

PROF. RNDR. ROSTISLAV KOŠŤÁL,
DOC. RNDR. IVAN NÁTER, VÁCLAV
SUCHÁNEK

XIV. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O ŘEŠENÍ ÚLOH ZE SOUTĚŽE
KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE 1972/73

PRAHA
STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ

Zpracovali: prof. dr. Rostislav Košťál, doc. dr. Ivan Náter a Václav Suchánek
Recenzovali: František Živný a Vladimír Kohout
© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1974

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

1. Cíl soutěže a její organizace

XIV. sjezd KSČ, který se konal v roce 1971, vytyčil jako jeden ze základních úkolů urychlit růst vědeckotechnického pokroku, který je rozhodujícím prostředkem vzestupu našeho socialistického hospodářství. Při plnění tohoto úkolu je třeba především se zaměřit na systematickou péči o růst politické a odborné kvalifikace kádrů. Součástí toho je i vyhledávání a rozvíjení mladých talentovaných lidí, které začíná již ve škole. Škola totiž při plnění celkového úkolu připravit mladou generaci k aktivní účasti na rozvoji socialistické ekonomiky i jednotlivých oblastí společenského života musí vytvářet podmínky pro odhalení schopností každého jednotlivce i pro jejich plné rozvíjení.

K plnění výše uvedených úkolů školy přispívala i soutěž fyzikální olympiáda. Ve školním roce 1972/73 se konala již počtrnácté pro žáky středních výběrových škol a podesáté pro žáky základních devítiletých škol.

Organizační řád soutěže fyzikální olympiáda (FO) je určen výnosem ministerstva školství a kultury (MŠK) ze dne 14. března 1963, č. 2293/63 – I/1 a byl uveřejněn ve Věstníku MŠK, r. 1963, seš. 12. Uvedený organizační řád se týká i soutěže matematická olympiáda (MO). Zavedení obou soutěží je odůvodňováno takto: Mají vzbudit u žáků příslušných škol zájem o hlubší studium fyziky a matematiky, vést žáky k dobrovolné samostatné práci, naučit je pracovat s odbornou literaturou, pomáhat škole při vyhledávání talentovaných žáků a rozvíjení jejich schopností, napomáhat svým způsobem k volbě povolání v oborech, které jsou pro naši ekonomiku rozhodující. Fyzikální i matematická olympiáda vytváří předpoklady pro

lepší přípravu žáků ke studiu na vysokých školách technického a matematicko-fyzikálního zaměření. Obě olympiády přispívají také k zvyšování úrovně vyučování matematice a fyzice, neboť na výběru soutěžních úloh, studijních témat, při organizaci soutěží a hodnocení jejich výsledků se podílejí pracovníci vysokých škol, středních škol i základních devítiletých škol, což se neobejde bez určitého hodnocení a ovlivnění současného stavu vyučování těmto předmětům z hledisek všech stupňů škol. U žáků ZDŠ pomáhá fyzikální olympiáda vytvářet příznivé podmínky pro vstup do technicky náročnějších učebních poměrů nebo pro studium na výběrových středních školách.

Ve XIV. ročníku probíhala fyzikální olympiáda opět v pěti kategoriích. Kategorie A byla určena pro žáky IV. ročníků výběrových středních škol, kategorie B pro žáky III. ročníků, kategorie C pro žáky II. ročníků a kategorie D pro žáky I. ročníků těchto škol. Na Slovensku nepřešly ještě všechny SVŠ na čtyřletá gymnasia, proto žáci těchto škol se zařazovali do fyzikální olympiády podle systému těch ročníků FO, kdy pro žáky výběrových škol byly určeny jen tři kategorie A, B a C. Kategorie E byla pořádána pro žáky IX. ročníků ZDŠ. Přitom každý žák mohl soutěžit i v kategorii odpovídající vyššímu ročníku, než který navštěvoval.

Prvé kolo soutěže FO ve všech kategoriích probíhalo ve školách. Žáci měli za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu experimentální, jejichž řešení odevzdávali svým učitelům fyziky ve dvou termínech stanovených v letácích pro FO. V kategoriích A, B, C a D byli úspěšnými řešiteli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře 5 ze zadaných úloh, přičemž řešili (i když neúspěšně) i experimentální úlohu. Účastník soutěže v těchto kategoriích měl mimoto prostudovat fyzikální téma příslušné kategorie, neboť na ně navazovala jedna úloha 1. kola soutěže. Také v kategorii E bylo zadáno 7 soutěžních úloh včetně experimentální. Na rozdíl od vyšších kategorií nebyla však pro úspěšného řešitele povinná; stačilo, když úspěšně vyřešil 5 ze zadaných úloh. Pro tuto kategorii nebylo také určeno téma k prostudování.

Druhé kolo soutěže FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a bylo organizováno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO). Ve 2. kole FO všech

kategorii byly účastníkům zadány 4 teoretické úlohy. Úspěšnými řešiteli byli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře 2 ze zadaných úloh. Úspěšní řešitelé druhého kola FO dostali od KV FO, popřípadě OV FO pochvalná uznání a několik nejlepších dostalo věcné odměny od příslušných OŠ KNV, popř. ONV.

Třetí kolo soutěže FO bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A má charakter celostátní. Řídil je ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO), organizoval je KV FO Severočeského kraje na Vysoké škole strojní a textilní v Liberci. Jako obvykle také v tomto ročníku byly účastníkům zadány 4 úlohy teoretické a jedna experimentální. Aby byl účastník soutěže úspěšným řešitelem, musel vyřešit úspěšně, tj. výborně nebo dobře, aspoň 3 ze zadaných úloh. Třetí kolo FO kategorie E bylo organizováno v krajích. Podobně jako ve druhém kole byly zadány 4 soutěžní úlohy, vesměs teoretické. Podmínky pro úspěšného řešitele byly také stejné jako ve druhém kole.

Klasifikační zásady byly stejné jako v dřívějších ročnících soutěže FO. Žákovská řešení se klasifikují takto:

1. Výborně, je-li úloha rozřešena správně, nebo řešení má nanejvýš jen formální chyby, nebo jen menší odbornou závadu.
2. Dobře, jestliže řešení vystihuje úkol, ale má větší odborné nedostatky; dobře je hodnoceno i správné řešení vyskytující-li se v něm závažné formální nedostatky.
3. Nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu jsou závažné nebo je-li řešení z větší části neúplné; řešení je také nevyhovující, chybí-li výklad nebo je neúplný, takže z něho nelze soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

Pořadateli XIV. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků a se Socialistickým svazem mládeže ČSSR.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR ústřední výbor fyzikální olympiády, v rámci krajů krajské výbory FO a v rámci okresů řídily soutěž kategorie E okresní výbory FO. Ve školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

2. Složení ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1972/73

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF a SSM ČSSR) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhu JČSMF. Kromě toho jsou členy ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Sídlem ÚV FO je od roku 1966 Brno. Na základě schválení návrhu JČSMF ministerstvem školství SSR v říjnu 1971 a ministerstvem školství ČSR v březnu 1972 měl ÚV FO ve školním roce 1972/73 toto složení:

Předseda: Prof. RNDr. Rostislav Košťál, Brno

1. místopředseda: RNDr. Ivan Náter, docent elektrotechnické fakulty Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě
2. místopředseda: RNDr. Jiří Beránek, docent Vojenské akademie Antónína Zápotockého v Brně

Jednatel: Václav Suchánek, odborný asistent pedagogické fakulty UJEP v Brně

Další členové (v abecedním pořadí):

František Cimbůrek, profesor gymnasia v Praze-Libni,

Emilie Chrapanová, učitelka ZDŠ v Bratislavě,

RNDr. Marta Chytilová, CSc., vědecká pracovnice VÚP v Praze,

ing. Vincent Kavečanský, CSc., docent přírodovědecké fakulty UPJŠ v Košicích,

Alois Kleveta, profesor gymnasia ve Vyškově,

RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., odborný asistent pedagogické fakulty v Nitře,

Milan Rádl, odborný asistent Vysoké školy strojnické a elektrotechnické v Plzni,

Mojmír Simerský, profesor SPŠ VE v Rožnově p. Radhoštěm,

Zuzana Šimkovicová, profesorka gymnasia v Bratislavě,

Pavol Škrinár, profesor gymnasia v Prievidze,

RNDr. Ladislav Thern, docent Vysoké školy lesnické a dřevařské ve Zvolenu,

doc. RNDr. Bohumil Vlach, Brno,

Ivo Volf, odborný asistent pedagogické fakulty v Hradci Králové,

ing. Bohumil Vybíral, CSc., odborný asistent Vysoké vojenské školy pozemního vojska ve Vyškově,

RNDr. Jozef Zámečník, odborný asistent elektrotechnické fakulty SVŠT v Bratislavě,

František Živný, ředitel gymnasia v důchodu, Nový Bohumín.

Jednotu československých matematiků a fyziků zastupoval v ÚV FO prof. dr. Rostislav Košťál, Socialistický svaz mládeže ing. Bohumil Vybíral. Ministertvo školství ČSR pověřilo zastupováním v ÚV FO Václava Štůlu, ústředního školního inspektora, ministerstvo školství SSR pověřilo zastupováním inspektora Júliusa Gála.

Výběr a úpravu soutěžních úloh prováděly komise ustavené v rámci ÚV FO za vedení prvního místopředsedy doc. dr. Ivana Nátera. Na tzv. základním výběru pracovali členové komise takto:

František Živný a Ladislav Thern – příklady z mechaniky,

Milan Rádl a Pavol Škrinár – příklady z termiky,

Ivo Volf a Vincent Kavečanský – příklady z elektřiny,

František Cimbůrek a Jozef Zámečník – příklady z optiky, vlnění a atomistiky.

V komisi pro konečnou redakci soutěžních úloh mimo předsedu komise dr. Ivana Nátera pracovali: Mojmir Simerský (referent pro kategorii A), dr. ing. Daniel Klivanec (referent pro kategorii B), dr. Marta Chytilová (referentka pro kategorii C), Ivo Volf (referent pro kategorii D), dr. Bohumil Vlach (referent pro kategorii E) a jednatel ÚV FO Václav Suchánek.

3. Krajské výbory FO ve školním roce 1972/73 a jejich předsedové

Předsedy a členy KV FO jmenují na návrh poboček JČSMF, popřípadě JSMF odbory školství příslušných KNV. Pracují v nich zástupci školské správy poboček JČSMF, popř. JSMF a KV SSM, dále profesori středních škol a učitelé ZDŠ. Jsou-li do práce KV FO zapojeni i učitelé vysokých škol, ať už technického, nebo pedagogického zaměření, znamená to vždy podstatný přínos.

Předsedové KV FO jednotlivých krajů ve školním roce 1972/73 byli tiito:
Praha: RNDr. Jaroslav Vachek, CSc., odborný asistent MF fakulty UK v Praze,

Středočeský: Miroslav Ševčík, profesor SPŠ v Kladně a vedoucí kabinetu fyziky KPÚ pro Středočeský kraj,

Jihočeský: do března 1973 Jaroslav Maryška, profesor gymnasia v Jindřichově Hradci,

od března 1973 Vladimír Strnad, odborný asistent pedagogické fakulty v Českých Budějovicích,

Západočeský: ing. Miloš Rabas, odborný asistent Vysoké školy strojní a elektrotechnické v Plzni,

Severočeský: Jaroslav Honner, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ v Ústí n. Labem,

Východočeský: Zdeněk Ungermann, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ v Hradci Králové,

Jihomoravský: Lubomír Vašek, CSc., docent technologické fakulty VUT v Gottwaldově,

Severomoravský: RNDr. Miroslav Bajer, DrSc., docent Vysoké školy báňské v Ostravě,

Bratislava: RNDr. Ivan Náter, docent elektrotechnické fakulty SVŠT v Bratislavě,

Západoslovenský: RNDr. Ladislav Dunajský, CSc., docent Vysoké školy poľnohospodárskej v Nitře,

Středoslovenský: RNDr. Pavol Ferko, odborný asistent pedagogické fakulty v Banské Bystrici,

Východoslovenský: ing. Vincent Kavečanský, CSc., docent přírodovědecké fakulty UPJŠ v Košicích.

Pro řízení FO kategorie E jsou v okresech jmenovány odbory školství ONV okresní výbory FO. Práce OV FO je příznivě ovlivňována účastí profesorů středních škol, kteří jednak blíže poznávají přípravu svých příštích žáků, jednak mohou působit na úroveň výuky fyziky na ZDŠ.

4. Průběh soutěže ve školním roce 1972/73

A. První kolo soutěže kategorií A, B, C a D

První kolo FO probíhalo ve školách od září 1972 do 10. února 1973. Texty soutěžních úloh a studijních témat byly otištěny v letáku vydaném SPN v Praze ve znění českém pro celou ČSSR z prostředků ministerstev školství v počtu 4000 výtisků. Do škol však mohly být distribuovány prostřednictvím KV FO pro opoždění tisku až v měsíci říjnu. Velkou pomocí v této situaci byla okolnost, že první tři úlohy všech kategorií byly otištěny v 10. čísle 50. ročníku časopisu Rozhledy matematicko-fyzikální, který je odebírán na všech středních školách.

Pro jednotlivé kategorie byla určena tato studijní témata:
kategorie A – Elektronová balistika, zpracoval Mojmir Simerský,
kategorie B – Riešenie silových polí pomocou vektorov, zpracoval dr. ing. Daniel Kluvanec,
kategorie C – Šikmý vrh, zpracoval ing. Bohumil Vybíral, CSc.,
kategorie D – Znáte Archimédův zákon? Zpracovala dr. Marta Chytilová, CSc.

Témata k prostudování nejsou v této ročence přetištěna, poněvadž byla uveřejněna v letáku a v této formě budou na školách k dispozici i příštím soutěžícím v FO. Předpokládáme, že zvláště závažná témata budou i nadále

TABULKA 1

Počet středních škol, které se zúčastnily XIV. ročníku FO

Kraj	Gymnasia a SVŠ					Zapojeno SPŠ					
	celkový počet	zapojeno v kategorii				Celkem	v kategorii				Celkem
		A	B	C	D		A	B	C	D	
Praha	20	18	18	17	18	18	1	2	2	10	10
StČ	24	16	19	18	17	23	1	2	—	2	3
JČ	18	6	10	7	10	14	—	—	—	1	1
ZČ	16	7	11	9	11	12	—	—	1	4	4
SČ	22	10	13	12	18	20	—	—	2	5	6
VČ	35	22	23	15	26	30	2	2	2	8	8
JM	37	26	31	32	37	37	2	5	6	13	15
SM	39	21	23	24	29	32	5	3	2	15	15
Bratislava	9	7	8	5	9	9	—	1	—	1	1
ZS	39	18	25	28	26	28	2	1	1	2	2
StS	40	17	27	30	33	36	1	—	1	5	6
VS	36	13	7	14	20	24	—	—	1	11	11
Celkem	335	181	215	211	254	283	14	16	18	77	82
Loni	331	110	194	209	246	275	10	14	19	57	62

¹⁾ VG Moravská Třebová, ZDŠ Rychnov n. Kněžnou; ²⁾ SEŠ Znojmo, SZTŠ Jihlava, SZTŠ Třebíč, SZŠ Brno, Jaselská, OU spoj. Brno, Orlí.

TABULKA 1

Počet středních škol, které se zúčastnily XIV. ročníku FO

Ostatní školy					Celkem zapojeno škol				
v kategorii				Celkem	v kategorii				Celkem
A	B	C	D		A	B	C	D	
–	–	–	–	–	19	20	19	28	28
–	–	–	–	–	17	21	18	19	26
–	–	–	–	–	6	10	7	11	15
–	–	–	–	–	7	11	10	15	16
–	–	–	–	–	10	13	14	23	26
–	–	–	2	2 ¹⁾	24	25	17	36	40
1	–	5	5	5 ²⁾	29	36	43	55	57
–	1	1	1	1 ³⁾	26	27	27	45	48
–	–	–	–	–	7	9	5	10	10
–	1	–	1	1 ⁴⁾	20	27	29	29	31
–	–	–	–	–	18	27	31	38	42
–	–	–	1	1 ⁵⁾	13	7	15	32	36
1	2	6	10	10	196	228	235	341	375
–	3	2	9	9	120	211	230	312	346

³⁾ VGJŽ Opava; ⁴⁾ VSOŠ Nové Město n. Váhom; ⁵⁾ VSOŠL Prešov.

TABULKA 2

Počet žáků soutěžících
(S značí počet soutěžících, Ú počet úspěšných řešitelů,

Kraj	Kategorie A				Kategorie B			
	S		Ú		S		Ú	
	c	d	c	d	c	d	c	d
Praha	123	8	79	3	68	9	40	1
StČ	52	4	34	2	73	8	47	5
JČ	22	4	22	4	24	6	22	4
ZČ	48	6	26	2	44	6	23	0
SČ	62	12	30	4	93	21	35	5
VČ	70	2	52	2	60	4	51	2
JM	106	14	74	10	154	21	87	15
SM	82	7	54	4	100	10	79	8
Bratislava	38	5	27	5	67	8	58	4
ZS	82	16	31	6	114	31	55	13
StS	72	5	32	2	112	10	26	1
VS	64	9	46	6	26	3	17	2
Celkem Ú %	821	92	507 61,7	50 54,3	935	137	540 57,8	60 43,7
Loni	360	44	256 71	25 57	896	131	471 53	59 45

v 1. kole XIV. ročníku FO
c celkový počet žáků, d z toho dívek)

Kategorie C				Kategorie D				Celkem			
S		Ú		S		Ú		S		Ú	
c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d
114	16	55	4	246	62	97	17	551	95	271	25
67	13	38	3	106	36	44	14	298	61	163	24
11	1	10	1	32	5	30	3	89	16	84	12
49	8	17	0	106	38	45	6	247	58	111	18
138	22	39	5	251	83	117	46	544	138	221	60
57	10	42	8	194	35	123	27	381	51	268	39
195	49	69	17	426	100	191	46	881	184	421	88
115	24	52	7	325	65	143	29	622	106	328	48
49	11	32	7	173	49	101	21	327	73	218	37
218	72	77	26	240	82	108	34	654	201	271	79
135	8	33	1	245	38	139	33	564	61	230	37
62	10	31	6	258	65	98	19	410	87	192	33
1210	244	495 40,9	85 34,8	2602	658	1236 47,5	295 44,8	5568	1131	2778 49,8	490 43,3
966	178	501 52	77 43	2088	508	1086 52	276 54	4310	861	2314 54	437 51

TABULKA 3

Počet žáků soutěžících
(S značí počet soutěžících, Ú počet úspěšných řešitelů,

Kraj	Kategorie A				Kategorie B			
	S		Ú		S		Ú	
	c	d	c	d	c	d	c	d
Praha	79	5	32	3	40	4	17	1
StČ	28	1	8	0	42	4	3	0
JČ	19	2	3	0	11	4	1	0
ZČ	26	2	9	2	23	0	8	0
SČ	21	2	6	0	26	3	0	0
VČ	45	2	21	1	49	2	6	0
JM	67	10	21	3	78	14	11	0
SM	51	3	27	2	74	8	9	0
Bratislava	27	5	8	1	57	4	11	0
ZS	31	6	10	1	54	13	6	0
StS	26	2	5	0	23	1	3	0
VS	41	5	8	0	16	2	0	0
Celkem Ú %	461	45	158 34,2	13 28,8	493	59	75 15,2	1 1,6
Loni Ú %	243	25	88 36	4 16	428	56	160 37	12 21

ve 2. kole XIV. ročníku FO
c celkový počet žáků, d z toho dívek)

Kategorie C				Kategorie D				Celkem			
S		Ú		S		Ú		S		Ú	
c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d
55	5	30	4	97	17	53	3	271	31	132	11
24	1	9	0	29	5	12	1	123	11	32	1
10	1	6	0	31	5	12	5	71	12	22	5
17	0	9	0	45	6	17	1	111	8	43	3
35	4	14	1	91	29	23	5	173	38	43	6
40	8	19	3	102	20	32	6	236	32	78	10
68	17	16	2	168	43	55	11	381	84	103	16
51	7	17	0	115	23	27	2	291	41	80	4
31	7	5	0	90	19	43	5	205	35	67	6
67	25	7	1	102	30	20	2	254	74	43	4
23	1	5	0	31	7	13	2	103	11	26	2
28	6	10	0	89	18	21	1	174	31	39	1
449	82	147 32,7	11 13,4	990	222	328 33,1	44 19,8	2393	408	708 29,5	69 16,9
454	69	285 62	35 50	945	225	249 26	27 12	2070	375	782 37	78 20

vydávána v knižnici SPN Škola mladých fyziků. Na výše uvedená studijní témata navazovala vždy jedna úloha prvního kola a jedna úloha druhého, popřípadě i třetího kola.

Počet středních škol zapojených do soutěže FO je uveden v tabulce 1. Ve srovnání s XIII. ročníkem soutěže počet zúčastněných škol celkem vzrostl o 8,4 %. Pokud se týká gymnasií, na Slovensku i SVŠ, počet zapojených škol vzrostl jen o 2,9 %, přitom procento zapojených gymnasií vzrostlo v SSR, v ČSR naopak pokleslo. Ve dvou krajích se docílilo stoprocentního zapojení, v jednom kraji je nejmenší procento zapojených gymnasií 67 %. Přírůstek zapojených SPŠ činí 32,2 %, počet zapojených ostatních škol se celkem nezměnil (v podstatě to jsou tytéž školy, v nichž učitelé fyziky již vytvořili určitou tradici). Letos poprvé se FO zúčastnila i odborná škola II. cyklu, na které studium není zakončeno maturitou.

Počty žáků zapojených do 1. kola FO celkem i podle jednotlivých kategorií jsou uvedeny v tabulce 2. Ve srovnání s XIII. ročníkem FO byl přírůstek soutěžících 29 %, na Slovensku poněkud větší než v českých zemích (30 % a 28 %). Tento přírůstek však není rozdělen na všechny kategorie rovnoměrně. Zatímco v kategorii A je přírůstek 128 % (140 % v ČSR a 104 % v SSR), v kategorii B je pouze 4 % (v ČSR úbytek 11 %, v SSR přírůstek 57 %), v kategoriích C a D je přírůstek kolem 25 % (v kategorii C v ČSR 34 %, v SSR 13 %; v kategorii D v ČSR 26 %, v SSR 20 %). Tyto velké rozdíly souvisí s přechodem SVVŠ a SVŠ na čtyřletá gymnasia, který je v ČSR již ukončen, na Slovensku však ještě probíhá. Tyto nerovnoměrnosti se odrazily i v procentu úspěšných řešitelů, které proti minulému ročníku pokleslo z 54 % na 49,8 %. Zatímco v minulém ročníku tendence procenta úspěšnosti měla celkem přirozený průběh: kategorie A 71 %, B 53 %, C 52 %, D 52 %, jeví letos procento úspěšnosti v jednotlivých kategoriích trochu neobvyklý průběh: 61,7 %, 57,8 %, 40,9 %, 47,5 %. Nejmenší procento úspěšných řešitelů je v kategorii C. Souvisí to asi s tím, že se dosud nepodařilo dosáhnout optimální míry obtížnosti úloh pro kategorie C a D. Jako obvykle je i letos procento úspěšných řešitelů nižší než celkové (celkové 49,8 %, dívek 43,3 %) s větším rozdílem než loni, přitom počet soutěžících dívek proti minulému ročníku vzrostl o 34 %, úspěšných však jen asi o 5 %.

B. Druhé kolo soutěže kategorií A, B, C a D

Druhé kolo FO kategorií A, B, C a D se konalo v sobotu dne 10. března 1973. Soutěž byla uspořádána převážně jen v sídlech KV FO, v Severočeském kraji byla část soutěže v Liberci a část v Chomutově, v Severomoravském kraji část soutěže uspořádali i v Olomouci. ÚV FO připravil texty úloh pro všechny soutěžící a orientační řešení úloh pro opravující. Po skončení soutěže byla tato orientační řešení úloh rozdána i soutěžícím z jednotlivých škol, aby byli v době největšího zájmu informováni o správném postupu řešení soutěžních úloh a aby mohli aspoň přibližně posoudit správnost svého řešení. Texty úloh i řešení rozeslal ÚV FO v zalepených obálkách do míst, kde se soutěž konala, a byly otevřeny před žáky těsně před zahájením soutěže. Pro slovenské kraje doc. dr. Náter zajistil a rozeslal potřebný počet zadání soutěžních úloh v jazyce maďarském. Opravy a vyhodnocení řešení byly prováděny v rámci krajů ve všech případech jednotně. Členové ÚV FO se podíleli na přípravě a průběhu 2. kola FO v kraji svého bydliště.

Výsledky 2. kola jsou uvedeny v tabulce 3. Počet účastníků proti minulému ročníku vzrostl asi o 15 % (v kategorii A o 89 %, B o 15 %, D o 4 %, v kategorii C naopak poklesl o 1 %), přitom v ČSR byl přírůstek větší (18 %) než v SSR (10 %). Srovnáme-li počet účastníků 2. kola FO s počtem úspěšných řešitelů 1. kola, vidíme, že v tomto ročníku do 2. kola postoupilo 86 % úspěšných řešitelů 1. kola; loni to bylo 89 %. Procenta úspěšnosti v kategoriích A a D jsou v tomto ročníku FO celkem stejná jako loni, v kategorii B kleslo procento úspěšných řešitelů na 15,2 % (loni 37 %). Přitom řešitelé kategorie B byli loni jako řešitelé kategorie C nejúspěšnější (62 %). Na Slovensku jsou procenta úspěšných řešitelů nižší, než je celostátní průměr (A 24 %, B 13 %, C 24 % a D 30 %). Dívkám se nejhůře vedlo v kategorii B, kde procento úspěšných je pouze 1,6 %.

Z úspěšných řešitelů druhého kola uvádíme ty, kteří se umístili na prvním až desátém místě v jednotlivých kategoriích podle krajů. V kategorii A jsou proložena vytištěna jména všech řešitelů, kteří postoupili do 3. kola. U žáků gymnasií není přepisován název školy, ale jen její sídlo.

Praha:

- A: Vladimír Zikmunda – Praha 2, W. Piecka; Tomáš Burian – Praha 7, Nad štolou; František Drašnar, Jan Frynta – Praha 2, W. Piecka; Petr Heřman – SPŠE Praha 2, Ječná; Jan Šebek – Praha 1, Štěpánská; Miron Tegze – Praha 2, W. Piecka; Jiří Kníže – Praha 8-Libeň; Pavel Sobek – Praha 2, W. Piecka; Vladimír Komárek – Praha 2, W. Piecka; Petr Jarolím, Tomáš Chrz – Praha 2, W. Piecka; Jiří Fuksa – Praha 7, Nad štolou; Jaroslav Jelinek – Praha 2, W. Piecka.
- B: Jiří Měska – Praha 3, Sladkovského; Jan Trlifaj – Praha 3, Sladkovského; Pavel Kotrba – Praha 1, Štěpánská; Oldřich Křížek – Praha 2, W. Piecka; Jiří Šviga – Praha 3, Sladkovského; Martin Vrátný – Praha 7, Nad štolou; Karel Řežábek – Praha 4, Modřany; Milan Neubert, Anna Pudláková – Praha 2, W. Piecka; Jiří Mandík – Praha 7, Nad štolou.
- C: Jiří Fexa – Praha 2, W. Piecka; Michael Valášek – Praha 2, W. Piecka; Aleš Havlíček – SPŠJT Praha 4, Svatoslavova; Jaroslav Fiala – Praha 3, Sladkovského; Jiří Štěrba – Praha 2, W. Piecka; Jaroslav Rejchrt – Praha 4, Ohradní; Jiří Vyskočil – Praha 7, Nad štolou; Tomáš Roubíček – Praha 2, W. Piecka; Jan Barták – SPŠJT Praha 4, Svatoslavova; Jaroslav Fiala – Praha 2, W. Piecka.
- D: Tomáš Kotrba – Praha 1, Štěpánská; Rudolf Kulhavy – Praha 6, Leninova; Jaroslav Dostál – Praha 4-Modřany, Jan Vaněk – SPŠ spoj. Praha 1, Panská; Stanislav Červinka – Praha 1, Štěpánská; Magda Volkeová – Praha 6, Leninova; Karel Svoboda – SPŠ spoj. Praha 1, Panská; Jiří Pflieger – Praha 8-Libeň; Petr Brousek – SPŠS Praha 8, Karlín. n.; Petr Pracna – Praha 6, Arabská.

Středočeský kraj:

- A: Tomáš Fiala – Příbram; Jaromír Kukal – Benešov; Petr Čížek – Brandýs; Jiří Blecha – N. Strašecí; Pavel Beránek – Kladno;

Jiří Tywoniak – Benešov; Josef Vermach – K. Hora; Jaroslav Novotný – Ml. Boleslav.

B: Zdeněk Svoboda – Rakovník; Vladimír Meier – Ml. Boleslav; Vladimír Anděra – Kladno.

C: Zdeněk Zelinger – Radotín; Zdeněk Felix – Kralupy; Jiří Somer – Nymburk; Karel Krejčík – Kladno; Milan Brabenec – Dobříš; Pavel Tvrdik – Kolín; Ivan Řehoř – Radotín; Jan Procházka – Ml. Boleslav; Miroslav Růžička – Sedlčany.

D: Jan Zápálek – Radotín; Milan Procházka – Ml. Boleslav; Miroslav Krejčí – Mnichovo Hradiště; Jan Šima – Říčany; Miroslav Moc – SPŠ Kolín; Jaroslav Krupička – SPŠ Kladno; Jiří Zástěra – Mladá Boleslav; Vlastimil Klíma – Benešov; Luděk Cígler – Vlašim; Petr Knížek – Mnichovo Hradiště.

Jihočeský kraj:

A: Karel Horák – Strakonice; Jiří Hanzálek – Č. Budějovice; Josef Urban – Č. Budějovice.

B: Pavel Kindlmann – Č. Budějovice.

C: Marek Vandas – Písek; Josef Voldřich – Vimperk; Stanislav Zelenka – Č. Budějovice; Jan Šiman – Strakonice; Miroslav Beneš – Strakonice; Jan Sýkora – Písek.

D: Michal Šimek, Jiří Poš, Vlastimil Hryzbyl – Strakonice; Marie Doležalová – Č. Budějovice; Jan Nedvěd – SPŠ Č. Budějovice; Marie Bodlákova – Č. Budějovice; Věra Černá – Pelhřimov; Karel Steidl – Strakonice; Marie Vinopalová – Písek; Pavel Zíka – Strakonice.

Západočeský kraj:

A: Blanka Hnilicová, Magda Fořtová, Svatopluk Machalka – Plzeň, nám. Odborářů; Josef Žezule – Klatovy; František Žák –

Plzeň, nám. Odborářů; Ivan Maňásek, Jiří Bonn – Cheb;
Josef Juřek – Plzeň, nám. Odborářů; Ladislav Crkva – K. Vary.

B: Jiří Zymák, Tomáš Filipovský – Plzeň, nám. Odborářů; Václav
Veselý – Klatovy; Pavel Vošahlik, Ladislav Peksa, Emil Pelikán,
Jiří Dolejš – Plzeň, nám. Odborářů; Karel Tesař – Mar. Lázně.

C: Pavel Odvárka – Plzeň, nám. Odborářů; Michal Svrček – K. Vary;
Vladimír Krásný, Stanislav Jánský, Luboš Pruner, František Pillmann,
Václav Šmrha, Vladimír Charvát, Pavel Rádl – všichni Plzeň, nám.
Odborářů.

D: Karel Kubát, František Staněk, Ladislav Šolc, Martin Štekl, Oldřich
Körner, Daniela Řezníčková, Jaroslav Vogeltanz – všichni Plzeň,
nám. Odborářů; Václav Vočadlo – SPŠ ei. Plzeň; Jiří Matoušek –
K. Vary; Josef Toms – Cheb.

Severočeský kraj:

A: Jan Holub – Teplice; Václav Špaček – Teplice; Zdeněk Müller –
Ústí n. L.; Jiří Svoboda – Teplice; Milan Halaš – Chomutov; Květo-
slav Hlávka – Česká Lipa.

B: Žádný úspěšný řešitel.

C: René Hladík – SPŠ ch. Ústí n. L.; Martin Kapoun – Ústí n. L.;
Pavel Kobrle – Lovosice; Jaroslava Pejznochová – Ústí n. L.;
Jaroslav Kotas – Česká Lipa; Ivo Mrázek – SPŠ ch. Ústí n. L.;
Ondřej Novák, Jiří Svoboda – Liberec; Jiří Maryška – Jablonec;
Jan Malý – Litoměřice.

D: Jan Nouza, Miroslav Vancí – Ústí n. L.; Zdeněk Kánský – Tanvald;
Věra Švarcbachová – Litoměřice; Leoš Tomíček – Liberec; Ivan
Benda – Litoměřice; Milan Ďuranda – Teplice; Václav Krupka –
Louny; Miroslava Zettlitzerová – Ústí n. L.

Východočeský kraj:

- A: Jiří Limpouch – Hradec Králové; Jan Mandel – Náchod; Aleš Verner – Dobruška; Miroslav Kmoch – Trutnov; Lubomír Procházka – Hradec Králové; Vladimír Bergl – Pardubice; Jiří Hruška – Hradec Králové; Jiří Petrák – Nová Paka; Zdeňka Ungermannová – Hradec Králové; Ludvík Bartošek – Pardubice; Jaroslav Kučera, Milan Staněk – Pardubice; Pavel Brutar – Hradec Králové.
- B: Dobroslav Kindl – Pardubice; Jaroslav Hubáček – Hradec Králové; Jiří Hostinský – Pardubice; Jindřich Kopáček – SPŠE Pardubice; Jaroslav Pavel – Nová Paka; Vitězslav Sekanina – Turnov.
- C: Jiří Hůlka – Hradec Králové; Roman Týfa – Trutnov; Jan Blažek – Chrudim; Oldřich Hýsek – Hradec Králové; František Hrníčko – Vysoké Mýto; Rostislav Jakubiček – Polička; František Starý – SPŠE Pardubice; František Kosek – Pardubice; Lada Sebroušková – Trutnov; Tomáš Blažek – Pardubice.
- D: Josef Pavel – ZDŠ Rychnov n. Kn.; Jiří Dvořák – Pardubice; Miroslava Otavová – Hradec Králové; Josef Novotný – Česká Třebová; Zdeněk Šmida – Dobruška; Miloš Ferjenčík, Pavel Štoviček – Pardubice; Marta Smrčková, Jaroslav Peregrin – Hradec Králové; Zdeněk Rudolf – Trutnov.

Jihomoravský kraj:

- A: Jaroslav Jech, Petr Píštěk – Brno, Křenová; Luboš Bauer – Brno, Koněvova; Stanislav Hozík – Gottwaldov; Zdeněk Hubáček – Otrokovice; Pavel Šandera – Brno, Křenová; Anna Leblochová – Brno, Koněvova; Milan Kadlec – Gottwaldov; Jiří Malec – Brno, Křenová; Jaroslav Kment – Žďár nad Sáz.; Jan Lamper – Gottwaldov; Josef Švoma – Velké Meziříčí; Jiří Tomášek – Brno, Koněvova.

- B: Petr Dub – Brno, Křenová; Michal Horák – Brno, tř. kpt. Jaroše; Petr Chvosta – Gottwaldov; Antonín Němec – SPŠE Brno; Bohumír Opatřil – Tišnov; Stanislav Štefl – Telč; Josef Andrys – Hodonín; Karel Meduna – Brno, Lerchova; Vladimír Procházka – SPŠS Třebíč; Rudolf Růžicka – Jihlava.
- C: Luboš Vlácil – Prostějov; Jiří Jírovský – SPŠE Brno; Ladislava Dvořáková – Brno, Koněvova; Zdeněk Vlček – Brno, Křenová; Petr Lorenc – Brno, Koněvova; Martin Klusáček – Třebíč; Milan Roupec – Mor. Budějovice; Zdeněk Lustig – Znojmo; Miroslava Kouřilová – Kyjov; Jan Šimek – Nové Město na Mor.
- D: Jiří Peňáz, Milan Kliment, Jiří Vala – Brno, tř. kpt. Jaroše; Pavel Koranda, Petr Ježek – Prostějov; Jan Jirků – Žďár nad Sáz.; Miroslav Tesař – Gottwaldov; Miroslav Pavel – Jihlava; František Dermek – Vyškov; Pavel Kněbl – Gottwaldov.

Severomoravský kraj:

- A: Zbyněk Průša – Rožnov p. Radhoštěm; Jan Podloucký – Přerov; Václav Janiš – Rožnov p. Radhoštěm; Vladimír Krupa – SPŠE Frenštát; Radomír Kuchta – Havířov; Jan Pavelka – Opava; Jarmila Slováková – Olomouc, Jiřího z Pod.; Jiří Tomšík – Ostrava 1, Šmeralova; Miroslav Čech – Olomouc-Hejčín; Jiří Gavor – Havířov.
- B: Jaromír Šimša – Ostrava 1; Leopold Stuchlik – Nový Jičín; Petr Gerlich – Ostrava 3; David Gruber – Ostrava 1; Antonín Otáhal – Ostrava 4 – Zábřeh; Stanislav Novák – Ostrava 1; Petr Dvořák – Olomouc-Hejčín; Libor Svoboda – Olomouc, Jiřího z Pod.; Milan Závodný – Ostrava 1.
- C: Jan Hula – Bílovec; Lubomír Balanda – Český Těšín; Lumír Gatnar – Opava; Miroslav Lýčka – Vsetín; Karel Tůma – Ostrava 1; Vladimír Hruška – Valašské Meziříčí; Ondřej Navrátil – Přerov;

Tomáš Cahlík – Vsetín; Vítězslav Juříček – SPŠ Hranice; Jiří Kolo-
děj – Havířov.

- D: Michal Bednařík – Olomouc-Hejčín; Jan Kohana – Havířov; Michal
Jaroš – Opava; Martin Calábek – Ostrava 1; Jaroslav Sojka –
SPŠ stav. Ostrava 1; Miroslav Šedivý – Přerov; Václav Kelar –
Uničov; Alexandr Páček – Havířov; Kristian Walach – Ostrava 4-
Zábřeh; Karel Hruška – Opava.

