hronca
Krempaský Marián, J. Hronca
Kubaš Peter, J. Hronca
Polko Ivan, J. Hronca
Pylypov Štefan, Vazovova ul.
Omelka Jozef, ul. L. Sáru

B: Gažo Ladislav, J. Hronca
Mravec Marián, Metodova ul.
Škultéty Jozef, J. Hronca
Kalinay Pavol, Vazovova ul.
Kebis Pavol, A. Markuša, MF
Guričan Jaroslav, A. Markuša, MF
Rychetský Ivan, J. Hronca
Zitkovský Ján, J. Hronca
Marsal Gabriel, Dunajská ul.
Džuban Stanislav, Vazovova ul.
Beniak Juraj, A. Markuša, 2. r., MF
Kalina Martin, J. Hronca
Müller Peter, J. Hronca
Trnovec Martin, J. Hronca
Schreiber Peter, J. Hronca
Maňka Ján, Vazovova ul.
Medveď Ján, Vazovova ul.
Hakl Jozef, Dunajská ul.
Rudolf Boris, J. Hronca
Hrúz Tomáš, L. Novomeského
Ralbovský Peter, Metodova ul.
Smrčinová Miroslava, Metodova ul.
Krchňavý Daniel, A. Markuša, MF
Mojžiš Martin, A. Markuša, MF
Földes Andrej, Dunajská ul.
Koncsol Ladislav, Dunajská ul.
Nedobytý Peter, J. Hronca

Vatrt Pavol, J. Hronca
Juriš Martin, ul. I. Horvátha
Svitek Ľubomír, A. Markuša, MF
Siman Ľuboš, A. Markuša, MF
Jurza Vladimír, Metodova ul.
Kabát Juraj, ul. L. Sáru
Vajda Peter, Dunajská ul.
Fügedy Alexander, J. Hronca
Petrík Martin, J. Hronca
Oktavec Branislav, J. Hronca
Bartalský Norbert, J. Hronca
Urbančok Alexander, J. Hronca
Chudý Lucius, J. Hronca
Hain Miroslav, ul. L. Sáru

C: Šurhaňák Jozef, A. Markuša, MF
Griach Pavol, J. Hronca
Kolibiarová Dana, J. Hronca
Petrík František, J. Hronca
Hejda Ivan, L. Novomeského
Tomcsányi Peter, J. Hronca
Koncová Katarína, J. Hronca

D: Bednárík Jozef, A. Markuša, MF
Vychodil Jozef, Hubeného ul.
Hanajík Milan, J. Hronca
Frič Pavol, L. Novomeského
Dobrucký Miroslav, ul. L. Sáru
Čider Bohumil, J. Hronca
Cvičela M., SPŠ, Kvačalova ul.
Valentová Darina, L. Novomeského
Vonkomerová Hana, L. Novomeského
Blažek Tomáš, L. Novomeského
Hodúr Oskar, SPŠ chem.

Sobek Viktor, J. Hronca
Veis Pavol, J. Hronca
atd.

ZÁPADOSLOVENSKÝ KRAJ:

A: Bezák Marián, Nitra, E. Gudernu
Farnbauer Peter, Komárno (maď.)
Sýkora Ján, N. Mesto n. V., 3. r.
Mocko Milan, N. Mesto n. V., 3. r.
Barczy Ondrej, Galanta (maď.)
Tomčík Peter, Levice
Sekereš Juraj, Zlaté Moravce
Krondiak Emil, Komárno
Spišiak Ján, Levice
Peprník Martin, N. Mesto n. V.
Mikóczy Imrich, Šamorín (maď.)
Kaščáková Vanda, Trenčín
Dolejš Václav, Trenčín
Červeňan Miroslav, N. Mesto n. V.
Sedlák Anton, Nitra, E. Gudernu
Moravský Miroslav, Levice
Jambrich Boris, Levice
Tomka Jaroslav, Trenčín
Keszegh Zoltán, Komárno (maď.)
Šimko Eugen, Komárno
Csémy Oliver, Komárno (maď.)
Vajdáková Dagmar, Topoľčany
Paulis Peter, Nitra, E. Gudernu
Matejovič Peter, Piešťany
Raškovič Vladimír, Nitra-Párovce
Böhm Karol, Piešťany
Levčík Anton, Piešťany
Pastucha Miloslav, Trnava

Mikuláš Martin, Trnava
Vidlička Štefan, SPŠ, Trnava

- B: Sýkora Ján, N. Mesto n. V.
Mocko Milan, N. Mesto n. V.
Kundracik František, Nitra-Párovce
Kukel Imrich, Komárno (maď.)
Tungli László, Štúrovo
Budinský Ľuboš, Partizánske
Molnár István, Komárno (maď.)
Berec Damián, Partizánske
Vašek Róbert, Šaľa
Matúšková Jana, Zlaté Moravce
Baláž Ondrej, Senica
Bárta Branislav, Nitra, E. Gudernu
Kalinayová Helena, Dunajská Streda (maď.)
Babinec Marián, Levice
Magula Daniel, Nitra-Párovce
Mešťan Štefan, Šaľa
Oravcová Emília, Trenčín
Mehés Jozef, D. Streda (maď.)
Nyársik Ľudovít, D. Streda (maď.)
Kasáš Ladislav, Nové Zámky
- C: Hubinský Peter, Partizánske
Jánošová Alena, Nitra, E. Gudernu
Fronc Ondrej, Nitra-Párovce
Vácho Ondrej, Modra
- D: Záhorský Ladislav, Levice
Fonód Tibor, Komárno (maď.)
Švrček Marián, Hlohovce
Čechvala Vojtech, SPŠS, Nové Mesto n. V.
Drobná Dana, Pezinok
Trebichovský Ctibor, Nové Mesto n. V.
Bartalos Arpád, Čalovo (maď.)

Fekete Gyögy, Komárno (maď.)
Đurana Miroslav, Trenčín
Švihra Ján, Nitra-Párovce
Šiarik Ivan, SPŠE, Piešťany
Hajdú Ladislav, Nitra, E. Gudernu
atd.

STŘEDOSLOVENSKÝ KRAJ:

A: Kubinec Peter, Turzovka
Kachnan Ján, B. Štiavnica
Hudec Vladimír, B. Štiavnica
Beleš Milan, B. Štiavnica
Buraj Štefan, Dubnica n. V.
Zamba Juraj, Lučenec
Fehér Mikuláš, B. Štiavnica
Kováčik Miroslav, B. Bystrica, Dukelských hrdinů
Šoltés Jozef, SPŠE, B. Bystrica
Hlinka Miroslav, B. Bystrica, vojenské
Zachar Dalibor, D. Kubín
Kubinec Pavol, Turzovka
Fraňo Ivan, B. Bystrica, Dukelských hrdinů
Husárček Ján, B. Štiavnica
Dutková Ľudmila, B. Bystrica, Tajovského
Répas Štefan, B. Štiavnica
Houba Peter, Žilina, Hliny
Sedliak Július, B. Bystrica, Tajovského
Goga Peter, Vrútky, 3. r.
Bizik Ján, Žilina, Hliny
Rettka Igor, Zvolen
Hrnčiarova Danica, B. Bystrica, Tajovského
Penciak Pavel, SPŠE, B. Bystrica
Hlisenokovský Ivo, D. Kubín
Zimanová Zdena, Dubnica n. V.

Guričan Eduard, Dubnica n. V.
Jamrich Emil, Ružomberok, 3. r.
Gembala Dušan, Trstená
Čupa Peter, SPŠE, B. Bystrica, 3. r.

B: Mečír Ladislav, Prievidza
Pažúrová Tatiana, B. Bystrica, Tajovského
Rusko Miroslav, B. Bystrica, Tajovského
Nedela Milan, B. Bystrica, Tajovského
Gézo Jozef, Dubnica n. V.
Hudecová Anna, Vrútky
Frindt Karel, Prievidza
Goga Peter, Vrútky
Lamoš Ivan, Vrútky
Andreánský Martin, L. Mikuláš
Liptík Peter, Zvolen
Ratulovský Ladislav, L. Mikuláš
Đuriník Pavol, Žilina, Hliny

C: Chabada Tomáš, B. Bystrica, Tajovského

D: Blecha Peter, Zvolen
Rakovan Miroslav, Kys. N. Mesto
Kocán Eugen, Vrútky
Virdzek Ondrej, Žilina, Jilemnického
Perichta Peter, Trstená
Halušková Tatiana, Martin
Krušpán Ivan, B. Bystrica, Tajovského
Šico Miloš, SPŠ stroj., Brezno
Böhmová Ingrid, Žilina, Hliny

VÝCHODOSLOVENSKÝ KRAJ:

A: Rejda Vladimír, Prešov, Konštantínova
Repický Miroslav, Humenné
Kotras Radomír, Sp. Nová Ves

Dudičová Katarína, Prešov, T. Ševčenku, 3. r.

Čakan Miroslav, SPŠ, Prešov, 3. r.

Nižňanský Ján, Košice, Šmeralova

Jirásek Jozef, Košice, Šmeralova, 3. r.

Bitto Karol, Poprad

Smreková Ľudmila, SPŠE, Prešov

Nagy Miroslav, Košice, Šrobárova

Hančinský V., Košice, Šmeralova

Jurčo Branislav, Prešov, T. Ševčenku, 3. r.

Pudlák Michal, Košice, Šmeralova

Balun Jozef, Košice, Šrobárova

Závadský Vladimír, Košice, Šmeralova

Medveď Štefan, Košice, Šmeralova

Host Jozef, Bardejov

Figeľ Ján, Vranov

Cehuľa Milan, Košice, Šmeralova

Tomko Stanislav, Prešov, Konštantínova

Bernát Milan, Košice, Kováčska

Horský Stanislav, Prešov, Konštantínova

Janoušek Jaroslav, Košice, Šrobárova

Neupauer Zsolt, SPŠE, Košice

Sedlák Štefan, Prešov, Konštantínova

B: Jirásek Jozef, Košice, Šmeralova

Makróczy Peter, Košice, Kováčska 30

Jurčo Branislav, Prešov, T. Ševčenku

Matúš František, Prešov, Konštantínova

Borošová Jana, Prešov, Konštantínova

Montič Vladislav, Trebišov

Greššák Ľubomír, Prešov, Konštantínova

Pokorný Vladimír, Košice, Kováčska 30

Čakan Miroslav, SPŠ, Prešov

Jurix Ivan, Košice, Šrobárova

Blichár Ľubomír, SPŠE, Prešov

Petrák František, Košice, Šrobárova

Gefo Vladimír, Snina
 Buňa Juraj, Košice, Šmeralova
 Veme Ivan, Košice, Šrobárova
 Melíšek Zdeněk, Košice, Kováčska 28
 Karabaš Peter, Košice, Šmeralova
 Helebrand Peter, Košice, Šmeralova
 Petrovský Eduard, Kežmarok
 Ščerbák Stanislav, Košice, Šrobárova
 Birmon Viktor, SPŠE, Michalovce
 Bednár Jozef, Snina
 Macko Daniel, Košice, Šrobárova
 Vrabcová Elena, Košice, Šrobárova
 Lami Alexander, Košice, Šmeralova
 Svitaníč Oskár, Košice, Šmeralova
 Urban Ľubomír, Dobšiná
 MuttKay Ladislav, Sp. Nová Ves
 Timečko Ladislav, Trebišov
 Juhásová Ingrid, Trebišov
 Spišák Peter, Michalovce
 Vongrej Jaroslav, Prešov, Konštantínova
 Medvec Michal, Košice, Šmeralova
 Hribeňár Peter, Košice, Šmeralova

C: Sajkay Juraj, Košice, Šmeralova
 Klimčík Ctirad, Prešov, Konštantínova
 Sedlák Marián, Košice, Šrobárova
 Klein Ladislav, SPŠ, Sp. Nová Ves
 Schott Andrej, Košice, Šmeralova
 Vojtovič Peter, Prešov, Konštantínova

D: Zubrický Robert, Rožňava
 Marčák Peter, Bardejov
 Hložka Miroslav, SPŠE, Košice
 Sminčák František, Košice, Šmeralova
 Dzurňák Albín, Košice, Šmeralova

Župník Bohdan, Levoča
Májovský Peter, Prešov, Konštantínova
Kupčík Jaroslav, Košice, Šmeralova
Krigovský Peter, Prešov, Konštantínova
Porjes Peter, Kežmarok
Nosál Vladimír, Košice, Šrobárova
Schürger Milan, Košice, Šmeralova
Kožár Stanislav, Prešov, T. Ševčenku
Rusyniak Miloslav, SPŠD, Košice
atd.

C. TŘETÍ KOLO KATEGORIE A

Třetí kolo kategorie A – celostátní – se konalo ve dnech 27. až 29. dubna 1978 v Praze.

Účastníci byli vybráni z nejlepších řešitelů 2. kola v jednotlivých krajích. Celkem bylo pozváno 80 úspěšných řešitelů 2. kola, z toho 79 hochů a 1 dívka. Z pozvaných bylo 76 z gymnázií a 4 ze SPŠ; z nich bylo 65 ze IV. ročníku, 12 z III. ročníku a 3 z II. ročníku.

Třetí kolo bylo slavnostně zahájeno 27. dubna 1978 v aule SPŠ strojní Na Třebešíně v Praze 10 a pak následovaly projevy zástupce JČSMF akademika M. Matyáše, předsedy KV FO v Praze doc. Vachka, 1. tajemníka ÚV FO dr. J. Chrapana, tajemníka KV FO v Praze prof. SPŠ strojní Šebely.

Řešení teoretických úloh bylo provedeno 28. dubna 1978 na MFF KU v Sokolovské ul. a řešení laboratorní úlohy 29. dubna na MFF KU, Ke Karlovu 3.

Členové ÚV FO byli přijati 1. náměstkem primátora s. Kiliánem na Staroměstské radnici 28. 4. v odpoledních hodinách. V té době byli řešitelé na prohlídce Pražského hradu. Večer se všichni zúčastnili divadelního představení v Laterně magice. Přeprava studentů byla zajištěna dvěma autokary. Po provedení laboratorní úlohy se řešitelé rozjeli do svých domovů.

Řešení úloh 3. kola opravovali tyto členové ÚV FO:

úlohu č. 1: Volf a Ungermann, VČK

úlohu č. 2: Bednařík a Růžička, SMK

úlohu č. 3: Kluvanec a Kecskés, ZSK

úlohu č. 4: Wiszt a Baník, StřSK

úlohu č. 5: Vachek a Šebela, Praha

Tabulka 4

Kraj	Počet všech pozva- ných řešitelů	Počet všech úspěš- ných řešitelů	Z toho počet vítězů	Počet neúspěš- ných	Počet nedosta- vivších se
Praha	16	11	1	4	1
StřČ	6	6	2	—	—
JČ	2	1	—	1	—
ZČ	3	2	—	1	—
SČ	2	1	1	1	—
VČ	10	7	5	3	—
JM	12	10	3	2	—
SM	9	6	4	3	—
Bratislava	9	5	2	4	—
ZS	4	2	1	2	—
StřS	3	3	—	—	—
VS	4	2	—	2	—
Celkem	80	56	19	23	1
Vloni	80	45	16	33	2

Čtvrtá tabulka uvádí pro každý kraj počet pozvaných řešitelů, počet úspěšných řešitelů, z toho počet vítězů, počet neúspěšných řešitelů a počet nedostavivších se žáků. Z 80 pozvaných bylo 56 úspěšných řešitelů, z toho 19 vítězů. Jména vítězů jsou uvedena v tabulce 5 a jména dalších úspěšných řešitelů jsou uvedena v tabulce 6. Označení P u třídy znamená třídu přírodovědnou a označení MF třídu se zaměřením pro matematiku a fyziku. V tabulce 7 je přehled klasifikace jednotlivých soutěžních úloh.

K získání celkového obrazu o úspěších jednotlivých krajů ve FO všimněme si ještě výsledků třetích kol ze všech 19 ročníků.

- a) Účastníci pro 3. kolo se vybírají podle klasifikace ve 2. kole v kraji, a to do celkového počtu 80 každý rok. Pořadí krajů podle počtu účastníků ve 3. kole je toto:
1. Praha 22,0 %, 2. JMK 14,4 %, 3. SMK 11,3 %, 4. Bratislava + ZSK 11,1 %.
- b) Pořadí podle počtu úspěšných řešitelů ve 3. kole je toto:
1. Praha 25,7 %, 2. JMK 18,7 %, 3. VČK 11,5 %, 4. Bratislava + ZSK 10,4 %. Vyšší procento úspěšných než účastníků znamená, že se kraj lépe uplatnil.
- c) Pořadí podle počtu vítězů ve 3. kole je toto:
1. Praha 26,8 %, 2. JMK 24,3 %, 3. VČK 12,0 %, 4. SMK 8,9 %. Vyšší procento vítězů než úspěšných v kraji znamená, že se účastníci kraje lépe umístili.
- d) Nejdůležitější je však, jaká část účastníků z kraje se úspěšně uplatnila ve 3. kole. Pořadí je toto:
1. JMK 71,9 %, 2. Praha 65,0 %, 3. VČK 57,1 %, 4. StřČK 53,1 % a ostatní kraje jsou již od 51,0 % do 41,4 %. Všechny kraje zlepšily své výsledky.

V třetím kole XIX. ročníku byli následující soutěžící, kteří se zúčastnili již třetího kola XVIII. ročníku:

Matěna Jaromír	G Hradec Králové	3. r. MF
Turek Ilja	G Hradec Králové	3. r. MF
Kučírek Petr	G Brno, Koněvova	3. r. MF
Kalousek Zdeněk	G Jablonec n. N.	3. r. P
Palovský Radomír	SPŠE Olomouc	3. r. —

Tabulka 5

Vítězové 3. kola kategorie A XIX. ročníku FO

Umís- tění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.	Zamě- ření
1.	Turek Ilja	VČ	G Hradec Králové	4	MF
2.	Kuzník Jan	SM	G Třinec	4	P
3.	Kučírek Petr	JM	G Brno, Koněvova	4	MF
4.	Brož David	VČ	G Semily	4	P
5.– 9.	Hanák Vladimír	SM	G Bílovec	4	P
5.– 9.	Kalousek Zdeněk	SČ	G Jablonec n. N.	4	P
5.– 9.	Koubele Václav	Pha	G Praha 5, Radotín	4	P
5.– 9.	Matěna Jaromír	VČ	G Hradec Králové	3	MF
5.– 9.	Matěna Vladimír	VČ	G Trutnov	3	P
10.	Mareček Ladislav	JM	G Brno, Koněvova	4	P
11.–12.	Kadlec Stanislav	StřČ	G Hořovice	4	P
11.–12.	Mocko Milan	ZS	G Nové Mesto n. V.	3	P
13.	Hradil Jiří	SM	G Olomouc, Hejčín	4	P
14.	Novotný Jiří	StřČ	G Poděbrady	2	P
15.–17.	Bendžala Štefan	Ba	G Bratislava, Novohradská	4	P
15.–17.	Křenek Oskar	SM	G Bílovec	3	P
15.–17.	Šverák Vladimír	VČ	G Lanškroun	4	P
18.–19.	Burda Radim	JM	G Brno, Koněvova	4	MF
18.–19.	Kochman Ján	Ba	G Bratislava, Č. A.	4	MF

Tabulka 6

Další úspěšní řešitelé 3. kola kat. A XIX. roč. FO

Umís- tění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.	Zamě- ření
20.–21.	Hudec Vladimír	StřS	G Banská Štiavnica	4	P
20.–21.	Markl Martin	Pha	G Praha 2, Botičská	3	P
22.	Novotný Antonín	Pha	SPŠE Praha 2, Ječná	4	—
23.–24.	Jiroušek Pavel	Pha	G Praha 3, Sladkovského	4	P
23.–24.	Kachman Ján	StřS	G Banská Štiavnica	4	P
25.–26.	Kočí Zdeněk	StřČ	G Český Brod	4	P
25.–26.	Ziegler Miroslav	ZČ	G Karlovy Vary	4	P
27.	Pavelka Robert	VČ	G Hradec Králové	4	MF
28.–32.	Beniak Juraj	Ba	G Bratislava, Č. A.	2	MF
28.–32.	Čadek Ondřej	JM	G Brno, kpt. Jaroše	3	MF
28.–32.	Kaďourek Jiří	JM	G Brno, Koněvova	4	MF
28.–32.	Liederman Karel	JM	G Brno, Křenová	4	MF
28.–32.	Mizera Ivan	Ba	G Bratislava, Novohradská	4	P
33.–35.	Hledík Stanislav	SM	G Ostrava, Šmeralova	3	P
33.–35.	Kubinec Peter	StřS	G Turzovka	4	P
33.–35.	Zdařil Vladimír	SM	G Olomouc, Hejčín	4	P
36.–37.	Trhlik Miloš	Pha	G Praha 7, Nad štolou	4	MF

Umís- tění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.	Zamě- ření
36.-37.	Weis Zdeněk	ZČ	G Plzeň, n. Odborářů	4	MF
38.-44.	Farnbauer Peter	ZS	G Komárno (maď.)	4	P
38.-44.	Hrabě Vladimír	StřČ	G Český Brod	4	P
38.-44.	Kožner Petr	StřČ	G Kladno	3	P
38.-44.	Mařík Miloslav	JČ	SPŠS Písek	4	P
38.-44.	Petýrek Ivan	Pha	G Praha 3, Sladkovského	4	P
38.-44.	Varga Štefan	Ba	G Bratislava, Novohradská	4	P
38.-44.	Weber Jan	Pha	G Praha 8, Libeň	4	MF
45.	Vojtech Aleš	VČ	G Pardubice	4	MF
46.	Kuchař Jan	JM	G Jihlava	4	P
47.-52.	Dudičová Katarína	VS	G Prešov, T. Ševčenka	3	P
47.-52.	Chadima Jan	StřČ	G Brandýs n. L.	4	MF
47.-52.	Rudolf Bohuslav	JM	G Uher. Brod	4	P
47.-52.	Sládek Petr	JM	G Brno, Elgartova	4	MF
47.-52.	Smotlacha Vladimír	Pha	G Praha 1, Štěpánská	3	MF
47.-52.	Šmarda Jaroslav	JM	G Třebíč	4	P
53.-54.	Beránek Petr	Ph.	G Praha 9, Prosek	4	P
53.-54.	Rejda Vladimír	VS	G Prešov, Konštantín.	4	P
55.-56.	Ripka Pavel	Pha	G Praha 7, Nad štolou	4	MF
55.-56.	Mareš Jiří	Pha	G Praha 2, W. Piecka	4	MF

Tabulka 7

Klasifikace úloh

Úloha	Klasifikace					Průměrná známka
	1	2	3	4	neřešeno	
1.	24	3	24	23	5	2,71
2.	32	8	13	22	4	2,42
3.	14	25	19	20	1	2,59
4.	2	1	7	34	35	3,81
5.	23	20	18	18	—	2,39

D. KATEGORIE E

První kolo FO kategorie E probíhalo od září 1977 do 10. února 1978. Texty soutěžních úloh pro 1. kolo byly uveřejněny v letáku, který byl vydán SPN v Praze v českém znění pro české kraje a SPN v Bratislavě ve slovenském a maďarském znění pro slovenské kraje. Kromě toho byly první tři úlohy otištěny v *Matematice a fyzice ve škole*, r. 7, čís. 10. Orientační řešení úloh prvního kola zajišťoval dr. Ivo Volf, člen ÚV FO.

První tři úlohy odevzdávali žáci do 30. listopadu 1977, čtvrtou až sedmou úlohu do 10. února 1978 svému referentu na škole. V JMK odevzdávali soutěžící první dvě úlohy do 30. listopadu 1977 a další dvě úlohy do 20. prosince 1977. Klauzurní práce probíhala 11. ledna 1978 na jednotlivých školách nebo pro několik škol v jednom místě.

Druhé kolo kat. E se konalo ve středu 8. března 1978 v okresních městech. Texty úloh i orientační řešení zajistil opět dr. Ivo Volf.

Třetí kolo kat. E se konalo 22. dubna 1978 v krajských městech. Texty úloh pro 3. kolo zajistil v českých krajích jednatel dr. Kleveta.

Tabulka 8 udává přehled o počtu ZDŠ, které se zúčastnily v jednotlivých krajích 1., 2. a 3. kola soutěže. Největší procento zapojených škol

do 1. kola měla Bratislava (84 %) a po ní Praha (82 %), nejmenší procento StřČK (64 %). Ostatní kraje měly zapojeno 68 % až 76 % škol. Počet zapojených škol proti loňskému roku klesl (ze 72 % na 71 %).

Tabulka 8

Počet ZDŠ, které se zúčastnily XIX. roč. FO

Kraj	Počet ZDŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	187	153	82	131	70	28	15
StřČ	278	177	64	141	51	46	17
JČ	184	125	68				
ZČ	222	163	73	119	54	32	14
SČ	284	192	68	130	46	27	10
VČ	318	226	71	171	54	34	11
JM	460	351*)	76	292	63	55	12
SM	465	320	69	231	50	39	8
Brat.	68	57	84	57	84	11	16
ZS	476	345	72	299	63	47	10
StřS	398	278	70	206	52	32	8
VS	381	262	69	207	54	56	15
Celkem	3721	2649	71	1984**)	53	407	11
Vloni	3734	2671	72	2208	59	494	13

*) 2. části 1. kola se v JMK zúčastnilo 323, tj. 70 % ZDŠ

**) bez JČK

Počet soutěžících se proti loňskému roku zvýšil o 6 % ze 16 474 na 17 506, ale počet úspěšných řešitelů klesl ve všech kolech (viz tab. 9). V prvním kole ze 60 % na 48 %, v druhém kole z 71 % na 61 %. V Jiho-moravském kraji se v 1. části 1. kola vyřadilo již 35 % žáků a zbytek byl pak ze 63 % úspěšný. Slabší soutěžící se tak vyřadili již na škole a zbytečně nezatěžovali další práci. Nová úprava se ukázala vhodná.

I když se letos kat. E pořádala nejen pro 9. ročník, nýbrž i pro 8. roč. ZDŠ, nevzrostl podstatně počet soutěžících, poněvadž se projevil úbytek soutěžících z 9. ročníků; nejlepší žáci totiž odešli již z 8. ročníku na školy 2. cyklu.

Protože žáci z 8. ročníků soutěžili v kat. E, nekonalo se letos v JMK pokusné přípravné kolo pro 8. roč. ZDŠ.

Dále uvádíme jména krajských vítězů 3. kola FO kategorie E, tj. podle nového organizačního řádu jména prvních deseti úspěšných řešitelů z každého kraje. Mají-li další řešitelé stejnou klasifikaci, jsou uvedeni též. Na-proti tomu omezuje počet deseti úspěšných řešitelů tím, že musí mít úspěšně vyřešeny aspoň tři úlohy ze čtyř zadaných a musí mít klasifikaci v pořadí lepší než 1144. U každého žáka je uvedeno číslo ZDŠ – pokud je číslem označena –, její sídlo a ročník.

PRAHA:

Kotouš Michal, Praha 1, Ostrovní, 9. r.

Bek Martin, Praha 10, Omská, 9. r.

Zahálka Daniel, Praha 8, Lyčkovo nám., 8. r.

Stieborová Irena, Praha 2, Legerova, 8. r.

Jiříčková Ludmila, Praha 4, Choceradská, 9. r.

Špírek Martin, Praha 3, Chelčického, 9. r.

Otruba Lukáš, Praha 4, Křesomyslova, 8. r.

Herynek Zbyněk, Praha 4, Křesomyslova, 8. r.

Křestán Zbyněk, Praha 5, Belojannise, 9. r.

Couf Petr, Praha 10, Omská, 9. r.

STŘEDOČESKÝ KRAJ:

Bednář Bohumil, 6, Mladá Boleslav, 9. r.

Vacek Karel, 3, Kolín, 8. r.

Vávra Petr, Komárov, 9. r.

Buk Pavel, Buštěhrad, 9. r.

Čermák Antonín, Sedlčany, 9. r.

Erbek Aleš, 2, Benešov, 9. r.

Fojtíková Iva, Kosova Hora, 9. r.

Krejčová Jitka, Mělník, Fučíkova, 9. r.

Macháček Pavel, Mníšek, 9. r.

Pejšek Pavel, 3, Slaný, 9. r.

Růžičková Dana, Zdice, 9. r.

Říha Pavel, 2, Kolín, 9. r.

Vérosta Bohumil, 2, Kolín, 9. r.

JIHOČESKÝ KRAJ:

Mošanská Marie, Kovářov

Březinová Ludmila, 3, Tábor

Dušek Jan, Jistebnice

Šembera Stanislav, Chotoviny

Rataj Václav, Strakonice, Dukelská

Vinciková Jitka, Lhenice

Saranerová M., Lhenice

Dočkal Pavel, Humpolec

Marešová Helena, Obrataň

Nygrýnová Romana, Nadějkov

Husar Petr, Vodňany, Alešova

ZÁPADOČESKÝ KRAJ:

Horák Petr, 2, Horažďovice, 9. r.

Jůza Jan, 12, Plzeň, Jiráskovo nám., 8. r.

Skála Milan, 16, Plzeň, Podmostní, 9. r.
Heberzettl Josef, Žihle, 9. r.
Lener Zdeněk, 4, Klatovy, 9. r.
Váchal Pavel, Rokycany, 9. r.
Sadílek Martin, 1, Mar. Lázně, 8. r.
Nováčková Jana, 5, Ostrov n. O., 9. r.
Bůžková Miluše, Staňkov, 9. r.
Černý Jasoň, Mýto, 9. r.
Jarosil Petr, 1, Rotava, 9. r.

SEVEROČESKÝ KRAJ:

Dvořák Dominik, Teplice, Buzulucká, 8. r.
Jabůrek Jaroslav, Teplice, Buzulucká, 8. r.
Kuhn Jiří, Ústí n. Labem, Stará, 9. r.
Šámal Rostislav, Raspenava, 9. r.
Vaneč Luboš, Ústí n. L., Vojnovičova, 9. r.
Bechyně Radek, Chomutov, B. Engelse, 9. r.
Riedl Roman, Jablonec n. N., Floriánova, 9. r.
Wilczynski Alexandr, Teplice, Metelkovo nám., 9. r.
Teršl Alexandr, Děčín III, Březová, 9. r.
Špaček Karel, Liberec, Rochlice, 9. r.
Bureš Lubomír, Liberec, Králův Háj, 9. r.

VÝCHODOČESKÝ KRAJ:

Urban Jaroslav, Pardubice, Makarenkova, 8. r.
Celerin Ivan, Ústí n. O., Třebovská, 8. r.
Štencl Jan, Hlinsko, Leninova, 9. r.
Štembera Michal, Pardubice, Družstevní, 9. r.
Kašpar Otakar, Opočno, 9. r.
Michek Vlastimil, Polička, 9. r.
Horák Josef, Dvůr Králové, Schultzovy sady, 9. r.
Pištora Martin, Hradec Králové - Jih, 9. r.

Jiránek Karel, Červený Kostelec, 9. r.
Svoboda Petr, Červený Kostelec, 9. r.

JIHOMORAVSKÝ KRAJ:

Jelínek Pavel, Brno, Plovdivská, 8. r.
Manová Drahomíra, Okříšky, 9. r.
Sadila Zdeněk, Fryšták, 9. r.
Hlinomaz Ota, Blansko, Marxova, 8. r.
Pošvár Josef, Rouchovany, 9. r.
Staněk Rudolf, Šlapanice, 9. r.
Schorm Petr, Brno, Lerchova, 8. r.
Pantůčková Jana, Brno, Horácké nám., 9. r.
Rybář Stanislav, Břeclav, 9. r.
Lopraisová Marta, Veselí n. M., 9. r.

SEVEROMORAVSKÝ KRAJ:

Baran Ivo, Olomouc, 8. května, 9. r.
Blahut Jiří, 4, Frýdek-Místek, 9. r.
Hanák Jiří, Olomouc, Stupkova, 9. r.
Havláková Věra, 3, Frýdek-Místek, 9. r.
Hertl František, 1, Zábřeh, 9. r.
Hlavinka Jaromír, Litovel, Opletalova, 9. r.
Hons Pavel, 6, Třinec, Terasa, 9. r.
Hudec Richard, 3, Frýdek-Místek, 8. r.
Kožuch Aleš, Přerov, B. Němcové, 9. r.
Navrátil Pavel, Náklo, 9. r.
Pírek Jan, Horní Benešov, 9. r.
Smělý Petr, Vsetín, Rybníky, 9. r.
Surovčík Petr, Vsetín, Rybníky, 9. r.
Šmatera Miroslav, Vrbno pod Pradědem, 9. r.
Rozsivalová Miluše, Hlubočky, 9. r.
Uchal Ladislav, Ostrava-Zábřeh, Kosmonautů, 9. r.

Umlaufová Jarmila, Žulová, 9. r.
Vejmola Libor, Karviná 6, Cihelní, 9. r.
Vorobel Vit, Ostrava-Zábřeh, Hulvacká, 9. r.
Wierzoň Marian, Karviná 1, 9. r.
Weiser Rostislav, Bludov, 9. r.

