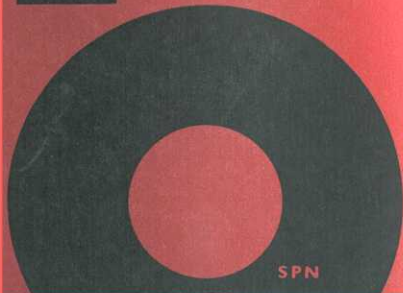


5.
ROČNÍK

F

**FYZIKÁLNÍ
OLYMPIÁDY**



SPN

F PÁTÝ ROČNÍK FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

PRAHA 1965

**STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ
NAKLADATELSTVÍ**

Zpracoval Jan Tesař

Recenzovali Zdeněk Ungermann a Evžen Říman, ČSs.

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1965

1. ÚVOD

Od vzniku soutěže Fyzikální olympiády (FO) uplynulo v letošním ročníku právě pět let. Ministerstvo školství a kultury (MŠK) rozhodlo o jejím pořádání v celostátním měřítku v roce 1959, kdy uveřejnilo ve Věstníku ministerstva školství a kultury, sešit 29-30 ze dne 31. října 1959, společný organizační řád Matematické olympiády (MO) a Fyzikální olympiády (FO). Tento řád je otištěn také v brožuře I. ročníku Fyzikální olympiády.

Účelem soutěží je vést žáky k samostatné práci, vzbudit u nich zájem o úspěšné studium matematiky a fyziky a zvýšit úroveň vyučování a vyučovací výsledky v těchto předmětech. Soutěže zároveň přispívají k vyhledávání a k podpoře žáků vynikajících v matematice a fyzice, a tím pomáhají zajišťovat větší příliv matematicky a fyzikálně školených pracovníků pro naši hospodářskotechnickou výstavbu.

Organizačním řádem z roku 1959 se řídila soutěž po čtyři ročníky. V roce 1963 vydalo ministerstvo školství a kultury nový organizační řád, uveřejněný ve Věstníku ministerstva školství a kultury, sešit 12

ze dne 30. dubna 1963. Nový organizační řád ponechává v podstatě v platnosti všechna ustanovení původního řádu, rozšiřuje však opatření, která mají sloužit k zvýšení vědomostí a znalostí matematiky a fyziky a ke vzbuzení a udržení zájmu o tyto pro techniku, národní hospodářství, dopravu a všechny obory věd tak důležité vědecké disciplíny.

Nejdůležitější nová opatření jsou:

Rozšíření soutěže FO o kategorii D, která je určena pro žáky 9. ročníku základní devítileté školy (ZDŠ). Soutěž v této kategorii probíhá ve dvou kolech, přípravném a okresním.

Účelem soutěže FO v kategorii D je vzbudit a rozvíjet zájem o fyziku a žáci mají v ní být vedeni vhodným a zajímavým způsobem k samostatné práci. Úlohy, které v přípravném kole dává ústřední výbor FO k řešení, mají být pouze součástí tohoto kola. Další náplň přípravného kola se má doplňovat za spolupráce školských organizací ČSM besedami, večery apod. Sdružení rodičů a přátel školy a organizace ČSM mohou na závěr tohoto kola odměnit ty žáky, kteří vynikli v soutěži, knihami nebo jinými věcnými dary.

Soutěž v kategorii D má tedy jiný ráz než soutěž v kategoriích A, B, C. Má podchytit pokud možno co největší počet žáků, kteří mají o fyziku zájem, a má tento zájem o fyziku u žáků udržet, což je daleko těžší než zájem probudit. U nadaného žáka je snadné zájem vzbudit, má-li se však žákovo nadání rozvíjet, musí být stále veden k soustavné práci. Aby si zájem o fyziku udržel co největší

počet žáků, měla by mít soutěž v kategorii D charakter více propagační a masový než v kategoriích C, B, A, kde má mít soutěž ráz výběrový.

Semináře pro účastníky soutěže FO. Pobočky Jednoty československých matematiků a fyziků (JČMF) pořádají v kraji po dohodě s krajanskými výbory Fyzikální olympiády a s odbory školství a kultury KNV v průběhu soutěže několik seminářů pro účastníky soutěže v kategoriích A, B, C. Pro kategorii D se tyto semináře konají jen výjimečně.

Náplní seminářů má být prohloubení partií učiva, které souvisí s tematikou soutěžních úloh a konzultace o individuálním studiu. Na závěr soutěže se má jeden seminář věnovat rozboru nedostatků, které se vyskytují v žákovských řešeních.

Náplní seminářů mohou být i laboratorní práce.

Zřizování žákovských knihoven. Nový organizační řád ukládá ředitelstvím a předmětovým komisím pro matematiku a fyziku na školách I. a II. cyklu, aby postupně zřizovaly oddělení odborné literatury určené především ke studijním účelům účastníků MO a FO. Toto oddělení má obsahovat příručky školské matematiky a fyziky, brožury obou olympiád, sbírky úloh z matematiky a fyziky domácí i zahraniční, zejména sbírky sovětské, publikace ze sbírky Škola mladých matematiků, starší ročníky časopisu Rozhledy matematicko-fyzikální, středoškolské učebnice matematiky a fyziky (starší i zavedené) a další vhodnou literaturu. Tyto publikace mají být žákům k dispozici po celou dobu středoškolského studia.

Prázdninové soustředění řešitelů. V druhé polovině června a na začátku prázdnin běžného školního roku pořádá ústřední výbor Matematické olympiády (ÚV MO) a ústřední výbor Fyzikální olympiády (ÚV FO) pro vybrané žáky společné třítydenní soustředění, jedno v krajích českých a jedno v krajích slovenských. Do těchto soustředění navrhuji krajské výbory Matematické olympiády (KV MO) a krajské výbory Fyzikální olympiády (KV FO) po dohodě s pobočkami JČMF účastníky, zpravidla řešitele II. kola kategorie B Matematické olympiády a Fyzikální olympiády.

Výběr účastníků provedou ÚV MO a ÚV FO.

Podobné akce mohou pořádat KV MO a KV FO po dohodě a za podpory odboru školství a kultury KNV, popřípadě Sdružení rodičů a přátel školy.

Speciální třídy pro zvlášť nadané žáky v matematice a fyzice.

V několika městech, především v Praze, Brně a Bratislavě, se zřizují každoročně speciální třídy na matematicko-fyzikálních větvích vybraných středních všeobecně vzdělávacích škol; v těchto třídách se vyučuje podle zvláštního studijního plánu, v němž je zdůrazněna výuka matematiky a fyziky. Do těchto tříd jsou vybíráni žáci, kteří prokazují nadání a mimořádný zájem o matematiku a fyziku. Výběr na základě výsledků, kterých žáci dosáhli v MO nebo FO v kategorii B, provádí ministerstvo školství a kultury podle společného návrhu předsedů ÚV MO a ÚV FO. Vybraným žákům se umožní pobyt ve školních internátech a poskytuje se jim přiměřené studijní stipendium.

Ve speciálních třídách pro zvlášť nadané žáky v matematice a fyzice mají s žáky pracovat v době jejich mimoškolní výchovy vedle učitelů SVVŠ i vědečtí pracovníci z vysokých škol, ústavů ČSAV, SAV, popř. resortních vědeckých ústavů.

Všechna tato nově ustavená zařízení mají přispívat k zlepšení výuky v matematice a fyzice a připravovat již na školách II. cyklu nadané žáky ke studiu na matematicko-fyzikální fakultě a na vysokých školách technického směru.

Pořadatelé FO jsou podle organizačního řádu ministerstva školství a kultury spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků a s Československým svazem mládeže.

Řízením soutěže pověřuje MŠK na návrh ústředního výboru Jednoty československých matematiků a fyziků (ÚV JČMF) ústřední výbor Fyzikální olympiády (ÚV FO).

2. SLOŽENÍ ÚSTŘEDNÍHO VÝBORU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY VE ŠKOLNÍM ROCE 1963/64

ÚV FO se skládá ze zástupců pořádajících institucí, tedy zástupců MŠK, ze zástupce JČMF, ze zástupce ČSM a z učitelů fyziky, a to jak ze základních a středních škol, tak i z vysokých škol. Funkční období členů ÚV FO je tříleté.

Kromě toho jsou členy ústředního výboru i všichni předsedové KV FO.

Sídlo ÚV FO je Praha 1 — Malá Strana, Mal-
tézské nám. 1.

Ve školním roce 1963/64 měl ústřední výbor FO
toto složení:

Předseda: RNDr. **Miloslav Valouch**, profesor
matematicko-fyzikální fakulty Karlovy univer-
sity v Praze

Místopředseda: RNDr. **Marta Chytilová**, vědecká
pracovnice Výzkumného ústavu pedagogického
v Praze

Jednatel: **Jan Tesař**, učitel SVVŠ v. v. v Praze
Další členové (v abecedním pořadí):

Josef Bartůněk, ústřední inspektor MŠK v Praze
Hana Fischová, instruktorka oddělení studující
mládeže ÚV ČSM v Praze

RNDr. **Rostislav Košťál**, profesor Vyššího vojen-
ského učiliště ve Vyškově

Zbyněk Kubíček, odborný asistent Pedagogické
fakulty v Olomouci

RNDr. **Ivan Náter**, odborný asistent Slovenské
vysoké školy technické v Bratislavě

Jaroslav Pospíšil, odborný asistent přírodově-
decké fakulty University Palackého v Olomouci

Evžen Říman CSc., odborný asistent Českého vy-
sokého učení technického v Praze

Emil Sokol, odborný asistent PI v Košicích

RNDr. **Ladislav Thern**, docent Vysoké školy les-
nické a dřevařské ve Zvolenu

RNDr. **Bohumil Vlach**, docent přírodovědecké
fakulty University J. E. Purkyně v Brně.

3. PŘEDSEDOVÉ KRAJSKÝCH VÝBORŮ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY VE ŠKOLNÍM ROCE 1963/64

Pro řízení soutěže v prvním kole a na provedení soutěže v druhém kole v kategoriích A, B, C se zřizují krajské výbory Fyzikální olympiády. Jejich předsedy a členy jmenuje odbor školství a kultury KNV na návrh poboček JČMF v kraji. Skládají se ze zástupců odboru školství a kultury, ze zástupců poboček JČMF působících v krajích, ze zástupce krajského výboru ČSM a z učitelů fyziky. V krajských výborech jsou pokud možno zastoupeni též učitelé z vysokých škol.

Ve školním roce 1963/64 byli předsedy KV FO v jednotlivých krajích:

Hl. m. Praha — **František Černický**, odborný asistent matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university v Praze

Středočeský — **František Fišer**, učitel SVVŠ v. v. v Českém Brodě

Jihočeský — **Konrád Hofman**, odborný asistent PI v Českých Budějovicích

Západočeský — RNDr. **Jaroslav Feifer**, docent Vysoké školy strojní a elektrotechnické v Plzni

Severočeský — **Josef Sušanka**, učitel SVVŠ v Teplicích

Východočeský — **Zdeněk Ungermann**, učitel SVVŠ v Hradci Králové

Severomoravský — **František Živný**, ředitel
SVVŠ v Novém Bohumíně

Jihomoravský — **RNDr. Rostislav Košťál**, profesor
Vyššího vojenského učiliště ve Vyškově

Západoslovenský — **RNDr. Ivan Náter**, odborný
asistent Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě

Středoslovenský — **Andrej Grega**, odborný asistent
PI v Banské Bystrici

Východoslovenský — **Emil Sokol**, odborný asistent
PI v Košicích

4. OKRESNÍ VÝBORY FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

V kategorii D řídí soutěž prvního kola a provádějí soutěž druhého kola okresní výbory Fyzikální olympiády (OV FO), zřízené v sídlech ONV. Okresní výbory FO se skládají ze zástupců odborů školství a kultury příslušného ONV, ze zástupců příslušné pobočky JČMF, ze zástupců okresního výboru ČSM a ze tří až pěti učitelů. Členy OV FO jmenuje odbor školství a kultury ONV.

Zřízení okresního výboru FO ohlásí jeho předseda příslušnému KV FO a ÚV FO.

5. POKYNY K ÚPRAVĚ, POSTUPU ŘEŠENÍ A KLASIFIKAČNÍ ZÁSADY PRO OPRAVOVÁNÍ ÚLOH SOUTĚŽE

Účastníci soutěže vypracují ve stanovených termínech řešení každé úlohy samostatně, přehledně, čitelně a úpravně na zvláštním půlarchu formátu A4. Záhloví prvního listu každé řešené úlohy se upraví podle tohoto vzoru:

Jméno a příjmení:

Třída:

Kategorie:

Posudek:

Škola:

Školní rok:

Posuzovali:

Místo:

Kolo:

Kraj: (v kat. D okres)

Úloha čís.

Text úlohy

Řešení úlohy

Na každém dalším listě se uvede jméno, škola, číslo úlohy, kategorie a stránka.

Pomocné obrázky, náčrtky nebo schémata k řešení úlohy se provádějí tužkou pomocí pravítka a kružidla.

Úlohy se řeší nejprve obecně a teprve potom se provádí výpočet číselné hodnoty hledané fyzikální veličiny.

V obecném řešení je nutno vysvětlovat a zdůvodňovat postup řešení. Řešení bez slovního výkladu se hodnotí jako nevyhovující.

Při výpočtu číselné hodnoty hledané veličiny z obecných vztahů se dosazují za obecné veličiny jejich číselné hodnoty i s jednotkami a s jednotkami se počítá až do konečného výsledku.

Do složitých obecných vztahů je možno dosazovat za dané veličiny jen jejich číselné hodnoty a k číselnému výsledku připsat příslušnou jednotku. V takovýchto případech je však nutno provést rozměrovou zkoušku.

Řešení úloh se klasifikuje takto:

a) výborně, jestliže je úloha řešena správně nebo řešení má nanejvýš jen formální chyby nebo jen malou odbornou závadu;

b) dobře, jestliže řešení vystihuje úkol, který měl řešitel podat, ale má větší odborné nedostatky. Dobře je hodnoceno i správné řešení, vyskytují-li se v něm závažné formální nedostatky;

c) nevyhovující, jestliže nedostatky odborného rázu jsou závažné nebo je podané řešení z větší části neúplné. Řešení je nevyhovující také tehdy, jestliže chybí výklad postupu, nebo je neúplný, takže z něho nelze posoudit myšlenkový postup podaného řešení. Také nesamostatně vypracované úlohy jsou nevyhovující.

Při řešení úloh se mají žáci opírat především o učebnice fyziky. Učitel fyziky nebo referent FO jim poradí i jiné vhodné studijní pomůcky. Jednota československých matematiků a fyziků vydává pro

žáky časopis *Rozhledy matematicko-fyzikální*, ve kterém jsou uveřejněny studijní texty a další zprávy o soutěži. Doporučujeme proto žákům, aby tento časopis odbírali.

6. PRŮBĚH SOUTĚŽE VE ŠKOLNÍM ROCE 1963/64

Soutěž FO probíhala podle organizačního řádu ve čtyřech kategoriích. V kategorii A soutěžili žáci třetích ročníků středních všeobecně vzdělávacích škol (SVVŠ, na Slovensku SVŠ) a třetích a čtvrtých ročníků odborných škol, v kategorii B žáci druhých ročníků a v kategorii C žáci prvních ročníků všech středních výběrových škol. Soutěže v kategorii D se účastnili žáci devátých tříd základních devítiletých škol (ZDŠ).

Účast v kategorii pro vyšší třídu mohl povolit žáku z nižší třídy vyučující učitel spolu s referentem FO na škole. V letošním školním roce soutěžili v kategorii A dva žáci druhého ročníku středních výběrových škol Jihomoravského kraje a umístili se mezi vítězi v třetím kole soutěže.

Soutěž v kategoriích B, C, D se konala ve dvou kolech, v kategorii A ve třech kolech.

A. První kolo soutěže

První kolo probíhalo na školách v kategoriích A, B, C od září 1963 do 15. února 1964, v kategorii D od září 1963 do 31. března 1964.

V prvním kole všech čtyř kategorií měli soutěžící žáci za úkol vyřešit devět úloh. Kromě toho měli žáci soutěžící v kategoriích B, C prostudovat samostatně jedno, žáci soutěžící v kategorii A dvě studijní témata, uveřejněná v časopise *Rozhledy matematicko-fyzikální*.

Úspěšnými řešiteli prvního kola byli ti žáci, kteří úspěšně (tj. s klasifikací 1. nebo 2. stupně) vyřešili z daných devíti úloh aspoň šest. Experimentální úlohu, která byla v kategoriích A, B, C uvedena pod číslem 9, v kategorii D pod číslem 7, musil řešit (třeba neúspěšně) každý, aby se mohl stát úspěšným řešitelem prvního kola soutěže.

Řešení prvních tří úloh odevzdali žáci soutěžící v kterékoli kategorii svému učiteli fyziky nejpozději do 30. listopadu 1963, úlohu čtvrtou až šestou do 10. ledna 1964 v kategoriích A, B, C, do 31. ledna 1964 v kategorii D, úlohu sedmou až devátou do 15. února 1964 v kategoriích A, B, C, do 31. března 1964 v kategorii D.

Pokyny pro soutěžící žáky a pro učitele byly uveřejněny v časopise *Rozhledy matematicko-fyzikální*, ročník 42, sešit 1. V témž čísle byly uvedeny i úlohy pro první kolo pátého ročníku FO pro kategorie A, B, C.

Kromě toho byly vydány ve Státním pedagogickém nakladatelství dva letáky s titulem V. ročník soutěže Fyzikální olympiáda, jeden pro kategorii D, jeden pro kategorie A, B, C. V těchto letáčích byly podány žákům přesné a podrobné informace o organizaci soutěže, pokyny pro soutěžící žáky a učitele a texty úloh pro první kolo soutěže všech

čtyř kategorií. Leták pro kategorie A, B, C byl vydán v nákladu 5 000 výtisků, leták pro kategorii D v nákladu 10 000 výtisků. Letáky byly zaslány jednotlivým KV FO, které je doručily školám. Autorem obou letáků je doc. Vladimír Rudolf, který v roce 1963 náhle zemřel, právě před konáním třetího kola čtvrtého ročníku soutěže FO.

Časopis Rozhledy matematicko-fyzikální obsahuje také témata k prostudování pro první kolo pátého ročníku, a to v čísle 2 na str. 60 první téma pro kategorii A, na str. 71 téma pro kategorii B, ve třetím čísle na str. 116 studijní text pro kategorii C a na str. 112 druhé téma pro kategorii A. Uvedená témata jsou otištěna v této publikaci na str. 59 až 104.

Učitelé fyziky na školách vybrali ve stanovených termínech od soutěžících žáků řešené úlohy, opravili a zhodnotili je po dohodě s referenty pro FO na škole. Podle výsledné klasifikace úloh vybrali referenti pro FO spolu s ředitelem školy a s předsedou komise pro fyziku žáky, kteří ukončili úspěšně první kolo soutěže. Po skončení prvního kola, tj. v kategoriích A, B, C po 15. únoru 1964, v kategorii D po 31. březnu 1964, odeslali referenti pro FO opravené úlohy všech řešitelů (i neúspěšných) spolu s návrhem na zařazení úspěšných řešitelů do druhého kola soutěže příslušnému KV FO (v kategoriích A, B, C) a OV FO (v kategorii D). Po kontrole úloh rozhodl KV FO (v kategoriích A, B, C), popř. OV FO (v kategorii D) o definitivním zařazení úspěšných řešitelů do druhého kola soutěže. Počet žáků, vybraných do druhého kola sou-

těže z téže školy, nikde nepřestoupil kvótu 10 % celkového počtu žáků příslušného ročníku této školy.

Počet soutěžících žáků v prvním kole soutěže v jednotlivých kategoriích je uveden podle krajů v tabulce II na str. 28.

B. Druhé kolo soutěže

Druhé kolo soutěže FO se konalo v kategoriích A, B, C jako kolo krajské, v kategorii D jako kolo okresní.

Úlohy pro druhé kolo soutěže navrhli pro kategorii A členové KV FO hl. města Prahy, pro kategorii B členové KV FO hl. města Prahy a František Fišer, předseda krajského výboru FO Středočeského kraje, pro kategorii C místopředsedkyně a jednatel ÚV FO dr. Marta Chytilová a Jan Tesař, kteří navrhli také některé úlohy pro kategorie A a B. Pro kategorii D navrhl úlohy Zdeněk Ungermann a jednu prof. dr. Rostislav Košťál.

S. Valouchová, Matyášová a Březinová ze sekretariátu ÚV JČMF rozmnožily v lednu 1964 texty a autorská řešení úloh a zaslaly je k prostudování členům ÚV FO dr. Valouchovi, dr. Chytilové, Tesařovi, Hofmanovi, dr. Košťálovi, Živnému, Fišerovi a Ungermannovi. Na schůzi uvedených členů ÚV FO konané dne 18. února v Praze byly vybrány, upraveny a schváleny v definitivním znění úlohy pro druhé kolo soutěže, a to pro kategorie A, B, C tři teoretické a jedna experimentální úloha, pro kategorii D čtyři teoretické úlohy.

Koncem měsíce února 1964 rozeslal ÚV FO na jednotlivé KV FO podrobné pokyny o organizaci druhého kola soutěže v kategoriích A, B, C; zejména podrobně byly v pokynech uvedeny pomůcky potřebné k řešení experimentálních úloh. Texty úloh pro druhé kolo kategorií A, B, C byly rozeslány v polovině března v zalepených obálkách KV FO. Experimentální úlohy byly ve zvláštních obálkách, protože se pracovaly v první soutěžní den, kdežto teoretické až příštího dne.

Druhé kolo kategorií A, B, C se konalo současně ve všech krajích ve dnech 21. a 22. března 1964. Konalo se zpravidla v krajském městě. V některých krajích se konalo pro každou kategorii v jiném městě.

Experimentální úloha se pracovala v sobotu 21. března odpoledne, teoretické úlohy následujícího dne dopoledne. Jedna z úloh byla kontrolní; kontrolovala, zda žáci prostudovali předepsané studijní téma.

Řešené úlohy opravili členové KV FO. Úspěšnými řešiteli byli žáci, kteří vyřešili úspěšně aspoň dvě úlohy. Nejlepší řešitelé druhého kola soutěže dostali od KV FO čestná uznání a knižní nebo věcné ceny, které jim byly předány buď na slavnostech uspořádaných KV FO po ukončení druhého kola soutěže, nebo prostřednictvím ředitelství škol, na kterých studují.

Přehled o počtu soutěžících žáků v druhém kole kategorií A, B, C FO je uveden na str. 31 v tabulce IV.

Pro kategorii B a C bylo druhé kolo závěrečné. Nejlepší z úspěšných řešitelů druhého kola FO

v kategorii A byli doporučeni KV FO do soutěže třetího kola, které je kolem celostátním.

Druhé kolo kategorie D bylo organizováno jako kolo okresní a konalo se ve všech okresech současně v neděli dne 17. května 1964 dopoledne. Texty úloh, schválené na schůzi ÚV FO dne 18. února 1964, byly zaslány okresním výborům FO v zalepených obálkách s upozorněním, že obálky mohou být otevřeny teprve těsně před zahájením soutěže za přítomnosti soutěžících žáků.

Vypracované úlohy opravili členové OV FO. Úspěšnými řešiteli v kategorii D byli, právě tak jako v ostatních kategoriích, ti žáci, kteří vyřešili úspěšně aspoň dvě ze zadaných úloh. Všechny úlohy druhého kola v kategorii D byly teoretické.

Okresní výbory FO sestavily seznamy a pořadí úspěšných řešitelů a poslaly KV FO zprávu o průběhu a výsledcích druhého kola v kategorii D.

Druhé kolo soutěže FO v kategorii D bylo zakončeno téměř ve všech okresech závěrečnou besedou, na které byla úspěšným řešitelům předána čestná uznání, popř. i knižní nebo věcné dary, jež poskytla Sdružení rodičů a přátel školy. Nejlépe se osvědčily závěrečné slavnosti v okresech, kde konaly závěrečné besedy okresní výbory FO a MO společně.

C. Třetí kolo soutěže

Přípravou a organizací třetího celostátního kola soutěže byl pověřen KV FO hl. města Prahy. Členové jmenovaného KV FO podali v lednu 1964 návrhy úloh pro toto kolo. Návrhy doplnili místo-

předsedkyně a jednatel ÚV FO. Úlohy pro třetí kolo (tři teoretické a jedna experimentální) byly vybírány stejným způsobem jako úlohy pro druhé kolo soutěže a zároveň s nimi. V definitivním znění byly schváleny na schůzi ÚV FO dne 18. února 1964. Na této schůzi byl zároveň navržen program třetího kola. Návrh finančního rozpočtu na organizaci a provedení třetího kola ve výši 16 000 Kčs byl MŠK předložen v prosinci roku 1963; ministerstvo školství a kultury upravilo některé položky a snížilo rozpočet na 15 000 Kčs.

Účastníci třetího kola byli vybráni na schůzi ÚV FO, která se konala dne 14. dubna 1964. Účastnili se jí členové ÚV FO s. dr. Valouch, dr. Chytilová, Tesař, ústřední inspektor MŠK s. Bartůněk a předsedové všech KV FO nebo jejich zástupci. Z návrhů podaných krajskými výbory FO bylo vybráno do třetího kola soutěže 76 nejlepších řešitelů úloh druhého kola. Tito žáci byli do soutěže pozváni prostřednictvím škol, na nichž studovali; v podrobných pokynech byli seznámeni s celkovou organizací třetího kola včetně příjezdu do Prahy, ubytování, stravování i odjezdu z Prahy.

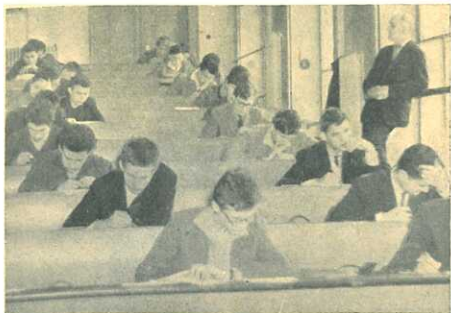
Soutěžící žáci se sjeli v plném počtu do Prahy v pátek 24. dubna 1964 v odpoledních a večerních hodinách. Následujícího dne v osm hodin ráno se shromáždili ve velké posluchárně matematicko-fyzikální fakulty v Praze 2, Ke Karlovu 3, kde byli uvítáni předsedou ÚV FO, který k nim promluvil o významu FO. Pak dostali pokyny, jak mají upravit svá písemná řešení úloh. Každý žák dostal potřebné papíry a texty soutěžních úloh.

Dozor při řešení úloh konali členové ÚV FO a zástupci předsedů KV FO z některých krajů; s. Alžběta Kuzmová zastupovala předsedu KV FO Východoslovenského kraje, Julius Kessner předsedu KV FO Jihomoravského kraje. Dále dozírali dr. Jaroslav Feifer, předseda KV FO Západočeského kraje, František Fišer, předseda KV FO Středočeského kraje, Zdeněk Ungermann, předseda KV FO Východočeského kraje, František Černický, předseda KV FO hl. města Prahy, P. Fabinger, jednatel KV FO hl. města Prahy a někteří učitelé SVVŠ z Prahy.

Dne 25. dubna dopoledne řešili žáci 3 teoretické úlohy (obr. 1).

Odpoledne, téhož dne uspořádal pro účastníky závodní výbor ROH a školská skupina ČSM matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university besedu, na které k žákům promluvil děkan matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university prof. dr. Zachoval. Vyzdvihl význam fyziky pro rozvoj hospodářských potřeb, pro techniku a pro ostatní vědy a seznámil žáky s vysokými školami, na kterých mohou studovat obor matematika-fyzika a se školami, na kterých jsou znalosti matematiky a fyziky nezbytným předpokladem úspěšného studia. Zdůraznil také, že je pro žáky důležité cvičit se v řešení fyzikálních problémů, mají-li být připraveni vykonávat odborné fyzikální práce, a objasnil zásadní směry, kterými se dnes fyzikální bádání ubírá.

Potom předváděl žákům odborný asistent matematicko-fyzikální fakulty Karlovy universty Václav Müller pokusy s vysokofrekvenčními kmity



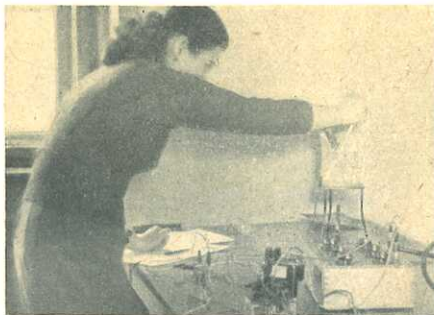
Obr. 1

a s ultrakrátkými vlnami, jež žákům není možno na středních školách ukázat.

Na závěr si žáci prohlédli fyzikální laboratoře matematicko-fyzikální fakulty.

Večer navštívili účastníci soutěže divadlo E. F. Buriana, kde byli přítomni představení divadelní hry Sprcha.

Dne 26. dubna 1964 se konala v laboratořích matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university druhá část soutěže, experimentální úloha (obr. 2). Žáci byli rozděleni na čtyři skupiny, které postupně po jedné a půl hodině nastupovaly k poslední části



Obr. 2

soutěže. Dozor v laboratořích při měření měli s. Müller a Černický, při zpracování výsledků měření, které se dalo v jiné učebně, s. dr. Valouch, dr. Chytilová, Voráček, Fabinger a Tesař. V laboratořích pomáhali s. Černickému a Müllerovi s. Kuzmová, Kessner, dr. Feifer a střídavě někteří z těch, kteří právě nedozírali při zpracovávání výsledků měření.

V odpoledních hodinách se soutěžící žáci rozjížděli do svých domovů.

Třetí kolo soutěže proběhlo bez závad, neboť bylo organizačně velmi dobře připraveno. Hlavní

zásluhu o to mají předseda a jednatel KV FO hl. města Prahy, kteří ve spolupráci s ÚV FO obětavě učinili vše pro hladký průběh soutěže třetího kola.

Rovněž odborný asistent matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university Václav Müller, který navrhl a připravil náročnou a choulostivou experimentální úlohu tak, že měření mohlo samostatně provádět současně dvacet žáků, se velmi zasloužil o zdar soutěže.

Hospodářskou stránku soutěže třetího kola (ubytování dozírajících mimopražských členů krajských výborů FO a jejich zástupců, ubytování a stravování soutěžících žáků, zaopatření vstupenek do divadla, vyplacení cestovného aj.) obstarala ochotně a velmi dobře s. Březinová, zaměstnankyně sekretariátu ÚV JČMF.

Každou úlohu třetího kola opravovali nezávisle na sobě dva recenzenti, kteří se pak dohodli na společné známce. Aspoň jeden z nich byl ve všech případech členem ÚV FO a ten pak ručil za správnost hodnocení opravené úlohy každého žáka. První úlohu opravoval František Fišer (Středočeský kraj), druhou Zdeněk Ungermann (Východočeský kraj), třetí dr. Jaroslav Feifer (Západočeský kraj) a čtvrtou František Černický a Václav Müller (hl. město Praha).

Úspěšnými řešiteli byli žáci, kteří vyřešili uspokojivě aspoň dvě ze soutěžních úloh. Bylo jich 52.

Pořadí úspěšných řešitelů třetího kola a prvních dvacet vítězů stanovil ÚV FO na schůzi, která se konala v Praze dne 27. května 1964. V této schůzi

byly zároveň navrženy věcné i knižní odměny vítězům třetího kola.

Přehled o výsledcích třetího kola soutěže podává tabulka VI a VII na str. 44 a 48.

7. VÝSLEDKY JEDNOTLIVÝCH KOL SOUTĚŽE

A. Soutěž I. kola

Přehled o počtu soutěžících žáků v prvním kole soutěže FO podle jednotlivých krajů v kategoriích A, B, C podávají tabulky I, II, III.