Bratislava:

- A: Milan Kolibiar – Bratislava, Novohradská; Pavol Bošácky –
Bratislava, ul. ČA; Igor Janetka, Marián Uherko, Vlado Rajčák,
Pavol Zlatoš – všichni Bratislava, Novohradská; Erika Somogyiová –
Bratislava, ul. ČA; Ivan Kolenič – Bratislava, Tomášikova.
- B: Štefan Olejník, Jozef Širáň – Bratislava, Novohradská; Ivan Tkáč –
Bratislava, Metodova ul.; Pavol Poliak – Bratislava, Novohradská;
Ladislav Gilányi – Bratislava, ul. I. Horvátha; Miroslav Brunclík,
Štefan Varga, Pavol Meravý – Bratislava, Novohradská; Ján Maco –
Bratislava, Vazovova ul.; Martin Šimkovič – Bratislava, Vazovova.
- C: Ján Krajčík – Bratislava, Novohradská; Štefan Gergely – Bratislava,
ul. ČA; Ivan Janetka, Ján Slodička, Vladimír Laco – Bratislava,
Novohradská.
- D: Viktor Birnstein, Miroslav Drkoš, Branislav Jozefíni, Adriena Rutkay-
Nedecká, Igor Brilla, Dušan Jankovič, Marián Slodička, Matúš Búci,
Pavol Krchnák – všichni Bratislava, Novohradská; Michal Jančina –
Bratislava, ul. Metodova.

Západoslovenský kraj:

- A: Vilém Götz – SVŠ Nitra, E. Gudernu; František Šindler –
Zl. Moravce; Ivan Poliačik – Trenčín; Peter Hroščo – Topoľ-
čany; Štefan Stehlik – Trenčín; Peter Szábó – maď. Komárno;

Dezider Sztítás – maď. Komárno; Štefan Kovalík – Partizánské;
Jozef Szabó – maď. Komárno; Magda Porubská – Nitra, Párovská.

B: Miroslav Záhoran – Nové Zámky; Miroslav Černák – Nové Zámky;
Branislav Macúch – Nové Mesto n. Váhom; Juraj Miššik – Nitra;
Milan Kamarýt – Trenčín; Jaroslav Novák – VSOŠ N. Mesto
n. Váhom.

C: Zoltán Téglás – maď. Komárno; Edmund Dobročka – Šaľa; Vladimír
Nakyš – Trnava; Miroslav Sofanka – Levice; Zora Dunajská –
Nitra; Jozef Kočan – Trnava; Tihamér Török – maď. Komárno.

D: Svetozár Malinarič – SPŠE Piešťany; Jiří Král – Trenčín; Gabriel
Farnbauer – maď. Komárno; Daniel Baček – Hlohovec; Pavol
Tarina – Topoľčany; Stanislav Stupavský – Skalica; František
Valach – Levice; Ľudmila Hajníková – Trenčín; Ján Zimmermann –
Šaľa; Ján Gašparík – Šaľa.

Stredoslovenský kraj:

A: Ľubomír Snoha – Lučenec; Dušan Mráz – Krupina; Marian
Seďláček – Prievidza; Imrich Vrfo – R. Sobota; Štefan Baláž –
Prievidza.

B: Ivan Podstanický – Žilina; Ivan Mečiar – Prievidza; Vlastimil
Vrfo – R. Sobota.

C: Michal Kučera – Martin; Dušan Merlina, Peter Maličský – Prievidza;
Ján Boďa – T. Teplice; Martin Valovič – Vrútky.

D: Igor Podstanický – Žilina, Hliny; Vlad. Technovský – Zvolen;
Pavel Makovický – Žilina, H. Val.; Ján Rusnačko – B. Bystrica;
Štefan Bračok – Ružomberok; Daniel Jančuška – L. Hrádok; Ivan
Benda – Prievidza; Danica Háčiková – L. Mikuláš; Ladislav Pecho –
Rajec; Miroslav Kysel – B. Bystrica.

Východoslovenský kraj:

A: Ján Šomvársky – Košice, Šmeralova; Ján Kollár, Peter Višnyi –

Košice, Šrobárova; Pavol Pavlo – Trebišov; Ján Rosa – Košice, Šmeralova; Imrich Zborovský – Prešov; Václav Hanušik – Michalovce; Jozef Krchňavý – Košice, Šmeralova.

B: Žadný úspěšný řešitel.

C: Dušan Kazár, Juraj Pajed – Košice, Šrobárova; Vladimír Matej – Košice, Kováčska; Peter Smutný, Peter Bagi – Košice, Šrobárova; Igor Valiga – Kežmarok; Peter Kopčanský – Humenné; Ján Pavlík – Košice, Šrobárova; Igor Čillík – Prešov; Ivan Dzurek – SPŠE Košice.

D: Juraj Kavečanský – Košice, Šrobárova; Ján Považan – Poprad; Vojtech Bardiovský – SPŠE Košice; Štefan Kubinec – Košice, Kováčska; Vladimír Matuška, Ján Zbojek – VSOŠL Prešov; Bohuslav Valiga – Kežmarok; Ivan Tkáč, Jaroslav Toldi – Košice, Šrobárova; Juraj Talán – Košice, Kováčska.

C. Třetí kolo kategorie A

Celostátní třetí kolo FO kategorie A se konalo ve dnech 25. až 27. dubna 1973 na Vysoké škole strojní a textilní v Liberci, která v tomto roce slavila 20. výročí svého založení. Přípravou a organizací 3. kola byl pověřen KV FO Severočeského kraje v Ústí n. Labem.

Účastníci 3. kola byli určeni na zasedání ÚV FO dne 6. dubna 1973. Ze 158 úspěšných řešitelů 2. kola FO kategorie A bylo vybráno 80 účastníků 3. kola. Z každého kraje postoupili úspěšní řešitelé 2. kola, kteří v něm dosáhli prospěchu alespoň 1, 1, 3, 3. Aby každý kraj byl zastoupen aspoň dvěma účastníky, bylo nutno ve dvou krajích zařadit po jednom účastníku, který měl ve druhém kole prospěch 1, 2, 3, 3 a naopak ve dvou krajích s největším počtem vybraných účastníků vyřadit po jednom soutěžícím, který ve 2. kole získal prospěch 1, 1, 3, 3.

Slavnostního zahájení, které se konalo dne 25. 4. 1973 v 17 hodin v posluchárně E9 na Vysoké škole strojní a textilní v Liberci, se zúčastnili všichni pozvaní účastníci 3. kola. Přítomné soutěžící žáky, členy ÚV FO a KV FO i ostatní hosty přivítal předseda KV FO Severočeského kraje Jaroslav Honner. Zahajovací projev přednesl předseda ÚV FO prof. RNDr. Rostislav Košťál. Za hostitelskou vysokou školu pozdravil přítomné rektor VŠST profesor ing. Jiří Mayer. Za ÚV SSM popřál soutěžícím mnoho úspěchů ing. Bohumil Vybíral a předal jim upomínkový dar – publikaci Atomový věk a maketu televizní vysílačky na Ještědu. Za KV SSM přivítal přítomné tajemník Jaroslav Janda a předal soutěžícím upomínkovou plaketu. Za OŠ KNV Severočeského kraje promluvil krajský školní inspektor František Jun. Za ÚV FO se 3. kola zúčastnili ještě doc. dr. Ivan Náter, Václav Suchánek, doc. dr. Bohumil Vlach, František Cimbůrek a Mojmír Simerský. Dále byli přítomni členové KV FO Severočeského kraje a pracovníci katedry fyziky VŠST.

Ubytování členů ÚV FO a ostatních pedagogických pracovníků bylo zajištěno převážně v interhotelu Zlatý lev, částečně v koleji VŠST na Zámeckém náměstí. Soutěžící byli ubytováni v chatě ZV ČSD Děčín v Hluboké pod Ještědem (50 osob) a v koleji na Zámeckém náměstí (30 osob). Doprava na Hlubokou a zpět byla zajištěna zvláštními autobusy. Soutěžící i pedagogičtí pracovníci se většinou stravovali v menze VŠST.

Dne 26. dubna řešili soutěžící 4 teoretické úlohy, na které měli vymezený čas 5 hodin. Pracovali ve velké posluchárně AI. Potřebný počet výtisků zadání soutěžních úloh zajistil člen komise pro konečnou redakci úloh M. Simerský. V odpoledních hodinách se uskutečnil autobusový zájezd, který začal okružní jízdou Libercem, pokračoval výjezdem na Ještěd s vnější prohlídkou vysílačky. Dále se jelo na Hejnici, do Lázní Libverda a na zámek Frýdlant.

Laboratorní úlohu řešili soutěžící dne 27. 4. Ve dvou laboratořích VŠST bylo připraveno po deseti měřicích soupravách, v nichž bylo 20 nových měřicích přístrojů zakoupených z prostředků KPÚ v Ústí n. Labem, čímž se zvýšila regulérnost experimentální úlohy. Ve čtyřech etapách se u nich vystřídali všichni soutěžící. Přípravu laboratorní úlohy zajistil KV FO Severočeského kraje ve spolupráci s katedrou fyziky VŠST v Liberci.

Každý soutěžící dostal potřebný návod, předlohu tabulky a milimetrový papír pro graf.

Po celou dobu soutěže byly dodrženy všechny podmínky, aby byla zaručena samostatná práce soutěžících. Byl zajištěn dozor, dbalo se, aby soutěžící neužívali nedovolené pomůcky a aby se také vzájemně nerušili.

Celý průběh 3. kola FO kategorie A byl plynulý a bez závad a projevů nekázně. Svědčí to o dobré připravenosti soutěže a dobrém organizačním vedení. Dík za to patří všem funkcionářům KV FO Severočeského kraje, především předsedovi Jaroslavu Honnerovi, všem pracovníkům katedry fyziky VŠST v Liberci, zvláště dr. Milanu Krebsovi, CSc. a tajemníku katedry odbornému asistentovi Václavu Kazdovi. O úspěšný průběh soutěže se zasloužil také rektorát VŠST a vedení katedry fyziky tím, že daly k dispozici místnosti a přístroje a že po dobu soutěže uvolnily potřebné pracovníky. Dík zaslouží i správní pracovníci VŠST, kteří vedli soutěž po stránce finančně ekonomické. Velmi kladně je nutno ocenit i spolupráci se členy SSM VŠST, kteří se aktivně zapojili do přípravy soutěže a svědomitě plnili přidělené úkoly v jejím průběhu.

Řešení úloh 3. kola opravovali tito členové ÚV FO:

úlohu č. 1 – Simerský a Živný (SMK),

úlohu č. 2 – Cimbůrek a dr. Chytilová (Praha),

úlohu č. 3 – ing. Kluvanec a dr. Dunajský (ZSK),

úlohu č. 4 – Volf a Ungermann (VČK),

úlohu č. 5. experimentální: Honner, dr. Krebs a Šimek (SČK).

Výsledky 3. kola jsou shrnuty do tabulek 4, 5, 6 a 7. Tabulka 4 ukazuje, jak byly jednotlivé kraje v celostátním kole zastoupeny a jak se zástupci zařadili mezi úspěšné řešitele, popř. vítěze soutěže. Jejich jmenovitý seznam je uveden v tabulkách 5 a 6. V tabulce 7 je přehled klasifikace jednotlivých soutěžních úloh. Z něho je patrné, že nejúspěšnější úlohou byla úloha č. 1, nejméně úspěšnou úloha č. 3. Souvisí to asi s tím, že v žádném kole kategorie A se neřešila podobná úloha, jejíž tematika patří do učební látky II. ročníku gymnasií. Velký počet neúspěšných řešení úlohy č. 2 s tematikou z geometrické optiky svědčí o tom, že tomuto oboru fyziky se nevěnuje při výuce ve školách ani v kursech pro účastníky FO potřebná pozornost. Poměrně pěkné výsledky u experimentální úlohy

TABULKA 4

Počet žáků soutěžících ve 3. kole FO kategorie A

Kraj	Počet soutěžících		Celkový počet úspěšných řešitelů			Počet vítězů			Počet neúspěšných řešitelů		
	celkem	di-vek	celkem	%	di-vek	celkem	%	di-vek	celkem	%	di-vek
Praha	14	0	8	57,2	0	2	14,3	0	6	42,8	0
StČ	2	0	2	100,0	0	0	0	0	0	0	0
JČ	2	0	1	50,0	0	0	0	0	1	50,0	0
ZČ	8	2	1	12,5	0	0	0	0	7	87,5	2
SČ	2	0	2	100,0	0	0	0	0	0	0	0
VČ	13	1	7	53,8	0	0	0	0	6	46,2	1
JM	13	1	7	53,8	1	3	23,0	0	6	46,2	0
SM	8	1	4	50,0	0	3	37,5	0	4	50,0	1
Bratislava	5	0	1	20,0	0	0	0	0	4	80,0	0
ZS	7	0	3	42,8	0	0	0	0	4	57,2	0
StS	4	0	1	25,0	0	0	0	0	3	75,0	0
VS	2	0	1	50,0	0	0	0	0	1	50,0	0
Celkem	80	5	38	47,5	1	8	10,0	0	42	52,5	4
Loni	77	3	24	31,0	0	9	12,0	0	53	69,0	3

TABULKA 5

Vítězové 3. kola XIV. ročníku FO kategorie A

Pořadí	Jméno	Třída	Škola
1.	Píštěk Petr	4S	G Brno, Křenová
2. – 3.	Janiš Václav	4P	G Rožnov p. Radhoštěm
2. – 3.	Švoma Josef	4P	G Velké Meziříčí
4. – 6.	Bauer Luboš	4P	G Brno, Koněvova
4. – 6.	Burian Tomáš	4S	G Praha 7, Nad školou
4. – 6.	Podloucký Jan	4P	G Přerov
7.	Krupa Vladimír	4	SPŠE Frenštát p. Radhoštěm
8.	Fuksa Jiří	4S	G Praha 7, Nad školou

TABULKA 6

Další úspěšní řešitelé 3. kola XIV. ročníku FO kategorie A

Pořadí	Jméno žáka	Třída	Škola
9. – 12.	Fiala Tomáš	4P	G Píbram
9. – 12.	Kadlec Milan	4P	G Gottwaldov
9. – 12.	Limpouch Jiří	4S	G Hradec Králové

Pokračování tabulky 6

Pořadí	Jméno žáka	Třída	Škola
9. – 12.	Machalka Svat.	4S	G Plzeň, nám. Odborářů
13. – 19.	Drašnar František	4S	G Praha 2, W. Piecka
13. – 19.	Chrz Tomáš	4S	G Praha 2, W. Piecka
13. – 19.	Kollár Ján	4P	G Košice, Šrobárova
13. – 19.	Kukal Jaromír	4P	G Benešov
13. – 19.	Procházka Lub.	4S	G Hradec Králové
13. – 19.	Snoha Lubomír	3P	SVŠ Lučenec
13. – 19.	Šandera Pavel	4S	G Brno, Křenová
20. – 30.	Hanzálek Jiří	4S	G Čes. Budějovice
20. – 30.	Jarolím Petr	4S	G Praha 2, W. Piecka
20. – 30.	Jech Jaroslav	4S	G Brno, Křenová
20. – 30.	Kolibiar Milan	4P	G Bratislava, Novohradská
20. – 30.	Kučera Jaroslav	4S	G Pardubice
20. – 30.	Kuchta Radomír	3S	G Havířov, Tajovského
20. – 30.	Leblochová Anna	4S	G Brno, Koněvova

Pokračování tabulky 6

Pořadí	Jméno žáka	Třída	Škola
20. – 30.	Mandel Jan	4P	G Náchod
20. – 30.	Stehlík Štefan	4P	G Trenčín
20. – 30.	Špaček Václav	4P	G Teplice
20. – 30.	Tegze Miron	4S	G Praha 2, W. Piecka
31. – 34.	Holub Jan	4P	G Teplice
31. – 34.	Hruška Jiří	3S	G Hradec Králové
31. – 34.	Kmoch Miroslav	4P	G Trutnov
31. – 34.	Sobek Pavel	4S	G Praha 2, W. Piecka
35. – 38.	Brutar Pavel	4S	G Hradec Králové
35. – 38.	Götz Vilém	3P	SVŠ E. Gudernu, Nitra
35. – 38.	Heřman Petr	4	SPŠE Praha 2, Ječná
35. – 38.	Šindler František	4P	G Zlaté Moravce

TABULKA 7

Přehled klasifikace jednotlivých příkladů 3. kola FO
kategorie A

Úloha	Klasifikace			Průměr. známka	Tematický obor úloh
	1	2	3		
1.	40	23	17	1,70	Užití změny rezonančního kmitočtu elektrického obvodu k nepřímému měření změny délky vzorku
2.	4	13	63	2,73	Zobrazování dvěma dutými kulovými zrcadly
3.	2	2	76	2,92	Určit teoretickou účinnost zážehového motoru
4.	17	20	43	2,32	Pohyb protonu v cyklotronu
5. (exp.)	10	42	28	2,22	Stanovení rozdělení rychlostí elektronů přicházejících na anodu diody při nulovém anodovém napětí
Celkem	73	100	227	2,38	

svědčí o tom, že její tematika byla vhodně volena, že návody byly metodicky dobře zpracovány, že měřicí soupravy spolehlivě pracovaly a že dovednosti žáků při měření a jeho zpracování byly u soutěžících na dobré úrovni.

Srovnáme-li výsledky 3. kola s loňským ročníkem, vidíme sice růst počtu úspěšných řešitelů o 16,5 %, ale počet vítězů klesl o 2 %. Vzrostl také počet dívek, které se probojovaly do 3. kola – letos 5, loni 3; letos se jedna zařadila mezi úspěšné řešitele, loni žádná.

V celostátním kole XIV. ročníku FO soutěžili podruhé úspěšně Karel Horák z gymnasia Strakonice a Milan Kolibiar z gymnasia Bratislava,

Novohradská. Mezi úspěšné řešitele 3. kola se zařadili i 2 žáci třetího ročníku gymnasia: Radomír Kuchta z Haviřova a Jiří Hruška z Hradce Králové. Oba budou moci získané zkušenosti uplatnit v příštím ročníku FO.

Na schůzi komise ÚV FO pro vyhodnocení výsledků 3. kola FO kategorie A byly projednány výsledky tohoto kola (viz tabulky 4 až 7) a bylo stanoveno, kteří úspěšní řešitelé 3. kola budou zařazeni do případné přípravy na mezinárodní fyzikální olympiádu.

Vítězové 3. kola FO kategorie A obdrželi diplomy, úspěšní řešitelé Čestná uznání; 19 nejlepších úspěšných řešitelů včetně vítězů bylo odměněno z prostředků ministerstva školství ČSR věcnými cenami podle vlastního výběru.

D. Závěr soutěže kategorií A, B, C a D

Úspěšní řešitelé 2. kola studovali většinou na přírodovědných nebo speciálních matematicko-fyzikálních větvích gymnasií nebo SVŠ, kde fyzika patří mezi stěžejní předměty. Zvláště výrazné to bylo ve 3. kole kategorie A, kde 50 % úspěšných řešitelů studovalo na matematicko-fyzikálních větvích a 44,8 % na větvích přírodovědných. Jen 5,2 % úspěšných řešitelů studuje na SPŠ, neboť na nich patří fyzika mezi předměty průpravné a vyučuje se jí většinou jen v prvních dvou ročnících. Výsledky celé soutěže dokazují, že tam, kde práce s talentovanými žáky byla soustavná, a uvedené větve gymnasií to mají v programu, dostaví se i dobré výsledky.

Této péči o talentované žáky patřily i kursy organizované KV FO pro žáky několika škol města nebo okresu. Byla v nich probírána témata shrnující a rozšiřující učební látku příslušného ročníku. Jejich větší rozšíření naráželo na nedostatek vhodného času v důsledku pětidenního pracovního týdne. V Brně např. byla k tomu využita dopoledne volných sobot.

Jako velmi účinná forma péče o talentované žáky se ukázalo celostátní soustředění vybraných úspěšných řešitelů MO a FO kategorie B,

popř. C. Plyne to ze skutečnosti, že asi 58 % účastníků loňského celostátního soustředění ze třídy fyzikální a matematicko-fyzikální se stalo úspěšnými řešiteli 3. kola FO kategorie A v roce 1973. Ve školním roce 1972/73 se konalo celostátní soustředění v době od 18. 6. do 7. 7. 1973 ve Žďáru nad Sázavou na SPŠ strojnické. Zúčastnilo se ho 90 žáků, po 7 až 8 z jednotlivých krajů republiky. ÚV FO celé soustředění organizoval a zajišťoval fyzikální odbornou stránku soustředění ve třídě fyzikální a matematicko-fyzikální. V obou třídách bylo zařazeno téma Silové pole a jeho energie, které přednášeli prof. dr. Rostislav Košťál a Alois Kleveta. Ve třídě fyzikální byla ještě zařazena témata Fyzikální význam derivace a integrálů (přednášel Zdeněk Ungermann), Termodynamika (přednášel Alois Kleveta) a Fyzikální parametry polovodičových prvků (přednášel Mojmir Simerský). Přednášky byly zaměřeny tak, aby žáci mohli získaných vědomostí a dovedností použít nejen v příštím ročníku FO, ale i ve vyučování fyzice. Hospodářskou stránku celostátního soustředění zajišťoval z prostředků ministerstva školství ČSR Domov mládeže při SPŠ strojnické ve Žďáru nad Sázavou.

Stejný úkol jako celostátní soustředění plnila i soustředění krajská, organizovaná KV FO pro úspěšné řešitele MO a FO v kategorii B a C a financovaná příslušnými KNV. Jejich organizace není dosud jednotná, odborná náplň je v podstatě shodná.

E. Soutěž kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo na ZDŠ od září 1972 do 30. ledna 1973. Původně stanovený termín 15. února 1973 musel být zkrácen, aby druhé kolo soutěže mohlo být uskutečněno s dostatečným předstihem před přijímacími zkouškami na výběrové střední školy a aby úspěšní řešitelé FO se mohli při nich prokázat pochvalným uznáním, které v SSR opravňuje uchazeče k prominutí písemné přijímací zkoušky z matematiky.

Texty soutěžních úloh 1. kola s příslušnými pokyny byly uveřejněny v samostatném letáku, jehož české znění vydalo SPN v Praze jako účelový

TABULKA 8

Počet ZDŠ, které se zúčastnily XIV. ročníku FO

Kraj	Počet ZDŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	163	149	91,4	130	79,6	47	28,8
StČ	299	151	50,5	116	38,7	50	16,7
JČ	192	142	73,9	109	56,7	23	11,9
ZČ	222	121	54,5	56	25,2	18	8,3
SČ	271	167	61,6	124	45,7	49	18,0
VČ	313	198	63,2	151	48,2	29	9,2
JM	460	293	63,7	213	46,3	55	11,9
SM	458	266	58,0	205	44,7	32	6,9
Bratislava	69	48	69,5	46	66,6	19	27,5
ZS	480	295	61,4	244	50,8	53	11,0
StS	395	255	64,5	184	46,5	45	11,3
VS	384	172	44,5	149	38,5	41	10,6
Celkem	3706	2257	60,9	1727	46,6	461	12,4
Loni	3676	1938	53	1497	41	455	12

TABULKA 9

Počet žáků soutěžících
(S značí počet soutěžících, Ú počet

Kraj	1. kolo						2. kolo		
	celkem			z toho dívek			celkem		
	S	Ú	% Ú	S	Ú	% Ú	S	Ú	% Ú
Praha	1181	641	54,3	344	184	53,5	550	324	59,0
StČ	642	415	64,6	201	124	61,6	326	174	53,3
JČ	568	204	35,9	204	71	34,8	192	96	50,0
ZČ	734	426	58,0	262	105	40,0	344	129	37,5
SČ	953	454	47,6	344	124	36,0	391	182	46,5
VČ	1098	553	50,3	354	151	42,6	482	213	44,1
JM	1521	721	47,4	471	227	48,2	667	223	33,4
SM	1448	682	47,1	499	204	40,8	504	203	40,2
Bratislava	376	298	79,2	124	86	69,3	286	109	37,7
ZS	1746	1066	61,0	742	399	53,7	1015	329	32,4
StS	1488	756	50,8	677	263	38,8	671	284	42,3
VS	961	531	55,2	377	201	53,3	500	253	50,6
Celkem	12 716	6747	53,0	4599	2139	46,5	5928	2519	42,4
Loni	10 567	5910	56	3605	1750	49	5141	2149	42

v 1., 2. a 3. kole FO kategorie E
úspěšných řešitelů, % Ú počet úspěšných v %)

			3. kolo					
z toho dívek			celkem			z toho dívek		
S	Ú	% Ú	S	Ú	% Ú	S	Ú	% Ú
139	73	52,5	74	53	71,6	5	4	80,0
84	43	51,2	74	44	59,4	10	4	40,0
65	25	38,4	23	16	69,5	3	1	33,3
88	29	32,9	27	14	51,8	6	1	16,6
109	44	40,3	78	31	39,7	19	8	42,1
113	47	41,5	37	26	70,2	2	2	100
202	44	21,7	80	50	62,5	12	10	83,3
143	34	23,7	39	30	76,9	7	5	71,4
80	26	32,5	61	31	50,8	14	5	35,7
370	89	24,0	70	23	32,8	16	5	31,2
234	99	42,3	61	25	40,9	15	4	26,6
202	79	39,1	65	16	24,7	22	6	27,3
1829	632	34,5	689	359	52,1	131	55	41,9
1524	500	33	690	454	66	118	62	53

tisk ministerstva školství ČSR v nákladu 10 000 výtisků, leták se slovenským textem vyšel v SPN v Bratislavě pro oblast SSR. Orientační řešení soutěžních úloh 1. kola s pokyny pro hodnocení, která byla zasílána do škol pro potřebu opravujících učitelů, zajišťoval člen ÚV FO Ivo Volf. Příklady pro druhé a třetí kolo soutěže byly rovněž jednotné pro celou ČSSR, české texty soutěžních úloh pro 2. kolo zajistil opět Ivo Volf, pro 3. kolo jednatel ÚV FO Václav Suchánek. Slovenské, popř. maďarské texty úloh pro slovenské kraje zajišťoval místopředseda ÚV FO docent dr. Ivan Náter. Také pro 2. a 3. kolo byla vydávána orientační řešení soutěžních úloh, a to nejen pro potřebu opravujících, nýbrž i pro informaci řešitelům. Tato řešení byla vydávána společně pro celou oblast ČSSR.

Druhé kolo FO kategorie E bylo přeloženo z původně stanoveného termínu z výše uvedených důvodů na středu dne 28. února 1973. V některých okresech to mělo nepříznivý vliv na ukončení 1. kola a přípravu 2. kola soutěže. V příštích ročnících bychom se měli vyvarovat takového překládání termínů. Třetí kolo FO se konalo podle plánu v sobotu dne 12. května 1973 ve všech krajích.

Tabulka 8 dává přehled o počtu ZDŠ, které se zúčastnily v jednotlivých krajích 1., 2. a 3. kola soutěže. Poněvadž jsou v ní uvedeny také počty ZDŠ v krajích, můžeme srovnávat procento zapojených škol, a tím víceméně i posoudit propagační a učební práci učitelů fyziky ve školách. Jen v jednom kraji nedosáhl počet škol zúčastněných ve XIV. ročníku FO 50 %. V českých zemích je zapojení ZDŠ v 1. kole FO 62,5 %, na Slovensku 57,9 %; v 2. kole je účast škol v obou oblastech téměř stejná 46,4 % a 46,9 %, podobně i ve 3. kole 12,7 a 11,8 %.

Tabulka 9 ukazuje počet soutěžících žáků v jednotlivých kolech FO. V prvním kole vzrostl počet soutěžících proti minulému roku o 20,3 %. Počet soutěžících dívek vzrostl dokonce o 27,5 %. Na české země připadá přírůstek 33,7 %, na Slovensko 2,1 % u dívek je v českých zemích přírůstek 33,7 %, na Slovensku 17,4 %. Tento přírůstek soutěžících v 1. kole FO měl za následek i přírůstek soutěžících ve 2. kole, který je celkem 15,3 %. Na ČSR připadá 17,5 %, na SSR 7,8 %. Počet soutěžících ve 3. kole FO se letos proti minulému roku nezměnil. Je to dáno tím, že finanční náklady na 3. kolo jsou limitovány rozpočty, které mají spíše tendenci klesající.

To bylo z hlediska kvantitativního. Z hlediska kvalitativního je třeba brát v úvahu procento úspěšných řešitelů. V 1. kole bylo úspěšných řešitelů 53 % (loni 56 %), ve 2. kole 42,4 % (loni 42 %), ve 3. kole 52,1 % (loni 66 %). Vidíme, že v 1. a 3. kole se procento úspěšných řešitelů zmenšilo. Jednou z příčin může být skutečnost, že letos byly k instrukčním řešením, které měly usnadnit práci opravujícím učitelům, připojeny i pokyny k hodnocení řešení soutěžních úloh. To mělo za následek sjednocení hledisek na hodnocení řešení, ale mnohde to způsobilo i zvýšení náročnosti. Procento úspěšných řešitelů v 1. kole je na Slovensku větší než v českých zemích (58,0 % a 50,3 %), což asi také souvisí s nestejným růstem počtu soutěžících v obou oblastech. Ve 2. a 3. kole je naopak procento úspěšných řešitelů v ČSR větší než v SSR: 44,6 % a 39,4 % ve 2. kole, 61,1 % a 36,9 % ve 3. kole. Hlubší analýzu by potřebovalo objasnění tak velkého rozdílu procenta úspěšnosti ve 3. kole. U dívek je procento úspěšnosti menší než celkové, na Slovensku s větším rozdílem než v českých zemích.

Dále uvádíme jména vítězů 3. kola FO kategorie E (z každého kraje nejvýše 10). Za vítěze považujeme ty úspěšné řešitele, kteří vyřešili úspěšně 3 úlohy ze 4 zadaných. U každého žáka je zapsáno sídlo ZDŠ.

Praha:

Irena Hegerová, Praha 4, Boleslavova; Jiří Kolafa, Praha 5, U Santošky; Jiří Hejtmánek, Praha 6, U děl. cvičiště; Libor Havlíček, Praha 10, Omská; Jaroslav Červinka, Praha 9, Komenského; Věra Matoušková, Praha 4, Křesomyslova; František Pinta, Praha 3, Perunova; Oldřich Plšek, Praha 10, Estonská; Luboš Boháč, Praha 5, Plzeňská; Jiří Karlík, Praha 4, Horáčkova.

Středočeský kraj:

Karel Jenčík, Kladno 4; Eduard Freiereisel, Kladno 13; Vladimír Hůla, Lány; Pavel Vermach, Sedlčany; Jiří Bareš, Unhošť; Petr Švihla, Příbram 6; Jiří Suchý, Kladno 10; Miloš Němec, Vlašim; Pavel Adler, Kladno 7; Jan Bázler, Ml. Boleslav 6.

Jihočeský kraj:

Jiří Havelka, Č. Krumlov, Tavírna; Pavel Bolek, Milevsko; Josef Hořejší, Opařany; Josef Ambrož, Č. Krumlov, Fučíkova ul.; Jaroslav Čapek, Blatná; Jan Kábrt, Nová Včelnice; Milan Zmátlo, Pelhřimov; Otakar Procházka, Humpolec.

Západočeský kraj:

Jiří Koukol, Sušice; Aleš Štrunc, Plzeň 4; Pavel Novák, Plzeň 4; Vladimír Bureš, Plzeň 1; Ivan Novák, Plzeň 4; Václav Kříž, Cheb; Zdeněk Švejnoha, Hrádek u Rokycan; Jaroslav Kamic, Hostouň; Antonín Rojík, Kynšperk n. O.; Miroslav Škopek, Cheb 6.

Severočeský kraj:

Stanislav Drábek, Ústí n/L. 17; Karel Tomas, Litoměřice 4; Libuše Bruthancová, Liberec, Husova; Jan Chaloupek, Liberec, Lesní; Martin Dušek, Liberec, Pavlovice; Karel Janoušek, Liberec, Hosiva; Vlastimil Stárek, Desná v Jizer. horách; Ivan Doležal, Jablonec n. N., 5. května; Bohuslava Zrůstová, Liberec, Husova; Jindřich Stehr, Železný Brod.

Východočeský kraj:

Vladimír Hobza, Č. Třebová, Fučíkova; Miroslav Černý, Hradec Králové, SNP; Josef Dobeš, Rychnov n. Kn.; Jiří Faltejsek, Hradec Králové, ZDŠ při PF; Richard Liska, Pardubice, Br. Veverků; Zdeněk Polák, Náchod, J. Fučíka; Rupert Leitner, Semily 2; Vladimír Militký, Stará Paka; Miroslav Fanta, Vrchlabí, Nejedlého; Vilém Kolovratník, Chrudim, Olbrachtova.

Jihomoravský kraj:

Luděk Klimeš, Blansko, Erbenova; Radomil Janoušek, Třebíč, Hanělova; Milena Kochtová, Napajedla; Petr Svoboda, Brno, Lerchova; Pavel Binko, Brno, Kotlářská; Jaroslav Beránek, Gottwaldov 5; Petr

Kožela, Gottwaldov 9; Jan Trávníček, Gottwaldov 5; Jindřich Halabala, Brno, T. Novákové; Petr Smrčka, Brno, Slov. nám.

Severomoravský kraj:

Jiří Navrátil, Olomouc-Řepčín; Vladimír Pastrňák, Vratimov; Zdeněk Pavelek, Opava, B. Němcové; Šárka Zejdová, Hranice, Šromotovo nám.; Břetislav Hrbáček, Vratimov; Lukáš Křesina, Kopřivnice; Stanislav Řiha, Bludov; Benedikt Berger, Skřečůň; Jiří Hykel, Kopřivnice; Helena Svozilová, Olomouc-Řepčín.

Bratislava:

Martin Barto, Bratislava, Košická ul.; Anna Švidroňová, Bratislava, Nevädzová ul.; Augustin Mrázik, Bratislava, Dunajská; Róbert Handlovič, Bratislava, Nedbalova; Katarína Sedláková, Bratislava, Nevädzová ul.; Vladimír Černý, Bratislava, Košická ul.; Alena Ďurčeková, Bratislava, Košická ul.; Peter Margetin, Bratislava, Bajkalská ul.; Julián Filo, Bratislava, Dubová ul.; Ján Kochman, Bratislava, Nevädzová ul.

Západoslovenský kraj:

Pavol Chňupa, Senica 2; Miroslav Kudlej, Sládečkovce; Daniel Vido, Trnava, Bottova ul.; Tibor Guliš, Komárno, Sídlisko II.; Roman Radočák, Senica, Nálepková ul.; Katarína Vargová, Kolárovo, maď.; Ivan Štolc, Nitra, Jašíkova ul.; Juraj Fogaš, Nitra, Jašíkova ul.; Daniela Benková, Čhtelnica.

Středoslovenský kraj:

Pavol Quittner, Prievidza, Obr. mieru; Ladislav Novota, Nováky; Jozef Macula, Brezno, Školská; Viola Hlatká, Martin, Budovateľov; Eduard Rojko, Pov. Bystrica 3; Miroslav Kolimár, Lučenec, Gottw. n.; Marian Oravec, Martin, Budovateľov; Pavla Olbřímková, Martin, Budovateľov; Norbert Jenželovský, B. Bystrica-Radvaň.

Východoslovenský kraj:

Želmíra Ďurajová, Košice, nám. Febr. víťazstva; Miroslav Kucan, Humenné, Kukurelyho; Peter Plško, Vranov; Ladislav Kiovský, Košice, Kuzmanyho; Anna Bandoľová, Ždaňa; Michal Čverčko, Košice, nám. Febr. víťazstva; Anna Fridmanová, Košice, nám. Febr. víťazstva.

Organizace jednotlivých soutěží, opravy tisíců řešení, instruktáže učitelů i žáků, individuální práce se žáky, vedení rozsáhlé agendy představují velké množství drobné, ale neobyčejně odpovědné práce, kterou vykonávají stovky obětavých a věci oddaných učitelů fyziky škol všech stupňů. Poněvadž se jedná o práci nehonorovanou, ale společensky neobyčejně důležitou, zaslouží si ocenění i touto cestou.

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

Výsledky experimentálních úloh byly upraveny podle žákovských měření.

1. Úlohy kategorie A

Úlohy recenzovali Mojmír Simerský a dr. Ivan Náter.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Zdeněk Slanina)

V místnosti o výšce h je z podlahy svisle vzhůru vržen míč počáteční rychlostí v_1 . Při odrazu (od stropu a od podlahy) se rychlost v míče zmenší na $v' = kv$ ($k < 1$). Určete, kolikrát míč dosáhne stropu.

Rozměry míče jsou vzhledem k výšce místnosti zanedbatelné. Odpor vzduchu neuvažujeme.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $h = 4,0$ m; $v_1 = 20$ m s⁻¹; $k = 0,90$; $g = 9,8$ m s⁻².

Řešení:

Má-li míč dosáhnout stropu, musí mít po odrazu od podlahy kinetickou energii

$$\frac{1}{2} mv^2 \geq mgh,$$

takže pro jeho rychlost v při odrazu od podlahy musí platit

$$v^2 \geq 2gh. \quad (1)$$

Označme v_2 rychlost míče po prvním jeho odrazu od podlahy, v_3 po druhém odrazu atd., v_x je rychlost míče po $(x - 1)$ -ním odrazu.

Stanovíme nejprve rychlost v_2 . Míč je vržen počáteční rychlostí v_1 , takže má počáteční kinetickou energii

$$W_1 = \frac{1}{2} mv_1^2.$$

Při výstupu ke stropu se tato energie zmenší o mgh , takže míč narazí na strop rychlostí v_a , pro kterou platí

$$\frac{1}{2} mv_a^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 - mgh$$

neboli

$$v_a^2 = v_1^2 - 2gh.$$

Po odrazu od stropu se rychlost míče zmenší na v_b , přičemž

$$v_b^2 = k^2 v_a^2 = k^2 (v_1^2 - 2gh). \quad (2)$$

Při pádu na podlahu se energie míče zvětší o (mgh), takže míč dopadne na podlahu s rychlostí v_c , pro kterou platí

$$\frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{1}{2} m v_b^2 + mgh.$$

Dosazením z (2) a úpravou vyjádříme

$$v_c^2 = k^2 v_1^2 - 2gh(k^2 - 1).$$

Pro rychlost v_2 míče po prvním odrazu od podlahy platí

$$v_2^2 = k^2 v_c^2,$$

tedy

$$v_2^2 = k^4 v_1^2 - 2gh(k^4 - k^2).$$

Obdobně nalezneme pro rychlost v_3 míče po druhém odrazu od podlahy

$$v_3^2 = k^8 v_1^2 - 2gh(k^8 - k^6 + k^4 - k^2)$$

a obecně pro rychlost v_x

$$v_x^2 = v_1^2 k^{4(x-1)} - 2gh[k^{4(x-1)} - k^{4(x-1)-2} + \dots + k^4 - k^2]. \quad (3)$$

Výraz v závorce představuje geometrickou řadu, jejíž první člen je $-k^2$, kvocient $-k^2$; řada má $2(x-1)$ členů, takže její součet je

$$\Sigma = -k^2 \cdot \frac{(-k^2)^{2(x-1)} - 1}{-k^2 - 1} = \frac{k^2}{k^2 + 1} [k^{4(x-1)} - 1].$$

Dosadíme do (3) a po úpravě dostaneme

$$v_x^2 = k^{4(x-1)} \left[v_1^2 - \frac{2ghk^2}{k^2 + 1} \right] + \frac{2ghk^2}{k^2 + 1}.$$

Po dosazení do podmínky (1) dostaneme úpravou

$$k^{4x}[v_1^2(k^2 + 1) - 2ghk^2] \geq 2ghk^4.$$

Z tohoto vztahu dostaneme obecné řešení

$$x \leq - \frac{\log \frac{2ghk^4}{v_1^2(k^2 + 1) - 2ghk^2}}{4 \log k}.$$

(Směr nerovnosti se změnil, protože při úpravě jsme dělili záporným číslem $\log k$; podle zadání je $k < 1$, takže $\log k < 0$.) Úloze vyhovuje největší přirozené číslo n , pro které platí $n \leq x$.