BRATISLAVA:

Haban Igor, Košická ul., 8. r.
Jex Igor, Košická ul., 9. r.
Vaník Juraj, Košická ul., 9. r.
Štefancová Kveta, Košická ul., 8. r.
Filip Ján, Košická ul., 8. r.
Křížan Michal, Košická ul., 8. r.
Bajcsy Peter, Košická ul., 8. r.
Linek Vladimír, Košická ul., 8. r.
Agócz Zoltán, Košická ul., 8. r.
Bachniček Jozef, Košická ul., 8. r.
Stríženec Pavol, Košická ul., 8. r.

ZÁPADOSLOVENSKÝ KRAJ:

Kunta Vladimír, Tekovské Lužany, 9. r.
Mocko Dušan, Nové Mesto n. V., 8. r.
Anda Viliam, maď., Vlčany, 9. r.
Bukor Jozef, maď., Kolárovo, 9. r.
Dúbrava Marián, Dunajská Streda, Pionierska ul., nám. 1. mája, 9. r.
Kňazák Ján, Nemšová, 9. r.
Teleki Aba, maď., Hrnčiarovce, 9. r.
Peško Roman, Báhoň, 9. r.
Svítek Pavol, Myjava, 9. r.
Dugát Jiří, Piešťany, Mojmirova ul., 9. r.
Chudý Radoslav, Boleráz, 9. r.
Mrocek Jozef, VII, Trenčín, Hodžova ul., 9. r.

Pavlovič Michal, III, Nové Mesto n. V., 8. r.
Tarina Peter, I, Topoľčany, 8. r.

STŘEDOSLOVENSKÝ KRAJ:

Berčík Ivan, Čierny Balog-Jánoš, 9. r.
Bizeová Agnesa, maď., Lučenec, 9. r.
Bročka Milan, Námestovo, 9. r.
Klement Ladislav, Rimavská Sobota, Daxnerova ul., 9. r.
Mendris Róbert, I, Považská Bystrica, 8. r.
Pšenák Ivan, Námestovo, 9. r.
Szabó Štefan, Rimavská Sobota, Družstevná ul., 9. r.
Šebeň Ján, II, Žiar nad Hronom, 8. r.
Vlčková Magda, Banská Bystrica, Tr. SNP 20, 9. r.
Mižúrová Jenka, Martin, Tomášikova ul., 7. r.

VÝCHODOSLOVENSKÝ KRAJ:

Hric Ján, Prešov, 8. r.
Prevan Róbert, Prešov, 8. r.
Benická Eva, Poprad, 8. r.
Češkovič Rudolf, Trebišov, 9. r.
Kožušníková Svetlana, Humenné, 9. r.
Nagy Atila, Košice-mesto, 9. r.
Čudek Dalibor, Prešov, 9. r.
Ďuriš Vladimír, Prešov, 9. r.
Tomčovčík Ján, Košice-mesto, 9. r.
Kaňuch Stanislav, Prešov, 9. r.
Martonová Tatiana, Poprad, 9. r.
Horváth Vladimír, Poprad, 9. r.
Lišuchová Katarína, Košice, 8. r.
Setnička Zdeněk, Poprad, 9. r.
Šrotýň Pavol, Košice, 9. r.
Paluch Ľuboš, Košice, 8. r.

E. AKCE NA PODPORU FO

Na podporu FO probíhaly tyto akce:

1. KURSY BĚHEM ŠKOLNÍHO ROKU

V tomto školním roce byly organizovány kurzy pro žáky z kat. A–D ve StřČK v pěti střediscích, v ZČK ve třech střediscích, v SČK ve třech střediscích a pro kat. D v devíti oblastech, v JMK dva celoroční kurzy pro Brno a dva celoroční kurzy pro ostatní Jihomoravský kraj, a to pro všechny kategorie, v SMK jako dvě besedy na dvou místech, v ZSK v kroužcích na středních školách a v kroužku na katedře fyziky FPed v Nitře, ve StřSK a VSK.

Semináře pro učitele škol 1. cyklu se letos nekonaly. V Brně byly provedeny semináře pro žáky ZDŠ přímo.

2. KRAJSKÁ SOUSTŘEDĚNÍ ÚSPĚŠNÝCH ŘEŠITELŮ FO

KV FO uspořádaly tato soustředění – někde společně s MO – koncem školního roku, výjimečně začátkem následujícího školního roku, v těchto krajích: Praha (s malým zájmem), StřČK, JČK, ZČK, VČK, JMK pro kat. B a C, SMK a StřSK. Soustředění byla pětidenní, týdenní až desetidenní. Počet účastníků záležel na finančních možnostech kraje; v JMK bylo 60 účastníků, v StřČK 48 účastníků atd.

3. CELOSTÁTNÍ SOUSTŘEDĚNÍ ÚSPĚŠNÝCH ŘEŠITELŮ MO A FO Z 3. ROČ. ŠKOL 2. CYKLU

Soustředění se konalo v České Lípě v době od 12. 6. do 21. 6. 1978 a zabezpečoval je KV FO SČK. Přednášky se konaly v budově SPŠ strojní. Účastníci byli ubytováni v Domově mládeže.

Byli pozváni řešitelé MO a FO kat. A, pokud byli v nematuritní třídě, a kat. B z FO.

Účastníci byli zařazeni do tří tříd: matematické, matematicko-fyzikální a fyzikální.

Následující tabulka 10 udává počet účastníků z jednotlivých krajů v uvedených třídách.

Tabulka 10

Kraj Třída	Pha	StřČ	JČ	ZČ	SČ	VČ	JM	SM	Brat.	ZS	StřS	VS	Cel- kem
M	2	3	3	—	4	1	2	3	1	3	7	2	31
MF	3	1	1	4	1	6	3	1	3	1	—	5	29
F	2	2	3	2	3	—	2	4	3	3	1	1	26
Cel- kem	7	6	7	6	8	7	7	8	7	7	8	8	86

Rozdělení účastníků v jednotlivých třídách podle ročníku gymnázia nebo SPŠ a počet hochů a dívek udává tabulka 11.

Tabulka 11

Třída	Gymnázium ročník			SPŠ ročník			Celkem	hochů	dívek
	3.	2.	1.	3.	2.	1.			
M	19	11	—	—	1	—	31	30	1
MF	22	6	—	1	—	—	29	26	3
F	24	—	—	2	—	—	26	24	2
Celkem	65	17	—	3	1	—	86	80	6

V jednotlivých třídách byli účastníci ze tříd zaměřených na MF, experimentální matematiku (exp.), programátorství (prog.), ze tříd přírodovědných (P), popř. ze SPŠ, jak ukazuje tabulka 12.

Tabulka 12

Třída stř. školy Třída na soustř.	MF	exp.	prog.	P	SPŠ	Celkem
M	4	1	1	24	1	31
MF	9	—	1	18	1	29
F	5	1	1	17	2	26
Celkem	18	2	3	59	4	86

V matematické třídě bylo 50 hodin přednášek z matematiky, v matematicko-fyzikální třídě 28 hodin přednášek z matematiky a 30 hodin přednášek z fyziky a ve třídě fyzikální 48 hodin přednášek z fyziky.

Ve třídě matematické a matematicko-fyzikální přednášeli matematiku RNDr. A. Vrba, CSc., RNDr. F. Zítek, CSc., RNDr. J. Morávek, CSc., a T. Hecht, ve třídě fyzikální a matematicko-fyzikální přednášeli fyziku M. Rádl, RNDr. J. Louda a RNDr. J. Novotný a jen ve třídě fyzikální A. Vaněk.

Vedle toho byly uspořádány přednášky: Historie a místopis československa, Problém čtyř barev, Einstein a teorie relativity, Elektrické pole – pokusy.

Dále byla uspořádána exkurze do n. p. Crystalex v Novém Boru a prohlídka počítače v Ústí nad Labem.

Za soustředění byly vykonány sportovní vycházky do „Pekla“, výlety do Úštěku, Hrádku, na Sloup, na Bezděz, do Doks a v neděli autokarový zájezd do Českého ráje a do Hřenska.

4. CELOSTÁTNÍ SOUSTŘEDĚNÍ VYBRANÝCH ŘEŠITELŮ PRO MFO

Tato soustředění se konala dvě.

Ve dnech 2. až 8. dubna 1978 se konalo v Šaře v hotelu Central soustředění pro MFO, jehož vedoucím byl prof. RNDr. Rostislav Košťál.

ÚV FO vybral 20 účastníků z jednotlivých krajů:

Pha	StřČK	JČK	ZČK	ŠČS	VČK	
3	2	1	2	1	3	
JMK	SMK	Brat	ZSK	StřSK	VSK	Celkem
2	–	3	2	–	1	20

Dva z nich se nedostavili (jeden z JČK a jeden z VČK).

Na soustředění přednášeli:

dr. Ján Chrapan, CSc.	partie z atomistiky (7 hod.),
dr. Alois Kleveta	přehled vztahů a základních pojmů z kvantové mechaniky (5 hod.),
prof. dr. Rost. Košťál	geometrickou optiku a vybrané kapitoly z fyziky (14 hod.),
dr. Dagmar Senderáková	lasery a holografii (3 hod.),
doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc.	elektrické kmity a elektromagnetické vlnění (5 hod.).

Druhé soustředění se konalo ve dnech 15. 6. až 25. 6. 1978 ve Vyškově. Soustředění vedl dr. Alois Kleveta. Poněvadž MFO se neměla konat, vybralo se 10 „perspektivních“ účastníků FO z nižších ročníků. Na soustředění se dostavilo jen 7 pozvaných, a proto byli doplněni třemi žáky z gymnázia ve Vyškově.

Na soustředění přednášel dr. Alois Kleveta (32 hod.) partie z mechaniky, praktické fyziky a konal se žáky laboratorní cvičení a doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc. (32 hod.) partie z termiky a elektřiny. Denně se tedy přednášelo 6 až 7 hodin.

V neděli byl uspořádán výlet do Moravského krasu.

II. část

Soutěžní úlohy

1. ÚLOHY KATEGORIE A

Úlohy a řešení recenzovali doc. dr. Ladislav Thern, dr. Marta Chytilová, CSc. a Mojmír Simerský

a) PRVNÍ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhl ing. Miloš Rabas)

Při měření malých délkových posunutí se často využívá změna kapacity rovinného kondenzátoru způsobená změnou vzájemné vzdálenosti jeho desek.

Označme d vzájemnou vzdálenost desek, Δd změnu této vzdálenosti, tj. jejich vzájemné posunutí.

a) Vyjádřete posunutí Δd jako funkci změny ΔC kapacity kondenzátoru. Ve výsledném vztahu se objeví záporné znaménko; vysvětlíte jeho význam.

b) V praxi se často používá přibližný vztah pro posunutí

$$\Delta d^* = - \frac{\Delta C}{C_0} d_0,$$

kde d_0 je původní vzájemná vzdálenost desek a C_0 příslušná kapacita kondenzátoru.

Zjistěte, za jakých podmínek můžeme tento vztah použít, nemá-li chyba tím vzniklá překročit 1 % správné hodnoty posunutí Δd .

Řešení:

Označme S plošný obsah každé z obou desek kondenzátoru, d_0 jejich původní vzájemnou vzdálenost, ε permitivitu prostředí mezi nimi.

a) Kondenzátor má kapacitu

$$C_0 = \frac{\varepsilon S}{d_0}. \quad (1)$$

Když se vzájemná vzdálenost desek změní o Δd , změní se kapacita kondenzátoru na

$$C = \frac{\varepsilon S}{d_0 + \Delta d}.$$

Kapacita kondenzátoru se tedy změní o

$$\Delta C = C - C_0 = \varepsilon S \left(\frac{1}{d_0 + \Delta d} - \frac{1}{d_0} \right). \quad (2)$$

Zavedeme označení $\delta = \frac{\Delta C}{C_0}$. Z (1) a (2) vyjádříme

$$\delta = - \frac{\Delta d}{d_0 + \Delta d} \quad \text{neboli} \quad \Delta d = - \frac{\delta d_0}{1 + \delta}. \quad (3)$$

Záporné znaménko je ve výsledku proto, poněvadž kladná, popř. záporná změna vzájemné vzdálenosti desek (tj. jejich oddálení, popř. přiblížení) má za následek zápornou, popř. kladnou změnu kapacity kondenzátoru (zmenšení, popř. zvětšení). Když tedy $\Delta d > 0$, pak $\Delta C < 0$, $\delta < 0$, ale $1 + \delta > 0$. Když $\Delta d < 0$, pak $\Delta C > 0$, $\delta > 0$.

- b) Jestliže $|\delta| \ll 1$, lze ve vztahu (3) zanedbat δ proti 1 a počítat podle přibližného vztahu

$$\Delta d^* = -\delta d_0 = -\frac{\Delta C}{C_0} C_0, \quad (4)$$

Chyba při použití vztahu (4) místo přesného vztahu (3) nepřekročí 1 %, když

$$||\Delta d| - |\Delta d^*|| \leq \frac{1}{100} |\Delta d|$$

neboli, podle (3) a (4)

$$\frac{|\delta|^2 d_0}{1 + \delta} \leq \frac{1}{100} \frac{d_0 |\delta|}{1 + \delta}$$

a z toho

$$|\delta| \leq \frac{1}{100}, \quad \text{tj.} \quad |\Delta C| \leq \frac{1}{100} C_0 \quad (5)$$

popř. s použitím (3) a (5)

$$\left| \frac{\Delta d}{d_0 + |\Delta d|} \right| \leq \frac{1}{100}$$

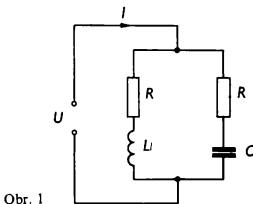
a z toho přibližně pro $|\Delta d| \ll d_0$

$$|\Delta d| \ll \frac{1}{100} d_0.$$

2. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Obvod podle obr. 1 je připojen ke zdroji harmonického střídavého napětí U . Proud I , protékající obvodem, je ve fázi s napětím U , a to při každém kmitočtu.

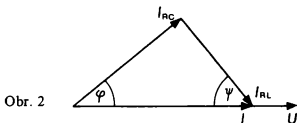
- a) Jaký je vztah mezi veličinami R , L , C ?
- b) Jaký je odpor R_0 obvodu? Platí výsledek i pro stejnosměrný proud? Odpověď zdůvodněte.



Obr. 1

Řešení:

- a) Označme I_{RL} proud tekoucí větví indukční, I_{RC} proud větví kapacitní. Poněvadž celkový proud I je ve fázi



Obr. 2

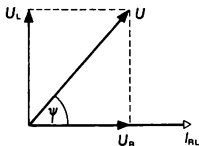
s napětím U , platí vektorový diagram podle obr. 2, z něhož podle sinové věty dostaneme

$$I_{RC} \sin \varphi = I_{RL} \sin \psi, \quad (1)$$

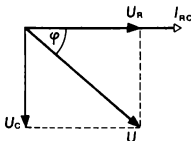
příčemž

$$I_{RC} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}, \quad I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad (2)$$

kde ω značí úhlový kmitočet.



Obr. 3



Obr. 4

Označme U_L napětí na indukčnosti, U_C napětí na kapacitě, U_R napětí na odporu. Pro jednotlivé větve pak platí vektorové diagramy podle obr. 3 a obr. 4. Z těchto diagramů určíme

$$\sin \varphi = \frac{U_C}{U} = \frac{I_{RC} \frac{1}{\omega C}}{U},$$

$$\sin \psi = \frac{U_L}{U} = \frac{I_{RL} \omega L}{U}$$

a po dosazení z (2)

$$\sin \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}, \quad \sin \psi = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}. \quad (3)$$

Z (3) a (2) dosadíme do (1) a po úpravách dojdeme ke vztahu

$$R^2(1 - \omega^2 LC) = \frac{L}{C}(1 - \omega^2 LC).$$

Tento vztah je splněn identicky, tj. pro každou hodnotu úhlového kmitočtu ω , když

$$R^2 = \frac{L}{C}, \quad (4)$$

což je hledaný vztah mezi veličinami R , L , C .

b) Pomocí obr. 2 nalezneme

$$I = I_{RC} \cos \varphi + I_{RL} \cos \psi \quad (5)$$

a pomocí obr. 4 a obr. 3

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}, \quad \cos \psi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}. \quad (6)$$

Když do (5) dosadíme z (2) a (6) a za R hodnotu podle (4), dostaneme po úpravě

$$I = U \sqrt{\frac{\bar{L}}{C}} \frac{C(\omega^2 LC + 1)}{L(\omega^2 LC + 1)}.$$

Poněvadž $\omega^2 LC + 1 \neq 0$, můžeme na pravé straně zkrátit, takže

$$I = U \sqrt{\frac{\bar{C}}{L}}.$$

Obvod tedy pro střídavý proud (o libovolném kmitočtu) představuje odpor

$$R_0 = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{\bar{L}}{C}} = R.$$

Výsledek platí i pro $\omega = 0 \text{ s}^{-1}$, neboť stejnosměrný proud protéká jen indukční větví, která pro něj má odpor $R_0 = R$.

Řešení symbolickou metodou:

a) Indukční větev má admitanci

$$\bar{Y}_1 = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2},$$

kapacitní větev má admitanci

$$\bar{Y}_2 = \frac{1}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{R\omega^2 C^2 + j\omega C}{1 + R^2\omega^2 C^2}.$$

Admitance celého obvodu

$$\bar{Y} = R \left(\frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} + \frac{\omega^2 C^2}{1 + R^2 \omega^2 C^2} \right) + j\omega \left(\frac{C}{1 + R^2 \omega^2 C^2} - \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right). \quad (7)$$

Ze zadání vyplývá, že fázový úhel admitance $\bar{Y}$ je nulový, tedy

$$\frac{C}{1 + R^2 \omega^2 C^2} = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

a po úpravě

$$CR^2(1 - \omega^2 LC) = L(1 - \omega^2 LC).$$

To je splněno pro každý kmitočet, když

$$R^2 = \frac{L}{C}. \quad (8)$$

b) Admitance (7) má reálnou část

$$G = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{1 + \frac{\omega^2 L^2}{R^2}} + \frac{\omega^2 C^2}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \right) \quad (9)$$

a pro R^2 podle (8)

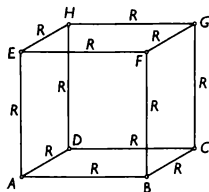
$$G_0 = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{1 + \omega^2 LC} + \frac{\omega^2 LC}{1 + \omega^2 LC} \right) = \frac{1}{R},$$

takže $R_0 = R$.

Výsledek platí i pro stejnosměrný proud, jak je zřejmé z (9) pro $\omega = 0 \text{ s}^{-1}$.

3. úloha (navrhl Jiří Svoboda)

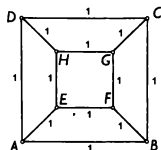
Je dána krychle $ABCDEFGH$ (obr. 5). Všechny dvojice vrcholů, které určují hrany krychle, jsou spojeny vodiči o stejných odporech R .



Obr. 5

Určete, jaký je odpor mezi vrcholy

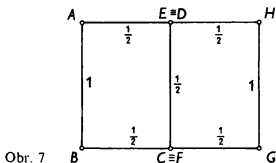
- a) A, B ; b) A, C ; c) A, G .



Obr. 6

Řešení:

Pro lepší přehlednost zakreslíme zapojení v rovině – obr. 6, v němž jsou stejně jako v obrázcích dalších zapsány poměrné hodnoty odporů mezi jednotlivými body, vzhledem k dané hodnotě R .



Obr. 7

- a) Při připojení elektrického zdroje k bodům A, B mají – s přihlédnutím k souměrnosti zapojení – stejné potenciály dvojice bodů E, D a F, C . Tyto dvojice můžeme tedy spojit, aniž se odpor mezi body A, B změní. Tak dostáváme zapojení podle obr. 7. Větve $EHGC$ a EC můžeme nahradit jedinou větví o odporu $\frac{7}{5}R$, takže pro odpor R_{AB} platí

$$R_{AB} = \frac{R \cdot \frac{7}{5}R}{R + \frac{7}{5}R} = \frac{7}{12}R.$$

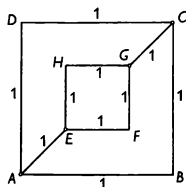
- b) Ze souměrnosti schématu na obr. 6 vzhledem k bodům A, C vyplývá, že body H, F, B, D mají stejný potenciál.

Proto můžeme vynechat větve mezi uzly D, H a B, F (obr. 8) a

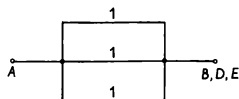
$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R},$$

takže

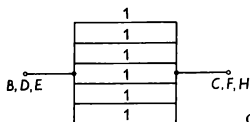
$$R_{AC} = \frac{3}{4} R.$$



Obr. 8

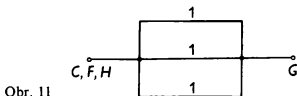


Obr. 9



Obr. 10

- c) Při připojení napětí k bodům A, G jsou na stejných potenciálech trojice bodů H, F, C a E, B, D . Tím se zapojení zjednoduší na sériové zapojení skupin rezistorů podle



Obr. 11

obr. 9, 10, 11. První skupina má odpor $\frac{1}{3}R$, druhá $\frac{1}{6}R$, třetí $\frac{1}{3}R$, takže

$$R_{AG} = \frac{5}{6}R.$$

4. úloha (navrhla Dagmar Košťálová)

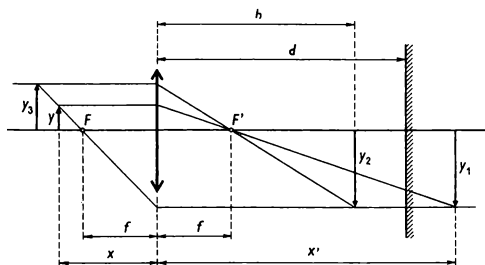
Rovinné zrcadlo je ve vzdálenosti d za tenkou spojnou čočkou o ohniskové vzdálenosti f . Špendlík je ve vzdálenosti x před čočkou, $x > f$.

- Pro které hodnoty x lze touto zobrazovací soustavou vytvořit skutečný obraz špendlíku?
- Zobrazení znázorněte graficky* pro vhodně zvolené hodnoty f, d .

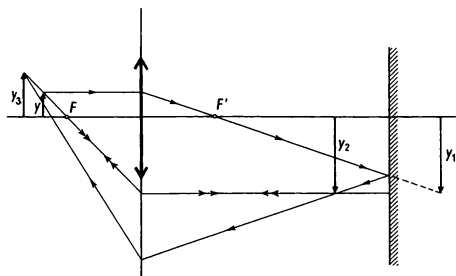
Předpokládejte, že zobrazovací paprsky jsou v paraxiálním prostoru.

Řešení:

Špendlík y je zobrazen nejprve spojkou – přitom paprsky jdou zleva doprava (obr. 12). Tento obraz (označme jej y_1)



Obr. 12



Obr. 13

je předmětem pro zobrazení zrcadlem; dostaneme tak obraz y_2 . Obraz y_2 se pak stává předmětem pro druhé zobrazení spojkou — paprsky postupují nyní zprava doleva (zrcadlo obrací směr chodu paprsků); dostaneme tak výsledný obraz, který označíme y_3 . Z uvedeného je patrné, že obrazový prostor soustavy leží vlevo od čočky (obr. 12); kryje se tedy s předmětovým prostorem soustavy. Skutečný obraz musí ležet v obrazovém prostoru, tzn. v našem případě vlevo od čočky (obr. 12). Skutečný chod paprsků ukazuje obr. 13. Z čočkové rovnice

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

dostáváme pro polohu obrazu y_1

$$x' = \frac{fx}{x - f}, \quad (1)$$

přičemž $x' \geq f$, protože $x > f$.

Rovinné zrcadlo zobrazí obraz y_1 do obrazu y_2 , který leží ve stejné vzdálenosti od zrcadla jako y_1 , ale v opačném polo-prostoru definovaném rovinou zrcadla.

Pro vzdálenost b obrazu y_2 od čočky platí

$$b = d - (x' - d) = 2d - x' \quad (2)$$

pro všechny možné vzájemné polohy obrazu y_1 a zrcadla. Obraz y_2 (obr. 12) je zobrazován ve výsledný obraz při chodu paprsků zprava doleva. Má-li být výsledný obraz skutečný, pak musí být buď

$$1. \quad b > f \quad (3)$$

a pak také $d > f$, protože zrcadlo leží uprostřed mezi obrazem y_1 (tj. vzdáleností x' od čočky, kde $x' \geq f$) a obrazem y_2 (tj. vzdáleností b od čočky, kde $b > f$), nebo

$$2. \quad b < 0, \quad (4)$$

což znamená, že obraz y_2 je v obrazovém poloprostoru a je tedy zdánlivým obrazem pro zobrazení čočkou.

Případ 1

Do (3) dosadíme (2) a (1); pak

$$2d - \frac{fx}{x - f} > f.$$

Odtud po úpravě dostaneme

$$2x(d - f) > f(2d - f),$$

a protože $d > f$, tj. $d - f > 0$, dostaneme podmínku pro x

$$x > f \frac{2d - f}{2(d - f)}.$$

Případ 2:

Do (4) dosadíme z (2) a (1); pak

$$2d - \frac{fx}{x - f} < 0.$$

Úpravou vychází

$$x(2d - f) < 2df. \quad (5)$$

Pro další rozbor musíme rozlišit tři případy:

Případ 2a:

$2d - f = 0$, tj. $2d = f$. Pak nerovnost (5) je splněna pro všechna x , tedy podle zadání pro všechna $x > f$.

Případ 2b:

$2d - f > 0$, tj. $d > \frac{1}{2}f$; pak z (5) plyne

$$x < \frac{2df}{2d - f}.$$

Protože $x > f$, musí x splňovat podmínku

$$f < x < \frac{2df}{2d - f};$$

musí tedy platit

$$f < \frac{2df}{2d - f},$$

což je splněno, neboť

$$\frac{2df}{2d - f} = \frac{2df - f^2 + f^2}{2d - f} = f + \frac{f^2}{2d - f},$$

přičemž $2d - f > 0$, takže

$$\frac{f^2}{2d - f} > 0.$$

Případ 2c:

$2d - f < 0$, tj. $d < \frac{1}{2}f$; pak z (5) plyne

$$x > \frac{2df}{2d - f}, \quad \text{kde} \quad \frac{2df}{2d - f} < 0.$$

To znamená, že vzhledem k zadání platí v tomto případě

$$x > f.$$

Závěr:

Shrneme výsledky získané při řešení úlohy.

Pro $0 < d \leq \frac{1}{2}f$ (případy 2a, 2c) dává optická soustava vždy skutečný obraz pro $x > f$.

Pro $\frac{1}{2}f < d \leq f$ (případ 2b) dává optická soustava skutečný obraz pro

$$f < x < \frac{2df}{2d - f},$$

tj.

$$x \in \left(f; \frac{2df}{2d - f} \right).$$

Pro $d > f$ (případy 2b, 1) dává optická soustava skutečný obraz

$$\text{buď pro } f < x < \frac{2df}{2d - f},$$

$$\text{nebo pro } x > f \frac{2d - f}{2(d - f)}.$$

Poněvadž $f > 0$, je

$$2d - 2f < 2d - f,$$

neboli

$$\frac{f^2}{2(d-f)} > \frac{f^2}{2d-f},$$

a tedy

$$f + \frac{f^2}{2(d-f)} > f + \frac{f^2}{2d-f},$$

$$\frac{f(2d-f)}{2(d-f)} > \frac{2df}{2d-f},$$

lze výsledky pro $d > f$ zapsat ve tvaru

$$x \in \left(f; \frac{2df}{2d-f} \right) \cup \left(\frac{f(2d-f)}{2(d-f)}; \infty \right).$$

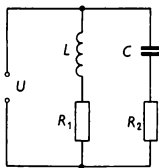
Poznámka:

Soustavu složenou ze spojky a rovinného zrcadla lze nahradit ekvivalentní soustavou tvořenou dvěma stejnými čočkami ve vzájemné vzdálenosti $2d$. Ekvivalence plyne z rozboru obr. 12 a ze vztahu (2). Řešení tímto způsobem je pak dále shodné se způsobem, jenž zde byl uveden.

5. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Na obr. 14 je schéma jednoduché, tzv. elektrické výhybky. Rezistor o odporu R_1 nahrazuje reproduktor pro nízké tóny, rezistor o odporu R_2 nahrazuje reproduktor pro vysoké tóny.

- Vyložte činnost této elektrické výhybky.
- Stanovte indukčnost L cívky a kapacitu C kondenzátoru tak, aby při tzv. dělicím kmitočtu f_d dostával každý re-



Obr. 14

produktor polovinu toho příkonu, který by dostával, kdyby byl ke zdroji harmonického střídavého napětí připojen přímo. Řešte nejprve obecně, potom pro $R_1 = 5,0 \Omega$, $R_2 = 15,0 \Omega$, $f_d = 2,0 \text{ kHz}$.

- c) Pro obecné hodnoty L, C nalezené v části b) stanovte funkce $y_1 = F_1(x)$, $y_2 = F_2(x)$, kde

$$y_1 = \frac{P_1}{P_{1\max}}, \quad y_2 = \frac{P_2}{P_{2\max}}, \quad x = \frac{f}{f_d}.$$

P_1, P_2 zde značí příkony reproduktorů při obecném kmitočtu f , $P_{1\max}$ a $P_{2\max}$ příkony, které by reproduktory dostávaly při přímém připojení ke zdroji napětí.

- d) Tyto funkce znázorněte graficky do téhož grafu. Pro x volte logaritmickou stupnici. Funkční hodnoty počítejte pro $x = \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8$.

Řešení:

- a) Cívka má velkou reaktanci pro proudy s vyššími kmitočty a téměř je nepropouští do reproduktoru R_1 . Kondenzátor má naopak velkou reaktanci pro proudy s nižšími kmitočty a téměř je nepropouští do reproduktoru R_2 .

Hlubokotónový reproduktor je tedy ponejvíce napájen proudy s nízkými kmitočty, vysokotónový reproduktor naopak ponejvíce proudy s vysokými kmitočty.

- b) Kdyby reproduktor R_1 byl připojen přímo ke zdroji, dostával by příkon

$$P_{1\max} = \frac{U^2}{R_1}. \quad (1)$$

V zapojení se sériovou cívkou dostává příkon $P_1 = U_{R1}I_1$, kde U_{R1} značí napětí na R_1 , I_1 proud tekoucí větví $L - R_1$. Platí pak

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L^2}}, \quad U_{R1} = \frac{UR_1}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L^2}},$$

takže

$$P_1 = \frac{U^2 R_1}{R_1^2 + \omega^2 L^2}, \quad (2)$$

kde $\omega = 2\pi f$ značí úhlový kmitočet odpovídající kmitočtu f . Podle zadání platí pro úhlový kmitočet ω_d

$$\frac{U^2 R_1}{R_1^2 + \omega_d^2 L^2} = \frac{U^2}{2R_1};$$

z tohoto vztahu vyjádříme

$$L = \frac{R_1}{\omega_d} = \frac{R_1}{2\pi f_d} \quad (3)$$

a pro zadané hodnoty $L \doteq 0,40$ mH.

Kdyby byl reproduktor R_2 připojen přímo ke zdroji, dostával by příkon

$$P_{2\max} = \frac{U^2}{R_2}. \quad (4)$$

V zapojení se sériovým kondenzátorem dostává příkon $P_2 = U_{R_2} I_2$, kde U_{R_2} značí napětí na R_2 , I_2 proud tekoucí větví $C - R_2$. Platí pak

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}, \quad U_{R_2} = \frac{UR_2}{\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}},$$

takže

$$P_2 = \frac{U^2 R_2}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}. \quad (5)$$

Podle zadání platí pro dělicí úhlový kmitočet

$$\frac{U^2 R_2}{R_2^2 + \frac{1}{\omega_d^2 C^2}} = \frac{U^2}{2R_2};$$

z tohoto vztahu vyjádříme

$$C = \frac{1}{R_2 \omega_d} = \frac{1}{2\pi R_2 f_d} \quad (6)$$

a pro zadané hodnoty $C \doteq 5,3 \mu\text{F}$.

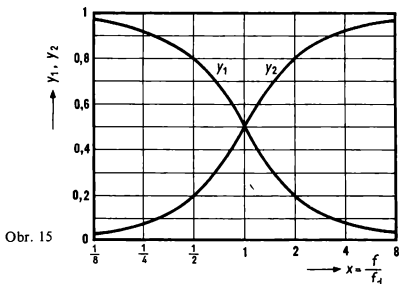
- c) Ke stanovení funkce y_1 použijeme vztahy (1), (2), (3).
Dostaneme

$$y_1 = F_1(x) = \frac{1}{1 + x^2}.$$

Podobně s použitím vztahů (4), (5), (6) dojdeme k výsledku

$$y_2 = F_2(x) = \frac{1}{1 + x^{-2}}.$$

- d) Grafy jsou na obr. 15.