Z tabulky I je patrné, že do prvního kola soutěže se zapojilo v kategorii A 110 SVVŠ a 10 středních odborných škol (SOŠ), v kategorii B 232 školy (205 SVVŠ a 27 SOŠ), v kategorii C 318 škol (250 SVVŠ a 68 SOŠ). Na většině těchto škol soutěžili žáci ve všech kategoriích. Celkový počet škol zapojených do V. ročníku FO je 346, z toho 272 SVVŠ a 74 SOŠ.

Řešitelů prvního kola soutěže bylo podle tabulky II v kategorii A 430, v kategorii B 1 029, v kategorii C 2 215. Úspěšně vyřešilo úlohy 1. kola v kategorii A 198 (46 %), v kategorii B 482 (46,8 %), v kategorii C 995 (44,9 %) žáků z celkového počtu soutěžících žáků v těchto kategoriích. Celkem soutěžilo v prvním kole 3 674 chlapců a dívek a s úspěchem absolvovalo toto kolo 45,6 % soutěžících chlapců a dívek.

Tabulka I

Počet škol zapojených do soutěže

Kraj	Kategorie A			Kategorie B			Kategorie C		
	SVVŠ	SOŠ	Celk.	SVVŠ	SOŠ	Celk.	SVVŠ	SOŠ	Celk.
Praha . . .	9	3	12	16	2	18	18	8	26
Středočeský	10	—	10	16	3	19	20	4	24
Jihočeský .	4	—	4	10	—	10	12	5	17
Západočeský	8	1	9	14	—	14	14	3	17
Severočeský	8	1	9	18	—	18	20	5	25
Východočes.	27	1	28	32	2	34	34	7	41
Severomor.	8	—	8	25	4	29	30	10	40
Jihomorav.	16	3	19	28	7	35	34	12	46
Západoslov.	7	0	7	28	3	31	36	6	42
Středoslov.	5	1	6	11	3	14	18	4	22
Východoslov.	8	—	8	7	3	10	14	4	18
Celkem . .	110	10	120	205	27	232	250	68	318

Z celkového počtu soutěžících bylo v prvním kole v kategorii A 91 dívek (21,2 %) v kategorii B 262 (25,5 %), v kategorii C 628 (28,4 %) dívek. V průměru se účastnilo prvního kola 26,8 % dívek.

Z celkového počtu chlapců bylo úspěšných v kategorii A 46,6 %, v kategorii B 53,6 %, v kategorii C 45,6 %; z celkového počtu dívek bylo

Tabulka II

Vysvětlivky: S — počet soutěžících, Ú — počet úspěšných řešitelů

Kraj	Kategorie A				Kategorie B				Kategorie C				Celkem			
	Chlapci a dívek		Z toho dívek		Chlapci a dívek		Z toho dívek		Chlapci a dívek		Z toho dívek		Chlapci a dívek		Z toho dívek	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	39	36	4	4	93	87	11	9	151	119	33	25	283	242	48	38
Středo- český	21	12	4	1	41	26	7	1	91	59	27	19	153	97	38	21
Jiho- český	11	11	3	3	26	22	4	4	75	64	25	22	112	97	32	29
Záp.- český	24	9	3	2	64	30	12	6	155	44	46	17	243	83	61	25
Severo- český	26	12	11	4	96	47	24	4	243	125	82	47	365	184	117	55
Vých.- český	111	34	21	10	188	71	56	15	332	147	95	34	631	252	172	59
Severo- morav.	24	18	1	1	108	46	27	7	273	50	83	8	405	114	111	16
Jiho- morav.	78	22	18	4	173	60	44	7	407	213	87	43	658	295	149	54
Záp.- sloven.	51	8	12	0	168	34	59	8	321	53	94	19	540	95	165	27
Středo- sloven.	17	13	2	1	31	23	9	4	87	54	34	18	135	90	45	23
Vých. sloven.	28	23	12	10	41	36	9	6	80	67	22	20	149	126	43	36
Celkem	430	198	91	40	1 029	482	262	71	2 215	995	628	272	3 674	1 675	981	383

Tabulka III

Počet úloh 1. kola opravených učiteli na školách

Kategorie	A			B			C			Celkový počet opravených úloh		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Klasifikace												
Praha	228	71	16	422	254	97	654	414	283	1 304	739	396
Středo- český	80	66	35	159	123	58	359	273	127	598	462	220
Jihočeský	71	17	10	145	29	6	332	213	116	548	259	132
Západo- český	17	49	112	51	147	226	88	244	653	156	440	991
Severo- český	60	61	18	315	118	73	981	343	143	1 356	522	234
Východo- český	166	44	31	261	185	83	773	323	58	1 200	552	172
Severo- moravský	95	60	15	288	201	63	249	683	769	632	944	847
Jiho- moravský	162	152	101	506	307	122	1 679	864	314	2 347	1 323	537
Západo- slovenský	50	65	98	330	203	254	566	651	916	946	919	1 268
Středo- slovenský	27	62	48	52	109	66	187	231	205	266	402	319
Východo- slovenský	30	75	103	35	93	195	115	229	271	180	397	569
Celkem	986	722	587	2 564	1 769	1 243	5 983	4 468	3 855	9 533	6 959	5 685
												22 177

v kategorii A úspěšných 44 %, v kategorii B 27,1 %, v kategorii C 43,3 % dívek. Ve všech kategoriích úhrnem (A, B, C) bylo úspěšných 47,9 % chlapců z celkového počtu chlapců a 39,1 % dívek z celkového počtu dívek.

Přehled o počtu úloh opravených v prvním kole učiteli fyziky a referenty FO na školách je uveden v tabulce III.

V průběhu prvního kola opravili učitelé fyziky a referenti FO na školách celkem 22 177 úloh. Z nich bylo klasifikováno známkou prvního stupně 9 533 (43 %), známkou druhého stupně 6 959 (31,4 %) úloh. Nevyhovujících bylo 5 685 (25,6 %) úloh.

B. Soutěž 2. kola

KV FO nemají většinou možnost pozvat k soutěži krajského kola FO všechny úspěšné řešitele prvního kola. Jsou vázáni jednak finančními prostředky, které jim uvolňují KNV k provedení druhého kola soutěže, dále možností ubytovat účastníky druhého kola soutěže a také možností opatřit si dostatečný počet souprav pomůcek k provedení experimentální úlohy. Proto pozvou do krajského kola soutěže jen omezený počet účastníků, které vybírají z těch řešitelů prvního kola soutěže, kteří odevzdali nejlépe řešené úlohy prvního kola. Proto je počet účastníků druhého kola menší než počet úspěšných řešitelů prvního kola.

Přehled o počtu soutěžících v druhém kole podává tabulka IV.

Tabulka IV

Vysvětlivky: S – počet soutěžících, Ú – počet úspěšných řešitelů

Kraj	Kategorie A				Kategorie B				Kategorie C				Celkem			
	Počet soutěžících		Z toho divků		Počet soutěžících		Z toho divků		Počet soutěžících		Z toho divků		Počet soutěžících		Z toho divků	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	35	32	4	4	50	48	4	4	66	56	16	12	151	136	24	20
Středo- český	12	6	1	–	21	11	–	–	29	16	10	3	62	33	11	3
Jiho- český	11	8	3	2	19	3	4	–	47	29	13	7	77	40	20	9
Západo- český	8	7	1	1	22	9	5	1	35	19	10	4	65	35	16	6
Severo- český	11	9	3	3	42	29	2	1	113	68	41	20	166	106	46	24
Východo- český	27	21	4	4	66	31	14	3	136	70	44	22	229	122	62	29
Severo- moravský	17	16	1	1	41	30	7	3	46	29	8	5	104	75	16	9
Jiho- moravský	22	15	4	2	55	21	6	1	188	67	33	9	265	103	43	12
Západo- slovenský	6	5	–	–	22	6	5	1	35	20	13	5	63	31	18	6
Středo- slovenský	13	5	1	–	20	2	4	–	48	17	15	3	81	24	20	3
Východo- slovenský	21	17	9	7	36	26	6	5	64	46	19	12	121	89	34	24
Celkem	183	141	31	24	394	216	57	19	807	437	222	102	1 384	794	310	145

Z tabulky IV je patrné, že do druhého kola se dostalo 1 384, tj. 82,6 %, úspěšných řešitelů prvního kola soutěže.

Celkem soutěžili v druhém kole soutěže FO žáci z 212 SVVŠ a 36 SOŠ. Dívek se účastnilo druhého kola z celkového počtu účastníků 310, tj. 22,4 %; z celkového počtu soutěžících v jednotlivých kolech bylo dívek v kategorii A 31 (16,9 %), v kategorii B 57 (14,5 %) a 222 (26,3 %) v kategorii C.

Úspěšných řešitelů úloh druhého kola bylo 794, tj. 57,3 % z celkového počtu soutěžících žáků. V jednotlivých kategoriích byl tento stav: v kategorii A 141 (77,1 %), v kategorii B 216 (54,8 %), v kategorii C 437 (53,8 %). Z celkového počtu chlapců bylo úspěšných 60,4 %, z celkového počtu dívek 46,8 %. V jednotlivých kategoriích jsou tyto výsledky: v kategorii A 77 %, v kategorii B 58,3 %, v kategorii C 56,7 % chlapců z celkového počtu chlapců a z celkového počtu dívek v kategorii A 77,4 %, v kategorii B 33,3 % a v kategorii C 45,9 % dívek.

Přehled o počtu úloh opravených členy KV FO je uveden v tabulce V. Výborně bylo klasifikováno 22,3 % úloh, dobře 24 % úloh a nevyhovujících řešení bylo 53,7 %.

Dále uvádíme jmenný seznam nejlepších deseti řešitelů ze všech tří kategorií. V kategorii A označujeme tučným písmem jména těch žáků, kteří postoupili do třetího kola soutěže. V Praze a ve Východoslovenském kraji postoupilo do třetího kola více než 10 řešitelů.

Tabulka V

Kategorie	A			B			C			Celkem			Celk. počet oprav. úloh
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Klasifikace													
Praha	49	41	47	77	77	46	102	56	103	228	174	196	598
Středočeský . .	16	6	21	18	17	26	33	24	41	67	47	88	202
Jihočeský . . .	17	3	12	5	10	49	52	36	99	74	49	160	283
Západočeský .	13	9	10	8	19	61	24	31	85	45	59	156	260
Severočeský . .	10	14	20	38	50	80	121	69	262	169	133	362	664
Východočeský .	29	36	43	64	41	159	85	120	251	178	197	453	828
Severomoravský	26	18	13	23	53	19	25	50	33	74	121	65	260
Jihomoravský .	22	25	25	34	45	92	119	112	477	175	182	594	951
Západosloven. .	8	7	9	14	14	60	30	30	80	52	51	149	252
Středosloven.	6	12	36	3	4	73	20	45	127	29	61	236	326
Východoslov. .	15	41	28	15	31	110	22	83	151	52	155	289	496
Celkem	211	212	264	299	361	775	633	656	1 709	1 143	1 229	2 748	5 120

Pořadí prvních deseti úspěšných řešitelů druhého kola v kategoriích A, B, C podle krajů.

U žáků všeobecně vzdělávacích škol neuvádíme značku SVVŠ.

Praha

A: Luděk Kučera, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Josef Dušek**, Praha 7, Nad štolou 1; **Pavel Exner**, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Jaroslav Zemánek**, Praha 4, Křesomyslova 2; **Václava Rohlíková**, Praha 4, Křesomyslova 2; **Vojtěch Klíma**, Praha 7, Nad štolou 1; **Břetislav Verner**, Praha 4, Křesomyslova 2; **Petr Kroha**, SPŠE, Praha 2, Ječná 30; **František Hrdlička**, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Jaroslav Fiedler**, Praha 4, Křesomyslova 2.

Kromě těchto deseti žáků postoupili do třetího kola ještě tito žáci (v abecedním pořadí): **Pavel Bratinka**, Praha 4, Křesomyslova 2; **Ivan Hirsch**, Praha 8, Kollárova 5; **Josef Keder**, Praha 8, Kollárova 5; **Pavel Kolář**, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Miloš Mastník**, Praha 4, Křesomyslova 2; **Václav Novák**, Praha 4, Křesomyslova 2; **Vladimír Ondruška**, Praha 7, Nad štolou 1; **Bohdan Šmilauer**, Praha 4, Křesomyslova 2.

B: Štefan Hájek, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Daniel Nový**, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Jiří Kuželka**, Praha 7, Nad štolou 1; **Jiří Němec**, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Petr Hemelka**, Praha 7, Nad štolou 1; **Jiří Votruba**, Praha 7, Nad štolou 1; **Pavel Ložek**, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30; **Pavel**

Hlídek, Praha 4, Budějovická; Jan Olexa, Praha 7, Nad štolou 1; Václav Koupil, Praha 7, Nad štolou 1.

C: Blanka Forejtová, Praha 7, Nad štolou 1; František Kraus, SPŠ ST, Praha 1, Panská 3; Petr Němec, Praha 6, Na dlouhém lánu 555; Petr Orna, Praha 6, Na dlouhém lánu 555; Jiří Novák, Praha 5, Na Zatlance 11; Jan Fähnrich, Praha 7, Nad štolou 1; Ivan Kovář, Praha 5, Na Zatlance 11; Petr Ludvík, Praha 1, Štěpánská 22; Jaroslav Merta, Praha 7, Nad štolou 1; Miroslav Vodsloň, Praha 1, Štěpánská 22.

Kraj Středočeský

A: Jaroslav Nešetřil, Rakovník; Stanislav Proněk, Slaný; Jan Vančura, Český Brod; Jaroslav Hep, Český Brod; Jaroslav Kolín, Příbram; Jaroslav Bouška, SPŠS, Kladno.

B: Jiří Rott, SPŠ hut., Kladno; Jaromír Uher, Příbram; Jaroslav Příhoda, Čakovice; Jan Bednář, Benešov; Václav Červ, Votice; Jan Zamyslický, Říčany; Jaromír Hradec, Uhliřské Janovice; Petr Zástěra, Horní Počernice; Ivan Rádl, Kolín; František Červenka, Kunratice; Petr Závoda, Sedlčany.

C: Jan Jágr, Hořovice; Otakar Plundr, Český Brod; Vladimír Modrý, SPŠS, Kladno; Petr Bareš, Příbram; Eva Langová, Český Brod; Jaroslav Černý, Slaný; Jan Kolář, Kladno; Vladimír Litovický, Český Brod; Libuše Philippová, Modřany; Václav Šiler, Brandýs nad Lab.; Milada Petridesová, Říčany; Jaroslav Novák, Český Brod.

Kraj Jihočeský

A: Jaroslav Kubeš, České Budějovice; Bohumír Macek, Strakonice; Eduard Milčka, Strakonice; František Chromý, Strakonice; Tomáš Weinzettel, Tábor; Jaroslav Hába, Strakonice; Ludmila Jandíková, České Budějovice; Helena Chýšková, Strakonice.

B: David Preiss, Jindřichův Hradec; Václav Pištěk, Pelhřimov; Ladislav Tomášek, Pelhřimov.

C: Petr Kříha, České Budějovice; Miloš Hemer, Soběslav; Vladimír Kurka, Písek; František Novotný, Soběslav; Rudolf Losenický, Soběslav; Jiří Turek, Písek; Hana Urbánková, Jindřichův Hradec; Rudolf Voldřich, Vimperk; Pavel Podlešák, Písek; Ludmila Smejkalová, Dačice.

Kraj Západočeský

A: Václav Paidar, SPŠS, Klatovy; Hynek Biederman, Rokycany; Jaroslav Plas, Ostrov nad Ohří; Dagmar Pazderová, Karlovy Vary; Václav Gotthard, Karlovy Vary; Milan Kučera, Domažlice; Milan Martinec, Karlovy Vary.

B: Jiří Novotný, Plzeň, ul. Pionýrů; Bohumil Sýkora, Plzeň, nám. Odborářů; Štěpán Hroník, Klatovy; Jiří Bok, Karlovy Vary; Petr Barčí, Ostrov n. Ohří; Přemysl Breník, Plzeň, ul. Pionýrů; Josef Bartoš, Aš; Věra Svobodová, Klatovy; Jan Syka, Blovice.

C: Přemysl Holub, Plzeň, nám. Odborářů; J. Sýkora, Karlovy Vary; Jan Štěpáník, Horažďovice;

Ladislava Boková, Karlovy Vary; Zdeněk Sedláček, Cheb; Jan Nauš, Klatovy; Pavel Fořt, Mariánské Lázně; Jaroslav Špalek, Plzeň, ul. Pionýrů; Jiří Laifr, Karlovy Vary; Zdeněk Hrubý, Cheb.

Kraj Severočeský

A: Petr Görlich, SPŠS, Ústí nad Labem, Resslova 5; Břetislav Popelák, Teplice, ul. Dobrovolců; Jitka Dvorská, Ústí n. Labem, Jateční; Heinz Hirsch, Ústí n. Lab., Na skřivánku; Vlast. Kašparová, Ústí n. Lab., Jateční; Jan Kouřimský, Ústí n. Lab., Na skřivánku; Marie Šimová, Teplice, ul. Dobrovolců; Luboš Jágr, Liberec; Miloš Jirsa, Ústí n. Lab., Jateční.

B: Miloš Šidlichovský, Liberec; Rostislav Zábrodský, Teplice, ul. Dobrovolců; Miroslav Šnorek, Ústí n. Lab., Jateční; Jiří Polívka, Teplice, ul. Dobrovolců; Karel Čermák, Teplice, ul. Dobrovolců; Jan Peršín, Liberec; Miroslav Uhlíř, Teplice, ul. Dobrovolců; Bohumír Hoření, Tanvald; Luboš Kulič, Teplice, ul. Dobrovolců; Petr Horický, Teplice, ul. Dobrovolců; Karel Kožíšek, Rumburk; Jan Mainzer, Teplice, ul. Dobrovolců.

C: Jan Malý, SPŠS, Česká Lípa; Jan Fibír, Teplice; Slavomír Kysela, Teplice; Karel Stárek, Č. Kamenice; M. Zázvorková, SPŠS, Česká Lípa; Petr Hora, Liberec; Jaroslav Hubáček, Teplice; Tomáš Lešner, Teplice; Oldřich Tukinski, Teplice; Stanislav Vodička, SPŠS, Česká Lípa.

Kraj Východočeský

A: Jan Laštovka, Pardubice - Spořilov; **Ivan Václavík**, Hradec Králové; **Josef Vaís**, SPŠ pap., Hostinné; **Rudolf Vrabec**, Hradec Králové; **Stanislav Přeučil**, Hradec Králové; **Břetislav Ježek**, Nová Paka; **Robert Číhal**, Hradec Králové; **Miroslav Havel**, Pardubice - Spořilov; **Zdeněk Mizera**, Turnov; **František Koubek**, Nová Paka.

B: Ivan Filippov, Hradec Králové; Miroslav Řezníček, Hradec Králové; Jindřich Ansorge, Broumov; Pavel Holan, Hradec Králové; Zdeněk Friedberger, Hradec Králové; Jaroslav Macháně, Hradec Králové; František Remta, Chrudim; Karel Lux, Přelouč; Marcela Bílková, Hradec Králové; Vladimír Drápalík, Hlinsko v Č.; Milošlav Žallman, Moravská Třebová; Jan Hrníčko, Skuteč.

C: Ivo Čáp, Hradec Králové; Jan Klas, Česká Třebová; Jindřich Cupal, Česká Třebová; Miroslav Kolář, SPŠE, Pardubice; Zdeněk Gold, Nová Paka; Václav Šáda, Hradec Králové; Josef Fiala, Hradec Králové; Jaroslav Vižďa, Hradec Králové; Petr Moravec, Hradec Králové; Ladislav Siegl, Česká Třebová.

Kraj Severomoravský

A: František Opravil, Havířov; **Pavel Zapletal**, Přerov; **Aleš Borek**, Přerov; **Vilém Čim-bura**, Ostrava 1; **Jiří Hlisnikovský**, Nový Bohumín; **Jan Haslinger**, Olomouc, tř. Jiřího z Po-

děbrad; **Ivan Příkryl**, Olomouc, Hejčín; **Josef Štolcar**, Přerov; Jan Slaměník, Havířov; Karel Vrbenský, Ostrava 1; Jan Floder, Přerov.

B: Jaroslav Dvořáček, Přerov; Milan Hutýra, SPŠCh, Ostrava; Ivan Chajda, Přerov; Rajmund Koplík, Přerov; Josef Mlček, Příbor; František Zatloukal, Přerov; Jaroslav Pažout, Zábřeh na M.; Zdeněk Kloda, Havířov; Rudolf Chlup, Olomouc - Hejčín; Bedřich Ehler, SPŠCh, Ostrava; Eman Matyáš, Rýmařov; Alexander Minol, SVVŠ pol., Orlová.

C: Jiří Nejedlý, Hranice; Miroslav Kavan, Opava; Jaroslav Vaněk, Litovel; Pavel Novotný, Olomouc - Hejčín; Ladislav Špindler, SPŠE, Frenštát; František Tomášek, Litovel; Marian Sztabla, SVVŠ pol., Č. Těšín; Vojtěch Smolík, Olomouc - Hejčín; Pavel Wantulok, SVVŠ pol., Orlová; Jaroslav Hrdlička, Hranice; Miroslav Liška, Ostrava Zábřeh.

Kraj Jihomoravský

A: Pavel Ošmera, SPŠE, Brno, Leninova; **Jiří Handlíř**, SPŠE, Brno, Leninova; **Richard Špíšek**, Brno, Koněvova; **Pavel Bureš**, Brno, Koněvova; **Marta Doležalová**, Brno, Koněvova; **Lubomír Klapka**, Brno, Elgartova; **Jaroslav Nosek**, Znojmo; **Milan Pospíšil**, Brno, Koněvova; **Miloslav Znojil**, Prostějov; **Vítězslav Pytela**, Vyškov.

B: Jiří Anděl, Znojmo; František Madron, SPŠCh, Brno, Vranovská; Jan Brodský, Brno,

Lerchova; Jiří Handlíř, SPŠE, Brno, Leninova; Jiří Špringer, Prostějov; Jitka Kesslerová, Brno, Koněvova; Miroslav Sedláček, SPŠE, Brno, Leninova; Eduard Černý, SPŠE, Brno, Leninova; Ladislav Baborovský, Brno, Královo Pole; Zdeněk Mikulášek, Brno, Lerchova; Přemysl Svoboda, Holešov.

C: Vladimír Handlíř, SPŠCh, Brno; Jiří Šmerk, Kyjov; Jana Štěpánková, Brno, Královo Pole; Jiří Obalil, SPŠE, Brno, Leninova; Zdeněk Slanina, SPŠCh, Brno; Edvard Jordán, Vizovice; Jan Surovčiak, Znojmo; Martin Brunecký, Brno, Elgartova; Petr Višcor, Brno, Královo Pole; Pavel Odstrčil, Brno, Elgartova; František Nosterský, Břeclav.

Kraj Západoslovenský

A: Jaroslav Králik, Bratislava, Novohradská ul.; Marian Čerňanský, Bratislava, Novohradská ul.; Peter Lahký, Bratislava, Novohradská ul.; Milan Repiský, Bratislava, Novohradská ul.; Milan Materák, Bratislava, Novohradská ul.

B: Tamara Marcisová, Bratislava, Novohradská ul.; František Konrád, VŠ Jana Žižky z Trocnova, Bratislava; Vojtech Molnár, Bratislava, Vazova ul.; Ján Bezek, Bratislava, Vazova ul.; Peter Fedor, Bratislava, Metodova ul.; Ladislav Magdolén, Partizánske.

C: Ľubor Malina, Bratislava, Novohradská ul.; Ladislav Györffy, Bratislava, Novohradská ul.; Rena Virsíková, Bratislava, Novohradská ul.;

Vladimír Dudík, SPŠS, Trnava; Viktor Danielis, Hlohovec; Alojz Némethy, Bratislava, Novohradská ul.; Brigita Petrášová, Bratislava, Novohradská ul.; Anton Hodál, Nitra; Peter Faláth, Zlaté Moravce; Viera Pastuchová, Bratislava, Novohradská ul.

Kraj Středoslovenský

A: **Lubomír Mihalík**, Žilina; **Vladimír Uhrinčať** SPŠ T-P, Ružomberok; **Ľudovít Toth**, Žilina; **Štefan Danyi**, SVŠ (m.), Šafarikovo; **Branislav Berník**, Lipt. Mikuláš.

B: **Pavol Ščepko**, Banská Bystrica; **Jozef Prič**, Modrý Kameň.

C: **Peter Mederly**, Prievidza; **Jozef Krkoška**, Čadca; **Vladimír Bilík**, SPŠ (sp.), B. Bystrica; **Pavol Ištók**, Hnúšťa; **Štefan Mišovic**, Martin; **Dušan Kaprálik**, Martin; **Dušan Mojžiš**, SPŠ (sp.), B. Bystrica; **Mária Šebeňová**, Brezno; **Ivan Mládenek**, SPŠ (sp.), B. Bystrica; **Marian Babiak**, Žiar n. Hr.

Kraj Východoslovenský

A: **Juraj Boháčik**, Košice, Šrobárova; **Stanislav Myšička**, Humenné; **Jarmila Novotná**, Michalovce; **Vladimír Tkáč**, Prešov, Konštantínova; **Pavol Fábian**, Prešov, Konštantínova; **Eva Landová**, Michalovce; **Valéria Božíková**, Michalovce; **Sonja Kozuchová**, Košice, Kováčska; **Marta Markušová**, Košice, Kováčska; **Marta Grecková**, Michalovce. Kromě těchto deseti žáků

postoupili do třetího kola ještě tito žáci: **Anton Krčil**, Prešov, Konštantínova; **Anton Palovčík**, Michalovce.

B: Zuzana Frézová, Košice, Kováčska; Jozef Výrostko, Košice, Kováčska; Pavol Grodan, Košice, Kováčska; Jozef Grenda, Rožnava; Jozef Dravecký, Sp. Nová Ves; Milan Korenko, Kežmarok; Karol Končko, Revúca; Erna Horničáková, Kežmarok; Mária Jakabová, Košice, Kováčska; Ladislav Pytel, Sp. Nová Ves.

C: Jozef Maňuch, Michalovce; Daniela Rízmánová, Trebišov; Jozef Daxner, Košice, Kováčska; Štefan Benický, SPŠSE, Košice, Komenského; Ján Šestko, Trebišov; Jaroslav Pullman, SPŠSE, Košice, Komenského; Anton Ružický, Prešov, Svojdov; František Čizmarik, Prešov, Svojdov; Karol Bosák, SPŠSE, maď., Košice; Anton Tomko, SPŠE, Košice, Komenského.

C. Soutěž 1. a 2. kola v kategorii D

Statistické údaje o průběhu soutěže FO v kategorii D není možno v letošním ročníku uvádět, neboť ústřednímu výboru FO nedošly o průběhu soutěže zprávy ze všech krajů.

Podle zpráv, které má ÚV FO k dispozici, byl průběh soutěže příznivý. Nejlépe probíhala soutěž v kategorii D v kraji Jihomoravském a Východočeském, kde mají s její organizací zkušenosti již z minulých let, dále pak v Praze a v kraji Severomoravském. V těchto krajích se do soutěže zapojily všechny nebo téměř všechny okresy, ovšem nestej-

noměrně. Např. v Praze se zúčastnily soutěže 1. kola všechny pražské obvody a ze 145 pražských základních devítiletých škol se 1. kola účastnilo 120 škol.

Ve většině zpráv, které ÚV FO došly, jsou dvě shodná konstatování:

1. Poměrně malý počet žáků ukončil soutěž prvního kola úspěšně. V některých krajích nebyla úspěšná ani čtvrtina žáků. Bylo by třeba, aby KV FO zjistily příčinu tohoto jevu a pokusily se ho organizačně odstranit. Obtížnost úloh příčinou není, neboť většina KV FO pokládá výběr úloh za vhodný. Některé z úloh jsou sice některými KV FO označovány jako obtížnější, tytéž úlohy se však v jiném kraji zdají přiměřené, někde i příliš snadné.

2. Ještě nápadnější je, že mnoho žáků, kteří úspěšně absolvovali první kolo a byli pozváni do druhého kola, se k soutěži ve druhém kole nedostavilo. Také zde by bylo třeba, aby KV FO zjistily příčinu tohoto úkazu. Bude tedy nutno, aby se KV FO po zkušenostech, které letos získaly, snažily v příštím roce

a) zapojit do soutěže pokud možno všechny ZDŠ v kraji;

b) snížit „úmrtí“ soutěžících žáků tím, že se zpřísní výběr žáků do soutěže se zřetelem k jejich nadání a k ostatním schopnostem;

c) působit na učitele na ZDŠ, aby v hodinách fyziky řešili úlohy a vedli žáky k obecnému řešení úloh.

D. Soutěž 3. kola

Z celkového počtu 141 úspěšných řešitelů druhého kola v kategorii A vybral ÚV FO ve shodě s organizačním řádem FO podle návrhů KV FO 76 nejlepších řešitelů, které pozval k účasti ve třetím kole soutěže. Přehled o účasti a o výsledcích soutěže třetího kola podává tabulka VI.

Tabulka VI

Kraj	Účastníci			
	Celk. počet	Vítězové 1–20	Další úspěšní	Neúspěšní 53–76
Praha	18	9	5	4
Středočeský	4	1	1	2
Jihočeský	1	—	1	—
Západočeský	5	—	3	2
Severočeský	2	1	1	—
Východočeský	10	2	5	3
Severomoravský	8	2	3	3
Jihomoravský	10	5	5	—
Západoslovenský	4	—	3	1
Středoslovenský	2	—	1	1
Východoslovenský	12	—	4	8
Celkem	76	20	32	24
V procentech	100%	26,3 %	42,1 %	31,6 %

Do třetího kola soutěže byli v tomto ročníku pozváni všichni účastníci druhého kola, pokud vypracovali nevyhovujícím způsobem nejvýše jednu z úloh druhého kola. Bylo mezi nimi 9 dívek, po jedné z Prahy, ze Západočeského a z Jihomoravského kraje a 6 z kraje Východoslovenského. Podle druhu škol se účastnilo třetího kola 66 žáků SVVŠ a 10 žáků SPŠ.

Třetí kolo dokončilo úspěšně 52 žáků, neúspěšných je 24. Dívky byly úspěšné tři, jedna z Jihomoravského kraje a dvě z kraje Východoslovenského; ostatní dívky skončily mezi neúspěšnými řešiteli. Z žáků průmyslových škol bylo úspěšných devět žáků.

Celkově soutěžili v třetím kole FO žáci ze 33 SVVŠ a ze 7 SPŠ, úspěšní řešitelé jsou z 25 SVVŠ a ze 6 SPŠ.

Nejlepších 20 řešitelů bylo podle organizačního řádu FO prohlášeno vítězi soutěže V. ročníku Fyzikální olympiády. Mezi dvaceti vítězi není žádná dívka, z žáků průmyslových škol jsou mezi vítězi čtyři.