Pro zadané hodnoty vyjde $x \leq 6,04$, tedy $n = 6$; míč narazí na strop šestkrát.

2. úloha (navrhl Lubomír Vašek, CSc.)

Nádoba, ve které je uzavřen dokonalý plyn, dopadne z výšky h na dokonale nepružnou podložku, takže se okamžitě zastaví. Plyn v nádobě má molovou hmotnost M_m a hodnotu Poissonovy konstanty κ .

- Stanovme změnu ΔT teploty plynu při dopadu nádoby.
- Stanovte změnu Δv_k^2 (v_k je střední kvadratická rychlost molekul plynu).

Energii předanou stěnám nádoby a podložce při dopadu zanedbáváme.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $h = 510$ m; tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$, a to pro dusík (N_2) a hélium

(He), považované za dokonalé plyny. Potřebné konstanty pro oba uvedené plyny vyhledejte v tabulkách.

Řešení:

a) Počáteční potenciální polohová energie plynu, jehož hmotnost je m_1 , má velikost

$$W_p = m_1 gh. \quad (1)$$

Při dopadu nádoby se tato energie přemění v teplo

$$Q = m_1 c_v \Delta T, \quad (2)$$

kde c_v značí měrné teplo plynu při stálém objemu a ΔT přírůstek teploty. Poněvadž $W_p = Q$, dostaneme porovnáním (1) a (2):

$$\Delta T = \frac{gh}{c_v}. \quad (3)$$

Měrné teplo c_v však není dáno. Proto využijeme Mayerova vztahu

$$c_p - c_v = \frac{R}{M_m}, \quad (4)$$

v němž c_p značí měrné teplo plynu při stálém tlaku a R univerzální plynovou konstantu. Protože $c_p = \kappa c_v$, dosadíme za c_p do (4), vyjádříme c_v a dosadíme do (3). Tím dostaneme

$$\Delta T = \frac{ghM_m(\kappa - 1)}{R}. \quad (5)$$

Pro zadané hodnoty a pro $M_{\text{mN}_2} \doteq 28 \text{ kg kmol}^{-1}$; $M_{\text{mHe}} \doteq 4,0 \text{ kg kmol}^{-1}$; $\kappa_{\text{N}_2} = 1,40$; $\kappa_{\text{He}} = 1,66$; $R \doteq 8,3 \cdot 10^3 \text{ J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ vyjde

$$\Delta T \doteq 6,7^\circ \text{C} \dots \text{pro dusík,}$$

$$\Delta T \doteq 1,6^\circ \text{C} \dots \text{pro hélium.}$$

b) Střední kvadratickou rychlost molekul vyjádříme pomocí vztahu

$$pV = \frac{2}{3} U_{\text{k}}, \quad (6)$$

v němž p značí tlak plynu, V jeho objem a U_{k} jeho vnitřní kinetickou energii. Když v objemu V je n molekul, z nichž každá má hmotnost m , lze (6) zapsat ve tvaru

$$pV = \frac{1}{3} nmv_{\text{k}}^2, \quad (7)$$

v němž v_{k} značí střední kvadratickou rychlost molekul.

Pro kilomol plynu, jehož absolutní teplota je T , je $n = N$, kde N značí konstantu Avogadrovu; dále platí $m = \frac{M_{\text{m}}}{N}$; $pV_{\text{m}} = RT$, kde V_{m} značí objem kilomolu plynu při tlaku p a absolutní teplotě T . Dosadíme do (7) (položíme zde $V = V_{\text{m}}$) a vyjádříme

$$v_{\text{k}}^2 = \frac{3RT}{M_{\text{m}}}.$$

Zvětší-li se T o ΔT , zvětší se v_k^2 o $\Delta v_k^2 = \frac{3R \Delta T}{M_m}$;
vyjádříme ΔT , dosadíme do (5) a dostaneme

$$\Delta v_k^2 = 3gh(\kappa - 1).$$

Pro zadané hodnoty vyjde:

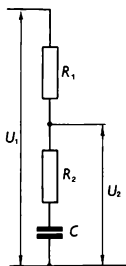
$$\Delta v_k^2 \doteq 6,0 \cdot 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \dots \text{ pro dusík,}$$

$$\Delta v_k^2 \doteq 9,9 \cdot 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \dots \text{ pro hélium.}$$

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Obr. 1 představuje kmitočtově závislý dělič napětí.

a) Stanovte obecně poměr $\beta = \frac{U_2}{U_1}$, jsou-li dány velikosti obou odporů a kapacita kondenzátoru.



Obr. 1

b) Je-li dáno $R_1 = 80,0 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 20,0 \text{ k}\Omega$, stanovte kapacitu C kondenzátoru tak, aby při kmitočtu 400 Hz měl poměr β hodnotu $\frac{1}{2}$.

c) Pro dané hodnoty obou odporů a hodnotu kapacity kondenzátoru vypočítanou v části b) vypočítejte a graficky znázorněte veličinu β jako funkci kmitočtu f . Funkční hodnoty počítejte pro kmitočty 10 ; 20 ; 30 ; 50 ; 100 ; 200 ; 300 ; 400 ; 500 ; 1000 ; 2000 ; 3000 ; 5000 ; $10\,000 \text{ Hz}$. Stupnici osy pro kmitočty volte logaritmickou.

Řešení:

a) Označíme $\omega = 2\pi f$ úhlový kmitočet přiváděného napětí. Potom

$$\beta = \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}{(R_1 + R_2)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

neboť poměr dvou napětí na děliči je roven poměru absolutních hodnot příslušných impedancí. Úpravou dostaneme

$$\beta = \sqrt{\frac{1 + (2\pi f R_2 C)^2}{1 + [2\pi f (R_1 + R_2) C]^2}}. \quad (1)$$

b) Pro zadané hodnoty vyjde z (1)

$$C \doteq 4,15 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 4150 \text{ pF}.$$

c) Po dosazení zadaných hodnot obou odporů a vy-

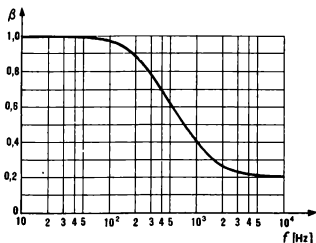
počítané hodnoty pro kapacitu kondenzátoru dostaneme vztah vhodný pro výpočet hodnoty β :

$$\beta = \sqrt{\frac{1 + 2,72 \cdot 10^{-7} \text{ s}^2 \cdot f^2}{1 + 6,79 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2 \cdot f^2}}.$$

Tabulka hodnot (zaokrouhloeno na polovinu jednotky stojící na druhém desetinném místě)

f [Hz]	10	20	30	50	100	200
β	1,000	1,000	1,000	0,995	0,970	0,895

f [Hz]	300	400	500	1000	2000	3000	5000	10 000
β	0,800	0,710	0,630	0,405	0,275	0,235	0,215	0,205

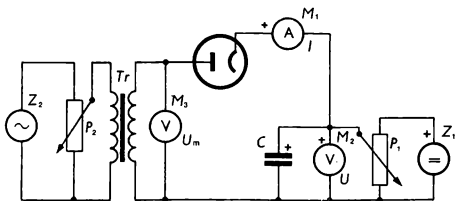


Obr. 2

Graf závislosti poměru β na frekvenci f je na obr. 2.

4. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Měření usměrňovacích charakteristik vysokofrekvenční diody (obr. 3)



Obr. 3

Pomůcky:

- Z_1 – stejnosměrný zdroj (akumulátorová baterie) se svorkovým napětím asi 12 V;
- Z_2 – střídavý zdroj s efektivním napětím aspoň 10 V;
- P_1 – válcový potenciometr s celkovým odporem nejvýše asi 120 Ω ;
- P_2 – válcový potenciometr stejného typu jako P_1 , popř. i s větším celkovým odporem;
- M_1 – stejnosměrný miliampérmetr (avomet);
- M_2 – stejnosměrný voltmetr (avomet);
- M_3 – střídavý voltmetr (avomet);
- Tr – transformátor 1 : 1 nebo 2 : 1 (lze upravit z rozkladného transformátoru);

- C** – kondenzátor s velkou kapacitou, např. elektrolytický s kapacitou aspoň 32 μF ;
- D** – vysokofrekvenční dioda; nejvhodnější je některá diodová soustava elektronky EAA91 (ekvivalent 6B32) nebo některá z diod sdružené elektronky EABC80 (nebo PABC80) v Příručním katalogu TESLA označená d_{II} nebo d_{III} ; hrotovou germaniovou diodu nelze doporučit, poněvadž při jejím náhodném průrazu by byl ohrožen miliampérmetr M_1 .

Definice usměrňovací charakteristiky:

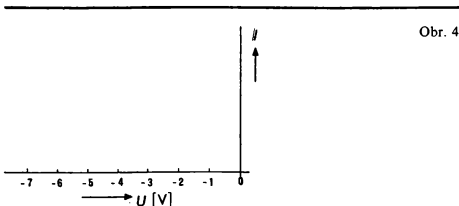
Usměrňovací charakteristiku diody definujeme jako funkci $I = f(U)$, kde I je anodový proud, U anodové napětí; v obvodu je zároveň ještě zapojen zdroj střídavého napětí s amplitudou U_m . To znamená, že pro různé hodnoty U_m dostáváme různé charakteristiky.

Úloha:

1. Sestavte zapojení podle schématu.
2. Potenciometrem P_2 nastavte střídavé napětí s amplitudou $U_m = 1 \text{ V}$ (vypočítejte příslušnou efektivní hodnotu napětí a tu potom nastavte na voltmetru M_3).
3. Potenciometrem P_1 nastavujte různé hodnoty napětí U a čtete příslušné hodnoty proudu I .
4. Stejně měření proveďte pro $U_m = 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 \text{ V}$.
5. Znázorněte průběh funkcí $I = f(U)$ pro různé hodnoty U_m graficky; ke každé křivce připište příslušnou hodnotu parametru U_m .

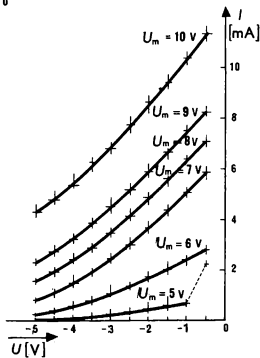
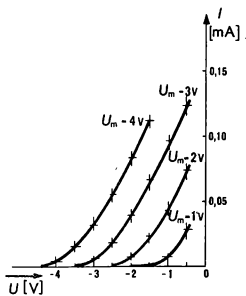
Poznámky

1. Kondenzátor C přemostňuje voltmetr pro střídavé složky; jeho kapacita proto musí být tak velká, aby jeho reaktance byla podstatně menší než vnitřní odpor voltmetru.
2. Napětí U nastavujte od větších (absolutních) hodnot k menším, a to jen v takovém rozsahu, abyste nepřekročili nejvyšší přípustný proud diody – potřebné údaje naleznete v Příručním katalogu TESLA ve sloupci Mezní hodnoty.
3. Napětí U představuje vlastně záporné napětí anody proti katodě diody. Proto uspořádejte souřadnicové osy grafu tak, jak je naznačeno na obr. 4.



Obr. 4

Obr. 5a



Obr. 5b

TABULKA 10

U_m [V]	Rozsah	U [V]		5	4,5
		I [mA]	Rozsah	0	0
1	6 V		0,12 [mA]	0	0
2	6 V		0,12 [mA]	0	0
3	6 V		0,12 [mA]	0	0
4	6 V		0,12 [mA]	0	0
5	6 V		0,6 [mA]	0,010	0,050
6	6 V		3,0 [mA]	0,250	0,450
7	12 V		12 [mA]	0,90	1,20
8	12 V		12 [mA]	1,70	2,10
9	12 V		12 [mA]	2,40	2,90
10	12 V		12 [mA]	4,50	5,10

Řešení:

Při měření byla použita diodová soustava elektronky EAA91.

K poznámce 2: mezní hodnoty – $U_{\max} = 5 \text{ V}$, $I_{\max} = 32 \text{ mA}$.

Naměřené hodnoty jsou sestaveny do tabulky 10.

(Hodnoty proudu označené „+“ byly naměřeny miliampérmetrem s rozsahem následujícího řádku.)

4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	0,5
0	0	0	0	0	0,001 ⁺	0,012 ⁺	0,037 ⁺
0	0	0	0	0,008	0,027	0,052	0,083
0	0	0,006	0,022	0,044	0,070	0,100	0,132
0,005	0,018	0,036	0,061	0,088	0,116	0,490 ⁺	0,610 ⁺
0,110	0,175	0,255	0,350	0,450	0,560	0,670	2,350 ⁺
0,625	0,875	1,100	1,425	1,775	2,150	2,525	2,925
1,60	2,10	2,70	3,20	3,80	3,80	4,50	6,10
2,60	3,20	3,80	4,40	5,00	5,80	6,60	7,20
3,40	4,00	4,60	5,30	6,00	6,80	7,70	8,50
5,70	6,40	7,10	7,90	8,70	9,60	10,50	11,50

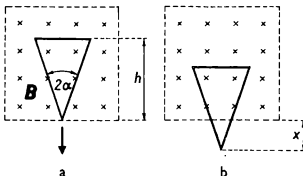
Usměrňovací charakteristiky použité diody jsou na obr. 5a a 5b. Časté nutné měnění rozsahů měřicích přístrojů ovlivnilo naměřené hodnoty uváděné v tabulce a projevilo se i v grafickém znázornění funkcí. Na obr. 5b vidíme, že změna rozsahu miliampérmetru mezi $U_m = 5 \text{ V}$ a $U_m = 6 \text{ V}$ a mezi $U_m = 6 \text{ V}$ a $U_m = 7 \text{ V}$ se projevila změnou sklonu křivek; změna rozsahu voltmetru pro $U_m = 10 \text{ V}$ se projevila zvětšením intervalu mezi dvěma posledními křivkami.

5. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Smyčka tvaru rovnoramenného trojúhelníka s výškou h a úhlem 2α při hlavním vrcholu je zhotovena z vodiče o měrném odporu ρ a průměru d , který je vzhledem k rozměrům smyčky zanedbatelný. Smyčka je v homogenním magnetickém poli o indukci B ; výchozí situaci naznačuje obr. 6a. Smyčka má být z magnetického pole vysouvána ve směru kolmém k základně.

a) Určete funkci $x = f(t)$, kde x značí posunutí smyčky a t čas měřený od okamžiku, v němž hlavní vrchol smyčky právě opustí magnetické pole; určete ji tak, aby elektromotorické napětí indukované ve smyčce bylo konstantní. Průběh této funkce načrtněte graficky.

b) Za jakou dobu t_0 se smyčka právě úplně vysune z magnetického pole?



Obr. 6

c) Jak velkou práci A vykoná za tuto dobu proud indukovaný ve smyčce?

d) Odůvodněte, proč pokus, jehož se úloha týká, je neuskutečnitelný.

Řešení:

a) Za dobu t je smyčka vysunuta z pole o délku x (obr. 6b). Pro plošný obsah S vysunuté části platí

$$S = x^2 \operatorname{tg} \alpha. \quad (1)$$

Má-li indukované napětí být konstantní, musí být obsah S úměrný době t , poněvadž pouze v tomto případě se magnetický indukční tok, který prochází smyčkou, zmenšuje rovnoměrně. Vzhledem k (1) musí být délka x úměrná odmocnině z příslušné doby, tedy

$$x = k \sqrt{t}, \quad (2)$$

kde k značí činitel úměrnosti. Dosazením (2) do (1) dostaneme

$$S = k^2 t \operatorname{tg} \alpha.$$

Podle Faradayova zákona elektromagnetické indukce má být ve smyslu zadání

$$U = \frac{BS}{t} = Bk^2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Odtud vyjádříme

$$k = \sqrt{\frac{U}{B \operatorname{tg} \alpha}}.$$

Dosazením do (2) nalezneme funkci

$$x = \sqrt{\frac{U}{B}} \cotg \alpha \sqrt{t}. \quad (3)$$

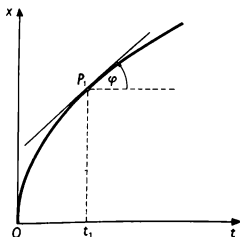
Grafem této funkce $x = f(t)$ je parabola s vrcholem v počátku, jejíž osou je osa t (obr. 7).

b) V (3) položíme $x = h$ a vypočítáme tak dobu t_0 potřebnou k úplnému vysunutí smyčky

$$t_0 = \frac{h^2 B}{U} \tg \alpha. \quad (4)$$

c) Smyčka má obvod (je-li s poloviční součet stran smyčky)

$$2s = 2 \frac{h}{\cos \alpha} + 2h \tg \alpha = 2h \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$



Obr. 7

a elektrický odpor

$$R = \varrho \frac{8s}{\pi d^2} = \frac{8h\varrho}{\pi d^2} \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (5)$$

a indukovaný proud v ní za dobu t_0 vykoná práci

$$A = \frac{U^2 t_0}{R}.$$

Po dosazení z (4) a (5) dostaneme výsledek

$$A = \frac{\pi U d^2 B h \sin \alpha}{8\varrho(1 + \sin \alpha)}.$$

d) Okamžitá rychlost pohybu např. v čase t_1 je úměrná směrnici tečny vedené k parabole v příslušném bodě P_1 , tedy $v_1 \sim \operatorname{tg} \varphi_1$, značí-li φ_1 směrový úhel této tečny. V čase $t = 0$ je však tečna totožná se svislou osou x , její směrnice není definována, resp. je nekonečně velká, takže i rychlost vysouvání by v tomto okamžiku musela být nekonečná. Je to zřejmé i z (3), vyjádříme-li rychlost obecně jako derivaci dráhy podle času

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{U}{B} \cotg \alpha} \frac{1}{\sqrt{t}}.$$

Pro $t \rightarrow 0$ je $v \rightarrow \infty$.

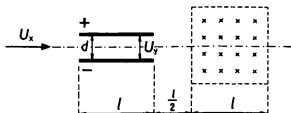
6. úloha (navrhl Jiří Pospíšil)

Elektron urychlený napětím U_x vnikne ve směru kolmém k intenzitě do vychylovacího elektrostatického pole kon-

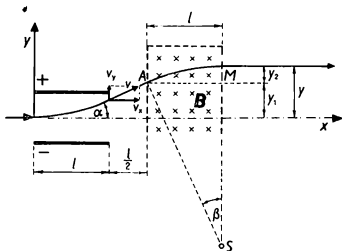
denzátoru. Mezi deskami kondenzátoru, jejichž vzájemná vzdálenost je d , je napětí U_y (obr. 8). Délka desek ve směru vstupní rychlosti elektronu je l . Po výstupu z tohoto pole vstoupí elektron do homogenního magnetického pole, a to ve směru kolmém k jeho indukci. Toto pole má délku l a jeho počátek je od konce vychylovacího pole vzdálen o délku $\frac{l}{2}$. Z tohoto pole vystoupí elektron ve směru rovnoběžném s původním směrem své dráhy.

Stanovte vychýlení y , tj. vzdálenost mezi dráhou elektronu vstupujícího do elektrostatického pole a jeho dráhou po výstupu z magnetického pole.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $U_x = 1000$ V; $d = 5,00$ mm; $l = 5,0$ cm; $U_y = 28$ V. Při řešení předpokládejte, že úhly vychýlení jsou velmi malé, takže $\text{tg } \varphi \doteq \sin \varphi$. Neuvažujte také zvětšení rychlosti elektronu při průletu elektrostatickým vychylovacím polem.



Obr. 8



Obr. 9

Řešení:

Má-li směr dráhy po dvojitým vychýlení být rovnoběžný se směrem původním, musí platit podle obr. 9

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta, \quad (1)$$

kde α značí úhel, o který se odchýlil vektor okamžité rychlosti elektronu při průletu elektrostatickým polem, a β úhel, o který se uchýlil vektor okamžité rychlosti v poli magnetickém.

Podle obr. 9 je

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}.$$

Ze vztahu pro energii $eU_x = \frac{1}{2}mv_x^2$ plyne $v_x = \sqrt{\frac{2eU_x}{m}}$, kde e značí velikost elementárního náboje a m klidovou hmotnost elektronu.

Ze vztahu pro elektrickou sílu $F_e = eE = e\frac{U_y}{d} = ma_y$ plyne $a_y = \frac{eU_y}{md}$ a dále

$$v_y = a_y t = \frac{eU_y}{md} t,$$

kde t je čas, za který proletí elektron délku l elektrického vychylovacího pole.

Pro něj platí

$$t = \frac{l}{v_x} = l \sqrt{\frac{m}{2eU_x}}.$$

Potom je

$$v_y = \frac{lU_y}{d} \sqrt{\frac{e}{2mU_x}}.$$

Po dosazení za v_x a v_y dostaneme

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{lU_y}{2dU_x}. \quad (2)$$

Pro poloměr r kruhové dráhy, po které se pohybuje elektron letící rychlostí v ve vychylovacím magnetickém poli, jehož indukce má velikost B , platí

$$r = \frac{mv}{Be}.$$

Je-li úhel β malý, potom $v \doteq v_x = \sqrt{\frac{2eU_x}{m}}$, a tedy

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU_x}{e}}.$$

Pro malý úhel β platí

$$\operatorname{tg} \beta \doteq \sin \beta = \frac{l}{r},$$

jak vyplývá z obr. 9.

Po dosazení za r dostaneme

$$\operatorname{tg} \beta \doteq \sin \beta = lB \sqrt{\frac{e}{2mU_x}}. \quad (3)$$

Dosazením (2) a (3) do (1) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme velikost indukce magnetického pole

$$B = \frac{U_y}{2d} \sqrt{\frac{2m}{eU_x}}. \quad (4)$$

Vychýlení y určíme pomocí obr. 9

$$y = y_1 + y_2, \quad (5)$$

kde y_1 značí vychýlení v poli elektrostatickém ve vzdálenosti l od středu vychylovací soustavy, tedy

$$y_1 = \frac{U_y l^2}{2dU_x}. \quad (6)$$

Vychýlení y_2 v poli magnetickém určíme z pravoúhlého trojúhelníku SMA :

$$y_2 = r - \sqrt{r^2 - l^2},$$

kde r značí poloměr kruhové dráhy elektronu v magnetickém poli. Ze vztahu

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU_x}{e}}$$

po dosazení za B z (4) dostaneme

$$y_2 = \frac{2dU_x}{U_y} - \sqrt{\left(\frac{2dU_x}{U_y}\right)^2 - l^2}. \quad (7)$$

Z (6) a (7) dosadíme do (5) a dostaneme obecný výsledek. Pro zadané hodnoty vyjde $y \doteq 1,0$ cm.

7. úloha (navrhl Vilém Mádr)

Plankonvexní čočka o poloměru křivosti R_1 je položena svou zakřivenou plochou na zakřivenou plochu plankonkávní čočky o poloměru křivosti R_2 ($R_2 > R_1$); rovinné plochy obou čoček jsou vodorovné. Na tuto soustavu dopadá ve svislém směru svazek monochromatického světla vlnové délky λ .

a) Vyjádřete podmínku pro maxima a minima interferenčního jevu v odraženém světle pro daný případ.

b) Stanovte poloměr ϱ_1 prvního tmavého interferenčního kroužku.

c) Určete počet n tmavých kroužků v kruhu o poloměru r .

Část a) řešte jen obecně, části b) a c) nejprve obecně, potom pro hodnoty $R_1 = 0,500$ m; $R_2 = 1,00$ m; $\lambda = 0,589$ μ m; $r = 5,00$ mm.

Při řešení použijte aproximace: $a \pm h \doteq a$, pokud $a > 0$, $h > 0$, $a \gg h$.

Řešení:

a) Nejprve stanovíme tloušťku l vzduchové vrstvy mezi oběma čočkami ve vzdálenosti ϱ od osy o soustavy. Z pravoúhlého trojúhelníka CAB (obr. 10) vyjádříme pomocí Euklidovy věty

$$\varrho^2 = (2R_1 - x)x \doteq 2R_1x, \quad (1)$$

poněvadž $2R_1 \gg x$.

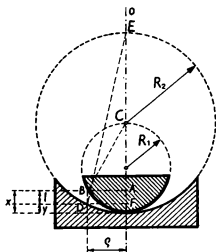
Z pravoúhlého trojúhelníku EFD obdobně vyjádříme

$$\varrho^2 = (2R_2 - y)y \doteq 2R_2y. \quad (2)$$

Když z (1) vyjádříme x , z (2) y , dostaneme pro tloušťku vzduchové vrstvy

$$l = x - y = \frac{\varrho^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\varrho^2}{2} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}. \quad (3)$$

Obr. 10



Podmínka pro maximum, resp. minimum interferenčního jevu v odraženém světle je

$$2l = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{resp.} \quad 2l = 2k \frac{\lambda}{2},$$

kde k značí přirozené číslo. Pro l podle (3) jsou podmínky tyto:

pro maximum

$$\varrho^2 \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

pro minimum

$$\varrho^2 \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} = k\lambda. \quad (4)$$

b) V (4) položíme $k = 1$ a dostaneme

$$\varrho_1 = \sqrt{\frac{R_1 R_2 \lambda}{R_2 - R_1}}. \quad (5)$$

Pro zadané hodnoty vyjde $\varrho_1 \doteq 0,768$ mm.

c) Z výsledku (4) je zřejmé, že poloměry tmavých kroužků jsou v poměru odmocnin příslušných přirozených čísel, tj.

$$\varrho_k : \varrho_1 = \sqrt{k} : 1 \quad \text{neboli} \quad k = \left(\frac{\varrho_k}{\varrho_1} \right)^2.$$

Počet tmavých kroužků v kruhu o poloměru r je tudíž roven největšímu přirozenému číslu n , pro které platí

$$n \leq \left(\frac{r}{\varrho_1} \right)^2,$$

a po dosazení z (5)

$$n \leq \frac{r^2(R_2 - R_1)}{R_1 R_2 \lambda}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $n = 42$. V kruhu o poloměru 5,00 mm je tedy 42 tmavých kroužků.

b) Druhé kolo soutěže

I. úloha (navrhl Ivo Volf)

Z místa O na vodorovné desce je šikmo vzhůru s počáteční rychlostí $\mathbf{v}_0$ vržena velmi malá koule; dopadne na desku, odrazí se, znovu dopadne a odrazí se atd. Při každém odrazu ztratí část své energie, takže v okamžiku odrazu se velikost v_h horizontální složky její rychlosti vždy zmenší na $k_1 v_h$ a velikost v_v vertikální složky na $k_2 v_v$ ($0 < k_1 < 1$; $0 < k_2 < 1$).

a) Pod jakým elevačním úhlem α musí být koule vržena, aby se zastavila ve vzdálenosti d od místa O ?

b) Udejte podmínku řešitelnosti úlohy vzhledem k hodnotám v_0 , d , k_1 , k_2 .

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $d = 20,0$ m; $v_0 = 10$ m s⁻¹; $k_1 = 0,95$; $k_2 = 0,90$; $g = 9,8$ m s⁻². K odporu vzduchu při pohybu koule nepřihlížíme.

Řešení:

a) Při vrhu má koule rychlost $\mathbf{v}_0$, jejíž horizontální složka má velikost $v_{h0} = v_0 \cos \alpha$, vertikální složka její rychlosti má velikost $v_{v0} = v_0 \sin \alpha$. Mezi vrhem a prvním dopadem uplyne doba

$$t_0 = \frac{2v_{v0}}{g} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

a koule se poprvé odrazí ve vzdálenosti

$$s_0 = v_{h0}t_0 = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Po odrazu má horizontální složka rychlosti velikost

$$v_{h1} = k_1 v_{h0} = k_1 v_0 \cos \alpha$$

a vertikální složka rychlosti má velikost

$$v_{v1} = k_2 v_{v0} = k_2 v_0 \sin \alpha.$$

Místo, v němž dojde k druhému odrazu, má od místa prvního odrazu vzdálenost

$$s_1 = \frac{v_0^2}{g} k_1 k_2 \sin 2\alpha = s_0 \cdot k_1 k_2$$

a obecně

$$s_n = s_0 (k_1 k_2)^n.$$

Pro součet všech vzdáleností platí

$$d = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha [1 + k_1 k_2 + (k_1 k_2)^2 + \dots] = \frac{v_0^2}{g} \frac{\sin 2\alpha}{1 - k_1 k_2}.$$

Z tohoto vztahu vyjádříme

$$\sin 2\alpha = \frac{dg(1 - k_1 k_2)}{v_0^2}.$$

b) Poněvadž musí být $0 < \sin 2\alpha \leq 1$, musí platit

$$dg(1 - k_1 k_2) \leq v_0^2.$$

c) Pro zadané hodnoty je podmínka řešitelnosti splněna a dostaneme dvě řešení: $\alpha_1 \doteq 8,25^\circ$; $\alpha_2 \doteq 81,75^\circ$.

2. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

V cívice délky l , která má N závitů, je uložena válcová dioda tak, že vektor $\mathbf{B}$ magnetické indukce homogenního magnetického pole v cívice je rovnoběžný s osou diody. Anoda diody má poloměr r , katodou je tenký drát zanedbatelné tloušťky, umístěný v ose anodového válce. Bylo zjištěno, že anodový proud diody, jejíž anodové napětí je U , právě zanikne, když proud protékající cívkou překročí hodnotu I_0 .

Z těchto údajů stanovte měrný náboj elektronů, tj. poměr jeho náboje k jeho hmotnosti, kterou považujeme za konstantní.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $l = 30$ cm;

$$N = 300; \quad r = 1,0 \text{ cm}; \quad I_0 = 1,7 \text{ A}; \quad U = 10 \text{ V}.$$

Při řešení předpokládejte, že elektrony se pohybují po kruhových drahách a že ihned po výstupu z katody nabudou plné rychlosti odpovídající anodovému napětí diody.

Řešení:

Různé možné dráhy elektronu jsou schematicky zakresleny na obr. 11, který představuje příčný řez diodou.

Kolmý průřez anody je zde označen a , zanedbatelný průřez katody je bod K , tj. střed kružnice a . Dráha 1 má průměr větší než poloměr anody – v tomto případě se všechny emitované elektrony dostanou k anodě a dioda má takový anodový proud, jako kdyby magnetické pole nepůsobilo. Dráha 3 má průměr menší než poloměr anody, elektrony se na anodu nedostanou a anodový proud je nulový. Mezním případem, jehož se týká naše úloha, je dráha 2 o poloměru

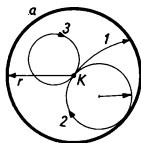
$$\varrho = \frac{r}{2}. \quad (1)$$

Dále platí

$$\varrho = \frac{mv}{Be}, \quad (2)$$

kde m značí hmotnost elektronu, v jeho rychlost, B velikost magnetické indukce, e elementární náboj. Pro rychlost v platí podle zadání

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad (3)$$



Obr. 11

a pro velikost indukce magnetického pole

$$B = \frac{NI_0}{l} \mu_0, \quad (4)$$

kde μ_0 značí permeabilitu vakua.

Do (2) dosadíme z (3) a (4), pak porovnáme s (1). Dostaneme vztah, z něhož vyjádříme obecný výsledek

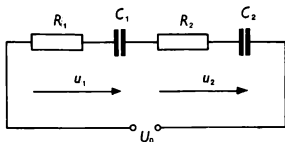
$$\frac{e}{m} = 8U \left(\frac{l}{\mu_0 NI_0 r} \right)^2.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $\frac{e}{m} \doteq 1,8 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$.

3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Obvod schematicky znázorněný na obr. 12 je sestaven ze dvou spotřebičů o odporech R_1, R_2 a dvou kondenzátorů o kapacitách C_1, C_2 ($R_1 > R_2$; $C_1 > C_2$) a připojen ke zdroji harmonického střídavého napětí o efektivní hodnotě U_0 .

Obr. 12



a) Určete kmitočet f , při němž napětí u_1 a u_2 mají stejné efektivní hodnoty $U_1 = U_2 = U$.

b) Určete velikost U této efektivní hodnoty při kmitočtu f .

c) Určete vzájemné fázové posunutí φ napětí u_1 a u_2 při kmitočtu f .

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $R_1 = 1,00 \cdot 10^5 \Omega$; $R_2 = 8,00 \cdot 10^4 \Omega$; $C_1 = 2,00 \text{ nF}$; $C_2 = 1,00 \text{ nF}$; $U = 100 \text{ V}$.

Řešení:

a) Při kmitočtu f , jemuž odpovídá úhlový kmitočet ω , musí články R_1 , C_1 a R_2 , C_2 mít stejně velké impedance Z , tedy

$$Z^2 = R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2} = R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}.$$

Odtud určíme

$$f = \frac{1}{2\pi C_1 C_2} \sqrt{\frac{C_1^2 - C_2^2}{R_1^2 - R_2^2}}. \quad (1)$$

Pro zadané hodnoty vyjde $f \doteq 2,30 \cdot 10^3 \text{ Hz}$.

b) Stanovíme nejprve velikost Z impedance při kmitočtu f . Dosazením z (1) a úpravou dostaneme

$$Z^2 = \frac{R_1^2 C_1^2 - R_2^2 C_2^2}{C_1^2 - C_2^2}. \quad (2)$$

Impedanci Z_0 celého obvodu určíme jako impedanci jedno-

duchého obvodu složeného z odporu $R = R_1 + R_2$ a kondenzátoru o kapacitě

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2},$$

tedy

$$Z_0^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}. \quad (3)$$

Poněvadž obvod můžeme považovat za dělič napětí, vyjádříme

$$U = U_0 \frac{Z}{Z_0}.$$

Do (3) dosadíme za R , C , za ω z (1), za Z z (2) a po úpravě dostaneme

$$U = U_0 \sqrt{\frac{R_1^2 C_1^2 - R_2^2 C_2^2}{(R_1 + R_2)^2 (C_1^2 - C_2^2) + (R_1^2 - R_2^2) (C_1 + C_2)^2}}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $U \doteq 50,9$ V.

c) Napětí u_1 je proti proudu I , který obvodem protéká, ve fázi opožděno o úhel φ_1 , pro který platí

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1}{\omega R_1 C_1}.$$

Pro napětí u_2 je tento úhel φ_2 a platí

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{1}{\omega R_2 C_2}.$$

Úhel φ je určen jako rozdíl

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Použijeme vzorce pro tangentu rozdílu dvou úhlů, za ω dosadíme z (1) a po úpravě dostaneme

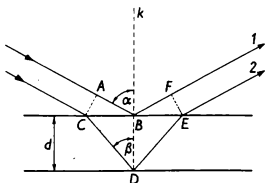
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{(R_1^2 - R_2^2)(C_1^2 - C_2^2)}}{R_1 C_2 + R_2 C_1}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $\varphi \doteq 21^\circ 45'$.

4. úloha (navrhl Tibor Švec)

Planparalelná opticky rovnorodá a priehľadná blana hrúbky d je upevnená v rámčeku na stojane a osvetlená úzkym zväzkom bieleho svetla. Pod akým uhlom α musí zväzok na blanu dopadať, aby sa odrazené svetlo javilo vo farbe, ktorej vo vzduchu zodpovedá dĺžka vlny λ ? Relativný index lomu blany pre túto farbu je n . Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty

$$d = 100 \text{ nm}, \quad \lambda = 405 \text{ nm}, \quad n = 1,34.$$



Obr. 13

Riešenie:

Interferencia v odrazenom svetle vzniká následkom dráhového rozdielu medzi lúčmi 1 a 2 (obr. 13). Tento dráhový rozdiel má geometrickú dĺžku

$$\delta = CD + DE - (AB + BF) = 2CD - 2AB.$$

Počet z_1 vĺn na dráhe ABF je

$$z_1 = \frac{2AB}{\lambda} + \frac{1}{2},$$

lebo svetlo sa odráža s opačnou fázou (odraz na prechode z prostredia opticky redšieho do prostredia opticky hustejšieho). Počet z_2 vĺn na dráhe CDE je

$$z_2 = n \frac{2CD}{\lambda},$$

lebo svetlo uvažovanej farby má v blane vlnovú dĺžku $\frac{\lambda}{n}$.

Celkový počet vĺn na dráhe δ je

$$z = z_2 - z_1 = n \frac{2CD}{\lambda} - \frac{2AB}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad (1)$$

a pre interferenčné maximum musí byť $z = k$, kde k značí nulu alebo prirodzené číslo.

Z (1) potom vyplýva

$$4nCD - 4AB = \lambda(2k + 1). \quad (2)$$

Dĺžky úsečiek CD a AB vyjadríme v pravouhlých trojuholníkoch CBD , CAB :

$$CD = \frac{d}{\cos \beta}; \quad AB = CB \sin \alpha = d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha,$$

takže po dosadení do (2) dostaneme

$$\frac{4nd}{\cos \beta} - 4d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha = \lambda(2k + 1). \quad (3)$$

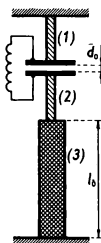
Zo vzťahu

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

vyjadríme

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}, \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}.$$

Dosadením do (3) dostaneme vzťah, z ktorého po úprave máme



Obr. 14

$$\sin \alpha = \sqrt{n^2 - \frac{\lambda^2(2k+1)^2}{16d^2}}. \quad (4)$$

Výsledok (4) dáva všeobecne niekoľko riešení, a to pre $k = 0, 1, 2, \dots$, pokiaľ je splnená podmienka

$$0 < n^2 - \frac{\lambda^2(2k+1)^2}{16d^2} < 1.$$

Pre zadané hodnoty vyhovuje len jedno riešenie, a to pre $k = 0$. Potom $\sin \alpha \doteq 0,7699$, $\alpha = 61^\circ 20'$.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl Ing. Miloš Rabas)

Na obr. 14 je schematicky znázorněno zařízení, jímž lze malé změny délky nepřímo měřit pomocí změn rezonančního kmitočtu elektrického obvodu. Obvod je sestaven z cívky a vzduchového kondenzátoru, který je funkčním dílem měřicího zařízení. Je to rovinný kondenzátor, jehož desky mají vzájemnou vzdálenost d_0 . Jedna deska je upevněna pomocí izolační tyčinky (1), druhá je pomocí izolační tyčinky (2) spojena se vzorkem (3) délky l_0 , u něhož mají být délkové změny zjišťovány. Elektrický obvod má rezonanční kmitočet f_0 . Tyčinky (1) a (2) mají neproměnné délky.

a) Zvětší-li se délka vzorku o Δl , zmenší se rezonanční kmitočet obvodu o Δf . Vyjádřete funkci

$$\frac{\Delta l}{d_0} = F\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right).$$

b) Zvýšíme-li teplotu vzorku o Δt , zmenší se rezonanční kmitočet obvodu o Δf_0 . Určete součinitel α délkové teplotní roztažnosti vzorku.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $l_0 = 10,0$ cm; $\Delta t = 110$ °C; $d_0 = 1,00$ mm; $f_0 = 50,0$ kHz; $\Delta f_0 = 950$ Hz.