6. úloha, alternativa A (navrhl prof. dr. Rostislav Košťál)

Určení tíhového zrychlení pomocí reverzního kyvadla

Podle návodu ve studijním textu určete tíhové zrychlení reverzním kyvadlem.

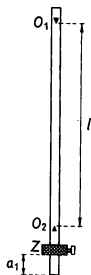
Pomůcky: reverzní kyvadlo, stopky, délkové měřítko.

Řešení:

Tíhové zrychlení můžeme vypočítat ze vztahu

$$g = \pi^2 \frac{l}{T_0^2},$$

kde l je vzájemná vzdálenost břitů reverzního kyvadla, T_0 stejná doba kyvu, s níž kyvadlo kývá kolem obou břitů. Hledání této doby zkusmo by bylo velice zdlouhavé. Proto měříme nejprve doby kyvu T_1 kolem břitu vzdálenějšího od závaží a doby T_2 kolem břitu bližšího k závaží. Polohu závaží měníme tak, aby se doby T_2 zmenšovaly rychleji než doby T_1 , když při prvním měření zjistíme, že $T_2 > T_1$, popř. naopak, když při prvním měření $T_2 < T_1$. Z naměřených hodnot sestrojíme grafy funkcí $T_1 = f_1(x)$, $T_2 = f_2(x)$, kde x je vzdálenost závaží od jeho počáteční polohy při prvním měření (v obr. 16 je tato počáteční poloha určena vzdále-



Obr. 16

ností a_1 závaží od konce tyče kyvadla). Z průsečíku obou grafů stanovíme polohu závaží, při níž kyvadlo kývá se stejnou dobou T_0 kyvu kolem obou břitů, a zároveň určíme i tuto dobu.

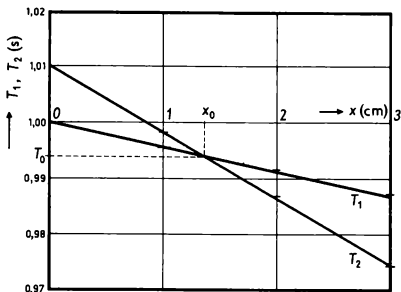
Závaží nastavíme do polohy určené z grafu a změříme doby kyvů kyvadla kolem obou břitů. Liší-li se změřené doby jen v mezích pozorovacích chyb, vypočítáme

$$T_0 = \frac{1}{2}(T_1 + T_2).$$

Vzájemnou vzdálenost l břitů změříme délkovým měřítkem.

Pak dosadíme do vztahu pro g a stanovíme absolutní chybu.

Uvedenou metodou bylo měřeno tíhové zrychlení ve fyzikální pracovně gymnázia Dr. Šmerala v Ostravě 1.



Obr. 17

Grafy (obr. 17) byly sestrojeny z hodnot uvedených v tab. 13. Z průsečíku určíme $x \doteq 1,42 \text{ cm}$, $T_0 = 0,993 \text{ s}$.

Kontrolní měření doby kyvu po nastavení závaží do polohy přečtené z grafu souhlasila s přečteným výsledkem.

Tabulka 13

x (cm)	$100T_1$ (s)	$100T_2$ (s)	T_1 (s)	T_2 (s)
0	100,0	101,0	1,000	1,010
1	99,5	99,9	0,995	0,999
2	99,1	98,6	0,991	0,986
3	98,7	97,4	0,987	0,974

Vzájemná vzdálenost obou břitů byla změřena metrovým měřítkem a byla nalezena hodnota $l = 0,9801 \text{ m}$ (průměr z 8 měření).

Dosazením do vztahu pro g bylo z naměřených hodnot určeno $\bar{g} \doteq 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Dobu kyvu T_0 můžeme považovat za určenou s přesností na tisíciný sekundy (0,1 %), délku l s přesností na 0,2 mm (0,02 %). Pro poměrnou chybu vypočítané hodnoty tedy dostáváme

$$\delta_g = \sqrt{(2 \cdot 10^{-3})^2 + (2 \cdot 10^{-4})^2} \doteq 2 \cdot 10^{-3},$$

takže

$$g = (9,80 \pm 0,02) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

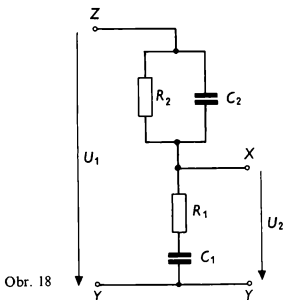
6. úloha, alternativa B (navrhl Mojmír Simerský)

Měření přenosové charakteristiky kmitočtově závislého děliče napětí

Úloha se týká děliče napětí schematicky znázorněného na obr. 18. Přenosem takového děliče nazýváme poměr

$$\beta = \frac{U_2}{U_1},$$

kde U_2 značí výstupní, U_1 vstupní napětí děliče. Přenosová charakteristika je graf funkce $\beta = F(f)$, kde f znamená kmitočet harmonických napětí U_1, U_2 .



Zadání:

Změřte a zakreslete přenosovou charakteristiku děliče napětí podle obr. 18 pro $R_1 \doteq 2 \text{ k}\Omega$, $R_2 \doteq 8 \text{ k}\Omega$, $C_1 \doteq 0,1 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 \doteq 10 \text{ nF}$.

Pomůcky:

Rezistory s uvedenými odpory, kondenzátory s uvedenými kapacitami, nízkofrekvenční (tónový) generátor, střídavý voltmetr s malou vlastní spotřebou (elektronkový, tranzistorový, avomet II apod.), popř. dva takové voltmetry (pro usnadnění práce). Vstupní napětí na děliči můžete určovat i voltmetrem vestavěným v nf generátoru.

a) Postup:

1. Sestavte dělič napětí podle obr. 18.
2. Máte-li dva voltmetry vyhovujících vlastností, připojte jeden z nich ke svorkám Y, Z , druhý ke svorkám Y, X . Máte-li jen jeden a nemůžete-li vstupní napětí na děliči zjišťovat elektronkovým voltmetrem vestavěným v nf generátoru, budete jej při každém měření připojovat jednou ke svorkám Y, Z , podruhé ke svorkám Y, X .
3. Nízkofrekvenční generátor připojte k svorkám Y, Z .
4. Na generátoru nastavujte různé kmitočty v rozmezí od 30 Hz do 10 kHz a měřte napětí U_1, U_2 .
5. Pro každý nastavený kmitočet vypočítejte poměr β , výsledky sestavte do přehledné tabulky.
6. Podle tabulky sestrojte graf. Stupnici pro kmitočty volte logaritmickou, stupnici pro β lineární.

b) Použití:

Dělič napětí podle obr. 18 může sloužit k pozvednutí hlasitosti nízkých i vysokých tónů, např. při reprodukci hudby z gramofonových desek. Vysvětlete!

Poznámky:

1. Uvedené hodnoty odporů a kapacit jsou informační; můžete použít i poněkud jiné, ale nepřiliš odlišné. Rezistory zvolte takové, jejichž indukčnosti jsou zanedbatelné, kondenzátory kvalitní, s malými ztrátami v dielektriku.
2. Doporučené hodnoty kmitočtů: 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 500 Hz; 1, 2, 3, 4, 5, 10 kHz.

Řešení:

Byl sestaven dělič ze součátek o hodnotách $R_1 = 1,2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5,1 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 10 \text{ nF}$. Byl použit tónový generátor TESLA BM 344 s vestavěným voltmetrem, vý-

Tabulka 14

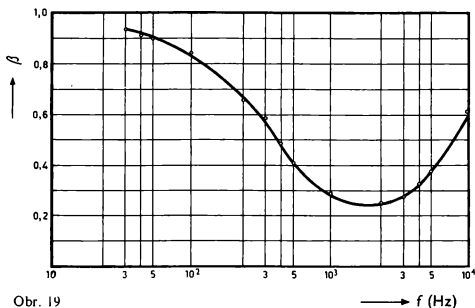
$f \text{ (Hz)}$	30	40	50	100	200	300	400	500
$U_2 \text{ (V)}$	4,7	4,6	4,5	4,2	3,3	2,9	2,45	2,1
β	0,94	0,92	0,90	0,84	0,66	0,58	0,49	0,42

$f \text{ (kHz)}$	1	2	3	4	5	10
$U_2 \text{ (V)}$	1,35	1,2	1,35	1,6	1,9	3,1
β	0,27	0,24	0,27	0,32	0,38	0,62

stupní napětí bylo měřeno elektronkovým voltmetrem TESLA BM 310.

a) Vstupní napětí bylo při všech měřeních nastavováno na stejnou hodnotu $U_1 = 5,0 \text{ V}$.

Naměřené hodnoty jsou sestaveny v tab. 14, přenosová charakteristika je na obr. 19.



Obr. 19

b) Z průběhu přenosové charakteristiky je zřejmé, že přenos narůstá směrem k nižším i k vyšším kmitočtům, střed pásma je relativně potlačen. Při určité úrovni vstupního napětí se úroveň výstupního napětí rovněž zvyšuje směrem k nižším i vyšším kmitočtům. Je-li tedy tímto napětím buzen zesilovač zakončený elektroakustickým měničem, pak skutečně dochází k pozvednutí relativní úrovně hlasitosti nižších i vyšších tónů.

7. úloha (navrhl Jiří Svoboda)

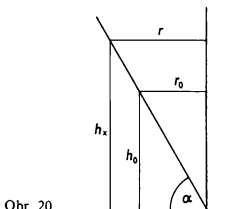
Vnitřní povrch nádoby má tvar rotačního kužele se svislou osou a rozšiřuje se nahoru. Spádnice svírají s vodorovnou rovinou úhel α .

Tělísku zanedbatelných rozměrů, které je na vnitřní stěně nádoby ve výšce h_0 nad vrcholem kužele, udělíme rychlost $\mathbf{v}$ ve vodorovném směru tak, aby se pohybovalo (bez tření) po vnitřní stěně nádoby.

- Určete, do jaké výšky h nad vrcholem kužele se tělísko dostane.
- Jakou největší rychlost $\mathbf{v}_1$ ve vodorovném směru tělísko získá?
- Jakou největší rychlost $\mathbf{v}_2$ ve svislém směru tělísko získá?

Řešení:

Označíme $r_0 = h_0 \cot \alpha$ vzdálenost tělíska od osy kužele, když je tělísko ve výšce h_0 nad jeho vrcholem. V obecné výšce h_x je tato vzdálenost $r = h_x \cot \alpha$ (obr. 20).

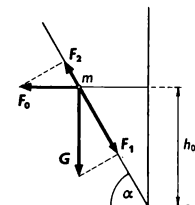


Obr. 20

Označíme dále $\mathbf{v}_x$ vodorovnou složku rychlosti tělíska ve směru tečny ke kružnici na kuželové ploše, která prochází bodem ve výšce h_x ; ve výšce h_0 je tato složka $\mathbf{v}$.

Ze zákona zachování momentu hybnosti vyplývá $v_x r = v r_0$, neboli

$$v_x h_x = v h_0. \quad (1)$$



Obr. 21

Na tělísco ve výšce h_0 působí tíhová síla $\mathbf{G}$ a setrvačná odstředivá síla $\mathbf{F}_0$ (obr. 21). Ve směru spádnice má $\mathbf{G}$ složku $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_0$ složku $\mathbf{F}_2$, přičemž, má-li tělísco hmotnost m :

$$F_1 = mg \sin \alpha ;$$

$$F_2 = m \frac{v^2}{r_0} \cos \alpha = m \frac{v^2}{h_0 \cotg \alpha} \cos \alpha = m \frac{v^2}{h_0} \sin \alpha. \quad (2)$$

Výsledné zrychlení a_0 ve směru spádnice budeme považovat za kladné, bude-li orientováno směrem dolů. Podle (2) platí

$$a_0 = \left(g - \frac{v^2}{h_0} \right) \sin \alpha.$$

Mohou nastat tyto případy:

1. $a_0 > 0$... tělísko klesá,
2. $a_0 = 0$... tělísko nemění svou výšku nad vrcholem kužele,
3. $a_0 < 0$... tělísko stoupá.

Pro tělísko v obecné poloze nalezneme zrychlení a obdobně

$$a = \left(g - \frac{v_x^2}{h_x} \right) \sin \alpha$$

a po dosazení z (1)

$$a = \left(g - \frac{v^2 h_0^2}{h_x^3} \right) \sin \alpha. \quad (3)$$

Ve směru spádnice má tělísko rychlost $\mathbf{v}_s$ o velikosti

$$v_s = \frac{v_y}{\sin \alpha},$$

kde $\mathbf{v}_y$ je kolmý průmět rychlosti $\mathbf{v}_s$ do svislého směru.

Poněvadž $\mathbf{v}_s \perp \mathbf{v}_x$, má tělísko výslednou rychlost o velikosti $\sqrt{v_x^2 + v_s^2}$ a kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_s^2)$. Jeho potenciální energie tíhová, vztažená k vodorovné rovině proložené vrcholem kužele, je $E_p = mgh_x$. Úhrnná energie $E = E_p + E_k$. Za v_x dosadíme z (1); pak

$$E = m \left(gh_x + \frac{1}{2} \frac{v^2 h_0^2}{h_x^2} + \frac{1}{2} \frac{v_y^2}{\sin^2 \alpha} \right) = \text{konst}, \quad (4)$$

poněvadž platí zákon zachování mechanické energie.

- a) Když je tělísko v nejvyšším nebo v nejnižším bodě své dráhy, je $v_y = 0$, takže podle (4) platí pro extrémní výšku h_m :

$$gh_m + \frac{v^2 h_0^2}{2h_m^2} = gh_0 + \frac{v^2}{2}.$$

Po úpravě dostaneme vztah

$$gh_m^2(h_m - h_0) = \frac{1}{2}v^2(h_m^2 - h_0^2)$$

a za předpokladu $h_m \neq h_0$

$$gh_m^2 - \frac{1}{2}v^2 h_m - \frac{1}{2}v^2 h_0 = 0.$$

Vyhovuje jen kladné řešení

$$h_m = \frac{\frac{1}{2}v^2 + v \sqrt{\frac{1}{4}v^2 + 2gh_0}}{2g}. \quad (5)$$

Označme nyní $h_{\min}$ minimální a $h_{\max}$ maximální výšku dráhy tělíska nad vodorovnou rovinou proloženou vrcholem kužele.

Jsou pak možné tři případy:

1. $a_0 > 0$: $h_{\max} = h_0$; $h_{\min} = h_m$; tělísko se po spádnicí kužele pohybuje po prostorové křivce, jeho výška se periodicky mění od $h_{\min} = h_m$ podle (5) do $h_{\max} = h_0$.

2. $a_0 = 0$: tělísko se pohybuje po vodorovné kruhové dráze; $h_{\max} = h_{\min} = h_0$.
3. $a_0 < 0$: minimální výška je nyní $h_{\min} = h_0$, maximální $h_{\max} = h_m$ podle (5); jinak jako v případě 1.

b) V (1) položíme $h_x = h_{\min}$, $v_x = v_1$; odtud dostaneme

$$v_1 = v \frac{h_0}{h_{\min}},$$

kde $h_{\min}$ značí minimální výšku ve smyslu části a).

- c) Rychlost $\mathbf{v}_s$, a tedy také $\mathbf{v}_y$, má maximální velikost, když tělísko prochází určitou polohou mezi $h_{\min}$ a $h_{\max}$, v níž síly $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$ jsou v rovnováze, takže $a = 0$. Pro výšku h_1 tělíska pak platí podle (3)

$$g - \frac{v^2 h_0^2}{h_1^3} = 0 \quad \text{neboli} \quad h_1 = \sqrt[3]{\frac{v^2 h_0^2}{g}}. \quad (6)$$

Podle (4) pak platí

$$gh_0 + \frac{v^2}{2} = gh_1 + \frac{v^2 h_0^2}{2h_1^2} + \frac{v_2^2}{2 \sin^2 \alpha}.$$

Po dosazení za h_1 z (6) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$v_2 = \sqrt{2gh_0 + v^2 - 3 \sqrt[3]{v^2 h_0^2 g^2} \sin \alpha}.$$

b) DRUHÉ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhl Jiří Svoboda)

- a) V jaké vzdálenosti d_0 od středu homogenní koule o hmotnosti m a poloměru r je vodorovná osa otáčení, jestliže kyvadlo takto vytvořené má minimální dobu kmitu?
- b) Určete tuto dobu $T_{\min}$.

Moment setrvačnosti homogenní koule vzhledem k ose procházející jejím středem je $I_0 = \frac{2}{5}mr^2$.

Řešení:

- a) Označme d vzdálenost osy otáčení od středu koule. Když kouli vychýlíme z rovnovážné polohy o malý úhel φ , působí na ni tíhová síla momentem

$$M = -mgd \sin \varphi \approx -mgd\varphi.$$

Moment setrvačnosti koule vzhledem k uvažované ose označíme I .

Pro úhlové zrychlení platí

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = -\frac{mgd\varphi}{I}.$$

Úhlové zrychlení je tedy přímo úměrné výchylce a opačně orientované, takže koule koná kmitavý harmonický pohyb s úhlovou frekvencí ω , kde

$$\omega^2 = -\frac{\varepsilon}{\varphi} = \frac{mgd}{I}.$$

Podle Steinerovy věty

$$I = \frac{2}{5}mr^2 + md^2$$

a doba kmitu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + md^2}{mgd}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{2}{5} \frac{r^2}{d} + d}. \quad (1)$$

Poněvadž π, g, r jsou konstanty, je doba kmitu T funkcí jediné proměnné veličiny d . K stanovení lokálního minima postačí uvažovat funkci

$$F(d) = \frac{2r^2}{5d} + d.$$

Tato funkce má lokální minimum pro

$$d_0 = r \sqrt{\frac{2}{5}}. \quad (2)$$

- b) Dosazením $d = d_0$ podle (2) do (1) nalezneme minimální dobu kmitu

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}} \sqrt[4]{\frac{8}{5}}.$$

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Poloměr Měsíce je $R_M = 0,275R_Z$, průměrná hustota Měsíce je $\varrho_M = 0,604\varrho_Z$. R_Z je poloměr Země, ϱ_Z je její průměrná hustota. Obě tělesa považujeme za homogenní koule s radiálními gravitačními poli.

- a) Určete poměr gravitačního zrychlení g_M na povrchu Měsíce a gravitačního zrychlení g_Z na povrchu Země.
- b) Při dřepu se sníží poloha hmotného středu předtím stojícího člověka o 50 cm. Při výskoku z dřepu při vynaložení všech sil vystoupí hmotný střed jeho těla o 60 cm nad původní polohu ve vzpřímeném postoji. Do jaké výšky h by vystoupil hmotný střed jeho těla nad polohu ve vzpřímeném postoji za stejných podmínek na povrchu Měsíce?

Řešení:

Označme M_Z hmotnost Země, M_M hmotnost Měsíce.

- a) Na těleso o hmotnosti m na povrchu Země působí gravitační síla

$$\propto \frac{M_Z m}{R_Z^2} = mg_Z, \quad (1)$$

na povrchu Měsíce

$$\propto \frac{M_M m}{R_M^2} = mg_M, \quad (2)$$

přičemž

$$M_Z = \frac{4}{3} \pi R_Z^3 \varrho_Z, \quad M_M = \frac{4}{3} \pi R_M^3 \varrho_M. \quad (3)$$

Z (1) a (2) vyplývá, s přihlédnutím k (3):

$$\frac{g_M}{g_Z} = \frac{R_M}{R_Z} \frac{\varrho_M}{\varrho_Z} \doteq 0,166. \quad (4)$$

- b) Označme m hmotnost člověka, h výšku jeho hmotného středu při výskoku na Měsíci nad polohou jeho hmotného středu při vzpřímeném postoji. Předpokládáme, že v obou případech vykoná člověk stejně velkou práci a že gravitační pole v rozmezí výskoku jsou homogenní. Změna polohy hmotného středu člověka na Měsíci je $\Delta h_M = (0,50 + h) \text{ m}$, na Zemi $\Delta h_Z = (0,50 + 0,60) \text{ m} = 1,10 \text{ m}$.

Pro práci vykonanou v obou případech platí

$$mg_M \Delta h_M = mg_Z \Delta h_Z$$

a odtud

$$\frac{g_M}{g_Z} = \frac{\Delta h_Z}{\Delta h_M}, \quad \Delta h_M = \Delta h_Z \frac{g_Z}{g_M}$$

a pro hodnotu (4)

$$\Delta h_M = 1,10 \cdot \frac{1}{0,166} \text{ m} \doteq 6,62 \text{ m},$$

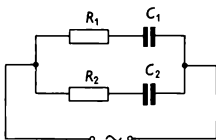
takže

$$h \doteq 6,62 \text{ m} - 0,50 \text{ m} = 6,12 \text{ m}.$$

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Elektrický obvod podle obr. 22 je připojen ke zdroji harmonického střídavého napětí; odpory R_1, R_2 rezistorů a kapacity C_1, C_2 kondenzátorů jsou dány a platí o nich $R_1 < R_2, C_1 < C_2$.

- a) Při kterém úhlovém kmitočtu ω_0 harmonického napětí jsou efektivní hodnoty proudů tekoucích oběma větvemi stejně velké?
- b) Jaké fázové posunutí ε je v tomto případě mezi proudy v obou větvích?



Obr. 22

Řešení:

Označme i_1, i_2 okamžité hodnoty proudů v obou větvích, I_1, I_2 jejich efektivní hodnoty.

- a) Efektivní hodnoty proudů jsou stejně velké, když obě větve mají stejně velké impedance:

$$R_1^2 + \frac{1}{\omega_0^2 C_1^2} = R_2^2 + \frac{1}{\omega_0^2 C_2^2}.$$

Z této rovnosti plyne

$$\omega_0 = \frac{1}{C_1 C_2} \sqrt{\frac{C_2^2 - C_1^2}{R_2^2 - R_1^2}}. \quad (1)$$

- b) Fázové posunutí proudů i_1 vzhledem k napětí je φ a platí

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega R_1 C_1}. \quad (2)$$

Fázové posunutí proudu i_2 vzhledem k napětí je ψ a platí

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\omega R_2 C_2}. \quad (3)$$

Poněvadž při témž úhlovém kmitočtu $\operatorname{tg} \varphi > \operatorname{tg} \psi$ a obě posunutí jsou $< \frac{1}{2}\pi$, je také $\varphi > \psi$; tzn., že fázové posunutí mezi proudy i_1 a i_2 je

$$\varepsilon = \varphi - \psi.$$

Použijeme matematický vztah

$$\operatorname{tg}(\varphi - \psi) = \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi}{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \psi},$$

do něhož dosadíme z (2) a (3) pro $\omega = \omega_0$ podle (1).

Po úpravě dostaneme

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{(R_2 C_2 - R_1 C_1) \sqrt{(C_2^2 - C_1^2)(R_2^2 - R_1^2)}}{C_1 C_2 (R_2^2 - R_1^2) + R_1 R_2 (C_2^2 - C_1^2)}.$$

4. úloha (navrhl prof. dr. Rostislav Košťál)

V uzavřeném válci naplněném vzduchem je píst, který válec rozděluje na dvě stejné části. Tlak vzduchu v obou jeho částech je $p_0 = 1,00 \cdot 10^5$ Pa. Když píst nepatrně vychýlíme z rovnovážné polohy a potom uvolníme, uvedli jsme jej do kmitavého pohybu.

Vypočtete periodu kmitů, můžeme-li děje v plynu považovat za adiabatické.

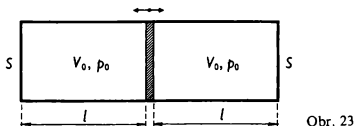
Hmotnost pístu $m = 1,50 \text{ kg}$, vzdálenost pístu od stěny $l = 200 \text{ mm}$, plošný obsah pístu $S = 100 \text{ cm}^2$.

Tření zanedbejte.

Při řešení použijte přibližný vztah $(1 \pm h)^n \approx 1 \pm nh$, je-li $|h| \ll 1$ a n je libovolný exponent.

Řešení:

Původní objem každé části válce (obr. 23) označme $V_0 = Sl$.



Když se píst pohne doprava o délku x , má levá část objem

$$V_1 = V_0 + \Delta V = S(l + x)$$

a tlak p_1 a pravá část má objem

$$V_2 = V_0 - \Delta V = S(l - x)$$

a tlak p_2 . Poněvadž jde o změnu adiabatickou, musí platit

$$p_0 V_0^\kappa = p_1 V_1^\kappa ; \quad p_0 V_0^\kappa = p_2 V_2^\kappa$$

a po dosazení za V_1 a V_2 vyplyne

$$p_0 l^\kappa = p_1 (l + x)^\kappa ; \quad p_0 l^\kappa = p_2 (l - x)^\kappa .$$

V základní poloze je výsledná síla působící na píst nulová, po jeho vychýlení na něj působí zprava (tj. proti orientaci výchylky) síla

$$F = (p_2 - p_1) S = Sp_0 l^{\kappa} \left[\frac{1}{(l-x)^{\kappa}} - \frac{1}{(l+x)^{\kappa}} \right] =$$

$$= Sp_0 l^{\kappa} \left[l^{-\kappa} \left(1 - \frac{x}{l} \right)^{-\kappa} - l^{-\kappa} \left(1 + \frac{x}{l} \right)^{-\kappa} \right]$$

a podle přibližného vztahu uvedeného v zadání, protože $x \ll l$:

$$F = Sp_0 \left[1 + \frac{\kappa x}{l} - \left(1 - \frac{\kappa x}{l} \right) \right] = \frac{2Sp_0 \kappa}{jl} x.$$

Hmotnost pístu je m , a proto

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{2Sp_0 \kappa}{l} x;$$

z toho

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{2Sp_0 \kappa}{ml}},$$

pak tedy

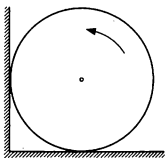
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{2Sp_0 \kappa}}.$$

Pro zadané hodnoty: $T \doteq 0,065$ s.

c) TŘETÍ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Tenkostěnný válec o poloměru r umístěný mezi dvěma stěnami, z nichž jedna je vodorovná a druhá svislá (obr. 24), byl roztočen na úhlovou rychlost ω , načež síla, která jej roztáčela, přestala působit.



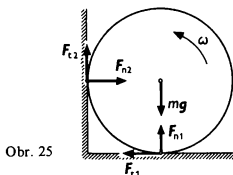
Obr. 24

Určete počet n otáček, které válec od tohoto okamžiku vykoná, než se jeho pohyb zastaví, jestliže součinitel smykového tření mezi povrchem válce a každou z obou stěn je f . Moment setrvačnosti válce vzhledem k jeho ose rotace $I = mr^2$, kde m značí jeho hmotnost.

Řešení:

Válec koná jen rotační pohyb. To znamená, že síly, které by způsobovaly jeho pohyb translační, jsou v rovnováze. Jde o tíhovou sílu mg , reakce stěn F_{n1} , F_{n2} a třecí síly F_{t1} , F_{t2} , jejichž výslednice je tedy nulová. Tato situace nastává jen tehdy, když vodorovná i svislá složka výslednice jsou

nulové. Poněvadž všechny uvedené síly jsou buď vodorovné, nebo svislé, dostáváme pomocí obr. 25



Obr. 25

$$F_{n2} - F_{t1} = 0 \quad (1)$$

$$F_{n1} + F_{t2} - mg = 0 \quad (2)$$

a pro třecí síly platí

$$F_{t1} = fF_{n1}, \quad (3)$$

$$F_{t2} = fF_{n2}. \quad (4)$$

Otočí-li se válec n -krát a pak se zastaví, posune se působíště třecích sil o délku $2\pi rn$, takže tyto síly vykonají práci

$$W = (F_{t1} + F_{t2}) \cdot 2\pi rn$$

a tato práce je rovna počáteční kinetické energii rotujícího válce, která je

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2.$$

Z rovnosti $W = E_k$ vyjádříme

$$n = \frac{mr\omega^2}{4\pi(F_{t1} + F_{t2})}. \quad (5)$$

Ze vztahů (1), (2), (3), (4) vyloučíme F_{n1}, F_{n2} a vyjádříme

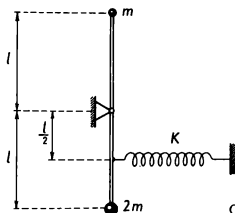
$$F_{t1} + F_{t2} = \frac{mgf(1 + f)}{1 + f^2}.$$

Po dosazení do (5) dostaneme výsledek

$$n = \frac{r\omega^2(1 + f^2)}{4\pi fg(1 + f)}.$$

2. úloha (navrhl prof. dr. Rostislav Košťál)

Vypočítejte úhlovou frekvenci vlastních kmitů soustavy znázorněné schematicky na obr. 26. K hmotnostem tyčky a pružiny nepřihlížejte, koule o hmotnostech m a $2m$ považujte za hmotné body. Tuhost pružiny je K .



Obr. 26

Řešení:

Moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení

$$I = 2ml^2 + ml^2 = 3ml^2.$$

Poněvadž při vychýlení tyčky o velmi malý úhel φ se pružina prodlouží o délku $\frac{1}{2}l\varphi$, působí na soustavu síla o velikosti

$$F = K \frac{l}{2} \varphi,$$

jejíž moment M_1 má velikost

$$M_1 = K \left(\frac{l}{2} \right)^2 \varphi.$$

Vedle toho působí koule na soustavu ještě momentem M_2 o velikosti

$$M_2 = mgl\varphi,$$

přičemž momenty M_1 a M_2 jsou orientovány souhlasně.

Pohybová rovnice soustavy je tedy:

$$3ml^2\varepsilon = - \left(mgl + \frac{1}{4} Kl^2 \right) \varphi.$$

Poněvadž $\varepsilon = -\omega^2\varphi$, dostaneme odtud

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{4mgl + Kl^2}{4ml^2}} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{g}{l} + \frac{K}{4m} \right)}.$$

Jiné řešení:

Vypočítáme potenciální energii a kinetickou energii soustavy ve vychýlené poloze; součet obou energií je konstantní. Potenciální energie je součtem energie tíhové E_g a energie pružnosti E_e :

$$\begin{aligned} E_g &= 2mgl(1 - \cos \varphi) - mgl(1 - \cos \varphi) = \\ &= mgl(1 - \cos \varphi) = 2mgl \sin^2 \frac{\varphi}{2} \approx \frac{1}{2} mgl\varphi^2. \end{aligned}$$

Poněvadž prodloužení pružiny je $y = \frac{l}{2} \varphi$, je

$$E_e = \frac{1}{2} Ky^2 = \frac{1}{2} K \left(\frac{l}{2} \varphi \right)^2 = \frac{1}{8} Kl^2 \varphi^2.$$

Celková potenciální energie tedy je

$$E_p = E_g + E_e = \frac{1}{2} mgl\varphi^2 + \frac{1}{8} Kl^2 \varphi^2.$$

Poněvadž moment setrvačnosti $I = 3ml^2$ a $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, je kinetická energie soustavy

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{3}{2} ml^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2.$$

Součet obou energií je konstantní, tedy

$$\frac{1}{2} mgl\varphi^2 + \frac{1}{8} Kl^2 \varphi^2 + \frac{3}{2} ml^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \text{konst.}$$

Derivováním podle času a dělením derivací ($d\varphi/dt$) dostáváme

$$mgl\varphi + \frac{1}{4} Kl^2\varphi + 3ml^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0$$

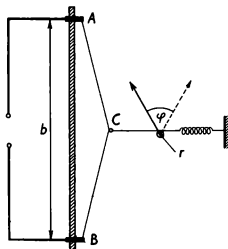
a z toho

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = - \frac{4mgl + Kl^2}{12ml^2} \varphi.$$

Tato pohybová rovnice vede k výsledku stejnému jako při řešení prvním způsobem.

3. úloha (navrhl ing. Miloš Rabas)

Ve dvou svorkách A, B (obr. 27) navzájem elektricky izolovaných, mezi nimiž je vzdálenost b , je upevněn drátek délky l_0 , jehož průměr je d . Uprostřed drátku je zachyceno vlákno, které je vedeno přes kladku o poloměru r a napnuto pružinou. Vlákno po kladce neklouže, může být



Obr. 27

kolem ní ovinuto. S kladkou je spojena ručka ukazující na stupnici.

Měrný odpor drátku je ϱ , součinitel jeho teplotní délkové roztažnosti je α .

Když se drátek zahřeje nad teplotu okolí, pak tepelný výkon, který drátek předává do okolí, je přímo úměrný zvýšení teploty, přičemž činitel úměrnosti je k .

Stanovte, o jaký úhel se ručka vychýlí, když drátkem prochází proud I .

Řešte nejprve obecně, potom pro $b = 49 \text{ mm}$; $l_0 = 50 \text{ mm}$; $d = 0,10 \text{ mm}$; $r = 2,0 \text{ mm}$; $\varrho = 8,5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$; $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $k = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$; $I = 1,0 \text{ A}$.

Ke změnám odporu drátku při změnách teploty nepřihlížejte.

Při řešení předpokládejte, že prodloužení drátku je velmi malé, a proto použijte aproximaci $(a + h)^2 \approx a^2 + 2ah$, jestliže $h \ll a$.