Vítězové pátého ročníku FO

- 1— 3 *Pavel Bureš*, SVVŠ, Brno, Koněvova 47
František Opravil, SVVŠ, Havířov
Jaroslav Zemánek, SVVŠ, Praha 4, Křesomyslova 2
- 4— 6 *Pavel Exner*, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30
Luděk Kučera, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30
Richard Spíšek, SVVŠ, Brno, Koněvova 47

- 7—10 *Pavel Bratinka*, SVVŠ, Praha 4, Křesomyslova 2
Vojtěch Klíma, SVVŠ, Praha 7, Nad štolou 1
Pavel Kolář, SPŠ JT, Praha 2, Ječná 30
Ivan Václavík, SVVŠ, Hradec Králové, nábr. J. K. Tyla
- 11—16 *Vilém Čimbura*, SVVŠ, Ostrava 1, Šmeralova
 Jiří Handlíř, SPŠE, Brno, Leninova
Ivan Hirsch, SVVŠ, Praha 8, Kollárova
Lubomír Klapka, SVVŠ, Brno, Elgartova
Rudolf Vrabec, SVVŠ, Hradec Králové, nábr. J. K. Tyla
Miroslav Znojil, SVVŠ, Prostějov, Kollárova
- 17 *Břetislav Popelák*, SVVŠ, Teplice, ul. Dobrovolců
- 18—20 *Jaroslav Fiedler*, SVVŠ, Praha 4, Křesomyslova 2
Vladimír Ondruška, SVVŠ, Praha 7, Nad štolou 1
Jan Vančura, SVVŠ, Český Brod

Každý z vítězů dostal čestný diplom, podepsaný náměstkem ministra školství a kultury dr. Františkem Kahudou a předsedou ústředního výboru FO profesorem dr. Miloslavem Valouchem. Mimo to byly vítězům V. ročníku FO přiděleny peněžité částky na nákup věcných odměn a studijní odborné literatury podle vlastního výběru. Odměny byly odstupňovány od 300 Kčs do 1 000 Kčs. Celková částka na ně činila 12 000 Kčs.

**Další úspěšní řešitelé s pořadovým číslem
21–52 jsou tito žáci:**

- 21–22 *Petr Kroha*, SPŠE, Praha 2, Ječná 30
Josef Štolcar, SVVŠ, Přerov
- 23–25 *Jaroslav Nešetřil*, SVVŠ, Rakovník
Václav Paidar, SPŠS, Klatovy
Břetislav Verner, SVVŠ, Praha 4, Křesomyslova 2
- 26–31 *Aleš Borek*, SVVŠ, Přerov
Marián Čerňanský, SVŠ, Bratislava, Novohradská
Petr Göhrlich, SPŠSE, Ústí n. L., Resslova
Peter L'ahký, SVŠ, Bratislava, Novohradská
Václav Novák, SVVŠ, Praha 4, Křesomyslova 2
Bohdan Šmilauer, SVVŠ, Praha 4, Křesomyslova 2
- 32–42 *Marta Doležalová*, SVVŠ, Brno, Koněvova 47
Josef Dušek, SVVŠ, Praha 7, Nad štolou 1
Miroslav Havel, SVVŠ, Pardubice, Spořilov
Jaroslav Králik, SVŠ, Bratislava, Novohradská
Jaroslav Kubeš, SVVŠ, České Budějovice
Jarmila Novotná, SVŠ, Michalovce
Pavel Ošmera, SPŠE, Brno, Leninova 40
Jaroslav Plas, SVVŠ, Ostrov n. Ohří
Milan Pospíšil, SVVŠ, Brno, Koněvova 47
Vítězslav Pytela, SVVŠ, Vyškov
Josef Vais, SPŠ papír., Hostinné

43—52 *Hynek Biederman*, SVVŠ, Rokycany
Juraj Boháčik, SVŠ, Košice, Šrobárova
Robert Čihal, SVVŠ, Hradec Králové, nábr.
 J. K. Tyla
Soňa Kožuchová, SVŠ, Košice, Kováčska 28
L'ubomír Mihálik, SVŠ, Žilina
Zdeněk Mizera, SVVŠ, Turnov
Jaroslav Nosek, SVVŠ, Znojmo
Anton Palovčík, SVŠ, Michalovce
Stanislav Přeučil, SVVŠ, Hradec Králové,
 nábr. J. K. Tyla
Pavel Zapletal, SVVŠ, Přerov

Přehled o klasifikaci úloh třetího kola podává tabulka VII. Texty a řešení úloh třetího kola jsou na str. 147 této brožury.

Tabulka VII

Známka	Vý- borně	Dobře	Nevy- hovuje	Prům. známka	Téma z oboru
1. úloha . .	23	17	36	2,17	mechanika
2. úloha . .	10	9	57	2,62	optika
3. úloha . .	17	10	49	2,42	elektrina
4. úloha .	29	41	6	1,70	experim. práce z elektřiny

Čísla v 2.—4. sloupci značí počty známek 1., 2. a 3. stupně.

Z tabulky VII je patrné, že žáci nejúspěšněji vyřešili úlohu experimentální a největší potíže jim působilo i v letošním ročníku řešení úlohy z optiky, o jejíž řešení se mnoho žáků ani nepokoušelo. Hlavní příčinu tohoto stále se opakujícího úkazu je nutno hledat v osnovách, které po řadu let optiku velmi zanedbávaly. Protože se nyní optika probírá v lednu a v únoru v III. roč. SVVŠ, je opodstatněna naděje, že se v příštích ročnících tato situace zlepší.

8. HODNOCENÍ V. ROČNÍKU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Srovnáváme-li počty účastníků FO v dosavadních pěti ročnících jejího trvání, pozorujeme v druhém ročníku ve všech kategoriích veliký pokles počtu soutěžících žáků v prvním i ve druhém kole soutěže (tab. VIII).

Tabulka VIII

Počet soutěžících (S) a počet úspěšných řešitelů (Ú) v prvních pěti ročnících FO

Ročník	1. kolo			2. kolo			3. kolo		
	S	Ú	Ú v %	S	Ú	Ú v %	S	Ú	Ú v %
I.	3 203	1 081	34	956	539	56	80	27	34
II.	1 939	698	36	636	396	61	71	56	79
III.	2 240	871	39	707	354	50	80	50	63
IV.	3 452	1 276	37	1 079	682	63	81	70	86
V.	3 674	1 675	46	1 384	794	57	76	52	68

V třetím ročníku došlo k částečnému zlepšení; počet řešitelů se však zvýšil proti druhému ročníku jen nepatrně a nebyl v žádné kategorii tak vysoký jako v ročníku prvním (tab. IX, X, XI).

Tabulka IX

Přehled o počtu soutěžících (S) a úspěšných (Ú) řešitelů v kategorii A

Ročník	1. kolo			2. kolo			3. kolo		
	S	Ú	Ú v %	S	Ú	Ú v %	S	Ú	Ú v %
I.	1 213	478	39,4	418	241	57,7	80	27	33,75
II.	608	269	44,2	249	138	55,4	71	56	78,8
III.	692	365	52,7	305	160	52,4	80	50	62,5
IV.	711	305	42,9	269	229	85,1	81	70	86,4
V.	430	198	46,0	183	141	77,0	76	52	68,4

Ve čtvrtém ročníku vzrostl počet soutěžících žáků v kategoriích A, B poměrně málo ve srovnání s ročníkem třetím, podstatně se však zvýšil počet účastníků v kategorii C, takže ve čtvrtém ročníku byl celkový počet řešitelů soutěže FO vyšší než v ročníku prvním.

Zvětšil se také počet úspěšných řešitelů v kategoriích B a C početně i v procentech v prvním a ve druhém kole.

V kategorii A bylo sice ve druhém kole čtvrtého ročníku méně účastníků než v ročníku třetím,

Tabulka X

Přehled o počtu soutěžících (S) a úspěšných (Ú) řešitelů
v kategorii B

Ročník	1. kolo			2. kolo		
	S	Ú	Ú v %	S	Ú	Ú v %
I.	788	255	32,4	226	121	53,6
II.	509	163	32,2	147	103	70,1
III.	436	149	34,2	135	75	55,6
IV.	572	229	40,0	204	141	69,1
V.	1 029	482	46,8	394	216	54,5

Tabulka XI

Přehled o počtu soutěžících (S) a úspěšných (Ú) řešitelů
v kategorii C

Ročník	1. kolo			2. kolo		
	S	Ú	Ú v %	S	Ú	Ú v %
I.	1 202	348	28,8	312	177	56,7
II.	822	266	32,4	240	155	64,5
III.	1 112	357	32,1	267	119	44,6
IV.	2 169	742	34,2	606	312	51,5
V.	2 215	995	44,9	807	437	54,1

úspěšných řešitelů druhého kola bylo však v této kategorii, ve čtvrtém ročníku více než ve třetím, takže v procentech vzrostl počet úspěšných řešitelů

druhého kola soutěže v kategorii A z 52,4 % v ročníku třetím na 85,1 % v ročníku čtvrtém. Ve třetím kole byl čtvrtý ročník soutěže FO nejlepším ze všech dosavadních ročníků.

Byla tedy soutěž ve čtvrtém ročníku ve všech kategoriích a ve všech kolech mnohem úspěšnější než v ročníku třetím.

V pátém ročníku účast žáků v soutěži převyšuje celkově počet řešitelů v ročníku čtvrtém, a to v prvním kole asi o 6 %, v druhém kole dokonce o 16 %. Převyšuje tedy pátý ročník v počtu soutěžících všechny dosavadní ročníky. Vzhledem k tomu, že v kategorii A byla v pátém ročníku účast podprůměrná, lze očekávat, že v příštím, šestém, ročníku budou výsledky soutěže ještě lepší než v ročníku pátém.

To je úkaz velmi potěšitelný a svědčí o tom, že zájem o FO roste, a to nejen u žáků SVVŠ, nýbrž i u žáků odborných škol. V letošním ročníku jsou průmyslové školy v soutěži zastoupeny více než v minulých letech a žáci z těchto škol se umísťují na předních místech v soutěži.

Kdybychom srovnávali také počet škol zapojených do soutěže, přesvědčili bychom se, že i počet škol zapojených do soutěže je v V. ročníku značně vyšší než v předcházejících letech.

Stav soutěže se tedy podstatně zlepšil, srovnáme-li počet soutěžících žáků. Srovnáme-li stav soutěže po kvalitativní stránce, můžeme i zde pozorovat zlepšení. Počet úspěšných řešitelů I. kola soutěže byl dosud nejvyšší ve III. ročníku (39 %), letos je 45,6 %; v druhém kole je stav méně při-

znivý než v prvním kole, ale i zde je procento úspěšných řešitelů přibližně stejné jako v předcházejících ročnících.

Slabinou V. ročníku soutěže FO byla kategorie A, ve které byla situace horší než ve všech minulých ročnících. Projevilo se to již při výběru žáků do třetího kola. V loňském roce se účastnili třetího kola soutěže jen ti žáci, kteří neměli žádnou ze čtyř úloh druhého kola řešení nevyhovujícím způsobem, letos byli pozváni do třetího kola i všichni ti žáci, kteří měli jednu z úloh druhého kola nevyhovující. Avšak ani při tomto sníženém požadavku nemohl ÚV FO pozvat do třetího kola plný počet (80) žáků, který je organizačním řádem FO stanoven jako maximum.

Nápadně se v V. ročníku zvýšil počet řešitelů v kategorii B. Od několika KV FO však máme zprávy, že značný počet žáků ztrácí (zvláště v kategorii C) v průběhu prvního kola o soutěž zájem a často ani první kolo nedokončí. Tento jev je přirozený, neboť soutěž FO je náročná, a proto je nutno počítat s tím, že ji dokončí jen ti žáci, kteří mají o fyziku zájem a kteří mají kromě toho také dosti silnou vůli, aby vytrvali. Učitelé fyziky by se měli snažit počáteční zájem o soutěž FO udržet. Příležitosti i prostředků k tomu je dost. Je hlavně potřeba řešit i ve vyučovacích hodinách fyziky úlohy a zvykat žáky na obecné řešení úloh. Důsledně by měli učitelé také požadovat na žácích odůvodnění a vysvětlení způsobu řešení dané úlohy, neboť za největší nedostatky žakovských řešení úloh považují KV FO nevyhovující výklad postupu.

Malou účast nebo špatné výsledky v soutěži FO vysvětlují KV FO v několika krajích malým zájmem některých učitelů o soutěž. Projevuje se to i v nedbalé opravě úloh prvního kola. Krajské výbory FO musí často při revizi oprav těchto úloh měnit známky navržené učiteli na školách až o dva stupně, nejčastěji k horšímu, někdy však i ve prospěch žáků. Učitelé také nedbají o to, aby žáci odevzdávali vyřešené úlohy v předepsaných termínech a příznivě klasifikují i nesamostatně pracovaná řešení. Velmi často odevzdává několik žáků řešení zcela shodná, se stejnými chybami, ba často i řešení opsaná z autorských řešení, jež ÚV FO dává učitelům k usnadnění jejich práce při opravě úloh, nikoli však proto, aby je dali opisovat žákům.

Pak se dostávají do druhého kola soutěže i takoví žáci, kteří nemají často ani základní vědomosti z fyziky a z matematiky a vyřazují se z další soutěže ti, kteří mají sice úlohy prvního kola zpracovány méně kvalitně, ale znalosti z fyziky mají daleko větší než žáci, kteří se do druhého kola dostali nepoctivým způsobem.

Na závady v organizaci soutěže celkem stížnosti nejsou. Veliké potíže působí zařazení experimentálních úloh do soutěže druhého kola. Nezdá se také zcela vyhovujícím ustanovení, že úspěšným řešitelem druhého kola soutěže je žák, který vyřeší úspěšně aspoň dvě ze čtyř zadáných úloh. Vypracování experimentální úlohy bývá obvykle klasifikováno příznivě, neboť žák má k zpracování experimentální úlohy návod, podle kterého při řešení postupuje. Jedna ze zbývajících tří úloh

kontroluje, zda žák prostudoval předepsané studijní téma. I při této úloze má žák značně usnadněnu práci, jestliže ovšem téma prostudoval. Vyřeší-li žák tyto dvě úlohy aspoň dobře, je úspěšným řešitelem, i když se ani nesnaží zbývající dvě úlohy řešit. Obdobná situace může nastat i ve třetím kole. O uvedených dvou závadách uvažoval ÚV FO již v průběhu letošního pátého ročníku FO. Proto budou v příštích ročnících pravidla soutěže pozměněna.

V letošním ročníku soutěže FO byl na žádost některých KV FO posunut termín konání druhého kola soutěže v kategorii D až na měsíc květen. Toto opatření se neosvědčilo, a proto bude v příštím ročníku určen ke konání druhého kola soutěže v kategorii D termín lépe vyhovující.

9. ZÁVĚR PÁTÉHO ROČNÍKU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Pátý ročník FO byl zakončen podáním návrhu ministerstvu školství a kultury na výplatu odměn vítězům třetího kola soutěže FO, zorganizováním soustředění pro řešitele kategorie B ve Žďáru nad Sázavou a návrhem na výběr žáků do speciálních tříd pro zvlášť nadané žáky v matematice a fyzice. Podle doporučení KV FO byl sestaven seznam těchto žáků a předložen ministerstvu školství a kultury, aby provedlo jejich výběr.

Ve většině krajů byl V. ročník FO úspěšnější než ročníky minulé. Vyžadoval mnoho velké a zodpo-

vědné práce všech referentů a mnoha učitelů fyziky, kteří soutěž na školách propagovali, řídili a organizovali, podíleli se na opravách úloh, vedli řadu zájmových kroužků, měli s řešiteli soutěže konzultace, přednášeli ve střediscích, předložili návrhy úloh pro soutěž a jejich řešení atd. Byla to veliká nehonorovaná práce, vyžadující mnoho brigádnických hodin. Uvědomíme-li si, že jen v kategoriích A, B, C opravovali učitelé a referenti FO na školách 22 177 žákovských řešení úloh prvního kola a každou z nich nezávisle na sobě dva učitelé, pak by si tato práce vyžádala více než 11 000 brigádnických hodin, počítáme-li, že učitel opraví jednu úlohu za 15 minut, což je odhad velmi nízký, neboť oprava většiny úloh potřebuje čas mnohem delší.

O úspěšný průběh FO mají zásluhu též četní ředitelé škol a okresní a krajsí inspektoři, kteří soutěž mezi žáky propagovali.

Jednota československých matematiků a fyziků spolu s ÚV FO děkuje všem, kteří tuto práci bez nároku na jakoukoli odměnu obětavě konali.

Zároveň je nutno poděkovat těm členům ÚV FO a KV FO a učitelům, kteří organizovali soutěž ústředně a v krajích, podíleli se na vypracování úloh a autorských řešení, na opravách úloh druhého a třetího kola, na opatřování a přípravě soupřev potřebných k provedení experimentálních úloh druhého kola, vypracovali studijní texty pro kategorie A, B a C, organizačně zajišťovali hladký průběh druhého a třetího kola a konali dozor při druhém a třetím kole soutěže. Jsou to zejména

profesor dr. Vl. Valouch, profesor dr. B. Havelka, V. Rudolf, dr. M. Chytilová, J. Tesař, ústřední inspektor Jos. Bartůněk, profesor dr. R. Košťál, F. Černický, F. Fišer, K. Hofman, dr. J. Feifer, J. Sušanka, Z. Ungermann, F. Živný, dr. I. Náter, A. Grega, E. Sokol, M. Čechová, Z. Kubiček, E. Říman, M. Voráček, J. Pitner, všichni jednatele KV FO, zejména P. Fabinger, J. Kesner, J. Konrád, dále L. Vašek, Rádl, Kučera, F. Fišer, dr. M. Bajer, A. Kuzmová a další.

Dále je nutno ocenit obětavou práci F. Černického při přípravě a organizaci třetího kola soutěže, jež se v pátém ročníku konalo v Praze. Při této příležitosti je nutno poděkovat všem členům KV FO v Praze za jejich práci při přípravě třetího kola a za návrhy úloh pro druhé a třetí kolo soutěže v kategorii A, děkanátu matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university v Praze za propůjčení místností a umožnění konání třetího kola soutěže v budovách fakulty, děkanovi fakulty profesoru dr. Zachovalovi za jeho projev k soutěžícím žákům a za umožnění prohlídky fyzikálních laboratoří matematicko-fyzikální fakulty. Jsme velmi vděční odbornému asistentu matematicko-fyzikální fakulty V. Müllerovi za pokusy s vysokofrekvenčními kmity a ultrakrátkými vlnami, jež připravil a předvedl soutěžícím žákům, a za vzorné vybavení dvaceti pracovišť přístroji a pomůckami pro experimentální úlohu, při které konal spolu s asistenty dozor.

Všechnu uvedenou činnost je nutno hodnotit nejen po stránce pracovní, nýbrž také jako významnou politickovýchovnou činnost, neboť minister-

stvo školství a kultury považuje každou práci pro MO a FO za politickovýchovnou činnost.

Z členů ÚV FO je nutno zvlášť poděkovat profesorovi dr. Košťálovi, který spolu s dr. Náterem a F. Fišerem sestavil program přednášek a besed na soustředění žáků ve Žďáru nad Sázavou a postaral se o obsazení těchto přednášek a besed přednášejícími.

Na organizaci soutěže FO se podílely též krajské výbory JČMF, které po finanční stránce zabezpečovaly konání přednášek a besed pro účastníky prvního kola FO. Je též nutno vysoko ocenit organizační práci s. Valouchové, Březinové a Matyášové, které obstarávaly rozmnožování letáků, autorských řešení a návrhů úloh pro druhé a třetí kolo soutěže, rozesílaly letáky, pozvánky na zasedání ÚV FO, zápisy o průběhu schůzí ÚV FO apod. Byla to práce vyžadující veliký počet neplacených hodin.

Spolupráce s ČSM byla slabá, jen v Jihomoravském kraji prováděl ČSM propagaci soutěže, hlavně zásluhou zástupce KV ČSM v KV FO Jihomoravského kraje inž. Vybírala. Zásluhou inž. Vybírala zaplatil KV ČSM jako každoročně třem nejlepším řešitelům úloh druhého kola FO v Jihomoravském kraji vyhlídkový let nad Brnem.

10. STUDIJNÍ TEXTY PRO PRVNÍ KOLO V. ROČNÍKU FO

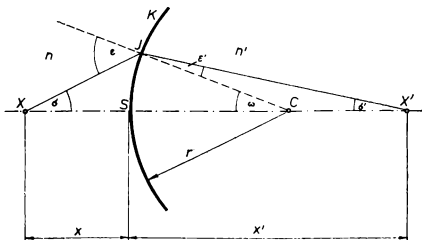
A. KATEGORIE A

Marie Čechová, PU, Olomouc

1. Geometrické zobrazení kulovými plochami

1. Zobrazení kulovou plochou

1.1 *Zobrazení bodu kulovou plochou.* Naším úkolem je určit polohu obrazu bodu X , který leží na optické ose kulové plochy K (obr. 3). Kulová plocha K o poloměru r je rozhraním mezi dvěma homo-



Obr. 3

genními izotropními prostředími o indexech lomu n , n' . Paprsky, které vycházejí z bodu X v paraxiálním prostoru, se po lomu na ploše K protínají v jednom bodě X' , který je obrazem bodu X . Ze všech paprsků, které se účastní zobrazení, vybereme dva. Pro jednoduchost si zvolíme jeden paprsek totožný s optickou osou. Takový paprsek je kolmý na lámavou plochu a při průchodu lámavou plochou nemění směr. Druhý paprsek zvolíme libovolně v paraxiálním prostoru tak, že svírá s optickou osou velmi malý úhel σ . Paprsek dopadá na kulové rozhraní pod úhlem ε , láme se pod úhlem ε' a protíná optickou osu v bodě X' , který je obrazem bodu X .

V paraxiálním prostoru jsou také úhly ε a ε' velmi malé, a proto zákon lomu pro ně platí ve tvaru

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} \doteq \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{n'}{n}, \quad (1)$$

kde úhly ε a ε' měříme v radiánech.

V trojúhelníku $XC\check{r}$ platí

$$\omega + \sigma = \varepsilon. \quad (2)$$

Ze vztahu (1) a (2) vyloučíme ε

$$\omega + \sigma = \frac{n'}{n} \varepsilon'. \quad (3)$$

ε' určíme ze vztahu pro úhly v trojúhelníku $X'C\check{r}$

$$\varepsilon' = \omega - \sigma'$$

a dosadíme do vztahu (3)

$$n(\omega + \sigma) = n'(\omega - \sigma'). \quad (4)$$

Poněvadž je úhel σ velmi malý, můžeme oblouk $\widehat{Sf}$ považovat za úsečku kolmou k optické ose a vyjádřit velikosti úhlů σ , ω , σ' měřené v radiánech jejich tangentami

$$\sigma = \frac{Sf}{x}, \quad \omega = \frac{Sf}{r}, \quad \sigma' = \frac{Sf}{x'}.$$

Tyto hodnoty dosadíme do vztahu (4) a rovnici dělíme číslem vyjadřujícím délku Sf . Dostáváme

$$\frac{n}{x} + \frac{n'}{x'} = \frac{n' - n}{r}. \quad (5)$$

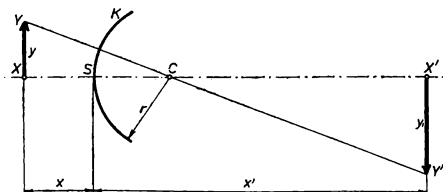
Vztah (5) je *vrcholová zobrazovací rovnice pro kulovou plochu*.

Příklad. Pro $n = 1$, $n' = 1,516$, $r = 35,0$ mm, $x = 100$ mm, vypočítáme $x' = 319$ mm.

1.2 Příčné zvětšení. Příčné zvětšení definujeme v rovině kolmé k optické ose.

Mějme úsečku XY kolmou k optické ose (obr. 4). Obraz bodu X je bod X' ležící na ose ve vzdálenosti x' od vrcholu plochy, která odpovídá zobrazovací rovnici (5). Koncový bod Y' leží také na kolmici k optické ose a jeho polohu určíme užitím paprsku procházejícího středem C kulové plochy. Označme délky

$$XY = y, \quad X'Y' = y',$$



Obr. 4

pak příčné zvětšení β definujeme vztahem

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (6)$$

Z podobnosti trojúhelníků XCY a $X'CY'$ platí

$$\frac{y'}{y} = \frac{x' - r}{x + r}.$$

Do tohoto vztahu dosadíme za r ze zobrazovací rovnice (5)

$$r = \frac{xx'(n' - n)}{nx' + n'x}.$$

Po jednoduché úpravě dostáváme pro příčné zvětšení vztah

$$\beta = \frac{nx'}{n'x}. \quad (7)$$

Jestliže bereme v úvahu orientaci úseček x a x' od počátečního bodu S , má β znaménko $-$, je-li obraz převrácený, a znaménko $+$, je-li obraz přímý.

2. Zobrazení soustavou k kulových ploch

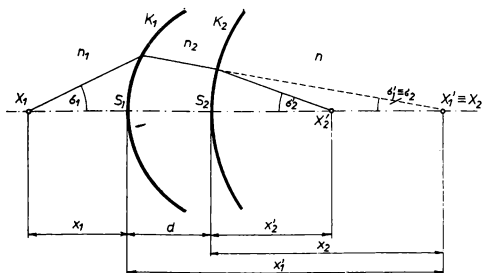
Soustava kulových ploch, jejichž středy křivosti leží na optické ose, se nazývá centrovaná soustava.

Při zobrazování bodu X_1 soustavou k centrovaných kulových ploch postupujeme obecně takto: Nejprve bod X_1 zobrazíme první kulovou plochou do bodu X'_1 . Dále považujeme obraz $X'_1 \equiv X_2$ za předmět a zobrazíme jej druhou kulovou plochou v bodě X'_2 . Podobně zobrazíme bod $X'_2 \equiv X_3$ třetí kulovou plochou atd., až ke k -té kulové ploše. Obraz X'_k je pak obrazem bodu X_1 při zobrazování soustavou k kulových ploch.

2.1. Zobrazení soustavou dvou kulových ploch. Jsou dány dvě centrované kulové plochy K_1, K_2 o poloměrech r_1 a r_2 , vzdálené od sebe na optické ose o délku d . Plochy jsou rozhraními tří optických prostředí n_1, n_2, n (obr. 5). Máme určit obraz bodu X_1 , který leží na optické ose.

Najdeme nejprve obraz X'_1 bodu X_1 , které vytvoří plocha K_1 . Jeho vzdálenost x'_1 od vrcholu S_1 určíme podle vztahu (5), který podle zvoleného označení má tvar

$$\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x'_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1}.$$



Obr. 5

Odtud vypočítáme vzdálenost

$$x_1' = \frac{r_1 n_2 x_1}{n_2 x_1 - n_1 (x_1 + r_1)}. \quad (8)$$

Nyní zobrazíme bod $X_1' \equiv X_2$ plochou K_2 . Jeho vzdálenost x_2' od vrcholu S_2 určíme podle vztahu (5), který podle zvoleného označení má tvar

$$\frac{n_2}{x_2} + \frac{n}{x_2'} = \frac{n - n_2}{r_2},$$

přítom $x_2 = x_1' - d$. Odtud vypočítáme vzdálenost

$$x_2' = \frac{r_2 n (x_1' - d)}{n (x_1' - d) - n_2 (x_1' - d + r_2)}. \quad (9)$$

Do tohoto vztahu dosadíme za x_1' z rovnice (8).

2.2 *Příčné zvětšení.* Jestliže úsečka y_1 má počátek v bodě X_1 a je kolmá k optické ose, je jejím obrazem při zobrazení plochou K_1 úsečka délky y_1' v bodě X_1' . Tato úsečka je předmětem y_2 při zobrazení druhou kulovou plochou K_2 a jejím obrazem je úsečka y_2' . Příčné zvětšení tedy je

$$\beta = \frac{y_2'}{y_1}.$$

Podle vztahu (7) je zvětšení pro první plochu

$$\beta_1 = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{y_2}{y_1},$$

odtud určíme

$$y_1 = \frac{y_2}{\beta_1}.$$

Podobně zvětšení pro druhou plochu je

$$\beta_2 = \frac{y_2'}{y_2}.$$

Odtud určíme

$$y_2' = \beta_2 y_2.$$

Výsledné příčné zvětšení je tedy

$$\beta = \beta_2 y_2 \cdot \frac{\beta_1}{y_2} = \beta_1 \beta_2. \quad (10)$$

Výsledné příčné zvětšení se rovná součinu zvětšení na jednotlivých kulových plochách. To platí obecně i pro soustavu k lámavých kulových ploch.

Dosadíme-li ze vztahu (7) do rovnice (10), dostaneme pro příčné zvětšení soustavy dvou kulových ploch

$$\beta = \frac{n_1}{n} \cdot \frac{x'_1 x'_2}{x_1 x_2}.$$

Literatura:

J. Fuka - B. Havelka, Optika, SPN, Praha 1961.

B. N. Begunov, Geometričeskaja optika, Izd. Mosk. Univ. 1961.

† Doc. Vladimír Rudolf, Olomouc:

2. Základní rovnice kinetické teorie plynů a některé její důsledky

1. *Kinetická teorie látek* a s ní úzce související *kinetická teorie tepla* vznikly sloučením představ o atomickém složení látek a názoru, že teplo je projevem pohybu jejich nejmenších částic. V dalším budeme uvažovat vlastnosti látek jen ve skupenství plynném, jimiž se zabývá *kinetická teorie plynů*.

Nejmenší částice plynu jsou buď atomy (např. He, Ne, Ar, páry Hg aj.), nebo molekuly (např. H₂, O₂, N₂, CO₂, NH₃ aj.). Ačkoliv molekuly jsou složité soustavy atomů, můžeme si je v dalším představovat jako velmi malé kuličky dokonale tuhé a pružné, nebo dokonce jako pouhé hmotné body, k jejichž rozměrům není třeba přihlížet. Molekuly plynu jsou v neustálém chaotickém pohybu. V dal-

ším přihlédneme jen k jejich pohybu postupnému a nebudeme uvažovat jejich eventuální pohyb rotační. Poněvadž za normálních podmínek je vzájemná vzdálenost molekul plynu značná vzhledem k jejich velikosti, můžeme dále předpokládat, že molekuly na sebe nepůsobí žádnými silami. Každá molekula se pohybuje přímočaře a rovnoměrně rychlostí, jež za laboratorních teplot má řádově velikost několika set metrů za sekundu, pokud nenarazí na některou molekulu sousední nebo na stěnu nádoby, v níž je plyn uzavřen. Dá se vypočítat, že počet nárazů jedné molekuly plynu na ostatní za normálního tlaku je za sekundu kolem tří miliard.

Švýcarský fyzik Daniel Bernoulli (1700 až 1782) první vyslovil názor (r. 1738), že

tlak plynu na stěny je působen neustálými nárazy molekul plynu na stěny.

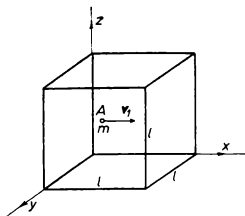
Vzhledem k nepatrné velikosti molekul a k jejich ohromnému počtu nemůžeme pozorovat náraz každé jednotlivé molekuly zvlášť, nýbrž jen úhrnný účinek nárazů celého souboru molekul plynu v nádobě. Poněvadž pohyb molekul plynu je chaotický a jsou v něm zastoupeny rychlosti všech možných směrů a velikostí, není tlak plynu na stěnu v čase zcela stálý, nýbrž kolísá kolem určité střední hodnoty. Toto kolísání — neboli fluktuace — se však děje vzhledem k velikému počtu současných nárazů neobyčejně rychle, přičemž odchylky od průměrné hodnoty tlaku jsou celkem jen nepatrné. Nelze tedy uvedené fluktuace přímo pozorovat

a pozorujeme jen střední hodnotu tlaku, která je za stálé teploty prakticky stálá. Podobně je tomu i s dalšími veličinami u plynů; např. hustota plynu také není na všech místech stejná a stálá, nýbrž se neustále a velmi rychle mění (fluktuuje) od místa k místu a na téměř místě s časem. Pozorovat lze zase jen střední (průměrnou) hodnotu hustoty; ta je za stálé teploty stálá místně i časově.

Základní úlohou kinetické teorie plynů bylo vyšetřit souvislost mezi středními hodnotami (tlaku, teploty, hustoty apod.) přímo — neboli makroskopicky — pozorovatelnými nebo měřitelnými a veličinami, které charakterizují odpovídající mikroskopické děje, jež nelze přímo pozorovat.