Řešení:

a) Označíme L indukčnost cívky, C kapacitu kondenzátoru. Pak pro rezonanční kmitočet f_0 obvodu platí

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

Když se vzorek prodlouží o délku Δl , zvětší se kapacita kondenzátoru o ΔC a pro rezonanční kmitočet f_1 obvodu platí

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C + \Delta C)}}. \quad (2)$$

Rezananční kmitočet obvodu se tedy zmenší o hodnotu $\Delta f = f_0 - f_1$, kterou vyjádříme pomocí vztahů (1) a (2). Po úpravě dostaneme

$$\Delta f = f_0 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C}}} \right). \quad (3)$$

Desky kondenzátoru mají plošný obsah S , dielektrikum má absolutní permitivitu ε ; kondenzátor má kapacitu

$$C = \frac{\varepsilon S}{d_0}. \quad (4)$$

Když se vzorek prodlouží o délku Δl , zmenší se o stejnou délku vzdálenost mezi deskami kondenzátoru, jehož kapacita se tím zvětší na

$$C_1 = \frac{\varepsilon S}{d_0 - \Delta l}. \quad (5)$$

Kapacita kondenzátoru se tedy zvětší o hodnotu $\Delta C = C_1 - C$, pro kterou pomocí (4) a (5) dostaneme po úpravě vyjádření

$$\Delta C = C \left(\frac{1}{1 - \frac{\Delta l}{d_0}} - 1 \right).$$

Dosazením do (3) dostaneme po úpravě

$$\frac{\Delta l}{d_0} = 2 \frac{\Delta f}{f_0} - \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)^2.$$

b) Pro délku l vzorku při zvýšené teplotě platí

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t) = l_0 + \Delta l$$

a odtud

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta t.$$

Dosazením do (6) pro $\Delta f = \Delta f_0$ dostaneme po úpravě

$$\alpha = \frac{d_0}{l_0 \Delta t} \left[2 \frac{\Delta f_0}{f_0} - \left(\frac{\Delta f_0}{f_0} \right)^2 \right].$$

Pro zadané hodnoty vyjde $\alpha \doteq 3,40 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

2. úloha (navrhl Arpád Kecskés)

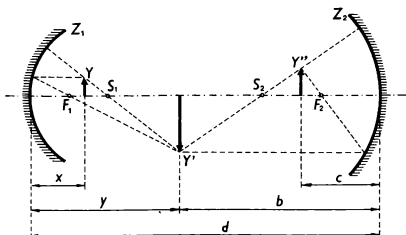
Dve duté guľové zrkadlá Z_1, Z_2 s ohniskovými vzdialenosťami f_1, f_2 ($f_1 \neq f_2$) majú spoločnú optickú os a ich vrcholy majú vzájomnú vzdialenosť d . Medzi zrkadlami postavíme na ich spoločnú optickú os malý predmet Y , ktorý zrkadlo Z_1 zobrazí do obrazu Y' . Ten je predmetom pre zrkadlo Z_2 a toto zrkadlo ho zobrazí do obrazu Y'' .

a) V akej vzdialenosti x od vrcholu zrkadla Z_1 musí byť predmet Y umiestnený, aby druhý obraz Y'' mal od vrcholu toho istého zrkadla Z_1 rovnakú vzdialenosť x ?

b) V akej vzdialenosti y od vrcholu zrkadla Z_1 je v tomto prípade prvý obraz Y' ?

Riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty $f_1 = 10,00 \text{ cm}$, $f_2 = 40,00 \text{ cm}$, $d = 110,0 \text{ cm}$.

c) Podľa všeobecných výsledkov bodov a), b) určte, za akých podmienok (pre veličiny f_1, f_2, d) majú obrazy Y' a Y'' rovnakú vzdialenosť od vrcholu zrkadla Z_1 .



Obr. 15

Řešení:

V obr. 15 značí

$S_1, S_2 \dots$ středy křivosti zrcadel Z_1, Z_2 ,
 $F_1, F_2 \dots$ ohniska zrcadel Z_1, Z_2 .

Význam jednotlivých délek je z obrázku patrný. Obrázek je kreslen pro obecný případ zobrazení dvěma dutými zrcadly se společnou optickou osou.

V našem případě má, podle zadání, být

$$x + c = d. \quad (1)$$

Dále, jak je zřejmé z obrázku,

$$y + b = d. \quad (2)$$

Podle zobrazovacích rovnic obou zrcadel platí

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f_1}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{f_2}. \quad (4)$$

Soustava rovnic (1), (2), (3), (4) obsahuje 4 neznámé. Když vyloučíme y, b, c , dostaneme k určení neznámé x kvadratickou rovnici

$$[d - (f_1 + f_2)] x^2 - d(d - 2f_2) x + df_1(d - 2f_2) = 0, \quad (5)$$

jejíž řešení jsou

$$x_{1,2} = \frac{d(d - 2f_2) \pm \sqrt{d(d - 2f_1)(d - 2f_2)[d - 2(f_1 + f_2)]}}{2[d - (f_1 + f_2)]}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $x_1 \doteq 41,86 \text{ cm}$; $x_2 \doteq 13,14 \text{ cm}$.

b) Vyloučíme-li ze soustavy rovnic (1), (2), (3), (4) neznámé x , b , c , dostaneme k určení neznámé y kvadratickou rovnici

$$[d - (f_1 + f_2)] y^2 - d(d - 2f_2) y + df_1(d - 2f_2) = 0, \quad (7)$$

jejíž řešení jsou

$$y_{1,2} = \frac{d(d - 2f_2) \pm \sqrt{d(d - 2f_1)(d - 2f_2)[d - 2(f_1 + f_2)]}}{2[d - (f_1 + f_2)]}. \quad (8)$$

Pro zadané hodnoty vyjde $y_1 \doteq 41,86 \text{ cm}$; $y_2 \doteq 13,14 \text{ cm}$. Hodnotě x_1 odpovídá hodnota y_2 a hodnotě x_2 odpovídá hodnota y_1 .

c) Rovnice (5) a (7) jsou zcela analogické, rovněž i řešení (6) a (8). Má-li být $x_1 = y_2$ a $x_2 = y_1$, musí být $x_1 = x_2 = y_1 = y_2$, tj. diskriminant v rovnicích (5) a (7) musí být nulový. Je to v těchto případech:

1. $d = 0$; $x = y = 0$... vrcholy obou zrcadel jsou totožné, předmět je v tomto jejich společném vrcholu;

2. $d = 2f_1$; $x = y = 2f_1$... vzdálenost vrcholů zrcadel je rovna poloměru křivosti zrcadla Z_1 , předmět je na povrchu zrcadla Z_2 ;

3. $d = 2f_2$; $x = y = 0$... vzdálenost vrcholů zrcadel je rovna poloměru křivosti zrcadla Z_2 , předmět je na povrchu zrcadla Z_1 ;

4. $d = 2(f_1 + f_2)$; $x = y = 2f_1$... středy křivosti obou zrcadel jsou totožné, předmět je umístěn v tomto společném středu křivosti.

K tomu přistupuje další případ:

5. Je-li $d = f_1 + f_2$, jsou rovnice (5) a (7) lineární a mají jediné řešení $x = y = f_1 \dots$ zrcadla jsou konfokální, tj. mají společné ohnisko a předmět je v tomto jejich společném ohnisku.

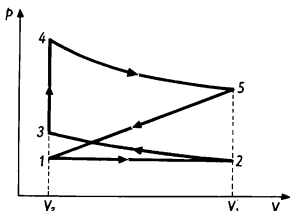
3. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Zjednodušený teoretický pracovní diagram zážehového čtyřdobého motoru je na obr. 16. Děj 1–2 je nasávání hořlavé směsi, 2–3 její komprese, 3–4 zvýšení tlaku při zážehu směsi, 4–5 expanze plynů vzniklých shořením směsi, 5–1 výfuk těchto plynů. Kompresní poměr motoru je

$$k = \frac{V_1}{V_2}.$$

Poissonova konstanta hořlavé směsi i výfukových plynů je κ .

Obr. 16



Stanovte teoretickou účinnost η motoru za těchto předpokladů: děje 2–3 a 4–5 jsou adiabatické; děj 3–4 je izochorický; v průběhu děje 5–1 se vnitřní energie plynu nemění; ve stavech 1 a 2 mají plyny stejnou teplotu; plyny jsou dokonalé a mají stejná měrná tepla.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $k = 4,50$; $\kappa = 1,30$.

Řešení:

Označíme Q teplo vzniklé spálením hořlavé směsi, m hmotnost zažehnuté směsi, c_V měrné teplo při stálém objemu, $T_1 = T_2$, T_3 , T_4 , T_5 absolutní teploty plynu ve stavech daných příslušnými body pracovního diagramu.

Teplem Q se směs ohřeje z teploty T_3 na teplotu T_4 , tedy

$$Q = mc_V(T_4 - T_3). \quad (1)$$

Dále stanovíme změnu ΔU vnitřní energie plynu během pracovního cyklu. Při nasávání 1–2 se tato energie nezmění. Při kompresi 2–3 se zvětší o

$$\Delta U_1 = mc_V(T_3 - T_2).$$

Při zážehu 3–4 se zvětší o

$$\Delta U_2 = mc_V(T_4 - T_3).$$

Při adiabatické expanzi se zmenší o

$$\Delta U_3 = mc_V(T_4 - T_5)$$

a při výfuku 5–1 se, podle zadání, nezmění.

Pro celkovou změnu ΔU tedy platí

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_1 + \Delta U_2 - \Delta U_3 = \\ &= mc_V(T_3 - T_2 + T_4 - T_3 - T_4 + T_5) = \\ &= mc_V(T_5 - T_2).\end{aligned}\quad (2)$$

Práce A , kterou motor při svém pracovním cyklu vykoná, je rovna dodané energii (1) zmenšené o přírůstek (2) vnitřní energie plynu; tedy

$$A = mc_V[(T_4 - T_3) - (T_5 - T_2)].$$

Účinnost η je dána poměrem

$$\eta = \frac{A}{Q}.$$

Po dosazení z (2) a (1) dostaneme po úpravě

$$\eta = 1 - \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_3}.\quad (3)$$

Označíme $p_1 = p_2$, p_3 , p_4 , p_5 tlaky plynů v příslušných stavech podle pracovního diagramu. Pak platí

$$p_2 V_1^\kappa = p_3 V_2^\kappa; \quad p_4 V_2^\kappa = p_5 V_1^\kappa.\quad (4)$$

Ze stavové rovnice plyne, značí-li R_1 individuální plynovou konstantu hořlavé směsi, R_2 individuální plynovou konstantu výfukových plynů,

$$\left. \begin{aligned} p_2 V_1 &= R_1 T_2; & p_3 V_2 &= R_1 T_3; \\ p_4 V_2 &= R_2 T_4; & p_5 V_1 &= R_2 T_5. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Vztahy (4) upravíme pomocí (5) a dostaneme

$$\begin{aligned} T_2 V_1^{\kappa-1} &= T_3 V_2^{\kappa-1}, \\ T_5 V_1^{\kappa-1} &= T_4 V_2^{\kappa-1}. \end{aligned}$$

Odtud dostaneme odečtením obou vztahů a úpravou

$$\frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_3} = \left[\frac{V_2}{V_1} \right]^{\kappa-1} = \left(\frac{1}{k} \right)^{\kappa-1}.$$

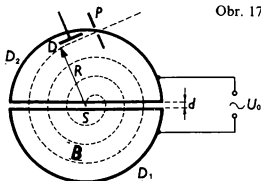
Dosazením do (3) dostaneme obecný výsledek

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{k} \right)^{\kappa-1}.$$

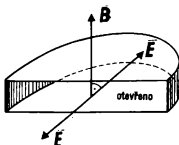
Pro zadané hodnoty vyjde $\eta \doteq 36\%$.

4. úloha (navrhl Konrád Hofman)

Na obr. 17 je znázorněno schéma cyklotronu – kruhového urychlovače elektricky nabitých částic (např. protonů).



Obr. 17



Obr. 18

D_1 , D_2 jsou tzv. duanty, nízké poloválcové elektrody, otevřené v řezu rovnoběžném s osou válce (obr. 18). Duanty jsou připojeny ke zdroji vysokofrekvenčního střídavého napětí, které v určitém okamžiku má okamžitou hodnotu U_0 . Ve středu S soustavy je zdroj nabitých částic. Homogenní elektrické pole, jehož intenzita $\mathbf{E}$ je kolmá k otevřeným plochám duantů, působí jen v mezeře mezi duanty, která má šířku d . V celém prostoru cyklotronu působí homogenní magnetické pole o stálé indukci $\mathbf{B}$, která je kolmá k intenzitě $\mathbf{E}$ a rovnoběžná s osou duantů. Částice je urychlována jen v mezeře mezi duanty a vlivem magnetického pole se pohybuje po kruhové dráze. Pohyb částice v cyklotronu je synchronizován s kmitočtem elektrického pole tak, že po průletu půlkružnicí, když se částice dostane znovu do mezery mezi duanty, je v této mezeře opět urychlující elektrické pole odpovídající napětí U_0 , protože napětí mezi duanty mezitím změnilo svou polaritu.

To se neustále opakuje, částice se pohybuje po dráze zjednodušeně znázorněné na obr. 17, až poloměr půlkruhové dráhy nabude největší hodnoty R . Pak je částice tzv. deflektorem D vedena do štěrbin P a vystoupí ze soustavy.

Celá dráha částice má tvar rovinné spirály; uvažujeme jen částice pohybující se ve směru kolmém k vektoru $\mathbf{B}$.

Po prostudování této informace řešte následující úlohu:

V cyklotronu má největší půlkruhová dráha protonu poloměr R , mezera mezi duanty má šířku d a napětí mezi duanty (při průletu protonu mezerou) je U_0 . Proton v něm získá energii W .

a) Dokažte, že doba letu protonu je pro všechny jeho půlkruhové dráhy v duantech stejná.

b) Určete velikost B magnetické indukce v cyklotronu.

c) Určete kmitočet f vysokofrekvenčního napětí mezi duanty.

d) Určete počet n půlkruhových drah protonu v cyklotronu.

e) Určete poměr $k = \frac{t_1}{t_2}$, kde t_1 značí souhrnnou dobu, za kterou proton oběhne všechny půlkruhové dráhy, a t_2 souhrnnou dobu, po kterou se proton pohybuje v mezeře mezi duanty.

f) Určete dobu t_0 , za kterou proton získá energii W , je-li jeho počáteční rychlost nulová.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $R = 60$ cm; $d = 5,0$ mm; $U_0 = 100$ V; $W = 1,0$ MeV; hmotnost protonu $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg považujeme za konstantní; elementární náboj $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Řešení:

a) Má-li proton rychlost o velikosti v orientovanou kolmo ke směru vektoru magnetické indukce, působí na něj Lorentzova síla o velikosti

$$F = Bev,$$

jejíž směr je vždy kolmý ke směru vektoru $\mathbf{v}$. Jde tedy o sílu dostředivou a proton se pohybuje po kruhové dráze, pro jejíž poloměr r platí

$$r = \frac{m_p v}{Be}. \quad (1)$$

Doba τ , za kterou proton proběhne půlkruhovou dráhu, je

$$\tau = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi r m_p}{Be r} = \frac{\pi m_p}{Be}.$$

Z tohoto vztahu je patrné, že doba τ nezávisí na poloměru r , a je proto pro všechny půlkružnice stejná, pokud hmotnost protonu lze považovat za konstantní.

b) Na poslední půlkružnici s poloměrem R má proton mít energii

$$W = \frac{1}{2} m_p v^2 \quad \text{neboli rychlost} \quad v = \sqrt{\frac{2W}{m_p}}.$$

Když ze vztahu (1) vyjádříme B a dosadíme, dostaneme po úpravě

$$B = \frac{\sqrt{2m_p W}}{eR}.$$

c) Době τ odpovídá doba periody $T = 2\tau$ a kmitočet f , pro který po úpravě vyjde

$$f = \frac{\sqrt{2m_p W}}{2\pi m_p R}.$$

d) V mezeře mezi duanty získá proton energii eU_0 . Má-li získat energii W , musí mezeru proběhnout n -krát, kde

$$n = \frac{W}{eU_0}$$

udává zároveň počet půlkružnic.

e) Protože doba potřebná k proběhnutí každé půlkružnice je τ , je celková doba průletu všemi půlkružnicemi

$$t_1 = n\tau = \frac{\pi R}{2eU_0} \sqrt{2m_p W}.$$

Na proton v mezeře působí síla o velikosti

$$F = eE = e \frac{U_0}{d},$$

kde E značí velikost intenzity elektrického pole mezi duanty. Tato síla uděluje protonu zrychlení o velikosti

$$a = \frac{eU_0}{m_p d} = \text{konst.}$$

Z toho je zřejmé, že v mezeře koná proton pohyb rovnoměrně zrychlený, kdežto v duantech, kde působí jen magnetické pole, koná pohyb rovnoměrný kruhový.

Všechny pohyby v mezeře mezi duanty, zařazené za sebou, dají pohyb rovnoměrně zrychlený, při němž proton získá rychlost v a energii W . Je proto

$$W = \frac{1}{2} m_p v^2 = \frac{1}{2} m_p a^2 t_2^2,$$

kde a značí konstantní zrychlení protonu v mezeře mezi duanty a t_2 souhrnnou dobu jeho průletu v této mezeře. Pro dobu t_2 dostaneme po úpravě

$$t_2 = \frac{d}{eU_0} \sqrt{2m_p W}.$$

Pro poměr k vyjde po zkrácení zlomku

$$k = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\pi R}{2d}.$$

f) Doba t_0 je dána součtem

$$t_0 = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{2m_p W}}{2eU_0} (\pi R + 2d).$$

Pro zadané hodnoty vyjde: $B \doteq 0,24 \text{ T}$; $f \doteq 3,6 \text{ MHz}$; $n \doteq 1,0 \cdot 10^4$; $k \doteq 190$; $t_0 \doteq 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

5. úloha experimentální (navrhl dr. Milan Krebs, CSc.)

Stanovení rozdělení rychlostí elektronů vystupujících z katody diody při nulovém anodovém napětí

Teorie úlohy:

Má-li anoda diody proti katodě napětí $-U_A$ ($U_A \geq 0$), pak její anodový proud je tvořen elektrony, které při výstupu z katody mají rychlosti o velikostech

$$v_A \geq \sqrt{\frac{2eU_A}{m}}, \quad (1)$$

kde e značí elementární náboj, m klidovou hmotnost elektronu. Elektrony totiž vystupují z katody různými rychlostmi, takže některé z nich mohou nabíhat proti zpomalujícímu poli, vytvořenému záporným anodovým napětím $-U_A$, a popř. ještě dalším zpomalujícímu poli,

které je vytvářeno záporným prostorovým nábojem, jenž tvoří elektrony proletující mezi katodou a anodou.

Když při anodovém napětí $-U_A$ přichází na anodu proud I_a , pak za 1 sekundu na ni dopadá N_A elektronů:

$$N_A = \frac{I_a}{e}. \quad (2)$$

Z nich určitý počet dN_A má rychlost v v nějakém úzkém oboru hodnot od v do $v + dv$, kde dv značí nějaké malé rozmezí rychlostí. Rychlostním rozdělením elektronu nazveme funkci

$$n(v) = \left| \frac{dN_A}{dv} \right| \quad (\text{m}^{-1}, \text{s}^{-1}, \text{m s}^{-1}). \quad (3)$$

Skutečné anodové napětí určíme podle vztahu:

$$U_A = U_a - (U_M + U_s)$$

U_a značí napětí naměřené voltmetrem, U_M úbytek napětí na mikroampérmetru ($U_M = R_M \cdot I_a$ – lze jej vyčíst přímo na stupnici přístroje 0–100 mV), U_s – tzv. stykové napětí (způsobené různými výstupními potenciály katody a anody) bylo uvedeno na pracovišti (přibližně 0,9 V).

Potřeby:

1. Přípravek s nepřímo žhavenou dvojitou diodou 6B32.
2. Proměnný odpor R_1 (asi 100 Ω) k nastavení žhavicího proudu.
3. Mikroampérmetr s rozsahem do 50 μA a s vnitřním odporem $R_M = 2000 \Omega$ k měření anodového proudu.

4. Potenciometr R_2 (asi $100\ \Omega$) k nastavení napětí U_a , přiváděného na anodu diody.

5. Voltmetr k měření napětí U_a .

6. Zdroje: B_1 pro žhavicí obvod, B_2 pro napětí U_a .

Vaše úkoly jsou:

1. Změřit a graficky znázornit funkci $N_A = f(v_A)$, kde veličiny N_A a v_A jsou dány vztahy (2) a (1), v oboru od $v_A = 0$ (tj. $U_A = 0$) až do takové záporné hodnoty napětí $-U_A$, při níž anodový proud téměř zanikne. Tato funkce může být zapsána jako integrál

$$N_A = \int_{v_A}^{\infty} n(v) \cdot dv = f(v_A). \quad (4)$$

2. Z grafického obrazu funkce (4) na základě vztahu (3) užitím grafické derivace stanovit a zakreslit funkci

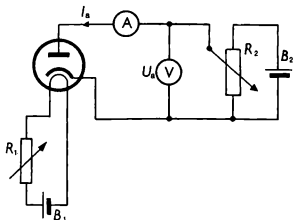
$$n(v) = f'(v).$$

3. Z obrazu funkce (3) stanovit rychlost v_p (tzv. nejpravděpodobnější) odpovídající lokálnímu maximu této funkce.

Pokyny k měření a zpracování úlohy:

1. Sestavte obvod podle obr. 19 a před připojením ke zdroji dejte zapojení zkontrolovat dozírajícímu pracovníkovi.

2. Žhavicí proud nastavte tak, aby při $U_A = 0\text{ V}$ byl anodový proud (přibližně) $I_a = 50\ \mu\text{A}$.



Obr. 19

Postupujte takto:

a) Nastavte napětí přiváděné na anodu na hodnotu $U_a = 0,1 \text{ V} + U_s$ ($0,1 \text{ V}$ je úbytek napětí na mikroampérmetru při jeho plné výchylce $50 \mu\text{A}$).

b) Připojte žhavicí obvod a odporem R_1 upravujte žhavicí proud tak, aby anodový proud dosáhl při nezměněném U_a hodnoty $I_a = 50 \mu\text{A}$. Postupujte přitom pomalu, poněvadž topné tělísko katody má poměrně značnou tepelnou setrvačnost, takže po každé změně žhavicího napětí trvá ustálení několik minut.

3. Zmenšujte napětí U_a v intervalech po $0,02 \text{ V}$ tak dlouho, až anodový proud téměř zanikne (klesne na hodnotu kolem $0,5 \mu\text{A}$).

4. Výsledky zapisujte do tabulky podle následujícího vzoru:

$$U_s = \dots$$

Číslo měření	U_s [V]	U_M [V]	I_s [A]	$U' = U_M + U_s$ [V]	$U_A = U_s - U'$ [V]	$\sqrt{-U_A}$ [V ^{1/2}]	v_A [ms ⁻¹]	N_A [s ⁻¹]

V záhlaví tabulky uveďte stykové napětí U_s . U_A vypočítáte pomocí U_M a U_s , N_A pomocí (2). Rychlost v_A počítejte podle přibližného vzorce plynoucího z (1) dosazením hodnot za e a m :

$$v_A = 5,9 \cdot 10^5 \sqrt{-U_A} \quad (\text{m s}^{-1}, \text{V}).$$

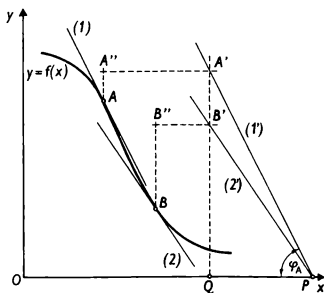
5. Derivace funkce $y = f(x)$ má význam směrnice tečny v bodě křivky znázorňující danou funkci. Postup při její grafické konstrukci je znázorněn na obr. 20. Křivka znázorňuje funkci, která má být derivována. V některém jejím bodě (např. A) vedeme přesným přiložením pravítka tečnu (1). Pevně zvoleným bodem ležícím na ose x vedeme rovnoběžku (1') s touto tečnou a pevně zvoleným bodem Q ležícím na ose x nalevo od bodu P vedeme rovnoběžku s osou y . Úsečka QA' má délku úměrnou derivaci funkce $f(x)$. Obdobně postupujeme pro všechny další body. Na obr. 20 je to provedeno ještě pro další bod B , jímž je vedena tečna (2) a bodem P rovnoběžka (2'). Body A'' a B'' jsou dva body grafu derivace funkce $f(x)$. Volbou vzdálenosti bodů PQ můžeme ovlivnit výšku grafu tak, aby plocha papíru byla co nejlépe využita.

6. Při konstrukci grafu věnujte náležitou pozornost vy-

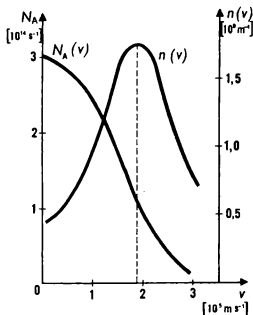
pracování stupnic na souřadnicových osách, vyznačení jednotek znázorňovaných veličin a jejich fyzikálním dimenzím.

Řešení:

Řešitelé zapojí použité přístroje podle obr. 19 a změřené hodnoty zaznamenají do připravené tabulky (asi 30 měření). Po výpočtu anodového napětí U_A , mezní rychlosti v_A a příslušného počtu elektronů N_A sestrojí graf funkce $N_A = f(v_A)$ a pomocí jeho grafické derivace sestrojí graf funkce $n(v) = f'(v)$ rychlostního rozdělení elektronu. Výsledek grafic-



Obr. 20



Obr. 21

kého zpracování změřených hodnot vidíme na obr. 21, kde zároveň můžeme přechíst i hodnotu nejpravděpodobnější rychlosti elektronu, která v našem případě činila $v_p = 1,88 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$.

2. Úlohy kategorie B

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. ing. Daniel Kluvanec a dr. Ivan Náter.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Oldřich Pivnička)

Rychlost proudění kouřových plynů na začátku komína kruhového průřezu je v_1 , teplota t_1 . Na konci komína mají plyny teplotu t_2 .

a) Určete rychlost v_2 proudění plynů na konci válcového komína.

b) Vnitřní poloměr komína na jeho začátku je r_1 , na konci r_2 ($r_2 < r_1$). Určete poměr

$$k = \frac{r_2}{r_1}$$

tak, aby rychlost proudění plynů na začátku a na konci komína byla stejná.

Předpokládáme, že tlak plynů je ve všech místech komína stejný. Plyny považujeme za dokonalé.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $v_1 = 10,0 \text{ m s}^{-1}$; $t_1 = 800^\circ\text{C}$; $t_2 = 300^\circ\text{C}$.

Řešení:

a) Označme S obsah průřezu komína. Za určitou dobu τ projde začátkem komína plyn o objemu $V_1 = Sv_1\tau$, koncem

komína plyn o objemu $V_2 = Sv_2\tau$. Z toho plyne

$$v_2 = v_1 \frac{V_2}{V_1}. \quad (1)$$

Poněvadž tlak plynu je na obou koncích komína stejný, plyne ze stavové rovnice

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \doteq \frac{273 \text{ K} + t_2}{273 \text{ K} + t_1}. \quad (2)$$

Dosazením z (2) do (1) dostaneme obecný výsledek

$$v_2 \doteq v_1 \frac{273 \text{ K} + t_2}{273 \text{ K} + t_1}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $v_2 \doteq 5,34 \text{ m s}^{-1}$.

b) Plyny, které za dobu τ projdou oběma konci komína, mají stejnou hmotnost m , poněvadž plyn se v komíně nikde nehromadí. Označme ϱ_1, ϱ_2 měrné hmotnosti těchto plynů na začátku a na konci komína, v stejnou rychlost jejich proudění oběma konci, V_1 a V_2 jejich objemy. Pak platí

$$m = V_1\varrho_1 = V_2\varrho_2 = \pi r_1^2 v \varrho_1 \tau = \pi r_2^2 v \varrho_2 \tau.$$

Z tohoto vztahu dostaneme jednak

$$k = \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{\varrho_1}{\varrho_2}}, \quad (3)$$

jednak

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{V_2}{V_1}. \quad (4)$$

Dosazením z (4) do (3) a s přihlédnutím k (2) dostaneme

obecný výsledek

$$k \doteq \sqrt{\frac{273 \text{ K} + t_2}{273 \text{ K} + t_1}}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $k \doteq 0,731$.

2. úloha (navrhl Zdeněk Ungermann)

Kulička o poloměru r je v nejnižším bodě dutého kulového zrcadla. Vychýlíme ji z rovnovážné polohy a pustíme. Předpokládáme, že kulička při svém pohybu neklouže po povrchu zrcadla. Pro úhel φ spojnic středu kuličky se středem křivosti zrcadla v rovnovážné a krajní poloze kuličky platí $\sin \varphi \doteq \varphi$. Tření zanedbejte.

a) Dokažte, že kulička koná harmonický pohyb.

b) Stanovte poloměr křivosti R zrcadla, jestliže doba kmitu kuličky je T .

Moment setrvačnosti kuličky $J = \frac{2}{5} mr^2$.

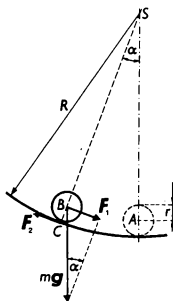
Řešení:

a) V určitém okamžiku je střed kuličky vychýlen o délku kruhového oblouku AB , kterou označíme s . Tomuto vychýlení odpovídá úhel α ($\alpha < \varphi$). Je to znázorněno na obr. 22, v němž S značí střed křivosti zrcadla.

Stanovíme velikost F síly, která je příčinou posuvného pohybu kuličky.

Tíhová síla o velikosti mg , kde m značí hmotnost kuličky, působí na kuličku svou složkou F_1 , která má velikost

$$F_1 = mg \sin \alpha \doteq mg\alpha.$$



Obr. 22

Kulička se odvaluje s úhlovým zrychlením ε , takže v bodě C na ni působí síla $\mathbf{F}_2$, pro jejíž velikost platí

$$F_2 r = J \varepsilon \quad \text{neboli} \quad F_2 = \frac{J \varepsilon}{r}.$$

Síla $\mathbf{F}_2$ je vždy orientována opačně než síla $\mathbf{F}_1$. Když se kulička vrací do rovnovážné polohy, pak si můžeme představit, že síla $\mathbf{F}_2$ jí uděluje kladné úhlové zrychlení, tj. urychluje její rotaci. Když se kulička od rovnovážné polohy vzdaluje, pak síla $\mathbf{F}_2$ naopak její rotaci zpomaluje, tj. uděluje jí záporné úhlové zrychlení.

Poněvadž tedy síly $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$ jsou rovnoběžné a opačně

orientované, je jejich výslednice F s nimi rovnoběžná a má velikost

$$F = F_1 - F_2 = mg\alpha - \frac{J\varepsilon}{r}. \quad (1)$$

Označíme a velikost posuvného zrychlení kuličky, takže

$$F = ma. \quad (2)$$

Dále platí:

$$s = (R - r)\alpha \quad \text{neboli} \quad \alpha = \frac{s}{R - r}; \quad (3)$$

$$\varepsilon = \frac{a}{r}. \quad (4)$$

Když do (1) dosadíme z (2), (3), (4) a $J = \frac{2}{5}mr^2$, dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$a = \frac{5g}{7(R - r)} s, \quad (5)$$

$$F = ma = \frac{5mg}{7(R - r)} s. \quad (6)$$

Ze vztahu (6) je zřejmé, že síla, která kuličku vrací do rovnovážné polohy, má velikost přímo úměrnou velikosti výchylky, takže kulička skutečně koná harmonický pohyb.

b) Ze známého vztahu

$$a = \omega^2 s = \frac{4\pi^2}{T^2} s$$

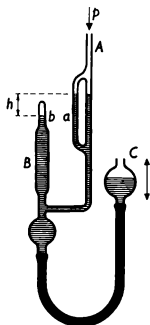
platného pro harmonický pohyb, v němž ω značí úhlovou frekvenci, T dobu kmitu, dostaneme porovnáním s (5) vztah, z něhož vyjádříme

$$R = \frac{5gT^2}{28\pi^2} + r.$$

3. úloha (navrhla Jana Štěpánková)

Na obr. 23 je znázorněn přístroj, který se používá k měření malých tlaků (McLeodův vakuometr). K trubici A se připojí prostor, v němž je plyn o malém tlaku p .

Obr. 23



Změnou výšky zásobníku rtuti C lze dosáhnout, že hladina rtuti v přístroji klesne pod ústí trubice A do trubice B ; trubice B je pak vyplněna plynem o tlaku p . Zásobník C zdvihneme tak, aby hladina rtuti v porovnávací trubičce a byla v téže výšce jako konec měrné trubičky b . Rozdíl výšek hladin rtuti v trubičkách a a b je nyní h . Stanovte tlak plynu p , jestliže objem trubice B včetně trubičky b je V , vnitřní průměr trubičky b je d . Výsledný vztah upravte pro vyjádření tlaku v jednotkách N m^{-2} a v jednotkách torr.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $V = 130 \text{ cm}^3$; $h = 23 \text{ mm}$; $d = 1,1 \text{ mm}$.

Řešení:

Když je rtuť pod ústím trubice A do trubice B , je trubice B spojena s prostorem, v němž plyn má tlak p , takže tento tlak má i plyn v trubici B a trubičce b . Při pozvednutí hladiny rtuti podle obr. 23 dojde k izotermickému stlačení na objem

$$V' = \frac{\pi d^2}{4} h \quad (1)$$

a tlak plynu v trubičce b vzroste na

$$p' = p + \rho gh, \quad (2)$$

kde ρ značí měrnou hmotnost rtuti a g tíhové zrychlení, neboť hydrostatický tlak rtuťového sloupce o výšce h představuje rozdíl mezi zvětšeným tlakem p' a původním tlakem p plynu v trubici B a trubičce b . Pro izotermický děj platí

$$p'V' = pV. \quad (3)$$

Dosazením (1) a (2) do (3) dostaneme vzťah, z něhož vyjádříme

$$p = \frac{\pi d^2 h^2 \rho g}{4V - \pi d^2 h}. \quad (4)$$

Tlak vyjde v N m^{-2} , dosadíme-li do pravé strany vzťahu (4) všechny veličiny v hlavních jednotkách soustavy SI. Pro výpočet tlaku v jednotkách torr upravíme vzťah (4) takto:

$$p [\text{torr}] = \frac{p}{\rho g} = \frac{\pi d^2 h^2}{4V - \pi d^2 h},$$

přičemž délky d , h dosazujeme v mm, objem V v mm^3 . Pro dané hodnoty vyjde $p \doteq 0,51 \text{ N m}^{-2}$, $p [\text{torr}] \doteq 3,9 \cdot 10^{-3}$ torru.

4. úloha (navrhl dr. ing. Daniel Kľuvanec)

Medzi dvoma vertikálnymi doskami rovinného kondenzátora, ktorých vzdialenosť je d , padá kvapka hmotnosti m . Pri napätí U medzi doskami kondenzátora kvapka sa pohybuje rovnomerne priamočiario pod uhlom α k vertikále.

a) Čím je v tomto prípade podmienený rovnomerný priamočiary pohyb kvapky?

b) Vypočítajte náboj Q kvapky.

c) Určte prácu A , ktorú vykonali sily elektrického poľa pri pohybe kvapky v poli kondenzátora, ak vodorovná odľahlosť bodu, v ktorom kvapka opustila kondenzátor, od bodu, v ktorom vnikla do elektrického poľa kondenzátora, je Δd .

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $d = 2,0 \text{ cm}$, $m = 0,10 \text{ g}$, $\alpha = 11^\circ 20'$, $\Delta d = 1,0 \text{ cm}$, $U = 400 \text{ V}$.

Riešenie:

a) Padajúca kvapka môže konať v elektrickom poli rovinného kondenzátora rovnomerný priamočiary pohyb pod uhlom α k vertikále len vtedy, keď sa pohybuje v prostredí, ktoré kladie pohybu kvapky odpor a ak kvapka nesie elektrický náboj Q .

Vo všetkých ostatných prípadoch je výslednica síl, ktoré na kvapku pôsobia, nenulová. Podmienka uvedeného pohybu kvapky je

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0, \quad (1)$$

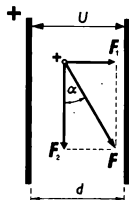
kde $\mathbf{F}_1$ je elektrická sila ($\mathbf{F}_1 = Q\mathbf{E}$, $\mathbf{E}$ je intenzita elektrického poľa), $\mathbf{F}_2$ je tiažová sila ($\mathbf{F}_2 = m\mathbf{g}$, m je hmotnosť kvapky a $\mathbf{g}$ tiažové zrýchlenie), $\mathbf{F}_3$ je sila odporu prostredia.

b) Bez ujmy na všeobecnosti riešenia predpokladajme polaritu dosiek kondenzátora a náboja na kvapke podľa obr. 24. Pohyb kvapky sa deje v smere výslednice síl $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}$, pre ktorú podľa (1) platí $\mathbf{F} = -\mathbf{F}_3$. Sila $\mathbf{F}$ zvierá so zvislým smerom uhol α , kde

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{QU}{mgd}. \quad (2)$$

U je napätie na kondenzátore a d je vzdialenosť dosiek kondenzátora. Z (2) vyplýva

$$Q = \frac{mgd}{U} \operatorname{tg} \alpha.$$



Obr. 24

c) Práca A síl elektrického poľa je

$$A = Q\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{r} = QE |\Delta\mathbf{r}| \cos \beta, \quad (3)$$

kde $\Delta\mathbf{r}$ je polohový vektor bodu, v ktorom kvapka opustila kondenzátor, vzhľadom k bodu, v ktorom kvapka do poľa kondenzátora vnikla; β je uhol vektorov $\mathbf{E}$ a $\Delta\mathbf{r}$. Vzťah (3) upravíme pomocou (2)

$$A = Q \frac{U}{d} \Delta d = mg \Delta d \operatorname{tg} \alpha.$$

Číselné riešenie:

b) $Q = 9,8 \cdot 10^{-9} \text{ C}.$

c) $A = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}.$

5. úloha (navrhl Václav Koubek)

Určenie periódy kmitov deklinačnej magnetky v magnetickom poli ako funkcie indukcie poľa

Pomôcky:

Cievka 300 Z/5 A z rozkladného transformátora (L), reostat 16 Ω /4 A (R), ampérmeter na jednosmerný prúd do 6 A, zdroj jednosmerného napätia 12 V (Z), malá deklináčna magnetka, vypínač, stopky.