Řešení:

Když se drátek při průchodu proudem ohřeje o Δt , prodlouží se na délku

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + l_0 \alpha \Delta t. \quad (1)$$

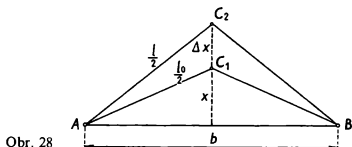
Bod C (obr. 28) se z polohy C_1 posune do polohy C_2 , a to o délku Δx . Kladka se otočí o úhel

$$\varphi = \frac{\Delta x}{r}. \quad (2)$$

Z pravoúhlých trojúhelníků v obr. 28 nalezneme

$$(x + \Delta x)^2 = \left(\frac{l_0 + \Delta l}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2,$$

$$x^2 = \left(\frac{l_0}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2. \quad (3)$$



První z těchto vztahů aproximujeme, protože $\Delta x \ll x$, $\Delta l \ll l_0$:

$$x^2 + 2x \Delta x = \left(\frac{l_0}{2}\right)^2 + \frac{l_0 \Delta l}{2} - \left(\frac{b}{2}\right)^2. \quad (4)$$

Odečtením (3) od (4)

$$x \Delta x = \frac{1}{4} l_0 \Delta l$$

a po dosazení za x z (3) a za Δl z (1)

$$\Delta x = \frac{1}{2} \frac{l_0^2 \alpha \Delta t}{\sqrt{l_0^2 - b^2}}. \quad (5)$$

Drátek má elektrický odpor

$$R = \varrho \frac{4l_0}{\pi d^2}$$

a při průtoku proudu I v něm vzniká tepelný výkon

$$P = RI^2 = \varrho \frac{4l_0}{\pi d^2} I^2,$$

který je v ustáleném stavu roven výkonu $P_1 = k \Delta t$ předávanému do okolí. Z rovnosti $P = P_1$ vyjádříme

$$\Delta t = \frac{4\varrho l_0}{\pi k d^2} I^2.$$

Dosadíme do (5), pak do (2) a dostaneme

$$\varphi = \frac{2\alpha\varrho l_0^3 I^2}{\pi k r d^2 \sqrt{l_0^2 - b^2}}$$

a pro zadané hodnoty $\varphi \doteq 0,31$ rad neboli $\varphi \doteq 18^\circ$.

4. úloha (navrhl ing. Miloš Rabas)

Prstencová cívka (velmi nízká), jejíž osa je svislá, má indukčnost L . Na tuto cívku položíme souose kroužek vyrobený z vodivé látky o měrném odporu ϱ a hustotě s . Kroužek je stejnorodý a má všude stejný průřez. Cívka i kroužek mají stejný střední průměr D . K cívce pak připojíme harmonické střídavé napětí o úhlovém kmitočtu ω .

Jakou efektivní hodnotu U_1 má toto napětí, jestliže se kroužek pozvedne nad cívku do střední výšky h ?

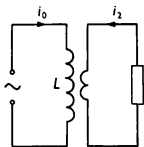
Úlohu řešte za těchto předpokladů:

1. Činný odpor cívky je vzhledem k její reaktanci zanedbatelný.
2. Reaktance kroužku je vzhledem k jeho činnému odporu zanedbatelná.
3. Jestliže cívka vzbuzuje v určitém okamžiku magnetický indukční tok Φ_1 , pak v témž okamžiku prochází kroužkem magnetický indukční tok $\Phi_2 = k\Phi_1$, kde veličina k , $0 < k < 1$, je tzv. činitel vazby mezi cívkou a kroužkem.

Řešte nejprve obecně, potom pro $L = 0,50 \text{ H}$; $D = 0,10 \text{ m}$; $\rho = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$; $s = 8,8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$; $h = 0,020 \text{ m}$; $k = 0,90$; permeabilita vzduchu je velmi přibližně rovna permeabilitě vakua $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$; tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

Soustavu můžeme považovat za transformátor, jehož sekundár, který má jediný závit, je připojen k činnému odporu, poněvadž kroužek můžeme nahradit sériovou kombinací indukčnosti (indukčnost kroužku) a odporu (činný odpor kroužku) – obr. 29.



Obr. 29

Proudy i_0 , i_2 primáru a sekundáru jsou proto protifázové, takže mezi primárem a sekundárem působí odpudivá síla. Střední odpudivá síla F , kterou cívka působí na kroužek, je v ustáleném stavu v rovnováze s tíhovou silou G působící na kroužek:

$$F = G. \quad (1)$$

Označme F_0 okamžitou velikost síly F , i_0 okamžitou hodnotu proudu protékajícího cívkou, i_2 současnou okamžitou hodnotu proudu protékajícího kroužkem, h_0 okamžitou vzdálenost kroužku od cívky, délka středního závitu a střední délka kroužku jsou stejné $d = \pi D$.

Pro F_0 pak platí obecný vztah

$$F_0 = \mu \frac{i_1 i_2}{2\pi h_0} \pi D = \mu \frac{i_1 i_2 D}{2h_0}, \quad (2)$$

tj. vztah pro odpudivou sílu, kterou na sebe navzájem působí dva vodiče délky πD ; vzájemná vzdálenost vodičů je h_0 a protékají jimi proudy i_1 , i_2 .

Pro další výpočet můžeme cívku nahradit jejím středním závitem, jímž protéká proud

$$i_1 = Ni_0,$$

kde N značí počet závitů cívky.

Označme u_1 okamžitou hodnotu napětí, k němuž je cívka připojena. Pak, podle předpokladu 1., protéká cívkou proud

$$i_0 = \frac{u_1}{\omega L},$$

takže

$$i_1 = Ni_0 = N \frac{u_1}{\omega L}. \quad (3)$$

Kdyby nedocházelo k rozptylu magnetického indukčního toku, indukovalo by se v kroužku elektromotorické napětí o okamžité hodnotě

$$u_2^* = \frac{u_1}{N}.$$

V důsledku rozptylu (předpoklad 3.) je toto napětí menší, a to

$$u_2 = ku_2^* = k \frac{u_1}{N}.$$

Označme S obsah průřezu kroužku, jehož délka je πD .

Kroužek má (předpoklad 2.) elektrický odpor

$$R = \varrho \frac{\pi D}{S}$$

a protéká jím okamžitý proud

$$i_2 = \frac{u_2}{R} = \frac{ku_1 S}{N\pi\varrho D}. \quad (4)$$

Dosazením z (4) a (3) do (2) nalezneme

$$F_0 = \frac{\mu k S u_1^2}{2\pi h_0 \varrho \omega L}. \quad (5)$$

Označme U_{1m} amplitudu napětí připojeného k cívce, T jeho periodu. Pak

$$u_1^2 = U_{1m}^2 \sin^2 \frac{2\pi}{T} t$$

a střední hodnota U , která odpovídá střední výšce h , je dána vztahem

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u_1^2 dt = \frac{U_{1m}^2}{2} = U_1^2,$$

kde U_1 je efektivní hodnota uvažovaného napětí.

Střední velikost F odpudivé síly tedy určíme z (5), kde místo u_1 , h_0 položíme U_1 , h :

$$F = \frac{\mu k S U_1^2}{2\pi h q \omega L}. \quad (6)$$

Kroužek má hmotnost

$$m = sS\pi D$$

a působí na něj tíhová síla o velikosti

$$G = mg = sS\pi Dg. \quad (7)$$

Dosazením z (6) a (7) do (1) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$U_1 = \pi \sqrt{\frac{2Ds q \omega h L g}{\mu k}}$$

a pro zadané hodnoty $U_1 \doteq 92$ V.

5. úloha (experimentální) – navrhl dr. Miroslav Svoboda, CSc.

Měření charakteristik tranzistoru v zapojení se společným emitorem

A. Úvod:

1. Význam znaků použitých v dalším textu

I_B ... proud báze

I_C ... proud kolektoru

$I_{C\max}$... největší přípustný proud kolektoru

U_{CE} ... napětí kolektoru vzhledem k emitoru

U_{EB} ... napětí báze vzhledem k emitoru

2. Definice

a) Hybridní přenosová charakteristika tranzistoru v zapojení se společným emitorem je graf funkce

$$I_C = f(I_B) \text{ při } U_{CE} = \text{konst.}$$

b) Vstupní charakteristika tranzistoru v zapojení se společným emitorem je graf funkce

$$I_B = f(U_{EB}) \text{ při } U_{CE} = \text{konst.}$$

c) Proudový zesilovací činitel β tranzistoru v zapojení se společným emitorem je definován vztahem

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \quad \text{při } U_{CE} = \text{konst.}$$

B. Pomůcky:

Tranzistor typu 104 NU 71 s chladicí destičkou

Destička s patičí pro tranzistor

Ploché baterie – 3 kusy

Měřidla – avomet, DU 10, stejnosměrný ampérmetr

Spojovací vodiče – 12 kusů

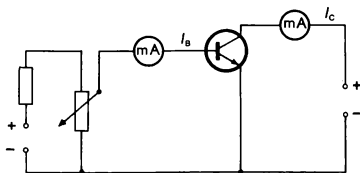
Reostat (potenciometr) 470 Ω

Rezistor o odporu 680 Ω

Přichytné svorky (krokosvorky) – 6 kusů

C. Úlohy:

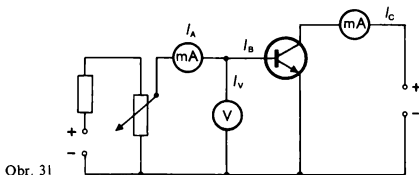
1. Změřte a zakreslete hybridní přenosové charakteristiky tranzistoru pro $U_{CE} = 4,5 \text{ V}$ a pro $U_{CE} = 9,0 \text{ V}$ (zapojení podle obr. 30).



Obr. 30

Proud kolektoru při tomto měření nesmí překročit hodnotu $I_{C\max} = 12 \text{ mA}$.

2. Z grafů (charakteristik) stanovte graficky hodnoty proudového zesilovacího činitele β pro $U_{CE} = 4,5 \text{ V}$ a pro $U_{CE} = 9,0 \text{ V}$ při $I_B = 60 \mu\text{A}$.
3. Změřte a zakreslete vstupní charakteristiky tranzistoru pro $U_{CE} = 1,5 \text{ V}$ a pro $U_{CE} = 3,0 \text{ V}$, přičemž $I_{C\text{max}} = 70 \text{ mA}$ (zapojení podle obr. 31).



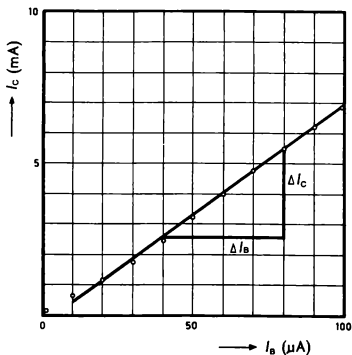
D. Poznámky:

1. Rozhodněte, kterým z měřidel (avomet a DU 10) budete, vzhledem k měřicím rozsahům, měřit proud I_C a kterým proud I_B v úloze 1., víte-li, že $I_C \gg I_B$. Své rozhodnutí zdůvodněte v záznamu (protokolu) o měření.
2. Proudová spotřeba avometu je 1 mA , tj. 50krát větší než proudová spotřeba měřidla DU 10 (při plné výchylce). Rozhodněte, které měřidlo použijete v úloze 3. jako voltmetr a které jako ampérmetr. Své rozhodnutí zdůvodněte a uveďte v záznamu o měření.
3. Třetí měřidlo (stejnoseměrný ampérmetr) je jen kontrolní (pro I_C) při měření uvedeném v úloze 3.

Tabulka 15

I_B (μA)	0	10	20	30	40	50
I_C (mA)	0,11	0,66	1,16	1,65	2,45	3,20

I_B (μA)	60	70	80	90	100
I_C (mA)	4,0	4,8	5,5	6,2	6,8

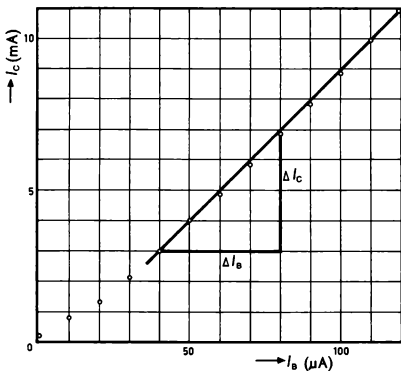


Obr. 32

Tabulka 16

I_B (μA)	0	10	20	30	40	50
I_C (mA)	0,26	0,76	1,4	2,15	3,0	4,0

I_B (μA)	60	70	80	90	100
I_C (mA)	4,8	5,8	6,8	7,7	8,8



Obr. 33

Řešení:

1. Změřené hodnoty pro $U_{CE} = 4,5 \text{ V}$ jsou uvedeny v tabulce 15 a zakresleny do grafu na obr. 32, pro $U_{CE} = 9 \text{ V}$ jsou zaznamenány v tabulce 16 a zakresleny do grafu na obr. 33.

Pro měření proudu báze I_B je vhodnější měřidlo DU 10, protože má nejmenší proudový rozsah 0,12 mA, zatímco avomet 1 mA.

2. Pro $U_{CE} = 4,5 \text{ V}$ bylo z grafu přečteno (pro $I_B = 60 \mu\text{A}$)

$$\Delta I_C = 2,9 \text{ mA}, \quad \Delta I_B = 0,040 \text{ mA},$$

$$\beta = \frac{2,9}{0,040} \doteq 73.$$

Pro $U_{CE} = 9,0 \text{ V}$ z grafu vyplývá (pro $I_B = 60 \mu\text{A}$)

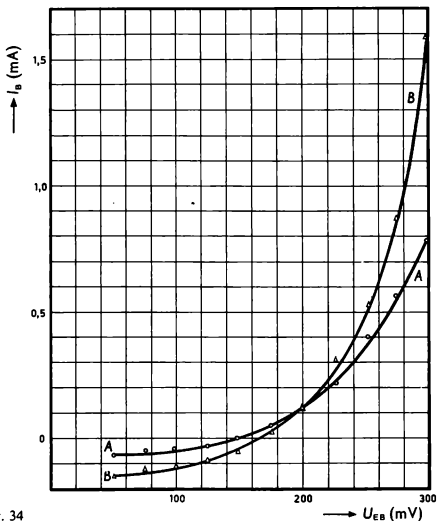
$$\Delta I_C = 3,8 \text{ mA}, \quad \Delta I_B = 0,040 \text{ mA},$$

$$\beta = \frac{3,8}{0,040} \doteq 95.$$

Tabulka 17

$U_{EB} \text{ (mV)}$	50	75	100	125	150	175
$I_B \text{ (mA)}$	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	0	0,05

$U_{EB} \text{ (mV)}$	200	225	250	275	300
$I_B \text{ (mA)}$	0,13	0,23	0,40	0,57	0,79



Obr. 34

3. Změřené hodnoty pro $U_{CE} = 1,5$ V jsou uvedeny v tabulce 17 a zakresleny do grafu na obr. 34 (křivka A), pro $U_{CE} = 3,0$ V jsou uvedeny v tabulce 18 a zakresleny do grafu na obr. 34 (křivka B).

Tabulka 18

$U_{EB} \text{ (mV)}$	50	75	100	125	150	175
$I_B \text{ (mA)}$	-0,14	-0,12	-0,11	-0,09	-0,05	0,02

$U_{EB} \text{ (mV)}$	200	225	250	275	300
$I_B \text{ (mA)}$	0,14	0,27	0,53	0,87	1,59

Jako voltmetr je vhodné použít měřidlo DU 10, neboť jeho vnitřní odpor je na příslušném měřicím rozsahu (300 mV) 50krát větší než vnitřní odpor avometu.

2. ÚLOHY KATEGORIE B

Úlohy a řešení recenzovali doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., a Mojmir Simerský

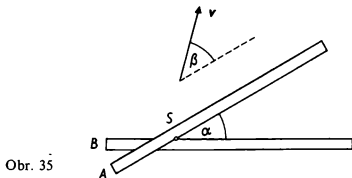
a) PRVNÍ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhol doc. dr. Daniel Kluvanec, CSc.)

Pravítka A a B zvierajú uhol α (obr. 35).

Bod S je priesečník hrán oboch pravítok.

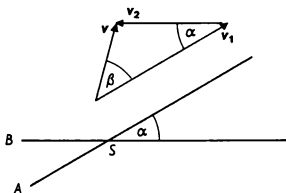
- Určte veľkosť v_{S1} rýchlosti $\mathbf{v}_{S1}$ pohybu bodu S , ak $\mathbf{v}$ je rýchlosť pohybu pravítka B vzhľadom na pravítko A .
- Určte veľkosť v_{S2} rýchlosti $\mathbf{v}_{S2}$ pohybu bodu S , ak $\mathbf{v}$ je rýchlosť pohybu pravítka A vzhľadom na pravítko B .



Obr. 35

Rýchlosť $\mathbf{v}$ zvierá s pravítkom A uhol β .

V oboch prípadoch určte podmienky pre uhol β , ktoré musia byť splnené, aby rýchlosti v_{S1}, v_{S2} boli nulové, resp. maximálne.



Obr. 36

Riešenie – obr. 36:

- a) Rýchlosť $\mathbf{v}$ pohybu pravítka rozložíme na zložky $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$, ktoré majú smery pravítkov. Rýchlosť $\mathbf{v}_{S1}$ má veľkosť rovnakú ako zložka $\mathbf{v}_1$ rýchlosti $\mathbf{v}$ a z obr. 36 najdeme podľa sínovej vety

$$v_{S1} = v \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}.$$

Rýchlosť je nulová, ak $\alpha + \beta = \pi$ neboli $\beta = \pi - \alpha$.

Rýchlosť je maximálna, ak $\alpha + \beta = \frac{1}{2}\pi$, neboli $\beta = \frac{1}{2}\pi - \alpha$.

- b) Rýchlosť v_{s2} má veľkosť rovnakú ako zložka v_2 rýchlosti $\mathbf{v}$. Opäť z obr. 36 pomocou sínovej vety

$$v_{s2} = v \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Rýchlosť je nulová pre $\beta = 0$, maximálna pre $\beta = \frac{1}{2}\pi$.

2. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

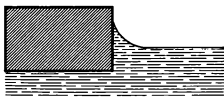
Do vody, ktorej hustota je ϱ , je ponorená sklenená kruhová doska tak, že podstava dosky je vodorovná a časť dosky je nad povrchom vody. Obsah podstavy kruhovej dosky je S , hmotnosť dosky je m .

- Nakreslite tvar povrchu vody v blízkosti dosky (tzv. meniskus) a určte polomer krivosti R povrchu vody v bode, ktorý je vo výške h nad vodorovným povrchom vody.
- Dosku začneme dvíhať nahor z vody silou $\mathbf{F}$ tak, že jej podstava zostane trvale vodorovná. Nakreslite tvar povrchu vody v okolí dosky v niekoľkých charakteristických fázach tohto deja, až do odtrhnutia dosky od povrchu vody.
- Určte najväčšiu veľkosť F_1 sily $\mathbf{F}$ počas tohto deja. Odtrhnutie dosky od povrchu vody nastane vtedy, keď dolná podstava dosky je vo výške h_0 nad vodorovným povrchom vody. Pre jednoduchosť ďalej predpokladáme, že meniskus vo výške $\frac{1}{2}h_0$ má polomer $R_0 = \frac{1}{2}h_0$.

Polomer R zakrivenia povrchu vody počítajte ako polomer krivosti čiary, ktorá je priesečnicou zvislej roviny, prechádzajúcej stredom dosky, s povrchovou plochou vody. Polomer kružnice, ktorá je priesečnicou vodorovnej roviny s meniskom vody, je neporovnateľne väčší ako R .

Riešenie:

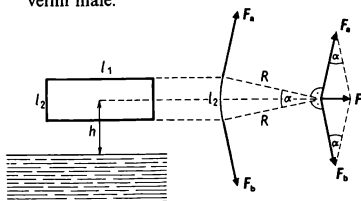
- a) Tvar menisku je v reze znázornený na obr. 37. K určení polomeru krivosti R menisku vo výške h nad vodorovným povrchom vody si predstavíme veľmi malý element



Obr. 37

menisku, ktorý je vodorovne obmedzený dvoma veľmi krátkymi úsečkami dĺžky l_1 ; ide vlastne o veľmi krátke kruhové oblúky, ktorých polomery však sú, podľa záveru zadania, tak veľké, že môžeme oblúky považovať za úsečky. Vo zvislom smere je element obmedzený dvoma kruhovými oblúkmi polomeru R , dĺžky l_2 , s veľmi malým stredovým uhlom α . Je to schématicky znázornené na obr. 38. Na element pôsobia kapilárne sily. Na obmedzovacie úsečky dĺžky l_1 pôsobia sily F_a , F_b , ktoré majú rovnakú veľkosť $F_a = F_b = \sigma l_1$, kde σ značí povrchové napätie vody. Sily pôsobiace na obmedzovacie oblúčky dĺžky l_2 nemusíme uvažovať, pretože majú rovnaký smer a opačné orientácie, takže ich výslednica je nulová.

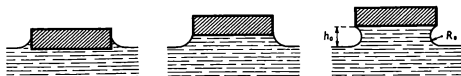
V ďalšom výpočte vždy uvažíme, že veličiny l_1 , l_2 , α sú veľmi malé.



Obr. 38

Výslednica F síl F_a a F_b je kolmá na povrch uvažovaného elementu a z obr. 39 dostávame

$$F = 2F_a \sin \frac{\alpha}{2} \approx 2F_a \frac{\alpha}{2} = F_a \alpha = \sigma l_1 \alpha. \quad (1)$$



Obr. 39

Kruhové oblúky, ktoré obmedzujú element menisku, majú dĺžku

$$l_2 = R\alpha.$$

Plošný obsah S_0 elementu vyjadríme približne ako obsah obdĺžnika, ktorého strany sú l_1 , l_2 :

$$S_0 = l_1 l_2 = l_1 R \alpha. \quad (2)$$

Kapilárny tlak na element menisku je F/S_0 a po dosadení z (1) a (2)

$$\frac{F}{S_0} = \frac{\sigma}{R}.$$

Tento tlak je v rovnováhe s hydrostatickým tlakom vodného stĺpca výšky h , takže

$$\frac{\sigma}{R} = \rho gh;$$

z toho vyjadríme

$$R = \frac{\sigma}{\rho gh}. \quad (3)$$

- b) Niektoré typické situácie sú na obr. 39, pričom posledná časť znázorňuje situáciu práve pred odtrhnutím dosky od povrchu vody.
- c) Sila F_1 je v rovnováhe s tiažovou silou $G = mg$ pôsobiace na dosku, ku ktorej sa priráta tiažová sila pôsobiaca na vodný stĺpec s prierezom S a výškou h_0 ; veľkosť tejto sily je $Sh_0\rho g$, takže

$$F_1 = mg + Sh_0\rho g.$$

Z (3) plynie pre $R_0 = \frac{1}{2}h_0$:

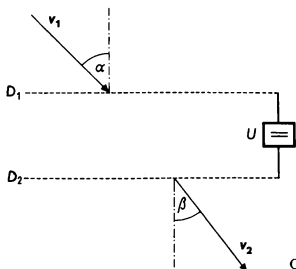
$$h_0 = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}},$$

takže

$$F_1 = mg + 2S\sqrt{\sigma\rho g}.$$

3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Elektron, jehož rychlost je $\mathbf{v}_1$ (rychlost $\mathbf{v}_1$ je vzhledem k rychlosti světla ve vakuu velmi malá), vstupuje do homogenního elektrického pole mezi dvěma rovinnými vzájemně rovnoběžnými jemnými sítkami D_1 , D_2 . Napětí mezi sítkami je U . Směr pohybu elektronu před vstupem do elektrického pole svírá se směrem kolmým k sítkám ostrý úhel, který označíme α (obr. 40). Po vystoupení z elektrického pole se elektron setrvačností pohybuje dále, přičemž směr jeho pohybu svírá se směrem kolmým k sítkám úhel, jež označíme β .



Obr. 40

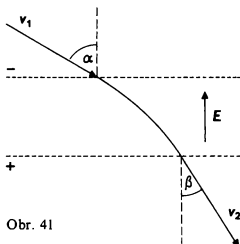
- a) Nakreslete dráhu pohybu elektronu, když síťka D_2 je vůči síťce D_1 kladná. Pro tento případ určete poměr

$$p_1 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

b) Nakreslete dráhu pohybu elektronu, jestliže síťka D_2 je vůči síťce D_1 záporná. Určete pro tento případ poměr

$$p_2 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

V obou případech proveďte diskusi a určete úhel β , když $\alpha = 45^\circ$, $U = 100 \text{ V}$, $v_1 = 6,0 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



Řešení:

a) Dráha elektronu mezi síťkami je parabolická (analogie šikmého vrhu dolů) – obr. 41. Je také zřejmé, že $\beta < \alpha$. Složka v_{1x} rychlosti v_1 , kolmá k intenzitě E pole mezi síťkami, je po celou dobu pohybu elektronu stálá. Pak platí

$$\sin \alpha = \frac{v_{1x}}{v_1}, \quad \sin \beta = \frac{v_{1x}}{v_2}$$

a z toho

$$p_1 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (1)$$

Velikost v_2 rychlosti $\mathbf{v}_2$ určíme pomocí energie. Energie W_2 elektronu po výstupu

$$W_2 = W_1 + eU,$$

kde W_1 je energie elektronu při vstupu do pole, e elementární náboj. Po dosazení za W_1 a U máme

$$W_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + eU,$$

kde m je klidová hmotnost elektronu. Z posledního vztahu dostaneme

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2eU}{m}}. \quad (2)$$

Dosazením (2) do (1) vychází

$$p_1 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2eU}{mv_1^2}}}.$$

Protože $p_1 < 1$, je úloha vždy řešitelná.

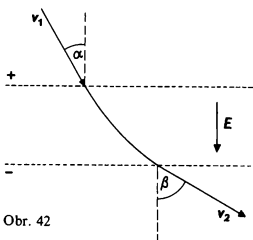
Pro zadané hodnoty je $\beta \doteq 30^\circ$.

- b) V tomto případě působí elektrické pole proti pohybu elektronu (analogie šikmého vrhu vzhůru). Dráha po-

hybu elektronu je parabola (obr. 42). V případě podle obr. 42 je

$$p_2 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2eU}{mv_1^2}}}, \quad (3)$$

poněvadž $W_2 = W_1 - eU$.

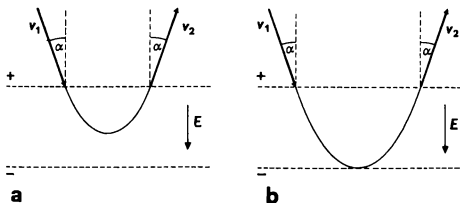


Úloha je řešitelná jen pro $\sin \beta < 1$. Z této podmínky s použitím vztahu (3) vyplývá

$$\cos^2 \alpha > \frac{2eU}{mv_1^2}. \quad (4)$$

Když $\cos^2 \alpha \leq \frac{2eU}{mv_1^2}$, neproletí elektron mezi sítkami, jeho dráha je parabola s vrcholem v elektrickém poli (obr. 43a, popř. 43b).

Zadané hodnoty nevyhovují podmínce (4); proto nelze úhel β určit. Elektron se pohybuje po dráze znázorněné na obr. 43a.



Obr. 43

4. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Na vodorovném homogenním válcovém kotouči o hmotnosti m a poloměru r stojí ve vzdálenosti r_1 od svislé osy procházející středem kotouče člověk o hmotnosti m_1 . Kotouč, který je v klidu, se může otáčet bez tření okolo svislé osy procházející jeho středem. Člověk se začne pohybovat po dráze tvaru kružnice o poloměru r_1 , jejíž střed je na ose kotouče, rychlostí $\mathbf{v}$, jejíž velikost v je stálá.

- Určete úhlovou rychlost ω kotouče vzhledem k povrchu Země.
- Určete rychlost v_1 pohybu člověka z hlediska pozorovatele, který je vzhledem k povrchu Země v klidu.

Řešení:

- a) Moment hybnosti izolované soustavy je konstantní. V našem případě $\mathbf{b} = \mathbf{0}$, tedy i $b = 0$.

Moment hybnosti kotouče vzhledem k ose otáčení označíme $\mathbf{b}_1$, moment hybnosti člověka vzhledem k téže ose $\mathbf{b}_2$. Podle zadání platí

$$b_1 + b_2 = I\omega + m_1 r_1 (v + \omega r_1) = 0,$$

kde ω značí úhlovou rychlost kotouče, $v + \omega r_1$ rychlost pohybu člověka vzhledem k povrchu Země, $I = \frac{1}{2}mr^2$ moment setrvačnosti kotouče. Po dosazení za I dostaneme z předchozího vztahu

$$\omega = - \frac{2m_1 r_1 v}{mr^2 + 2m_1 r_1^2}. \quad (1)$$

Záporné znaménko je ve výsledku proto, poněvadž kotouč se otáčí ve smyslu proti pohybu člověka.

- b) Z hlediska pozorovatele, který je vzhledem k povrchu Země v klidu, se člověk pohybuje úhlovou rychlostí

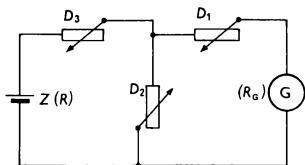
$$\omega' = \omega_1 + \omega, \quad (2)$$

kde ω_1 je úhlová rychlost člověka vzhledem ke kotouči. Když do (2) dosadíme $\omega_1 = v/r_1$, za ω z (1) a uvažíme, že $\omega' = v_1/r_1$, dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$v_1 = v \left(1 - \frac{2m_1 r_1^2}{mr^2 + 2m_1 r_1^2} \right).$$

5. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Vnitřní odpor R_G galvanometru G můžeme měřit v zapojení podle obr. 44, kde Z je zdroj napětí s vnitřním odporem R ; D_1 , D_2 , D_3 jsou odporové normály (dekády). Nejprve nastavíme na dekádě D_1 nulový odpor, na dekádě D_3 odpor dosti velký a na dekádě D_2 odpor dosti malý, aby na galvanometru byla vhodná výchylka α . Za vhodnou považujeme výchylku ručky přístroje ve třetí třetině stupnice.



Obr. 44

Potom na dekádě D_2 nastavíme odpor $2R_2$ a na dekádě D_1 odpor R_1 takový, aby na galvanometru byla výchylka stejná jako v prvním případě.

Pomocí R , R_1 , R_2 , R_3 určete vnitřní odpor R_G galvanometru.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $R = 1,00 \cdot 10^{-3} \Omega$, $R_1 = 33,5 \Omega$, $R_2 = 10,0 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$.

Řešení:

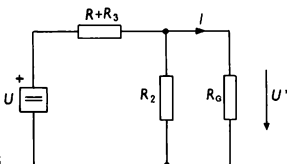
Elektromotorické napětí zdroje označíme U . V prvním případě (na dekádě D_1 je nastaven nulový odpor) protéká gal-

vanometrem proud I , který vyjádříme pomocí obr. 45 (dělič napětí). Pro napětí U' platí

$$U' = U \frac{\frac{R_2 R_G}{R_2 + R_G}}{\frac{R_2 R_G}{R_2 + R_G} + R + R_3}$$

a po úpravě

$$U' = U \frac{R_2 R_G}{R_2 R_G + (R_2 + R_G)(R + R_3)}.$$



Obr. 45

Pro proud I platí

$$I = \frac{U'}{R_G} = \frac{U R_2}{R_2 R_G + (R_2 + R_G)(R + R_3)}. \quad (1)$$

V druhém případě platí vztah obdobný, ale musíme psát $R_1 + R_G$ místo R_G a $2R_2$ místo R_2 :

$$I = \frac{2U R_2}{2R_2(R_1 + R_G) + (R_1 + 2R_2 + R_G)(R + R_3)}. \quad (2)$$

Porovnaním (1) a (2) dostaneme vzťah, z něhož vyjádříme

$$R_G = R_1 \left(1 + \frac{2R_2}{R + R_3} \right)$$

a pro zadané hodnoty $R_G \doteq 40,2 \, \Omega$.

6. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Meranie usmerňovacích charakteristík kremíkovej fotoelektrickej diódy 1 PP 75 pri rôznych osvetleniach diódy

Pomôcky:

Fotoelektrická dióda 1 PP 75, meracie prístroje DU 10 – 2 kusy, príp. avometry, alebo iný mikroampérmeter s rozsahom do $600 \, \mu\text{A}$, a milivoltmeter s rozsahom do $1000 \, \text{mV}$, plochá batéria alebo monočlánok, reostat s odporom kolem $150 \, \Omega$, luxmeter.

Cieľ merania:

Určenie usmerňovacích charakteristík fotoelektrickej diódy 1 PP 75 pre štyri rôzne osvetlenia E : $E_1 = 0 \, \text{lx}$ (neosvetlená dióda), $E_2 = 1000 \, \text{lx}$, $E_3 = 1500 \, \text{lx}$, $E_4 = 2000 \, \text{lx}$.