První takový vztah odvodil Bernoulli, a to pro tlak plynu. Tento vztah je pro svoji důležitost označován jako *základní rovnice kinetické teorie plynů*.

2. *Odvození základní rovnice kinetické teorie plynů.* Uvažujme libovolný plyn uzavřený v nádobě, jež má tvar krychle; hrana krychle budiž l (obr. 6). Pro



Obr. 6

jednoduchost zavedeme nejprve dva předpoklady:

a) budeme předpokládat, že molekuly plynu na sebe nepůsobí žádnými silami a že nedochází k jejich vzájemným srážkám;

b) dále lze předpokládat, že vzhledem k chaotickému pohybu molekul bude výsledný účinek jejich nárazů na stěny týž, jako kdyby se jedna třetina molekul pohybovala rovnoběžně s osou x (mezi levou a pravou stěnou krychle), podobně jedna třetina rovnoběžně s osou y a jedna třetina rovnoběžně s osou z .

Tyto Bernoulliho předpoklady nejsou ovšem přesně splněny. Je však pozoruhodné, že výsledek, k němuž Bernoulli dospěl, je týž, jaký později (r. 1860) dostal anglický fyzik J. C. Maxwell z přesných úvah, v nichž přihlédl ke všem možným směrům pohybu molekul a k vzájemným srážkám molekul.

Označíme-li n počet molekul v celé krychli o objemu l^3 a n_0 počet molekul v objemové jednotce, pak bude

$$n = n_0 l^3. \quad (1)$$

Je-li dále m hmota jedné molekuly, pak

$$m \cdot n_0 = \varrho, \quad (2)$$

kde ϱ je hmota plynu v objemové jednotce, číselně rovná hustotě plynu.

Uvažujme nyní jen ty molekuly v počtu

$$n' = \frac{1}{3} n, \quad (3)$$

které se pohybují ve směru osy x mezi levou a pravou stěnou krychle. Pro směry y a z by byla úvaha zcela obdobná.

V obr. 6 je vyznačena molekula A , která se pohybuje právě od levé stěny k pravé vodorovně rychlostí v_1 . Když doletí ke stěně, narazí na ni a podle zákonů pružného rázu se od ní odrazí zpět rychlostí stejně velikou, ale opačného směru; to se pak opakuje střídavě u levé i pravé stěny.

Při každém nárazu působí molekula na stěnu jakousi velmi malou silou ΔF_1 , kterou určíme pomocí druhého a třetího pohybového zákona Newtonova.

Druhý pohybový zákon $F = m \cdot a$ lze užitím vztahu $v = a \cdot t$ psát též ve tvaru $F \cdot t = m \cdot v$, tj. impuls síly $F \cdot t$ rovná se hybnosti hmoty $m \cdot v$. Tato rovnice praví: Působí-li na těleso hmoty m , které bylo původně v klidu, stálá síla F po dobu t , pak po tu dobu koná těleso pohyb rovnoměrně zrychlený a nabude po ní rychlosti v . Jestliže těleso nebylo v klidu, ale pohybovalo se již jakousi rychlostí v_1 , pak nabude účinkem síly F za dobu t rychlosti v_2 , přičemž platí

$$F \cdot t = m \cdot (v_2 - v_1).$$

Je-li síla F proměnná, myslíme si celkovou dobu jejího působení rozdělenou na kratinké časové úseky Δt , ve kterých lze sílu F považovat prakticky za stálou a rovnou jakési průměrné hodnotě $\bar{F}$. Pak bude také změna $v_2 - v_1$ rychlosti za dobu Δt velmi malá; označíme ji Δv . Bude tedy

$$\bar{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v. \quad (4)$$

Při dopadu na stěnu působí molekula A na ni jakousi silou ΔF_1 , a to po velice kratinkou dobu Δt .

Tuto dobu trvání rázu ovšem neznáme. Avšak podle třetího pohybového zákona, principu akce a reakce, působí při rázu též naopak stěna na molekulu, a to silou stejně velikou, ale opačně orientovanou, a po stejnou dobu Δt . Působením této reakční síly se změní směr rychlosti v_1 v opačný, přičemž velikost v_1 rychlosti se nezmění. Je tedy změna rychlosti

$$\Delta v_1 = v_1 - (-v_1) = 2v_1.$$

Proto

$$\Delta F_1 \cdot \Delta t = m \cdot 2v_1;$$

odtud

$$\Delta F_1 = \frac{2mv_1}{\Delta t}. \quad (5)$$

Ovšem sílu ΔF_1 nemůžeme ze vztahu (5) určit, neboť neznáme dobu Δt trvání rázu. Pomůže nám však tato úvaha: Molekula plynu se mezi stěnami pohybuje rovnoměrně, přičemž vzdálenost l mezi stěnami urazí rychlostí v_1 za dobu $\Delta t_1 = \frac{l}{v_1}$. Doba mezi dvěma po sobě jdoucími nárazy molekuly na tutéž stěnu je tedy $\Delta t' = \frac{2l}{v_1}$. Tato doba $\Delta t'$ je velmi krátká, např. molekuly dusíku mají při 0°C rychlost průměrně 493 m s^{-1} ($\doteq 500 \text{ m s}^{-1}$), takže při vzdálenosti stěn, např. $l = 10 \text{ cm}$ narazí každá molekula na tutéž stěnu průměrně asi 2500-krát za sekundu. I kdybychom mohli náraz jedné jediné molekuly postřehnout svými smysly, nemohli bychom nárazy při tak rychlém jejich sledu od sebe

rozlišit a měli bychom dojem, že molekula působí na stěnu trvale. Proto nahradíme sílu $\Delta \vec{F}_1$ jednotlivého nárazu jinou průměrnou silou $\Delta \vec{F}_1$, která by působila po celou dobu $\Delta t'$ mezi dvěma po sobě jdoucími rázy a byla se silou ΔF_1 ekvivalentní (rovnomocná). To bude tehdy, bude-li její impuls $\Delta \vec{F}_1 \cdot \Delta t'$ stejný, jako je skutečný impuls $\Delta F_1 \cdot \Delta t$.

Z uvedené úvahy tedy plyne

$$\Delta F_1 \cdot \Delta t = \Delta \vec{F}_1 \cdot \Delta t' = 2m \cdot v_1,$$

tedy

$$\Delta \vec{F}_1 = \frac{2mv_1}{\Delta t'} = \frac{mv_1^2}{l}.$$

Rovnoběžně s osou x se pohybuje celkem $n' = \frac{1}{3} n$ molekul s různými rychlostmi $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{n'}$. Jejich celkové působení na stěnu krychle se jeví makroscopicky jako síla F , rovná součtu sil od jednotlivých molekul. Tedy

$$\begin{aligned} F &= \frac{mv_1^2}{l} + \frac{mv_2^2}{l} + \frac{mv_3^2}{l} + \dots + \frac{mv_{n'}^2}{l} = \\ &= \frac{m}{l} (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_{n'}^2) = \\ &= \frac{n'm}{l} \cdot \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_{n'}^2}{n'}. \end{aligned}$$

Položme

$$\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_{n'}^2}{n'} = v^2. \quad (6)$$

Odmocninu z $\bar{v}^2$, tj. veličinu $v_k = \sqrt{\bar{v}^2}$, nazýváme *střední kvadratickou rychlostí*. Tedy $\bar{v}^2$ je druhá mocnina střední kvadratické rychlosti

$$\bar{v}^2 = v_k^2.$$

Střední kvadratická rychlost má jednoduchý fyzikální význam. Předpokládejme, že se všechny molekuly pohybují touto rychlostí v_k . Pak by jejich celková kinetická energie byla

$$W_k = n' \cdot \frac{1}{2} m v_k^2.$$

Ve skutečnosti mají molekuly rychlosti různé, takže úhrnná kinetická energie W'_k jejich postupného pohybu je

$$\begin{aligned} W'_k &= \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m v_n^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \cdot (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2). \end{aligned}$$

Avšak podle (6) je součet v závorce roven $n' \bar{v}^2$, takže

$$\begin{aligned} W'_k &= \frac{1}{2} m \cdot n' \cdot \bar{v}^2 = n' \cdot \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \\ &= n' \cdot \frac{1}{2} m v_k^2 = W_k. \end{aligned}$$

Je tedy úhrnná kinetická energie W_k souboru n' molekul táž, jako kdyby se všechny molekuly pohybovaly touž střední kvadratickou rychlostí v_k .

Poznámka. Je dobře si uvědomit, že střední rychlost v , daná jako aritmetický střed jednotlivých rychlostí, není totožná se střední kvadratickou rychlostí. Je to zřejmé z konkrétního číselného příkladu: Zvolme $v_1 = 7 \text{ m s}^{-1}$, $v_2 = 1 \text{ m s}^{-1}$. Pak $v = \frac{v_1 + v_2}{2} = 4 \text{ m s}^{-1}$, kdežto $\bar{v}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{2} = 25 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$, takže $v_k = \sqrt{\bar{v}^2} = 5 \text{ m s}^{-1}$. Vždy platí, že $v_k \geq v$.

Je tedy $F = \frac{n' m}{l} \cdot v_k^2$. Poněvadž $n' = \frac{1}{3} n$, je dále

$$F = \frac{1}{3} \cdot \frac{n}{l} m v_k^2.$$

Tlak p plynu se číselně rovná síle působící na jednotku plochy. Poněvadž síla F působí na plochu l^2 stěny krychle, bude

$$p = \frac{F}{l^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{n}{l^3} m v_k^2 = \frac{1}{3} n_0 m v_k^2.$$

Tím jsme odvodili *základní rovnici kinetické teorie plynů*.

$$p = \frac{1}{3} n_0 m v_k^2. \quad (7)$$

3. *Některé důsledky ze základní rovnice.* Základní rovnici (7) lze různým způsobem obměňovat. Např. podle (2) je $n_0 m = \varrho$, takže

$$p = \frac{1}{3} \varrho v_k^2. \quad (8)$$

Ve vztahu (8) jsou p a ρ makroskopické veličiny, které lze měřit. Lze tedy z (8) vypočítat veličinu v_k , jež není přístupná přímému měření. Rozšíříme-li pravou stranu rovnice (7) dvěma, obdržíme

$$p = \frac{2}{3} n_0 \cdot \frac{m v_k^2}{2};$$

výraz $\frac{m v_k^2}{2} = \bar{w}$ značí střední kinetickou energii postupného pohybu jedné molekuly. Tedy

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{w}. \quad (9)$$

Další tvar základní rovnice dostaneme, přibere-li při uvažování stavovou rovnici plynů

$$pV = BT, \quad (10)$$

v níž p , V a T znamenají tlak, objem a absolutní teplotu plynů. Číselná hodnota konstanty B závisí na hmotě daného plynu a na jednotkách, v nichž vyjadřujeme p , V a T .

Fyzikálně i chemicky významným množstvím plynu je jeden kilomol plynu, neboť obsahuje u všech plynů též počet molekul $N = 6,025 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$, zvaný *Avogadrova konstanta*.

Podle Avogadrova zákona zaujímá 1 kilomol různých plynů při stejném tlaku a stejné teplotě též stejný objem. Při $t = 0^\circ \text{C}$ a při normálním tlaku $p = 760 \text{ torr}$ je tento objem

$$V = 22,4207 \text{ m}^3 \text{ kmol}^{-1}.$$

Vztahujeme-li tedy stavovou rovnici (10) nikoliv na libovolné množství plynu, ale na jeden kmol, pak má konstanta B pro všechny plyny touž hodnotu. Ta se značí R a nazývá se uníverzální plynová konstanta. Stavová rovnice pro jeden kmol plynu má pak zvlášť jednoduchý tvar

$$pV = RT. \quad (11)$$

Číselná hodnota konstanty R se určí z (11) z podmínky, že pro $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, tj. pro $T = 273,15\text{ }^{\circ}\text{K}$, a $p = 760\text{ torr} = 1,013\,25 \cdot 10^5\text{ N m}^{-2}$ je $V = 22,4207\text{ m}^3\text{ kmol}^{-1}$. Obdržíme

$$R = 8,316\,96 \cdot 10^3\text{ J deg}^{-1}\text{ kmol}^{-1}.$$

Nyní ještě zobecníme vzorec (11) pro libovolnou hmotu plynu v kg. Je-li V objem 1 kilomolu plynu za určitého tlaku a teploty, pak 1 kg plynu zaujímá za téhož tlaku a teploty objem $\frac{V}{\mu}$, kde μ je hmota jednoho kilomolu plynu, tj. jeho molekulová hmota vyjádřená v kg. Pak m kilogramů plynu má objem $m \cdot \frac{V}{\mu}$. Proto bude pro m kilogramů plynu mít výraz $\frac{pV}{T}$ rovněž hodnotu $\frac{m}{\mu}$ krát větší než R , tedy $\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} R$, neboli

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (12)$$

Použijeme nyní základní rovnice (9) pro jeden kmol plynu. Znásobme obě strany rovnice objemem V jednoho kilomolu. Obdržíme

$$pV = \frac{2}{3} n_0 V \bar{w}. \quad (12a)$$

Avšak $n_0 V$ je počet molekul v jednom kilomolu plynu, tj. Avogadrovo číslo N . Tedy

$$pV = \frac{2}{3} N \bar{w} = RT. \quad (13)$$

Odtud

$$\bar{w} = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T. \quad (14)$$

Poněvadž R a N jsou univerzální konstanty, je také

$$k = \frac{R}{N}$$

univerzální konstanta, stejná u všech plynů. Nazývá se *Boltzmannova konstanta*. Její hodnota je

$$\begin{aligned} k &= \frac{8,316\,96 \cdot 10^3 \text{ J deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}}{6,025 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}} = \\ &= 1,380 \cdot 10^{-23} \text{ J deg}^{-1}. \end{aligned}$$

Vzorec (14) přejde ve tvar

$$\bar{w} = \frac{3}{2} k T. \quad (15)$$

Ze vzorce (15) je patrné, že střední kinetická energie postupného pohybu molekul plynu závisí jen na teplotě; je přímo úměrná absolutní teplotě T plynu. Odtud plyne, že pro $T = 0^\circ\text{K}$ je $\bar{w} = 0$, tedy při teplotě absolutní nuly úplně ustane postupný pohyb molekul. Trvá však dál např. pohyb elektronů kolem jader atomů, z nichž je molekula složena, dále pohyby protonů a neutronů v jádrech apod.

Poněvadž při *stálé teplotě* je podle (15) i $\bar{w}$ stálé, je pravá strana rovnice (12a) též konstantní; dostáváme vztah

$$pV = \text{konst.},$$

což je *Boyleův zákon* pro děje izotermické.

Ze vztahu (15) vyjádříme T

$$T = \frac{2}{3} \frac{\bar{w}}{k}. \quad (16)$$

Tuto rovnici lze považovat za *definici absolutní teploty* T podle kinetické teorie.

Z rovnice (14)

$$\bar{w} = \frac{1}{2} m v_k^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T$$

plyne dále

$$v_k^2 = \frac{3RT}{mN} = \frac{3RT}{\mu},$$

neboť $m \cdot N$ je hmota molekul v jednom kilomolu, neboli molekulová hmota μ vyjádřena v kg. Odtud

$$v_k = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (17)$$

Na závěr určíme ještě počet n_0 molekul v objemové jednotce: ze vztahu (9) obdržíme

$$n_0 = \frac{3}{2} \frac{p}{\bar{w}}$$

a po dosazení za $\bar{w}$ z (15) dostaneme

$$n_0 = \frac{p}{kT}. \quad (18)$$

Při *stejném tlaku a stejné teplotě* mají tedy všechny plyny v objemové jednotce *týž* počet molekul; to je *Avogadrův zákon*. Za normálních podmínek, tj. při $p = 760$ torr a $T = 273,15^\circ\text{K}$, je počet molekul v 1 m^3 kteréhokoliv plynu

$$n_0 = 2,687 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

molekul. Tento počet se nazývá *Loschmidtovo číslo*. Je to číslo nepředstavitelně velké. Kdybychom mohli do prázdné krychličky o objemu 1 cm^3 vpravit každou sekundu sto miliónů molekul, pak by trvalo přes 7000 let, než by počet molekul v krychličce dosáhl čísla n_0 . Přitom vlastní objem molekul v krychličce je zcela nepatrnou částí jejího prostoru, takže krychlička je prakticky téměř prázdná.

4. *Příklady.* Vzorce a vztahy z kinetické teorie plynů si lépe osvojíme, vypočteme-li několik příkladů.

1. Určete střední kvadratickou rychlost molekul dusíku ($\mu = 28$) při teplotách a) 100°C , b) 0°C , c) -100°C . Počítejte v soustavě SI.

Řešení.

a) Do vzorce (17) dosadíme

$$R = 8,317 \cdot 10^3 \text{ J deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}, \\ \mu = 28 \text{ kg kmol}^{-1}, T = 373 \text{ }^\circ\text{K};$$

obdržíme

$$v_k = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,317 \cdot 10^3 \cdot 373}{28}} \text{ m s}^{-1} = 576 \text{ m s}^{-1}.$$

b) Dosadíme $T = 273 \text{ }^\circ\text{K}$; počítáme podobně jako v a). Vyjde $v_k = 493 \text{ m s}^{-1}$.

c) Dosadíme $T = 173 \text{ }^\circ\text{K}$. Dostaneme hodnotu $v_k = 393 \text{ m s}^{-1}$.

Molekulová hmota kyslíku je $\mu = 32$, tedy větší než molekulová hmota dusíku, a proto střední kvadratická rychlost molekul kyslíku je za téže teploty menší než střední kvadratická rychlost dusíku. Např. při $0 \text{ }^\circ\text{C}$ je střední kvadratická rychlost molekul kyslíku $v_k = 460 \text{ m s}^{-1}$.

2. Určete střední kvadratickou rychlost molekul vzduchu za normálních poměrů za předpokladu, že vzduch by byl stejnorodým plynem.

Řešení. Užijeme vzorce (8); z něho plyne

$$v_k = \sqrt{\frac{3p}{\varrho}}.$$

Dosadíme $\varrho_0 = 1,293 \text{ kg m}^{-3}$, $p = 760 \text{ torr} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$.

Vyjde $v_k = 480 \text{ m s}^{-1}$.

Kdybychom počítali ze vzorce (17), museli bychom dosadit za molekulovou hmotu vzduchu hodnotu $\mu = 28,962$, neboť vzduch je směs přibližně 20 % kyslíku ($\mu_1 = 32$) a 80 % dusíku ($\mu_2 = 28$).

3. V nádobě je plyn, který má tlak 0,01 torr a teplotu 7 °C. Kolik molekul plynu je v 1 cm³?

Řešení. Podle vzorce (18) je $n_0 = \frac{p}{kT}$. Dosa-
díme $p = 1,013 \, 25 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$, $k = 1,380 \cdot 10^{-23} \text{ J deg}^{-1}$, $T = 280 \text{ °K}$; obdržíme $n_0 = 2,61 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$.

Ačkoliv je tedy v nádobě prakticky skoro úplné vakuum, je v každém kubickém centimetru ještě asi 0,2 triliónů molekul.

4. Jaká teplota odpovídá střední kvadratické rychlosti $v_k = 720 \text{ km h}^{-1}$ molekul kysličníku uhlí-
čitého?

Řešení. Ze vzorce (17) plyne

$$T = \frac{\mu v_k^2}{3R}.$$

Po dosazení vyjde $T = 70 \text{ °K} = -203 \text{ °C}$.

5. Jaká je podmínka, aby dva různé plyny měly touž teplotu?

Řešení. Podle (16) musí být

$$T = \frac{2}{3} \frac{\bar{w}_1}{k} = \frac{2}{3} \frac{\bar{w}_2}{k};$$

odtud $\bar{w}_1 = \bar{w}_2$. Tedy molekuly obou plynů musí mít stejnou střední kinetickou energii. Z toho plyne dále

$$\frac{1}{2} m_1 v_{k_1}^2 = \frac{1}{2} m_2 v_{k_2}^2,$$

neboli

$$v_{k_1} : v_{k_2} = \sqrt{m_2} : \sqrt{m_1}.$$

Střední kvadratické rychlosti jsou v obráceném poměru k druhým odmocninám z hmot molekul.

6. V nádobě o stálém objemu je 1 kmol plynu o teplotě T . Kolik tepelné energie (v joulech) musíme plynu dodat, aby jeho teplota stoupla o 1°C ? Toto se značí C_v a nazývá se *kilomolové teplo plynu při konstantním objemu*.

Řešení. Střední kinetická energie jedné molekuly je při teplotě T podle (15)

$$\bar{w}_1 = \frac{3}{2} kT,$$

při teplotě $(T + 1)^\circ\text{K}$ je

$$\bar{w}_2 = \frac{3}{2} k \cdot (T + 1).$$

Každé molekule se musí dodat energie

$$\bar{w}_2 - \bar{w}_1 = \frac{3}{2} k \cdot (T + 1) - \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} k.$$

V jednom kilomolu plynu je N molekul, jimž je tedy nutno dodat celkem energii

$$N \cdot (\bar{w}_2 - \bar{w}_1) = N \cdot \frac{3}{2} k = \frac{3}{2} N \cdot \frac{R}{N} = \frac{3}{2} R.$$

Tedy

$$C_v = \frac{3}{2} R.$$

Je tedy kilomolové teplo všech plynů stejné a rovné $\frac{3}{2} R$. Číselně $C_v = \frac{3}{2} \cdot 8,3169 \cdot 10^3 \text{ J deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1} = 12,46 \cdot 10^3 \text{ J deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$.

Užijeme-li vztahu $1 \text{ cal} = 4,182 \text{ J}$, obdržíme pro C_v hodnotu

$$C_v \doteq 3 \text{ kcal deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}.$$

Naměřené hodnoty souhlasí s touto vypočtenou hodnotou jen u jednoatomových plynů. Např. pro hélium je $C_v = 2,98 \text{ kcal deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$, pro argon $C_v = 2,98 \text{ kcal deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$ apod. Pro víceatomové molekuly je C_v větší, a to tím větší, čím je molekula složena z většího počtu atomů. Např. pro dvouatomové molekuly H_2 , O_2 , N_2 apod. je C_v asi $5 \text{ kcal deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$ pro tříatomové (např. H_2O , CO_2 atd.) je asi $6,65 \text{ kcal deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$, atd. U složitějších molekul nepřejde všechna dodaná energie jen v kinetickou energii postupného pohybu, ale též v energii dalších druhů pohybů molekuly, k nimž jsme při odvození základní rovnice nepřihlíželi, jako je energie rotačního pohybu molekul, vibrační (kmi-

tavá) energie atomů v molekule, vzájemná potenciální energie atomů v molekule, jež při zahřívání se též poněkud zvětšuje vzhledem k rostoucí vzdálenosti atomů v molekule.

Přesnou teorii kilomolových tepel plynů podala teprve moderní kvantová mechanika.

B. KATEGORIE B

RNDr. Ivan Náter, SVŠT, Bratislava:

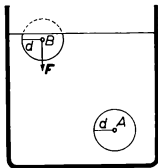
Tlak pod zakriveným povrchem kvapaliny

1. *Molekulárny tlak.* Z hľadiska kinetickej teórie vyznačujú sa kvapaliny malými vzájomnými vzdialenosťami molekúl. Medzi molekulami preto pôsobia značné príťažlivé sily. Tieto príťažlivé sily sú príčinou tzv. *molekulárneho tlaku*, ktorým povrchová vrstva molekúl kvapaliny pôsobí na vnútornú časť kvapaliny. Existenciu molekulárneho tlaku odôvodníme nasledujúcou úvahou.

Ak sledujeme v kvapaline ľubovoľnú molekulu, musíme uvažovať, ako na ňu pôsobia všetky ostatné molekuly kvapaliny. Príťažlivé sily, ktorými molekuly kvapaliny navzájom na seba pôsobia, veľmi rýchlo klesajú s ich rastúcou vzájomnou vzdialenosťou. Najmenšiu vzdialenosť d dvoch molekúl, pri ktorej už ich vzájomné príťažlivé sily môžeme

zanedbať, nazývame *polomerom molekulárneho pôsobenia*. Guľa polomeru d okolo vybratej molekuly je guľa (sféra) *molekulárneho pôsobenia*.

Na molekulu A (obr. 7), ktorá je dosť hlboko pod povrchom kvapaliny, pôsobia ostatné molekuly príťažlivými silami, ktoré majú rozličné smery, ktoré sa však v priemere rušia, pretože molekula A je zo všetkých strán obklopená zhruba rovnakým počtom molekúl okolo nej rovnomerne rozložených. Výslednica síl pôsobiacich na takúto molekulu od ostatných molekúl kvapaliny je teda v priemere rovná nule.



Obr. 7

Všimnime si však molekulu B , ktorá leží vo vzdialenosti menšej než d pod povrchom kvapaliny. Jej príslušná guľa molekulárneho pôsobenia leží len čiastočne v kvapaline, druhá jej časť leží nad kvapalinou, kde je látka spravidla v plynnom stave. Pretože koncentrácia molekúl plynu je v porovnaní s koncentráciou molekúl kvapaliny veľmi malá, možno molekulárne pôsobenie molekúl plynu na molekulu B zanedbať. Výslednica medzimolekulárnych síl pôsobiacich na molekulu B nebude teraz rovná nule. Molekula B podlieha zrejme jednostrannému ťahu F smerujúcemu dovnútra kvapaliny. Takýmto silám podliehajú všetky molekuly v povrchovej vrstve kvapaliny a vytvárajú tak spomínaný molekulárny tlak.

2. *Povrchové napätie.* Javy, ktoré sú podmienené existenciou molekulárneho tlaku povrchovej vrstvy kvapaliny na ostatné vrstvy, môžeme vysvetľovať aj iným spôsobom. Ak chceme z vnútornej časti kvapaliny premiestniť molekulu do povrchovej vrstvy — tj. ak chceme zväčšiť povrchovú plochu kvapaliny, musíme premáhať tlakové sily, príčinou ktorých je molekulárny tlak. To znamená, že zväčšenie povrchu kvapaliny je spojené s prácou, povrchová vrstva kvapaliny sa chová ako napnutá pružná blana.

Aby sme napnutú blanu udržali v rovnováhe (obr. 8), musíme na čiare, ktorá ju ohraničuje, pôsobiť silou F_t , ktorá leží v dotykovej rovine k povrchu kvapaliny. Veľkosť tejto sily je priamo úmerná dĺžke l ohraničujúcej čiary:

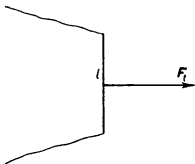
$$F_t = \sigma l.$$

Konštanta úmernosti σ , ktorá má číselnú hodnotu rovnú sile pôsobiacej na jednotku dĺžky ohraničujúcej čiary povrchovej blany, sa nazýva *povrchové napätie* alebo *kapilárna konštanta*. Závisí od akosti kvapaliny a od jej teploty.

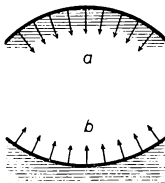
Existencia povrchového napätia vysvetľuje mnohé javy charakteristické pre kvapalné skupenstvo — napr. tvorenie kvapiek pri vytekaní kvapaliny malým otvorom, tvorenie peny apod. Povrchové napätie spôsobuje, že kvapalina nepretečie jemnou sieťou (dáždnik).

Pretože sa povrchová vrstva kvapaliny chová ako napnutá pružná blana, ak je ohraničená rovinnou krivkou, má tvar rovinatej plochy. Ak je však povrch

kvapaliny z akéhokoľvek dôvodu zakrivený, povrchová vrstva pôsobí na kvapalinu dodatkovým tlakom, ktorý nazývame *kapilárnym tlakom*. Ak je povrch kvapaliny vypuklý, kapilárny tlak je kladný — smeruje dovnútra kvapaliny, ak je povrch kvapaliny vydutý, kapilárny tlak je záporný — smeruje von z kvapaliny (obr. 9 a, b).



Obr. 8



Obr. 9

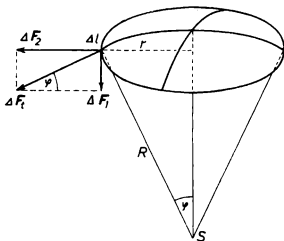
3. *Tlak pod zakriveným povrchom kvapaliny.* Vyšetříme podrobnejšie, od čoho závisí kapilárny tlak pod zakriveným povrchom kvapaliny.

Nech je povrch kvapaliny časťou guľovej plochy polomeru R (obr. 10). Sily povrchového napätia, pôsobiace na obvode guľového vrchlíka, majú všade smer dotýčnice k povrchu kvapaliny. Myslime si na obvode guľového vrchlíka krátky oblúčik o dĺžke Δl . Na tento element obvodu pôsobí sila $\Delta F_t = \sigma \cdot \Delta l$. Môžeme ju rozložiť na dve navzájom kolmé zložky. Jedna z nich, ΔF_1 , nech je kolmá na podstavu guľového vrchlíka (rovnobežná s polo-

merom OS), druhá, ΔF_2 , nech leží v rovine podstavy guľového vrchlíka (je kolmá na polomer OS). Pre veľkosti týchto zložiek platí

$$\Delta F_1 = \Delta F_t \cdot \sin \varphi,$$

$$\Delta F_2 = \Delta F_t \cdot \cos \varphi.$$



Obr. 10

Ak vezmeme do úvahy sily pôsobiace na dĺžkové elementy po celom obvode podstavy guľového vrchlíka, vidíme, že sa po uvedenom rozklade navzájom rušia zložky ΔF_2 , lebo ku každému vybranému elementu existuje element súmerne položený vôči stredu podstavy vrchlíka na druhej strane jeho obvodu a u tohto elementu má zložka sily ΔF_2 práve opačný smer než u elementu pôvodného. Tieto zložky sil povrchového napätia nemusíme teda brať do úvahy. Naproti tomu zložky ΔF_1

majú u všetkých elementov obvodu guľového vrchlíka súhlasne rovnobežné smery a ich účinky sa navzájom sčítajú. Dôsledkom existencie týchto zložiek je výsledná tlaková sila F_1 , ktorou zakrivená povrchová blana pôsobí na vnútornú časť kvapaliny. Táto sila je

$$F_1 = \Sigma \Delta F_1 = \Sigma \sigma \Delta l \cdot \sin \varphi = \sigma 2\pi r \cdot \sin \varphi,$$

kde r je polomer podstavy guľového vrchlíka.

Uvedená výsledná tlaková sila F_1 vyvoláva pod povrchom kvapaliny tlak — kapilárny tlak — ktorého veľkosť dostaneme, ak silu F_1 delíme plochou podstavy guľového vrchlíka. Podľa obrázka je

$$\sin \varphi = \frac{r}{R}$$

a teda

$$F_1 = \frac{2\pi r^2}{R} \sigma.$$

Pre kapilárny tlak p dostaneme hodnotu

$$p = \frac{F_1}{\pi r^2} = \frac{2}{R} \sigma.$$

Ako sme už uviedli, tento kapilárny tlak je kladný (smeruje dovnútra kvapaliny) pod vypuklým povrchom, je však záporný (smeruje z kvapaliny von) pod vydutým povrchom.

Výsledný tlak pod zakriveným povrchom kvapaliny sa teda skladá z molekulárneho a kapilárneho tlaku. Pod rovinným povrchom sa uplatňuje len molekulárny tlak.

Kapilárny tlak môžeme počítať podľa odvodeného vzorca len vtedy, ak povrch kvapaliny má tvar guľovej plochy. Úvahy, ktoré sme previedli, možno však zovšeobecniť aj pre zakrivený povrch ľubovoľného tvaru. Za tým účelom sa zoznámime najprv s niekoľkými geometrickými pojmami.