Cieľ merania:

Určenie funkcie

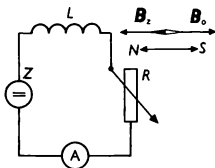
$$T = f(B), \quad (1)$$

kde T je perióda kmitov, ktoré koná magnetka v magnetickom poli o indukcii B .

Postup práce:

1. Zostavte zapojenie podľa obr. 25.

Cievku L umiestnite do vzdialenosti 15–20 cm od magnetky tak, aby jej os splývala s pozdĺžnou osou magnetky.



Obr. 25

2. Zdroj napätia pripojíme k cievke tak, aby magnetická indukcia B_e poľa cievky bola opačne orientovaná ako horizontálna zložka B_z indukcie magnetického poľa Zeme. Pri určitom prúde I_0 sa magnetka po vychýlení nevracia do smeru vektora B_z . Vtedy platí $|B_0| = |B_z|$, kde B_0 je indukcia magnetického poľa cievky v mieste magnetky.

3. Reostatom postupne nastavíme 10 rôznych hodnôt prúdu $I > I_0$. Pri každej hodnote prúdu meriame periódu kmitov magnetky. Výsledky merania zapisujeme do tabuľky.

i	1	2	3	4	5
	I [A]	$10T$ [s]	T [s]	$\log(I - I_0)$	$\log T$
0		—	—	—	—
1					
2					
.					

4. Vyhodnotenie merania:

Veľkosť B_e indukcie magnetického poľa cievky je priamo-
úmerná prúdu I , ktorý tečie cievkou, tj.

$$B_e = k_1 I.$$

Dá sa dokázať, že funkcia (1) má tvar

$$T = k_2 B^m. \quad (2)$$

V posledných dvoch vzťahoch k_1 , k_2 a m sú konštanty. Keď cievkou preteká prúd I , je v mieste uloženie magnetky pole s indukciou veľkosti

$$B = B_c - B_0 = k_1(I - I_0).$$

Potom vzťah (2) môžeme písať v tvare

$$T = k_2[k_1(I - I_0)]^m = k(I - I_0)^m, \quad (3)$$

kde $k = k_1^m k_2$.

Logaritmovaním rovnice (3) dostaneme lineárnu závislosť

$$\log T = m \log (I - I_0) + \log k. \quad (4)$$

Tabuľka nameraných hodnot:

i	1	2	3	4	5	6
	I [A]	$10T$ [s]	T [s]	$I - I_0$ [A]	$\log(I - I_0)$	$\log T$
0	1,0	—	—	—	—	—
1	1,8	14,9	1,49	0,8	-0,10	0,173
2	2,0	13,3	1,33	1,0	0,00	0,124
3	2,3	11,5	1,15	1,3	0,11	0,061
4	2,5	10,6	1,06	1,5	0,18	0,025
5	2,8	9,7	0,97	1,8	0,26	-0,013
6	3,0	9,2	0,92	2,0	0,30	-0,036
7	3,3	8,6	0,86	2,3	0,36	-0,066
8	3,5	8,3	0,83	2,5	0,40	-0,081
9	3,8	7,9	0,79	2,8	0,45	-0,102
10	4,0	7,6	0,76	3,0	0,48	-0,120

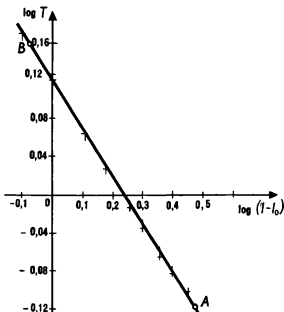
- a) Z výsledkov merania zostrojte graf funkcie (4).
 b) Z grafu funkcie (4) určte konštantu m a vyjadrite ju v tvare $m \doteq \frac{p}{q}$, kde p a q sú malé celé čísla.
 c) Určte fyzikálny rozmer konštanty k_2 zo vzťahu (2).

Riešenie:

a) Hodnoty prúdu I_i a periódy T_i odmerané postupom uvedeným v bodoch 1.–3. návodu sú v stĺpcoch 1–3 tabuľky.

Graf funkcie (4) zostrojený na základe hodnôt zo stĺpcov 5 a 6 tabuľky je na obr. 26. Body so súradnicami $[\log(I - I_0)_i; \log T_i]$ možno aproximovať priamkou. Závislosť (4) je teda lineárna.

Obr. 26



b) Konštantu m určíme meraním na grafe závislosti (4) a výpočtom

$$m = \frac{\log T_B - \log T_A}{\log (I - I_0)_B - \log (I - I_0)_A} = \frac{0,160 + 0,120}{-0,080 - 0,465} = -0,51 \approx -\frac{1}{2}.$$

Funkciu (2) teda môžeme písať v tvare

$$T = k_2 B^{-1/2}$$

c) Fyzikálny rozmer konštanty k_2 v sústave SI určíme zo vzťahu

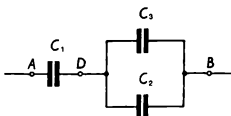
$$k_2 = TB^{1/2},$$

$$[k_2] = sT^{1/2} = s(\text{kg A}^{-1} \text{s}^{-2})^{1/2} = \text{kg}^{1/2} \text{A}^{-1/2}.$$

6. úloha (navrhl Lubomír Vašek)

Kondenzátory o kapacitách C_1 , C_2 , C_3 jsou spojeny podle schématu na obr. 27. Pro potenciály V_A , V_B v bodech A , B platí $V_A > V_B$.

a) Určete náboje Q_1 , Q_2 , Q_3 na kondenzátorech C_1 , C_2 , C_3 .



Obr. 27

b) Stanovte potenciál V_D v bodě D . Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $C_1 = 3,0 \mu\text{F}$; $C_2 = 2,0 \mu\text{F}$; $C_3 = 4,0 \mu\text{F}$; $V_A = 1600 \text{ V}$; $V_B = 400 \text{ V}$.

Řešení:

a) Označme U_{AD} , U_{DB} , U_{AB} napětí mezi příslušnými dvojicemi bodů, přičemž

$$U_{AB} = V_A - V_B.$$

Zřejmě platí

$$U_{AD} + U_{DB} = U_{AB} = V_A - V_B. \quad (1)$$

Z rovnosti nábojů na kondenzátoru o kapacitě C_1 a na soustavě dvou dalších kondenzátorů, jejíž kapacita je $C_2 + C_3$, dostaneme

$$U_{AD}C_1 = U_{DB}(C_2 + C_3). \quad (2)$$

Řešením soustavy rovnic (1), (2) stanovíme obě napětí

$$U_{AD} = \frac{C_2 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3} (V_A - V_B), \quad (3)$$

$$U_{DB} = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_3} (V_A - V_B). \quad (4)$$

Pomocí (3) a (4) dostaneme obecné výsledky

$$Q_1 = C_1 U_{AD} = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} (V_A - V_B),$$

$$Q_2 = C_2 U_{DB} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2 + C_3} (V_A - V_B),$$

$$Q_3 = C_3 U_{DB} = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} (V_A - V_B).$$

Pro zadané hodnoty vyjde $Q_1 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$; $Q_2 = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ C}$; $Q_3 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ C}$.

b) Pro potenciál V_D v bodě D platí

$$V_D = V_A - U_{AD}$$

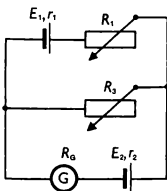
a dosazením z (3) dostaneme po úpravě

$$V_D = \frac{V_A C_1 + V_B (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $V_D = 800 \text{ V}$.

7. úloha (navrhl Eduard Chrázka)

Na obr. 28 značí E_1 , E_2 elektromotorická napětí zdrojů. Vnitřní odpory r_1 , r_2 těchto zdrojů a vnitřní odpor R_G galvanometru jsou nenulové. Hodnoty odporů v obvodu jsou takové, že na galvanometru je nulová výchylka. Změnou odporů R_1 , R_3 o ΔR_1 , ΔR_3 se dá dosáhnout, aby galvanometrem opět neprocházel proud.



Obr. 28

Vyjádřete funkci $\Delta R_3 = f(\Delta R_1)$, znáte-li poměr $k = \frac{E_1}{E_2}$.

Proveďte diskusi.

Řešení:

Poněvadž ve větvi (c) (obr. 29) neprochází proud, je mezi body A, B napětí

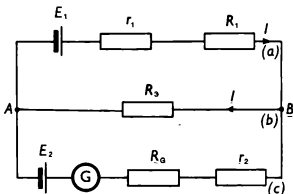
$$U_{AB} = E_2. \quad (1)$$

Toto napětí lze však také vyjádřit jako napětí E_1 zmenšené o úbytek napětí na odporu $(R_1 + r_1)$. Obvodem (a), (b) protéká proud

$$I = \frac{E_1}{R_1 + r_1 + R_3}$$

a na odporu $(R_1 + r_1)$ je úbytek napětí $I(R_1 + r_1)$, takže

Obr. 29



$$\begin{aligned}
 U_{AB} &= E_1 - I(R_1 + r_1) = E_1 - E_1 \frac{R_1 + r_1}{R_1 + r_1 + R_3} = \\
 &= E_1 \frac{R_3}{R_1 + r_1 + R_3}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Porovnáním (1) a (2) vyjádříme

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1 + r_1 + R_3}{R_3}. \tag{3}$$

Je však také podle zadání

$$k = \frac{R_1 + r_1 + R_3 + \Delta R_1 + \Delta R_3}{R_3 + \Delta R_3}. \tag{4}$$

Když z (3) vyjádříme $R_1 + r_1 + R_3 = kR_3$, dosadíme do (4) a vyjádříme ΔR_3 , dostaneme hledanou funkční závislost

$$\Delta R_3 = \frac{\Delta R_1}{k - 1}. \tag{5}$$

Diskuse:

a) Příklad $k = 1$ je vyloučen a byl by, podle (3), možný jen pro $R_3 \rightarrow \infty$, tj. při vypuštění větve (b).

b) Pro $k > 1$ je funkce (5) lineární stoupající, takže při zvětšení (zmenšení) odporu R_1 je třeba zvětšit (zmenšit) odpor R_3 .

c) Pro $k < 1$ je funkce (5) lineární klesající, takže při zvětšení (zmenšení) odporu R_1 je třeba zmenšit (zvětšit) odpor R_3 .

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhol Rastislav Baník)

Oceľová nádoba tvaru rotačného valca je položená na vodu dnom hore tak, že jej os je zvislá. Nádoba sa sčasti ponorí do vody a pláva. Potom ju vtlačáme do vody tak, že jej os je stále zvislá. Keď je vonkajší povrch dna nádoby v hĺbke h pod povrchom vody, nádoba sa vznáša.

a) Určte hĺbku h .

b) Rozhodnite, čo sa stane, ak nádobu ponoríme do hĺbky $h' > h$.

Vnútorňý polomer nádoby je r , vnútorná výška nádoby je a , hrúbka steny a dna nádoby je d . Hustota ocele je ρ_1 , hustota vzduchu za normálneho tlaku b je ρ_2 , hustota vody je ρ_3 . Teplota všetkých látok je stála a rovnaká.

Riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty: $r = 50,0$ cm, $a = 50,0$ cm, $d = 2,00$ cm, $\rho_1 = 7800$ kg m⁻³, $\rho_2 = 1,20$ kg m⁻³, $\rho_3 = 1000$ kg m⁻³, $b = 1,01 \cdot 10^5$ N m⁻².

Riešenie:

a) Predpokládajme, že nádoba sa začne vznášať vtedy, keď povrch vody pod nádobou je v hĺbke h_0 pod povrchom vody, do ktorej nádobu vtlačáme (obr. 30).

Objem vzduchu v nádobe je

$$V = \frac{\pi r^2 ab}{b + \rho_3 g h_0}, \quad (1)$$

vtedy platí

$$G_1 + G_2 = F_1 + F_2,$$

kde G_1 je tiaž nádoby, G_2 tiaž vzduchu v nádobe, F_1 je vztlaková sila pôsobiaca na nádobu, F_2 je vztlaková sila pôsobiaca na vzduch v nádobe. Po vyjadrení týchto síl zo zadaných veličín máme

$$\pi\{(r+d)^2 - r^2\} a + (r+d)^2 d \} \varrho_1 g + \pi r^2 a \varrho_2 g = \\ = \pi\{(r+d)^2 - r^2\} a + (r+d)^2 d \} \varrho_3 g + \frac{\pi r^2 a b}{b + \varrho_3 g h_0} \varrho_3 g.$$

Úpravou dostaneme h_0 :

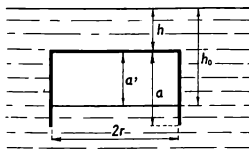
$$h_0 = \frac{b}{\varrho_3 g} \frac{r^2 a (\varrho_3 - \varrho_2) - [(r+d)^2 (a+d) - r^2 a] (\varrho_1 - \varrho_3)}{[(r+d)^2 (a+d) - r^2 a] (\varrho_1 - \varrho_3) + r^2 a \varrho_2}.$$

Keď si označíme a' výšku, ktorú zaberá v bode zvratu v nádobe vzduch, potom z (1) platí

$$a' = \frac{b}{b + \varrho_3 g h_0} a. \quad (3)$$

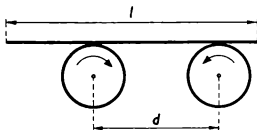
Z obr. 30 pre h môžeme napísať

$$h = h_0 - (a' + d). \quad (4)$$



Obr. 30

Obr. 31



Vzhľadom k tomu, že h_0 je vyjadrené zložitým vzťahom (2) a veličina h_0 vystupuje aj v (3), vzťah (4) ponecháme v tvare

$$h = h_0 - \left(\frac{b}{b + \rho_3 g h_0} a + d \right).$$

Číselne: $h = 1,37 \text{ m}$.

b) Ak nádobu ponoríme do hĺbky $h' > h$, potom klesá bez pôsobenia vonkajšej sily (samovoľne) ku dnu.

2. úloha (navrhl dr. ing. Daniel Kľuvanec)

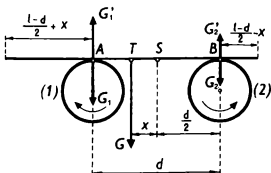
Dva rovnaké kotúče sú umiestnené v tej istej vertikálnej rovine v rovnakej výške. Vzdialenosť medzi osami kotúčov je d . Kotúče sa otáčajú navzájom v opačnom zmysle (obr. 31). Priamu homogénnu tyč všade rovnakého prierezu položíme na kotúče tak, že jej ťažisko je bližšie k jednému z kotúčov. Súčiniteľ trenia medzi kotúčmi a tyčou je f .

a) Dokážte, že tyč koná jednoduchý kmitavý pohyb.

b) Určte dobu kmitu T tyče.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty:

$$d = 10 \text{ cm}, f = 0,25.$$



Obr. 32

Riešenie:

a) Bod A je priesečník dotykovej čiary kotúča (1) s vertikálnou rovinou, bod B je priesečník kotúča (2) s vertikálnou rovinou, v ktorej sú kotúče umiestnené (obr. 32). S je stred úsečky AB . Na tyč, ktorej ťažisko T je posunuté o vzdialenosť x od bodu S , pôsobí sila veľkosti

$$F = F_{t1} - F_{t2},$$

kde F_{t1} a F_{t2} sú sily trenia medzi tyčou a kotúčmi (1) a (2).

Veľkosť sily F je

$$F = G_1 f - G_2 f = (G_1 - G_2) f, \quad (1)$$

kde G_1 a G_2 sú zložky tiaže tyče v bodoch A , B . Výpočet zložiek G_1 a G_2 vykonáme z podmienok dynamickej rovnováhy tyče k bodom A , B (súčet momentov síl k bodu A , tj. ΣM_A , a k bodu B , tj. ΣM_B , je nulový):

$$\frac{G}{l} \left(\frac{l-d}{2} + x \right) \frac{\frac{l-d}{2} + x}{2} + G'_2 d -$$

$$- \frac{G}{l} \left(d + \frac{l-d}{2} - x \right) \frac{d + \frac{l-d}{2} - x}{2} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{G}{l} \left(d + \frac{l-d}{2} + x \right) \frac{d + \frac{l-d}{2} + x}{2} - G'_1 d -$$

$$- \frac{G}{l} \left(\frac{l-d}{2} - x \right) \frac{\frac{l-d}{2} - x}{2} = 0, \quad (3)$$

kde l je dĺžka tyče G'_1 , G'_2 reakcie k zložkám G_1 , G_2 tiaže G tyče, pre ktoré platí $G'_1 = G_1$, $G'_2 = G_2$.

Zo vzťahov (2) a (3) vyplýva

$$G_1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{d} \right) G, \quad G_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{d} \right) G. \quad (4)$$

Dosadením (4) do (1) máme

$$F = \frac{2fGx}{d} = kx. \quad (5)$$

Z posledného vzťahu vidíme, že sila, ktorá vracia tyč do rovnovážnej polohy (tj. keď $T \equiv S$), je priamoúmerná výchylke x tyče, teda tyč koná jednoduchý kmitavý pohyb.

b) Zo známeho vzťahu medzi zrýchlením a výchylkou jednoduchého kmitavého pohybu

$$a = \omega^2 x = \frac{4\pi^2}{T^2} x$$

a vzťahu (5) pre dobu kmitu T tyče vyplýva

$$T = \pi \sqrt{\frac{2d}{fg}}.$$

Číselne $T = 0,90$ s.

3. úloha (navrhl Jaroslav Maryška)

Ve válci vznětového motoru je vzduch o teplotě t_1 , tlaku p_1 a objemu V_1 . Zapálení palivové směsi ve válci nastane tehdy, když kompresí vzroste teplota vzduchu ve válci z hodnoty t_1 na t_2 .

a) Určete tlak p_2 a objem V_2 vzduchu ve válci při teplotě t_2 .

b) Určete práci A vykonanou při stlačování vzduchu. Předpokládáme, že vzduch ve válci je dokonalý plyn. Válec a píst jsou z materiálu, který nevede teplo. Poissonova konstanta vzduchu je κ .

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $t_1 = 20,0^\circ\text{C}$; $p_1 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$; $V_1 = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$; $t_2 = 624^\circ\text{C}$; $\kappa = 1,40$.

Řešení:

a) Pro adiabatický děj platí

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad (1)$$

a podle stavové rovnice je

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad (2)$$

kde $T_1 = t_1 + T_0$, $T_2 = t_2 + T_0$ značí absolutní teploty odpovídající teplotám t_1 , t_2 a $T_0 \doteq 273$ K.

Ze soustavy rovnic (1) a (2) vypočítáme

$$p_2 = p_1 \left(\frac{t_2 + T_0}{t_1 + T_0} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}},$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{t_1 + T_0}{t_2 + T_0} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $p_2 \doteq 5,07 \cdot 10^6 \text{ N m}^{-2}$; $V_2 \doteq 6,10 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$.

b) Práce A vykonaná při stlačování vzduchu je rovna změně jeho vnitřní energie. Má-li vzduch ve válci hmotnost m , molekulovou hmotnost M_m a měrné teplo c_V při stálém objemu, pak

$$A = mc_V(t_2 - t_1). \quad (3)$$

Ze stavové rovnice vyplývá

$$m = \frac{M_m p_1 V_1}{R T_1}, \quad (4)$$

kde R značí univerzální plynovou konstantu. Dále platí vztah Mayerův

$$\kappa - 1 = \frac{R}{c_V M_m}. \quad (5)$$

Z (5) vyjádříme M_m , dosadíme do (4), odtud vyjádříme součin mc_V , dosadíme do (3) a dostaneme

$$A = \frac{p_1 V_1 (t_2 - t_1)}{(t_1 + T_0)(\kappa - 1)}.$$

Pro zadané hodnoty vyjde $A \doteq 520 \text{ J}$.

4. úloha (navrhl dr. ing. Daniel Kluvanec)

Vo vákuu je v bode A kladný bodový náboj Q a v bode B záporný bodový náboj $-Q$. p_1 je priamka daná bodmi A, B . Priamka p_2 je kolmá na úsečku AB a prechádza stredom C tejto úsečky. $\mathbf{E}_1$ je intenzita elektrického poľa dvojice nábojov Q a $-Q$ v bodoch P_1 priamky p_1 a $\mathbf{E}_2$ je intenzita elektrického poľa dvojice nábojov Q a $-Q$ v bodoch P_2 priamky p_2 .

Dokážte, že pre $P_1C = P_2C = r$ platí $\mathbf{E}_1 = -2\mathbf{E}_2$, ak $r \gg AB$.

Riešenie:

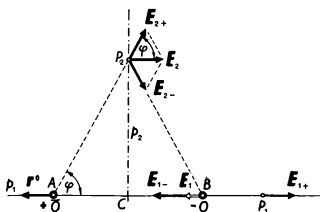
Zo zadania úlohy vyplýva, že je potrebné stanoviť intenzity $\mathbf{E}_1$ a $\mathbf{E}_2$ elektrického poľa dvojice nábojov Q a $-Q$ na priamkách p_1 a p_2 (obr. 33) vo vzdialenostiach, ktoré sú väčšie ako je vzdialenosť AB . Označme $AB = l$.

Najskôr stanovíme závislosť $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_1(r)$.

Z obr. 33 platí

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{1+} + \mathbf{E}_{1-} = (E_{1-} - E_{1+}) \mathbf{r}^0,$$

Obr. 33



kde E_{1-} a E_{1+} sú veľkosti intenzít $\mathbf{E}_{1-}$ a $\mathbf{E}_{1+}$ od bodových nábojov $-Q$ a Q v bode P_1 ; $\mathbf{r}^0$ je jednotkový vektor:

$$\mathbf{r}^0 = \frac{\mathbf{BA}}{BA}.$$

Potom platí

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= k_0 Q \left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] \mathbf{r}^0 = \\ &= k_0 Q \frac{2rl}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2} \mathbf{r}^0. \end{aligned}$$

Pre $r \gg AB = l$ platí

$$\mathbf{E}_1 \doteq \frac{2k_0 Q l}{r^3} \mathbf{r}^0, \quad (1)$$

kde

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

a ϵ_0 je absolútna permitivita vákua.

Pre intenzitu $\mathbf{E}_2$ platí

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_2 &= 2E_{2+} \cos \varphi(-r^0) = \\ &= -2k_0 \frac{Q}{r^2 + \frac{l^2}{4}} \frac{\frac{l}{2}}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{1/2}} r^0 = -\frac{k_0 Q l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} r^0,\end{aligned}$$

kde E_{2+} je veľkosť intenzity $\mathbf{E}_{2+}$ elektrického poľa od náboja Q v bode P_2 . Pre $r \gg l$ z posledného vzťahu vyplýva

$$\mathbf{E}_2 = -\frac{k_0 Q l}{r^3} r^0. \quad (2)$$

Z (1) a (2) dostaneme $\mathbf{E}_1 = -2\mathbf{E}_2$.

Z obrázku je zrejmé, že výsledok $\mathbf{E}_1 = -2\mathbf{E}_2$ nie je závislý od toho, či výpočet $\mathbf{E}_1$ uskutočníme pre body vpravo od bodu B alebo pre body vľavo od bodu B . Podobne body P_2 možno voliť v ľubovoľnom mieste priamky p_2 .

3. Úlohy kategórie C

Úlohy a řešení recenzovali dr. Marta Chytilová a dr. Ivan Náter.

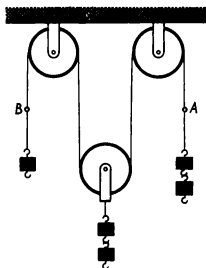
a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhla Dr. Marta Chytilová)

Pět závaží o stejných hmotnostech m je rozmístěno v soustavě kladek podle obr. 34. Hmotnost lana a kladek je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti závaží.

a) Určete zrychlení těles soustavy.

b) Určete sílu, kterou je napínáno lano v místě A a v místě B .



Obr. 34

c) Jakou silou je namáhán čep pravé pevné kladky a levé pevné kladky? Jakými silami by byly namáhány čepy, kdyby soustava těles byla v klidu?

Řešení:

Zavedeme si označení: m_1 , m_2 , m_3 hmotnosti těles, a_1 , a_2 , a_3 zrychlení jejich pohybu, s_1 , s_2 , s_3 posunutí těles za dobu t , F síla napínající lano.

V podmínkách úlohy je síla F ve všech místech lana stejně veliká. Ze zákona síly vyplývá

$$m_1 g + F = m_1 a_1, \quad (1)$$

$$m_2 g + 2F = m_2 a_2, \quad (2)$$

$$m_3 g + F = m_3 a_3. \quad (3)$$

Posunutí s_1 soustavy (1) za dobu t vyvolá posunutí soustavy (2) nesouhlasně orientované velikosti $s'_2 = -\frac{s_1}{2}$. Posunutí s_3 soustavy (3) za dobu t vyvolá posunutí soustavy (2) nesouhlasně orientované velikosti $s''_2 = -\frac{s_3}{2}$. Současný pohyb soustav (1) a (3) za dobu t vyvolá posunutí soustavy (2) velikosti $s_2 = -\frac{s_1 + s_3}{2}$. Protože jde o pohyby rovnoměrně zrychlené, jsou velikosti příslušných zrychlení přímo úměrné posunutím, proto pro ně platí

$$a_2 = -\frac{a_1 + a_3}{2}. \quad (4)$$

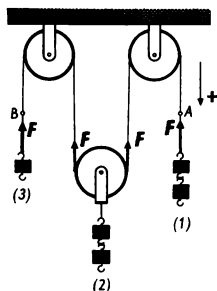
a) Soustavu rovnic upravíme podle podmínek úlohy:

$$m_1 = m_2 = 2m, \quad m_3 = m.$$

Vektorové rovnice (1), (2) a (3) převedeme na rovnice algebraické použitím znaménkové konvence:

Velikostem přiřadíme znaménko kladné, pokud je příslušný vektor orientován dolů, znaménko záporné, pokud je příslušný vektor orientován vzhůru. Soustava rovnic (1)–(4) má pak tento algebraický tvar:

$$\begin{aligned} 2mg - F &= 2ma_1, \\ 2mg - 2F &= +2ma_2, \\ mg - F &= +ma_3, \\ a_1 + 2a_2 + a_3 &= 0. \end{aligned}$$



Obr. 35

Řešením dostaneme:

$$a_1 = \frac{3}{7} g; \quad a_2 = a_3 = -\frac{1}{7} g.$$

Podle výsledků se část (1) soustavy (viz obr. 35) pohybuje dolů, části (2) a (3) vzhůru.

b) V místě A i B je lano napínáno stejně velikou silou

$$F = \frac{8}{7} mg.$$

c) Je-li soustava v pohybu, je čep pravé pevné kladky namáhán stejně velikou silou jako čep levé pevné kladky:

$$2F = \frac{16mg}{7}.$$

Je-li soustava v klidu, je levý čep namáhán silou $2mg$, pravý $3mg$.

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

Z vodorovné podlahy (1), která je vzhledem k povrchu Země v klidu, je vrženo svisle vzhůru těleso počáteční rychlostí v_0 . Vrh popisují dva pozorovatelé: Pozorovatel P_1 , který stojí na podlaze (1), a pozorovatel P_2 , který stojí na vodorovné podlaze (2) výtahu a spolu s ní koná rovnoměrně zrychlený pohyb svisle vzhůru se zrychlením a_2 .

V okamžiku vrhu jsou podlahy (1) a (2) v téže vodorovné rovině a okamžitá rychlost podlahy (2) vzhledem k povrchu Země je v_2 .

a) Jak popíše pohyb tělesa pozorovatel P_1 od okamžiku vrhu do okamžiku návratu tělesa na podlahu (1)? Určete velikost okamžité rychlosti v jako funkci času, výšku vrhu, úhrnnou dobu pohybu tělesa.

b) Jak popíše pohyb pozorovatel P_2 od okamžiku vrhu do okamžiku, kdy těleso míjí podlahu (2)? Určete velikost okamžité rychlosti jako funkci času, výšku vrhu, tj. maximální vzdálenost tělesa od podlahy (2), úhrnnou dobu pohybu tělesa.

c) Po obecném vyřešení řešte úlohu ve zvláštním případě pro hodnoty $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$, $a_2 = 5 \text{ m s}^{-2}$, $v_2 = 5 \text{ m s}^{-1}$.

Řešení:

a) Pohyb v inerciální vztažné soustavě, v níž je pozorovatel P_1 v klidu. Pohyb tělesa je rovnoměrně zpomalený a platí:

$$v = v_0 - gt;$$

$$t_1 = \frac{v_0}{g}; \quad h_1 = \frac{v_0^2}{2g}; \quad \tau_1 = 2t_1.$$

b) Pohyb v neinerciální vztažné soustavě, v níž je pozorovatel P_2 v klidu. Na těleso působí kromě tíhové síly také setrvačná síla svisle dolů. Pro rychlost a dráhu platí

$$v = v_0 - v_2 - (g + a_2)t,$$

$$s = (v_0 - v_2)t - \frac{g + a_2}{2}t^2.$$

Rychlost je nulová v čase t_2 , pro nějž platí

$$t_2 = \frac{v_0 - v_2}{g + a_2} < t_1.$$

Za dobu t_2 dosáhne těleso nejvyššího bodu nad podlahou pozorovatele P_2 :

$$h_2 = \frac{(v_0 - v_2)^2}{2(g + a_2)} < h_1.$$

Pak klesá rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $g + a_2$, dosáhne podlahy pozorovatele P_2 za dobu měřenou od počátku pohybu

$$\tau_2 = 2t_2 < \tau_1.$$

c) V případě, že jsou dány hodnoty $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$, $a_2 = 5 \text{ m s}^{-2}$, $v_2 = 5 \text{ m s}^{-1}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, pro pozorovatele P_1 :

$$t_1 = \frac{v_0}{g} = 2 \text{ s}, \quad h_1 = \frac{v_0^2}{2g} = 20 \text{ m}; \quad \tau_1 = 2t_1 = 4 \text{ s};$$

pro pozorovatele P_2 :

$$t_2 = \frac{v_0 - v_2}{g + a_2} = 1 \text{ s}; \quad h_2 = \frac{(v_0 - v_2)^2}{2(g + a_1)} = 7,5 \text{ m};$$

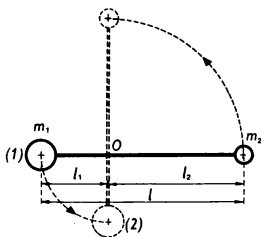
$$\tau_2 = 2t_2 = 2 \text{ s}.$$

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

Dvě stejnorodé koule o hmotnostech m_1 a m_2 , $m_1 > m_2$, jsou upevněny na koncích velmi tenké válcové tyče, jejíž hmotnost je zanedbatelná vzhledem k hmotnostem m_1 a m_2 . Vzdálenost středů koulí je l . Soustava je otáčivá kolem vodorovné osy o procházející bodem O tyče kolmo k podélné ose tyče. Vzdálenost bodu O od středu koule o hmotnosti m_1 je l_1 , od středu koule o hmotnosti m_2 je l_2 , $l = l_1 + l_2$ (obr. 36).

a) Ve které poloze bodu O vzhledem ke středům koulí je soustava v rovnovážné poloze?

b) Poloha bodu O je taková, že se soustava silovým působením tíhového pole uvede z počáteční klidové polohy (1) do otáčivého pohybu kolem osy o v kladném smyslu. Určete velikost rychlosti v_1 koule o hmotnosti m_1 v nejnižší poloze a velikost rychlosti v_2 koule o hmotnosti m_2 v nej-



Obr. 36

vyšší poloze. Popište a odůvodněte pohyb soustavy po dosažení polohy (2).

c) Proveďte diskusi pohybu soustavy silovým působením tíhového pole pro různé polohy bodu O na tyči.

d) Po obecném vyřešení úlohy řešte ve zvláštním případě pro hodnoty $m_1 = 2,0 \text{ kg}$, $m_2 = 1,0 \text{ kg}$, $l = 1,00 \text{ m}$.

Pro kterou polohu bodu O je soustava v rovnovážné poloze? Pro které polohy bodu O vzhledem ke středům koulí se soustava otočí z klidové polohy (1) podle obr. 36 ve smyslu kladném a pro které ve smyslu záporném do polohy (2)?

Sestrojte tabulku a graf funkce $v_1 = f_1(l_1)$ a funkce $v_2 = f_2(l_2)$ ve shora vymezených oborech proměnných l_1 a l_2 . K sestrojení grafů použijte milimetrový papír.

Řešení:

a) Soustava těles podle obr. 36 je v rovnovážné poloze (1), jestliže momenty tíhové síly působící na koule vzhledem k vodorovné ose procházející bodem O jsou stejně veliké a nesouhlasně orientované.

Platí

$$m_1 g l_1 = m_2 g l_2,$$

$$m_1 l_1 = m_2 l_2.$$

b) Soustava se uvede do otáčivého pohybu ve smyslu kladném, jestliže platí

$$m_1 g l_1 > m_2 g l_2,$$

$$m_1 l_1 > m_2 l_2. \quad (1)$$

Označme v_1 , v_2 rychlosti koulí v poloze soustavy (2). Při otočení soustavy z polohy (1) do polohy (2) podle obr. 36 platí podle zákona zachování mechanické energie

$$-m_2 g l_2 + m_1 g l_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2, \quad (2)$$

přičemž

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{l_1}{l_2}. \quad (3)$$

Řešením rovnic (2), (3) dostaneme

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g(m_1 l_1 - m_2 l_2)}{m_1 + m_2 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2g(m_1 l_1 - m_2 l_2)}{m_2 + m_1 \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2}}. \quad (4)$$

Vzhledem k podmínce (1) je řešení reálné.

Soustava projde setrvačností polohou (2), těžiště soustavy stoupá, rychlosti koulí se zmenšují k nule v poloze, v níž spojnice středů koulí je vodorovná. Těžiště soustavy je nyní vpravo od osy a moment tíhové síly uvede těleso do otáčivého pohybu ve smyslu záporném. Těleso projde polohou (2) až do výchozí polohy (1) a děj se opakuje.

c) Jsou možné tři případy:

1. $m_1 l_1 = m_2 l_2$, pak podle a) je soustava v rovnovážné poloze (1).

2. $m_1 l_1 > m_2 l_2$, pak podle b) je soustava uvedena do kmitavého pohybu tak, že z klidové polohy (1) se otáčí v kladném smyslu. V poloze (1) je těžiště soustavy vlevo od osy.

3. $m_1 l_1 < m_2 l_2$, pak těžiště soustavy v poloze (1) je vpravo od osy a moment tíhové síly uvede soustavu do kmitavého pohybu tak, že z počáteční klidové polohy se soustava otáčí ve smyslu záporném.

d) Pro $m_2 = \frac{1}{2} m_1$ je soustava v rovnovážné poloze, platí-li podle a)

$$l_1 = \frac{1}{2} l_2;$$

$$l_1 + l_2 = 1 \text{ m};$$

$$l_1 = \frac{1}{3} \text{ m}, \quad l_2 = \frac{2}{3} \text{ m}.$$

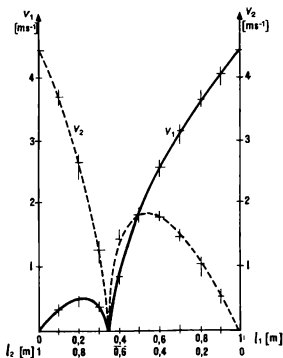
Pro $l_1 > \frac{1}{3} \text{ m}$ se otáčí soustava z klidové polohy (1) podle

obr. 36 ve smyslu kladném, pro $l_1 < \frac{1}{3}$ m ve smyslu záporném do polohy (2).

V tabulce a grafu jsou uvedeny absolutní velikosti rychlostí. Graf funkcí je na obr. 37.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

Dvě dokonale pružné koule o hmotnostech m_1 a $m_2 = 2m_1$ jsou zavěšeny na nitích délky l tak, že se navzájem dotýkají.



Obr. 37

Tabulka hodnot funkcí $v_1 = f_1(l_1)$ a $v_2 = f_2(l_2)$:

l_1 [m]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
l_2 [m]	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
v_1 [ms ⁻¹]	0	0,49	0,67	0,52	0,97	1,82	2,55	3,17	3,68	4,11	4,47
v_2 [ms ⁻¹]	4,47	3,72	2,66	1,21	1,45	1,82	1,71	1,36	0,92	0,45	0,0

Poloměry koulí jsou zanedbatelné vzhledem k délce l . Koule vychýlíme tak, že napjaté niti mají vodorovný směr (svírají úhel 180°), a současně uvolníme. Koule se vracejí do rovnovážné polohy, kde dojde ke středovému rázu.

a) Do které výšky vystoupí která koule po rázu? Provedte diskusi.

b) Ověřte výsledek řešení úlohy podle zákona zachování mechanické energie soustavy koulí v nejvyšší poloze před uvedením do pohybu a po maximální výchylce koulí po rázu.

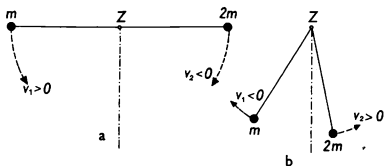
c) Určete potenciální energii pružnosti koulí v okamžiku jejich největší deformace při rázu.

d) Po obecném vyřešení úlohy řešte úlohu ve zvláštním případě pro hodnoty: $l = 125$ cm, $m_1 = 100$ g.

Odpor vzduchu je zanedbatelný. Délka nití je stálá.

Řešení:

Obě koule (obr. 38a) padají ze stejné výšky, získávají tedy stejně velké rychlosti v nesouhlasně orientované. Rychlosti po rázu označme v_1 , v_2 .