Fyzikálne interpretovať získané výsledky.

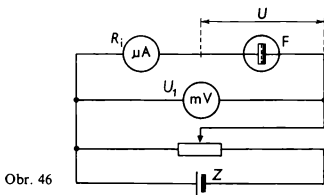
Postup:

1. Zostavíme elektrický obvod podľa schémy na obr. 46. Dbáme na to, aby dióda bola najskôr pripojená na zdroj v priepustnom smere.

- Postupne zvyšujeme napätie U_1 od nulovej hodnoty a meriame prúd I , ktorý preteká diódou. Pre napätie U na dióde platí

$$U = U_1 - R_i I,$$

kde R_i je vnútorný odpor ampérmetra. Usmerňovacia charakteristika fotoelektrickej diódy je graf funkcie $U = U(I)$. Zvyšovaním napätia U_1 sa prúd I postupne znižuje až na nulovú hodnotu, kedy $U_1 = U = U_r$, kde U_r je fotoelektromotorické napätie diódy pri danom osvetlení. Pri ďalšom zvyšovaní napätia U_1 tečie diódou prúd v priepustnom smere.



Obr. 46

- Napätie U_1 znížime na nulu a zmeníme polaritu pripojenia zdroja. Dióda je pripojená na zdroj v závernom smere. Nameriame niekoľko hodnôt U_1 a I pre zobrazenie usmerňovacej charakteristiky diódy v závernom smere.
- Napätie U v priepustnom i závernom smere zvyšujeme približne do hodnoty $U' = 800$ mV.

5. Meranie, ktorého postup je uvedený v bodoch 1. až 4., robíme najskôr pre neosvetlenú diódu (napr. diódu zabalíme do čierneho papiera), potom meranie opakujeme pre tri rôzne osvetlenia E_2 , E_3 , E_4 , ktoré v mieste uloženia diódy odmeriame luxmetrom. Merané hodnoty U_1 , I a vypočítanú hodnotu U zapisujeme do tabuliek. Pre každú charakteristiku získame dostatočný počet hodnôt U , I , potrebných na zostrojenie grafov funkcie $U = U(I)$.
6. Zostrojíme usmerňovacie charakteristiky $U_i = U_i(I)$, kde $i = 1, 2, 3, 4$, pre štyri rôzne osvetlenia, uvedené v cieľoch merania. Vysvetlite tiež stručne princíp fotoelektrickej diódy a fyzikálne interpretujte získané výsledky.

Poznámky:

- a) Kladný pól vnútorného fotoelektrického napätia diódy je vyznačený červenou bodkou.
- b) V meraniach i v grafickom zobrazení odlišujte znamienkom priepustné a záverné hodnoty napätia U a prúdu I .
- c) V prípade, že nemáte k dispozícii luxmeter, zvolte subjektívne tri ľubovoľné, ale rôzne osvetlenia diódy, čo dosiahnete napr. umiestením diódy do rôznych vzdialeností od svietiacej žiarovky.
- d) Vnútorný odpor R_i mikroampérmetra zistíte z prospektu prístroja, príp. ho odmerajte priamou metódou.

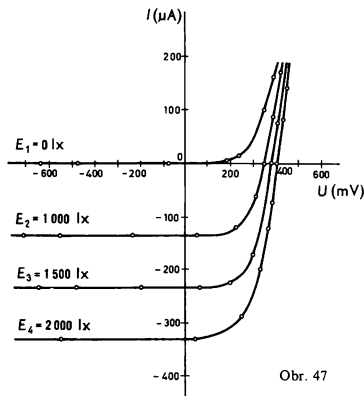
Riešenie:

Meranie bolo vykonané pomocou mikroampérmetra s rozsahom $500\ \mu\text{A}$ a vnútorným odporom $R_i = 920\ \Omega$. Name-
rané a vypočítané hodnoty pre štyri rôzne osvetlenia diódy
sú uvedené v tabuľke 19.

Tabuľka 19

$E_1 = 0\ \text{lx}$			$E_2 = 1000\ \text{lx}$			$E_3 = 1500\ \text{lx}$			$E_4 = 2000\ \text{lx}$		
U_1 mV	U mV	I μA	U_1 mV	U mV	I μA	U_1 mV	U mV	I μA	U_1 mV	U mV	I μA
-800	-800	0	-815	-691	-135	-800	-579	-240	-728	-428	-326
-640	-640	0	-663	-539	-135	-654	-433	-240	-258	40	-324
-480	-480	0	-323	-192	-135	-342	-126	-235	0	261	-284
-70	-70	0	-70	54	-134	-152	66	-237	146	330	-200
177	172	5	56	175	-129	0	208	-226	246	366	-130
234	225	10	230	304	-80	136	297	-175	307	381	-80
447	355	100	363	363	0	389	389	0	402	402	0
518	380	150	485	389	95	476	407	75	481	418	69
584	400	200	565	416	162	585	430	168	560	430	141
669	421	270	647	733	232	657	423	233	648	446	220

Na obr. 47 sú znázornené grafy funkcií $U = U(I)$ pre všetky štyri osvetlenia fotoelektrickej diódy 1 PP 75, t. j. usmerňovacie charakteristiky diódy.



Obr. 47

Dióda 1 PP 75 je kremíková fotodióda, ktorá sa používa pre rôzne účely pri meraniach a regulácii. Neosvetlená pracuje podobne ako iná kremíková dióda.

V závernom smere neprepúšťa prúd, v priepustnom smere s rastom napätia prúd značne narastá, vedenie zabezpečujú majoritný nositelia náboja.

Pri osvetlení fotodiódy sa podstatne zvýši koncentrácia minoritných nositeľov náboja. Difúzne elektrické pole spôsobí

pohyb minoritných nositeľov náboja v nepriepustnom smere, vzniká fotoelektromotorické napätie. Koncentrácia minoritných nositeľov a tým i veľkosť nasýteného záverného prúdu je značne závislá od osvetlenia (pozri grafy na obr. 47). Prúd v priepustnom smere len málo závisí od osvetlenia, lebo je tvorený tokom majoritných nositeľov, ktorých koncentrácia nie je závislá od osvetlenia.

Z tab. 19 i usmerňovacích charakteristík vyplývajú hodnoty fotoelektromotorických napätí (U_f) a nasýtených prúdov (I_n) v závernom smere, ktoré sú uvedené v tab. 20.

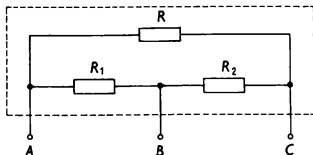
Tabuľka 20

Osvetlenie (lx)	U_f (μV)	I_n (μA)
0	0	0
1000	363	135
1500	389	240
2000	402	324

7. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Jednosmerný ampérmeter, ktorého schéma je na obr. 48, bol vyrobený pre dva rozsahy: ampérmeter, zapojený do obvodu svorkami A, B, má rozsah I_1 ; druhý rozsah ampérmetra, keď ho do obvodu pripojíme svorkami A, C, je I_2 .

Usporiadanie otočnej cievky a bočnikov ampérmetra je také, ako je znázornené na obrázku. Predpokladáme, že odpor otočnej cievky je R , odpory bočnikov R_1 a R_2 . Veľkosti odporov R , R_1 , R_2 nie sú známe.



Obr. 48

Tento ampérmeter je možno použiť ešte v inom zapojení. Opíšte ho a určte rozsah I_3 ampérmetra v tomto zapojení. Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $I_1 = 200 \text{ mA}$, $I_2 = 40 \text{ mA}$.

Riešenie:

Ampérmeter je možné použiť ešte v treťom zapojení, keď meraný obvod pripojíme na svorky B, C.

Pre rozsahy I_1 , I_2 a I_3 ampérmetra platia vzťahy

$$I_1 = I_0 \frac{R_1 + R_2 + R}{R_1}, \quad (1)$$

$$I_2 = I_0 \frac{R_1 + R_2 + R}{R_1 + R_2}, \quad (2)$$

$$I_3 = I_0 \frac{R_1 + R_2 + R}{R_2}, \quad (3)$$

kde I_0 je prúd, ktorý preteká otočnou cievkou pri plnej výchylke ampérmetra.

Z (1) a (2), potom z (1) a (3) máme

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}, \quad (4)$$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (5)$$

Dosadením z (5) do (4) a úpravou máme

$$I_3 = \frac{I_1 I_2}{I_1 - I_2}.$$

Všeobecne musí platiť $I_1 > I_2$, čo je pre dané zapojenie ampérmetra vždy splnené.

Pre dané hodnoty: $I_3 = 50 \text{ mA}$.

b) DRUHÉ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Máme k dispozici tyto pomůcky: skleněný pyknometr, rtuť, laboratorní váhy, sadu závaží, laboratorní pícku s teploměrem.

V pícce se dá pyknometr zahřát na teplotu do $t = 80^\circ\text{C}$. Pyknometr je nádobka s přesně zabroušenou zátkou, která má v geometrické ose válcovou díru. Když pyknometr naplníme kapalinou, vytlačí se část kapaliny válcovou dírou. Proto je objem kapaliny při stálé teplotě stálý.

Navrhněte způsob měření teplotního součinitele objemové

roztlačnosti β rtuti, když teplotní součinitel objemové roztlačnosti skla pyknometru je β_s .

Řešení:

Vážením zjistíme hmotnost m_0 prázdného pyknometru, hmotnost m_1 pyknometru naplněného rtutí při teplotě t_1 , m_2 jeho hmotnost při teplotě t_2 , přičemž teplota t_2 je (máme laboratorní picku) o 40°C až 50°C vyšší než teplota t_1 . Objem pyknometru při teplotě t_1 je V_0 , při teplotě t_2

$$V' = V_0(1 + \beta_s \Delta t),$$

kde Δt je rozdíl teplot.

Při teplotě t_1 má rtuť objem V_0 , při teplotě t_2

$$V'' = V_0(1 + \beta \Delta t).$$

Z pyknometru byla vytlačena rtuť o objemu

$$V'' - V' = \Delta V = V_0 \Delta t (\beta - \beta_s).$$

Úpravou posledního vztahu můžeme určit

$$\beta = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t} + \beta_s. \quad (1)$$

Ze změřených veličin můžeme vypočítat ΔV a V_0 :

$$\Delta V = \frac{m_1 - m_2}{\varrho_{t2}} = \frac{m_1 - m_2}{\varrho_{t1}} (1 + \beta \Delta t), \quad (2)$$

$$V_0 = \frac{m_1 - m_0}{\varrho_{t1}}, \quad (3)$$

kde ϱ_{t1} , ϱ_{t2} jsou hustoty rtuti při teplotách t_1 , t_2 .

Dosazením (2), (3) do (1) a úpravou vypočítáme

$$\beta = \frac{m_1 - m_2 + \beta_s \Delta t (m_1 - m_0)}{(m_2 - m_0) \Delta t}.$$

2. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Zdeněk Ungermann)

Na obvodu kladky je navinuto lanko, jehož jeden konec je v jejím žlábků pevně uchycen. Druhý konec uchopíme do ruky, podržíme tak, aby zůstal v klidu, a kladku volně pustíme. Dbáme, aby se kladka pohybovala v téže svislé rovině, lanko bylo napnuté a aby kladka nekonala kmitavý pohyb.

- Popište pohyb kladky.
- Vypočítejte zrychlení a posuvného pohybu kladky.
- Určete velikost F síly $\mathbf{F}$, kterou je lanko napínáno.

Kladku považujeme za válec, její hmotnost je m . Lanko je dokonale ohebné a jeho hmotnost je v porovnání s hmotností kladky velmi malá. Síly tření při pohybu kladky jsou v porovnání s její tíhou rovněž velmi malé.

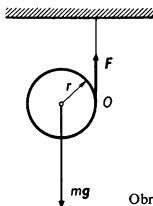
Poznámka:

Moment setrvačnosti I_0 válce vzhledem k jeho geometrické ose je $\frac{1}{2}mr^2$, kde r je poloměr válce, m jeho hmotnost.

Řešení:

- Kladka koná rotační pohyb a posuvný pohyb ve svislém směru.

b) – obr. 49.



Obr. 49

Podle 2. Newtonova zákona platí

$$mg - F = ma. \quad (1)$$

Pro rotační pohyb kladky vzhledem k ose O platí

$$a = \varepsilon r, \quad (2)$$

$$M = I\varepsilon, \quad (3)$$

kde ε je úhlové zrychlení, M moment tíhy kladky, I moment setrvačnosti vzhledem k ose O .

Pro moment setrvačnosti I platí

$$I = I_0 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2. \quad (4)$$

Z (2), (3), (4) vyplývá

$$mgr = \frac{3}{2}mr^2 \frac{a}{r}$$

a odtud
$$a = \frac{2}{3}g. \quad (5)$$

Je možné i řešení pomocí zákona zachování energie.

Když těžiště kladky klesne o h , získá rychlost v , přičemž

$$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

a z toho

$$v^2 = \frac{4}{3}gh. \quad (6)$$

Protože jde o rovnoměrně zrychlený pohyb, platí

$$v^2 = 2ah. \quad (7)$$

Porovnáním (6) a (7) dostaneme opět výsledek (5).

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Deskový kondenzátor, jehož dielektrikum má průřez o obsahu S , tloušťku x a permitivitu ϵ , je nabit na napětí U_1 .

- Určete změnu ΔW energie elektrického pole v kondenzátoru, když se jeho desky k sobě přiblíží o velmi malou délku Δx .
- Podle výsledku části a) úlohy stanovte velikost F síly, kterou se desky kondenzátoru navzájem přitahují.

Řešení:

a) Kondenzátor má kapacitu

$$C_1 = \frac{\varepsilon S}{x}$$

a elektrické pole v něm má energii

$$W_1 = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{x} U_1^2. \quad (1)$$

Přiblížením desek se kapacita kondenzátoru změní na

$$C_2 = \frac{\varepsilon S}{x - \Delta x}$$

a napětí se změní na U_2 . Elektrické pole v kondenzátoru má pak energii

$$W_2 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{x - \Delta x} U_2^2. \quad (2)$$

Náboje na deskách se jejich vzájemným přiblížením nezměnily, takže $C_1 U_1 = C_2 U_2$; odtud

$$U_2 = U_1 \frac{C_1}{C_2} = U_1 \frac{x - \Delta x}{x}. \quad (3)$$

Pro změnu ΔW energie elektrického pole v kondenzátoru platí

$$\Delta W = W_1 - W_2.$$

Dosadíme z (1) a (2), za U_2 z (3) a dostaneme

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{\epsilon S}{x^2} U_1^2 \Delta x. \quad (4)$$

- b) Při vzájemném přiblížení desek působila přitažlivá síla mezi nimi po dráze délky Δx ; je-li F její velikost, vykonala práci $A = F \Delta x$. Poněvadž $A = \Delta W$, nalezneme porovnáním s (4)

$$F = \frac{\epsilon S U_1^2}{2x^2}.$$

4. úloha (navrhl Konrád Hofman)

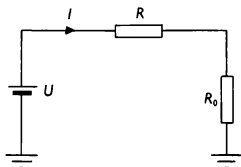
Stejnoseměrný proud je veden ze zdroje napětí k spotřebiči podzemním jednovodičovým kabelem. Jako druhý vodič se používá zem. V jednom místě mezi zdrojem a spotřebičem došlo k porušení izolace kabelu. Před porušením izolace procházel zdrojem i spotřebičem proud I , po porušení izolace procházel zdrojem proud I_1 , spotřebičem proud $I_2 < I_1$.

- Určete vzdálenost d místa, v němž je izolace porušena, od zdroje napětí.
- Určete svodový odpor R' mezi vodičem v místě porušení izolace a zemí.

Vzdálenost mezi zdrojem a spotřebičem je l , odpor vodiče kabelu mezi zdrojem a spotřebičem je R , odpor spotřebiče je R_0 . Vnitřní odpor zdroje napětí a odpor země je ve srov-

nání s odpory R , R_0 velmi malý. Vodič kabelu je homogenní, všude stejného průřezu.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $l = 5,0 \cdot 10^4 \text{ m}$, $R = 120 \, \Omega$, $R_0 = 240 \, \Omega$, $I = 0,20 \text{ A}$, $I_1 = 0,60 \text{ A}$, $I_2 = 0,10 \text{ A}$.



Obr. 50

Řešení:

Schéma obvodu před porušením izolace kabelu je na obr. 50, po porušení izolace na obr. 51.

Z obr. 50 vyplývá

$$U = (R + R_0) I, \quad (1)$$

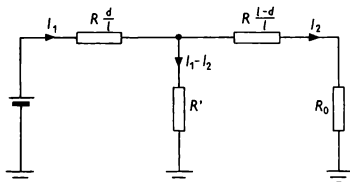
kde U je elektromotorické napětí zdroje.

Z obr. 51 pro poškozený kabel platí

$$R'(I_1 - I_2) = \left[R_0 + \frac{R}{l}(l - d) \right] I_2. \quad (2)$$

$$U = \frac{R}{l} d I_1 + R'(I_1 - I_2). \quad (3)$$

Obr. 51



Z (1), (2) a (3) máme pro d a R' :

$$d = \frac{(R + R_0)(I_1 - I_2)}{R(I_1 - I_2)} l,$$

$$R' = \frac{(R + R_0)(I_1 - I_2)}{(I_1 - I_2)^2} I_2$$

a pro zadané hodnoty: $d \doteq 3,0 \cdot 10^4 \text{ m}$, $R' \doteq 58 \Omega$.

3. ÚLOHY KATEGORIE C

Úlohy a řešení recenzovali dr. Marta Chytilová, CSc., a Mojmír Simerský

a) PRVNÍ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

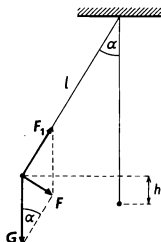
Velmi malé těleso je zavěšeno na vlákně, jehož hmotnost je vzhledem k hmotnosti tělesa zanedbatelná.

- a) Určete úhel α , o který je nutno napjaté vlákno s tělesem vychýlit, aby celkové zrychlení tělesa v krajních polohách

mělo při kývání stejnou velikost jako jeho celkové zrychlení při průchodu rovnovážnou polohou.

- b) Určete úhel α_1 , o který je nutno vlákno vychýlit, aby síla napínající vlákno v rovnovážné poloze měla dvojnásobnou velikost síly napínající vlákno v polohách krajních.

Změny délky vlákna neuvažujeme.



Obr. 52

Řešení – obr. 52:

- a) Označme m hmotnost tělesa, l délku vlákna. V krajní poloze působí na těleso tíhová síla $\mathbf{G} = m\mathbf{g}$ a síla napjatého vlákna $\mathbf{F}_1$. Jejich výslednice $\mathbf{F}$ má velikost $F = mg \sin \alpha$ a uděluje tělesu tangenciální zrychlení $a_t = g \sin \alpha$.

Potenciální tíhová energie vzhledem k rovnovážné poloze je $E_p = mgh$, rychlost je nulová, takže i kinetická energie je nulová.

Rovnovážnou polohou prochází těleso rychlostí v s normálovým zrychlením $a_n = v^2/l$; má kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ a jeho potenciální tíhová energie je nulová. Podle zákona zachování mechanické energie platí $E_p = E_k$ neboli $mgh = \frac{1}{2}mv^2$. Odtud

$$v^2 = 2gh = 2gl(1 - \cos \alpha),$$

$$a_n = 2g(1 - \cos \alpha).$$

Podle zadání platí $a_t = a_n$, odtud

$$\sin \alpha = 2(1 - \cos \alpha).$$

Obě strany rovnice vyjádříme funkcemi polovičního úhlu:

$$2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (1)$$

Poněvadž $\sin \frac{1}{2}\alpha \neq 0$, vyjádříme z (1)

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}; \quad \alpha \doteq 53^\circ 08'.$$

- b) V krajních polohách je vlákno napínáno silou F_1 , jejíž velikost je

$$F_1 = mg \cos \alpha_1.$$

V otáčející se vztažné soustavě je při průchodu rovnovážnou polohou vlákno napínáno silou F_2 , jejíž velikost je

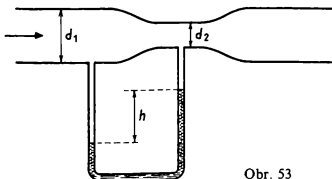
$$\begin{aligned} F_2 &= m(g + a_n) = mg + 2mg(1 - \cos \alpha_1) = \\ &= mg(3 - 2 \cos \alpha_1). \end{aligned}$$

Podle zadání platí $F_2 = 2F_1$; odtud vyjádříme

$$\cos \alpha_1 = \frac{3}{4}; \quad \alpha_1 \doteq 41^\circ 25'.$$

2. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Na obr. 53 je ve schematickém řezu znázorněn přístroj k průběžné kontrole průtokové rychlosti plynu v potrubí.



Obr. 53

Potrubí o vnitřním průměru d_1 je v určitém místě zúženo na vnitřní průměr d_2 . Potrubím proudí plyn o hustotě ρ , která je ve všech částech potrubí konstantní. Plyn považujeme za ideální. V trubici tvaru U připojené k potrubí je kapalina o hustotě ρ_0 .

Svislá vzdálenost volných povrchů kapaliny v trubici je h .

- Stanovte průtokovou rychlost plynu v potrubí o vnitřním průměru d_1 .
- Určete objemový tok Q_V plynu v potrubí o vnitřním průměru d_1 jako funkci vzdálenosti h .

- c) Znázorněte funkci $Q_V = f(h)$ graficky na milimetrový papír v oboru $0 \text{ mm} \leq h \leq 20 \text{ mm}$ pro veličiny $d_1 = 50 \text{ mm}$, $d_2 = 5,0 \text{ mm}$, $\varrho = 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\varrho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

- a) Označíme v_1 průtokovou rychlost a p_1 tlak plynu v potrubí o vnitřním průměru d_1 , v_2 průtokovou rychlost a p_2 tlak plynu v potrubí o vnitřním průměru d_2 .
Zapišeme rovnici spojitosti toku

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2 \quad (1)$$

a rovnici Bernoulliovu

$$p_1 + \frac{\varrho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\varrho v_2^2}{2}. \quad (2)$$

Z (2) vyjádříme

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\varrho}{2} (v_2^2 - v_1^2). \quad (3)$$

Z (1) a (3) vyloučíme v_2 a vyjádříme

$$v_1 = d_2^2 \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\varrho (d_1^4 - d_2^4)}}. \quad (4)$$

Rozdíl Δp tlaků je roven hydrostatickému tlaku kapalinového sloupce o výšce h , hustota kapaliny je ϱ_0 :

$$\Delta p = \varrho_0 g h.$$

Dosazením do (4) dostaneme

$$v_1 = d_2^2 \sqrt{\frac{2\rho_0 g h}{\rho(d_1^4 - d_2^4)}}.$$

b) Objemový tok plynu

$$Q_V = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = \pi d_1^2 d_2^2 \sqrt{\frac{\rho_0 g h}{8\rho(d_1^4 - d_2^4)}} = k \sqrt{h}, \quad (5)$$

kde k je konstanta daná vztahem

$$k = \pi d_1^2 d_2^2 \sqrt{\frac{\rho_0 g}{8\rho(d_1^4 - d_2^4)}}.$$

c) Pro zadané hodnoty má konstanta k ve vztahu (5) hodnotu

$$k \doteq 9,15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}.$$

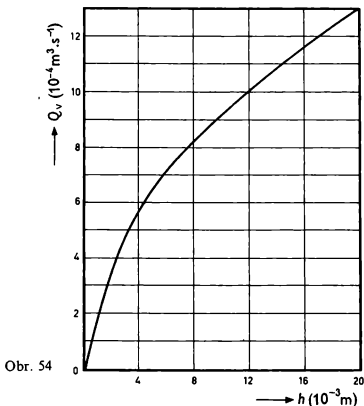
K znázornění funkce (5) si sestavíme tabulku hodnot – tab. 21.

Tabulka 21

$h \text{ (} 10^{-3} \text{ m)}$	0,0	4,0	8,0
$Q_V \text{ (} 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	0,00	5,80	8,20

$h \text{ (} 10^{-3} \text{ m)}$	12,0	16,0	20,0
$Q_V \text{ (} 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	10,0	11,6	13,0

Graf je na obr. 54.



3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

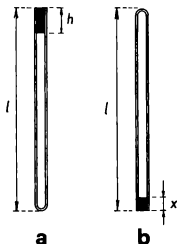
V kapilární trubici o délce l , která je na dolním konci zavěšena, je sloupec vzduchu uzavřen sloupcem rtuti o délce h (obr. 55a). Když trubici převrátíme dnem vzhůru, část rtuti vyteče (obr. 55b).

- a) Určete délku x rtuťového sloupce v trubici v poloze podle obr. 55b, je-li atmosférický tlak p_a a hustota rtuti ρ .

Proveďte diskusi řešení.

Vzduch v trubici považujeme za ideální plyn a děj, při němž se změní objem vzduchu v trubici, považujeme za izotermický.

- b) Podle výsledku diskuse stanovte vztah, který platí mezi veličinami l , h , p_a , ϱ v případě, že v poloze trubice podle obr. 56b všechna rtuť vyteče.
- c) V poloze trubice podle obr. 55a byly změřeny tyto hodnoty: $l = 0,70 \text{ m}$, $h = 0,20 \text{ m}$, $p_a = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $\varrho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 55

Rozhodněte, zda v tomto případě při poloze trubice podle obr. 55b z ní všechna rtuť vyteče nebo zda v ní zůstane sloupec o délce x . V tomto případě stanovte délku x .

Řešení:

- a) Označme S obsah průřezu trubice, V_1 a p_1 objem a tlak vzduchu uzavřeného v trubici v poloze podle obr. 55a,

V_2 a p_2 objem a tlak vzduchu uzavřeného v trubici v poloze podle obr. 55b. Potom platí

$$V_1 = S(l - h), \quad p_1 = p_a + \rho gh, \quad (1)$$

$$V_2 = S(l - x), \quad p_2 = p_a - \rho gx. \quad (2)$$

Pro izotermický děj platí $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Po dosazení z (1) a (2) dostaneme kvadratickou rovnici

$$\rho g x^2 - (p_a + \rho g) x + h[p_a - (l - h) \rho g] = 0.$$

Její řešení je

$$x_{1,2} = \frac{p_a + \rho g \pm \sqrt{(p_a + \rho g)^2 - 4h\rho g[p_a - (l - h)\rho g]}}{2\rho g}.$$

Diskuse řešení:

Diskriminant rovnice je

$$D = p_a^2 + 2p_a \rho g + l^2 \rho^2 g^2 - 4h\rho g p_a + 4h\rho^2 g^2(l - h).$$

Poslední člen diskriminantu je kladný, protože $l > h$.

Dále platí

$$\begin{aligned} & p_a^2 + 2p_a \rho g + l^2 \rho^2 g^2 - 4p_a h \rho g > \\ & > p_a^2 + 2p_a \rho g + l^2 \rho^2 g^2 - 4p_a l \rho g = \\ & = (p_a - l \rho g)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Je tedy $D > 0$, rovnice má dva různé reálné kořeny.

Zjistíme, zda oba vyhovují podmínkám úlohy.

$$x_1 - l =$$

$$= \frac{p_a + l \varrho g - 2l \varrho g}{2 \varrho g} + \frac{\sqrt{(p_a + l \varrho g)^2 - 4h \varrho g p_a + 4h \varrho^2 g^2 (l - h)}}{2 \varrho g} > \\ > \frac{p_a - l \varrho g + \sqrt{(p_a - l \varrho g)^2 + 4h \varrho^2 g^2 (l - h)}}{2 \varrho g} > 0,$$

tedy $x_1 - l > 0$; to však odporuje podmínce úlohy.

Kořen x_1 proto nevyhovuje a rovnice má jen jedno vyhovující reálné řešení

$$x_2 = \frac{p_a + l \varrho g - \sqrt{(p_a + l \varrho g)^2 - 4h \varrho g [p_a - (l - h) \varrho g]}}{2 \varrho g}. \quad (3)$$

b) Rtuť vyteče v poloze podle obr. 55b úplně, když $x_2 \leq 0$.

V tomto případě, podle (3), platí

$$(l - h) \varrho g \geq p_a.$$

c) Pro zadané hodnoty je

$$(l - h) \varrho g = 6,7 \cdot 10^4 \text{ Pa} < p_a.$$

V poloze trubice podle obr. 55b tedy rtuť nevyteče úplně.

Zbývající sloupec rtuti má délku $x_2 = 0,034 \text{ m}$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Máte k dispozici pět stejnorodých koulí o stejných objemech. Čtyři z nich mají stejné hmotnosti m_1 , pátá koule má hmotnost m_2 , $m_2 > m_1$. Všechny koule považujeme za dokonale pružné.

- a) Tři koule o hmotnostech m_1 položíme vedle sebe na vodorovnou dokonale hladkou podložku tak, aby jejich středy ležely v téže vodorovné přímce. Mezi koulemi jsou malé mezery.

Čtvrtá koule o téže hmotnosti m_1 se pohybuje rychlostí $\mathbf{v}_1$ tak, že její střed se pohybuje po přímce, ve které leží středy tří koulí, a narazí na první kouli řady.

Popište a vysvětlete, které děje probíhají při pokusu se čtyřmi koulemi. Určete konečné rychlosti koulí a porovnejte je s rychlostí $\mathbf{v}_1$.

- b) Počáteční situaci v úloze a) pozměníme tak, že střední kouli v trojčlenné řadě nahradíme koulí o hmotnosti m_2 . Popište a vysvětlete děje, které nyní probíhají při pokusu se čtyřmi koulemi se stejnou počáteční fází jako v úloze a). Určete konečné rychlosti koulí a porovnejte je s rychlostí $\mathbf{v}_1$. Zjistěte, zda pro soustavu čtyř koulí je v daných podmínkách splněn zákon zachování energie a zákon zachování hybnosti.

Řešení:

Při dokonale pružném rázu dvou koulí o hmotnostech m_a , m_b , při počátečních rychlostech v_a , v_b a konečných rych-

lostech u_a, u_b platí zákon zachování hybnosti

$$m_a v_a + m_b v_b = m_a u_a + m_b u_b$$

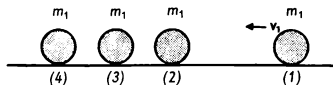
a zákon zachování mechanické energie

$$m_a v_a^2 + m_b v_b^2 = m_a u_a^2 + m_b u_b^2.$$

Z těchto vztahů můžeme vyjádřit

$$\left. \begin{aligned} u_a &= \frac{(m_a - m_b) v_a + 2m_b v_b}{m_a + m_b}, \\ u_b &= \frac{(m_b - m_a) v_b + 2m_a v_a}{m_a + m_b}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A})$$

a) – obr. 56



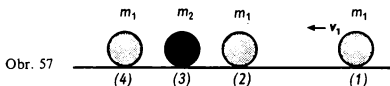
Obr. 56

Pro srážku první a druhé koule platí z (A)

$$m_a = m_b = m_1; \quad v_a = v_1; \quad v_b = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad u_a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \\ u_b = v_1,$$

tj. první koule se zastaví a druhá nabude rychlosti v_1 . Děj se stejně opakuje při srážce druhé koule s třetí a třetí se čtvrtou. Konečné rychlosti první, druhé a třetí koule jsou nulové, čtvrtá koule má rychlost v_1 .

b) – obr. 57



Podobně jako v předchozí úloze při srážce první a druhé koule platí $v_a = v_1$; $v_b = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $u_a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $u_b = v_1$. Druhá koule o hmotnosti $m_a = m_1$ narazí rychlostí $v_a = v_1$ na třetí kouli hmotnosti $m_b = m_2$. Jejich rychlosti po srážce, jak vyplývá z (A), budou

$$u_a = -\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_1, \quad u_b = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

Druhá koule s rychlostí u_a narazí znovu na první kouli. Protože mají stejné hmotnosti, nabude první koule konečné rychlosti

$$-\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

a druhá koule zůstane v klidu.

Třetí koule narazí rychlostí

$$\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

na čtvrtou kouli, pro jejich konečné rychlosti po srážce platí z (A)

$$u_a = \frac{2m_1(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)^2} v_1 < v_1 \quad (\text{třetí koule}),$$

$$u_b = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_1 < v_1 \quad (\text{čtvrtá koule}),$$

přičemž $u_a < u_b$.

První koule se pohybuje vpravo, druhá koule je v klidu, třetí a čtvrtá koule se pohybují vlevo.

Ověření zákona zachování mechanické energie:

Počáteční energie soustavy $E_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2$, konečná energie

$$E_2 = \frac{1}{2}v_1^2 \left\{ m_1 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 + m_2 \left[\frac{2m_1(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)^2} \right]^2 + m_1 \left[\frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right]^2 \right\}.$$

Algebraickou úpravou tohoto vztahu lze dokázat, že

$$E_2 = E_1.$$

Ověření zákona zachování hybnosti:

Počáteční hybnost soustavy $p_1 = m_1v_1$, konečná hybnost

$$p_2 = \\ = v_1 \left[m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} + m_2 \frac{2m_1(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)^2} + m_1 \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right].$$

Algebraickou úpravou tohoto vztahu lze dokázat, že

$$p_1 = p_2.$$

5. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Setrvačnick tvaru kotouče o hmotnosti m a poloměru r byl při frekvenci otáčení f ponechán sám sobě a zastavil se působením třecí síly. Určete moment třecí síly, jestliže se setrvačnick zastaví

- a) za dobu Δt ,
- b) po vykonání n otáček od okamžiku, kdy se příkon setrvačnicku stal nulovým.