Majme zakrivenú plochu ľubovoľného tvaru. Kolmica na dotykovú rovinu k zakrivenej ploche vedená bodom dotyku je normála tejto plochy. Ľubovoľná rovina preložená touto normálou pretína zakrivenú plochu v rovinnej krivke, ktorá sa volá normálovým rezom. U gule je napr. ľubovoľný normálový rez kružnicou s polomerom rovným polomeru gule. Aj keď má zakrivená plocha iný tvar, možno každému normálovému rezu priradiť tzv. oskulačnú kružnicu určitého polomeru R . Rôznym rezom odpovedajú, pravda, vo všeobecnosti rozličné polomery krivosti. Veličinu

$$K = \frac{1}{R}$$

nazývame krivosťou príslušného normálového rezu.

Dá sa dokázať platnosť tejto vety: Ak jedným bodom ľubovoľnej zakrivenej plochy prechádzajú dva navzájom na seba kolmé normálové rezy s polomermi krivosti R_1 a R_2 , potom veličina

$$K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

má rovnakú hodnotu pre ľubovoľnú dvojicu takýchto navzájom kolmých normálových rezov. Ve-

ličina K sa nazýva stredná krivosť plochy v danom bode.

Podobnou úvahou, akou sme odvodili veľkosť kapilárneho tlaku pod guľovým povrchom kvapaliny, by sme našli pre kapilárny tlak pod ľubovoľným zakriveným povrchom hodnotu

$$p = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \sigma = K \sigma,$$

kde K je stredná krivosť zakriveného povrchu kvapaliny.

U guľového povrchu je napr. $R_1 = R_2 = R$, kde R je polomer gule. Podľa posledného vzťahu vychádza potom pre kapilárny tlak pod guľovým povrchom kvapaliny hodnota $p = \frac{2\sigma}{R}$, čo je v súhlase s prv odvodeným vzťahom.

Ako príklad vypočítajme ešte kapilárny tlak pod zakriveným povrchom kvapaliny, ktorý má tvar rotačného valca. Dva navzájom kolmé normálové rezy môžeme voliť tak, že jeden prechádza povrchovou priamkou valca (je rovnobežný s rotačnou osou valca), druhý je na povrchovú priamku kolmý. Prvý rez je priamka, pre ktorú $R_1 = \infty$, druhý je kružnica s polomerom R_2 rovným polomeru valca R . Kapilárny tlak pod povrchom valca je potom rovný

$$p = \frac{\sigma}{R}.$$

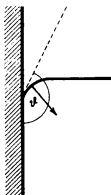
4. *Ťavy na rozhraní kvapaliny a tuhého telesa.*
Príťažlivé sily, o ktorých sme hovorili v predchádzajúcej kapitole, sú v tomto prípade rovnaké, pretože sú spôsobené gravitáciou.

zajúcich úvahách a ktoré vyvolávajú molekulárny aj kapilárny tlak pod povrchom kvapaliny, pôsobia nielen medzi dvoma molekulami kvapaliny, ale aj medzi molekulou kvapaliny a molekulou pevnej látky, ak sú takéto dve molekuly v dostatočne malej vzájomnej vzdialenosti. V mieste, v ktorom sa kvapalina styka s pevným telesom, musíme nutne brať do úvahy jak vzájomné pôsobenie medzi molekulami kvapaliny, tak aj vzájomné pôsobenie medzi molekulami kvapaliny a molekulami pevného telesa. V podstate tu môžu nastať dva prípady: 1. Sily medzi molekulami kvapaliny sú väčšie ako sily medzi molekulami kvapaliny a telesa, 2. sily medzi molekulami kvapaliny sú menšie ako sily medzi molekulami kvapaliny a telesa.

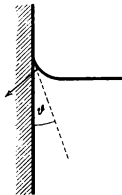
V prvom prípade výsledná sila účinkujúca na okrajovú molekulu kvapaliny smeruje dovnútra kvapaliny a kvapalina nezmáča teleso. Osobitnú pozornosť musíme venovať zas tým molekulám kvapaliny, ktoré sú pri stene nádoby a súčasne patria aj do povrchovej vrstvy kvapaliny. Výsledná sila účinkujúca na takúto molekulu pri zvislej stene nádoby smeruje šikmo dolu dovnútra kvapaliny (obr. 11). Povrch kvapaliny v rovnovážnom stave musí však byť na túto výslednú silu kolmý, preto je povrch kvapaliny pri zvislej stene nádoby, ktorú kvapalina nezmáča, zakrivený podľa obr. 11. Uhol ϑ medzi stenou nádoby a dotykovou rovinou k povrchu kvapaliny, tzv. *krajny uhol*, je tu tupý, väčší ako 90° . Ak je $\vartheta = 180^\circ$, hovoríme, že kvapalina dokonale nezmáča stenu nádoby.

V druhom prípade, ak sú sily medzi molekulami

kvapaliny menšie ako medzi molekulami kvapaliny a telesa, výsledná sila účinkujúca na molekulu kvapaliny pri stene nádoby smeruje von z kvapaliny a kvapalina zmáča stenu nádoby. Výsledná sila pôsobiaca na molekulu v povrchovej vrstve kvapaliny pri stene nádoby smeruje šikmo dolu von



Obr. 11



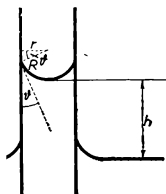
Obr. 12

z kvapaliny, preto je tu povrch kvapaliny zakrivený podľa obr. 12. Krajný uhol ϑ je tu ostrý, menší ako 90° . Ak je $\vartheta = 0$, hovoríme, že kvapalina *dokonale zmáča stenu nádoby*.

5. *Kapilárna depresia a kapilárna elevácia*. So zakrivením povrchu kvapaliny pri stene nádoby a s jeho priamym dôsledkom — kapilárnym tlakom — súvisí zníženie (*kapilárna depresia*) alebo zvýšenie (*kapilárna elevácia*) hladiny kvapaliny v úzkych rúrkach.

Pokiaľ je kvapalina v širokej nádobe, vznikne zakrivenie jej povrchu len v tesnej blízkosti stien

nádoby. V prevažnej časti je však povrch kvapaliny vodorovný (rovinný), preto je tu kapilárny tlak nulový. V úzkej valcovej rúrke (kapiláre) dostáva však povrch kvapaliny vypuklý alebo vydutý tvar, podľa toho, či kvapalina nezmáča, alebo zmáča steny kapiláry. Zakrivený povrch kvapaliny v kapiláre, ktorý má tvar časti guľovej plochy, sa nazýva *meniskus*.



Obr. 13

Ponorme úzku rúrku jedným koncom do kvapaliny v širokej nádobe. Nech kvapalina zmáča látku, z ktorej je rúrka. Povrch kvapaliny v rúrke je vydutý a pri kruhovom priereze rúrky je časťou guľovej plochy (obr. 13). Pod vydutým povrchom vznikne však záporný kapilárny tlak

$$p = - \frac{2\sigma}{R}.$$

Pretože pod rovinným povrchom kvapaliny v širokej nádobe se kapilárny tlak rovná nule, vystúpi v rúrke kvapalina do takej výšky h nad úroveň hladiny v širokej nádobe, že hydrostatický tlak zvýšeného stĺpca sa práve rovná kapilárnemu tlaku p . Podmienka rovnováhy má teda tvar

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho g h,$$

kde ρ je špecifická hmota kvapaliny a g zrýchlenie voľne padajúceho telesa. Ak polomer rúrky označíme r a krajný uhol menisku ϑ , podľa obr. 13 je

$$R = \frac{r}{\cos \vartheta}$$

a teda výška kvapalinového stĺpca v rúrke

$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{r \rho g}.$$

Ak kvapalina dokonale zmáča steny nádoby (tak je to napr. medzi vodou a čistým sklom), je $\vartheta = 0$ a

$$h = \frac{2\sigma}{r \rho g}.$$

Posledný vzťah môžeme použiť, napr. na výpočet kapilárnej konštanty σ , ak sme odmerali polomer kapiláry a výšku výstupu kvapaliny v nej (prípadne aj krajový uhol ϑ , ak kvapalina nezmáča dokonale stenu nádoby).

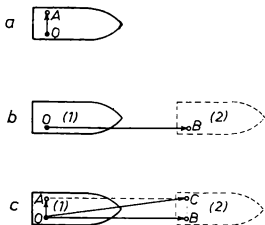
Úplne podobným spôsobom by sme zistili, že v úzkej rúrke, ktorej steny kvapaliny nezmáča (napr. ortuť v sklenej rúrke), bude vypuklý povrch kvapaliny nižšie ako rovinný povrch v širokej nádobe (kapilárna depresia), pretože pod vypuklým povrchom kvapaliny v kapiláre je kapilárny tlak kladný. Zníženie hladiny kvapaliny v kapiláre aj v tomto prípade správne určujú posledné dva vzorce.

C. KATEGORIE C

† Doc. Vladimír Rudolf, PU, Olomouc

Skládání pohybů

V přírodě, ve vědě, i v technické praxi nastává často případ, že těleso koná současně dva i více pohybů. Ve skutečnosti ovšem koná jen jeden pohyb, který považujeme za složený z jednotlivých pohybů.



Obr. 14

Příkladem skládání pohybů je přechod napříč lodí, která je unášena proudem. Předpokládejme nejprve, že loď stojí. Pak by osoba přešla z místa O napříč do místa A za určitou dobu t (obr. 14a).

Za tuto dobu se loď, je-li unášena proudem, posune z polohy (1) do polohy (2) (obr. 14b), takže bod O přejde do místa B . Chůzi na jedoucí lodi znázorňuje obr. 14c. Oba pohyby se překládají, aniž by se navzájem ovlivňovaly. Osoba se dostane za dobu t do bodu C . Do tohoto bodu by se dostala i tehdy, kdyby se oba pohyby konaly nikoli současně, ale po sobě, a to v libovolném pořadí. Trvalo by to ovšem dvojnásobnou dobu $2t$.

Na základě zkušeností a pokusů byla odvozena věta o nezávislosti pohybů:

Koná-li těleso současně několik pohybů, pak se tyto pohyby překládají, aniž by se vzájemně ovlivňovaly.

Tuto větu poprvé vyslovil Galilei.

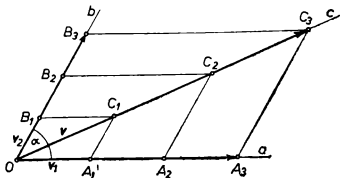
Věta o nezávislosti pohybů se nedá matematicky dokázat, ale přesto ji považujeme za správnou, neboť všechny důsledky z ní plynoucí se shodují se zkušeností.

V dalším se omezíme na příklady skládání dvou pohybů.

1. *Skládání dvou pohybů přímočarých rovnoměrných*

Jsou-li oba částečné pohyby přímočaré rovnoměrné, je i výsledný pohyb přímočarý rovnoměrný. Plyne to snadno z obr. 15. Výsledná rychlost v je dána vektorovým součtem rychlostí v_1 a v_2 dílčích pohybů. Graficky je vektor výsledné rychlosti znázorněn úhlopříčkou OC_1 v rovnoběžníku rychlostí $OA_1C_1B_1$.

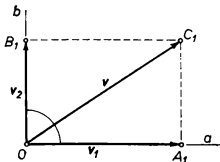
Ve zvláštním případě, kdy oba vektory jsou téhož směru ($\alpha = 0^\circ$), je velikost výsledné rychlosti rovna aritmetickému součtu obou částečných rychlostí $v = v_1 + v_2$. Dějí-li se oba pohyby proti sobě



Obr. 15

($\alpha = 180^\circ$), je velikost výsledné rychlosti rovna rozdílu velikostí obou částečných rychlostí. Takový pohyb koná např. člověk, který přechází rovnoměrným pohybem ve vagóně vlaku, jedoucího rovno-

měrně po přímé trati, a to buďto ve směru jízdy, nebo proti směru jízdy vlaku.

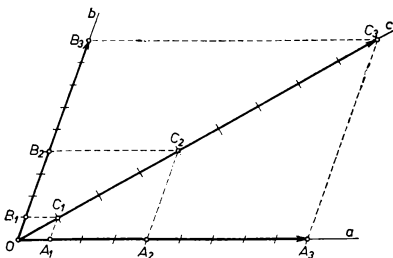


Obr. 16

Jsou-li oba pohyby k sobě kolmé, určíme velikost výsledné rychlosti výpočtem podle Pythagorovy věty $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ (obr. 16).

2. Skládání dvou pohybů přímočarých rovnoměrně zrychlených

Kdyby konal hmotný bod jen přímočarý rovnoměrně zrychlený pohyb po přímce a , byly by jeho polohy na konci jednotlivých sekund $A_1, A_2, A_3, \dots$ tak, že pro úseky drah platí (obr. 17).



Obr. 17

$$OA_1 : OA_2 : OA_3 \dots = 1 : 4 : 9 \dots$$

Podobně pro polohy na přímce b na konci jednotlivých sekund platí

$$OB_1 : OB_2 : OB_3 \dots = 1 : 4 : 9 \dots$$

Koná-li hmotný bod oba rovnoměrně zrychlené pohyby současně, pohybuje se po přímce c . Jeho

polohy na konci jednotlivých sekund jsou $C_1, C_2, C_3, \dots$. Z podobnosti rovnoběžníků plyne také

$$OC_1 : OC_2 : OC_3 \dots = 1 : 4 : 9 \dots$$

Koná-li těleso současně dva přímočaré rovnoměrně zrychlené pohyby, je výsledný pohyb přímočarý rovnoměrně zrychlený.

3. *Vrh svislý vzhůru*

Předpokládejme, že těleso je vrženo počáteční rychlostí v_0 svisle vzhůru. Kdyby na ně nepůsobila přitažlivá síla Země a odpor vzduchu, pohybovalo by se tímto směrem stálou rychlostí, konalo by setrvačností rovnoměrný přímočarý pohyb svisle vzhůru. Působením přitažlivé síly Země koná těleso současně volný pád, tj. pohyb rovnoměrně zrychlený ve směru svislém dolů se zrychlením $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$. Vyloučíme-li odpor vzduchu, koná těleso výsledný pohyb složený z přímočarého pohybu rovnoměrného ve směru svislém vzhůru rychlostí v_0 a rovnoměrně zrychleného pohybu s rychlostí gt ve směru svislém dolů. Lze tedy jeho výslednou rychlost vyjádřit

$$v = v_0 - gt.$$

Rychlosti pohybu ubývá přímo úměrně s časem; těleso koná přímočarý pohyb rovnoměrně zpžděný. Za dobu t vykoná dráhu

$$s = v_0 t - \frac{g t^2}{2}.$$

Poněvadž rychlosti ubývá s časem, stoupá těleso jen po určitou dobu t_1 , kdy jeho rychlost nabude hodnoty nulové. V tomto okamžiku platí

$$v_0 - g t_1 = 0.$$

Z této rovnice vypočítáme dobu stoupání tělesa

$$t_1 = \frac{v_0}{g}.$$

Za tuto dobu dosáhne těleso největší výšky

$$s_1 = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Po dosažení této výšky klesá těleso volným pádem a dopadne na zemi za dobu t_2 , kterou můžeme určit z rovnice dráhy volného pádu

$$s = \frac{g t^2}{2},$$

jestliže dosadíme

$$s = s_1 = \frac{v_0^2}{2g} \text{ a } t = t_2,$$

vypočítáme pro

$$t_2 = \frac{v_0}{g}, \text{ takže } t_2 = t_1.$$

Kdyby bylo těleso z výšky h vrženo počáteční rychlostí svisle dolů, konalo by částečné pohyby

stejného druhu jako v předešlém případě, avšak vektory jejich rychlostí by byly souhlasně orientované. Výsledná rychlost je

$$v = v_0 + g t.$$

Rychlosti přibývá přímo úměrně s časem, těleso koná přímočarý pohyb rovnoměrně zrychlený. Za dobu t vykoná dráhu

$$s = v_0 t + \frac{g t^2}{2}.$$

4. *Vrh vodorovný*

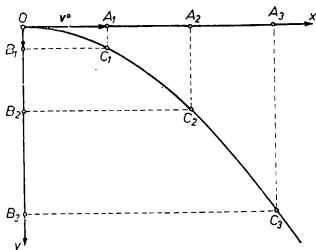
V tomto případě je těleso vrženo ve výšce h nad povrchem Země rychlostí v_0 ve směru vodorovném. Kdyby na těleso nepůsobila tíhová síla, konalo by v tomto směru pohyb přímočarý rovnoměrný. Působením tíhové síly těleso současně volně padá. Oba pohyby se skládají; výslednou polohu tělesa na konci jednotlivých sekund najdeme graficky (obr. 18). Na ose x jsou naznačeny polohy tělesa na konci jednotlivých sekund, kdyby konalo jen setrvačný pohyb ve směru vodorovném $A_1, A_2, A_3, \dots$,

$$x = v_0 t;$$

na ose y jsou vyznačeny polohy tělesa na konci jednotlivých sekund při volném pádu $B_1, B_2, B_3, \dots$,

$$y = \frac{g t^2}{2}.$$

Z grafu je patrné, že dráha pohybu je křivka. Je to část paraboly. Počáteční bod dráhy O se nazývá vrchol paraboly. Porovnáme-li úseky dráhy vykonané za jednotlivé sekundy a vymezené body $C_1, C_2, C_3, \dots$, zjistíme, že se jejich délka zvětšuje;



Obr. 18

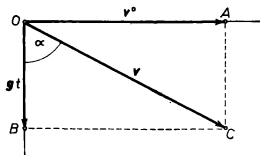
těleso koná zrychlený pohyb. Obě rovnice dovolují určit polohu tělesa v libovolném čase t od počátku pohybu.

Rychlost, které těleso dosáhlo za dobu t od počátku pohybu, lze určit složením rychlosti v_0 ve směru vodorovném a rychlosti volného pádu $g t$ ve směru svislém dolů. Poněvadž obě složky rychlosti jsou k sobě kolmé, lze určit velikost výsledné rychlosti podle Pythagorovy věty (obr. 19)

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

Podle obr. 19 platí pro úhel α výsledné rychlosti se svislým směrem

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0}{g t}.$$



Obr. 19

Známe-li počáteční rychlost v_0 , můžeme tento úhel určit podle tabulek pro libovolný čas t .

11. RIEŠENIE ÚLOH KATEGORIE A

Prvé kolo súťaže

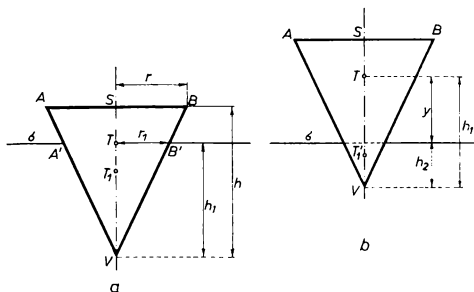
1. Drevený kužeľ pláva v kvapaline s hustotou ρ tak, že jeho os je zvislá, podstava hore, a je ponořený do kvapaliny tromi štvrtinami svojej výšky h . Polomer jeho podstavy je r . Vypočítajte, aká práca je potrebná na zdvihnutie kužeľa

a) nad hladinu kvapaliny tak, aby sa jeho vrchol dotýkal hladiny;

b) do ľubovolnej výšky $y < \frac{3}{4} h$.

Pri dvíhaní kužela hladina kvapaliny prakticky neklesne.

Označenie veličín: Ťarchu kužela označíme G . Ťažisko kužela sa nachádza na výške kužela a je vzdialené od jeho vrcholu o $h_1 = \frac{3}{4}h$. Kužeľ je



Obr. 20

najprv (obr. 20a) ponorený v kvapalině do hĺbky h_1 a jeho ťažisko sa nachádza v rovine σ idúcej po vrchom kvapaliny. Polohu kužela po zdvihnutí o výšku y označíme II (obr. 20b).

Riešenie: Zaoberajme sa najprv úlohou b), lebo je obecnejšia. Z podobnosti trojuholníkov $\triangle ABV$ a $\triangle A'B'V$ dľa obr. 20a vyplýva, že $r_1 = r \frac{h_1}{h}$ (1),

takže $r_1 = \frac{3}{4} r$. Pretože kužeľ v polohe I pláva na kvapaline, určíme jeho váhu podľa Archimedovho zákona, čiže $G = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 \rho g = \frac{9}{64} \pi r^2 h \rho g$ (2), kde g je tiažové zrýchlenie.

Ak zdvihneme kužeľ z polohy I do polohy II o $y \leq \frac{3}{4} h$, vykonáme prácu A , ktorá podľa zákona zachovania energie má hodnotu $A = W_2 - W_1$, (3), kde $W_2 - W_1$ je rozdiel potenciálnych energií sústavy „kužeľ a kvapalina“ v polohách II a I. Veľkosť potenciálnych energií a ich zmeny budeme uvažovať vzhľadom na rovinu σ .

V polohe I je potenciálna energia kužeľa $W'_1 = 0$, lebo jeho ťažisko leží v rovine σ . Pred ponorením kužeľa do kvapaliny nachádzalo sa ťažisko onej časti kvapaliny, ktorá potom bola vytlačená kužeľom, v bode T_1 , ktorý leží o dĺžku $\frac{1}{4} h_1 = \frac{3}{16} h$ pod rovinou σ . Po ponorení kužeľa nadobudne potenciálna energia kvapaliny takej hodnoty, ako keby sa ťažisko tejto vytlačenej časti kvapaliny, ktorej ťarcha je G , zdvihlo o výšku $\frac{3}{16} h$. Pretože pri ponorení kužeľa sa hladina kvapaliny prakticky nezdvihne, je energia kvapaliny v polohe I

$$W''_1 = \frac{3}{16} G h = \frac{27}{1024} \pi r^2 h^2 \rho g, \quad (4)$$

ak dosadíme za G zo vzťahu (2).

V polohe I má teda potenciálna energia sústavy hodnotu $W_1 = W'_1 + W''_1$, ktorá je daná vzťahom (4).

Po zdvihnutí kužeľa o výšku $y \leq \frac{3}{4} h$ do polohy II nadobudne potenciálna energia kužeľa hodnotu

$$W'_2 = Gy = \frac{9}{64} \pi r^2 h y \rho g. \quad (5)$$

Ťažisko T'_1 kvapaliny vytisnutej telesom v polohe II sa nachádza pod rovinou σ v hĺbke

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} h_2 &= \frac{1}{4} (h_1 - y) = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} h - y \right) = \\ &= \frac{3h - 4y}{16}. \end{aligned} \quad (6)$$

Objem tejto vytisnutej kvapaliny (viď obr. 20 b) je $V = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2$ a ťarcha $G' = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 \rho g$. Ak dosadíme za r_2 dľa upraveného výrazu (1) $r_2 = r \frac{h_2}{h}$ a za $h_2 = \frac{1}{4} (3h - 4y)$, dostaneme $G' = \frac{1}{3} \pi r^2 \frac{(3h - 4y)^2}{16 h^2} \cdot \frac{3h - 4y}{4} \rho g$. Preto je s ohľadom na vzťah (6) potenciálna energia kvapaliny v polohe II daná vzťahom

$$W''_2 = G' \frac{3h - 4y}{16} = \frac{1}{3} \pi r^2 \frac{(3h - 4y)^4}{1024 h^2} \rho g \quad (7)$$

a celková energia sústavy podľa vzťahov (5) a (7) je

$$W_2 = W'_2 + W''_2 = \frac{\pi r^2 \rho g}{64} \left[9hy + \frac{(3h - 4y)^4}{48h^2} \right]. \quad (8)$$

Z rovníc (3), (4) a (8) vychádza

$$A = \frac{1}{64} \pi r^2 \rho g \left[\frac{(3h - 4y)^4}{48h^2} + 9h \left(y - \frac{3}{16} h \right) \right]. \quad (9)$$

Dimenzionálna skúška:

$$[A] = \text{m}^2 \text{ kg m}^{-3} \text{ m s}^{-2} \text{ m}^2 = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} = \text{J}.$$

Hľadaná práca je určená vzťahom (9).

a) Ak sa má vrchol kužeľa dotýkať povrchu kvapaliny, vtedy treba zdvihnúť kužeľ o $y = \frac{3}{4} h$.

Ak túto hodnotu dosadíme do (9), máme

$$A' = \frac{9h}{64} \pi r^2 \rho g \left(\frac{3}{4} h - \frac{3}{16} h \right) = \frac{81}{1024} \pi r^2 h^2 \rho g. \quad (10)$$

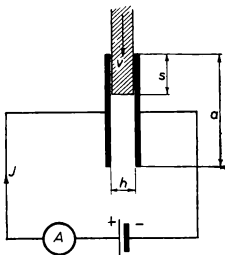
Dimenzionálna skúška:

$$[A'] = \text{m}^2 \text{ m}^2 \text{ kg m}^{-3} \text{ m s}^{-2} = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} = \text{J}.$$

Na zdvihnutie kužeľa do takej výšky, aby sa jeho vrchol dotýkal povrchu kvapaliny, sa spotrebuje práca daná vzťahom (10).

2. Rovinný platňový kondenzátor (obr. 21) má štvorcové platne so stranami a oddelené vzduchovou medzerou hrúbky h . Kondenzátor je pripojený

k batérii s konštantným elektromotorickým napätím $\mathcal{E}$. Pomedzi platne kondenzátora presunujeme konštantnou rýchlosťou v dosku z izolačného materiálu rovnakých rozmerov ako platne kondenzátora a hrúbky h . Relatívna permitivita materiálu izolačnej dosky je ϵ_r . Vypočítajte:



Obr. 21

a) aký prúd tečie spojovacími vodičmi od batérie a aký je jeho smer;

b) aká aspoň musí byť rýchlosť posunu izolačnej dosky, aby sme tento prúd mohli merať ampérmetrom s citlivosťou 0,01 A/dielok.

Označenie veličín: Náboj kondenzátora so vzduchovým dielektrikom označíme Q , kapacitu C . Relatívna permitivita vzduchu je $\epsilon_v \doteq 1$. Po vsunutí izolačnej dosky medzi elektródy kondenzátora

do vzdialenosti s nadobúda kondenzátor náboj Q' a kapacitu C' . Celá izolačná doska sa vsunie medzi elektródy kondenzátora za čas $t_1 = \frac{a}{v}$. Tečúci prúd označíme I , prúd 0,01 A označíme I_0 . Permittivita vákua ε_0 má dimenziu $[\varepsilon_0] = \text{A s V}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

Riešenie: a) Kapacita doskového kondenzátora so vzduchovým dielektrikom má hodnotu $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_v a^2}{h}$ a náboj na doskách kondenzátora je $Q = C\mathcal{E} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_v a^2}{h} \mathcal{E}$. Ak vsunieme do vzduchovej medzery kondenzátora po dráhe s dosku z izolačného materiálu zmení sa kapacita na $C' = C_1 + C_2$, lebo daný kondenzátor sa stane batériou so dvoma kondenzátormi spojenými paralelne, ktorých kapacity sú C_1 a C_2 . Prvý z kondenzátorov, ktorého dielektrikom je doska z izolačného materiálu, má kapacitu $C_1 = \frac{1}{h} \varepsilon_0 \varepsilon_r a s$; kapacita druhého kondenzátora so vzduchovým dielektrikom je $C_2 = \frac{1}{h} \varepsilon_0 \varepsilon_v a (a - s)$. Celková kapacita kondenzátora je

$$\begin{aligned} C' &= \frac{\varepsilon_0 a}{h} [\varepsilon_r s + \varepsilon_v (a - s)] = \\ &= \frac{\varepsilon_0 a}{h} [\varepsilon_v a + s (\varepsilon_r - \varepsilon_v)] \end{aligned}$$

a náboj $Q' = \frac{\varepsilon_0 a}{h} [\varepsilon_v a + s (\varepsilon_r - \varepsilon_v)] \mathcal{E}$. Zmena ná-

boja je preto $\Delta Q = Q' - Q = \frac{\varepsilon_0 a s}{h} (\varepsilon_r - \varepsilon_v) \mathcal{E}$. Pretože $\varepsilon_r - \varepsilon_v > 0$, zväčšuje sa v časovom intervale $0 < t < \frac{a}{v}$ kapacita aj náboj kondenzátora vsúvaním dosky z izolačného materiálu medzi elektródy. Následkom toho v tomto časovom intervale tečie prúd od kladného pólu zdroja cez kondenzátor k zápornému pólu zdroja.

V časovom intervale $\frac{a}{v} < t < \frac{2a}{v}$ sa kapacita kondenzátora aj náboj na jeho doskách zmenšuje, lebo izolačná doska sa pohybuje z medzery medzi elektródami von. Tečie teda v tomto časovom intervale prúd od záporného pólu zdroja ku kladnému. Od okamihu, keď sa izolačná doska celkom vysunie z kondenzátora, klesne prúd trvale na nulu.

Veľkosť tečúceho prúdu je určená vzorcom $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, kde Δt značí čas, v ktorom sa izolačná doska posunie o dráhu s . Preto platí $\Delta t = \frac{s}{v}$ a

$$I = \frac{\varepsilon_0 a s}{h} (\varepsilon_r - \varepsilon_v) \frac{v}{s} \mathcal{E} = \frac{\varepsilon_0 a v}{h} (\varepsilon_r - \varepsilon_v) \mathcal{E}. \quad (1)$$

Dimenzionálna skúška:

$$[I] = \text{A s V}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ m m s}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ V} = \text{A}.$$

Veľkosť prúdu tečúceho pri posune izolačnej dosky vo vzduchovej medzere kondenzátora rýchlosťou v má hodnotu dľa vzťahu (1).

b) Hľadanú rýchlosť v' určíme zo vzťahu $I \geq I_0$, ak dosadíme za $\varepsilon_v = 1$ a za $I_0 = 10^{-2}$ A. Vyjde

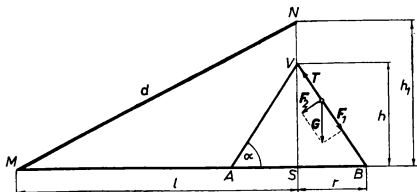
$$v' \geq \frac{h I_0}{\varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) a \ell}. \quad (2)$$

Dimenzionálna skúška:

$$[v'] = \text{m A V m A}^{-1} \text{s}^{-1} \text{m}^{-1} \text{V}^{-1} = \text{m s}^{-1}.$$

Aby sme mohli merať prúd idúci naznačeným obvodom pomocou ampérmetra o citlivosti $I_0 = 10^{-2}$ A/dielok, treba posunovať izolačnú dosku vo vzduchovej medzere kondenzátora rýchlosťou dľa vzťahu (2).

3. Pás transportéra, ktorým sa premiestňuje piesok v pieskovisku na vodorovnom teréne, má dĺžku d (obr. 22). Ak bol transportér postavený tak, že výškový rozdiel medzi jeho začiatkom a koncom bol h_1 , mohli sme ním premiestňovať piesok za



Obr. 22

čas t_1 . Práve za tento čas dosiahol vrchol kužeľovej hromady piesku pod transportérom jeho horný okraj, teda výšku h_1 . Súčiniteľ trenia pri klzani pieskových zrníek po pieskovom kuželi pod transportérom je f , priemerná hustota piesku je ρ . Vypočítajte:

a) aký je výkon motora poháňajúceho pás transportéra;

b) na akú najväčšiu vzdialenosť môžeme premiestňovať piesok týmto transportérom, ak ho počas jednej pracovnej smeny (za čas t_2) nechceme prestavovať.

Číselne riešte pre hodnoty: $d = 10$ m, $h_1 = 2$ m, $t_1 = 2$ h, $t_2 = 8$ h, $f = 0,15$, $\rho = 2 \cdot 10^3$ kg m⁻³.

Označenie veličín: Priemernú hmotu a ťarchu jedného zrníčka piesku označíme m a G , silu trenia T , výkon motora P a l najväčšiu vzdialenosť, do ktorej pri podmienke b) môžeme premiestniť piesok. Veľkosť tiažového zrýchlenia je $g \doteq 10$ m s⁻².