Obr. 38

Za předpokladu $m_1 < m_2$ mohou po rázu nastat tři případy:

1. Koule o hmotnosti m_1 změni orientaci rychlosti, koule o hmotnosti m_2 nikoli.

2. Koule o hmotnosti m_1 změni orientaci rychlosti, koule o hmotnosti m_2 také.

3. Koule o hmotnosti m_1 změni orientaci rychlosti, koule o hmotnosti m_2 zůstane v klidu.

a) Podle zákona zachování hybnosti platí pro izolovanou soustavu koulí

$$m_1 \mathbf{v} - m_2 \mathbf{v} = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2. \quad (1)$$

Vektorovou rovnici vyjádříme jako algebraickou podle této dohody: hybnosti a rychlosti koule přiřadíme znaménko +, otáčí-li se koule ve smyslu kladném; hybnosti a rychlosti koule přiřadíme znaménko –, otáčí-li se koule ve smyslu záporném. Předpokládejme, že koule o hmotnosti m_1 se otáčí ve smyslu kladném.

Dosadíme: $m_1 = m$, $m_2 = 2m$; $v^2 = 2gl$.

Rovnici (1) zapíšeme:

$$mv - 2mv = +mv_1 + 2mv_2,$$

kde $v = \sqrt{2gl} > 0$.

Odtud:

$$v_1 + 2v_2 = -\sqrt{2gl}. \quad (2)$$

Podle zákona zachování mechanické energie platí pro kinetickou energii dokonale pružných koulí před rázem a po něm

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}2mv^2 &= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}2mv_2^2, \\ v_1^2 + 2v_2^2 &= 6gl. \end{aligned} \quad (3)$$

Řešením soustavy rovnic (2) a (3) dostaneme kvadratickou rovnici

$$3v_2^2 + 2v_2\sqrt{2gl} - 2gl = 0.$$

Její kořeny jsou:

$$v_{21} = -\sqrt{2gl}, \quad v_{22} = +\frac{\sqrt{2gl}}{3}.$$

Pomocí (2) dostaneme

$$v_{11} = +\sqrt{2gl}; \quad v_{12} = \frac{-5\sqrt{2gl}}{3}.$$

První dvojice kořenů v_{11} a v_{21} nemůže vystihnout fyzikální realitu, neboť koule by musely proniknout jedna druhou. Podmínkám úlohy vyhovuje druhá dvojice kořenů

$$v_1 = -\frac{5\sqrt{2gl}}{3}, \quad v_2 = \frac{\sqrt{2gl}}{3}.$$

Podle těchto výsledků obě koule po rázu změni orientaci svých původních rychlostí. Ze tří možností v podmínkách úlohy nastane tedy případ 2. Situaci po rázu znázorňuje obr. 38b.

Koule o hmotnosti m může po rázu vystoupit do výšky h_1 nad místem rázu vyjádřené ze zákona zachování mechanické energie:

$$\frac{1}{2} mv_1^2 = mgh_1,$$

tedy

$$h_1 = \frac{25}{9} l = 2l + \frac{7}{9} l.$$

Maximální výstup koule je však $2l$; v této výšce neztrácí veškerou kinetickou energii, ale otáčí se ve stejném smyslu dál.

Koule o hmotnosti $2m$ vystoupí po rázu do výšky h_2 nad místem rázu vyjádřené vztahem

$$\frac{1}{2} 2mv_2^2 = 2mgh_2,$$

$$h_2 = \frac{1}{9} l.$$

b) Počáteční potenciální energie tíhová soustavy koulí vzhledem k rovnovážné poloze koulí je

$$mgl + 2mgl = 3mgl.$$

Koule o hmotnosti m má v nejvyšší poloze $2l$ nad rovnovážnou polohou potenciální energii tíhovou a kinetickou energii; jejich součet je

$$mg \, 2l + mg \, \frac{7}{9} l = \frac{25}{9} mgl.$$

Koule o hmotnosti $2m$ má v nejvyšší poloze $h_2 = \frac{1}{9} l$ nad rovnovážnou polohou potenciální energii tíhovou

$$2mgh_2 = \frac{2}{9} mgl.$$

Energie soustavy koulí v maximální výchylce po rázu je

$$\left(\frac{25}{9} + \frac{2}{9} \right) mgl = 3mgl,$$

což se rovná počáteční potenciální energii tíhové soustavy koulí.

c) Při rázu vytvoří koule jediné těleso o hmotnosti $3m$, které se pohybuje rychlostí u . Ze zákona zachování hybnosti vyplývá $3mu = mv - 2mv$, algebraicky: $3mu = mv - 2mv$. Z toho plyne

$$u = -\frac{v}{3} = -\frac{1}{3} \sqrt{2gl}.$$

Úhrnná potenciální energie tíhová v počáteční poloze kouli vzhledem k rovnovážné poloze je $W = 3mgl$.

Úhrnná kinetická energie tělesa po rázu je

$$W_k = \frac{3}{2} mu^2 = \frac{mgl}{3}.$$

Největší potenciální energie pružnosti tělesa při rázu

$$W_p = W - W_k = \frac{8mgl}{3}.$$

d) Řešení pro dané hodnoty:

$$v = 5 \text{ m s}^{-1}, \quad g \doteq 10 \text{ m s}^{-2}, \quad l = 1,25 \text{ m}, \quad m = 0,1 \text{ kg},$$

$$v_1 = -\frac{25}{3} \text{ m s}^{-1}, \quad v_2 = \frac{5}{3} \text{ m s}^{-1},$$

$$h_1 = 2,50 \text{ m} + \frac{8,75}{9} \text{ m} \doteq 2,50 \text{ m} + 0,97 \text{ m} (= 3,47 \text{ m}),$$

$$h_2 = \frac{1,25}{9} \text{ m} \doteq 0,14 \text{ m}.$$

Maximální potenciální energie pružnosti soustavy při rázu

$$W_p = \frac{10}{3} \text{ J}.$$

5. úloha (navrhl ing. Bohumil Vybíral)

Pozorovatel v palebném postavení dělostřelecké baterie pozoruje tryskové letadlo, které letí vodorovně rychlostí v ve výšce h . V okamžiku, kdy letadlo je přesně nad dělem, vystřelí dělo střelu počáteční rychlostí v_0 a v elevačním úhlu α_0 .

a) Určete úhel α_0 tak, aby došlo k zásahu letadla.

b) Určete vodorovnou vzdálenost od děla, v níž dojde k zásahu, a čas t , který uplyne od výstřelu k zásahu. Proveďte diskusi řešení.

Odpor vzduchu neuvažujte.

Po obecném vyřešení úlohy řešte úlohu ve zvláštním případě pro hodnoty $v = 1080 \text{ km h}^{-1}$, $h = 2500 \text{ m}$, $v_0 = 600 \text{ m s}^{-1}$.

Řešení:

Ve svislé rovině určené dráhou letadla a postavením děla zvolíme soustavu souřadnic (x, y) tak, že počátek soustavy je v koncovém bodu hlavně děla a osa x je rovnoběžná s dráhou letadla. Aby došlo k zásahu letadla střelou, musí platit

$$v_x = v. \quad (1)$$

a) Elevační úhel α_0 je určen vztahem

$$\cos \alpha_0 = \frac{v}{v_0}.$$

b) Pro šikmý vrh v soustavě souřadnic (x, y) platí

$$y = x \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{gx^2}{2v_x^2},$$

tedy pro výšku letadla h platí

$$h = x \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{gx^2}{2v^2}.$$

Řešení rovnice

$$\frac{gx^2}{2v^2} - x \operatorname{tg} \alpha_0 + h = 0$$

můžeme psát ve tvaru:

$$x_{1,2} = \frac{v^2}{g} \operatorname{tg} \alpha_0 \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{2gh}{v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0}} \right].$$

Řešení je reálné, jestliže diskriminant $D \geq 0$. Tedy

$$v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0 \geq 2gh.$$

Poněvadž $v_y = v_x \operatorname{tg} \alpha_0$, je

$$v_y^2 \geq 2gh. \quad (2)$$

Z toho plyne

$$v_0^2 = v_x^2 + v_y^2 \geq v^2 + 2gh. \quad (3)$$

Jsou-li splněny podmínky (1), (2), (3), dojde k zásahu letadla v bodě o souřadnicích (x_1, h) .

Z (2) a (3) plyne

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \sqrt{\frac{v_0^2}{v^2} - 1}.$$

Po dosazení do výrazu pro $x_{1,2}$ dostaneme (bereme-li jen znaménko $-$)

$$x = \frac{v}{g} \sqrt{v_0^2 - v^2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2gh}{v_0^2 - v^2}} \right].$$

Pro dobu t , která uplyne od výstřelu do zásahu, platí

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 - v^2}}{g} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2gh}{v_0^2 - v^2}} \right].$$

c) Po dosazení daných hodnot vychází

$$\cos \alpha_0 = \frac{v}{v_0} = \frac{1}{2}, \quad \alpha_0 = 60^\circ.$$

Poněvadž $\sqrt{v^2 + 2gh} \doteq 373 \text{ m s}^{-1}$ a $v_0 = 600 \text{ m s}^{-1}$, je vztah (3) splněn a řešení je reálné:

Vodorovná vzdálenost místa zásahu od děla $x \doteq 1510 \text{ m}$; čas, který uplyne od výstřelu do zásahu: $t \doteq 5,03 \text{ s}$.

6. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

Měření atmosférického tlaku

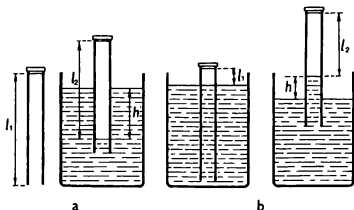
Máte k dispozici skleněný válec vyšší než 0,6 m s vodou, skleněnou trubicí na obou koncích otevřenou, zátku, kterou je možno trubicí těsně uzavřít, milimetrové kovové měřítko, aneroid.

S použitím těchto pomůcek změřte atmosférický tlak.

Úkoly:

- Navrhněte postup pokusu a doplňte návrh náčrtky.
- Proveďte měření podle návrhu, vypočítejte atmosférický tlak a stanovte absolutní chybu výsledku.
- Ověřte správnost naměřené hodnoty, kterou přečtete během pokusu na aneroidu.
- Proveďte pokud možno dvě varianty pokusu.

Obr. 39



Řešení:

1. varianta:

a) Trubicí uzavřeme zátkou a ponoříme otevřeným koncem ve svislém směru do vody v odměrném válci (obr. 39a). Pokud není trubice ponořena do vody, je naplněna vzduchem za atmosférického tlaku p_1 ; označme její délku l_1 a průřez kolmý k ose S ; objem vzduchu $V_1 = l_1 S$. Po ponoření do vody je délka sloupce vzduchu l_2 , objem vzduchu je $V_2 = l_2 S$. Za předpokladu, že teplota je stálá, platí podle Boyleova zákona

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

$$p_1 l_1 = p_2 l_2.$$

Platí

$$p_2 = p_1 + \rho gh,$$

a tedy

$$p_1 l_1 = (p_1 + \rho gh) l_2.$$

Odtud $p_1 = \frac{\rho gh l_2}{l_1 - l_2}$, kde ρ je hustota vody za dané teploty.

b) Změříme l_1 pětkrát a určíme aritmetický průměr $\bar{l}_1$. Ponoříme trubicí svisle do vody otevřeným koncem, pro 5 různých poloh trubice změříme l_2 a h ;

$$t = 21^\circ\text{C}, \quad \rho_{21} = 998 \text{ kg m}^{-3}, \quad g = 9,81 \text{ m s}^{-2}.$$

Odhad absolutních chyb: $\delta l_1 = 0,5 \text{ mm}$, $\delta l_2 = 0,5 \text{ mm}$, $\delta h = 0,5 \text{ mm}$.

Pro relativní chybu platí

$$\delta_r p_1 = \frac{\delta p_1}{\bar{p}_1} = \frac{\delta h}{h} + \frac{\delta l_2}{l_2} + \frac{\delta(l_1 - l_2)}{\bar{l}_1 - \bar{l}_2},$$
$$\delta_r p_1 = \frac{0,5}{2 \cdot 783} + \frac{0,5}{2 \cdot 914} + \frac{1,0}{71} = 0,01527.$$

Čís. měření	l_1 [mm]	l_2 [mm]	h [mm]	p_1 [N m ⁻²]
1	986	915	782	98666
2	985	914	784	98812
3	984	913	781	98432
4	983	916	785	105075
5	987	912	783	93216
	Σl_1 4925	Σl_2 4570	Σh 3915	Σp_1 494201
	$\bar{l}_1$ 985	$\bar{l}_2$ 914	$\bar{h}$ 783	$\bar{p}_1$ 98840

Z toho

$$\delta p_1 = \bar{p}_1 \delta_r p_1 = 1509 \text{ N m}^{-2} \doteq 2 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-2}$$

a

$$p_1 = (\bar{p}_1 \pm \delta p_1) = (99 \pm 2) \cdot 10^3 \text{ N m}^{-2} = (74 \pm 1) \cdot 10 \text{ torrů.}$$

c) Aneroid ukazoval tlak 748 torrů, což je hodnota nacházející se uvnitř intervalu určeného horní a dolní mezi vypočítané hodnoty.

2. varianta:

Otevřenou trubici ponoříme svisle do vody ve válci až ke dnu, pak trubici nahoře uzavřeme zátkou a pozvedneme tak, aby povrch vody uvnitř a vně trubice byl v jedné vodorovné rovině, změříme pětkrát délku l_1 , zvedneme trubici ještě výše a změříme l_2 a h (obr. 39b). Měření provedeme v pěti polohách a zapíšeme do tabulky.

Určíme

$$p_1 = \frac{\rho g h l_2}{l_2 - l_1}.$$

Další postup jako ve variantě 1.

7. úloha (navrhl dr. Miroslav Bajer)

Ve válci je pod pístem uzavřen vzduch objemu V_0 , tlaku p_0 a teploty T_0 . Vzduch přijme teplo Q za stálého tlaku; jeho objem se zvětší na V_1 . Vzduch potom za stálého objemu V_1 odevzdá teplo Q stejné velikosti.

a) Určete tlak p vzduchu na konci této změny.

b) Podle předpokladu je $V_1 > V_0$. Ověřte, zda tato nerovnost neodporuje vztahu pro výsledný tlak vzduchu.

Vzduch považujeme za dokonalý plyn. Píst se pohybuje ve válci bez tření.

Řešení:

Označení: m hmotnost vzduchu, M molová hmotnost vzduchu, c_p měrné teplo při stálém tlaku, c_v měrné teplo při stálém objemu.

a) Počáteční stav vzduchu p_0 , V_0 , T_0 . Vzduch přijme teplo Q za stálého tlaku p_0 , teplota se zvýší na T' :

$$Q = c_p m (T' - T_0). \quad (1)$$

Pro počáteční stav platí

$$p_0 V_0 = \frac{m}{M} R T_0, \quad (2)$$

pro konečný

$$p_0 V_1 = \frac{m}{M} R T'. \quad (3)$$

Plyn odevzdá svému okolí stejně velké teplo Q za stálého objemu V_1 ; jeho tlak se změní z p_0 na p_1 a teplota klesne na T_1 . Pro odevzdané teplo platí

$$Q = c_V m (T' - T_1).$$

Vzduch ze stavu p_0, V_1, T' přejde do stavu p_1, V_1, T_1 , platí tedy

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1. \quad (5)$$

Z (1) a (4) dostaneme

$$c_p (T' - T_0) = c_V (T' - T_1). \quad (6)$$

Ze (2) určíme T_0 , z (3) určíme T' , z (5) určíme T_1

$$T_0 = p_0 V_0 \frac{M}{m} \frac{1}{R}, \quad T' = p_0 V_1 \frac{M}{m} \frac{1}{R}, \quad T_1 = p_1 V_1 \frac{M}{m} \frac{1}{R}.$$

Po dosazení do (6) dostaneme

$$c_p (p_0 V_1 - p_0 V_0) = (p_0 V_1 - p_1 V_1) c_V.$$

Z toho plyne po dosazení $c_p = \kappa c_V$

$$p_1 = p_0 \left[1 - \kappa \frac{V_1 - V_0}{V_1} \right] = p_0 \left[1 - \kappa \left(1 - \frac{V_0}{V_1} \right) \right].$$

b) $V_1 > V_0, p_1 < p_0$, proto

$$0 < \frac{p_1}{p_0} = 1 - \kappa \left[1 - \frac{V_0}{V_1} \right] < 1.$$

Odtud plyne

$$1 - \frac{V_0}{V_1} > 0, \quad \text{tj.} \quad 1 > \frac{V_0}{V_1}.$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl ing. Bohumil Vybíral)

Kosmonaut na Měsíci vrhne těleso počáteční rychlostí v_0 , která svírá s vodorovnou rovinou ostrý úhel α . Těleso dopadne na vodorovnou rovinu procházející počátečním bodem vrhu.

a) Porovnejte šikmý vrh tělesa na povrchu Měsíce se šikmým vrhem tělesa na povrchu Země za jinak stejných podmínek: určete poměr výšek výstupu $h_M : h_Z$, poměr vodorovných dálek vrhu $d_M : d_Z$, poměr časových úseků mezi počátkem vrhu a dopadem tělesa $t_M : t_Z$, poměr hybností těles $p_M : p_Z$ v bodech dopadu.

b) Jak velikou rychlostí v musíme vrhnout těleso na povrchu Země, abychom za jinak stejných podmínek dosáhli stejné dálky vrhu jako v případě a) na Měsíci?

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnotu $v_0 = 2,00 \text{ m s}^{-1}$; $m_Z : m_M = 81,5$; $r_M : r_Z = 0,283$; index Z se vztahuje k Zemi, index M se vztahuje k Měsíci.

V obou případech předpokládáme, že pohyb se děje ve vakuu. V prostorech, v nichž pohyby probíhají, považujeme gravitační pole Měsíce a Země za homogenní. Vliv rotace Země a Měsíce neuvažujeme.

Řešení:

a) Za předpokladů uvedených v textu úlohy se podmínky vrhů liší velikostí intenzity gravitačního pole na povrchu Země a Měsíce:

$$a_{gM} = \kappa \frac{m_M}{r_M^2}, \quad a_{gZ} = \kappa \frac{m_Z}{r_Z^2}. \quad (1)$$

Pro výšky výstupu platí:

$$h_M = \frac{v_0^2}{2a_{gM}} \sin^2 \alpha, \quad h_Z = \frac{v_0^2}{2a_{gZ}} \sin^2 \alpha. \quad (2)$$

Dálky vrhu jsou dány vztahy:

$$d_M = \frac{v_0^2}{a_{gM}} \sin^2 \alpha, \quad d_Z = \frac{v_0^2}{a_{gZ}} \sin^2 \alpha. \quad (3)$$

Časové úseky mezi počátkem vrhu a dopadem tělesa na Zemi, popř. Měsíci jsou:

$$\Delta t_M = \frac{2v_0}{a_{gM}} \sin \alpha, \quad \Delta t_Z = \frac{2v_0}{a_{gZ}} \sin \alpha. \quad (4)$$

Ze vztahů (1)–(4) dostaneme pro poměr výšek výstupu tělesa při vrhu na Zemi a na Měsíci:

$$\frac{h_M}{h_Z} = \frac{d_M}{d_Z} = \frac{t_M}{t_Z} = \frac{a_{gZ}}{a_{gM}} = \frac{m_Z}{m_M} \left(\frac{r_M}{r_Z} \right)^2 \doteq 6,52. \quad (5)$$

Pro poměr hybností plyne:

$$\frac{p_M}{p_Z} = 1.$$

b) Má-li být $d_M = d_Z$, pak ze vztahu (3) dostáváme

$$\frac{v^2}{a_{gZ}} = \frac{v_0^2}{a_{gM}}.$$

Odtud

$$v = v_0 \frac{r_M}{r_Z} \sqrt{\frac{m_Z}{m_M}} \doteq 5,11 \text{ m s}^{-1}. \quad (6)$$

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

Dvě homogenní koule o hmotnostech m_1 a m_2 se pohybují rovnoměrně rychlostmi $\mathbf{v}_1$ a $\mathbf{v}_2$, $v_2 > v_1$ tak, že jejich středy jsou stále v téže vodorovné přímce. Obě koule se setkají a dojde k přímému, středovému, dokonale nepružnému rázu.

a) Určete počáteční kinetickou energii W_{k0} soustavy koulí a změnu kinetické energie $\Delta W_k = W_{k0} - W_k$ soustavy koulí po rázu. Proveďte diskusi pro případy souhlasné a nesouhlasné orientace rychlostí $\mathbf{v}_1$ a $\mathbf{v}_2$.

b) Vysvětlete, proč se změni kinetická energie soustavy koulí po přímém, středovém, dokonale nepružném rázu. Dokažte, že změna kinetické energie při nesouhlasné orientaci rychlostí $\mathbf{v}_1$ a $\mathbf{v}_2$ je větší než při souhlasné orientaci rychlostí koulí.

Po obecném řešení řešte pro hodnoty: $m_1 = 2,0 \text{ kg}$, $m_2 = 3,0 \text{ kg}$, $v_1 = 5,0 \text{ m s}^{-1}$, $v_2 = 10 \text{ m s}^{-1}$.

Řešení:

a) Počáteční kinetická energie soustavy koulí je

$$W_{k0} = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2}. \quad (1)$$

Nechť $\mathbf{v}$ je rychlost tělesa po rázu. Pak zákon zachování hybnosti můžeme psát ve tvaru

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2) \mathbf{v}. \quad (2)$$

1. Hybnosti obou těles před rázem jsou souhlasně orientovány. K rázu dojde, jestliže $v_2 > v_1$; druhá koule narazí na první. Při převodu vektorové rovnice (2) na algebraickou přiřadíme velikostem hybností souhlasná znaménka (+):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v.$$

Odtud

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

Ze (3) vyplývá, že v má souhlasné znaménko s v_1 a v_2 ; rychlosti $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ a $\mathbf{v}$ i příslušné hybnosti mají souhlasnou orientaci.

Změna kinetické energie soustavy koulí je rovna

$$\begin{aligned} \Delta W_{k1} &= W_{k0} - W_{k1} = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_2 - v_1)^2 > 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Takže

$$W_{k0} > W_{k1}. \quad (5)$$

2. Hybnosti obou těles před rázem jsou nesouhlasně orientovány. Koule se pohybují proti sobě a narazí na sebe. Při převodu vektorové rovnice (2) na algebraickou rovnici přiřadíme velikostem hybností nesouhlasná znaménka, např. pro první kouli znaménko záporné, pro druhou znaménko kladné.

Proto platí

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v$$

a odtud

$$v = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (6)$$

Pro $m_2 v_2 > m_1 v_1$ má hybnost po rázu znaménko kladné; je souhlasně orientovaná s hybností druhé koule: pro $m_2 v_2 < m_1 v_1$ má hybnost po rázu znaménko záporné; je souhlasně orientovaná s hybností první koule. Je tedy rychlost tělesa po rázu orientovaná souhlasně s rychlostí koule, která má větší počáteční hybnost.

Změna kinetické energie soustavy koulí v tomto případě je

$$\begin{aligned} \Delta W_{k2} &= W_{k0} - W_{k2} = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_2 + v_1)^2 > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Tedy opět

$$W_{k0} > W_{k2}. \quad (8)$$

b) Kinetická energie tělesa po rázu je podle (5) a (7) menší než kinetická energie soustavy těles před rázem, protože došlo k trvalé deformaci těles a ke zvýšení teploty. Ze (4) a (7) a z předpokladu $v_2 > v_1$ vyplývá, že $W_{k2} > W_{k1}$.

Výpočty:

Podle (1) $W_{k0} = 175 \text{ J}$.

a) -1. Podle (3) $v = 8,0 \text{ m s}^{-1}$; podle (4) $\Delta W_{p1} = 15 \text{ J}$.

b) -2. Podle (6) $v = 4,0 \text{ m s}^{-1}$; podle (7) $W_{k2} = 135 \text{ J}$.

Hodnoty souhlasí s výsledky diskuse.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

Přes pevnou kladku je vedena nit, na jejímž konci je upevněno těleso o hmotnosti m_1 a na druhém konci těleso o hmotnosti m_2 . První těleso je na vodorovné podložce (součinitel smykového tření je f_1 , statického je f_2); druhé těleso je volně zavěšeno. Soustava těles je umístěna na vozíku pohyblivém po vodorovné rovině (obr. 40).

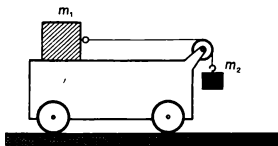
a) Určete zrychlení a soustavy těles spojených niti za předpokladu, že vozík je nehybný. Za jakých podmínek platí $a \neq 0$ a za jakých $a = 0$? Za jakých podmínek je soustava těles v rovnoměrném pohybu a za jakých je v klidu?

b) Vozík se pohybuje se stálým zrychlením a_1 vlevo. Při kterém zrychlení a_1 vozíku je soustava těles spojených niti vzhledem k vozíku v klidu?

Řešte úlohu ve vztažné soustavě spojené s vozíkem. Hmotnost kladky a niti, tření na obvodu kladky a v čepu neuvažujeme.

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m_1 = 0,300$ kg, $m_2 = 0,200$ kg, $f_1 = 0,35$, $f_2 = 0,40$.

Obr. 40



Řešení:

a) Vozík je vzhledem k povrchu Země nehybný.

Soustava těles spojených nití se pohybuje vzhledem k vozíku se zrychlením a . Podle 2. pohybového zákona platí

$$(m_1 + m_2) a = F + F_{11}, \quad (1)$$

$$F = m_2 g, F_{11} = m_1 g f_1, \text{ popř. } F_{11} = m_1 g f_2.$$

Je-li F ve směru vodorovné části nití souhlasně orientována s rychlostí v pohybu tělesa o hmotnosti m_1 , jsou F a F_{11} nesouhlasně orientovány a vztah (1) zapíšeme jako algebraickou rovnici:

$$(m_1 + m_2) a = g(m_2 - m_1 f_1)$$

nebo

$$(m_1 + m_2) a = g(m_2 - m_1 f_2).$$

Odtud

$$a = g \frac{m_2 - m_1 f_1}{m_1 + m_2}, \quad (2)$$

popř.

$$a = g \frac{m_2 - m_1 f_2}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

1. $m_2 > m_1 f_2 > m_1 f_1$, potom $a > 0$. Soustava těles spojených nití se uvede z klidu do rovnoměrně zrychleného pohybu vzhledem k vozíku se zrychlením podle (2) bez impulsu.

2. $m_2 \leq m_1 f_2$ a současně $m_2 > m_1 f_1$, potom podle (2) $a > 0$. Soustava těles spojených nití se uvede do rovno-

měrně zrychleného pohybu vzhledem k vozíku po impulsu vzhledem k tělesu o hmotnosti m_1 vpravo; velikost zrychlení je dána vztahem (2).

3. $m_2 < m_1 f_1$, potom podle (2) $a < 0$. Soustava těles spojených nití se uvede do rovnoměrně zpomaleného pohybu vzhledem k vozíku po impulsu vzhledem k tělesu o hmotnosti m_1 vpravo; velikost zrychlení je dána vztahem (2).

4. $m_2 = m_1 f_1$, potom podle (2) $a = 0$. Soustava těles spojených nití se uvede do rovnoměrného pohybu vzhledem k vozíku po impulsu vzhledem k tělesu o hmotnosti m_1 vpravo. Bez impulsu setrvá v klidu.

Je-li $\mathbf{F}$ ve směru vodorovné části niti nesouhlasně orientována s rychlostí $\mathbf{v}$ pohybu tělesa o hmotnosti m_1 , jsou $\mathbf{F}$ a $\mathbf{F}_{11}$ souhlasně orientovány a vztah (1) zapíšeme jako algebraickou rovnici takto:

$$(m_1 + m_2) a = -g(m_2 + m_1 f_1)$$

nebo

$$(m_1 + m_2) a = -g(m_2 + m_1 f_2).$$

Odtud

$$a = -g \frac{m_2 + m_1 f_1}{m_1 + m_2}, \quad (4)$$

popř.

$$a = -g \frac{m_2 + m_1 f_2}{m_1 + m_2}. \quad (5)$$

5. $a < 0$; soustava těles spojených nití se uvede do rovnoměrně zpomaleného pohybu vzhledem k vozíku po impulsu vzhledem k tělesu o hmotnosti m_1 vlevo; velikost zrychlení je dána vztahem (4). Bez impulsu zůstane v klidu.

Konkrétní řešení: Podle zadaných hodnot je splněna podmínka 1. Potom podle (2) je $a_1 \doteq 1,9 \text{ m s}^{-2}$.

b) Ve vztažné soustavě pohybující se se zrychlením $\mathbf{a}_1$ vzhledem k povrchu Země působí na tělesa spojená nití kromě sil podle a) setrvačné síly: na těleso o hmotnosti m_1 působí setrvačná síla $\mathbf{F}_{s1}$ vodorovného směru, orientovaná nesouhlasně se zrychlením $\mathbf{a}_1$, tj. vpravo; na těleso o hmotnosti m_2 působí setrvačná síla $\mathbf{F}_{s2}$, také vodorovného směru orientovaná vpravo. Jejím působením se část niti odkloní od svislého směru vpravo a je napínána silou $\mathbf{F}_1$ velikosti $F_1 = \sqrt{g^2 + a_1^2} m_2$.

Soustava těles spojených nití je vzhledem k vozíku v klidu, platí-li

$$-F_1 - F_{s1} + m_1 g f_2 \leq 0.$$

Po dosazení a úpravě dostaneme

$$-m_2 \sqrt{g^2 + a_1^2} - m_1 a_1 + m_1 g f_2 \leq 0 \quad (6)$$

nebo

$$m_1 g f_2 - m_1 a_1 \leq m_2 \sqrt{g^2 + a_1^2}.$$

Obě strany výrazu můžeme umocnit na druhou, jestliže je splněn vztah

$$a_1 \leq g f_2. \quad (7)$$

Po umocnění a úpravě dostaneme

$$a_1^2(m_1^2 - m_2^2) - 2m_1^2 g f_2 a_1 + m_1^2 g^2 f_2^2 - m_2^2 g^2 \leq 0.$$

Uurčíme kořeny a_1 rovnice:

$$(a_1)_{1,2} = g \frac{m_1^2 f_2 \pm \sqrt{m_1^4 f_2^2 - (m_1^2 - m_2^2)(m_1^2 f_2^2 - m_2^2)}}{m_1^2 - m_2^2}. \quad (8)$$

Kořeny a_{11} a a_{12} jsou reálné, je-li diskriminant $D \geq 0$, tj. je-li splněn vztah

$$m_1^2(1 + f_2^2) \geq m_2^2. \quad (9)$$

Reálné kořeny musí vzhledem k podmínkám zadání úlohy vyhovovat vztahu $0 < a_1$, vzhledem k podmínce (7) vztahu $a_1 < g f_2$ a kromě toho musí splňovat vztah (6). Ze známých kořenů a_{11} a a_{12} určíme intervaly platnosti vztahu (6).

Konkrétní řešení: Po dosazení daných hodnot veličin zjistíme, že vztah (9) je splněn, existují tedy dva reálné kořeny

$$a_{11} \doteq 16,7 \text{ m s}^{-2}, \quad a_{12} \doteq -2,75 \text{ m s}^{-2}.$$

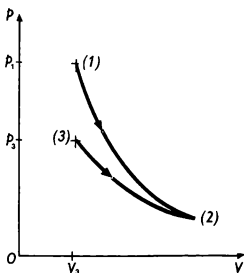
Kořen a_{11} však nevyhovuje podmínce (6) a kořen a_{12} zase nevyhovuje podmínce zadání úlohy, že $a_1 > 0$.

V daných číselných podmínkách nemá úloha fyzikální řešení, tzn., že neexistuje žádné zrychlení vozíku a_1 orientované vlevo, při kterém by soustava těles spojených nití byla vzhledem k vozíku v klidu.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

Vzduch o hmotnosti m se adiabaticky roztahuje ze stavu daného bodem (1) do stavu daného bodem (2) diagramu (obr. 41). Vzduch téže hmotnosti se izotermicky roztahuje ze stavu (3) do stavu (2) znázorněných na diagramu.

Určete hodnoty stavových veličin ve stavu (2) na diagramu, znáte-li stavové veličiny stavu (1): p_1, T_1 a stavu (3): p_3, V_3 . Vzduch považujeme za dokonalý plyn.



Obr. 41

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $m = 2,7 \text{ kg}$,
 $p_1 = 7,2 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$, $t_1 = 207 \text{ }^\circ\text{C}$, $p_3 = 4,2 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$,
 $V_3 = 0,516 \text{ m}^3$; $\kappa = 1,4$.

Řešení:

Stavové veličiny stavu daného bodem (2) na diagramu (obr. 41) jsou: T_2 , V_2 , p_2 .

1. Určení T_2 :

Bod (2) leží na izotermě (3)–(2), proto je $T_2 = T_3$. Ze stavové rovnice pro stav (3) platí

$$p_3 V_3 = \frac{m}{M_m} R T_3,$$

takže

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{R} \frac{M_m}{m} = T_2. \quad (1)$$

2. Určení V_2 :

Z diagramu je zřejmé, že platí $V_1 = V_3$. Ze vztahu pro izotermu $p_3 V_3 = p_2 V_2$ a ze vztahu pro adiabat $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$ dostaneme

$$V_2 = V_3 \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (2)$$

3. Určení p_2 :

Pro izotermický děj znázorněný křivkou (3)–(2) platí

$$p_2 = \frac{p_3 V_3}{V_2}$$

a po dosazení za V_2 z (2) dostaneme

$$p_2 = \left(\frac{p_3^\kappa}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (3)$$

Při číselném řešení kromě zadaných hodnot dosazujeme:

$$R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad M_m = 29 \text{ kg kmol}^{-1}.$$

Podle (1) $T_2 = 280 \text{ K}$, $t_2 \doteq 7^\circ \text{C}$,

podle (2) $V_2 = 1,98 \text{ m}^3$,

podle (3) $p_2 = 1,09 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$.

4. Úlohy kategorie D

Úlohy a řešení recenzovali Ivo Volf a dr. Ivan Náter.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Jan Tesař)

Hmotný bod se pohybuje po přímé dráze $AB = d$ z bodu A do bodu B . Na prvním úseku $d_1 = \frac{2}{3}d$ své dráhy se pohybuje průměrnou rychlostí v_1 , na zbytku dráhy průměrnou rychlostí v_2 .

a) Jak velikou průměrnou rychlost v má hmotný bod na dráze AB ?

b) Za jakou dobu t dorazí do bodu B ?

c) Jaký vztah je mezi veličinami v_1 a v_2 , jestliže $v = v_1$?
Části a) a b) řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $v_1 = 2,0 \text{ m s}^{-1}$, $v_2 = 4,0 \text{ m s}^{-1}$, $d = 12 \text{ m}$.

Řešení:

První úsek dráhy urazil hmotný bod za dobu t_1 , druhý úsek dráhy za dobu t_2 , celou dráhu AB za dobu t .

a) Průměrnou rychlost pohybu hmotného bodu na dráze AB stanovíme jako $v = \frac{d}{t}$, kde $d = AB$. Celá doba $t = t_1 + t_2$, kde

$$t_1 = \frac{2d}{3v_1}, \quad t_2 = \frac{d}{3v_2},$$

tedy

$$t = \frac{d(2v_2 + v_1)}{3v_1v_2}. \quad (1)$$

Průměrná rychlost plyne ze vztahu

$$v = \frac{d}{t} = \frac{3v_1v_2}{2v_2 + v_1}. \quad (2)$$

Pro dané hodnoty vychází

$$v = 2,4 \text{ m s}^{-1}.$$

b) Doba t je obecně určena vztahem (1); po dosazení daných hodnot je: $t = 5,0 \text{ s}$.

Ke stejné hodnotě dojdeme ze vztahu

$$t = \frac{d}{v}; \quad t = 5,0 \text{ s}.$$

c) Jestliže $v = v_1$, pak vztah (2) přejde

$$v_1 = \frac{3v_1v_2}{2v_2 + v_1}.$$

Odtud

$$v_2 = v_1 = v.$$

Je-li rychlost prvního úseku dráhy rovna průměrné rychlosti, musí se jí rovnat i rychlost druhého úseku dráhy.

2. úloha (navrhl Jan Tesař)

Hmotný bod se pohybuje po přímé dráze rovnoměrně zrychleným pohybem z bodu A do bodu B a urazí dráhu

$s_1 = AB$ za dobu t_1 . V rovnoměrně zrychleném pohybu se stejným zrychlením a po téže přímce pokračuje i za bodem B a za další dobu t urazí dráhu $s = BC$. Rychlost hmotného bodu v bodě C je n -krát větší než v bodě B .

a) Určete zrychlení a hmotného bodu a dobu t_1 .

b) Vypočítejte rychlosti v_1 a v_2 v bodech B a C a dráhu $s_1 = AB$.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $t = 4,0$ s, $s = 32$ m, $n = 3$.

Řešení:

Dráhu AC označme s_2 ; potom $s = s_2 - s_1$.

Pro dráhu AB platí

$$s_1 = \frac{1}{2} at_1^2; \quad v_1 = at_1. \quad (1)$$

Pro dráhu AC platí

$$s_2 = s_1 + s = \frac{1}{2} a(t_1 + t)^2; \quad v_2 = a(t_1 + t). \quad (2)$$

Podle podmínky úlohy $v_2 = nv_1$, tedy $v_2 = a(t + t_1) = nv_1 = nat_1$; odtud

$$t_1 = \frac{t}{n - 1}. \quad (3)$$

a) Pro výpočet zrychlení odvodíme z (1) a (2):

$$\frac{1}{2} at_1^2 + s = \frac{1}{2} a(t + t_1)^2$$

a odtud

$$s = \frac{1}{2} at(2t_1 + t).$$

Pro zrychlení vyplývá

$$a = \frac{2s}{t(2t_1 + t)}. \quad (4)$$

Dosadíme ze vztahu (3) a dostaneme

$$a = \frac{2s(n-1)}{t^2(n+1)}. \quad (5)$$

Pro dané hodnoty je $t_1 = 2,0 \text{ s}$; $a = 2,0 \text{ m s}^{-2}$.

b) Pro rychlost v_1 platí:

$$v_1 = t_1 a,$$

tedy

$$v_1 = \frac{2s(n-1)}{t^2(n+1)} \frac{t}{(n-1)} = \frac{2s}{t(n+1)}. \quad (6)$$

Rychlost v_2 pak je

$$v_2 = nv_1 = \frac{2ns}{t(n+1)}. \quad (7)$$

Dráha je určena vztahem

$$s_1 = \frac{1}{2} at_1^2 = \frac{s}{n^2 - 1}. \quad (8)$$

Dosadíme-li dané hodnoty, dostaneme:

$$v_1 = 4,0 \text{ m s}^{-1}; \quad v_2 = 12 \text{ m s}^{-1}; \quad s_1 = 4,0 \text{ m}.$$

3. úloha (navrhl Jan Tesař)

Po svislé přímce se pohybují dvě malé kuličky. Jedna padá volným pádem z výšky h_1 nad zemským povrchem, druhá je vržena svisle dolů počáteční rychlostí v_0 z výšky h_2 nad zemským povrchem ($h_2 > h_1$). Obě kuličky se začnou pohybovat ve stejném okamžiku.

a) Za jakou dobu t_0 a v jaké výšce h nad zemským povrchem se obě kuličky srazí?

b) Jakou rychlostí v'_0 by musela být vržena druhá kulička, aby se obě setkaly na zemském povrchu?