Moment setrvačnosti setrvačnicku $I = \frac{1}{2}mr^2$.

Po obecném vyřešení úlohy řešte pro hodnoty: $m = 50 \text{ kg}$, $r = 0,20 \text{ m}$, $f = 8,0 \text{ s}^{-1}$, $\Delta t = 50 \text{ s}$, $n = 200$ otáček.

Řešení:

- a) Moment třecí síly označme M . Druhý pohybový zákon pro otáčivý pohyb zapíšeme ve tvaru

$$M \Delta t = I\omega_2 - I\omega_1, \quad (1)$$

kde ω_1 je úhlová rychlost otáčejícího se tělesa na počátku doby Δt , ω_2 úhlová rychlost na konci této doby. V našem případě $\omega_2 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, takže podle (1)

$$M = -\frac{I\omega_1}{\Delta t} = -2\pi f \frac{mr^2}{2\Delta t} = -\frac{\pi f m r^2}{\Delta t};$$

záporné znaménko zde značí, že třecí síla působí proti pohybu setrvačnicku. Pro dané hodnoty $|M| \doteq 1,0 \text{ N} \cdot \text{m}$.

- b) Působením třecí síly se vykoná práce, která je ekvivalentní úbytku kinetické energie otáčivého pohybu tělesa:

$$W = \frac{1}{2} I(\omega_1^2 - \omega_2^2)$$

a poněvadž v našem případě $\omega_2 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, je práce vykonaná třecí silou

$$W = \frac{1}{2} I\omega_1^2 = \pi^2 m r^2 f^2. \quad (2)$$

Označme φ úhlovou dráhu otáčivého pohybu setrvačníku až do jeho zastavení, takže $\varphi = 2\pi n$. Brzdící síla vykonala práci

$$W = |M| \varphi = 2\pi n |M|. \quad (3)$$

Porovnáním (2) a (3) dostaneme

$$|M| = \frac{\pi m r^2 f^2}{2n}$$

a pro zadané hodnoty: $|M| \doteq 1,0 \text{ N} \cdot \text{m}$.

6. úloha (navrhli dr. Karel Bartuška a dr. Marta Chytilová, CSc.)

Přibližné určení průměru molekuly kyseliny olejové

1. Popis experimentální metody:

Přeneseme-li na volný povrch vody poprášený jemným korkovým práškem kapku kyseliny olejové, pozorujeme, že se

na volném povrchu roztéká. Kdyby roztékání nebylo omezeno stěnami nádoby, vytvořila by kapka kyseliny olejové na volném povrchu vody souvislou kruhovou monomolekulární vrstvu. Určíme-li objem kapky a průměr kruhové vrstvy, můžeme vypočítat její výšku, jež odpovídá průměru molekuly kyseliny olejové.

Pokus s čistou kyselinou olejovou by byl v laboratorních podmínkách prakticky neproveditelný, neboť kapka této kyseliny by na volném povrchu vytvořila monomolekulární vrstvu o průměru několika metrů. Proto kyselinu olejovou zředíme v odpovídající míře benzínem a na volný povrch vody přeneseme kapku tohoto roztoku. Benzín se z přenesené kapky rychle vypaří a na volném povrchu vody se vytvoří monomolekulární vrstva kyseliny olejové přijatelných rozměrů.

2. Dílčí úkoly:

- a) Určete popsanou experimentální metodou přibližný průměr molekuly kyseliny olejové.
- b) Určete přibližně průměr molekuly kyseliny olejové výpočtem s použitím Avogadrovy konstanty.
- c) Porovnejte řady číselných hodnot získaných veličin.

3. Pomůcky:

Kruhová miska o průměru asi 250 mm, odměrný válec s měřicím rozsahem do 5 ml, lékařské kapátko, posuvné délkové měřítko, kyselina olejová, lékařský benzín, jemný korkový prášek.

4. Provedení:

- a) 1. Připravte si roztok kyseliny olejové v lékařském benzínu o objemovém zlomku

$$\varphi = \frac{V_k}{V_r} = \frac{1}{2000};$$

V_k je objem kyseliny olejové, V_r je celkový objem roztoku.

2. Do čistého, suchého odměrného válce oddělte lékařským kapátkem určitý počet kapek roztoku tak, abyste mohli stanovit počet n kapek v jednotkovém objemu. Vyjádřete objem jedné kapky roztoku. Určete objem kyseliny olejové obsažené v jedné kapce roztoku

$$V = \frac{\varphi}{n}.$$

3. Do kruhové misky pečlivě očištěné a propláchnuté tekoucí vodou nalejte destilovanou vodu. Po uklidnění vody poprašte její volný povrch jemným korkovým práškem.
4. Kapátkem přeneste na povrch vody doprostřed misky kapku roztoku. Po vypaření benzínu se na volném povrchu vody ustálí kruhová monomolekulární vrstva kyseliny olejové. Změřte její průměr D tak, že hroty posuvného měřítka přiblížíte k protilehlým místům vrstvy.
5. Vypočítejte obsah S kruhu a výšku monomolekulární vrstvy odpovídající průměru d molekuly kyseliny olejové.

- b) V jednom molu kyseliny olejové $C_{17}H_{33}COOH$ je asi $6 \cdot 10^{23}$ molekul. Ze známé hustoty kyseliny olejové $\rho = 9 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ určete přibližně průměr d' molekuly kyseliny olejové za předpokladu, že molekula má tvar kulový.
- c) Porovnejte řady číselných hodnot zjištěných veličin d a d' .

5. Doplnkové úkoly:

1. Benzín se z roztoku vypařuje podstatně rychleji než kyselina olejová. Jaký vliv má změna objemového zlomku kyseliny olejové v roztoku způsobená vypařováním benzínu před pokusem na určení průměru molekuly? Uvažte, jakým způsobem lze tento nežádoucí vliv při práci omezit.
2. Které zjednodušující předpoklady v bodech a) a b) způsobují, že výpočet průměru molekuly je jen přibližný? Které naměřené veličiny v bodě a) ovlivňují relativní chybu výpočtu?
3. Podle výsledku úlohy a) určete průměr kruhu, který by vytvořila na volném povrchu vody kapka čisté kyseliny olejové stejného objemu jako kapka roztoku.
4. Představte si, že kyselina olejová obsažená v jedné kapce roztoku se oddělí a vytvoří kulovou kapku. Určete její průměr. Byla by tato kapka viditelná pouhým okem?
5. Podle výsledku úlohy a) určete počet molekul kyseliny olejové, které vytvoří při pokusu monomolekulární vrstvu. Jak dlouho by vznikala tato vrstva, kdybychom na volný povrch vody přenesli za každou sekundu milión mole-

kul? Určete délku řady, která by vznikla těsným seřazením všech molekul vrstvy do přímky.

Řešení:

- a) 1. Příprava roztoku kyseliny olejové v lékařském benzínu o objemovém zlomku $\frac{1}{2000}$:

Pomocí byrety odměříme do kádinky s cejchovaným objemem 1000 ml kyselinu olejovou objemu 0,5 ml a doplníme lékařským benzínem tak, aby celkový objem kapaliny byl 1000 ml. Získáme roztok kyseliny olejové v benzínu o objemovém zlomku

$$\varphi = \frac{0,5 \text{ ml}}{1000 \text{ ml}} = \frac{1}{2000}.$$

2. Do čistého, suchého odměrného válce s měřicím rozsahem 5 ml odměříme kapátkem z roztoku n kapek, které vyplní objem 1 ml; pokusem bylo nalezeno: $n = 84 \text{ ml}^{-1}$.

V jedné kapce roztoku je obsažena kyselina olejová o objemu

$$V = \frac{1}{84 \cdot 2000} \text{ ml} \doteq 5,95 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3.$$

3. Průměr olejové skvrny

$$D = 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Plošný obsah skvrny je

$$S = \frac{1}{4} \pi D^2$$

a pro změřenou hodnotu: $S \doteq 5,28 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

Potom $d = V/S$ a pro hodnoty zjištěné pokusem

$$d \doteq 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,13 \text{ nm}.$$

b) Pro molární hmotnost kyseliny olejové platí

$$\begin{aligned} M_{\text{m}} &= (18 \cdot 12 + 34 \cdot 1 + 2 \cdot 16) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = \\ &= 282 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}. \end{aligned}$$

Hustota kyseliny olejové, podle zadání,

$$\varrho = 0,90 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Molární objem kyseliny olejové je $V_{\text{m}} = M_{\text{m}}/\varrho$ a pro zjištěné hodnoty $V_{\text{m}} \doteq 313 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Objem jedné molekuly je

$$V_0 = \frac{V_{\text{m}}}{N_{\text{A}}},$$

kde Avogadrova konstanta $N_{\text{A}} = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Předpokládáme-li, že molekula má kulový tvar o průměru d' , platí

$$V_0 = \frac{4}{3} \frac{\pi d'^3}{8} = \frac{1}{6} \pi d'^3$$

a odtud

$$d' = \sqrt[3]{\frac{6V_0}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6V_{\text{m}}}{\pi N_{\text{A}}}}$$

a pro zjištěné hodnoty $d' \doteq 0,998 \cdot 10^{-9} \text{ m}$.

c) Hodnoty d a d' se řádově shodují.

Doplňkové úkoly:

1. Vypařením benzínu se objemový zlomek kyseliny olejové v roztoku zvětší; zvětšil by se proto i změřený průměr D kruhové monomolekulární vrstvy.

Abychom vliv změny objemového zlomku omezili, připravíme roztok bezprostředně před pokusem a dbáme na to, aby nádoba s připraveným roztokem zůstala otevřena jen po dobu nezbytnou k provedení pokusu.

2. Předpokládáme,
 - a) že teplota roztoku se během experimentu nemění,
 - b) že vrstva kyseliny olejové na povrchu vody je monomolekulární a má kruhový tvar,
 - c) že molekuly kyseliny olejové mají kulový tvar.

Tyto předpoklady jsou splněny jen přibližně; proto veličiny d , d' můžeme porovnávat jen řádově.

3. Objem kapky kyseliny olejové by byl podle a)

$$V_1 = \frac{1}{84} \text{ ml} = \frac{10^{-6}}{84} \text{ m}^3.$$

Kdybychom tuto kapku přenesli na poprášený povrch destilované vody, vytvořila by monomolekulární vrstvu o průměru D_1 a výšce d . Platí tedy

$$V_1 = \frac{1}{4} \pi D_1^2 d$$

a odtud

$$D_1 = 2 \sqrt{\frac{V_1}{\pi d}},$$

kde $d = 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ m}$.

Pro zjištění hodnoty vyjde $D_1 = 3,7 \text{ m}$.

4. Objem olejové kyseliny obsažené v jedné kapce roztoku je $V = 5,95 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3$. Předpokládejme, že vytvoří kapku o průměru d_1 ; pak platí

$$V = \frac{1}{6} \pi d_1^3$$

a odtud určíme

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}},$$

pro zjištění hodnoty: $d_1 \doteq 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \doteq 0,2 \text{ mm}$.

Kapka by tedy byla pouhým okem dobře viditelná.

5. Označme n_1 počet molekul kyseliny olejové v monomolekulární vrstvě; průměr jedné molekuly

$$d = 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ m},$$

objem kyseliny olejové ve vrstvě

$$V = 5,95 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3;$$

platí

$$V = \frac{\pi d^3}{6} n_1,$$

odtud

$$n_1 = \frac{6V}{\pi d^3}$$

a pro zjištění hodnoty $n_1 \doteq 8 \cdot 10^{15}$.

Doba potřebná k vytvoření vrstvy je

$$t = \frac{n_1}{10^6 \text{ s}^{-1}}$$

a pro zjištěné hodnoty $t \doteq 8 \cdot 10^9 \text{ s} \doteq 250 \text{ roků}$.

Počet molekul kyseliny olejové ve vrstvě je n_1 , průměr každé z nich je d ; při těsném seřazení by vznikla řada délky $s = dn_1$ a pro zjištěné hodnoty

$$s = 8 \cdot 10^{15} \cdot 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ m} \doteq 9000 \text{ km}.$$

7. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Kotouč o poloměru r a o hmotnosti m_1 se otáčí ve vodorovné rovině kolem svislé osy procházející jeho středem s frekvencí otáčení f vzhledem k podlaze. Člověk, jehož tělo má hmotnost m_2 , je nejprve ve středu kotouče (první případ) a potom přejde na okraj kotouče (druhý případ).

- Jaká je rychlost a kinetická energie člověka v prvním a ve druhém případě vzhledem ke kotouči jako otáčející se vztažné soustavě?
- Jaká je rychlost člověka v prvním a ve druhém případě vzhledem k podlaze jako inerciální vztažné soustavě?
- Jak se změní kinetická energie člověka vzhledem k podlaze? Vysvětlíte tuto změnu.

Moment setrvačnosti kotouče vzhledem k ose otáčení je $I_1 = \frac{1}{2}m_1r^2$; moment setrvačnosti I_2 člověka vzhledem k ose

otáčení určíme jako moment setrvačnosti hmotného bodu o hmotnosti m_2 .

Po obecném vyřešení úlohy řešte pro hodnoty: $r = 1,5 \text{ m}$, $m_1 = 180 \text{ kg}$, $m_2 = 60 \text{ kg}$, $f = 0,20 \text{ s}^{-1}$.

Řešení:

- a) Rychlost člověka vzhledem ke kotouči je v obou případech nulová; proto i jeho kinetická energie vzhledem ke kotouči je v obou případech nulová.
- b) Stojí-li člověk uprostřed kotouče, je jeho rychlost $\mathbf{v}$ vzhledem k podlaze nulová. Stojí-li na kraji kotouče, je jeho rychlost vzhledem k podlaze rovna rychlosti bodu na obvodu kotouče otáčejícího se vzhledem k podlaze. Označme moment setrvačnosti člověka vzhledem k ose I_2 , stojí-li člověk uprostřed kotouče, I'_2 , stojí-li na jeho obvodu; příslušné úhlové rychlosti označme ω, ω' . Podle zákona zachování momentu hybnosti platí

$$(I_1 + I_2) \omega = (I_1 + I'_2) \omega'. \quad (1)$$

Rychlost člověka na obvodu kotouče vzhledem k podlaze je $v' = r\omega'$ a po dosazení za ω' z (1)

$$v' = \frac{I_1 + I_2}{I_1 + I'_2} \omega r. \quad (2)$$

Do (2) dosadíme $I_1 = \frac{1}{2}m_1r^2$, $I_2 = 0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I'_2 = m_2r^2$, $\omega = 2\pi f$:

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} 2\pi fr$$

a pro zadané hodnoty $v' \doteq 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- c) Kinetická energie člověka vzhledem k podlaze je v prvním případě nulová, v druhém případě $E_k = \frac{1}{2}m_2v'^2$ a změna kinetické energie

$$\Delta E_k = E_k = \frac{m_2v'^2}{2} = \frac{2\pi^2m_1^2m_2f^2r^2}{(m_1 + 2m_2)^2}$$

a pro zadané hodnoty $\Delta E_k \doteq 38 \text{ J}$.

Celková hybnost kotouče a člověka je stálá; kotouč odevzdal část hybnosti člověku, čímž se kinetická energie člověka zvětšila.

b) DRUHÉ KOLO SOUTĚŽE

Všechny úlohy 2. kola navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.

1. úloha

Ve válci s pístem, který se posunuje bez tření, je plyn o hmotnosti m a o teplotě T . Jaké teplo přijme plyn při izotermickém ději, zvětší-li se jeho objem o k %?

Plyn považujeme za ideální. Změna objemu plynu je vzhledem k jeho počátečnímu objemu malá; můžeme proto předpokládat, že odpovídající změna tlaku probíhá lineárně.

Po obecném řešení řešte úlohu pro tyto podmínky: ve válci je dusík o hmotnosti $m = 14 \text{ g}$ při teplotě $T = 300 \text{ K}$, $k = 4$.

Řešení:

Označme p_1 počáteční, p_2 konečný tlak plynu, jehož střední tlak je tedy $p_s = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$. Při izotermickém ději se vnitřní

energie plynu nemění, takže práce W vykonaná plynem je rovna přijatému teplu Q . Plyn vykonal práci

$$W = p_s \Delta V = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) \Delta V, \quad (1)$$

značí-li ΔV změnu jeho objemu.

Podle Boyleova zákona platí

$$p_1 V_1 = p_2 (V_1 + \Delta V),$$

odtud

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_1 + \Delta V}.$$

Pro vykonanou práci dostáváme dosazením do (1)

$$W = \frac{1}{2} \Delta V p_1 \left(1 + \frac{V_1}{V_1 + \Delta V} \right). \quad (2)$$

Podle stavové rovnice platí

$$p_1 = \frac{m}{M_m} R_m T \frac{1}{V_1},$$

kde M_m je molární hmotnost plynu, R_m molární plynová konstanta. Dosadíme za p_1 do (2) a za $\Delta V/V_1$, podle zadání, tam položíme $k/100$; pro teplo, které plyn přijal, dostaneme

$$\begin{aligned} Q = W &= \frac{1}{2} \Delta V \frac{m}{M_m} R_m T \frac{1}{V_1} \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{\Delta V}{V_1}} \right) = \\ &= \frac{m R_m T}{2 M_m} \frac{k}{100} \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{k}{100}} \right). \end{aligned}$$

Pro hodnoty $m = 14 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $R_m \doteq 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $T = 300 \text{ K}$, $M_m = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $k = 4$ vyjde $Q \doteq \doteq 49 \text{ J}$.

2. úloha

Homogenní koule o poloměru r a o hmotnosti m je uvedena do pohybu s počáteční rychlostí v_0 po vodorovné rovině tak, že klouzá po podložce. Mezi koulí a podložkou existuje tření, jehož součinitel je f .

- Určete rychlost koule v okamžiku, kdy přestane klouzat a přejde do valivého pohybu.
- Určete délku dráhy, kterou koule po podložce urazí od počátku pohybu do okamžiku, kdy přestane klouzat.

Moment setrvačnosti koule vzhledem k ose procházející jejím hmotným středem $I = \frac{2}{5}mr^2$.

Řešení:

Třecí síla o velikosti

$$F_t = fmg$$

zpomaluje přímočarý pohyb středu koule a zvětšuje úhlovou rychlost jejího otáčivého pohybu. Označme a zrychlení přímočarého pohybu, ε zrychlení otáčivého pohybu. Pak platí

$$F_t = -ma, \quad F_t r = \varepsilon I,$$

neboli

$$a = -fg, \quad \varepsilon = \frac{5fg}{2r}.$$

Za dobu t od počátku pohybu má střed koule rychlost

$$v = v_0 + at = v_0 - fgt \quad (1)$$

a úhlová rychlost otáčivého pohybu koule je

$$\omega = \varepsilon t = \frac{5fgt}{2r}. \quad (2)$$

V čase $t = t_0$, kdy koule právě přestane klouzat a přejde do valivého pohybu, má její střed rychlost v_1 a úhlová rychlost valivého pohybu je ω_1 , přičemž, s použitím (1)

$$\omega_1 = \frac{v_1}{r} = \frac{v_0 - fgt_0}{r}.$$

Úhlovou rychlost ω_1 můžeme vyjádřit také z (2), když zde položíme $t = t_0$. Porovnáním obou vztahů pro ω_1 vyjádříme

$$t_0 = \frac{2v_0}{7fg}.$$

a) V čase t_0 má střed koule, podle (1), rychlost

$$v_1 = v_0 - fgt_0 = \frac{5}{7}v_0.$$

b) Za dobu t_0 urazí střed koule dráhu

$$s = v_0 t_0 + \frac{at_0^2}{2} = \frac{2v_0^2}{7fg} - \frac{fg}{2} \frac{4v_0^2}{49f^2g^2} = \frac{12v_0^2}{49fg}.$$

3. úloha

V umělé družici kulového tvaru přejde kosmonaut ze svého místa uprostřed ke stěně, potom podél stěny do protilehlého místa a zpět do středu rovnoměrným pohybem.

O jaký úhel se umělá družice otočí vzhledem ke hvězdám v důsledku tohoto děje?

Hmotnost družice je M , hmotnost kosmonauta je m .

Moment setrvačnosti družice (dutá tenkostěnná koule) vzhledem k ose procházející jejím středem je $I = \frac{2}{3}Mr^2$, poloměr družice je r .

Moment setrvačnosti kosmonauta určíme jako moment setrvačnosti hmotného bodu o hmotnosti m ve vzdálenosti r od osy otáčení.

Řešení:

Podle zákona zachování momentu hybnosti platí

$$I\omega = mr^2\omega_1, \quad (1)$$

kde ω je úhlová rychlost otáčivého pohybu družice, ω_1 je úhlová rychlost pohybu kosmonauta po vnitřní stěně družice.

Označíme t dobu pohybu kosmonauta po vnitřní stěně družice, φ úhel otočení družice za dobu t , φ_1 úhlovou dráhu kosmonauta po družici za dobu t . Platí

$$\varphi + \varphi_1 = \pi, \quad (2)$$

$$\varphi = \omega t, \quad \varphi_1 = \omega_1 t. \quad (3)$$

Ze (2) a (3) dosadíme do (1) a úpravou dostaneme

$$I\varphi = mr^2\pi - mr^2\varphi.$$

Z tohoto vztahu vychází, po dosazení za I :

$$\varphi = \frac{3\pi m}{2M + 3m}.$$

4. úloha

Magnetofonový pásek šířky a a tloušťky b se odvíjí stálou rychlostí v z cívky, jejíž válec má poloměr r_0 .

- Pásek je navinut na cívce ve tvaru dutého plochého válce, jehož vnější poloměr je r_1 , $r_1 > r_0$. Za jakou dobu t_0 se pásek úplně odvine?
- Určete vnější poloměr r válce tvořeného odvíjejícím se páskem a úhlovou rychlost ω otáčení cívky jako funkce času od počátku odvíjení pásku. Popište funkce $r = f(t)$ a $\omega = f(t)$ v daném oboru.

Řešení:

- Pásek má rozměry: a , b , vt_0 , jeho objem je $V = abvt_0$. Objem pásku lze vyjádřit také jako objem dutého válce o vnitřním poloměru r_0 , vnějším poloměru r_1 a o výšce a : $V = \pi a(r_1^2 - r_0^2)$. Z rovnosti obou výrazů určíme

$$t_0 = \frac{\pi(r_1^2 - r_0^2)}{bv}. \quad (1)$$

- Vnější poloměr r jako funkci času určíme z (1), dosadíme-li $t_0 = t$, $r_0 = r$:

$$r = \sqrt{\frac{\pi r_1^2 - bvt}{\pi}}$$

a pro úhlovou rychlost dostaneme

$$\omega = \frac{v}{r} = v \sqrt{\frac{\pi}{\pi r_1^2 - bvt}}.$$

Oborem obou funkcí je časový interval $\langle 0, t_0 \rangle$. Funkce $r = f(t)$ je v tomto intervalu funkcí monotónně klesající od hodnoty r_1 k hodnotě r_0 . Funkce $\omega = f(t)$ je v tomto intervalu funkcí monotónně stoupající od hodnoty v/r_1 k hodnotě v/r_0 .

4. ÚLOHY KATEGORIE D

Úlohy a řešení recenzovali dr. Ivo Volf a Mojmir Simerský

a) PRVNÍ KOLO SOUTĚŽE

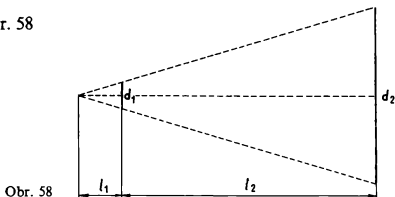
1. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Cestující sedí u dveří v oddělení rychlíkového vozu. Rychlík jede rovnoměrným pohybem. Stožáry elektrického vedení jsou pravidelně rozmístěny rovnoběžně s tratí ve vzdálenosti 150 m od tratě. Cestující může vidět oknem vždy právě jeden sloup. Šířka okna je 1,2 m a cestující je vzdálen od okna 2,0 m.

- Určete, jak lze z doby Δt , po kterou může cestující pozorovat jeden stožár, stanovit rychlost v pohybu vlaku.
- Vezměte v úvahu reálné možnosti pro rychlost vlaku a sestrojte graf funkce $v = f(\Delta t)$.

Řešení:

a) – obr. 58



Zavedeme označení

l_1 ... vzdálenost cestujícího od okna,

l_2 ... vzdálenost stožárů od tratě,

d_1 ... šířka okna,

d_2 ... vzájemná vzdálenost dvou sousedních stožárů.

Z podobnosti trojúhelníků plyne

$$\frac{d_1}{l_1} = \frac{d_2}{l_1 + l_2}; \quad d_2 = d_1 \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \right).$$

Rychlost vlaku je

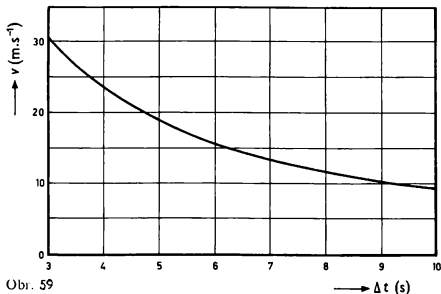
$$v = \frac{d_2}{\Delta t} = \frac{d_1}{\Delta t} \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \right) = K \frac{1}{\Delta t},$$

kde konstanta

$$K = d_1 \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \right)$$

má pro zadané veličiny hodnotu $K = 91,2 \text{ m}$.

b) Omezíme-li reálnou rychlost vlaku na $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \doteq 30,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, dostaneme pro dobu Δt omezení $\Delta t > 2,98 \text{ s}$. Sestrojíme proto graf v intervalu $3,0 \text{ s} \leq \Delta t \leq 10,0 \text{ s}$. Graf je na obr. 59, číselné hodnoty, podle nichž byl graf sestrojen, jsou uvedeny v tabulce 22.



Obr. 59

Tabulka 22

$\Delta t \text{ (s)}$	3	4	5	6
$v \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$	30,4	22,8	18,3	15,2

$\Delta t \text{ (s)}$	7	8	9	10
$v \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$	13,1	11,4	10,1	9,1

2. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Cyklovač stírače osobního automobilu reguluje chod stírače v těchto frekvencích: $7,5 \text{ min}^{-1}$, 15 min^{-1} , 30 min^{-1} , 60 min^{-1} .

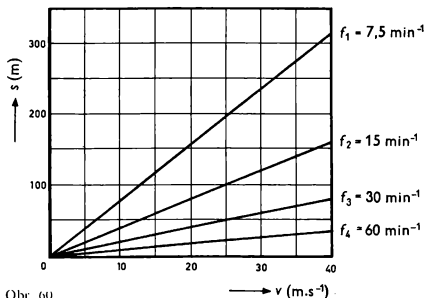
- a) Automobil jede rychlostí $72,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a jeho přední sklo bylo znečištěno předjíždějícím automobilem v okamžiku, kdy raménko stírače se dostalo do základní polohy. Stanovte, jakou maximální vzdálenost ujede automobil za dobu zhoršené viditelnosti pro jednotlivé frekvence cyklovače.
- b) Zjistěte, jak závisí délka dráhy s automobilu při zhoršené viditelnosti na jeho rychlosti v pro jednotlivé stupně cyklovače.
- c) Nakreslete na milimetrový papír do jednoho grafu funkce $s = f(v)$ pro jednotlivé stupně cyklovače.

Řešení:

- a) Označme f_i frekvenci cyklovače, přičemž hodnoty f_1 až f_4 jsou dány. Jeden cyklus trvá dobu $T_i = f_i^{-1}$. Během této doby ujede automobil dráhu

$$s_i = vT_i = vf_i^{-1}.$$

- b) Pro zadané hodnoty, tj. $f_1 = \frac{1}{8} \text{ Hz}$, $f_2 = \frac{1}{4} \text{ Hz}$, $f_3 = \frac{1}{2} \text{ Hz}$, $f_4 = 1 \text{ Hz}$, $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, dostáváme $s_1 = 160 \text{ m}$, $s_2 = 80 \text{ m}$, $s_3 = 40 \text{ m}$, $s_4 = 20 \text{ m}$.
- c) Jde o grafy lineárních funkcí (1) pro čtyři různé hodnoty f_i . Grafy jsou na obr. 60.



Obr. 60

3. úloha (navrhli František Černický a dr. Ivo Volf)

Automobil o hmotnosti m , který se rozjížděl z klidu působením stálé síly po vodorovné silnici, získal za dobu t rychlost v .

- Vypočtete průměrnou rychlost v_1 automobilu ve druhé polovině doby tohoto pohybu.
- Vypočtete jeho průměrnou rychlost v_2 v druhé polovině dráhy tohoto pohybu.
- Vypočtete velikost síly působící na automobil.
- Sestrojte graf délky dráhy automobilu jako funkce času $s = f(t)$. Vysvětlete, jak lze tento graf uplatnit při určování průměrné rychlosti. Stanovte pomocí grafu průměrnou rychlost v_1 , v_2 a porovnejte s výpočty podle bodů a), b).

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $t = 6,0 \text{ s}$, $v = 24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $m = 1100 \text{ kg}$. Pro tyto hodnoty sestrojte graf.

Řešení:

Vydeme ze vztahů $v = at$, $s = \frac{1}{2}at^2$, kde $a = v/t$ je zrychlení pohybu.

- a) V první polovině doby jízdy získá automobil rychlost $a \cdot \frac{1}{2}t = \frac{1}{2}v$, na konci dráhy má rychlost v , takže průměrná rychlost v druhé polovině doby jízdy je

$$v_1 = \frac{\frac{v}{2} + v}{2} = \frac{3}{4}v$$

a pro danou hodnotu: $v_1 = 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- b) Označme t_1 dobu, za kterou automobil ujede první polovinu dráhy s . Platí pro ni

$$\frac{1}{2}s = \frac{1}{2}at_1^2. \quad (1)$$

Celou dráhu ujede za dobu t , pro kterou platí

$$s = \frac{1}{2}at^2. \quad (2)$$

Z (1) a (2) dostaneme

$$t_1 = t \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Rychlost na konci první poloviny dráhy je

$$at_1 = v \frac{\sqrt{2}}{2},$$

rychlost na konci dráhy je v . Průměrná rychlost

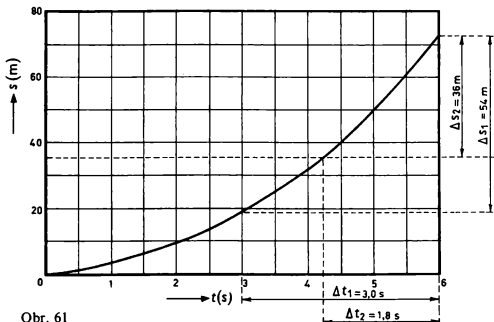
$$v_2 = \frac{v}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right) = \frac{v}{4} (\sqrt{2} + 2)$$

a pro zadanou hodnotu $v_2 \doteq 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- c) Velikost síly vypočítáme z hmotnosti m automobilu a zrychlení $a = v/t$, kterou mu tato síla uděluje:

$$F = m \frac{v}{t}$$

a pro zadané hodnoty $F = 4,4 \text{ kN}$.



Obr. 61

- d) Graf pro zadané hodnoty ($a = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) je na obr. 61. Průměrnou rychlost lze graficky stanovit ze dvou bodů na grafu (oblouku paraboly), jimž odpovídají buď dvě předem dané dráhy s_1, s_2 , nebo dané časy t_1, t_2 . V obou případech přečteme z grafu rozdíl Δs obou drah a rozdíl Δt obou časů; pak průměrná rychlost v daných podmínkách je

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

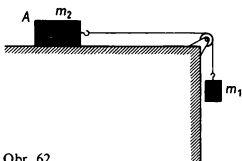
Ověření výsledků částí a), b) pro zadané hodnoty je v grafu znázorněno:

část a): $\Delta s_1 = 54 \text{ m}$; $\Delta t_1 = 3,0 \text{ s}$; $v_1 \doteq 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

část b): $\Delta s_2 = 36 \text{ m}$; $\Delta t_2 = 1,8 \text{ s}$; $v_2 \doteq 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Hranol A o hmotnosti m_2 je tažen po vodorovné podložce tíhou závaží o hmotnosti m_1 (obr. 62) a pohybuje se se stálým zrychlením a . Bylo zjištěno, že velikost tohoto zrychlení se změní na na , když závaží o hmotnosti m_1 je nahrazeno závažím o hmotnosti nm_1 .



Obr. 62

Jak velký je součinitel f smykového tření mezi hranolem a podložkou?

Hmotnost kladky a nití zanedbáváme.

Řešte obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 30$ g, $m_2 = 200$ g, $n = 2$.