Riešenie: Pás transportéra dopravuje piesok z miesta M do miesta N . Odtiaľ padajú pieskové zrníčka na vodorovnú rovinu a tvoria na nej hromadu, ktorá má tvar rotačného kužeľa, lebo zrníčka piesku padajúce z miesta N na vrchol V už utvoreného kužeľa sa môžu pohybovať po ktorejkoľvek povrchovej priamke kužeľa s touže pravdepodobnosťou. Na každú čiastočku piesku na plášti kužeľa pôsobí vlastná ťarcha zrníčka priemernou silou $G = mg$, ktorú rozložíme na dve zložky, tlakovú a pohybovú o hodnote $F_1 = mg \sin \alpha$, kde α je uhol medzi stranou kužeľa a vodorovnou

rovinou. Pohyb zrnicečka sa deje po strane kužela ako po naklonenej rovine a je brzdený silou trenia $T = fF_2 = fmg \cos \alpha$. Zrnicečko sa zastaví, až bude platiť $F_1 - T < 0$, tj. $mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha < 0$.

Odtiaľ určíme $\cotg \alpha_1 = \frac{1}{f}$, kde α_1 je mezný uhol medzi stranou kužela a vodorovnou rovinou, pri ktorom prestanú zrnicečka po povrchovej priamke kužela kĺzať. Ak označíme výšku kužela h a polomer jeho postavy r , vtedy platí $r = h \cotg \alpha_1 = \frac{h}{f}$, takže hromada piesku bude mať objem $V = \frac{1}{3} \pi \frac{h^3}{f^2}$ a hmotu

$$m' = \frac{1}{3} \pi \frac{h^3}{f^2} \varrho. \quad (1)$$

a) Podľa textu úlohy vynesie pás transportéra do výšky h_1 v čase t_1 množstvo piesku, ktoré dľa upraveného vzťahu (1) má hmotu $m_1 = \frac{1}{3} \pi \frac{h_1^3}{f^2} \varrho$.

Preto transportér vykoná v čase t_1 prácu

$$A_1 = m_1 g h_1 = \frac{1}{3} \pi \frac{h_1^4}{f^2} \varrho g \quad (2)$$

a jeho motor má výkon

$$P_1 = \frac{A_1}{t_1} = \frac{1}{3} \pi \frac{h_1^4}{f^2 t_1} \varrho g. \quad (3)$$

Číselne: $P =$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3,14 \frac{16 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10}{0,0225 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 600} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1} \text{ kg m}^{-3} \text{ m s}^{-2} \doteq \\ \doteq 2 \cdot 10^3 \text{ W}.$$

Motor transportéra má výkon, ktorého veľkosť je obecné určená výrazom (3); číselne je $P \doteq 2 \text{ kW}$.

b) Ak transportér premiestni v čase t_2 do výšky h_2 piesok, vykoná dľa upraveného vzťahu (2) prácu $A_2 = \frac{1}{3} \pi \frac{h_2^4}{f^2} \rho g$. Ak pracuje s výkonom dľa (3), má táto práca veľkosť

$$A_2 = P_1 t_2 = \frac{1}{3} \pi \frac{h_1^4 t_2}{f^2 t_1} \rho g. \quad (2a)$$

Ak porovnáme rovnice (2a) a (2), dostaneme po úprave $h_2^4 = \frac{t_2}{t_1} h_1^4$; odkiaľ plynie

$$h_2 = h_1 \sqrt[4]{\frac{t_2}{t_1}}. \quad (4)$$

Z obr. 22 je zrejmé, že týmto spôsobom sa piesok dopraví do vodorovné vzdialenosti

$$l = MS = \sqrt{d^2 - h_2^2} = \sqrt{d^2 - h_1^2 \sqrt{\frac{t_2}{t_1}}}. \quad (5)$$

Zo vzťahov $\cotg \alpha_1 = \frac{1}{f}$ a $r_2 = h_2 \cotg \alpha_1$ určíme

$$r_2 = \frac{h_2}{f} = \frac{h_1}{f} \sqrt[4]{\frac{t_2}{t_1}}. \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Číselne: } l &= \sqrt{100 - 4} \sqrt{\frac{8}{2}} \text{ m} = \sqrt{92} \text{ m} \doteq \\ &\doteq 9,5 \text{ m}. \end{aligned}$$

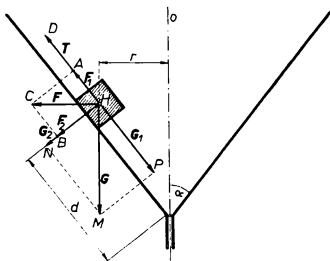
Transportérom by sa mohol podľa úpravy v úlohe vyloženej premiestňovať piesok najďalej do vzdialenosti dľa vzťahu (5); číselne vychádza hodnota 9,5 m pre vzdialenosť stredu premiestnenej pieskovej hromady od miesta M . Riešenie však nie je pre dané číselné hodnoty reálne, lebo podľa (6) je

$$r_2 = \frac{2}{15 \cdot 10^{-2}} \sqrt[4]{\frac{8}{2}} \text{ m} = \frac{200 \sqrt[4]{2}}{15} \text{ m} \doteq 18,85 \text{ m}$$

a preto by premiestňovaný piesok zasypal pás transportéra.

4. Kužeľový lievnik sa otáča okolo zvislej osy s frekvenciou f . Jeho vrcholový uhol je 2α . V akej vzdialenosti d meranej od vrchola po povrchovej priamke lievika môžeme položiť malý hranolček na vnútornú plochu lievika, aby nekĺzal po povrchovej priamke, ak súčiniteľ statického trenia je μ . Predpokladáme, že sa hranolček otáča s lievnikom.

Označenie veličín: Ťažisko hranolčeka označíme H , hmotu m , ťarchu G ; tiažové zrýchlenie g . Hranolček je udržiavaný v rovnomernom otáčavom pohybe konštantnou odstredivou silou. Reakcia tejto sily, odstredivá sila $F = 4\pi^2 f^2 m r$, ktorá je na obr. 23 znázornená úsečkou HC , sa rozkladá na dve složky F_1 a F_2 znázornené úsečkami HA a HB .



Obr. 23

Pretože polomer r kruhovej dráhy ťažiska $r = d \sin \alpha$ je $F = 4\pi^2 f^2 m d \sin \alpha$. Ťarcha G hranolčeka, ktorá je zobrazená úsečkou HM , sa rozkladá na složky G_1 (HP) a G_2 (HN). Složky F_2 a G_2 pôsobia kolmo na vnútornú plochu lievika a sú príčinou trenia. Tretia sila T (HD) pôsobí ve smeru povrchovej priamky kužeľového lievika.

Riešenie: Složky odstredivej sily majú veľkosť $F_1 = F \sin \alpha$ a $F_2 = F \cos \alpha$, složky ťarchovej sily

majú veľkosť $G_1 = G \cos \alpha$ a $G_2 = G \sin \alpha$ (1). Sily G_2 a F_2 pôsobia v tejže vektorovej priamke kolmou tlakovou silou na vnútorný plášť kužeľového lievika a pretože sú súhlasne orientované, sú príčinou trecej sily

$$\begin{aligned} T &= \mu (G_2 + F_2) = \\ &= \mu m \sin \alpha (g + 4\pi^2 f^2 d \cos \alpha). \end{aligned} \quad (2)$$

Sily F_1 a G_1 sú opačne orientované, sila T má takú orientáciu, ako menšia zo síl F_1 a G_1 . Ak hranolček nemá klzať po plášti lievika musí platiť

$$|G_1 - F_1| \leq T. \quad (3)$$

Ak $G_1 \geq F_1$, vtedy

$$|G_1 - F_1| = G_1 - F_1 \text{ a } F_1 - G_1 \geq T. \quad (4)$$

Ak $G_1 < F_1$, vtedy

$$|G_1 - F_1| = F_1 - G_1 \text{ a } F_1 - G_1 \leq T. \quad (5)$$

Ak budú splnené podmienky, ktoré dostaneme riešením nerovností (4) a (5) nebude hranolček klzať po plášti lievika. Z nerovnosti (4) plyní dosadením hodnôt zo vzťahov (1) a (2)

$$\begin{aligned} mg \cos \alpha - 4\pi^2 f^2 md \sin^2 \alpha &\leq \mu (mg \sin \alpha + \\ &+ 4\pi^2 f^2 md \sin \alpha \cos \alpha) \end{aligned}$$

a po úprave

$$\begin{aligned} d &\geq \frac{g (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{4\pi^2 f^2 (\sin^2 \alpha + \mu \sin \alpha \cos \alpha)} = \\ &= \frac{g}{4\pi^2 f^2} \frac{\cotg \alpha - \mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}. \end{aligned} \quad (6)$$

Obdobným spôsobom dostaneme z nerovnosti (5) vzťah

$$d \leq \frac{g}{4\pi^2 f^2} \frac{\mu + \cotg \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}. \quad (7)$$

Ak nemá hranolček kĺzať po plášti lievika, musí platiť $d \geq 0$ a zároveň

$$\begin{aligned} \frac{g}{4\pi^2 f^2} \frac{\cotg \alpha - \mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} &\leq \\ &\leq d \leq \frac{g}{4\pi^2 f^2} \frac{\mu + \cotg \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}. \end{aligned} \quad (8)$$

Diskusia: 1. Keby $\alpha = 0$, stal by sa lievnik valcovou plochou s polomerom $r = d$. Kolmá tlaková sila na plášť valca je však spôsobovaná odstredivou silou, takže by platilo $4\pi^2 f^2 m d \mu \geq mg$, odkiaľ vychádza pre rovnováhu podmienka $d \geq \frac{g}{4\pi^2 f^2 \mu}$.

2. Keby $\alpha = 90^\circ$, stal by sa plášť lievika vodorovnou rovinou. Ak nemá hranolček po tejto rovine kĺzať, musí byť $T \geq F$. Tretia sila má vttedy hodnotu $T = \mu G$. Preto musí platiť $\mu mg \geq 4\pi^2 f^2 m d$ a odkiaľ $d \leq \frac{\mu g}{4\pi^2 f^2}$, čo plyní aj z upraveného vzťahu (7).

3. Ak $\mu \geq \cotg \alpha$, vttedy dľa podmienok (8) musí platiť

$$0 < d \leq \frac{g}{4\pi^2 f^2} \frac{\mu + \cotg \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}, \text{ lebo } \cotg \alpha - \mu \leq 0$$

a $\sin \alpha + \mu \cos \alpha > 0$.

4. Ak $\mu \geq \operatorname{tg} \alpha$, vtedy musí byť splnená podmienka $d \geq \frac{g}{4\pi^2 f^2} \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}$, lebo hodnota zlomku $\frac{\mu + \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}$ rastie neohraničene, ak $\sin \alpha - \mu \cos \alpha = 0$, tj. ak $\operatorname{tg} \alpha = \mu$, a má zápornú hodnotu ak $\mu > \operatorname{tg} \alpha$, lebo pak je $\sin \alpha - \mu \cos \alpha < 0$.

5. Železničný vozeň je osvetľovaný n žiarovkami (obr. 24), ktoré sú spojené paralelne; odpor každej žiarovky je R ohmov. Žiarovky sú napájané z dynamu, ktorého vnútorný odpor je r_1 ohmov, a z akumulátorovej batérie s elektromotorickým napätím $\mathcal{E}_2$ a vnútorným odporom r_2 ohmov. Batéria je

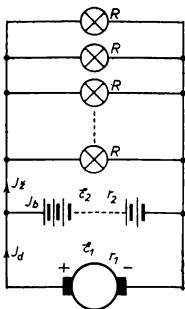
pripojená paralelne k dynamu. Elektromotorické napätie $\mathcal{E}_1$ dynamu závisí od rýchlosti pohybu vozňa.

Pre hodnoty $n = 30$, $R = 30 \Omega$, $r_1 = 0,04 \Omega$, $\mathcal{E}_2 = 24 \text{ V}$, $r_2 = 0,02 \Omega$ zistite:

a) či batéria dodáva prúd do žiaroviek, ak je $\mathcal{E}_1 = 24,2 \text{ V}$;

b) pri akom najmenšom elektromotorickom napätí dynamu nečerpajú už žiarovky prúd z batérie;

c) ak automatický spínač odpojí dynamo pri



Obr. 24

poklese jeho elektromotorického napätia na hodnotu 22,5 V, aký veľký prúd tečie dynamom v okamihu jeho odpojenia.

Označenie veličín: Premennivé elektromotorické napätie dynama označíme $\mathcal{E}$; napätie pri odpojení značíme $\mathcal{E}_4 = 22,5$ V. Premennivé svorkové napätie na vetve so žiarovkami značíme U . Prúd tečúci vetvou so žiarovkami označíme I_z ; batériou tečie prúd I_b a dynamom prúd I_d . Celkový odpor vetve so žiarovkami je $R_z = \frac{R}{n}$.

Riešenie: Pretože dynamo, batéria aj vonkajší obvod s žiarovkami sú spojené paralelne, je svorkové napätie na všetkých týchto obvodoch rovnaké a má hodnotu U ; podľa Ohmovho zákona je

$$I_z = \frac{U}{R_z} = \frac{nU}{R}; I_d = \frac{\mathcal{E} - U}{r_1}; I_b = \frac{\mathcal{E}_2 - U}{r_2}. \quad (1)$$

Ak do vonkajšieho obvodu dodávajú prúd aj dynamo aj batéria, vtedy platí podľa prvého Kirchhoffovho zákona $I_z = I_d + I_b$ a po dosadení z rovníc (1) máme

$$\frac{nU}{R} = \frac{\mathcal{E} - U}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2 - U}{r_2}.$$

Po úprave dostaneme rovnicu

$$U \left(\frac{n}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\mathcal{E}}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}. \quad (2)$$

a) Batéria dáva prúd do žiaroviek, ak $U < \mathcal{E}_2$. Ak elektromotorické napätie dynama $\mathcal{E}$ nadobudne hodnotu $\mathcal{E}_1 = 24,2 \text{ V}$, bude U mať hodnotu U_1 , pre ktorú platí $U_1 = \left(\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \right) \left(\frac{n}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1}$.

Číselne: $U_1 =$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{24,2}{0,04} + \frac{24}{0,02} \right) \left(\frac{30}{30} + \frac{1}{0,04} + \frac{1}{0,02} \right)^{-1} \text{ V} \cdot \Omega = \\
 &= (605 + 1\,200) (1 + 25 + 50)^{-1} \text{ V} = \\
 &= \frac{1\,805}{76} \text{ V} = 23,75 \text{ V}.
 \end{aligned}$$

Pretože pre dané hodnoty je $U_1 < \mathcal{E}_2$, batéria prúd do žiaroviek dodáva.

b) Batéria prestane dodávať prúd do žiaroviek v okamihu, keď svorkové napätie na vetve so žiarovkami nadobudne hodnotu $U_2 = \mathcal{E}_2 = 24 \text{ V}$.

Pre veľkosť elektromotorického napätia v tomto okamihu platí podľa rovnice (2), do ktorej dosadíme $U = U_2 = \mathcal{E}_2 = 24 \text{ V}$ a $\mathcal{E} = \mathcal{E}_3$, vzťah

$$\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_2 \left(\frac{n r_1}{R} + 1 \right). \quad (3)$$

$$\text{Číselne: } \mathcal{E}_3 = 24 \left(\frac{30 \cdot 0,04}{30} + 1 \right) \text{ V} = 24,96 \text{ V}.$$

Akonáhle elektromotorické napätie dynama nadobudne hodnotu $\mathcal{E}_3$ určenú vzťahom (3), číselne $24,96 \text{ V}$, prestane batéria dodávať prúd žiarovkám.

c) V okamihu, keď elektromotorické napätie dynamy klesne na hodnotu $\mathcal{E}_4 = 22,5 \text{ V}$, má svorkové napätie U podľa rovnice (2) hodnotu

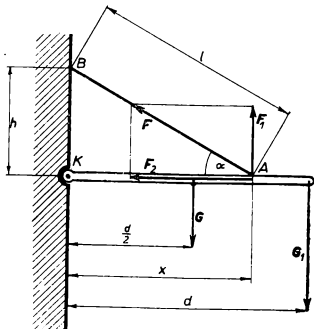
$$\begin{aligned} U_4 &= \left(\frac{\mathcal{E}_4}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \right) \left(\frac{n}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1} \text{ a } I_d = \frac{\mathcal{E}_4 - U_4}{r_1} = \\ &= \frac{1}{r_1} \left[\mathcal{E}_4 - \left(\frac{\mathcal{E}_4}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \right) \left(\frac{n}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1} \right] = \\ &= \frac{1}{r_1} \left[\mathcal{E}_4 \left(\frac{n}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \left(\frac{\mathcal{E}_4}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \right) \right] \left(\frac{n}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1} = \\ &= \frac{1}{r_1} \left(\frac{n\mathcal{E}_4}{R} + \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_2}{r_2} \right) \left(\frac{n}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Číselne: $I_d =$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{0,04} \left(\frac{30 \cdot 22,5}{30} + \frac{22,5 - 24}{0,02} \right) \left(\frac{30}{30} + \frac{1}{0,04} + \frac{1}{0,02} \right)^{-1} \Omega^{-1} \text{ V } \Omega^{-1} \Omega = \\ &= 25 \cdot (22,5 - 75) \cdot 76^{-1} \text{ A} = -17,27 \text{ A}. \end{aligned}$$

Ak klesne elektromotorické napätie dynamy na hodnotu $\mathcal{E}_4 = 22,5 \text{ V}$, tečie dynamom prúd, ktorého veľkosť je udaná vzťahom (4), číselne $-17,27 \text{ A}$. Záporné znamienko značí, že prúd tečie dynamom od kladného k zápornému pólu. V tomto prípade dodáva batéria prúd do dynamy.

6. Do zvislej steny (obr. 25) je vmurovaný otáčavý kĺb a naň je nasadený pevný nosník dĺžky d a ťarchy G , ktorý sa môže otáčať vo zvislej rovine, kolmej na stenu (okolo vodorovnej osi). Na konci nosníka je zavesené bremeno ťarchy G_1 . Nosník je



Obr. 25

udržiavaný vo vodorovnej polohe drôtom o priemere $2r$, ktorého jeden koniec je pevne vsadený do steny vo výške h nad kĺbom nosníka. Modul pružnosti v ťahu drôtu je E . Vypočítajte:

a) v akej vzdialenosti od kĺbu treba upevniť drôt na nosník, aby predĺženie drôtu bolo najmenšie;

b) aké veľké je toto minimálne predĺženie a akou silou je drôt napínaný.

Číselne riešte pre hodnoty: $d = 0,5 \text{ m}$, $G = 5 \text{ kp}$, $G_1 = 15 \text{ kp}$, $r = 0,1 \text{ cm}$, $h = 30 \text{ cm}$, $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kp cm}^{-2}$.

Označenie veličín a dané hodnoty: Dĺžku drôtu, ktorým je nosník udržiavaný vo vodorovnej polohe, označíme l , jeho predĺženie Δl . Drôt zvierá s nosníkom uhol α . Sila, ktorá napína drôt je F , jej reakciou je sila $-F$, ktorou pôsobí drôt na nosník. Tieto obidve sily majú veľkosť F . Drôt je pripevnený k nosníku v mieste A , ktorého vzdialenosť od kĺbu K je $KA = x$. V jednotkách kilopondovej sústavy je $r = 10^{-3} \text{ m}$, $h = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m}$, $d = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m}$, $E = 2 \cdot 10^{10} \text{ kp m}^{-2}$.

Riešenie: Silu, ktorou pôsobí drôt na nosník, rozložíme podľa obr. 25 na zložky o veľkostiach $F_1 = F \sin \alpha$ a $F_2 = F \cos \alpha$. Z trojuholníka $\triangle KAB$ určíme $x = h \cotg \alpha$ a $l = \frac{h}{\sin \alpha}$, lebo pri danej hodnote E je Δl vzhľadom k veľkosti l tak malé, že je môžeme zanedbať.

Nosník je podľa momentového zákona v rovnováhe, ak platí $F_1 x - \frac{1}{2} Gd - G_1 d = 0$, a po dosadení za x , F_1 a $\cotg \alpha$ je $Fh \cos \alpha = d \left(G_1 + \frac{1}{2} G \right)$, takže

$$F = \frac{d(G + 2G_1)}{2h \cos \alpha}. \quad (1)$$

a) Predĺženie drôtu je podľa Hookovho zákona $\Delta l = \frac{1}{E} \frac{Fl}{S}$, kde $S = \pi r^2$ značí prierez drôtu. Po dosadení za F , S a l vyjde

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{d(G + 2G_1)h}{2\pi r^2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{d(G + 2G_1)}{\pi E r^2 \sin 2\alpha}. \quad (2)$$

Predĺženie drôtu bude najmenšie, ak bude mať $\sin 2\alpha$ najväčšiu hodnotu, tj. pre uhol $\alpha_1 = 45^\circ$. Avšak vtedy $x = h \cotg 45^\circ = h = 0,3$ m.

Drôt sa predĺži najmenej, ak bude pripevnený k nosníku vo vzdialenosti h od kĺbu. Táto vzdialenosť má hodnotu 30 cm.

b) Veľkosť $\Delta_1 l$ najmenšieho predĺženia drôtu určíme z výrazu (2) dosadením za $\alpha = 45^\circ$. Potom je

$$\Delta_1 l = \frac{d(G + 2G_1)}{\pi E r^2}. \quad (3)$$

Číselne:

$$\begin{aligned} \Delta_1 l &= \frac{0,5 \cdot (5 + 30)}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6}} \text{ m kp kp}^{-1} \text{ m}^2 \text{ m}^{-2} = \\ &= \frac{17,5}{6,28 \cdot 10^4} \text{ m} \\ \Delta_1 l &\doteq 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ m.} \end{aligned}$$

Toto minimálne predĺženie je zapríčinené podľa upraveného vzťahu (1) silou

$$F' = \frac{d(G + 2G_1)}{2h \cos 45^\circ}. \quad (4)$$

Číselne:

$$F' = \frac{0,5 \cdot 35 \cdot 2}{6 \cdot 10^{-1} \sqrt{2}} \text{ m kp m}^{-1} = \frac{17,15 \cdot 10 \sqrt{2}}{6} \text{ kp} = 41,25 \text{ kp}.$$

Najmenšie predĺženie drôtu je obecne dané výrazom (3) a má číselnú hodnotu 0,28 mm. Podľa vzťahu (4) je spôsobené silou 41,25 kp.

7. Elektrická žiarovka je na napätie U_1 voltov a má výkon P_1 wattov. Ohmmetrom zmeraný jej odpor je zastudena R_0 ohmov. Aký veľký bude výkon tejto žiarovky po jej pripojení na sieť napätia U_2 , ak sa odpor žiarovky mení v závislosti od jej výkonu lineárne?

Číselne riešte pre hodnoty: $U_1 = 220 \text{ V}$, $P_1 = 60 \text{ W}$, $R_0 = 40 \Omega$, $U_2 = 110 \text{ V}$.

Označenie veličín: Ak sa mení napätie U na svorkách žiarovky, mení sa aj jej výkon P a teplota vlákna; tým vzniká aj zmena jej odporu R . Pri napätí U_1 má žiarovka výkon P_1 a odpor R_1 , pri napätí U_2 výkon P_2 a odpor R_2 .

Riešenie: Lineárna závislosť odporu žiarovky na jej výkonu sa dá vyjadriť rovnicou

$$R - R_0 = kP. \quad (1)$$

Konštantu úmernosti k určíme z rovnice $R_1 - R_0 = kP_1$, do ktorej dosadíme $R_1 = \frac{U_1^2}{P_1}$, takže

$$k = \frac{U_1^2 - R_0 P_1}{P_1^2}. \quad (2)$$

Pri napätí U_2 je

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{U_2^2}{R_0 + k P_2} = \frac{U_2^2 P_1^2}{R_0 P_1^2 + P_2 (U_2^2 - R_0 P_1)}.$$

Ak odstránime zlomok, vznikne rovnica

$$(U_1^2 - R_0 P_1) P^2 + R_0 P_1^2 P_2 - U_2^2 P_1^2 = 0,$$

ktorej korene sú

$$P_2 = \frac{-R_0 P_1^2 \pm \sqrt{D}}{2 (U_1^2 - R_0 P_1)},$$

kde diskriminant $D = R_0^2 P_1^4 + 4 U_2^2 P_1^2 (U_1^2 - R_0 P_1)$.

Výraz $U_1^2 - R_0 P_1 = 4 \cdot 12100 \text{ V}^2 - 2400 \Omega \text{ W} = 4,6 \cdot 10^4 \text{ V}^2$ je kladný; $\sqrt{D}$ je zrejme väčšia ako $R_0 P_1^2$. Reálny fyzikálny význam má len koreň $P_2 > 0$, takže

$$P_2 = \frac{[-R_0 P_1 + \sqrt{R_0^2 P_1^4 + 4 U_2^2 (U_1^2 - R_0 P_1)}] P_1}{2 (U_1^2 - R_0 P_1)}. \quad (3)$$

Druhý koreň je záporný a úlohe nevyhovuje.
Číselne:

$$\begin{aligned} P_2 &= \\ &= \frac{10^2 [-4 \cdot 6 + \sqrt{24^2 + 4 \cdot 121 (22^2 - 24)}] \cdot 60}{2 \cdot 4,6 \cdot 10^4} \cdot \frac{\text{W } \Omega \text{ W}}{\text{V}^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{[-24 + \sqrt{576 + 484 \cdot 460}] \cdot 60}{2 \cdot 460} \frac{VA \Omega W}{V^2} = \\
&= \frac{[-24 + \sqrt{223\,216}] \cdot 60}{920} W = 29,2 W.
\end{aligned}$$

Ak pripojíme žiarovku na sieť o napätí $U_2 = 110 V$, je jej výkon obecné daný výrazom (3), číselne $29,2 W$.

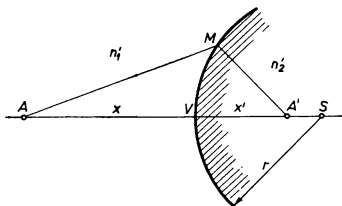
8. Na vnútornej stene sklenenej valcovej trubice sú vyryté dve ryhy, rovnoběžné s osou trubice. V trubici je kvapalina neznámeho indexu lomu n . Skutočná vzdialenosť rýh je y , zdanlivá vzdialenosť meraná z protiaľhlej strany trubice je y_1 . Ak index lomu vzduchu je n_1 a index lomu skla n_2 , dokážte, že index lomu kvapaliny n možno vypočítať zo vzťahu

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n_1} \left(\frac{r_2}{r_1} + \frac{y}{y_1} \right) + \frac{1}{n_2} \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \right) \right],$$

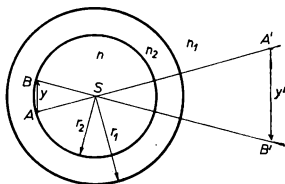
kde r_1 je vonkajší, r_2 vnútorný polomer trubice.
(Viď študijný text str. 59.)

Označenie veličín: Polomer guľovej plochy označíme obecné r , index lomu prostredia v priestore predmetovom n'_1 , v priestore obrazovom n'_2 . Vrcholová zobrazovacia rovnica pre lámavú guľovú plochu znie $\frac{n'_1}{x} + \frac{n'_2}{x'} = \frac{n'_2 - n'_1}{r}$; $\overline{AV} = x$ je vzdialenosť predmetu, $\overline{A'V} = x'$ vzdialenosť obrazu od vrcholu guľovej plochy (obr. 26a).

Riešenie: Vzďalenosť y rýh sa zobrazuje (obr. 26b) najprv lomom svetelných lúčov na vnútornej stene valcovej trubice. Pre toto zobrazenie nabývajú



Obr. 26a



Obr. 26b

obecné veličiny n_1, n_2', x a r hodnôt $n_1' = n, n_2' = n_2, r = -r_2, x = 2r_2$. Neznámu vzdialenosť obrazu, vytvoreného touto guľovou plochou, $x' =$

$= b_1$, určíme riešením rovnice $\frac{n}{2r_2} + \frac{n_2}{b_1} = -\frac{n_2 - n}{r_2}$, z ktorej vychádza

$$b_1 = \frac{2n_2 r_2}{n - 2n_2}. \quad (1)$$

Tento prvý obraz je predmetom pre ďalšie zobrazenie lomom na vonkajšej ploche trubice. V tomto prípade majú obecné veličiny n'_1, n'_2, x a r hodnoty $n'_1 = n_2, n'_2 = n_1, r = -r_1, x = r_1 - r_2 - b_1$. Neznámu vzdialenosť $x' = b$ vypočítame zase z vrcholovej zobrazovacej rovnice, ktorá má teraz tvar $\frac{n_2}{r_1 - r_2 - b_1} + \frac{n_1}{b} = -\frac{n_1 - n_2}{r_1}$. Po úprave z nej vychádza

$$\frac{n_1}{b} = \frac{-r_1 n_1 + r_2 n_1 - n_2 r_2 + b_1 (n_1 - n_2)}{r_1 (r_1 - r_2 - b_1)}.$$

Ak dosadíme za b_1 zo vzťahu (1), dostaneme po úprave

$$b = \frac{n [r_1^2 (2n_2 - n) + n r_1 r_2]}{n r_2 (n_2 - n_1) - n_1 r_1 (2n_2 - n)}. \quad (2)$$

Z podobnosti $\triangle SAB$ a $\triangle SA'B'$ plyní vzťah $-\frac{y_1}{y} = \frac{r_1 + b}{r_2}$. Ak sem dosadíme z výrazu (2) za b , nájdeme po úpravách postupne vzťahy

$$\begin{aligned} n (n_2 r_2^2 y_1 - n_1 r_2^2 y_1 + n_1 r_1 r_2 y_1 + n_2 r_1 r_2 y) = \\ = 2n_1 n_2 r_1 r_2 y_1; \end{aligned}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{2} \left[\frac{r_2}{n_1 r_1} - \frac{r_2}{n_2 r_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{y}{n_1 y_1} \right]$$

a

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n_1} \left(\frac{r_2}{r_1} + \frac{y}{y_1} \right) + \frac{1}{n_2} \left(1 - \frac{r_2}{r_1} \right) \right].$$

9. Meraním anódového prúdu pri rastúcom anódovom napätí určite anódové charakteristiky triódy pre niekoľko hodnôt mriežkového napätia (voľte aspoň 5 rôznych hodnôt mriežkového napätia). Rozsah zmien anódového napätia voľte vhodne podľa typu triódy, ktorú máte k dispozícii.

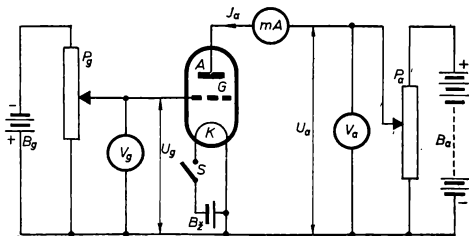
Z grafu anódových charakteristík určite mriežkovú charakteristiku pre vhodné anódové napätie, vyneste ju graficky a preverte meraním.

V protokole merania uveďte:

- a) schéma zapojenia;
- b) výklad postupu;
- c) použité pomôcky (anódový zdroj, typ použitej elektrónky, typ a rozsah meracích prístrojov atď.);
- d) tabuľky nameraných hodnôt;
- e) príslušné grafy.

Z grafu mriežkovej charakteristiky určite strmosť, zosilovací súčiniteľ a vnútorný odpor elektrónky.

Označenie veličín: Zdroj anódového napätia označíme B_a , mriežkového B_g , zdroj žeraviaceho napätia B_z , anódový potenciometr P_a , mriežkový P_g , spínač S , miliampérmeter mA ; A je anóda triódy, K jej katóda, G mriežka, anódový volt-



Obr. 27

meter V_a a mriežkový V_g . Napätie na anóde označíme U_a , na mriežke U_g , anódový prúd I_a .