Odpor vzduchu neuvažujeme a zanedbáváme vzhledem k výškám h_1 a h_2 rozměry kuliček.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $h_1 = 25$ m, $h_2 = 27$ m, $v_0 = 1$ m s⁻¹, $g \doteq 10$ m s⁻².

Řešení:

Obě kuličky konají rovnoměrně zrychlený pohyb. První kulička urazí za dobu t_0 volným pádem dráhu

$$s_1 = \frac{1}{2} g t_0^2,$$

druhá kulička při vrhu svislém dolů urazí dráhu

$$s_2 = v_0 t_0 + \frac{1}{2} g t_0^2.$$

V okamžiku setkání mají obě kuličky stejnou výšku nad povrchem Země. Proto platí

$$h_1 - s_1 = h_2 - s_2.$$

Tedy

$$h_1 - \frac{1}{2} g t_0^2 = h_2 - v_0 t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2;$$

odtud

$$h_2 - h_1 = v_0 t_0$$

a z toho

$$t_0 = \frac{h_2 - h_1}{v_0}. \quad (1)$$

Po dosazení daných hodnot $t_0 = 2$ s.

Výšku h nad povrchem Země určíme buď ze vztahu

$$h = h_1 - \frac{1}{2} g t_0^2,$$

nebo

$$h = h_2 - v_0 t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2.$$

Řešení obou rovnic vede ke vztahu

$$h = h_1 - \frac{1}{2} g \frac{(h_2 - h_1)^2}{v_0^2}. \quad (2)$$

Pro dané hodnoty je $h = 5$ m. Kuličky se setkají ve výšce 5 m nad zemským povrchem.

b) Mají-li se kuličky setkat na povrchu Země, potom musí být ve vztahu (2) $h = 0$. Tedy platí

$$h_1 = \frac{1}{2} g \frac{(h_2 - h_1)^2}{v_0^2},$$

a odtud

$$v_0 = \sqrt{\frac{g(h_2 - h_1)^2}{2h_1}} = (h_2 - h_1) \sqrt{\frac{g}{2h_1}}. \quad (3)$$

Po dosazení daných hodnot do vztahu (3) dostaneme

$$v_0 = 0,9 \text{ m s}^{-1}.$$

4. úloha – experimentální (navrhl Jan Tesař)

Měření zrychlení a , určení absolutní chyby δa při pohybu tělesa na nakloněné rovině

Úloha se dá řešit užitím vztahu $s = \frac{1}{2} at^2$, z něhož se dá vypočítat zrychlení tělesa na nakloněné rovině. Toto zrychlení má hodnotu

$$a = \frac{2s}{t^2}. \quad (1)$$

Návod: Máme-li určit největší možnou absolutní chybu δa zrychlení při zvoleném způsobu řešení úlohy, změříme nejprve, za jakou dobu t urazí těleso na nakloněné rovině dráhu s a zároveň určíme absolutní chyby δs a δt naměřených hodnot těchto veličin.

Určujeme-li velikost a i velikost δa jen z jediného měření, stanovíme δs a δt odhadem (učebnice: Fyzika pro I. roč. SVVŠ, příklad 2 na str. 206).

Velikost relativní chyby $\frac{\delta a}{a}$ se určí podle vztahu

$$\frac{\delta a}{a} = \frac{\delta s}{s} + \frac{2\delta t}{t}. \quad (2)$$

Velikost absolutní chyby se vypočítá ze vztahu

$$\delta a = \frac{\delta a}{a} a. \quad (3)$$

Velikost a zrychlení je jistá hodnota v mezích

$$a - \delta a \leq a \leq a + \delta a. \quad (4)$$

Odůvodnění správnosti vztahu (2) najdete v brožurce XIII. ročník soutěže fyzikální olympiáda – leták pro kategorii A, B, C, D, str. 54 až 60 (SPN, 1971).

Určujeme-li zrychlení a a absolutní chybu δa podle vztahu (1) z několika (n) měření, postupujeme tak, že určíme nejprve aritmetický průměr $\bar{s}$ z n naměřených hodnot s_k téže dráhy s a aritmetický průměr $\bar{t}$ příslušných dob t_k ($k = 1, 2, 3, \dots, n$). Potom stanovíme aritmetické průměry $\bar{\delta s}$ a $\bar{\delta t}$ příslušných absolutních chyb. Způsob určování hodnot $\bar{s}$, $\bar{t}$, $\bar{\delta s}$, $\bar{\delta t}$ je vysvětlen v příkladě 1 na str. 204 výše uvedené učebnice fyziky.

Při tomto způsobu řešení úlohy vypočtenou hodnotu zrychlení $\bar{a}$, její relativní chybu $\frac{\delta a}{\bar{a}}$, absolutní chybu δa a interval, v němž se nachází velikost určovaného zrychlení a , dostaneme ze vztahů (1), (2), (3), (4), když v nich veličiny a , s , t , δa , δs , δt nahradíme veličinami $\bar{a}$, $\bar{s}$, $\bar{t}$, δa , δs , δt .

Úloha:

Určete zrychlení a pohybu kuličky na nakloněné rovině, jeho relativní chybu $\frac{\delta a}{a}$ a absolutní chybu δa .

Pomůcky: Nakloněná rovina se žlábkem dlouhá asi 2 m, délkové měřítko s centimetrovým dělením, kulička, stopky.

Postup při řešení úlohy:

a) Sklon nakloněné roviny volte tak, aby dráhu $s \doteq 1,6$ m vykonala kulička za dobu $t \doteq 4$ s.

b) Měření dráhy s a příslušné doby t proveďte 10krát.

c) Pro hodnoty s_1 a t_1 prvního měření určete δs a δt a podle vztahů (1), (2), (3) vypočítejte a , $\frac{\delta a}{a}$, δa .

d) Ze všech naměřených hodnot podle návodu vypočítejte $\bar{s}$, $\bar{t}$, $\bar{\delta s}$, $\bar{\delta t}$, $\bar{a}$, $\frac{\bar{\delta a}}{\bar{a}}$, $\bar{\delta a}$.

e) Relativní a absolutní chyby získané podle bodů c) a d) porovnejte. V obou případech podle vztahu (4) udejte intervaly, ve kterých bylo určeno zrychlení a .

f) Odůvodněte, jaký vliv na přesnost určené hodnoty a má volba délky s dráhy kuličky a volba velikosti sklonu nakloněné roviny.

Řešení:

b) Naměřené hodnoty dráhy s a příslušné doby t byly sestaveny do tabulky na následující straně.

c) První měření dalo tyto hodnoty: $s_1 = 1,654$ m, $t_1 = 3,8$ s. Odhadované absolutní chyby měření jsou: $\delta s_1 = 0,5$ mm, $\delta t_1 = 0,1$ s. Zrychlení vypočítané podle vztahu (1) je $a_1 = \frac{2s_1}{t_1^2} = 0,2277 \text{ m s}^{-2}$.

Číslo měření	s_k [m]	$\delta s_k = \bar{s} - s_k $ [m]	t_k [s]	$\delta t_k = \bar{t} - t_k $ [s]
1.	1,654	0,0014	3,8	0,01
2.	1,656	6	3,7	0,09
3.	1,655	4	3,9	0,11
4.	1,656	6	3,7	0,09
5.	1,656	6	3,8	0,01
6.	1,656	6	3,8	0,01
7.	1,654	14	3,8	0,01
8.	1,655	4	3,8	0,01
9.	1,656	6	3,8	0,01
10.	1,656	6	3,8	0,01
Součet	16,554	0,0062	37,9	0,36
Arit. průměr	1,6554	0,00062	3,79	0,036

Velikost relativní chyby určená ze vztahu (2) je

$$\delta_{r,a_1} = \frac{\delta a_1}{a_1} = \frac{\delta s_1}{s_1} + \frac{2\delta t_1}{t_1} = \frac{0,5}{1654} + \frac{2 \cdot 0,1}{3,8} = 0,0529 \doteq 5,3 \, \%.$$

Velikost absolutní chyby je podle vztahu (3)

$$\delta a_1 = \delta_{r,a_1} \cdot a_1 = 0,0529 \cdot 0,2277 \, \text{m s}^{-2} = 0,0120 \, \text{m s}^{-2} \doteq 0,01 \, \text{m s}^{-2}.$$

Z jednoho měření tedy vychází hodnota zrychlení

$$a = a_1 \pm \delta a_1 = (0,23 \pm 0,01) \, \text{m s}^{-2}.$$

Zrychlení pohybu kuličky po nakloněné rovině je v mezích

$$0,22 \, \text{m s}^{-2} \leq a \leq 0,24 \, \text{m s}^{-2}.$$

d) Z tabulky plyne pro průměrné hodnoty:

$$\bar{s} = 1,6554 \, \text{m}; \quad \bar{t} = 3,79 \, \text{s}; \quad \bar{\delta}s = 0,0062 \, \text{m}; \quad \bar{\delta}t = 0,036.$$

Pro zrychlení pohybu nyní vychází

$$\bar{a} = \frac{2\bar{s}}{\bar{t}^2} = 0,23049 \, \text{m s}^{-2}.$$

Relativní chyba je nyní

$$\bar{\delta}_{r,a} = \frac{\bar{\delta}a}{\bar{a}} = \frac{0,00062}{1,6554} + \frac{2 \cdot 0,036}{3,79} = 0,01982.$$

Absolutní chyba se rovná

$$\bar{\delta}a = \bar{\delta}_{r,a} \cdot \bar{a} = 0,004467 \, \text{m s}^{-2} \doteq 0,004 \, \text{m s}^{-2}.$$

Z provedených měření vychází pro zrychlení hodnota

$$a = \bar{a} \pm \delta a = (0,230 \pm 0,004) \text{ m s}^{-2}.$$

Zrychlení pohybu kuličky po nakloněné rovině je nyní v mezích

$$0,226 \text{ m s}^{-2} \leq a \leq 0,234 \text{ m s}^{-2}.$$

e) Porovnáme-li výsledky získané v bodech c) a d), vidíme, že přesnost určení zrychlení se zvýšila o jeden řád. Interval, ve kterém se nachází zrychlení a , je v případě d) poloviční proti intervalu v případě c).

f) Zvolíme-li delší dráhu s , zvětší se také průměrná hodnota $\bar{s}$. Z toho vyplývá, že se zmenší relativní chyba; přesnost měření roste.

Zvolíme-li větší sklon nakloněné roviny (úhel α), bude pohyb kuličky po nakloněné rovině rychlejší a doba potřebná k proběhnutí zvolené délky bude menší. Tím se také zmenší průměrná hodnota $\bar{t}$, ale naopak zvětší se relativní chyba a přesnost měření zrychlení se zmenší.

5. úloha (navrhl Jan Tesař)

Na raketu o celkové hmotnosti m působí po dobu t stálá tažná síla F po svislé dráze ze zemského povrchu do výšky h nad zemským povrchem.

a) Určete rychlost v rakety ve výšce h nad zemským povrchem.

b) Určete velikost F tažné síly.

Předpokládáme, že tíhové zrychlení $g \doteq 10 \text{ m s}^{-2}$ je kon-

stantní po celé dráze h . Úbytek hmotnosti rakety a odpor prostředí zanedbáváme.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $m = 10^5$ kg, $h = 40$ km, $t = 20$ s.

Řešení:

Na raketu působila po dobu t stálá síla $\mathbf{F}$, kterou je možno rozložit na dvě svisle vzhůru orientované složky $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$. Sílu $\mathbf{F}_1$ můžeme považovat za reakci na tíhu $\mathbf{G}$ rakety s nákladem ($G = F_1$), síla $\mathbf{F}_2$ udržovala raketu v rovnoměrně zrychleném pohybu se zrychlením a . Pohyb rakety udržovala síla $\mathbf{F}_2 = m\mathbf{a}$. Předpokládáme, že $g = \text{konst.}$

a) Zrychlení rakety vypočítáme ze vztahu $h = \frac{1}{2}at^2$, takže $a = \frac{2h}{t^2}$. Rychlost v má hodnotu $v = at = \frac{2h}{t}$.

b) Velikost tažné síly F určíme

$$F = G + ma = m(g + a) = m\left(g + \frac{2h}{t^2}\right).$$

Pro dané hodnoty je $v = 4 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$; $F = 2,7 \cdot 10^7 \text{ N}$.

Část a) je možno řešit i následující úvahou:

Působí-li síla $\mathbf{F}_2$, má za následek změnu hybnosti rakety. Protože rychlost vzrostla z hodnoty 0 na hodnotu v , je změna hybnosti rovna mv . Tedy platí

$$F_2 t = mv,$$

odkud

$$v = \frac{F_2 t}{m} = \frac{mat}{m} = at = \frac{2h}{t}.$$

6. úloha (navrhl Jan Tesař)

Automobil s posádkou o celkové hmotnosti m jede stálou rychlostí v_0 po přímé dráze. V místě A dráhy upozoruje řidič auta, že v místě D , ležícím ve směru jízdy, je překážka ve vzdálenosti $d = AD$. Řidič je schopen reagovat na vnější popud po době t_1 . Při rychlosti v_0 může řidič auto zabrzdit za dobu t_2 .

a) Určete průměrnou velikost F síly, kterou je auto brzděno po dobu t_2 .

b) Vypočítejte, dojde-li při daných hodnotách ke srážce auta s překážkou.

c) Určete největší možnou hodnotu v'_0 rychlosti v_0 , při které ještě ke srážce nedojde.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $d = 60$ m, $v_0 = 72$ km h⁻¹, $t_1 = 0,5$ s, $t_2 = 4$ s, $m = 10^3$ kg.

Řešení:

Řidič automobilu upozoruje z místa A překážku v místě D . Po dobu t_1 na tento popud nereaguje, takže dráhu $AB = s_1$ urazí ještě pohybem rovnoměrným s rychlostí v_0 . V místě B začíná řidič brzdit a zastaví auto za dobu t_2 v místě C . Je-li $AC \leq AD$, zastaví se auto před překážkou nebo těsně u ní a ke srážce nedojde. Je-li $AC > AD$, narazí auto na překážku.

a) Dráhu BC ujede automobil pohybem rovnoměrně zpomaleným a proměnlivou rychlostí v . V bodě C je rychlost rovna nule, proto pro zrychlení a tohoto pohybu platí

$$a = \frac{-v_0}{t_2}.$$

Brzdící síla má velikost $F = ma = \frac{mv_0}{t_2}$. Pro dané hodnoty vyjde $F = 5 \cdot 10^3 \text{ N}$.

b) Dráha AC , kterou ujede automobil od okamžiku, kdy řidič upozoroval překážku, až do zastavení, je $AC = AB + BC$, tedy

$$AC = v_0 t_1 + v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 = v_0(t_1 + t_2) + \frac{1}{2} a t_2^2.$$

Po dosazení $a = -\frac{v_0}{t_2}$ vyjde

$$AC = v_0(t_1 + t_2) - \frac{v_0 t_2}{2} = \frac{v_0(2t_1 + t_2)}{2}.$$

Po dosazení daných hodnot je $AC = 50 \text{ m}$.

Protože $AC < AD$, nedojde ke srážce.

c) Maximální rychlost v'_0 , při níž ještě nedojde ke srážce, je určena podmínkou $AC = AD$, takže $\frac{1}{2} v'_0(2t_1 + t_2) = d$. Potom hledaná rychlost je určena vztahem

$$v'_0 = \frac{2d}{2t_1 + t_2}.$$

Po dosazení daných hodnot vyjde

$$v'_0 = 24 \text{ m s}^{-1} = 86,4 \text{ km h}^{-1}.$$

7. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

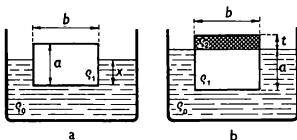
Stejnorodé těleso o hustotě ϱ_1 má tvar pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavnou hranou a a s bočnou hranou b ($b > a$). Těleso plave v kapalině o hustotě ϱ_0 tak, že dvě jeho bočné stěny jsou vodorovné.

a) Ve které hloubce x pod volným povrchem kapaliny je dolní vodorovná stěna hranolu (obr. 42a)?

b) Na horní vodorovnou stěnu hranolu položíme stejnorodou desku o hustotě ϱ_2 ($\varrho_2 > \varrho_1$) všude o stejné tloušťce t . Určete hmotnost m desky, jestliže soustava obou těles plave v kapalině tak, že dolní stěna hranolu je v hloubce a pod volným povrchem kapaliny (obr. 42b).

c) Hranol s upevněnou deskou otočíme kolem jeho vodorovné podélné osy o 180° tak, že deska je pod hranolem. Jaká je nyní poloha dolní vodorovné stěny hranolu vzhledem k volnému povrchu kapaliny? Proveďte diskusi.

Obr. 42



Po obecném vyřešení úlohy dosadte hodnoty $a = 0,20 \text{ m}$, $b = 0,50 \text{ m}$, $\varrho_1 = 0,20 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (korek), $\varrho_2 = 11,0 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (olovo).

Výpočty proveďte pro dvě kapaliny o hustotách $\varrho_0 = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (voda), $\varrho'_0 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (rtuť).

Vztakovou sílu, kterou působí atmosférický vzduch na tělesa, zanedbáváme.

Řešení:

a) Označíme-li písmenem x hloubku spodní vodorovné stěny pod povrchem kapaliny, je podmínka plavání plynoucí z Archimédova zákona vyjádřena vztahem

$$a^2 b \varrho_1 g = a b x \varrho_0 g,$$

takže

$$x = \frac{a \varrho_1}{\varrho_0}. \quad (1)$$

Po dosazení daných hodnot vyjde

$$x = 0,04 \text{ m}, \quad \text{je-li kapalinou voda,}$$

$$x' = 0,0029 \text{ m}, \quad \text{je-li kapalinou rtuť.}$$

b) Leží-li na horní stěně kváдру olověná deska a soustava obou těles je ponořena tak, že spodní stěna kváдру je v hloubce a pod povrchem kapaliny, platí pro plavání rovnice

$$a^2 b \varrho_1 g + m g = a^2 b \varrho_0 g,$$

z ní vypočítáme hmotnost m olověné desky

$$m = a^2 b (\varrho_0 - \varrho_1). \quad (2)$$

Plave-li soustava těles ve vodě, je hmotnost desky $m = 16 \text{ kg}$, plave-li ve rtuti, má deska hmotnost $m' = 268 \text{ kg}$.

Tloušťka desky je $t = \frac{m}{ab\varrho_2}$. Dosadíme za m ze vztahu (2) a dostaneme

$$t = \frac{a^2 b (\varrho_0 - \varrho_1)}{ab\varrho_2} = \frac{a(\varrho_0 - \varrho_1)}{\varrho_2}. \quad (3)$$

Dosadíme-li do (3) dané hodnoty, vypočítáme, že olověná deska má tloušťku $0,014 \text{ m}$, plave-li soustava obou těles ve vodě, a tloušťku $0,243 \text{ m}$, plave-li ve rtuti.

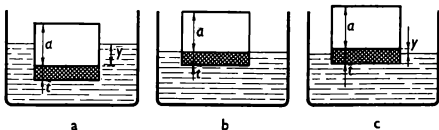
c) Jestliže soustava obou těles plave tak, že olověná deska je pod hranolem a boční stěny obou těles jsou vodorovné, mohou nastat tři případy:

c₁) Spodní vodorovná stěna kvádru je pod povrchem kapaliny (obr. 43a).

c₂) Spodní vodorovná stěna kvádru splývá s povrchem kapaliny (obr. 43b).

c₃) Spodní vodorovná stěna kvádru je nad volným povrchem kapaliny a soustava těles je ponořena do kapaliny jen částí objemu olověné desky (obr. 43c).

Obr. 43



Vzdálenost spodní vodorovné stěny kvádrů od volného povrchu kapaliny budeme nyní značit y .

Je-li $y > 0$, je spodní vodorovná stěna hranolu pod povrchem kapaliny (obr. 43a); je-li $y < 0$, je spodní vodorovná stěna hranolu nad povrchem kapaliny (43c). Je-li $y = 0$, splývá spodní vodorovná stěna hranolu s povrchem kapaliny (obr. 43b).

c_1) Podmínka plavání je vyjádřena rovnicí

$$a^2 b \varrho_1 g + mg = a b y \varrho_0 g + m \frac{\varrho_0}{\varrho_2} g.$$

Po dosazení za m ze vztahu (2) a po úpravě vyjde

$$y = \frac{a(\varrho_2 - \varrho_0 + \varrho_1)}{\varrho_2}. \quad (4)$$

Platí-li $\varrho_0 < \varrho_1 + \varrho_2$, je hloubka ponoru soustavy těles $y > 0$, nastane případ c_1 , což je možné, když plave soustava těles ve vodě ($y = 0,186$ m).

c_2) Kdyby bylo $\varrho_0 = \varrho_1 + \varrho_2$, potom by podle (4) bylo $y = 0$. Pro dané látky těles a pro dané kapaliny vztah (4) není splněn. Případ c_2 nenastane.

c_3) Jestliže je $\varrho_0 > \varrho_1 + \varrho_2$, pak podle (4) je $y < 0$, což znamená, že spodní vodorovná stěna hranolu je nad povrchem kapaliny (obr. 43c). Tento případ c_3 nastane, je-li kapalinou rtuť. Z (4) vychází $y = -0,043$ m.

V tomto případě však musí také platit

$$|y| = -y = \frac{a(\varrho'_0 - \varrho_1 - \varrho_2)}{2} < t. \quad (5)$$

Dosadíme-li ze vztahu (3), dostáváme nerovnost

$$\varrho'_0 - \varrho_1 - \varrho_2 < \varrho'_0 - \varrho_1,$$

která je splněna. Deska je ve rtuti ponořena jen částí objemu.

V případech c_1 a c_3 je soustava ponořena pod povrch kapaliny svou částí o výšce

$$h = y + t = a = 0,20 \text{ m.}$$

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl Ivo Volf)

Vlak moskevského metra projel přímou trať délky s mezi dvěma stanicemi za dobu Δt . Vlak se rozjížděl se zrychlením velikosti a , po dosažení rychlosti v se pohyboval rovnoměrně, potom zastavoval se zrychlením a' , $|a'| = a$.

a) Určete velikost zrychlení a . Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $s = 2,0 \text{ km}$; $\Delta t = 2,0 \text{ min}$; $v = 72 \text{ km h}^{-1}$.

b) Sestrojte grafy rychlosti a dráhy vlaku jako funkce času v intervalu Δt .

Řešení:

Označení veličin

Úsek:	Dráha:	Čas:	Rychlost:
1.	s_1	t_1	$v_1 = at$
2.	s_2	t_2	$v = at_1$
3.	s_3	t_3	$v_2 = v + a't$

Zrychlení: Charakter pohybu:

a	rovnoměrně zrychlený
$-$	rovnoměrný
a'	rovnoměrně zpomalený

a) Pro celkovou dráhu s platí: $s = s_1 + s_2 + s_3$. Doba Δt je dána vztahem: $\Delta t = t_1 + t_2 + t_3$. Protože $|a'| = a$, bude $s_1 = s_3$, $t_1 = t_3$, takže

$$s = 2s_1 + s_2 = at_1^2 + vt_2, \quad (1)$$

$$\Delta t = 2t_1 + t_2. \quad (2)$$

Ze vztahu pro rychlost $v = at_1$ určíme $t_1 = \frac{v}{a}$. Dosadíme do (1) a dostaneme

$$s = \frac{v^2}{a} + vt_2.$$

Ze vztahu (2) je

$$t_2 = \Delta t - 2t_1 = \Delta t - \frac{2v}{a}.$$

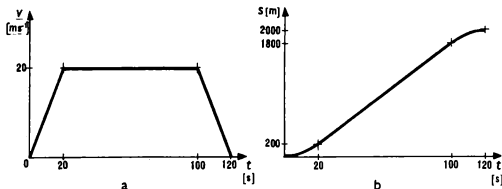
Potom

$$s = \frac{v^2}{a} + v \left(\Delta t - \frac{2v}{a} \right) = v \Delta t - \frac{v^2}{a}.$$

Zrychlení je pak dáno vztahem

$$a = \frac{v^2}{v \Delta t - s}. \quad (3)$$

Pro dané hodnoty je $a = 1 \text{ m s}^{-2}$.



Obr. 44

Pro konstrukci grafu je třeba určit hodnoty:

$$a = 1 \text{ m s}^{-2}; \quad t_1 = 20 \text{ s}; \quad s_1 = 200 \text{ m};$$

$$v = 20 \text{ m s}^{-1}; \quad t_2 = 80 \text{ s}; \quad s_2 = 1600 \text{ m};$$

$$a' = -1 \text{ m s}^{-2}; \quad t_3 = 20 \text{ s}; \quad s_3 = 200 \text{ m}.$$

b) Grafy funkcí $v = f_1(t)$ a $s = f_2(t)$ jsou na obr. 44a a 44b.

2. úloha (navrhli Jan Tesař a Ivo Volf)

Těleso o hmotnosti m bylo v klidu na vodorovné rovině. Působením stálé síly F vodorovného směru se pohybuje po dobu t po dráze délky s . Na konci této dráhy má těleso kinetickou energii W_k . Třecí síla má v klidu i při pohybu stálou velikost F_t .

a) Určete velikost zrychlení a tělesa.

b) Určete práci A , kterou vykoná síla F působením na těleso po celé jeho dráze.

c) Stanovte okamžitý výkon P síly $\mathbf{F}$ na konci dráhy tělesa. Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $m = 5,0 \text{ kg}$, $s = 45 \text{ m}$, $W_k = 90 \text{ J}$, $F_t = 15 \text{ N}$.

Řešení:

a) Těleso má na konci dráhy s rychlost, pro niž platí $W_k = \frac{1}{2}mv^2$. Tedy

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}}. \quad (1)$$

Poněvadž působící síla $\mathbf{F}$ i třecí síla $\mathbf{F}_t$ mají stálou velikost, je pohyb tělesa rovnoměrně zrychlený.

Ze vztahu pro dráhu $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{v^2}{2a}$ určíme zrychlení $a = \frac{v^2}{2s}$.

Vzhledem ke vztahu (1) je

$$a = \frac{W_k}{ms}. \quad (2)$$

Dosadíme-li dané hodnoty, dostaneme

$$a = 0,40 \text{ m s}^{-2}.$$

Těleso se pohybuje s konstantním zrychlením $a = 0,40 \text{ m s}^{-2}$.

b) Síla $\mathbf{F}$ uděluje tělesu o hmotnosti m zrychlení a a zároveň překonává třecí sílu $\mathbf{F}_t$. Platí tedy

$$F = ma + F_t = \frac{W_k}{s} + F_t. \quad (3)$$

Protože na těleso působí za jeho pohybu po dráze s stálá síla $\mathbf{F}$ ve směru pohybu, je práce vykonaná silou $\mathbf{F}$ rovna

$$A = Fs.$$

Po dosazení z (3)

$$A = W_k + F_t s. \quad (4)$$

Po dosazení daných hodnot nám vyjde, že práce, kterou vykoná síla $\mathbf{F}$, je rovna $A = 765 \text{ J}$.

c) Okamžitý výkon síly $\mathbf{F}$ při rychlosti v je $P = Fv$. Tedy

$$P = \left(\frac{W_k}{s} + F_t \right) \sqrt{\frac{2W_k}{m}}. \quad (5)$$

Pro dané hodnoty vychází $P = 102 \text{ W}$.

3. úloha (navrhl Ivo Volf)

Na sedátku řetízkového kolotoče sedí chlapec. V klidu je těžiště T chlapce se sedátkem vzdáleno od osy otáčení o délku r a od bodu M závěsu sedátka o délku l . Při rovnoměrném otáčivém pohybu kolotoče svírá spojnice TM se svislým směrem úhel α .

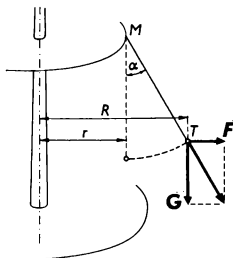
a) Určete velikost rychlosti chlapce vzhledem k povrchu Země.

b) Určete dobu otáčky kolotoče.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $l = 4,0 \text{ m}$, $r = 3,0 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$, $g \doteq 10 \text{ m s}^{-2}$.

Řešení:

Situaci ukazuje obr. 45.



Obr. 45

a) Při otáčivém pohybu kolotoče působí v místě závěsu M výslednice dvou sil: tíhy chlapce se sedátkem velikosti $G = mg$ a odstředivé síly velikosti $F = m \frac{v^2}{R}$, kde v je postupná rychlost pohybu těžiště T a R je poloměr kružnice, po níž se těžiště pohybuje. Podle obr. 45 platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{G} = \frac{v^2}{gR}. \quad (1)$$

Velikost poloměru otáčení R určíme ze vztahu $R = r + l \sin \alpha$. Potom

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{g(r + l \sin \alpha)} \quad (2)$$

a rychlost v se rovná

$$v = \sqrt{g(r + l \sin \alpha) \operatorname{tg} \alpha}. \quad (3)$$

b) Dobu jedné otáčky T_1 určíme ze vztahu $vT_1 = 2\pi R$, dosadíme-li za R a v , dostaneme

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r + l \sin \alpha}{g \operatorname{tg} \alpha}}. \quad (4)$$

Pro dané hodnoty dostáváme:

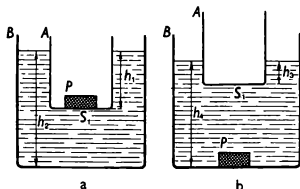
$$v = 5,4 \text{ m s}^{-1}; \quad T_1 \doteq 5,8 \text{ s}.$$

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová)

V prázdné válcové nádobě A o hmotnosti m_1 , jejíž dno má plošný obsah S_1 , je předmět P hustoty ϱ a objemu V . Plove-li nádoba A (obr. 46a) v kapalině hustoty ϱ_0 ($\varrho_0 < \varrho$) ve vnější nádobě B , jejíž dno má plošný obsah S_2 , je volný povrch kapaliny ve výšce h_1 nade dnem nádoby A a ve výšce h_2 nade dnem nádoby B .

Vyjmeme-li předmět P z nádoby A a ponoříme-li ho do kapaliny v nádobě B (obr. 46b), ustálí se volný povrch

Obr. 46



kapaliny ve výšce h_3 nade dnem nádoby A a ve výšce h_4 nade dnem nádoby B ; nádoba A se nedotýká tělesa P . V obou případech jsou dna obou nádob vodorovná.

Rozhodněte, který ze tří vztahů $h_4 \gtrless h_2$ platí, a odůvodněte své tvrzení.

Řešení:

Objem vody v nádobě B je v obou případech stejný. Proto platí

$$h_2 S_2 - h_1 S_1 = h_4 S_2 - h_3 S_1 - V$$

a po úpravě dostaneme

$$S_2(h_2 - h_4) = S_1(h_1 - h_3) - V. \quad (1)$$

Na základě Archimédova zákona pro plavání nádoby A v kapalině v nádobě B platí v prvním případě

$$S_1 h_1 \varrho_0 g = m_1 g + V \varrho g, \quad (2)$$

v druhém případě

$$S_1 h_3 \varrho_0 g = m_1 g. \quad (3)$$

Z rovnic (2) a (3) dostaneme

$$S_1(h_1 - h_3) = \frac{V \varrho}{\varrho_0}. \quad (4)$$

Po dosazení ze vztahu (4) do vztahu (1) vyjde

$$S_2(h_2 - h_4) = \frac{V \varrho}{\varrho_0} - V = \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0} V$$

a odtud

$$h_2 - h_4 = \frac{V}{S_2} \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0}.$$

Protože veličiny S_2 , V , ϱ_0 a $(\varrho - \varrho_0)$ jsou kladné, je kladný i rozdíl $(h_2 - h_4)$.

Proto platí vztah

$$h_4 < h_2.$$

5. Úlohy kategorie E

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Bohumil Vlach a dr. Ivan Náter.

a) První kolo soutěže

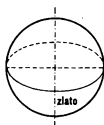
1. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Koule o poloměru $r = 1,00$ cm a o hmotnosti $m = 62,38$ g je složená za dvou polokoulí. Jedna polokoule je z čistého zlata, druhá je z jiného kovu.

a) Určete kov, z něhož je druhá polokoule.

b) Na povrchu koule pozorujeme kružnici, která je hranicí mezi oběma polokoullemi.

V jaké poloze se tato kružnice ustálí, dáme-li kouli na hladkou vodorovnou skleněnou desku? Nakreslete náčrt koule a vyznačte v něm polohu zlaté polokoule. Odůvodněte správnost náčrtu. Hustotu ϱ_1 zlata a hustotu ϱ_2 druhého kovu najdete v tabulce F 7 v Matematických, fyzikálních a chemických tabulkách pro ZDŠ.



Obr. 47

Řešení:

a) Hmotnost koule o poloměru r , jejíž jedna polovina je ze zlata o hustotě ϱ_1 a druhá polovina z kovu o hustotě ϱ_2 , je určena vztahem

$$m = \frac{2}{3} \pi r^3 \varrho_1 + \frac{2}{3} \pi r^3 \varrho_2 = \frac{2}{3} \pi r^3 (\varrho_1 + \varrho_2).$$

Odtud plyne pro hustotu druhého kovu

$$\varrho_2 = \frac{3m}{2\pi r^3} - \varrho_1.$$

Po dosazení hodnot daných veličin m a r a tabulkové hodnoty pro hustotu zlata $\varrho_1 = 19\,320 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ vyjde hustota druhého kovu

$$\varrho_2 = 10\,499 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \doteq 10\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Podle tabulek odpovídá tato hodnota hustotě stříbra. Druhá polokoule je ze stříbra.

b) Protože hustota zlata je větší než hustota stříbra, $\varrho_1 > \varrho_2$, je polokoule ze zlata těžší než polokoule ze stříbra,

proto se koule na hladké vodorovné desce ustálí tak, že zlatá polokoule bude naspodu, jak ukazuje obr. 47. Dělicí kružnice bude vodorovná.

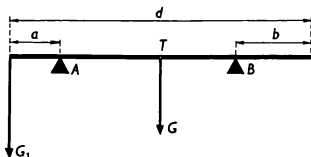
2. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

Deska zednického lešení má délku $d = 6,0$ m a tíhu $G = 60$ kp. Leží na podpěrách A , B . Podpěra A je od levého konce desky vzdálena o délku $a = 1,0$ m, podpěra B je od pravého konce desky vzdálena o délku $b = 1,5$ m. Po desce se má pohybovat zedník tíhy $G_1 = 80$ kp.

- Nakreslete náčrtek lešení. Volte měřítko $1\text{ m} \sim 2\text{ cm}$.
- Zjistěte, zda se může zedník postavit až na pravý nebo až na levý okraj desky.
- Jestliže se zedník nemůže na některé straně desky postavit až na okraj desky, navrhnete takovou úpravu lešení, aby to bylo možné. Návrh zdůvodněte výpočtem.

Tloušťku desky vzhledem k ostatním jejím rozměrům zanedbáváme. Těžiště desky je uprostřed desky.

Obr. 48



Řešení:

a) Náčrtek lešení je na obr. 48.

b) Deska lešení představuje páku, která se může otáčet buď kolem podpěry A , nebo kolem podpěry B podle toho, na které straně desky je zedník. Jednou silou působící na této páce je tíha desky G , která působí v těžišti uprostřed desky. Její moment vzhledem k podpěře A je

$$M_A = G\left(\frac{d}{2} - a\right) = 120 \text{ kp m},$$

a vzhledem k podpěře B je

$$M_B = G\left(\frac{d}{2} - b\right) = 90 \text{ kp m}.$$

Kdyby se zedník o tíze G_1 postavil až na levý okraj desky, byl by moment jeho tíhy

$$M_{1A} = G_1 a = 80 \text{ kp m}.$$

Poněvadž $M_{1A} < M_A$, může se zedník postavit až na levý okraj desky.

Kdyby se zedník postavil až na pravý okraj desky, byl by moment jeho tíhy

$$M_{1B} = G_1 b = 120 \text{ kp m}.$$

Poněvadž nyní by byl moment tíhy zedníka vzhledem k podpěře B větší než moment tíhy desky vzhledem k téže podpěře – $M_{1B} > M_B$, nesmí se zedník postavit až na pravý okraj desky.

c) Aby se zedník mohl postavit i na pravý okraj desky, je nutno posunout podpěru B směrem k pravému okraji desky tak, aby moment tíhy desky vzhledem k nové poloze podpěry B (vzdálenost od pravého konce desky je nyní b') byl větší, nejvýše roven momentu tíhy zedníka vzhledem k téže podpěře.

Moment tíhy desky je nyní

$$M_{B'} = G \left(\frac{d}{2} - b' \right),$$

moment tíhy zedníka je

$$M_{1B'} = G_1 b'.$$

Musí pro ně platit

$$M_{B'} \geq M_{1B'}.$$

Pro největší možné b' musí platit

$$G \left(\frac{d}{2} - b' \right) = G_1 b'.$$

Odtud plyne

$$b' = \frac{Gd}{2(G + G_1)}.$$

Po dosazení daných hodnot dostaneme $b' = \frac{9}{7} \text{ m} \doteq 1,28 \text{ m}$.

Aby se zedník mohl postavit i na pravý konec desky, musí se podpěra B posunout tak, aby její vzdálenost od tohoto okraje byla nejvýše 1,28 m.

3. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

Uzavřená běžecká dráha stadiónu má délku $d = 390$ m. Trénují na ní dva běžci, o jejichž průměrných rychlostech v_1 , v_2 platí: $v_1 > v_2$. Startují-li současně z téhož místa v opačných směrech, setkají se poprvé za dobu $t_1 = 30$ s.

Startují-li současně z téhož místa stejným směrem, rychlejší běžec ponejprv dohoní pomalejšího za dobu $t_2 = 13$ min 0,0 s.

a) Vypočtete rychlosti v_1 a v_2 běžců v $\frac{\text{m}}{\text{min}}$.

b) Určete počet n_1 kol, která vykoná první běžec, a počet n_2 kol, která vykoná druhý běžec v druhém případě za dobu t_2 .