Řešení:

V prvním případě působí na soustavu o hmotnosti $m_1 + m_2$ síla o velikosti $m_1 g - f m_2 g$ a uděluje jí zrychlení

$$a = \frac{m_1 - f m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (1)$$

V druhém případě má síla velikost $n m_1 g - f m_2 g$ a soustava hmotnost $n m_1 + m_2$, takže zrychlení má velikost, podle zadání,

$$n a = \frac{n m_1 - f m_2}{n m_1 + m_2} g.$$

Po dosazení z (1) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$f = \frac{n m_1^2}{m_2 [(n + 1) m_1 + m_2]}$$

a pro dané hodnoty $f \doteq 0,031$.

5. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Z okna bytu v pátém patře ve výšce h_1 pustil chlapec tenisový míček. Zjistil, že míček se po odrazu na vodorovném povrchu Země dostal do výšky h_2 , $h_2 < h_1$. Dále zjistil, že

míček dopadl na vodorovný povrch Země poprvé za dobu $t_1 = 2,0$ s, podruhé za dobu $t_2 = 5,0$ s od začátku pohybu.

- Stanovte výšky h_1 a h_2 .
- Stanovte podíl rychlostí míčku $v_2 : v_1$ po odrazu a před odrazem. Tento podíl určuje tzv. součinitel restituce dvou těles při nárazu.
- Za jakou dobu dopadne míček na vodorovný povrch Země potřetí?
- Jak se změní situace v případě, když chlapec hodil míček ve vodorovném směru rychlostí v_0 ?
- Na milimetrový papír znázorníte dráhu míčku v rovině vrhu pro $v_0 = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Počítejte s hodnotou $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

- Pro výšku h_1 platí $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$. Po odrazu vystoupí míček do výšky h_2 a spadne. Poněvadž doba výstupu je rovna době pádu, je tato doba $\frac{1}{2}(t_2 - t_1)$ a

$$h_2 = \frac{1}{2}g \left(\frac{t_2 - t_1}{2} \right)^2.$$

Pro dané hodnoty: $h_1 = 20 \text{ m}$, $h_2 = 11 \text{ m}$.

- Před odrazem má míček rychlost $v_1 = gt_1$ a po odrazu má rychlost

$$v_2 = g \frac{t_2 - t_1}{2},$$

poněvadž vystupuje, popř. padá po dobu $\frac{1}{2}(t_2 - t_1)$.

Poměr obou rychlostí

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_2 - t_1}{2t_1} = k \quad (1)$$

a pro dané hodnoty

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}.$$

- c) Rychlost, s níž se míček odrazí podruhé, označíme v_3 . Poněvadž poměr rychlostí po odrazu a před odrazem je roven konstantě k podle (1), stanovíme

$$v_3 = kv_2 = k^2v_1 = k^2gt_1; \quad (2)$$

pro dobu t_3 dostaneme

$$t_3 = t_2 + \frac{2v_3}{g}$$

a po dosazení z (1) a (2)

$$t_3 = t_2 + \frac{(t_2 - t_1)^2}{2t_1}$$

a pro zadané hodnoty $t_3 = 7,2$ s.

- d) Poněvadž rychlost v_0 se nemění, pohybuje se míček ve vodorovném směru rovnoměrným pohybem touto rychlostí. Ve svislém směru padá, odráží se, po odrazech vystupuje a zase padá, přičemž pro časy nárazů na zem a výšky výstupů po jednotlivých odrazech platí výsledky získané v předchozích částech úlohy.

Pro zadané hodnoty je situace tato:

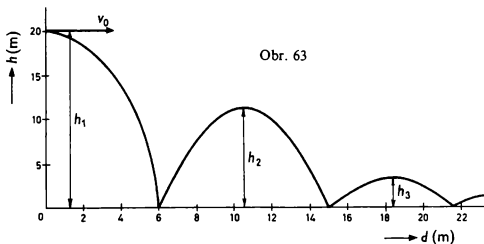
Poprvé dopadne míček na zem za dobu 2,0 s, podruhé za 5,0 s, potřetí za 7,25 s a poněvadž má ve vodorovném směru stálou rychlost $v_0 = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, dopadá na zem ve vzdálenostech 6,0 m, 15 m, 21,75 m od paty kolmice spuštěné z místa vrhu na zem.

Výšky výstupů jsou

$$h_2 = 11,25 \text{ m}, \quad h_3 = \frac{h_2^2}{h_1},$$

protože $h_3 : h_2 = h_2 : h_1$; pro zadané hodnoty $h_3 \doteq 6,3 \text{ m}$.

e) Dráha (obr. 63) se skládá z oblouků parabol.

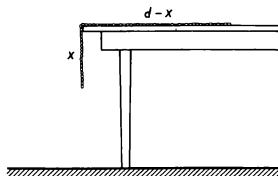


6. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a Miroslav Ouhrabka)

Měření součinitelů tření

Na vodorovnou desku stolu položte řetízek délky 70 až 100 cm a natáhněte ho ve směru kolmém k hraně desky.

- a) Navrhněte způsob, jak lze délkovým měřítkem stanovit součinitele statického tření při pohybu řetízku po desce dolů.
- b) Proveďte podle svého návrhu měření, opakujte toto měření a vypočítejte několik hodnot součinitele statického tření. Stanovte absolutní a relativní chybu měření na základě získaných hodnot. Pokuste se odhadnout velikost možných chyb vzniklých při měření. K pokusu je vhodné užít řetízek s malými články. Vysvětlete proč.
- c) Navrhněte způsob, jímž lze pouze pomocí siloměru stanovit součinitele smykového tření při pohybu řetízku po stole.
- d) Navrhněte způsob, jímž lze pouze pomocí laboratorních vah a sádky závaží stanovit součinitele smykového tření při pohybu řetízku po stole.
- e) Podle svých návrhů proveďte obě další měření; získané hodnoty zpracujte stejně jako v úloze b).
- f) Porovnejte přesnost měření v úlohách b) a e); vysvětlete.
- g) Úlohu a) opakujte pro tlustší šňůru; porovnejte přesnost měření a vysvětlete.



Obr. 64

Řešení:

a) – obr. 64

Řetízek, který má délku d , položíme na stůl tak, aby jeho vodorovná část byla k zaoblené hraně stolu kolmá. Pokusem zjistíme délku x svislé části v případě, že se řetízek dá právě do pohybu. Má-li jednotka délky řetízku hmotnost m_0 , působí na řetízek tažná síla $F = xm_0g$ a třecí síla $F_t = f_s(d - x)m_0g$. Obě tyto síly jsou stejně velké, takže součinitele statického tření určíme z délek x , d podle vztahu

$$f_s = \frac{x}{d - x}.$$

Délky d , x změříme délkovým měřítkem. Můžeme však pracovat i bez měřítka, zvolíme-li za jednotku délky délku jednoho článku řetízku. V tomto případě značí x počet článků ve svislé části řetízku, $d - x$ počet článků v jeho vodorovné části.

b) Pokusem bylo zjištěno:

$$x = (12 \pm 1) \text{ článků}, \quad d - x = (37 \pm 1) \text{ článků},$$

takže pro f_s dostáváme krajní hodnoty 0,29 a 0,36, jejichž průměr $\bar{f}_s = 0,325$. Absolutní chyba ± 1 článek, relativní chyba činí asi 11 %.

Řetízek s malými články je výhodnější, poněvadž absolutní chyba (délka jednoho článku) je menší.

c) Celý řetízek položíme na stůl, k jeho jednomu konci připojíme siloměr. Siloměr táhneme tak, aby se řetízek po stole pohyboval rovnoměrným pohybem. Celý řetízek

je přitom ve vodorovné poloze (na stole), aby nepůsobila také tíha převislé části. Tím zjistíme velikost F_t třecí síly. Tíhu G řetízku lze zjistit rovněž siloměrem. Tato tíha se rovná síle F_n , kterou řetízek působí na povrch stolu. Podle definice součinitele smykového tření f je

$$f = \frac{F_t}{F_n} = \frac{F_t}{G}.$$

- d) Laboratorními vahami zjistíme hmotnost m_1 řetízku, z níž stanovíme sílu $F_n = m_1 g$, kterou řetízek působí na povrch stolu. Pak položíme řetízek na stůl tak, aby byl kolmý k jeho zaoblené hraně, ke konci řetízku bližšímu hraně přivážeme tenkou nit, jejíž hmotnost lze zanedbat, a na její konec zavěšujeme různá závaží ze sádky a pokusně stanovíme závaží takové, při jehož zavěšení se řetízek uvedený do pohybu pohybuje po stole rovnoměrným pohybem. Hmotnost tohoto závaží je m_2 a síla, kterou závaží působí na řetízek, tj. $F = m_2 g$, je rovna třecí síle F_t mezi řetízkiem a povrchem stolu. Z rovnosti $F = F_t = f F_n$ plyne

$$f = \frac{F}{F_n} = \frac{m_2}{m_1}.$$

- e) Siloměrem s rozsahem do 1 N bylo pro síly F_t , F_n naměřeno

$$F_t = (0,060 \pm 0,025) \text{ N}, \quad F_n = (0,220 \pm 0,025) \text{ N}.$$

Pro součinitele smykového tření vychází z těchto hodnot

$$0,143 \leq f \leq 0,436,$$

průměr $\bar{f} = 0,29$, relativní chyba asi 51 %. Tato chyba by se zmenšila, kdyby siloměr měl stupnici s jemnějším dělením a kdyby jeho pružina byla dokonale seřizena. V tomto případě by absolutní chyba mohla činit jen $\pm 0,01$ N, z čehož by vyšlo $F_t = (0,060 \pm 0,010)$ N, $F_n = (0,220 \pm 0,010)$ N, $0,22 \leq f \leq 0,33$, $\bar{f} \doteq 0,28$, relativní chyba asi 20 %.

Laboratorními vahami bylo zjištěno

$$m_1 = (21 \pm 1) \text{ g}, \quad m_2 = (6 \pm 1) \text{ g}.$$

Z těchto hodnot dostáváme $0,23 \leq f \leq 0,35$, průměr $\bar{f} \doteq 0,29$ a relativní chyba je asi 20 %.

- f) Nejmenší relativní chybu vykazovalo měření podle bodu b), poněvadž délky lze změřit s dosti velkou přesností. Je ovšem třeba uvážit, že v tomto případě se měří součinitel tření statického, nikoli smykového.
- g) Při použití šňůry mohou být výsledky lepší, nebo horší. Lepší výsledky při měření podle části b) by byly možné proto, že délky x , d lze změřit přesněji než při použití řetízku. Naproti tomu je však nutné vzít v úvahu nedokonalou ohebnost šňůry, čímž se přesnost určení délek x , d zhorší. Kromě toho je třeba také uvážit, že šňůra nepřiléhá k podložce tak dobře jako řetízek a že nikdy není dokonale rovná.

Proto dostaneme hodnoty poněkud odlišné, obecně větší než při použití řetízku.

7. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a Mojmír Simerský)

Při hašení požáru stojí požárník na žebříku ve výšce h nad vodorovným povrchem Země. Z ústí stříkačky, která má obsah průřezu S , tryská voda ve vodorovném směru. Voda dopadá na povrch Země ve vzdálenosti d od polohy umístění stříkačky.

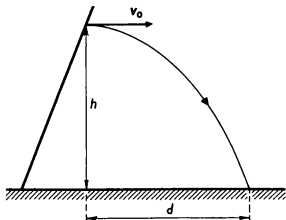
- Stanovte objemový tok Q_V vody.
- Stanovte objem V vody spotřebované za dobu t .

Odpor prostředí zanedbáváme. Pomozte si situačním náčrtkem, v němž vyznačíte dané hodnoty. Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $h = 10$ m, $d = 10$ m, $S = 1,0$ cm², $t = 1,0$ min.

Řešení – obr. 65:

- Označme v_0 rychlost vody tryskající ve vodorovném směru. Pro délku d vodorovného vrhu platí

$$d = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{odtud} \quad v_0 = d \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$



Obr. 65

Objemový tok vody

$$Q_v = Sv_0 = Sd \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

a pro zadané hodnoty $Q_v \doteq 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Spotřebovaná voda má objem

$$V = Q_v t = Sdt \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

a pro zadané hodnoty $V \doteq 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$.

b) DRUHÉ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhla dr. Miroslava Široká)

Dva automobily, z nichž každý má délku d , jedou za sebou v odstupu l po přímé silnici rychlostí v_1 . Druhý automobil začne předjíždět tak, že má konstantní zrychlení a do okamžiku, kdy dosáhne rychlosti v_2 . Touto rychlostí dokončí předjíždění a před první automobil se zařadí opět v odstupu l .

- Určete dobu, po kterou předjíždění trvá.
- Určete dráhu, kterou ujede během předjíždění předjížděný automobil.
- Určete dráhu, kterou během předjíždění ujede předjíždějící automobil; tuto dráhu považujeme za přímou.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $d = 5,0 \text{ m}$, $l = 20 \text{ m}$, $v_1 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $a = 0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

- a) Předjíždějící automobil jede po dobu t_1 rovnoměrně zrychleně s počáteční rychlostí v_1 a zrychlením a , po dobu t_2 rovnoměrně s rychlostí v_2 . Předjíždění trvá dobu

$$t = t_1 + t_2 .$$

Pro dobu t_1 platí

$$t_1 = \frac{v_2 - v_1}{a} . \quad (1)$$

Dobu t_2 určíme pomocí dráhy, kterou při předjíždění ujede předjíždějící automobil. Předjížděný automobil ujede během předjíždění dráhu

$$s_1 = v_1 t = v_1 t_1 + v_1 t_2 \quad (2)$$

a předjíždějící automobil dráhu o $2d + 2l$ delší, tedy

$$s_2 = s_1 + 2d + 2l = v_1 t_1 + v_1 t_2 + 2d + 2l . \quad (3)$$

Jinak lze dráhu předjíždějícího automobilu vyjádřit vztahem

$$s_2 = v_1 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 + v_2 t_2 . \quad (4)$$

Porovnáním (3) a (4) dostaneme, při použití (1)

$$t_2 = \frac{2(d + l)}{v_2 - v_1} - \frac{v_2 - v_1}{2a}$$

a pro dobu t vyjde, opět s použitím (1)

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2(d + l)}{v_2 - v_1} + \frac{v_2 - v_1}{2a} \quad (5)$$

a pro zadané hodnoty $t = 15$ s.

b) Pro dráhu předjížděného automobilu platí podle (2)

$$s_1 = v_1 t,$$

kde doba t je dána vztahem (5). Pro zadané hodnoty:
 $s_1 = 300$ m.

c) Pro dráhu předjíždějícího automobilu platí podle (3)

$$s_2 = s_1 + 2(d + l) = v_1 t + 2(d + l),$$

kde doba t je dána vztahem (5). Pro zadané hodnoty:
 $s_2 = 350$ m.

2. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Náboj vystřelený z povrchu Země se roztrhl v nejvyšším bodě dráhy na dvě části těžze hmotností. Za 2,0 s po roztržení dopadla jedna část na povrch Země ve vzdálenosti 1000 m od místa výstřelu, přesně pod místem, kde došlo k výbuchu.

V jaké vzdálenosti od místa výstřelu dopadla druhá část náboje?

Odpor prostředí zanedbejte, povrch Země považujte za vodorovnou rovinu.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.

Řešení:

Označme t dobu výstupu náboje do nejvyššího bodu parabolické dráhy. V tomto bodě má rychlost náboje jen vodorovnou složku $\mathbf{v}_x$, která se po dobu výstupu neměnila. Označme dále l vodorovnou vzdálenost vrcholu paraboly od místa výstřelu, takže $v_x = l/t$. Ihned po roztržení měla první část náboje rychlost nulovou, druhá část měla vodorovnou rychlost $\mathbf{v}_1$. Měl-li náboj hmotnost m , dostáváme ze zákona zachování hybnosti

$$mv_x = \frac{m}{2} v_1, \quad \text{odtud} \quad v_1 = 2v_x = 2 \frac{l}{t}.$$

Při pohybu druhé části náboje jde o vodorovný vrh s počáteční rychlostí $\mathbf{v}_1$, která se za pohybu nemění. Pohyb trvá dobu t , poněvadž doba výstupu je rovna době pádu, takže druhá část náboje dopadne na Zem ve vodorovné vzdálenosti l_1 od vrcholu paraboly, přičemž

$$l_1 = v_1 t = 2l$$

a vzdálenost místa dopadu od místa výstřelu je

$$L = l + l_1 = 3l,$$

pro danou hodnotu: $L = 3000 \text{ m}$.

Tato vzdálenost tedy na době t nezávisí.

3. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Vlak jede po přímé trati se stoupáním trasy s úhlem sklonu α . Odporová síla proti pohybu $F = f_1 F_n$, kde f_1 je konstantní

součinitel, F_n je tlaková síla na kolejnice. Součinitel klidového tření kol o kolejnice je f_2 . Hmotnost M lokomotivy je n -krát větší než hmotnost m vagónu.

- a) Kolik vagónů lokomotiva uveze?
- b) Změní se výsledek úlohy v případě, pojedede-li vlak po vodorovné trati?

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $\operatorname{tg} \alpha = 0,025$, $f_1 = 0,001$, $f_2 = 0,100$, $n = 4$.

Řešení:

- a) Pohyb vlaku způsobuje tzv. záběrová síla lokomotivy, jejíž největší možná velikost F_z je rovna velikosti třecí síly mezi koly lokomotivy a kolejnicemi:

$$F_z = f_2 M g \cos \alpha .$$

Proti pohybu působí odporová síla

$$F = f_1 (M + Nm) g \cos \alpha ,$$

kde N je počet vagónů, a pohybové složky tíhy lokomotivy a vagónů

$$F_1 = (M + Nm) g \sin \alpha .$$

Při rovnoměrném pohybu jsou tyto síly v rovnováze, takže

$$F_z = F + F_1 .$$

Z této rovnosti dostaneme, pro $M = nm$, pro počet N vagónů

$$N = n \frac{f_2 - f_1 - \operatorname{tg} \alpha}{f_1 + \operatorname{tg} \alpha}$$

a pro dané hodnoty $N = 11$.

b) Pro $\operatorname{tg} \alpha = 0$ je počet vagónů

$$N' = n \frac{f_2 - f_1}{f_1} = n \left(\frac{f_2}{f_1} - 1 \right)$$

a pro dané hodnoty $N' = 396$.

4. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Osobní automobil jede po přímé vodorovné silnici stálou rychlostí $v_0 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Řidič náhle před sebou zpozoruje závoru přes silnici. Řidič má tři možnosti, aby zabránil nárazu na závoru:

- Začne brzdit se zrychlením $a = -4,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ tak, aby vozidlo nedostalo smyk.
- Začne brzdit zablokováním kol; součinitel smykového tření pneumatik o asfalt $f = 0,35$.
- Řidič stočí automobil, aby se vyhnul překážce. Předpokládejme, že otočením volantu může řidič dosáhnout nejmenší poloměr křivosti zatáčky $R_0 = 10 \text{ m}$.

Která možnost je nejméně riskantní? Svou odpověď zdůvodněte a podložte výpočty. Řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.

Řešení:

- a) Označme s_{b1} brzdnou dráhu automobilu, t dobu potřebnou k zastavení, v_0 počáteční rychlost, F_{b1} velikost brzdné síly, F_t velikost třecí síly. Ze vztahů pro pohyb rovnoměrně zpomalený

$$s_{b1} = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \quad v = v_0 + a t$$

nalezneme pro $v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$s_{b1} = -\frac{v_0^2}{2a}, \quad \text{pro zadané hodnoty} \quad s_{b1} \doteq 44 \text{ m}.$$

Vozidlo nedostane smyk, když $F_{b1} < F_t$, tedy když $|a| < fg$. Pro hodnotu f uvedenou v části b) však tato podmínka splněna není, takže způsob brzdění ve smyslu zadání není realizovatelný.

- b) Brzdné zrychlení je nyní $a_1 = -fg$, brzdná dráha

$$s_{b2} = \frac{v_0^2}{2fg}, \quad \text{pro zadané hodnoty} \quad s_{b2} \doteq 58 \text{ m}.$$

- c) Při zatáčení působí na vozidlo setrvačná odstředivá síla o velikosti

$$F_0 = m \frac{v_0^2}{R},$$

kde m je hmotnost vozidla, R poloměr zatáčky. Nemá-li dojít ke smyku, musí být tato síla menší než třecí síla F_t ,

mezi pneumatikami a silnicí. Z podmínky $F_0 < F_t = mfg$ dostáváme pro poloměr R podmínku

$$R > \frac{v_0^2}{fg}$$

a pro dané hodnoty $R > 117$ m. To je nereálné, poněvadž silnice by musela mít šířku nejméně asi 240 m.

Závěr:

Nejméně riskantní je brzdění beze smyku podle eventuality a), ale se zpomalením $|a'| < fg$, pro dané hodnoty

$$|a'| < 3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Brzdná dráha je v tomto případě o něco delší než s_{b2} podle části b), můžeme počítat s reálnou hodnotou kolem 60 m.

5. ÚLOHY KATEGORIE E

Úlohy a řešení recenzovali dr. Milan Bednařík a Mojmir Simerský

a) PRVNÍ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhl Evžen Růžička)

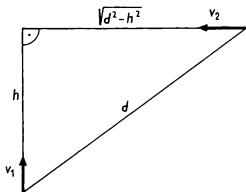
Ke křižovatce se blíží autobus a osobní automobil s člověkem, který chce u křižovatky tento autobus stihnout. Autobus jede průměrnou rychlostí $v_1 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, automobil průměrnou rychlostí $v_2 = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Silnice, po kterých se pohybují obě vozidla, jsou vzájemně kolmé. V urči-

tém okamžiku je vzájemná vzdálenost obou vozidel $d = 500$ m a vzdálenost autobusu od křižovatky $h = 300$ m.

- Přijede automobil na křižovatku včas?
- Jakou průměrnou rychlostí se musí automobil pohybovat, aby dorazil na křižovatku současně s autobusem?

Načrtněte situaci.

Řešení – obr. 66:



Obr. 66

- Označíme t_1 dobu, za kterou dojde ke křižovatce autobus, t_2 dobu, za kterou k ní dojde automobil:

$$t_1 = \frac{h}{v_1}, \quad t_2 = \frac{\sqrt{d^2 - h^2}}{v_2},$$

pro dané hodnoty $t_1 = 15$ s, $t_2 = 16$ s; poněvadž $t_2 > t_1$, nepřijede automobil ke křižovatce včas.

- Automobil musí jet průměrnou rychlostí

$$v_3 = \frac{\sqrt{d^2 - h^2}}{t_1} = v_1 \frac{\sqrt{d^2 - h^2}}{h},$$

pro dané hodnoty $v_3 \doteq 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. úloha (navrhl doc. dr. Bohumil Vlach)

Po přímé vodorovné silnici jede stálou rychlostí povoz s kládou. Turista jdoucí stálou rychlostí $v = 4,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ chce určit délku klády. Délka jeho kroku $k = 0,75 \text{ m}$.

Přejde-li turista od předního konce pohybující se klády k zadnímu konci, napočítá $n_1 = 16$ kroků. Přejde-li od zadního konce pohybující se klády k přednímu konci, napočítá $n_2 = 112$ kroků.

- a) Jaká je délka d klády vyjádřená jednak jako násobek délky k turistova kroku, jednak v metrech?
b) Jak velká je rychlost v_1 pohybu vozu s kládou?

Řešení:

- a) Turista vykoná jeden krok za dobu $t = k/v$. Jde-li proti vozu, pohybuje se vzhledem k němu rychlostí $v + v_1$ a projde vzdálenost d za dobu $n_1 t$, takže

$$d = (v + v_1) n_1 t = (v + v_1) n_1 \frac{k}{v}. \quad (1)$$

V druhém případě se turista vzhledem k vozu pohybuje rychlostí $v - v_1$, přičemž obdobně

$$d = (v - v_1) n_2 \frac{k}{v}. \quad (2)$$

Z (2) a (1) vyloučíme v_1 a dostaneme

$$d = k \frac{2n_1 n_2}{n_1 + n_2}$$

a pro dané hodnoty: $d = 28k = 21 \text{ m}$.

b) Z (1) a (2) vyloučíme d a dostaneme

$$v_1 = v \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

a pro dané hodnoty $v_1 = 3,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

3. úloha (navrhla dr. Miroslava Šíroká)

Ledová kra tvaru desky všude stejné tloušťky plove na hladině jezera. Její tloušťka $d = 0,2 \text{ m}$, plošný obsah jedné vodorovné stěny $S = 4 \text{ m}^2$. Měrná tíha ledu $\gamma_1 = 9200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$, měrná tíha vody $\gamma_2 = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

- a) V jaké vzdálenosti od hladiny je horní plocha kry?
- b) V jaké vzdálenosti bude horní plocha kry od hladiny, když na kru položíme těleso tíhy $G = 240 \text{ N}$ tak, aby kra zůstala ve vodorovné poloze?
- c) Jaká je tíha tělesa, které kra ještě unese?

Řešení:

- a) Označme x_1 vzdálenost horní plochy kry od hladiny, takže ponořená část má výšku $d - x_1$. Objem ponořené části je $V_1 = S(d - x_1)$ a vztlaková síla

$$F_1 = V_1 \gamma_2 = S(d - x_1) \gamma_2. \quad (1)$$

Kra má objem $V = Sd$ a tíhu

$$G_1 = V \gamma_1 = Sd \gamma_1. \quad (2)$$

Poněvadž $F_1 = G_1$, dostaneme porovnáním (1) a (2) vztah, z něhož vyjádříme

$$x_1 = d \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2}$$

a pro dané hodnoty $x_1 = 0,016 \text{ m}$.

b) Označme x_2 hledanou vzdálenost. Vztlková síla je nyní

$$F_2 = S(d - x_2) \gamma_2$$

a tíha kry s položeným tělesem

$$G_2 = G_1 + G = Sd\gamma_1 + G.$$

Z rovnosti $F_2 = G_2$ vyjádříme

$$x_2 = d \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2} - \frac{G}{S\gamma_2} = x_1 - \frac{G}{S\gamma_2} \quad (3)$$

a pro dané hodnoty $x_2 = 0,010 \text{ m}$.

c) Označme G_3 hledanou tíhu. Z (3) pro $x_2 = 0$, $G = G_3$ dostaneme

$$G_3 = Sd(\gamma_2 - \gamma_1)$$

a pro dané hodnoty $G_3 = 640 \text{ N}$.

4. úloha (navrhl Evžen Růžička)

Osobní automobil s motorem o výkonu $P = 15 \text{ kW}$ má zásobu benzínu o objemu $V = 23 \text{ l}$. Hustota benzínu

$$\rho = 700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Výhřevnost benzínu

$$H = 45\,000 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Na kolik kilometrů cesty vystačí benzín při rychlosti automobilu $v = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, je-li účinnost motoru $\eta = 30\%$? Úlohu řešte nejprve obecně a pak pro dané číselné hodnoty.

Řešení:

Benzín má hmotnost $M = V\rho$ a jeho spálením se získá energie $W = MH = V\rho H$. Z té se v užitečnou práci promění

$$A = W\eta = V\rho H\eta. \quad (1)$$

Označme d hledanou vzdálenost. Automobil jede po dobu $t = d/v$ a jeho motor vykoná práci

$$A' = Pt = P \frac{d}{v}. \quad (2)$$

Poněvadž $A = A'$, dostaneme porovnáním (1) a (2)

$$d = \frac{V\rho H\eta v}{P}$$

a pro dané hodnoty $d \doteq 80,6 \text{ km}$.

Automobil zřejmě překonával velké stoupání, poněvadž jel poměrně malou rychlostí při poměrně velkém výkonu motoru.

5. úloha (navrhl doc. dr. Bohumil Vlach)

Voda v kalorimetru má hmotnost $m_0 = 2,80 \text{ kg}$ a teplotu $t_0 = 4,00^\circ\text{C}$. Vložíme-li do ní led o hmotnosti $m_1 = 0,40 \text{ kg}$,

její teplota nejprve klesá. Po určité době se teplota ustálí a led zvětší svou hmotnost o $m_2 = 0,055 \text{ kg}$.

Měrné teplo vody $c_0 = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné teplo ledu $c_1 = 2,09 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu je $l = 332 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

a) Na jaké hodnotě se ustálí teplota vody?

b) Jaká byla původní teplota ledu?

Řešení:

a) Teplota vody se ustálí na hodnotě $t_2 = 0^\circ\text{C}$, poněvadž se musela ustavit tepelná rovnováha mezi ledem a vodou.

b) Původní teplotu ledu označme t_1 . Při zvýšení na teplotu t_2 přijal led teplo

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_2 - t_1).$$

Při ochlazení z teploty t_0 na teplotu t_2 odevzdala voda teplo

$$Q_2 = m_0 c_0 (t_0 - t_2).$$

Část vody o hmotnosti m_2 zmrzla, přičemž odevzdala teplo

$$Q_3 = m_2 l.$$

Z rovnosti $Q_1 = Q_2 + Q_3$ dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$t_1 = t_2 - \frac{m_0 c_0 (t_0 - t_2) + m_2 l}{m_1 c_1}$$

a pro dané hodnoty $t_1 \doteq -78^\circ\text{C}$.

6. úloha (navrhl doc. dr. Bohumil Vlach)

Určení měrného skupenského tepla tání ledu

Pomůcky:

Kalorimetrická nádoba s míchačkou (možno použít termosku nebo papírový pohárek), teploměr, laboratorní váhy, osušená ledová tříšť teploty $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Provedení:

1. Kalorimetrickou nádobu s míchačkou naplňte asi do $\frac{2}{3}$ vodou a počkejte, až se teplota vody ustálí.
2. Změřte hmotnost m_1 a teplotu t_1 vody.
3. Změřte hmotnost m_2 osušené ledové tříště teploty $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a tříšť vsypejte do vody v kalorimetru.
4. Směs promíchejte a vyčkejte, až led roztaje a teplota vody se ustálí; tuto teplotu t_2 změřte.
5. Vyložte, jak z naměřených veličin určíme měrné skupenské teplo tání ledu. Měrné teplo vody

$$c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

6. Vypočtete měrné skupenské teplo tání ledu a výsledek porovnejte s hodnotou uvedenou ve fyzikálních tabulkách.

Řešení:

Označme l měrné skupenské teplo tání ledu. Led roztál, přičemž přijal teplo

$$Q_1 = m_2 l$$

a vzniklá voda se ohřála z teploty 0°C na teplotu t_2 , takže přijala teplo

$$Q_2 = m_2 t_2 c.$$

Voda v kalorimetru se z teploty t_1 ochladila na teplotu t_2 , takže odevzdala teplo

$$Q_3 = m_1 c (t_1 - t_2).$$

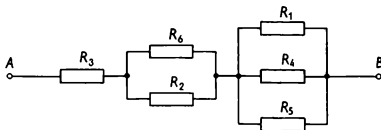
Z rovnosti $Q_1 + Q_2 = Q_3$ dostaneme

$$l = \frac{c}{m_2} [m_1 t_1 - (m_1 + m_2) t_2].$$

7. úloha (navrhl doc. dr. Bohumil Vlach)

Máme 6 vodičů o odporech $R_1 = 1,0\ \Omega$, $R_2 = 2,0\ \Omega$, $R_3 = 3,0\ \Omega$, $R_4 = 4,0\ \Omega$, $R_5 = 5,0\ \Omega$, $R_6 = 6,0\ \Omega$.

- Nakreslete taková dvě schémata současného zapojení všech vodičů, aby výsledný odpor byl jednou maximální a podruhé minimální. Oba výsledné odpory vypočtete.
- Vypočtete výsledný odpor mezi body A a B při zapojení vodičů podle obr. 67.



Obr. 67

- c) Vnější formu schématu podle obr. 67 ponechte nezměněnou, ale jednotlivé vodiče přemístěte tak, aby výsledný odpor mezi body A a B byl jednou maximální a podruhé minimální. Obě schémata nakreslete a výsledné odpory vypočtete.

Řešení:

- a) Odpor je maximální, když všechny vodiče jsou spojeny v sérii. Jeho velikost je

$$R_{\max} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6.$$

Odpor je minimální, když všechny vodiče jsou spojeny paralelně; pro jeho velikost $R_{\min}$ platí

$$\frac{1}{R_{\min}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}.$$

Pro zadané hodnoty: $R_{\max} = 21 \, \Omega$, $R_{\min} \doteq 0,41 \, \Omega$.

- b) Pro výsledný odpor dvou paralelně spojených vodičů o odporech R_a , R_b zavedeme označení

$$R_a \parallel R_b = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b}. \quad (1)$$

Pro výsledný odpor tří paralelně spojených vodičů o odporech R_a , R_b , R_c zavedeme označení

$$R_a \parallel R_b \parallel R_c = \frac{R_a R_b R_c}{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}. \quad (2)$$

Výsledný odpor v zapojení podle obr. 67 je

$$R_x = R_3 + (R_2 \parallel R_6) + (R_1 \parallel R_4 \parallel R_5)$$

a s použitím vztahů (1) a (2) dostaneme pro zadané hodnoty $R_x \doteq 5,2 \Omega$.