Potreby: Trióda, anódová batéria (usmerňovač), mriežková batéria, žeraviaca batéria, pákový spínač, dva potenciometre, dva voltmetre (anódový a mriežkový), miliampérmeter, prírodné drôty, milimetrový papier, rysovacie potreby.

I. Merania anódovej charakteristiky:

a) Zostavíme zapojenia podľa schémy (obr. 27). Batérie zapojíme do jednotlivých obvodov až po schválení dozeračím učiteľom.

b) Potenciometrom P_g nastavíme konštantné napätie U_g , ktorého hodnotu stále kontrolujeme voltmetrom V_g .

c) Anódové napätie volíme čím menšie a postupne ho zväčšujeme potenciometrom P_a . Ku každej hodnote U_a zmeriame príslušnú hodnotu I_a

na miliampérmetre mA . Namierané hodnoty poznamenáme do tabuľky.

d) Dvojice príslušných hodnôt U_a a I_a vyznačíme ako body v pravoúhlom súradnicovom systéme. Spojíme nanesené body krivkou a tým dostaneme anódovú charakteristiku triódy pre nastavené mriežkové napätie.

II. Meranie mriežkovej charakteristiky.

a) Užijeme zapojenia, ktorým sme merali anódovú charakteristiku.

b) Nastavíme potenciometrom P_a vhodné anódové napätie, ktoré udržíme konštantné.

c) Potenciometer P_g nastavíme na najvyššie záporné napätie a znižujeme postupne jeho absolútnu hodnotu vždy o rovnakú veľkosť. Pre každú hodnotu mriežkového napätia zistíme na miliampérmetre príslušnú hodnotu anódového prúdu. Tieto hodnoty zapíšeme do tabuľky a nanesieme ich ako body do pravoúhlého súradnicového systému. Spojením takto získaných bodov súvislou plynulou krivkou zostrojíme mriežkovú charakteristiku triódy.

Pracovný postup:

1. Zostrojíme na milimetrovom papieri anódové charakteristiky pre päť rôznych hodnôt mriežkového napätia.

2. Pre vhodnú veľkosť anódového napätia zostrojíme z grafu charakteristík mriežkovú charakteristiku.

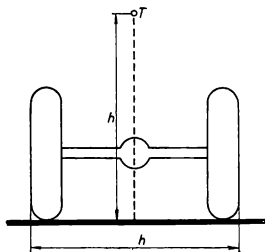
3. Jej správnosť overíme meraním.

4. Zo zostrojených grafov určíme strmosť S , hodnotu zosilňovacieho činiteľa μ a vnútorný odpor R_i elektrónky.

5. Správnosť overíme Barkhausenovým vzťahom $R_i S = \mu$.

Druhé kolo súťaže

1. Souměrně zatížený nákladní automobil má těžiště ve výš h , která se rovná vnější rozteči kol (obr. 28).



Obr. 28

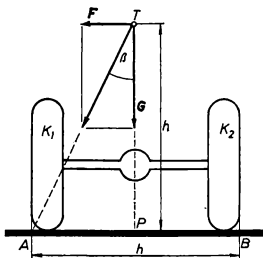
a) Jakou maximální rychlostí může automobil projet neklopenou zatáčkou o poloměru r ?

b) Jaký úhel by měl mít sklon těžé zatáčky, aby automobil mohl bezpečně projet rychlostí k -násobnou?

Řešte nejprve obecně a potom číselně pro $r = 100 \text{ m}$ a $k = 2$.

Předpokládáme, že tření mezi koly a vozovkou je tak veliké, že nemůže dojít ke smyku.

Označení veličin: K_1 a K_2 jsou kola vozu, $\overline{AB} = h$ je vnější rozteč kol (obr. 29). Těžiště auto-

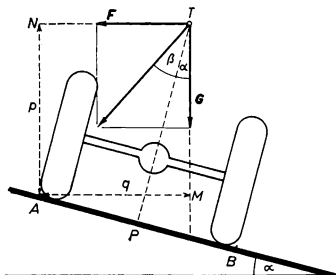


Obr. 29

mobilu označíme T a hmotu m . Odstředivá síla je F , tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, tíhová síla $G = mg$. Pata kolmice spuštěné z těžiště na úsečku AB je P , úhel $\sphericalangle ATP = \beta$, sklon vozovky v úloze b) je α (obr. 30).

Řešení: Pokud se automobil pohybuje přímočaře, působí jeho tíhová síla na vozovku tlakovou

silou, která je v rovnováze se silou, kterou tlačí vozovka na kola automobilu. V zatáčce se rovnováha sil poruší. Setrvačnost hmoty automobilu se projevuje jako odstředivá síla. Ta se skládá s tíhou ve výslednici, která působí na vozovku silou v šikmém směru. Přeneseme tuto výslednici do



Obr. 30

těžiště a nahradíme ji složkami F a G . Síly F a G působí na automobil otáčivými momenty vzhledem k ose, která prochází bodem A kolmo k nákrese.

Nemá-li se automobil kolem této osy překlopit, musí být otáčivý moment odstředivé síly vzhledem k ose menší nebo nejvýše roven otáčivému momentu tíhové síly.

Platí tedy

$$F h \leq G \frac{h}{2} \text{ čili } \frac{G}{F} \geq 2, \text{ a proto je } F \leq \frac{G}{2}.$$

Dosadíme-li do této nerovnosti za $F = \frac{m}{r} v^2$ a za $G = mg$, dostaneme pro rychlost vztah

$$v \leq \sqrt{\frac{gr}{2}} \text{ a pro největší rychlost } v_m = \sqrt{\frac{gr}{2}}. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Číselně: } v_m &= \sqrt{\frac{10 \cdot 100}{2}} \text{ m s}^{-1} = 10 \cdot \sqrt{5} \text{ m s}^{-1} = \\ &= 22,4 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

Automobil může projet neklopenou zatáčkou maximální rychlostí $22,4 \text{ m s}^{-1}$, určenou obecně vztahem (1).

b) Pohybuje-li se automobil po rovině, která je v zatáčce skloněna o úhel α , změní se podle obr. 30 velikost ramene tíhové síly na $\overline{AM} = q = \overline{AT} \sin(\alpha + \beta)$, rameno síly F na $\overline{AN} = \overline{MT} = p = \overline{AT} \cos(\alpha + \beta)$. Nemá-li se automobil překloupit, smí jet maximální rychlostí v'_m , která je podle momentového zákona určena rovnicí $Fp = Gq$, tj.

$$\frac{mv_m'^2}{r} \overline{AT} \cos(\alpha + \beta) = mg \overline{AT} \sin(\alpha + \beta).$$

Po úpravě dojdeme k rovnici

$$v'_m = \sqrt{rg \operatorname{tg}(\alpha + \beta)}.$$

Podle textu úlohy platí $v'_m = kv_m$, takže podle (1) je

$$\sqrt{rg \operatorname{tg}(\alpha + \beta)} = k \sqrt{\frac{rg}{2}} \text{ a } \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{k^2}{2}.$$

Dosadíme-li za $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, dojdeme po úpravách k rovnicím

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{k^2}{2}; \operatorname{tg} \alpha (2 + k^2 \operatorname{tg} \beta) = k^2 - 2 \operatorname{tg} \beta$$

$$\text{a} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{k^2 - 2 \operatorname{tg} \beta}{2 + k^2 \operatorname{tg} \beta}.$$

Podle obr. 30 je však $\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{\frac{2}{h}} = \frac{1}{2}$, takže

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k^2 - 1}{2 + \frac{k^2}{2}} = \frac{2(k^2 - 1)}{k^2 + 4}. \quad (2)$$

Číselně: $\operatorname{tg} \alpha = 2 \cdot \frac{3}{8} = 0,75$ a $\alpha = 36^\circ 50'$.

Aby automobil projel bezpečně zatáčkou rychlostí kv_m , kde $k = 2$ a $v_m = \sqrt{\frac{gr}{2}} = 22,4 \text{ m s}^{-1}$, měla by mít vozovka v zatáčce sklon $\alpha = 36^\circ 50'$, obecně určený vztahem (2).

2. Základní rovnice molekulárně kinetické teorie plynů má tvar $p = \frac{1}{3} n_0 m v_k^2$, kde p značí tlak plynu, n_0 počet molekul v objemové jednotce, m hmotu jedné molekuly a v_k střední kvadratickou rychlost postupného pohybu molekul plynu v uvažovaném jednotkovém objemu.

a) Odvoďte vztah $pV = \frac{2}{3} U$, kde U je úhrnná kinetická energie postupného pohybu všech molekul dokonalého plynu, nacházejících se v daném libovolně velikém objemu V .

b) Vypočítejte střední kvadratickou rychlost postupného pohybu molekul vodíku při teplotách $t_0 = 0^\circ\text{C}$ a $t_1 = 100^\circ\text{C}$.

Univerzální plynová konstanta $R = 8,316\,96 \cdot 10^3 \text{ J deg}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$.

Označení veličin a dané hodnoty: Avogadrovo číslo označíme N , hmotnost jednoho kilomolu dokonalého plynu M_k , absolutní teplotu T . Teplota $T_0 = 0^\circ\text{C} \triangleq 273^\circ\text{K}$, teplota $T_1 = 100^\circ\text{C} \triangleq 373^\circ\text{K}$; střední kvadratickou rychlost molekul vodíku (H_2) označíme v_0 při teplotě T_0 a v_1 při teplotě T_1 .

Řešení: a) Násobíme-li obě strany rovnice $p = \frac{1}{3} n_0 m v_k^2$ objemem V , dostaneme rovnici

$$pV = \frac{1}{3} V n_0 m v_k^2 = \frac{2}{3} \frac{1}{2} n m v_k^2,$$

kde $n = n_0 V$ značí počet molekul nacházejících se v objemu V .

Poněvadž $\frac{1}{2} nmv_k^2$ je celková kinetická energie postupných pohybů všech molekul v uvažovaném objemu V , má $\frac{1}{2} nmv_k^2$ hodnotu U . Proto je možno poslední rovnici psát ve tvaru

$$pV = \frac{2}{3} U. \quad (1)$$

b) Dosadíme-li v rovnici (1) za objem V objem V_k jednoho kilomolu plynu a za U_k kinetickou energii postupných pohybů N molekul plynu (N je Avogadrovo číslo), nacházejících se v objemu jednoho kilomolu plynu, platí rovnice (1) pro kilomol dokonalého plynu.

Stavová rovnice pro kilomol dokonalého plynu má tvar

$$pV_k = RT. \quad (2)$$

Ze srovnání vztahů (1) a (2) vychází

$$\frac{2}{3} U_k = RT, \text{ kde } U_k = \frac{1}{2} Nm v_k^2,$$

takže $\frac{1}{3} Nm v_k^2 = RT$, a poněvadž $Nm = M_k$,

je $\frac{1}{3} M_k v_k^2 = RT$, takže

$$v_k = \sqrt{\frac{3RT}{M_k}}. \quad (3)$$

Číselně pro vodík:

$$v_0 = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31696 \cdot 10^3 \cdot 273}{2}} \sqrt{\text{J deg}^{-1} \text{kmol}^{-1} \text{deg kg}^{-1} \text{kmol}} =$$

$$= \sqrt{\frac{25 \cdot 10^2 \cdot 2730}{2}} \text{ m s}^{-1} = 50 \sqrt{1365} \text{ m s}^{-1} = 1850 \text{ m s}^{-1},$$

$$v_1 = 50 \sqrt{1865} \text{ m s}^{-1} = 2160 \text{ m s}^{-1}.$$

Střední kvadratická rychlost postupných pohybů molekul dokonalého plynu je určena rovnicí (3). Číselně vychází pro molekuly vodíku rychlost 1850 m s^{-1} při teplotě 0°C a 2160 m s^{-1} při teplotě 100°C .

3. Rozhlasový přijímač má v ladicím obvodu zařazenu cívku o indukčnosti L a dva kondenzátory, jeden slídový o ploše S s dielektrikem tloušťky d a druhý otočný, jehož kapacita se může měnit v mezích $\langle C_m; C_n \rangle$. Přijímač musí být možno naladit na vlnovou délku λ .

a) Jakou kapacitu má ladicí obvod přijímače, je-li naladěn na vlnovou délku λ ?

b) Jak jsou kondenzátory v ladicím obvodu zařazeny?

c) Jakou kapacitu má otočný kondenzátor, je-li obvod naladěn na vlnovou délku λ ?

d) Vypočítejte rozsah vlnových délek stanic, jejichž vysílání je možno tímto přijímačem vyladit.

Permitivita vakua $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$, relativní permitivita slídy je $\varepsilon_r = 6,5$.

Číselně řešte pro hodnoty $L = 10^{-4} \text{ H}$, $C_m = 15 \cdot 10^{-12} \text{ F}$, $C_n = 450 \cdot 10^{-12} \text{ F}$, $S = 10^{-2} \text{ m}^2$, $d = 10^{-3} \text{ m}$, $\lambda = 465 \text{ m}$.

Označení veličin a dané hodnoty: Je-li obvod naladěn na vlnovou délku λ , má obvod kapacitu C , otočný kondenzátor kapacitu C_1 , kapacita slídového kondenzátoru je C_2 ; λ_1 , λ_2 jsou nejkratší a nejdelší vlny, na které je možno okruh naladit; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ je rychlost světla ve vzduchu.

Řešení: a) Z Thomsonova vztahu $T = 2\pi \sqrt{LC}$ a z rovnice $\lambda = cT$ vychází $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}$, takže

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} \quad (1)$$

je kapacita obvodu naladěného na vlnovou délku λ .

Číselně:

$$\begin{aligned} C &= \frac{465^2}{4\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-4}} \text{ m}^2 \text{ m}^{-2} \text{ s}^2 \text{ A V}^{-1} \text{ s}^{-1} = \\ &= 6,08 \cdot 10^{-10} \text{ A s V}^{-1}; \end{aligned}$$

$$C = 608 \cdot 10^{-12} \text{ F}.$$

Je-li obvod naladěn na vlnovou délku $\lambda = 465 \text{ m}$, má kapacita ladícího obvodu hodnotu určenou vztahem (1), číselně 608 pF .

b) Kapacita slídového kondenzátoru je

$$C_2 = \varepsilon \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}. \quad (2)$$

Číselně:

$$C_2 = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,5 \frac{10^{-2}}{10^{-3}} \text{ F m}^{-1} \text{ m}^2 \text{ m}^{-1} = \\ = 575 \cdot 10^{-12} \text{ F}.$$

Protože kapacita slídivého kondenzátoru má číselnou hodnotu $575 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ a k naladění obvodu na vlnovou délku λ je potřebná kapacita $608 \cdot 10^{-12} \text{ F}$, je nutno zařadit oba kondenzátory paralelně.

c) Otočný kondenzátor má kapacitu měnitelnou v mezích $C_m = 15 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ až $C_n = 450 \cdot 10^{-12} \text{ F}$, lze na něm tedy nastavit kapacitu $C_1 = 33 \cdot 10^{-12} \text{ F}$, takže platí $C = C_1 + C_2$.

Je-li obvod naladěn na vlnovou délku $\lambda = 465 \text{ m}$, má otočný kondenzátor kapacitu $33 \cdot 10^{-12} \text{ F}$.

d) Ladicí obvod přijímače má celkovou kapacitu C' měnitelnou v mezích $C_2 + C_m \leq C' \leq C_2 + C_n$, takže platí

$$\lambda_1 = 2\pi c \sqrt{L(C_2 + C_m)} \leq \lambda \leq 2\pi c \sqrt{L(C_2 + C_n)} = \\ = \lambda_2. \quad (3)$$

Číselně:

$$\lambda_1 = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \sqrt{10^{-4}(575 + 15) 10^{-12}} \sqrt{\text{Vs A}^{-1} \text{As V}^{-1}} \\ = 6\pi \sqrt{590} \text{ m} = 458 \text{ m}.$$

$$\lambda_2 = 6\pi \text{ m s}^{-1} \sqrt{575 + 450} \text{ s} = 6\pi \sqrt{1025} \text{ m} = 603 \text{ m}.$$

Obvodem lze vyladit vlnové délky v rozsahu 458 až 603 m; obecně jsou tyto hodnoty určeny vztahem (3).

4. Určete graficky ohniskovou vzdálenost tenké spojné čočky.

Potřeby: Optická lavice s milimetrovým měřítkem; předmět (štěrbina v kovové desce); spojka; stínítko; žárovka na prosvětlení štěrbin; jezdcí, milimetrový papír, rýsovací potřeby.

Návod: Spojka má ohniskovou vzdálenost f . Je-li předmět vzdálen od středu spojné čočky o a , vznikne skutečný obraz ve vzdálenosti b od spojky. Čočkovou rovnici upravíme na tvar

$$\frac{f}{a} + \frac{f}{b} = 1. \quad (1)$$

Položme nyní $f = x = y$. Jestliže pokládáme x a y za proměnné veličiny, je rovnice (1) rovnicí přímky, která protíná osu x v bodě $X(a; 0)$ a osu y v bodě $Y(0; b)$.

Sestrojíme-li na milimetrovém papíře přímku p procházející body X a Y a kromě ní ještě přímku $y = x$, potom se obě přímky protínají v bodě M .

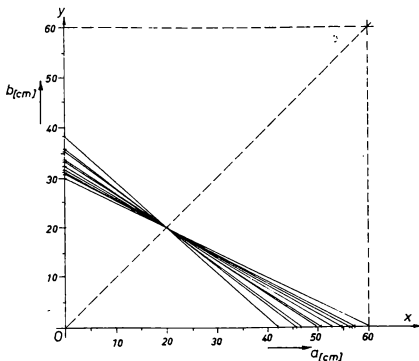
Co určují souřadnice bodu M ?

Postup měření:

1. Blízko levého okraje optické lavice postavíme prosvětlenou štěrbinu, na pravou polovinu stínítko. Spojnou čočku umístěnou mezi předmět a stínítko

odsouváme od předmětu, až se na stínítku vytvoří ostrý zmenšený obraz.

2. Zapišeme do tabulky umístění předmětu, spojky a stínítka na stupnici optické lavice a určíme hodnoty a a b . Aby relativní chyby měření byly



Obr. 31

malé, volíme polohu stínítka tak, aby se hodnoty a , b od sebe příliš nelišily. Provedeme deset různých měření. Při každém dalším měření posuneme stínítko o několik centimetrů vpravo.

3. Pro každé měření sestrojíme body $X(a; 0)$ a $Y(0; b)$ a přímku p (obr. 31). Z grafu určíme

Tabulka

Měření Čís.	Umístění od levého konce optické lavice			Vzdálenost		Ohnisková vzdálenost		
	předmětu m (cm)	spojky n (cm)	stínítka p (cm)	$a = n - m$ (cm)	$b = p - n$ (cm)	f' (cm)	f'' (cm)	f (cm)
1	5	47,1	85	42,1	37,9	20	19,9	19,95
2	5	50,3	86	45,3	35,7	20	20,0	20,00
3	5	51,8	87	46,8	35,2	20	20,1	20,05
4	5	54,3	88	49,3	33,7	20	20,1	20,05
5	5	55,5	89	50,5	33,5	20	20,2	20,10
6	5	57,6	90	52,6	32,4	20	19,9	19,95
7	5	59,6	91	54,6	31,4	20	20,0	20,00
8	5	61,8	93	56,8	31,2	20	20,1	20,05
9	5	63,1	94	58,1	30,9	20	20,2	20,10
10	5	65,0	95	60,0	30,0	20	20,0	20,00

200,5 200,25

Ohnisková vzdálenost dané spojné čočky je 20,025 cm.

hodnoty f' pro každé jednotlivé měření a zaznamenáme je do tabulky.

4. Správnost výsledku kontrolujeme výpočtem podle čočkové rovnice. Tyto vypočtené hodnoty ohniskové vzdálenosti čočky označíme f'' a zaznamenáme je také do tabulky.

5. Pro každé měření určíme $f = \frac{f' + f''}{2}$.

6. Aritmetický průměr všech hodnot f považujeme za ohniskovou vzdálenost dané spojky (viz tab. na str. 147).

Třetí kolo soutěže

1. Chodec spatří auto, blížící se rychlostí v_1 po přímé silnici, v okamžiku, kdy je od silnice vzdálen o délku d a od auta o délku a . Dá se okamžitě do běhu rychlostí v_2 přímým směrem odchýleným o úhel α od směru, ve kterém auto spatřil.

a) Jak velké hodnoty může mít úhel α , má-li chodec auto na silnici stihnout?

b) Jakou rychlostí by chodec mohl běžet ve směru kolmém k silnici, aby auto stihl?

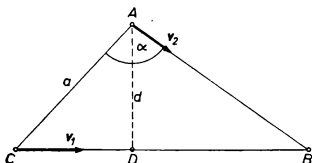
c) Jakou nejmenší vlastní rychlostí by mohl auto na silnici stihnout?

Řešte nejprve obecně a potom numericky pro hodnoty $d = 80$ m, $a = 400$ m, $v_1 = 54$ km h⁻¹, $v_2 = 4$ m s⁻¹.

Označení veličin a dané hodnoty: Chodec se nachází v místě A v okamžiku, kdy spatří v místě C auto pohybující se po silnici směrem CB . Úsečka

$\overline{AB}$ udává směr pohybu chodce. $\overline{AD} = d$ je vzdálenost chodce od silnice. Rychlost auta $v_1 = 54 \text{ km h}^{-1} = 15 \text{ m s}^{-1}$ (obr. 32).

Řešení: a) Má-li chodec doběhnout do místa B v okamžiku, kdy tam dojede auto (má-li se s autem právě setkat), musí vykonat dráhu $\overline{AB}$ za stejnou



Obr. 32

dobu jako auto dráhu $\overline{CB}$. Proto platí $\overline{AB} = v_2 t$ a $\overline{CB} = v_1 t$. Velikost úhlu α určíme ze vzorců pro výpočet obsahu P trojúhelníku $\triangle CBA$;

$$P = \frac{1}{2} a v_2 t \sin \alpha = \frac{1}{2} v_1 t d, \quad (1)$$

takže

$$\sin \alpha = \frac{d v_1}{a v_2}. \quad (2)$$

Protože čítec i jmenovatel zlomku (2) mají kladné hodnoty, vyhovují této rovnici dva úhly, $\alpha_1 < 90^\circ$ a $\alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1$

Má-li chodec doběhnout do místa B dříve než auto, musí vykonat dráhu $\overline{AB}$ za dobu t_2 , která je kratší než doba t_1 , za kterou ujede auto vzdálenost $\overline{CB}$. Pak ovšem musí běžet směrem odchýleným od směru, ve kterém spatřil auto, o úhel β , jiný než α .

Z upraveného vztahu (1) dostaneme $a \cdot v_2 t_2 \sin \beta = v_1 t_1 d$ a z něho $\sin \beta = \frac{v_1 d}{v_2 a} \cdot \frac{t_1}{t_2}$. Dosadíme-li sem z (2), vyjde $\sin \beta = \frac{t_1}{t_2} \sin \alpha$. Protože $t_1 \geq t_2$, je $\sin \beta \geq \sin \alpha$, a proto $\alpha_1 \leq \beta_1 \leq 90^\circ$ a zároveň $90^\circ < \beta_2 \leq \alpha_2$, takže

$$\alpha_1 \leq \beta \leq \alpha_2. \quad (3)$$

Číselně:

$$\sin \alpha = \frac{80 \cdot 15}{400 \cdot 4} = 0,75, \alpha_1 = 48^\circ 35', \alpha_2 = 131^\circ 25'.$$

Má-li chodec dostihnout auto, musí směr jeho přímé dráhy při daných rychlostech svírat se směrem, ve kterém spatřil auto, úhel β , jehož velikost je obecně určena vztahy (3) a (2). Číselně je určena nerovností $48^\circ 35' \leq \beta \leq 131^\circ 25'$.

b) Z pravoúhlého $\triangle ADC$ vypočítáme podle Pythagorovy věty $\overline{CD} = \sqrt{a^2 - d^2}$. Má-li chodec právě zastihnout auto v bodě D , musí vykonat dráhu $\overline{AD} = d$ za stejnou dobu t , za kterou vykoná auto dráhu $\overline{CD}$. Proto platí $t = \frac{d}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2 - d^2}}{v_1}$, kde

$v'_2 \neq v_2$ značí rychlost, kterou by se musel chodec pohybovat po dráze d , aby na silnici auto právě zastihl. Bude-li se pohybovat rychlostí $v \geq v'_2$, dostane se do místa D dříve nebo současně s autem.

Platí tedy

$$v \geq \frac{dv_1}{\sqrt{a^2 - d^2}}. \quad (4)$$

Číselně:

$$v \geq \frac{80 \cdot 15}{\sqrt{160\,000 - 6\,400}} \text{ m s}^{-1} = 3,06 \text{ m s}^{-1}.$$

Kdyby měl chodec stihnout auto na silnici v bodě D , musil by běžet po dráze d rychlostí $v \geq 3,06 \text{ m s}^{-1}$, určenou obecně vztahem (4).

c) Nejmenší rychlost v' , kterou by chodec mohl ještě stihnout auto na silnici, určíme z upraveného vztahu (2), $v_2 = \frac{d \cdot v_1}{a \sin \alpha}$. Rychlost v_2 má nejmenší hodnotu v' , jestliže $\sin \alpha = 1$; proto je

$$v' = \frac{dv_1}{a}. \quad (5)$$

Číselně:

$$v' = \frac{80 \cdot 15}{400} \text{ m s}^{-1} = 3 \text{ m s}^{-1}.$$

Chodec může stihnout auto jedoucí po silnici rychlostí $v_1 = 54 \text{ km h}^{-1}$ při nejmenší vlastní rychlosti určené vztahem (5), a to jen v případě, že by běžel po přímé dráze kolmé na směr, ve kterém auto spatřil v okamžiku, kdy se dal do běhu. Číselně má tato minimální rychlost hodnotu 3 m s^{-1} .

2. Jistý člověk vidí bez brýlí ostře předměty v mezích vzdáleností d_1 až d_2 ($d_1 < d_2$) od oka.

a) Jakých brýlí použije, aby viděl ostře předměty od oka velmi vzdálené?

b) Jakých brýlí použije, aby zmenšil svou nejkratší vzdálenost zřetelného vidění na d ($d < d_1$)?

c) Určete intervaly vzdáleností předmětu od oka, ve kterých vidí člověk zřetelně předmět, použije-li prvních nebo druhých brýlí.

Znáznorněte náčrtkem, ve kterých intervalech vzdáleností předmětu od oka v mezích od d do d' použije tento člověk brýlí pro předměty α) velmi vzdálené od oka; β) bližší oku, než je vzdálenost d_1 .

Řešte nejprve obecně, potom číselně pro hodnoty $d = 25 \text{ cm}$, $d_1 = 50 \text{ cm}$, $d_2 = 3 \text{ m}$, $d' = 2 \text{ m}$.

Označení veličin a dané hodnoty: Vzdálenost předmětu od středu čočky označíme a , vzdálenost obrazu od středu čočky b , ohnisková dálka čoček brýlí je f , optická mohutnost D . Indexem 1 budeme značit veličiny příslušné čočkám brýlí, užívaných pro zřetelné vidění předmětů velmi vzdálených (první brýle), indexem 2 pro čočky druhých brýlí. Vzdálenost $d = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$, $d_1 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$.

Řešení: a) Člověk vidí zřetelně předmět na největší vzdálenost d_2 od oka. Aby viděl zřetelně předměty velmi vzdálené, musí použít brýlí, jejichž čočky zobrazí předměty velmi vzdálené nejvýše ve vzdálenosti d_2 od oka. Obraz musí být přímý a zdánlivý. Je tedy $b_1 = -d_2$, $a_1 \rightarrow \infty$, $\frac{1}{a_1} \rightarrow 0$. Dosadíme-li tyto hodnoty do zobrazovací rovnice pro tenké čočky, vyjde

$$-\frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_1} = D_1. \quad (1)$$

Číselně:

$$D_1 = -\frac{1}{3} \text{ dioptrie.}$$

Člověk vidí zřetelně předměty od oka velmi vzdálené brýlemi, jejichž čočky jsou rozptylné a mají optickou mohutnost $D_1 = -\frac{1}{d_2} = -\frac{1}{3}$ dioptrie.

b) Aby člověk viděl zřetelně předmět umístěný ve vzdálenosti d od oka, musí použít čoček, které zobrazí tento předmět ve vzdálenosti d_1 . Obraz musí být přímý a zdánlivý. V tomto případě platí $b_2 = -d_1$, $a_2 = d$. Ze zobrazovací rovnice vychází $\frac{1}{d} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_2} = D_2$, takže

$$D_2 = \frac{d_1 - d}{d d_1}. \quad (2)$$

Číselně:

$$D_2 = \frac{0,5 - 0,25}{0,5 \cdot 0,25} \text{ m}^{-1} = 2 \text{ dioptrie.}$$

Aby člověk zmenšil nejkratší vzdálenost zřetelného vidění svých očí z $d_1 = 50 \text{ cm}$ na $d = 25 \text{ cm}$, musí použít brýlí se spojnými čočkami o optické mohutnosti $D_2 = \frac{d_1 - d}{dd_1} = 2 \text{ dioptrie.}$

c) α) Nejbližší předměty, které může člověk ještě zřetelně vidět při použití prvních brýlí, se musí zobrazovat ve vzdálenosti d_1 od oka. Obraz musí být zdánlivý, přímý. Platí tedy $b'_1 = -d_1$ a podle vztahu (1) $f_1 = -d_2$. Dosadíme-li tyto hodnoty do zobrazovací rovnice pro tenké čočky, vychází $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{d_1} = -\frac{1}{d_2}$, takže

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} = \frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot d_2}, a_1 = \frac{d_1 \cdot d_2}{d_2 - d_1}. \quad (3)$$

Číselně:

$$a_1 = \frac{3 \cdot 0,5}{3 - 0,5} \text{ m} = 0,6 \text{ m.}$$

Použije-li člověk prvních brýlí, vidí zřetelně předměty v rozsahu vzdáleností $a_1 = \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1} = 0,6 \text{ m}$ od oka až do vzdáleností velmi velikých.

β) Nejvzdálenější předměty, které může člověk ještě zřetelně vidět druhými brýlemi, jsou od oka tak vzdáleny, že se zobrazují ve vzdálenosti d_2 od oka. Obraz je zdánlivý, přímý. Proto je $b'_2 = -d_2$ a podle vztahu (2) $f_2 = \frac{dd_1}{d_1 - d}$.

Po dosazení do zobrazovací rovnice vychází

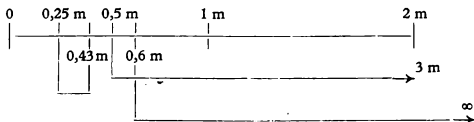
$$\frac{1}{a_2} = \frac{d_1 - d}{dd_1} + \frac{1}{d_2}, \text{ takže } \frac{1}{a_2} = \frac{d_1d_2 - dd_2 + dd_1}{d_1d_2d},$$

$$a_2 = \frac{d_1d_2d}{d_1d_2 - dd_2 + dd_1}. \quad (4)$$

Číselně:

$$a_2 = \frac{0,5 \cdot 3 \cdot 0,25}{3 \cdot 0,5 - 3 \cdot 0,25 + 0,5 \cdot 0,25} \text{ m} = \frac{3}{7} \text{ m} \doteq 43 \text{ cm}.$$

S použitím druhých brýlí vidí člověk zřetelně předměty vzdálené od oka v rozsahu vzdáleností $d = 25 \text{ cm}$ až $a_2 = \frac{d_1d_2d}{d_1d_2 - dd_2 + dd_1} \doteq 43 \text{ cm}$. Předmět vzdálený od oka 43 cm nevidí již s těmito brýlemi zřetelně.