Řešení:

a) Běží-li oba běžci z téhož místa běžecké dráhy opačným směrem, platí pro jejich uběhnuté dráhy do prvního setkání

$$s_1 + s_2 = d. \quad (1)$$

Poněvadž se pohybují průměrnými rychlostmi v_1 a v_2 po čas t_1 , můžeme (1) psát ve tvaru

$$v_1 t_1 + v_2 t_1 = d. \quad (2)$$

Běží-li oba běžci stejným směrem, pak pro jejich dráhy do prvního setkání platí

$$s_1 - s_2 = d,$$

což po dosazení průměrných rychlostí a příslušného času t_2 lze psát

$$v_1 t_2 - v_2 t_2 = d. \quad (3)$$

Řešením rovnic (2) a (3) dostaneme

$$v_1 = \frac{d(t_1 + t_2)}{2t_1t_2}, \quad v_2 = \frac{d(t_2 - t_1)}{2t_1t_2}. \quad (4)$$

Dosadíme-li dané hodnoty, vypočteme:

$$v_1 = 405 \frac{\text{m}}{\text{min}}, \quad v_2 = 375 \frac{\text{m}}{\text{min}}.$$

b) Pro počet kol, která uběhnou běžci za dobu t_2 , platí

$$n_1 = \frac{v_1 t_2}{d} \quad \text{a} \quad n_2 = \frac{v_2 t_2}{d}.$$

Dosadíme-li za rychlosti hodnoty (4), dostaneme

$$n_1 = \frac{t_1 + t_2}{2t_1} \quad \text{a} \quad n_2 = \frac{t_2 - t_1}{2t_1}.$$

Číselně

$$n_1 = 13,5 \quad \text{a} \quad n_2 = 12,5.$$

Do prvního setkání uběhne první běžec 13,5 kola, druhý běžec 12,5 kola.

4. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

Ponorným vařičem o příkonu $P = 1000 \text{ W}$, připojeným ke zdroji elektrického napětí $U = 220 \text{ V}$, by se voda o hmotnosti $m = 10,0 \text{ kg}$ ohřála v kalorimetru o $\Delta t = 60,0 \text{ }^\circ\text{C}$ za dobu τ .

V okamžiku, kdy se voda ohřála teprve o $\frac{\Delta t}{2}$, pokleslo

elektrické napětí zdroje na $U_1 = \frac{U}{2}$. V důsledku toho se ohřátí vody o Δt prodloužilo na dobu τ_1 .

a) Vypočtete doby τ , τ_1 .

b) Vypočtete poměr $\tau_1 : \tau$.

Měrné teplo vody je $c = 1,00 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$; $1 \text{ Ws} = 0,000 24 \text{ kcal}$.

Tepelné ztráty zanedbáváme.

Řešení:

Zavedeme označení $k = 0,000 24 \frac{\text{kcal}}{\text{Ws}}$.

Teplo Q_1 , kterým se voda o hmotnosti m ohřeje o Δt , je určeno vztahem

$$Q_1 = cm \Delta t, \quad (1)$$

kde c je měrné teplo vody. Toto teplo vzniklo přeměnou elektrické energie proudu, který procházel ponorným vařičem. Práce proudu je dána výrazem

$$A = P\tau. \quad (2)$$

Teplo Q_1 je dáno v kcal, práce A ve Ws; podle vztahu ze zadání úlohy platí

$$Q_1 = kA$$

a po dosazení z (1) a (2)

$$cm \Delta t = kP\tau. \quad (3)$$

Odtud pro dobu τ plyne

$$\tau = \frac{cm \Delta t}{kP}. \quad (4)$$

Po dosazení daných hodnot $\tau = 2500 \text{ s}$.

Pro dobu τ_1 platí

$$\tau_1 = \frac{\tau}{2} + \tau_2, \quad (5)$$

kde τ_2 je doba, po kterou se voda ohřívá při sníženém napětí U_1 , tedy při sníženém příkonu P_1 . Pro příkon P vaříče platí $P = \frac{U^2}{R}$, kde R je odpor topné spirály vaříče.

Příkon P_1 je pak určen vztahem

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R} = \frac{U^2}{4R} = \frac{P}{4}.$$

Podle (3) můžeme psát

$$cm \frac{\Delta t}{2} = kP_1\tau_2 = k \frac{P}{4} \tau_2,$$

odkud vychází

$$\tau_2 = \frac{2cm \Delta t}{kP}. \quad (6)$$

Dosadíme-li do (5) vztahy (4) a (6), dostaneme pro dobu τ_1

$$\tau_1 = \frac{5cm \Delta t}{2kP}.$$

Po dosazení daných hodnot $\tau_1 = 6250$ s.

b) Pro poměr $\tau_1 : \tau$ platí

$$\tau_1 : \tau = \frac{5cm \Delta t}{2kP} : \frac{cm \Delta t}{kP} = 5 : 2.$$

Pro číselné hodnoty

$$\frac{\tau_1}{\tau} = \frac{6250}{2500} = 2,5.$$

5. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Určení průměrné hmotnosti a průměrné hustoty malých pravidelných těles

a) Určete průměrnou hmotnost m a průměrnou hustotu ρ zrnka hrachu za předpokladu, že hrachové zrnko je dokonale kulaté.

b) Hrách o hmotnosti asi 250 g zaujímá v nádobě objem V ; $V = V_1 + V_2$, kde V_1 je součet objemů všech hrachových zrněk, V_2 je součet objemů všech mezer mezi zrnky.

Vypočtete poměr $p = \frac{V_1}{V_2}$.

c) Po provedení úlohy s hrachem se pokuste navrhnout obdobnou metodu na určení průměrné hmotnosti zrnka máku.

Pomůcky:

Hrách (žlutý neloupaný) o hmotnosti asi 0,5 kg, odměrný válec, váhy se sadou závaží, posuvné měřítko s noniem.

Postup práce:

1. Odvážíme asi $m_0 = 250$ g přebraného hrachu. V odměrném válci určíme jeho objem V .

2. Spočítáme zrnka, získáme číslo n .

3. Posuvným měřítkem změříme průměr aspoň pěti náhodně vybraných zrn; každé zrnko měříme aspoň ve dvou různých směrech. Průměr d zrna určíme jako aritmetický průměr všech měření.

4. Z naměřených hodnot m_0 , V , n , d vypočtete m , ρ , p .

Řešení:

a) Odvážili jsme 250 g hrachu, tedy $m_0 = 250$ g. V odváženém množství hrachu bylo 1685 zrn; $n = 1685$. Průměrná hmotnost hrachového zrna

$$m = \frac{m_0}{n} = \frac{250 \text{ g}}{1685} \doteq 0,15 \text{ g}.$$

Průměrná hodnota poloměru hrachového zrna z deseti měření průměru různých zrn posuvným měřítkem vyšla $r = 0,28$ cm. Průměrný objem zrna je určen vztahem

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi r^3 \doteq 0,09 \text{ cm}^3.$$

Pro průměrnou hustotu hrachu pak platí

$$\rho = \frac{m}{V_0} = 1,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

b) Součet objemů všech hrachových zrn V_1 je

$$V_1 = nV_0 = 153,3 \text{ cm}^3.$$

Hrách o hmotnosti m_0 zaujímal v odměrném válci objem

$V = 312,6 \text{ cm}^3$. Objem V je roven součtu objemů všech hrachových zrněk a součtu objemů všech mezer mezi zrnky, tedy

$$V = V_1 + V_2.$$

Pro poměr p platí

$$p = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V - V_1}.$$

Po dosazení číselných hodnot je $p = 0,96 \pm 1$. Prázdný prostor mezi zrnky hrachu je přibližně roven součtu objemů všech zrn.

c) Průměrnou hmotnost makových zrněk můžeme určit tak, že hmotnost vážitelného množství máku vydělíme počtem zrněk.

6. úloha (navrhl Zdeněk Kalík)

Na objímce žárovky $\check{Z}_1$ jsou údaje 220 V, 40 W; na objímce žárovky $\check{Z}_2$ jsou údaje 4 V, 0,5 A.

Rozhodněte, je-li možné připojit žárovky ke zdroji elektrického napětí $U = 220 \text{ V}$

a) vedle sebe (nakreslete schéma spojení),

b) za sebou (nakreslete schéma spojení)

bez nebezpečí, že se některá žárovka poškodí. Rozhodnutí zdůvodněte výpočtem proudu v žárovkách.

Řešení:

Z údajů na žárovce $\check{Z}_1$ a ze vztahu $R = \frac{U^2}{P}$ vypočteme

odpor žárovky $R_1 = 1210 \Omega$. Z údajů na žárovce $\check{Z}_2$ a ze vztahu $R = \frac{U}{I}$ vypočteme odpor žárovky $R_2 = 8 \Omega$.

a) Schéma zapojení vedle sebe je na obr. 49a. Poněvadž žárovka $\check{Z}_1$ je připojena k předepsanému napětí, má přípustný příkon a žárovka se nepoškodí. Přitom žárovkou prochází proud I_1 , pro nějž platí

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220 \text{ V}}{1210 \Omega} \doteq 0,18 \text{ A}.$$

Žárovka $\check{Z}_2$ není připojena na předepsané napětí. Žárovkou prochází proud určený vztahem

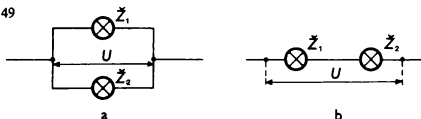
$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{220 \text{ V}}{8 \Omega} = 27,5 \text{ A}.$$

Poněvadž proud I_2 je mnohem větší než přípustný proud 0,5 A, žárovka $\check{Z}_2$ se přepálí.

Žárovky $\check{Z}_1$ a $\check{Z}_2$ nelze připojit vedle sebe ke zdroji elektrického napětí 220 V.

b) Schéma zapojení za sebou je na obr. 49b.

Obr. 49



Napětí zdroje U se dělí na napětí U_1 , které je na žárovce $\check{Z}_1$, a na napětí U_2 na žárovce $\check{Z}_2$. Platí tedy

$$U = U_1 + U_2 = 220 \text{ V.} \quad (1)$$

Platí pro ně dále

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2},$$

odkud

$$U_1 = U_2 \frac{R_1}{R_2}.$$

Dosadíme-li do (1), dostaneme

$$U = U_2 \frac{R_1}{R_2} + U_2$$

a odtud

$$U_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (2)$$

Proud procházející žárovkou $\check{Z}_2$ je po použití vztahu (2)

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U}{R_1 + R_2} \doteq 0,18 \text{ A.}$$

Poněvadž proud $I_2 < 0,5 \text{ A}$, žárovka $\check{Z}_2$ se nepoškodí. Proud I_2 prochází také sériově zapojenou žárovkou $\check{Z}_1$. Příkon žárovky $\check{Z}_1$ je

$$P_1 = R_1 I_2^2 \doteq 39,2 \text{ W.}$$

Poněvadž příkon $P_1 < 40 \text{ W}$, nepoškodí se ani žárovka $\check{Z}_1$. Žárovky $\check{Z}_1$ a $\check{Z}_2$ je možné připojit za sebou ke zdroji o napětí 220 V bez nebezpečí, že se některá z nich poškodí.

7. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Dřevěná válcová nádoba o tíze $G = 1,70 \text{ kp}$ má vnější výšku $h = 3,0 \text{ dm}$ a vnější průměr dna $d = 3,0 \text{ dm}$. Její vnitřní průměr je $d_1 = 2,8 \text{ dm}$ a tloušťka dna $t = 0,1 \text{ dm}$. V nádobě je voda o tíze $G_1 = 1,0 \text{ kp}$.

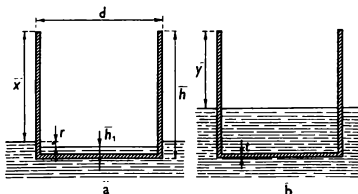
a) Jaká část x výšky h nádoby vyčnívá nad hladinu, plave-li nádoba na vodě? Oč je hladina vody v nádobě níže, než je hladina vody kolem plovoucí nádoby? Nakreslete obrázek a vyznačte v něm rozdíl výšek hladin vody. Volte měřítko $1 \text{ dm} \sim 3 \text{ cm}$.

b) Do nádoby dolejeme tolik vody, až její hladina uvnitř nádoby a hladina vody kolem plovoucí nádoby budou v jedné rovině.

Vypočítejte, jaká část y výšky h nádoby vyčnívá nyní nad hladinu vody.

$$\text{Měrná tíha vody je } \gamma = 1,00 \frac{\text{kp}}{\text{dm}^3}.$$

Obr. 50



Řešení:

a) Situaci ukazuje obr. 50a.

Poněvadž nádoba plave, jsou síly působící svisle dolů – tíha nádoby a tíha vody v nádobě – v rovnováze se vztlakovou silou, působící svisle vzhůru.

Podle Archimédova zákona je vztlaková síla

$$F_v = V\gamma = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 (h - x) \gamma.$$

Rovnováha sil je tedy vyjádřena vztahem

$$G + G_1 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 (h - x) \gamma,$$

odkud vyplývá

$$x = h - \frac{G + G_1}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \gamma}.$$

Po dosazení daných hodnot vychází $x = 2,62$ dm.

Voda v nádobě má tvar válce, jehož výška h_1 je určena vztahem

$$h_1 = \frac{G_1}{\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \gamma}.$$

Číselně: $h_1 = 0,16$ dm.

Rozdíl r obou hladin je $r = h - x - (t + h_1) = 0,12$ dm.

b) Podle obr. 50b pro výšku vody v nádobě nyní platí

$$h'_1 = h - y - t,$$

takže tíha vody v nádobě je $G'_1 = \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 (h - y - t) \gamma$.

Poněvadž vztlaková síla je nyní určena vztahem

$$F'_v = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 (h - y) \gamma,$$

pro rovnováhu plovoucí nádoby platí

$$\pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 (h - y) \gamma = G + \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 (h - y - t) \gamma.$$

Odtud plyne

$$y = \frac{\left(\frac{d}{2} \right)^2 h - \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 (h - t) - \frac{G}{\pi \gamma}}{\left(\frac{d}{2} \right)^2 - \left(\frac{d_1}{2} \right)^2}$$

Po dosazení číselných hodnot dostaneme $y = 1,83 \text{ dm}$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Dvě krychle mají stejný objem V_0 a stejnou hmotnost m_0 . Jedna z nich je ze stříbra, druhá ze slitiny mědi a zlata.

a) Určete hmotnost m_1 mědi a hmotnost m_2 zlata v druhé krychli.

b) Určete objem V_1 mědi a objem V_2 zlata v druhé krychli.

c) Určete procentové složení druhé krychle podle hmotností a podle objemů kovových složek.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $V_0 = 1,00 \text{ dm}^3$,

$$\rho_{\text{Cu}} = 8,90 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}, \quad \rho_{\text{Au}} = 19,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}, \quad \rho_{\text{Ag}} = 10,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}.$$

Řešení:

a) Ze zadání úkolu plyne: $m_0 = 10,5 \text{ kg}$. Dále platí: součet hmotností mědi a zlata v druhé krychli je roven hodnotě hmotnosti m_0 první krychle; součet objemů mědi a zlata v druhé krychli je roven objemu V_0 . Matematicky to vyjadřují rovnice:

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &= m_0, \\ V_1 + V_2 &= V_0 \quad \text{neboli} \quad \frac{m_1}{\rho_{\text{Cu}}} + \frac{m_2}{\rho_{\text{Au}}} = V_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Z rovnice (1) vypočteme:

$$m_1 = \frac{V_0 \rho_{\text{Au}} - m_0}{\rho_{\text{Au}} - \rho_{\text{Cu}}} \rho_{\text{Cu}}; \quad m_2 = \frac{m_0 - V_0 \rho_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Au}} - \rho_{\text{Cu}}} \rho_{\text{Au}}. \quad (2)$$

Dosazením zadaných hodnot do rovnic (2) vypočteme: $m_1 = 7,52 \text{ kg}$, $m_2 = 2,97 \text{ kg}$.

Hmotnost mědi obsažené v druhé krychli je $m_1 = 7,52 \text{ kg}$ a hmotnost zlata obsaženého v druhé krychli je $m_2 = 2,97 \text{ kg}$.

b) Z rovnice (1) plyne

$$V_1 \rho_{\text{Cu}} + V_2 \rho_{\text{Au}} = m_0. \quad (3)$$

Z rovnic (1) a (3) vypočteme:

$$V_1 = \frac{V_0 \rho_{\text{Au}} - m_0}{\rho_{\text{Au}} - \rho_{\text{Cu}}}; \quad V_2 = \frac{m_0 - V_0 \rho_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Au}} - \rho_{\text{Cu}}}. \quad (4)$$

Dosazením zadaných hodnot do rovnic (4) vypočteme: $V_1 = 0,85 \text{ dm}^3$, $V_2 = 0,15 \text{ dm}^3$. V druhé krychli je objem mědi $V_1 = 0,85 \text{ dm}^3$ a zlata $V_2 = 0,15 \text{ dm}^3$.

c) Slitina druhé krychle se dá charakterizovat buď počtem procent hmotností (p_{Cu} , p_{Au}) obou složek, nebo počtem procent ($\bar{p}_{\text{Cu}}$, $\bar{p}_{\text{Au}}$) objemů obou složek. Platí:

$$p_{\text{Cu}} = 100 \frac{m_1}{m_0}, \quad p_{\text{Au}} = 100 \frac{m_2}{m_0},$$

$$\bar{p}_{\text{Cu}} = 100 \frac{V_1}{V_0}, \quad \bar{p}_{\text{Au}} = 100 \frac{V_2}{V_0}.$$

Dosazením příslušných hodnot do těchto vztahů vypočteme:

$$p_{\text{Cu}} = 71,71 \%, \quad p_{\text{Au}} = 28,28 \%;$$

$$\bar{p}_{\text{Cu}} = 85,0 \%, \quad \bar{p}_{\text{Au}} = 15,0 \%.$$

V druhé krychli je 71,71 % mědi a 28,28 % zlata; měď zaujímá 85 % objemu druhé krychle, zlato 15,0 %.

2. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Vojenská kolona má délku $d = 10,0 \text{ km}$ a přesunuje se po silnici průměrnou rychlostí $v_0 = 20,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. V okamžiku, kdy je konec kolony u kilometrovníku 100, vyjede z konce kolony spojka na motocyklu k veliteli v čele kolony průměrnou rychlostí v ; čelo kolony dostihne za dobu $t = 12,0 \text{ min}$. Hlášením veliteli se zdrží po dobu $t_1 = 10,0 \text{ min}$, přičemž se pohybuje s čelem kolony. Potom se vrátí stejnou průměrnou rychlostí v na konec kolony.

- a) Vypočtete průměrnou rychlost v spojky.
 b) Vypočtete vzdálenost d_1 (měřenou po silnici) konce kolony od kilometrovníku 100 v okamžiku, kdy se spojka vrátí na konec kolony.

Řešení:

a) Jede-li spojka od konce k čelu kolony, je její relativní rychlost vzhledem k pohybující se koloně $v - v_0$. Proto platí:

$$(v - v_0) t = d.$$

Z tohoto vztahu vypočteme:

$$v = \frac{d + v_0 t}{t}.$$

Dosazením zadaných hodnot vypočteme

$$v = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Průměrná rychlost spojky je

$$v = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

b) Do vzdálenosti d_1 od kilometrovníku 100 se konec kolony přesune za dobu $t_0 = t + t_1 + t_2$.

Proto platí:

$$d_1 = (t + t_1 + t_2) v_0. \quad (1)$$

Za dobu t_2 se spojka přemístí z čela zpět na konec kolony relativní rychlostí (vzhledem k pohybující se koloně) $v + v_0$. Proto platí:

$$t_2 = \frac{d}{v + v_0}.$$

Dosadíme-li tento vztah do (1), dostaneme

$$d_1 = \left(t + t_1 + \frac{d}{v + v_0} \right) v_0.$$

Dosazením číselných hodnot vypočteme $d_1 \doteq 9,5$ km.

V okamžiku, kdy se spojka vrátí na konec kolony, je vzdálenost konce kolony od kilometrovníku 100 rovna $d_1 \doteq 9,5$ km.

3. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Ocelová koule o hmotnosti m a měrném teple c byla zahřáta do červeného žáru a pak rychle vložena do vody o hmotnosti m_1 a teplotě t_1 v kalorimetru. V kalorimetru se ustálila teplota na hodnotě t_2 .

Určete původní teplotu t koule.

Řešte pokud možno obecně a potom pro hodnoty $m = 0,50$ kg; měrné teplo oceli $c = 0,114 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$; $m_1 = 2,00$ kg;

$t_1 = 15,0^\circ\text{C}$; $t_2 = 28,4^\circ\text{C}$; měrné teplo vody $c_1 = 1,00 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$.

Ke ztrátám tepla a částečnému vypařování při vkládání koule do vody nepřihlížíme.

Řešení:

Teplo, které vydala koule při svém ochlazení z teploty t na teplotu t_2 , je dáno vztahem $Q = cm(t - t_2)$.

Teplo, které přijala voda na své ohřátí z teploty t_1 na teplotu t_2 , je $Q_1 = c_1 m_1(t_2 - t_1)$.

Teplem, které se uvolnilo ochlazením koule, se ohřála voda. Platí kalorimetrická rovnice

$$cm(t - t_2) = c_1 m_1(t_2 - t_1). \quad (1)$$

Ze vztahu (1) plyne:

$$t = \frac{(m_1 c_1 + mc) t_2 - m_1 c_1 t_1}{mc}.$$

Po dosazení zadaných hodnot dostaneme: $t = 498,5^\circ\text{C}$.
Původní teplota koule byla $t = 498,5^\circ\text{C}$.

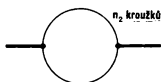
4. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach a dr. M. Chytilová)

Stejnorodý drát všude o stejném průřezu má odpor $R = 192\ \Omega$.

a) V jednom případě drát rozřežeme na n_1 stejných dílů, které spojíme vedle sebe; výsledný odpor této soustavy vodičů je $R_1 = 3,00\ \Omega$. Vypočtete n_1 .

b) V druhém případě z drátu vyrobíme n_2 stejných kroužků. Kroužky spojíme vedle sebe tak, že přívodní dráty jsou připojené k protilehlým bodům každého kroužku (obr. 51). Výsledný odpor soustavy kroužků je $R_2 = R_1$. Vypočtete n_2 .

c) Vypočtete poměr $\frac{n_1}{n_2}$ a vypočítanou hodnotu odůvodněte. Odpor přívodních vodičů zanedbáváme.



Obr. 51

Řešení:

a) Odpor R_0 jednoho dílu drátu je $R_0 = \frac{R}{n_1}$. Pro výsledný odpor R_1 všech n_1 dílů drátu spojených vedle sebe platí

$$\frac{1}{R_1} = \frac{n_1}{R_0} = \frac{n_1^2}{R}.$$

Odtud vypočteme

$$n_1^2 = \frac{R}{R_1}, \quad n_1 = \sqrt{\frac{R}{R_1}}. \quad (1)$$

Po dosazení daných hodnot dostaneme $n_1 = 8$. Drát rozřežeme na 8 stejných dílů.

b) Odpor R_0 každého kroužku určíme jako výsledný odpor dvou stejných polokroužků spojených vedle sebe. Proto platí

$$R_0 = \frac{1}{2} \frac{R}{2n_2}.$$

Pro výsledný odpor R_1 soustavy kroužků spojených vedle sebe platí:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{n_2}{R_0} = 4 \frac{n_2^2}{R}.$$

Odtud plyne

$$n_2^2 = \frac{1}{4} \frac{R}{R_1} \quad \text{nebo} \quad n_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{R_1}}. \quad (2)$$

Dosazením zadaných hodnot vypočteme $n_2 = 4$. Z drátu vyrobíme $n_2 = 4$ stejných kroužků.

c) Ze vztahů (1) a (2) plyne $\frac{n_1}{n_2} = 2$, tj. $n_1 = 2n_2$.

Soustava n_2 kroužků, spojených daným způsobem vedle sebe, tvoří soustavu $2n_2$ polokroužků spojených vedle sebe. Poněvadž n_1 dílů drátu spojených vedle sebe má stejný odpor jako $2n_2$ polokroužků spojených vedle sebe, musí být délka jednoho polokroužku z části b) rovna délce jednoho dílu drátu z části a) a počet dílů drátu n_1 musí být dvojnásobkem počtu kroužků, tj. $n_1 = 2n_2$.

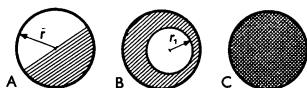
c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Tři válce (obr. 52) mají stejné poloměry $r = 0,05$ m, výšky $h = 0,10$ m a hmotnosti m . Na pohled jsou válce nerozlišitelné. Obrázek ukazuje průřez válců.

Válec *A* je složen z měděného $\left(\rho_{\text{Cu}} = 8,90 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}\right)$ a zlatého $\left(\rho_{\text{Au}} = 19,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}\right)$ poloválce. Válec *B* je ze zlata; obsahuje válcovou dutinu, jejíž osa je rovnoběžná s osou válce a jejíž podstavy mají od podstav válce vzdálenosti $d_1 = 0,01$ m. Válec *C* je ze stejnorodé slitiny mědi a zlata.

Obr. 52



- a) Vypočítejte poloměr r_1 dutiny válce B .
 b) Válce jsou na vodorovné hladké desce stolu; jinak není k dispozici žádná pomůcka. Jak poznáte, který válec je A , který B a který C ? V případě válce B uvažte také vzdálenost osy dutiny od osy válce.

Řešení:

a) Poněvadž hmotnosti válců jsou stejné, je hmotnost m válce A , daná vztahem $m = \frac{1}{2} \pi r^2 h (\rho_{Cu} + \rho_{Au})$, rovna hmotnosti válce B , pro kterou platí

$$m = [\pi r^2 h - \pi r_1^2 (h - 2d_1)] \rho_{Au}.$$

Platí tedy

$$\frac{1}{2} \pi r^2 h (\rho_{Cu} + \rho_{Au}) = \pi [r^2 h - r_1^2 (h - 2d_1)] \rho_{Au}.$$

Z této rovnice plyne pro poloměr r_1 dutiny ve válci B vztah

$$r_1^2 = r^2 h \frac{\rho_{Au} - \rho_{Cu}}{2\rho_{Au}(h - 2d_1)}$$

čili

$$r_1 = r \sqrt{h \frac{\varrho_{\text{Au}} - \varrho_{\text{Cu}}}{2\varrho_{\text{Au}}(h - 2d_1)}}.$$

Dosazením daných hodnot vypočítáme $r_1 = 0,29$ dm. Poloměr válcové dutiny ve válci B je $r_1 = 0,29$ dm.

b) Válcce položíme na stůl tak, aby jejich povrchové přímky byly vodorovné. Válcce rozlišíme podle toho, jakou rovnovážnou polohu na vodorovném stole zaujmou.

Válec A zaujme rovnovážnou polohu stálou; přitom leží na povrchové přímce, která půlí plášť zlatého poloválce.

Válec B obecně zaujme také rovnovážnou polohu stálou, přitom leží na povrchové přímce nejvzdálenější od osy válcové dutiny. Po vychýlení se do rovnovážné polohy vrací pomaleji než válec A . Čím je osa dutiny blíže ose válce, tím pomaleji se válec B po vychýlení vrací do stálé rovnovážné polohy. Splyne-li osa dutiny s osou válce B , válec B zaujme rovnovážnou polohu volnou. V tom případě se válec B nerozezná od válce C .

Válec C má na vodorovné podložce rovnovážnou polohu volnou a je v rovnováze ať leží na kterékoli povrchové přímce.

2. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

Válcová nádoba z měděného plechu o tloušťce $t = 1,00$ mm má hmotnost $m = 1,40$ kg. Vnější poloměr dna nádoby je $r = 1,00$ dm, vnější výška nádoby je $h = 2,00$ dm. Ve středu dna nádoby je malý otvor, který je možno uzavřít. Při

uzavřeném otvoru je v nádobě voda o hmotnosti $m_1 = 2,00$ kg. Nádobu plave ve vodě.

a) Vypočítejte část x výšky h válce, která vyčnívá nad povrchem okolní vody.

b) Otevřeme-li otvor ve dně nádoby, voda vniká dovnitř. Vypočítejte vzdálenost y povrchu vody v nádobě od horního okraje nádoby v okamžiku, kdy horní okraj nádoby je právě v rovině povrchu vnější vody.

c) Popište děj, který proběhne od okamžiku, kdy nádoba s vodou dosáhne stavu popsaného v otázce b). Hustota vody je $\rho = 1,00 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.

Řešení:

a) Podle Archimédova zákona pro plovoucí nádobu s vodou je součet tíhy nádoby a tíhy vody v nádobě roven tíze vody vytlačené ponořeným objemem nádoby. Poněvadž tělesa mající v daném místě stejnou tíhu mají i stejnou hmotu, platí, že součet hmotnosti m nádoby a hmotnosti m_1 vody v nádobě se rovná hmotnosti vody, jejíž objem se rovná objemu ponořené části nádoby. Tedy

$$m + m_1 = \pi r^2(h - x) \rho.$$

Z tohoto vztahu vypočítáme

$$x = \frac{\pi r^2 h \rho - (m + m_1)}{\pi r^2 \rho}.$$

Po dosazení číselných hodnot dostaneme $x \doteq 0,92$ dm. Část vnější výšky nádoby vyčnívající nad povrch okolní vody je rovna $x \doteq 0,92$ dm.

b) V okamžiku, kdy horní okraj nádoby je právě v rovině povrchu vnější vody, se hmotnost vody, jejíž objem se rovná vnějšímu objemu nádoby, rovná součtu hmotnosti m nádoby a hmotnosti vody, která je právě v nádobě. Proto platí

$$\pi r^2 h \varrho = m + \pi(r - t)^2 (h - t - y) \varrho.$$

Z tohoto vztahu vypočítáme

$$y = \frac{m + \pi(r - t)^2 (h - t) \varrho - \pi r^2 h \varrho}{\pi(r - t)^2 \varrho}.$$

Dosazením daných hodnot vypočítáme $y = 0,39$ dm. V uvažovaném okamžiku je povrch vody v nádobě níže než povrch okolní vody o $y = 0,39$ dm.

c) Voda se přelee přes horní okraj dovnitř nádoby a nádoba se rychle potopí. Tíha nádoby je větší než tíha vody mající stejný objem jako plechové stěny a dno nádoby, poněvadž hustota mědi je větší než hustota vody.

3. úloha (navrhl Václav Suchánek)

a) Voda o hmotnosti m_1 a teplotě $t_1 = 0,00$ °C se smíchá s vodou o hmotnosti m_2 a teplotě $t_2 = 100$ °C. Dostaneme vodu o hmotnosti $m_0 = 1,00$ kg a teplotě $t_0 = 60,0$ °C. Určete hmotnosti m_1 a m_2 .

b) Do vody o hmotnosti m_3 a teplotě $t_2 = 100$ °C se přidá led o hmotnosti m_4 a teplotě $t_1 = 0,00$ °C (za normálního tlaku). Určete hmotnost m_3 a hmotnost m_4 ledu tak, aby po roztání ledu vznikla voda o hmotnosti $m_0 = 1,00$ kg a teplotě $t_0 = 60,0$ °C.

Měrné teplo vody je $c = 1,00 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, měrné skupenské teplo tání ledu za normálního tlaku je $l = 80,0 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$. Řešte, odkud možno obecně a potom pro zadané hodnoty. K ztrátám tepla nepřihlížíme.

řešení:

V obou případech součet hmotností obou složek se rovná hmotnosti m_0 .

a) Teplo, kterým se ohřála chladnější voda, vydala voda horkější. Současně platí rovnice o hmotnostech vody a kalorimetrická rovnice:

$$m_1 + m_2 = m_0; \quad m_1 c(t_0 - t_1) = m_2 c(t_2 - t_0).$$

řešením těchto dvou rovnic vzhledem k m_1 a m_2 dostaneme:

$$m_1 = \frac{t_2 - t_0}{t_2 - t_1} m_0, \quad m_1 = 0,40 \text{ kg};$$

$$m_2 = \frac{t_0 - t_1}{t_2 - t_1} m_0, \quad m_2 = 0,60 \text{ kg}.$$

odůvodnění: o hmotnosti $m_0 = 1,00 \text{ kg}$ a teplotě $t_0 = 60,0 \text{ }^\circ\text{C}$ uvažujeme, smícháme-li vodu o hmotnosti $m_1 = 0,40 \text{ kg}$ o teplotě $t_1 = 0,00 \text{ }^\circ\text{C}$ s vodou o hmotnosti $m_2 = 0,60 \text{ kg}$ o teplotě $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

b) Teplo potřebné k přeměně ledu ve vodu a teplo potřebné ohřátí této vody na teplotu t_0 vydá voda o teplotě t_2 chlazením na teplotu t_0 . Proto současně platí rovnice o hmotnostech ledu a vody a kalorimetrická rovnice:

$$m_3 + m_4 = m_0, \quad m_3 c(t_2 - t_0) = m_4 l + m_4 c(t_0 - t_1),$$

kde $m_4 l$ určuje teplo potřebné k roztání ledu na vodu teploty t_1 .

Řešením těchto rovnic vzhledem k veličinám m_3 a m_4 dostaneme:

$$m_3 = m_0 \frac{l + c(t_0 - t_1)}{l + c(t_2 - t_1)}, \quad m_4 = m_0 \frac{c(t_2 - t_0)}{l + c(t_2 - t_1)};$$

$$m_3 = \frac{7}{9} \text{ kg} \doteq 0,80 \text{ kg}, \quad m_4 = \frac{2}{9} \text{ kg} \doteq 0,2 \text{ kg}.$$

Roztaje-li ve vodě o hmotnosti $m_3 = 0,80 \text{ kg}$ a teplotě $t_2 = 100^\circ\text{C}$ led o hmotnosti $m_4 = 0,2 \text{ kg}$ a teplotě $t_1 = 0,00^\circ\text{C}$, pak po vyrovnání teplot vznikne voda o hmotnosti $m_0 = 1,00 \text{ kg}$ a teplotě $t_0 \doteq 60,0^\circ\text{C}$.

4. úloha (navrhl dr. Bohumil Vlach)

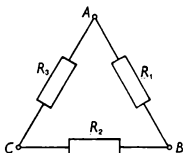
Tři spotřebiče o odporech $R_1 = 10,0 \Omega$, $R_2 = 20,0 \Omega$, $R_3 = 30,0 \Omega$ jsou navzájem spojené tak, jak ukazuje obr. 53. Ke zdroji elektrického napětí U mohou být připojeny uzly A , B (obvod 1) nebo uzly B , C (obvod 2) nebo uzly C , A (obvod 3).

a) Který obvod má nejmenší a který největší příkon?

b) V každém obvodu je jedna větev s jedním spotřebičem, označíme ji (I), a jedna větev se dvěma spotřebiči v sérii, označíme ji (II).

Ve větvi (I) obvodu s nejmenším příkonem nahraďte spotřebič jiným spotřebičem s odporem R' při stejném

Obr. 53



napětí U zdroje tak, aby se příkon obvodu zdvojnásobil. Určete odpor R' .

Řešte nejprve obecně a potom pro dané hodnoty. Odpor přírodních vodičů zanedbáváme.

Řešení:

a) Příkon P každého obvodu je dán vztahem $P = \frac{U^2}{\bar{R}}$, kde $\bar{R}$ je celkový odpor obvodu. Proto užitím zákonů o spojování odporů vypočteme postupně celkové odpory $\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{R}_3$ pro všechny tři obvody:

$$\text{obvod 1:} \quad \frac{1}{\bar{R}_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}$$

$$\text{a z toho:} \quad \bar{R}_1 = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3};$$

$$\text{obvod 2:} \quad \frac{1}{\bar{R}_2} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3},$$

$$\text{z toho:} \quad \bar{R}_2 = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3};$$

obvod 3:
$$\frac{1}{\bar{R}_3} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2 + R_1},$$

z toho:

$$\bar{R}_3 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3};$$

$$\bar{R}_1 = 8,3 \Omega; \quad \bar{R}_2 = 13,3 \Omega; \quad \bar{R}_3 = 15,0 \Omega.$$

Nejmenší příkon má obvod 3, protože z daných tří obvodů má tento obvod největší celkový odpor; největší příkon má obvod 1, poněvadž má nejmenší celkový odpor.

Ponevadž nejmenší příkon má obvod 3, nahradíme odpor R_3 , který je ve větvi (I), odporem R' tak, aby se příkon zdvojnásobil, tzn. aby celkový odpor upraveného obvodu 3 se rovnal polovině odporu $\bar{R}_3$. Tedy

$$\frac{R'(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R'} = \frac{1}{2} \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Z této rovnice vypočteme

$$R' = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{2(R_1 + R_2) + R_3}.$$

Po dosazení daných hodnot odporů dostaneme $R' = 10 \Omega$. Celkový odpor upraveného obvodu 3 je dán vztahem:

$$\bar{R}'_3 = \frac{R'(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R'}; \quad \bar{R}'_3 = 7,50 \Omega.$$

Ponevadž $\bar{R}'_3 = \frac{1}{2} \bar{R}_3$, má upravený obvod 3 dvojnásobný příkon než původní obvod.

OBSAH

I. část: Zpráva o průběhu soutěže

1. Cíl soutěže a její organizace	3
2. Složení ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1972/73	6
3. Krajské výbory FO ve školním roce 1972/73 a jejich předsedové	8
4. Průběh soutěže ve školním roce 1972/73	9
A. První kolo soutěže kategorií A, B, C a D	9
B. Druhé kolo soutěže kategorií A, B, C a D	17
C. Třetí kolo soutěže kategorií A, B, C a D	25
D. Závěr soutěže kategorií A, B, C a D	33
E. Soutěž kategorií E	34

II. část: Soutěžní úlohy

1. Úlohy kategorie A	43
a) První kolo soutěže	43
b) Druhé kolo soutěže	69
c) Třetí kolo soutěže	79
2. Úlohy kategorie B	100
a) První kolo soutěže	100
b) Druhé kolo soutěže	119
3. Úlohy kategorie C	128
a) První kolo soutěže	128
b) Druhé kolo soutěže	152
4. Úlohy kategorie D	164
a) První kolo soutěže	164
b) Druhé kolo soutěže	183
5. Úlohy kategorie E	191
a) První kolo soutěže	191
b) Druhé kolo soutěže	207
c) Třetí kolo soutěže	214

Edice: Pomocné knihy pro žáky

Prof. dr. Rostislav Košťál, doc. dr. Ivan Náter a Václav Suchánek

XIV. ROČNÍK FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Obálku navrhl Josef Prchal

Obrázky rýsoval Josef Kubík

Vydání 1. — Praha 1974 — Počet stran 224

Odpovědná redaktorka: Jiřina Cívínová

Výtvarná redaktorka: Milada Slaninová

Technická redaktorka: Jiřina Perglová

Vytiskl Tisk, knižní výroba, n. p., Brno, závod 1

AA 7,45 - VA 7,97

Náklad 3500 výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5

Cena brožovaného výtisku Kčs 9,50

505/21, 825

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p., v Praze jako svou publikaci č. 45-0-28

14-664-74	Kčs 9,50
-----------	----------