- c) Odpor je maximální, když vodiče s velkými odpory řadíme pokud možno do série a vodiče s malými odpory pokud možno paralelně. Výsledný odpor je

$$R_y = R_6 + (R_4 \parallel R_5) + (R_1 \parallel R_2 \parallel R_3).$$

Odpor je minimální, když naopak vodiče s malými odpory řadíme pokud možno do série a vodiče s velkými odpory pokud možno paralelně. Výsledný odpor je

$$R_z = R_1 + (R_2 \parallel R_3) + (R_4 \parallel R_5 \parallel R_6).$$

Pro dané hodnoty: $R_y \doteq 8,8 \Omega$, $R_z \doteq 3,8 \Omega$.

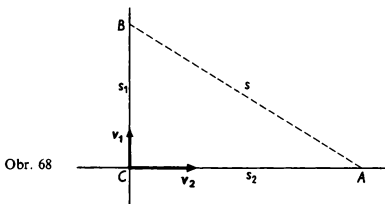
b) DRUHÉ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhl Evžen Růžička)

Po dvou přímých a k sobě kolmých silnicích se pohybují dva automobily stálými rychlostmi $v_1 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a setkají se na křižovatce. Načrtněte situaci.

- a) Za jakou dobu po setkání bude vzdálenost automobilů $s = 1000 \text{ m}$?
- b) V jaké vzdálenosti od křižovatky budou pak oba automobily?

Řešení – obr. 68:



- a) Za dobu t urazí automobily dráhy $s_1 = v_1 t$, $s_2 = v_2 t$.
Z trojúhelníku ABC vyplývá

$$s^2 = (v_1 t)^2 + (v_2 t)^2$$

a odtud dostaneme pro dobu t

$$t = \frac{s}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}.$$

- b) Vzdálenosti automobilů od křižovatky v čase t jsou

$$s_1 = v_1 t = \frac{v_1 s}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}, \quad s_2 = v_2 t = \frac{v_2 s}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

a pro dané hodnoty: $t = 40$ s, $s_1 = 600$ m, $s_2 = 800$ m.

2. úloha (navrhl Evžen Růžička)

Stejnorodý kovový válec zavěšený na siloměru napíná pružinu silou $F_1 = 36,5$ N. Ponoříme-li celý válec do nádoby s vodou, napíná pružinu silou $F_2 = 33,3$ N.

Určete hustotu válce. Z kterého čistého kovu je asi válec zhotoven?

Řešení:

Na kovový válec ponořený ve vodě působí vztlaková síla

$$F = F_1 - F_2 = \gamma_0 V, \quad (1)$$

kde V je objem válce, γ_0 měrná tíha vody.

Současně platí $F_1 = \gamma V$, kde γ je měrná tíha kovu, z něhož je válec zhotoven. Odtud určíme objem $V = F_1/\gamma$; po dosazení do (1) a po úpravě

$$\gamma = \frac{\gamma_0 F_1}{F_1 - F_2}.$$

Pro dané hodnoty je

$$\gamma = 114\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}, \quad \varrho = 11\,400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Vypočítané hodnotě odpovídá hustota olova; válec je asi zhotoven z olova.

3. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Kostka ledu má hmotnost $m_1 = 10 \text{ g}$ a teplotu $t_1 = 0^\circ\text{C}$. V kalorimetru je voda hmotnosti $m_2 = 1,0 \text{ kg}$ a teploty $t_2 = 50^\circ\text{C}$.

- a) Kolik kostek ledu musíme vložit do kalorimetru, aby všechen led roztál a teplota vody v kalorimetru byla $t_0 = 0^\circ\text{C}$?

- b) Roztaje v kalorimetru všechnen led, vložíme-li do vody 20 kostek ledu? Jakou teplotu t má voda v kalorimetru, jestliže všechnen led roztál?

Měrné teplo vody $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 340 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Tepelné ztráty zanedbejte.

Řešení:

- a) Roztaje-li n kostek ledu, přijme tající led teplo $Q_1 = n l_t m_1$, voda odevzdá teplo $Q_2 = c m_2 (t_2 - t_0)$. Aby výsledná teplota vody v kalorimetru byla $t_0 = 0^\circ\text{C}$ a všechnen led roztál, pak $c m_2 t_2 = n m_1 l_t$; odtud pro počet n kostek ledu dostáváme

$$n = \frac{c m_2 t_2}{m_1 l_t}$$

a pro dané hodnoty: $n \doteq 62$.

- b) Tající led přijme teplo $Q_1 = 20 l_t m_1$. Protože kostek je méně než 62, roztaje všechnen led v kalorimetru a voda vzniklá z ledu přijme teplo

$$Q'_1 = 20 c m_1 (t - t_1) = 20 c m_1 t,$$

kde t je výsledná teplota vody.

Teplá voda odevzdá teplo $Q_2 = c m_2 (t_2 - t)$. Zanedbáme-li tepelné ztráty, platí

$$20 l_t m_1 + 20 t c m_1 = c m_2 (t_2 - t).$$

Odtud vyjádříme teplotu

$$t = \frac{cm_2t_2 - 20l_1m_1}{c(20m_1 + m_2)}$$

a pro zadané hodnoty: $t \doteq 28^\circ\text{C}$.

4. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Tři rezistory, z nichž každý má odpor $R = 120\ \Omega$, jsou připojeny ke zdroji o napětí $U = 24\ \text{V}$.

- Nakreslete čtyři různé případy spojení rezistorů v obvodu.
- U každého případu vypočítejte celkový odpor obvodu. Odpor spojovacích vodičů zanedbejte.
- U každého případu vypočítejte napětí na jednotlivých rezistorech.
- Aspoň u jednoho případu vypočítejte proudy procházející jednotlivými rezistory a celkový proud procházející obvodem.

Řešení:

- Čtyři možnosti spojení rezistorů v obvodu jsou na obr. 69.
- Celkový odpor obvodu pro dané případy:

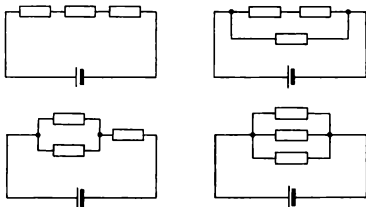
$$R_1 = 3R, \quad R_2 = \frac{2}{3}R, \quad R_3 = \frac{3}{2}R, \quad R_4 = \frac{1}{3}R$$

a pro danou hodnotu

$$R_1 = 360\ \Omega, \quad R_2 = 80\ \Omega, \quad R_3 = 180\ \Omega, \quad R_4 = 40\ \Omega.$$

c) Napětí na jednotlivých rezistorech pro dané případy:

- 1.: $U_1 = U_2 = U_3 = \frac{1}{3}U$, tj. 8 V;
- 2.: $U_1 = U_2 = \frac{1}{2}U$, tj. 12 V, $U_3 = U$, tj. 24 V;
- 3.: $U_1 = U_2 = \frac{1}{3}U$, tj. 8 V, $U_3 = \frac{2}{3}U$, tj. 16 V;
- 4.: $U_1 = U_2 = U_3 = U$, tj. 24 V.



Obr. 69

d) Proudů procházející jednotlivými rezistory pro dané případy a výsledný proud I v obvodu:

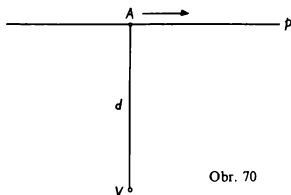
- 1.: $I_1 = I_2 = I_3 = \frac{1}{15} \text{ A} \doteq 0,067 \text{ A}$; $I \doteq 0,067 \text{ A}$;
- 2.: $I_1 = I_2 = 0,100 \text{ A}$; $I_3 = 0,200 \text{ A}$; $I = 0,300 \text{ A}$;
- 3.: $I_1 = I_2 \doteq 0,067 \text{ A}$; $I_3 \doteq 0,133 \text{ A}$; $I \doteq 0,133 \text{ A}$;
- 4.: $I_1 = I_2 = I_3 = 0,200 \text{ A}$; $I = 0,600 \text{ A}$.

c) TŘETÍ KOLO SOUTĚŽE

1. úloha (navrhl Evžen Růžička)

Voják míří na cíl, který se pohybuje stálou rychlostí $v_1 = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ po přímé dráze p (obr. 70). Vzdálenost vojáka od přímky je $d = 200 \text{ m}$, úsečka VA je kolmá k přímce p .

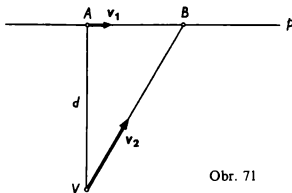
Když je cíl právě v bodě A , voják vystřelí. Střela se pohybuje stálou rychlostí $v_2 = 400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



Obr. 70

Do kterého bodu na přímce p musí voják mířit, aby zasáhl cíl?

Řešení – obr. 71:



Obr. 71

Střela zasáhne cíl v bodě B , do kterého musí voják mířit, a to za dobu t od výstřelu. Cíl urazí vzdálenost $AB = v_1 t$, střela vzdálenost $VB = v_2 t$. Pro trojúhelník VAB platí

$$(v_1 t)^2 + d^2 = (v_2 t)^2$$

a odtud

$$t = \frac{d}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}.$$

Pro vzdálenost AB dostaneme

$$AB = v_1 t = \frac{v_1 d}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$$

a pro dané hodnoty $AB \doteq 4,0$ m.

Voják tedy musí mířit do bodu B na přímce p , který je od bodu A vzdálen asi 4 m ve směru pohybu cíle.

2. úloha (navrhl Evžen Růžička)

Ve vodě je ponořen betonový panel tvaru kvádra o objemu $V = 2,5 \text{ m}^3$ tak, že jeho horní stěna je vodorovná a leží v hloubce $h = 5$ m pod volným povrchem vody. Měrná tíha betonu $\gamma = 20\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$, měrná tíha vody $\gamma_0 = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$. Panel se má zvednout k povrchu vody jeřábem, který může vykonat v průběhu zvedání maximální práci $A = 150 \text{ kJ}$. Vyzvedne jeřáb betonový panel k povrchu vody, zůstává-li při zvedání jeho horní stěna vodorovná? Odpověď zdůvodněte. Odpor prostředí zanedbejte.

Řešení:

Tíha panelu $G = \gamma V$. Ve vodě je panel nadlehčován silou $F = \gamma_0 V$. Nejmenší síla potřebná k zvedání panelu pod vodou je

$$F = G - F = (\gamma - \gamma_0) V.$$

Označme F_2 maximální sílu, kterou jeřáb může vyvinout. Podle zadání může jeřáb vykonat maximální práci $A = F_2 h$, takže

$$F_2 = \frac{A}{h}.$$

Když $F_2 < F_1$, jeřáb panel nevyzvedne,

když $F_2 > F_1$, jeřáb panel vyzvedne.

Pro zadané hodnoty: $F_1 = 25\,000\text{ N}$, $F_2 = 30\,000\text{ N}$. Poněvadž $F_2 > F_1$, vyzvedne jeřáb panel k povrchu vody.

3. úloha (navrhl Miroslav Dvořák)

Na vařiči o příkonu $P = 500\text{ W}$ ohříváme vodu hmotnosti $m = 2,0\text{ kg}$ a počáteční teploty $t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$. Účinnost vařiče $\eta = 60\%$.

- Za jakou dobu τ_1 od počátku zahřívání se uvede voda za normálního atmosférického tlaku do varu? Měrné teplo vody $c = 4,2\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- Za jakou dobu τ_2 od počátku varu se přemění voda poloviční hmotnosti na páru téže teploty? Měrné skupenské teplo varu vody $l_v = 2300\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Řešení:

- Teplo vydané vařičem za dobu τ_1 se rovná teplu přijatému vodou při zvýšení teploty z t_1 na $t_2 = 100\text{ }^\circ\text{C}$, tedy

$$\eta P \tau_1 = mc(t_2 - t_1)$$

a odtud

$$\tau_1 = \frac{mc(t_2 - t_1)}{\eta P}.$$

Pro zadané hodnoty: $\tau_1 = 2240 \text{ s} \doteq 37 \text{ minut}$.

- b) Teplo vydané vařičem za dobu τ_2 od počátku varu se rovná teplu potřebnému k přeměně vody o hmotnosti $\frac{1}{2}m$ v páru téže teploty, tedy

$$\eta P \tau_2 = \frac{m}{2} l_v$$

a odtud

$$\tau_2 = \frac{m l_v}{2 \eta P}.$$

Pro dané hodnoty: $\tau_2 = 7700 \text{ s} \doteq 2 \text{ h } 08 \text{ min}$.

4. úloha (navrhl doc. dr. Bohumil Vlach)

Máme tři žárovky. Na jedné z nich jsou uvedeny údaje 110 V/100 W, na dalších dvou 110 V/50 W.

- Jak velký proud prochází každou žárovkou, je-li připojena k napětí $U_0 = 110 \text{ V}$?
- Jak velký odpor má vlákno každé žárovky?
- Nakreslete schéma obvodu zapojení všech žárovek tak, aby svítily s jmenovitým příkonem, je-li obvod připojen ke zdroji o napětí $U = 220 \text{ V}$. Správnost zapojení ověřte tím, že vypočtete napětí na každé žárovce a příkon každé žárovky s využitím výsledků úlohy b).

Řešení:

- a) Pro příkon P spotřebiče platí vztah $P = UI$, kde U je napětí na spotřebiči, I proud procházející spotřebičem.

Z tohoto vztahu dostaneme

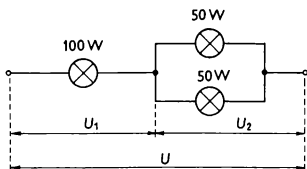
pro žárovku 110 V/100 W ... $I_1 \doteq 0,91$ A,

pro žárovky 110 V/50 W ... $I_2 = I_3 \doteq 0,45$ A.

- b) Pro příkon P spotřebiče platí vztah $P = U^2/R$, kde R je odpor spotřebiče, takže $R = U^2/P$. Z toho plyne

pro žárovku 110 V/100 W ... $R_1 = 121 \Omega$,

pro žárovky 110 V/50 W ... $R_2 = R_3 = 242 \Omega$.



Obr. 72

- c) Schéma zapojení je na obr. 72. Napětí U_1 a U_2 jsou stejně velká (110 V), poněvadž odpor vlákna žárovky 110 V/100 W je roven odporu vláken obou paralelně spojených žárovek 110 V/50 W. Poněvadž všechny tři žárovky dostávají svá jmenovitá napětí, dostávají i své jmenovité příkony a procházejí jimi správné odpovídající proudy.

6. ÚLOHY POKUSNÉHO 1. KOLA KAT. D V JMK

1. část 1. kola

- 1. úloha totožná s úlohou 1. kat. D
- 2. úloha totožná s úlohou 2. kat. D
- 3. úloha totožná s úlohou 3. kat. D
- 4. úloha totožná s úlohou 6. kat. D

2. část 1. kola – klauzurní práce

1. úloha

Dva lyžaři-běžci trénovali na kolečkových lyžích na asfaltovém úseku vozovky mezi místy *A*, *B*.

První z nich běžel polovinu celkové trati rychlostí v_1 , pak polovinu zbývající doby běžel rychlostí v_2 a potom do konce dráhy šel pěšky rychlostí v_3 .

Druhý lyžař běžel polovinu celkové doby rychlostí v_1 , pak první polovinu zbývající dráhy běžel rychlostí v_2 a druhou polovinu šel pěšky rychlostí v_3 .

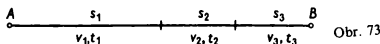
Určete

- a) průměrnou rychlost prvního lyžaře na úseku *AB*,
- b) průměrnou rychlost druhého lyžaře na úseku *AB*.

Řešte nejprve obecně, pak číselně pro $v_1 = 15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$,
 $v_2 = 6,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_3 = 4,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Řešení:

Označme veličiny v jednotlivých úsecích podle obr. 73.



Celková dráha a celkový čas jsou

$$s = s_1 + s_2 + s_3, \quad t = t_1 + t_2 + t_3.$$

a) Ze zadání úlohy je

$$s_1 = s_2 + s_3 = \frac{s}{2}, \quad t_2 = t_3 = t'.$$

Z definice průměrné rychlosti je

$$v_a = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}. \quad (1)$$

Podle kinematických vztahů pro rovnoměrný pohyb platí

$$v_1 = \frac{s}{2t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{s}{2v_1}, \quad (2)$$

$$\frac{s}{2} = v_2 t' + v_3 t' \Rightarrow t' = \frac{s}{2(v_2 + v_3)}. \quad (3)$$

Dosadíme (2) a (3) do (1) a po úpravě dostaneme

$$v_a = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3}. \quad (4)$$

Obecné řešení je určeno vztahem (4), číselně

$$v_a = 7,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

b) Podle zadání je

$$t_1 = t_2 + t_3, \quad s_2 = s_3 = s'.$$

Z definice průměrné rychlosti

$$v_b = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

po dosazení dostáváme

$$v_b = \frac{s_1 + 2s'}{2t_1}. \quad (5)$$

Dále platí

$$s_1 = v_1 t_1, \quad s_2 = v_2 t_2, \quad s_3 = v_3 t_3, \quad (6)$$

odtud

$$t_2 + t_3 = \frac{s'}{v_2} + \frac{s'}{v_3}$$

neboli

$$t_1 = s' \left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right).$$

Pak

$$s' = \frac{v_2 v_3 t_1}{v_2 + v_3}. \quad (7)$$

Dosadíme-li (6) a (7) do (5), po úpravě dostaneme

$$v_b = \frac{v_1 v_2 + v_1 v_3 + 2v_2 v_3}{2(v_2 + v_3)}. \quad (8)$$

Obecné řešení je dáno vztahem (8), numericky

$$v_b = 9,9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2. úloha

Vzdálenost dvou sousedních zastávek tramvaje na přímé trati je s . Tramvaj se rozjíždí ze zastávky A rovnoměrně zrychleným pohybem, pak úsek s_2 projíždí rovnoměrně rychlostí v , na zbytku dráhy účinkem stálé brzdící síly brzdí až do zastavení na zastávce B .

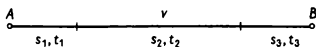
- Určete dobu pohybu tramvaje mezi zastávkami A , B .
- Za předpokladu, že je první úsek dráhy s_1 , narýsujte graf závislosti rychlosti tramvaje na čase.

Řešte nejprve obecně, pak číselně pro hodnoty $s = 400 \text{ m}$, $v = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $s_1 = 60 \text{ m}$ a $s_2 = 300 \text{ m}$. Grafy rýsujte ve vhodně zvoleném měřítku na milimetrový papír.

Řešení:

Označíme úseky dráhy podle obr. 74. Pak pro celkovou dráhu platí

$$s = s_1 + s_2 + s_3. \quad (1)$$



Obr. 74

- Hledaná doba je

$$t = t_1 + t_2 + t_3. \quad (2)$$

Pro rovnoměrně zrychlený pohyb konaný v prvním úseku dráhy platí

$$v = a_1 t_1, \quad s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2;$$

z toho

$$t_1 = \frac{2s_1}{v}. \quad (3)$$

Pro rovnoměrný pohyb v druhém úseku platí

$$s_2 = vt_2, \quad \text{odkud} \quad t_2 = \frac{s_2}{v}. \quad (4)$$

V posledním úseku jde o rovnoměrně zrychlený pohyb se záporným zrychlením a_2 . Poněvadž konečná rychlost

$$v_3 = v + a_2 t_3 = 0,$$

je

$$v = -a_2 t_3,$$

$$\begin{aligned} s_3 &= vt_3 + \frac{1}{2} a_2 t_3^2 = -a_2 t_3^2 + \frac{1}{2} a_2 t_3^2 = \\ &= -\frac{1}{2} a_2 t_3^2 = \frac{1}{2} vt_3, \end{aligned}$$

z toho

$$t_3 = \frac{2s_3}{v}. \quad (5)$$

Dosadíme-li (1), (3), (4) a (5) do (2) dostaneme

$$t = \frac{2s - s_2}{v}.$$

Numericky

$$t = 50 \text{ s}.$$

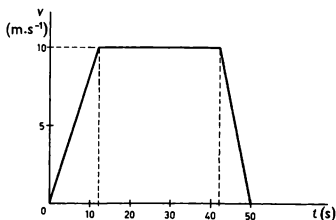
b) Je-li $s_1 = 60 \text{ m}$ a $s_2 = 300 \text{ m}$, je $s_3 = 40 \text{ m}$. Doby pohybu v jednotlivých úsecích pak podle (3), (4) a (5) jsou $t_1 = 12 \text{ s}$, $t_2 = 30 \text{ s}$, $t_3 = 8 \text{ s}$. Pak

$$1. \text{ úsek: } v = a_1 t_1, \quad a_1 = \frac{v}{t_1} = \frac{5}{6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$2. \text{ úsek: } v = \text{konst.}, \quad v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$3. \text{ úsek: } a_2 = -\frac{v}{t_3} = -\frac{5}{4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Graf je na obr. 75.



Obr. 75

3. úloha

Přes pevnou kladku je vedena nit. Na jejích koncích jsou zavěšeny dva stejnorodé (homogenní) válečky stejných objemů. Jeden váleček je z hliníku, druhý je z dubového dřeva. Vodorovná podložka udržuje válečky při napnuté niti ve stejné výšce.

- a) Určete zrychlení soustavy po odstranění podložky.
 b) Stanovte vzdálenost středů válečků (vertikální) za dobu t po odstranění podložky.

Řešte nejprve obecně, pak číselně pro $t = 0,50$ s. Hustoty válečků vyhledejte ve fyzikálních tabulkách. Hmotnost kladky a niti a síly tření zanedbejte; $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení:

Označíme m_1 a m_2 hmotnosti válečků, $\varrho_1 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a $\varrho_2 = 0,67 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ jejich hustoty.

Po uvolnění podložky se bude soustava pohybovat rovnoměrně zrychleně se zrychlením a .

- a) Pro pohyb soustavy válečků platí

$$(m_1 + m_2) a = (m_1 - m_2) g, \quad (1)$$

kde m_1 je hmotnost hliníkového a m_2 hmotnost dubového válečku.

Když do (1) dosadíme $m_1 = V\varrho_1$, $m_2 = V\varrho_2$, potom zrychlení

$$a = \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_1 + \varrho_2} g. \quad (2)$$

Číselně

$$a = 5,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

- b) Oba válečky vykonávají rovnoměrně zrychlený pohyb. Jeden se pohybuje nahoru a druhý dolů. Každý vykoná za dobu t dráhu s , tedy jejich vertikální vzdálenost za dobu t bude

$$d = 2s = 2 \cdot \frac{1}{2} at^2,$$

odkud, užijeme-li (2), dostáváme

$$d = \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_1 + \varrho_2} g t^2$$

a číselně $d = 1,48 \text{ m}$.

7. ÚLOHY POKUSNÉHO 1. KOLA KATEGORIE E V JMK

1. část 1. kola

- 1. úloha totožná s úlohou 1. kat. E
- 2. úloha totožná s úlohou 3. kat. E
- 3. úloha totožná s úlohou 2. kat. E

4. úloha

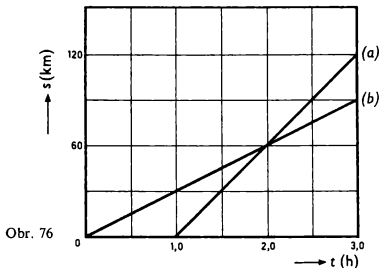
Urči průměrnou hustotu syrových brambor. Máš k použití asi 10 brambor různé velikosti a odměrnou nádobu s měřicím rozsahem 1 litr.

- a) Navrhni a zapiš postup pokusu, který ti umožní řešit úlohu. Které další pomůcky potřebuješ?
- b) Proveď pokus třikrát s použitím různého počtu brambor a zapiš výsledky měření do tabulky.
- c) Proveď výpočet průměrné hustoty pro každý pokus a výsledek správně zaokrouhli.

d) Vypočítej aritmetický průměr určených hodnot a správně zaokrouhli.

e) Je možno řešit úlohu ještě jiným způsobem?

Řešení neuvádíme.



2. část 1. kola – klauzurní práce

1. úloha

Automobil a traktor jedou po přímé silnici za sebou. Úsečky (a), (b) na obr. 76 znázorňují závislost délky dráhy automobilu a traktoru na čase. Z grafu odpověz na tyto otázky:

- Které vozidlo se začalo pohybovat dříve? Jaký pohyb vozidla konají?
- Jaká je rychlost automobilu? Jaká je rychlost traktoru?

- c) Za jakou dobu od počátku svého pohybu předjede automobil traktor?

Řešení:

- a) Traktor se začal pohybovat o 1 hodinu dříve než automobil. Poněvadž grafy závislosti délky dráhy obou vozidel na čase jsou přímky, konala vozidla pohyb rovnoměrný.

- b) Automobil za čas $t_1 = 2,0$ h ujel dráhu $s_1 = 120$ km.

Pro rychlost v_1 platí

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} \quad \text{a po dosazení} \quad v_1 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Traktor za dobu $t_2 = 3,0$ h vykonal dráhu $s_2 = 90$ km.

Pro rychlost v_2 platí

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} \quad \text{a po dosazení} \quad v_2 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

- c) Průsečík úseček (a) a (b) určuje okamžik, kdy automobil předjel traktor. Bylo to 1 h po počátku pohybu automobilu po projetí dráhy 60 km.

2. úloha

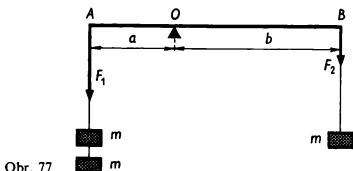
Páka ze stejnorodého materiálu, všude stejného průřezu, je v rovnovážné poloze. Na ní jsou zavěšena dvě ocelová tělesa. Hmotnost prvního z nich se rovná dvojnásobku hmotnosti druhého.

- a) Nakresli páku s tělesy v rovnovážné poloze. Znázorni síly, kterými tělesa na páku působí a ramena těchto sil vzhledem na osu otáčení. Zapiš poměr délek ramen.
- b) Změní se rovnovážná poloha páky s tělesy, jestliže obě tělesa zcela ponoříme do vody? Odpověď zdůvodni a nakresli obrázek.

Řešení:

- a) Hmotnost druhého tělesa označíme m , jeho tíhu G ; hmotnost prvního tělesa je potom $2m$ a jeho tíha $2G$. Platí

$$F_1 = 2G, \quad F_2 = G.$$



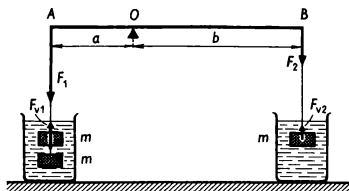
Obr. 77

Pro poměr ramen sil vychází (obr. 77)

$$\begin{aligned} a : b &= F_2 : F_1, \\ &= G : 2G, \\ &= 1 : 2. \end{aligned}$$

- b) Objem tělesa o hmotnosti m označíme V . Poněvadž obě tělesa jsou stejnorodá a z téže látky, je objem tělesa o hmotnosti $2m$ roven $2V$.

Po ponoření do vody působí na těleso o hmotnosti $2m$ vztlaková síla $F_{v1} = 2V\gamma$, na těleso o hmotnosti m působí vztlaková síla $F_{v2} = V\gamma$ (obr. 78).



Obr. 78

Na těleso o hmotnosti $2m$ působí výsledná síla

$$F'_1 = 2G - 2V\gamma = 2(G - V\gamma),$$

na těleso o hmotnosti m působí výsledná síla

$$F'_2 = G - V\gamma.$$

Tělesa působí na páku silami F'_1 a F'_2 , jejichž poměr je

$$F'_1 : F'_2 = 2 : 1.$$

Pro ramena sil platí:

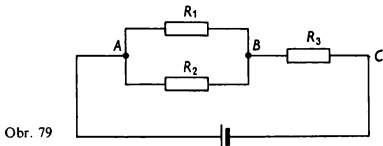
$$a : b = F'_2 : F'_1 = 1 : 2.$$

Po ponoření obou těles do vody zůstává páka v rovnovážné poloze.

3. úloha

Tři spotřebiče jsou zařazeny do elektrického obvodu podle obr. 79,

$$R_1 = 3 \, \Omega, \quad R_2 = 6 \, \Omega, \quad R_3 = 4 \, \Omega.$$



Napětí mezi body A a C je $U_{AC} = 12 \text{ V}$.

- Urči odpor R_{AB} a odpor R_{AC} .
- Urči napětí U_{AB} a napětí U_{BC} .
- Urči proudy I_1 , I_2 , I_3 procházející příslušnými spotřebiči.

Odpory spojovacích drátů neuvažujeme.

Řešení:

- a) Spotřebiče o odporech R_1 a R_2 jsou spojeny vedle sebe, proto platí

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

a z toho

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

číselně $R_{AB} = 2 \, \Omega$.

Odpor R_{AC} se rovná součtu odporů R_{AB} a R_3 , poněvadž k paralelní dvojici spotřebičů o odporech R_1 a R_2 je sériově připojen spotřebič o odporu R_3 . Platí

$$R_{AC} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{R_1 R_2 + R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2}$$

a číselně $R_{AC} = 6 \Omega$.

b) Pro napětí U_{AB} a U_{BC} platí:

$$\begin{aligned} U_{AB} + U_{BC} &= U_{AC} = 12 \text{ V}, \\ U_{AB} : U_{BC} &= R_{AB} : R_3 = 2 : 4 = 1 : 2. \end{aligned}$$

Z toho plyne

$$U_{AB} = \frac{1}{3} U_{AC} = 4 \text{ V}, \quad U_{BC} = \frac{2}{3} U_{AC} = 8 \text{ V}.$$

c) Proud I_3 procházející spotřebičem o odporu R_3 se podle Ohmova zákona rovná

$$I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3} \quad \text{a po dosazení} \quad I_3 = 2 \text{ A}.$$

Je také roven proudu, který prochází celým obvodem a pro nějž platí $I_3 = U_{AC}/R_{AC}$. Po dosazení dojdeme k témuž výsledku.

Pro proud I_1 platí

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1},$$

po dosazení dostaneme $I_1 = \frac{4}{3} \text{ A}$.

Pro proudy I_1 , I_2 a I_3 platí: $I_1 + I_2 = I_3$.

Odtud plyne $I_2 = I_3 - I_1$, číselně pak $I_2 = \frac{2}{3} \text{ A}$.

Obsah

I. ČÁST: ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE . . .	5
1. Cíl soutěže a její organizace	5
2. Pokusná úprava organizace soutěže 1. kola	9
3. Složení Ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1977/78	9
4. Krajské výbory FO ve školním roce 1977/78 a jejich předsedové	11
5. Okresní výbory FO ve školním roce 1977/78 . . .	12
6. Průběh soutěže ve školním roce 1977/78	13
A. První kolo soutěže kategorií A, B, C a D	13
B. Druhé kolo soutěže kategorií A, B, C a D	14
C. Třetí kolo kategorie A	49
D. Kategorie E	55
E. Akce na podporu FO	64
1. Kursy během školního roku	64
2. Krajská soustředění úspěšných řešitelů FO . .	64
3. Celostátní soustředění úspěšných řešitelů MO a FO z 3. roč. škol 2. cyklu	64
4. Celostátní soustředění vybraných řešitelů pro MFO	67
II. ČÁST: SOUTĚŽNÍ ÚLOHY	68
1. Úlohy kategorie A	68
a) První kolo soutěže	68

b) Druhé kolo soutěže	102
c) Třetí kolo soutěže	110
2. Úlohy kategorie B	130
a) První kolo soutěže	130
b) Druhé kolo soutěže	151
3. Úlohy kategorie C	159
a) První kolo soutěže	159
b) Druhé kolo soutěže	184
4. Úlohy kategorie D	190
a) První kolo soutěže	190
b) Druhé kolo soutěže	207
5. Úlohy kategorie E	214
a) První kolo soutěže	214
b) Druhé kolo soutěže	224
c) Třetí kolo soutěže	229
6. Úlohy pokusného 1. kola kat. D v JMK	235
7. Úlohy pokusného 1. kola kat. E v JMK	242

Prof. RNDr. Rostislav Košťál a Mojmir
Simerský

XIX. ročník fyzikální olympiády

Obálku navrhl Josef Prchal
Obrázky rýsoval Josef Kubík
Vydalo Státní pedagogické nakladatelství,
n. p., v Praze
roku 1980 jako svou publikaci č. 9-42-15/1

Edice Pomocné knihy pro žáky

Odpovědná redaktorka: Jiřina Cívínová
Výtvarný redaktor: Václav Hanuš
Technická redaktorka: Marie Doubravová

Z nové sazby písmem Times Monophoto
výtiskla Polygrafia, n. p., Svobodova 1,
128 17 Praha 2

Formát papíru 70 x 100 cm

Počet stran 250

AA 8,74 (7,80 AA textu, 0,94 grafiky) –
VA 9,35

Náklad 3 010 výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5
1. vydání

Cena brožovaného výtisku Kčs 11,00

505/21,825

SPN 9 – 42 – 15/1