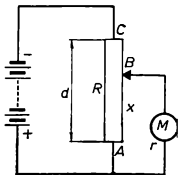


bez brýlí: $0,5 \text{ m}$ až 3 m

s prvními brýlemi: $0,6 \text{ m}$ až ∞

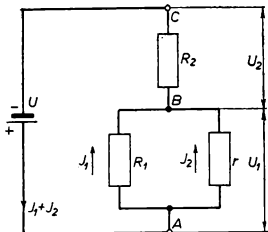
s druhými brýlemi: $0,25 \text{ m}$ až $0,43 \text{ m}$

3. Na obr. 33a je nakresleno schéma potenciometru délky d , kterým je možno měnit napětí U_1 na spotřebiči M . Na svorkách potenciometru je napětí U . Odpor spotřebiče označíme r , odpor potenciometru R . Vypočítejte závislost U_1 na vzdálenosti x jezdece potenciometru od jednoho z jeho konců.



a

Obr. 33a



b

Obr. 33b

- Určete velikost napětí U_1 pro hodnoty a) $x = 0$,
b) $x = d$, c) $x = \frac{d}{2}$, d) $r \gg R$, e) $r \ll R$.

Označení veličin a dané hodnoty: Konce potenciometru označíme A , C , jeho délku d . Jezdec potenciometru je v poloze B . Odpor na části AB potenciometru označíme R_1 , odpor části BC potenciometru R_2 . Odpor paralelního zapojení $AMBA$ je R' . Napětí mezi body AB označíme U_1 (obr. 33b), mezi body B , C je napětí U_2 .

Řešení: Odpor potenciometru je R ; na délce $BC = d - x$ potenciometru je odpor

$$R_2 = \frac{R(d-x)}{d}, \text{ na délce } AB \text{ je odpor } R_1 = \frac{Rx}{d}. \quad (1)$$

Mezi body A, B jsou zařazeny paralelně 2 větve, část potenciometru o odporu R_1 a spotřebič o odporu r . Celkový odpor R' tohoto paralelního zapojení je určen vztahem

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r} = \frac{r + R_1}{rR_1}, \text{ takže}$$

$$R' = \frac{rR_1}{r + R_1} = \frac{r \cdot \frac{Rx}{d}}{r + \frac{Rx}{d}} = \frac{rRx}{rd + Rx}.$$

Odpor R_2 a R' jsou zařazeny sériově. Proto platí $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R'}{R_2}$ a zároveň $U_2 = U - U_1$. Dosadíme-li za U_2 do první z těchto rovnic, dostaneme

$$U_1 \frac{R(d-x)}{d} = (U - U_1) \frac{rRx}{rd + Rx}$$

a po úpravách

$$U_1 \left(\frac{d-x}{d} + \frac{rx}{dr + xR} \right) = U \frac{rx}{dr + xR}$$

$$U_1 [(d-x)(dr + Rx) + rdx] = Urdx.$$

$$U_1 = U \frac{rdx}{rd^2 + Rdx - Rx^2}. \quad (2)$$

Závislost napětí U_1 na poloze jezdce je určena funkčním vztahem (2).

Úlohu lze řešit také pomocí Kirchhoffových zákonů.

Užijeme-li II. Kirchhoffova zákona (smyčkové pravidlo) na smyčky UAR_1BCU a $UArBCU$, dostaneme rovnice

$$U = R_1 I_1 + R_2 (I_1 + I_2)$$

a

$$U = r I_2 + R_2 (I_1 + I_2). \quad (3)$$

Odečteme-li druhou rovnici od první, vyjde $R_1 I_1 - r I_2 = 0$, takže

$$I_1 = \frac{r}{R_1} I_2. \quad (4)$$

První z rovnic (3) lze upravit

$$\begin{aligned} U &= (R_1 + R_2) I_1 + R_2 I_2 = R \frac{r}{R_1} I_2 + R_2 I_2 = \\ &= I_2 \left(\frac{Rr}{R_1} + R_2 \right). \end{aligned}$$

Dosadíme-li za $R_2 = \frac{R(d-x)}{d}$ a za $R_1 = \frac{Rx}{d}$, pak platí

$$\begin{aligned} U &= I_2 \left[\frac{Rrd}{Rx} + \frac{R(d-x)}{d} \right] = \\ &= I_2 \frac{rd^2 + Rx(d-x)}{dx}. \end{aligned}$$

Podle Ohmova zákona je napětí U_1 mezi body A , B určeno rovnicí $U_1 = rI_2$, takže platí

$$U_1 = \frac{drx}{rd^2 + Rx(d-x)} U,$$

v soulase s výrazem (2).

a) Pro $x = 0$, je $U_1 = 0$, neboť čitatel zlomku ve vztahu (2) je roven 0. To souhlasí se skutečností, neboť v tomto případě není spotřebič k potenciometru vůbec připojen.

b) Pro $x = d$ je $U_1 = U \frac{rd^2}{rd^2 + Rd^2 - Rd^2} = U$. Shoduje se také se skutečností, neboť spotřebič je zapojen na koncové body potenciometru, a proto má napětí U .

c) Pro $x = \frac{d}{2}$ je

$$U_1 = \frac{\frac{1}{2}rd^2}{rd^2 + \frac{1}{2}Rd^2 - \frac{1}{4}Rd^2} U = \frac{2rd^2}{4rd^2 + Rd^2} U = \frac{2r}{4r + R} U.$$

d) Je-li $r \gg R$, pak můžeme ve vztahu (2) téměř zanedbat členy obsahující R , takže $U_1 \doteq U \frac{x}{d}$. Výsledek souhlasí se skutečností. Je-li odpor r spotřebiče velmi veliký vzhledem k odporu po-

tenciometru, stává se hodnota $\frac{1}{r}$ zanedbatelně malou ve srovnání s hodnotami $\frac{1}{R}$ i $\frac{1}{R_1}$. Proto pro celkový odpor paralelního zapojení *AMBA* platí $\frac{1}{R'} \doteq \frac{1}{R_1}$ a $R' \doteq R_1$. Napětí na části *AB* potenciometru je U_1 , stejné jako na spotřebiči. Poněvadž $\frac{U_1}{U} = \frac{R'}{R}$ (spotřebičem protéká zanedbatelný proud), vychází $U_1 = U \frac{R'}{R} \doteq U \frac{R_1}{R}$ a po dosazení ze vztahu (1) $U_1 \doteq U \frac{x}{d}$.

e) Je-li $r \ll R$, pak můžeme ve vztahu (2) téměř zanedbat členy obsahující r ; čitatel zlomku ve výrazu (2) nabude hodnoty blížíící se nule, a proto je $U_1 \doteq 0$. I zde výsledek odpovídá skutečnosti. Při zanedbatelném malém odporu spotřebiče nastane ve větvi se spotřebičem zkrat a svorkové napětí na spotřebiči klesne téměř na nulu.

4. Stanovení teplotního součinitele odporu kovu

Pomůcky:

1. Malý dekádový odpor
2. Dva konstantní odpory stejně velké
3. Nulový indikátor
4. Zdroj 6 V =
5. Měřený kov ve tvaru spirály v izolační trubce
6. 5 krokodýlků

7. Širší zkumavka s lázní a míchačkou
8. Kádinka s vodou a míchačkou
9. Teploměr do 100 °C
10. Plynový kahan
11. Klíč
12. Spoje
13. Barometr
14. Milimetrový papír
15. Fyzikální tabulky

Návod: Odpor kovových vodičů zpravidla vzrůstá s teplotou podle známého vztahu:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha \cdot t), \quad (1)$$

kde R_0 je odpor kovového vodiče při 0 °C, α je příslušný teplotní součinitel odporu.

Ze vztahu (1) lze početně jednoduše stanovit:

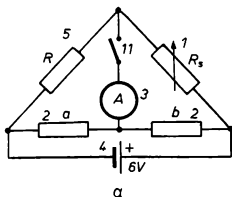
$$\alpha = \frac{1}{t} \cdot \frac{R_t - R_0}{R_0}. \quad (2)$$

Měření odporu kovu provedeme jednak při teplotě tajícího ledu (0 °C), jednak při teplotě vroucí vody (t °C) za daného barometrického tlaku. Jak patrně, je vztah (1) lineární funkční závislostí $R = f(t)$. Dá se tedy i graficky z její směrnice k určit snadno α (ovšem s menší přesností)

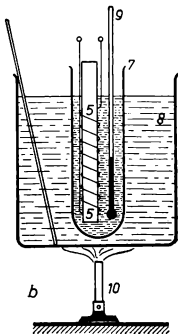
$$k = R_0 \cdot \alpha. \quad (3)$$

Měření: K měření odporu užijeme metody Wheatstoneova mostu v zapojení podle obr. 34a.

Součet odporů $a + b$ udržujeme při měření stálý a odpory a, b přibližně stejně velké (nejpřesněji totiž měříme metodou Wheatstoneova mostu, když odpory a a b jsou si rovny). Porovnávací odpor R_s volíme přibližně stejně velký jako měřený odpor R při 0°C . Po vyrovnaní mostu (indikátor ukazuje nulovou výchylku) regulací odporu R_s



Obr. 34a



Obr. 34b

stanovíme odpor R ze známého vztahu

$$R = R_s \cdot \frac{a}{b}. \quad (4)$$

Neznámým odporem R je spirálová cívka z drátu měřeného kovu navinutá na trubičce z elektricky izolační hmoty (obr. 34b) a přetřená izolačním lakem.

Cívka je ponořena do vodní lázně v širší zkumavce. Do téže lázně je současně zasunut teploměr a drátěná míchačka. Obou teplot, potřebných ke stanovení součinitele α podle (2), dosáhneme ponořením zkumavky do kádinky a) se směsí ledu a vody, b) s vroucí vodou za daného barometrického tlaku. Lze též provést v daném uspořádání změření odporu R při teplotách mezi oběma dříve uvedenými teplotami a ověřit tak lineární závislost danou vztahem (1).

Přesnost měření. Poněvadž víme, že každé fyzikální měření je zatíženo chybou, je nutno ještě před měřením provést odhad přesnosti měření. Zjistíme, že odpor R_t na malé odporové dekádě lze stanovit s přesností na $0,1 \, \Omega$ a teploměrem teplotu s přesností $0,5 \, ^\circ\text{C}$. Pro relativní chybu teplotního součinitele α odporu plyne ze vzorce (2)

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta (R_t - R_0)}{R_t - R_0} + \frac{\Delta R_0}{R_0}. \quad (5)$$

Poněvadž $t = 100 \, ^\circ\text{C}$, je $\frac{\Delta t}{t} < 1 \, \%$.

Aby $\frac{\Delta (R_t - R_0)}{R_t - R_0} \leq 1 \, \%$ musí být změna odporu R při zahřátí z $0 \, ^\circ\text{C}$ na $100 \, ^\circ\text{C}$ aspoň $10 \, \Omega$, což lze realizovat volbou vhodné délky a průměru kovové spirály.

Aby $\frac{\Delta R_0}{R_0} \ll 1 \, \%$ (např. $R_0 = 60 \, \Omega$), lze dosáhnout též volbou vhodné délky a průměru spi-

rály. Ze vztahu (5) plyne, že $\frac{\Delta \alpha}{\alpha} < 2 \%$, což jistě pro náš účel postačuje.

Součinitele α lze pak stanovit na 2 platná místa.

Pracovní úkol: Stanovte teplotní součinitele α odporu a kovové spirály a) měřením a výpočtem podle vztahu (2) a ověřte graficky lineární závislost danou vztahem (1);

b) porovnáním vypočteného α s údajem ve fyzikálních tabulkách určete z jakého kovu je spirála zhotovena.

Postup měření: Zapojili jsme obvod podle obr. 34a a při měření jsme postupovali přesně podle pokynů v návodě.

Při teplotě tajícího ledu (0°C) jsme naměřili odpor spirály $R_0 = 48 \Omega$, při teplotě $t = 100^\circ\text{C}$ byl odpor $R_t = 67,2 \Omega$. Ze vztahu (2) vychází

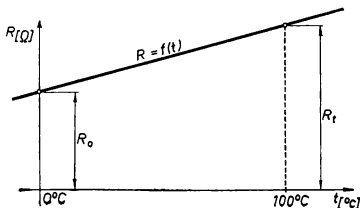
$$\alpha = \frac{1}{100} \frac{67,2 - 48}{48} \text{ deg}^{-1} = 0,004 \text{ deg}^{-1}.$$

Měřením jsme zjistili velikost teplotního součinitele odporu kovu dané spirály $\alpha = 0,004 \text{ deg}^{-1}$.

Abychom se přesvědčili o správnosti vztahu (1), podle něhož je odpor R lineární funkcí teploty t , změřili jsme odpor spirály ještě při teplotě $t' = 50^\circ\text{C}$. Při této teplotě jsme naměřili odpor spirály $R'_t = 57,5 \Omega$. Z rovnice (1) vychází pro odpor spirály při teplotě $t' = 50^\circ\text{C}$ a při dosazení naměřené hodnoty $\alpha = 0,004 \text{ deg}^{-1}$

$R = 48 (1 + 0,004 \cdot 50) \, \Omega = 48 \cdot 1,2 \, \Omega = 57,6 \, \Omega$, což dobře souhlasí s naměřenou hodnotou $R_t' = 57,5 \, \Omega$.

Jestliže porovnáme vypočítanou hodnotu α s hodnotami uvedenými v tabulkách, zjistíme, že kovem, z něhož je spirála zhotovena, je měď.



Obr. 35

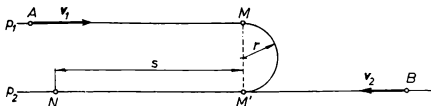
Při měření jsme splnili podmínky uvedené v odstavci „Přesnost měření“, takže můžeme říci, že relativní chyba měřené veličiny nepřesahuje 2 %.

Při sestavování grafu závislosti odporu na teplotě jsme nanášeli na osu x teploty a na osu y příslušné odpory; délka 1 mm značí na ose x hodnotu $1 \, ^\circ\text{C}$, na ose y hodnotu $1 \, \Omega$. Grafem (obr. 35) je přímka, jejíž směrnici k je podle rovnice (1) výraz $k = R_0 \alpha$. Kdybychom z grafu změřili směrnici, mohli bychom i tímto způsobem určit $\alpha = \frac{k}{R_0}$, ovšem méně přesně než výpočtem.

12. ŘEŠENÍ ÚLOH KATEGORIE B

První kolo soutěže

1. Dvě letadla A a B se pohybují proti sobě po rovnoběžných dráhách p_1 a p_2 (obr. 36), první rychlostí v_1 , druhé rychlostí $v_2 < v_1$. V okamžiku setkání (na přímce MM') začne rychlejší letadlo A zatáčet o 180° a pronásledovat letadlo B . Minimální poloměr zatáčky je omezen podmínkou, že dostředivé zrychlení nesmí přesáhnout hodnotu a .



Obr. 36

Jakou dráhu uletí letadlo B do okamžiku, kdy je letadlo A dohoní?

Číselně řešte pro hodnoty $v_1 = 1\,080\text{ km h}^{-1}$, $v_2 = 900\text{ km h}^{-1}$, $a = 5g$.

Označení veličin a dané hodnoty: Letadla A a B se nacházejí v bodech M (letadlo A) a M' (letadlo B) ve stejném okamžiku. Letadlo B pokračuje v letu v původním směru, letadlo A koná nejprve po dobu t' dráhu po polokružnici MM' o poloměru r , jejíž délka je $l = \pi r$. Dostředivé zrychlení na této dráze má hodnotu $a = 5g = 5 \cdot 10\text{ m s}^{-2}$. Potom stíhá letadlo A letadlo B po

přímce p_2 a dostihne je v bodě N . Dráhu $M'N = s$ uletí letadlo B za čas t , letadlo A za čas $t - t'$. Rychlosti mají hodnoty $v_1 = 1\,080\text{ km h}^{-1} = 3 \cdot 10^2\text{ m s}^{-1}$ a $v_2 = 900\text{ km h}^{-1} = 2,5 \cdot 10^2\text{ m s}^{-1}$.

Řešení: Z velikosti dostředivého zrychlení $a = \frac{v_1^2}{r}$ určíme poloměr zatáčky $r = \frac{v_1^2}{a}$ a čas $t' = \frac{l}{v_1} = \frac{\pi r}{v_1} = \frac{\pi v_1}{a} = \frac{\pi v_1}{5g}$.

Letadlo B vykoná dráhu $M'N = s$ za čas t , letadlo A za čas $t - t'$. Protože pohyby obou letadel jsou rovnoměrné, platí pro dráhu s dvě rovnice

$$s = v_2 t \quad \text{a} \quad s = v_1 (t - t') = v_1 \left(t - \frac{\pi v_1}{5g} \right).$$

Z porovnání posledních dvou výrazů vychází

$$v_1 \left(t - \frac{\pi v_1}{5g} \right) = v_2 t.$$

Odtud určíme

$$t = \frac{\pi v_1^2}{5g(v_1 - v_2)}$$

a

$$s = v_2 t = \frac{\pi v_1^2 v_2}{5g(v_1 - v_2)}. \quad (1)$$

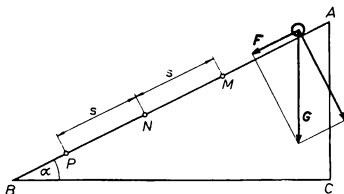
Číselně: $s =$

$$= \frac{3,14 \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^2}{5 \cdot 10 (300 - 250)} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ m s}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^2 \text{ m}^{-1} \text{ s} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 9 \cdot 10^5}{2 \cdot 50} \text{ m} = 3,14 \cdot 9 \cdot 10^3 \text{ m} =$$

$$= 28,26 \cdot 10^3 \text{ m}.$$

Do okamžiku, kdy letadlo *A* dohonilo letadlo *B*, urazilo letadlo *B* dráhu, určenou vztahem (1), číselně 28,26 km.



Obr. 37

2. Na nakloněné rovině jsou dva na sebe navazující úseky, každý o délce s . Kulička pohybující se po nakloněné rovině proběhla první úsek za dobu t_1 , druhý úsek za dobu t_2 ($t_2 \leq t_1$). Určete úhel sklonu nakloněné roviny. Tření a odpor prostředí zanedbejte.

Číselně řešte pro hodnoty: $s = 3 \text{ m}$, $t_1 = 0,6 \text{ s}$, $t_2 = 0,4 \text{ s}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

Označení veličin: Dva na sebe navazující úseky na nakloněné rovině jsou na obr. 37 naznačeny úsečkami $\overline{MN}$ a $\overline{NP}$. V bodě *M* má pohybující se kulička určitou rychlost v_0 , její rychlost v bodě *N*

označíme v_1 , rychlost v bodě P bude v_2 . Hmotu kuličky označíme m , úhel nakloněné roviny α .

Řešení: Kulička pohybující se po nakloněné rovině má v bodě M rychlost v_0 a koná tedy na úseku MN pohyb složený ze dvou pohybů, z rovnoměrného s rychlostí v_0 a z rovnoměrně zrychleného se zrychlením a . Proto platí pro rychlost kuličky v bodě N a pro dráhu $s = \overline{MN}$ rovnice

$$v_1 = v_0 + at_1 \quad \text{a} \quad s = v_0 t_1 + \frac{1}{2} at_1^2. \quad (1)$$

Obdobně platí pro rychlost v bodě P a pro dráhu NP

$$v_2 = v_1 + at_2 = v_0 + at_1 + at_2 = v_0 + a(t_1 + t_2)$$

$$\text{a} \quad s = v_1 t_2 + \frac{1}{2} at_2^2 = (v_0 + at_1) t_2 + \frac{1}{2} at_2^2. \quad (2)$$

Rovnice (1) a (2) obsahují dvě neznámé veličiny v_0 a a . Z rovnice (1) vypočítáme

$$v_0 = \frac{s - \frac{1}{2} at_1^2}{t_1}$$

a dosadíme do (2)

$$s = \left(\frac{s - \frac{1}{2} at_1^2}{t_1} + at_1 \right) t_2 + \frac{1}{2} at_2^2$$

$$s = \frac{2s - at_1^2 + 2at_1^2}{2t_1} t_2 + \frac{1}{2} at_2^2;$$

po úpravě vychází

$$2s(t_1 - t_2) = at_1 t_2 (t_1 + t_2),$$

$$a = \frac{2s(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}. \quad (3)$$

Zrychlení pohybu kuličky po nakloněné rovině je působeno pohybovou složkou F tíhové síly G . Proto platí $ma = mg \sin \alpha$, takže po dosazení za a ze vztahu (3) vychází

$$\sin \alpha = \frac{a}{g} = \frac{2s(t_1 - t_2)}{g t_1 t_2 (t_1 + t_2)}. \quad (4)$$

Číselně:

$$\sin \alpha = \frac{2 \cdot 3 (0,6 - 0,4)}{10 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 1} \text{ m s m}^{-1} \text{ s}^2 \text{ s}^{-2} \text{ s}^{-1} = \frac{1}{2},$$

takže

$$\alpha = 30^\circ.$$

Nakloněná rovina má podle obecného vzorce (4) sklon 30° .

Diskuse: Jmenovatel zlomku ve výrazu (4) je kladný a úhel $\alpha < 90^\circ$. Úloha je tedy reálná jen tehdy, jestliže $t_1 \geq t_2$. V případě, že $t_1 = t_2$, kdy je $\alpha = 0$, byla by rovina AB vodorovná.

3. Dutá koule o poloměru r je zcela naplněna vodou. Plnicí otvor v nejvyšším bodě A je otevřen. Další malý otvor je v bodě B v horní polokouli. Úhel, který svírá poloměr $\overline{BS}$, kde S je střed koule,

s vodorovnou rovinou τ , procházející středem koule, je α . Otevřeme-li otvor v bodě B , vystříkne vodní paprsek ve směru SB ; při výtoku je kapalina doplňována otvorem v bodě A , takže nádoba je stále plná. Určete:

- rychlost v , jakou vodní paprsek vystřikuje z otvoru B ;
- maximální výšku, které paprsek dosáhne nad rovinou τ ;
- v jaké vzdálenosti od středu S koule protne tento paprsek rovinu τ .

Vnitřní tření kapaliny, tření o okraje otvoru, jakož i odpor prostředí zanedbejte.

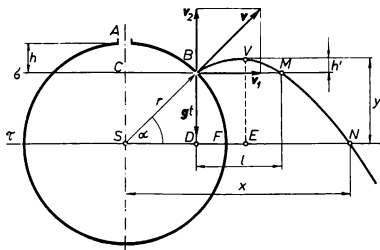
Proveďte rozbor pro různé úhly α .

Číselně řešte pro $r = 1 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$.

Označení veličin a dané hodnoty: Výška otvoru A nad rovinou $\sigma \parallel \tau$ a procházející bodem B je h . Hydrostatický tlak vody v místě B je $p = h \rho g$, kde $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ je tíhové zrychlení a $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ je hustota vody. Složka rychlosti $\mathbf{v}$ ve vodorovném směru má velikost v_1 , ve svislém směru v_2 . Největší výšku nad rovinou σ , které dosáhne vodní paprsek tryskající z místa B , označíme h' ; body, v nichž protne vodní paprsek roviny σ a τ , jsou M a N . Vzdálenost $\overline{BM} = l$, vzdálenost $\overline{SN} = x$. Svislé přímky vedené body B a vrcholem parabolické dráhy vodního paprsku protínají τ v bodech D a E .

Řešení: a) Z obr. 38 je patrné, že $h = \overline{AS} - \overline{CS} = r - r \sin \alpha = r(1 - \sin \alpha)$. Hydrostatic-

ký tlak $p = h \rho g$ vody v otvoru B je číselně roven potenciální energii jednotkového objemu vody, nacházející se v místě B . Kinetická energie téhož množství vody opouštějící kouli otvorem B má



Obr. 38

hodnotu $\frac{1}{2} \rho v^2$. Podle zákona zachování energie platí $h \rho g = \frac{1}{2} \rho v^2$. Odtud určíme

$$v = \sqrt{2hg} = \sqrt{2rg(1 - \sin \alpha)}. \quad (1)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot 1 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) 10} \sqrt{\text{m m s}^{-2}} = \\ &= \sqrt{5,86} \text{ m s}^{-1} \doteq 2,42 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

Vodní paprsek vystřikuje z otvoru v místě B rychlostí určenou obecně vztahem (1), číselně $2,42 \text{ m s}^{-1}$.

b) Rychlost $\mathbf{v}$ každé částičky opouštějící otvor B rozložíme na dvě složky, $\mathbf{v}_1$ ve směru vodorovném a $\mathbf{v}_2$ ve směru svislém nahoru. Velikosti těchto složek jsou $v_1 = v \cos \alpha$ a $v_2 = v \sin \alpha$. K těmto dvěma složkám přistupuje ještě rychlost gt volného pádu ve směru svislém dolů, neboť každá částice vodního paprsku podléhá účinkům gravitačního pole zemského. Ve směru svislém vzhůru se tedy pohybují částice vody rychlostí $v_y = v_2 - gt$. Označíme-li t_1 dobu, po kterou částice stoupá po parabolickém oblouku BV , pak platí $v_2 - gt_1 = 0$, protože složka rychlosti ve svislém směru je při šikmém vrhu ve vrcholu dráhy rovna 0. Je tedy

$$t_1 = \frac{v_2}{g} = \frac{v \sin \alpha}{g}. \quad (2)$$

Svislá složka dráhy vodní částice má velikost $s_2 = v_2 t - \frac{1}{2} g t^2$ a za dobu t_1 nabývá hodnoty h' , takže $h' = v_2 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$. Dosadíme-li za t_1 ze vztahu (2) a za $v_2 = v \sin \alpha$, dostaneme

$$h' = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g}.$$

Po dosazení za v ze vztahu (1) dojdeme k výsledku

$$h' = \frac{2r(1 - \sin \alpha)g \sin^2 \alpha}{2g} = r(1 - \sin \alpha) \sin^2 \alpha. \quad (3)$$

Největší výška vodního paprsku nad rovinou τ je

$$\begin{aligned} y &= SC + h' = r \sin \alpha + r(1 - \sin \alpha) \sin^2 \alpha = \\ &= r \sin \alpha (1 + \sin \alpha - \sin^2 \alpha). \end{aligned} \quad (4)$$

Číselně:

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right) \text{ m} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \text{ m} \doteq 0,85 \text{ m}.$$

Vrchol parabolické dráhy vodního paprsku je nad rovinou τ ve výšce určené vztahem (4), číselně 0,85 m.

c) Dobu t_2 , za kterou vykonají částice vodního paprsku parabolický oblouk VN , určíme pomocí svislé složky $\overline{VE} = y = \frac{1}{2} g t_2^2$ dráhy. Z této rovnice vychází

$$t_2 = \sqrt{\frac{2y}{g}}. \quad (5)$$

Částice se tedy pohybují po parabolickém oblouku BVN po dobu $t' = t_1 + t_2$.

Vodorovná složka této dráhy

$$\begin{aligned}
 s_1 = \overline{DN} &= v_1(t_1 + t_2) = v \cos \alpha \left(\frac{v \sin \alpha}{g} + \sqrt{\frac{2y}{g}} \right) = \\
 &= \frac{v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} + \frac{v \cos \alpha}{g} \sqrt{2gy} = \\
 &= 2r(1 - \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{g} \cdot \\
 &\quad \cdot \sqrt{2r(1 - \sin \alpha) \cdot g \cdot g 2r \sin \alpha (1 + \sin \alpha - \sin^2 \alpha)} = \\
 &= r \sin 2\alpha (1 - \sin \alpha) + \\
 &+ 2r \cos \alpha \sqrt{(1 - \sin \alpha) \sin \alpha (1 + \sin \alpha - \sin^2 \alpha)} = \\
 &= r [\sin 2\alpha (1 - \sin \alpha) + \\
 &+ 2 \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha [1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha (1 - \sin \alpha)]}] = \\
 &= r [\sin 2\alpha (1 - \sin \alpha) + \\
 &+ 2 \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha)}] = \\
 &= r [\sin 2\alpha (1 - \sin \alpha) + \\
 &+ 2 \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha)}] . \quad (6)
 \end{aligned}$$

Místo, kde paprsek protne rovinu τ , je od středu koule vzdáleno

$$\begin{aligned}
 x = \overline{SD} + \overline{DN} &= r \cos \alpha + s_1 = r [\cos \alpha + \\
 &+ \sin 2\alpha (1 - \sin \alpha) + \\
 &+ 2 \cos \alpha \cdot \sqrt{\sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha)}] . \quad (7)
 \end{aligned}$$

Číselně:

$$\begin{aligned}
 x &= \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \right. \\
 &\quad \left. + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(1 - 1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \frac{\sqrt{2}}{2}} \right] m = \\
 &= \left(1 + \sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{4}}\right) m = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) m = 1,707 \text{ m}
 \end{aligned}$$

.Místo dopadu vodního paprsku na rovinu τ je podle obecného vztahu (7) vzdáleno od středu koule o 1,7 m.

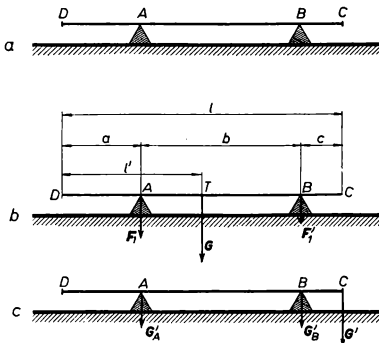
Rozbor: Pro úhly $\alpha_1 = 0^\circ$ a $\alpha_2 = 90^\circ$ není úloha reálná. V prvním případě vytryskává voda z otvoru ležícího v bodě F rychlostí $v_1 = \sqrt{2rg}$, což je patrné ze vztahu (1). Vrcholem parabolické dráhy je však bod F a vodní paprsek na rovinu τ nedopadá. V druhém případě je podle vztahu (1) rychlost $v_2 = 0$, takže voda netryská z otvoru, který se v tomto případě nachází v bodě A .

V částech a) a b) je tedy úloha reálná jen pro ostré úhly α , takže $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Má-li být úloha reálná i v části c), pak musí být $x \geq r$, takže úhel α musí splňovat ještě další podmínku

$$\begin{aligned}
 &\cos \alpha + \sin 2\alpha (1 - \sin \alpha) + \\
 &+ 2 \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha)} \geq 1.
 \end{aligned}$$

4. Dřevěná deska o délce l a o tíze G je podepřena v bodech A, B (obr. 39a); platí $\overline{BC} : \overline{DA} : \overline{AB} = 1 : 3 : 6$. Určete:



Obr. 39

a) jak velká síla F_A působí na podpěru v bodě A a jak velká síla F_B na podpěru v bodě B ;

b) jak se změní tyto síly, postaví-li se na desku do bodu C člověk o tíze G' ;

c) jak se změní tyto síly, přechází-li člověk po desce směrem k bodu A . Udejte velikosti těchto sil, je-li člověk v bodě B a v bodě A ;

d) jak daleko smí člověk přejít za bod A , nemá-li se deska překloupit kolem bodu A .

Číselně řešte pro hodnoty: $l = 5$ m, $G = 36$ kp, $G' = 72$ kp.

Označení veličin a dané hodnoty: Délka dřevěné desky $\overline{DC} = l = 5$ m; $\overline{DA} = a$, $\overline{AB} = b$, $\overline{BC} = c$; $c : a : b = m : n : p$, kde $m = 1$, $n = 3$, $p = 6$. Těžiště T desky leží v jejím středu, takže $\overline{DT} = \overline{TC} = \frac{l}{2} = l'$. Deska se překloupí kolem bodu A , přejde-li člověk za bod X , který leží uvnitř úsečky $\overline{DA}$ ve vzdálenosti $\overline{AX} = x$. Síly F_A a F_B mění svou velikost podle toho, jak a ve kterém místě je deska zatížena.

Řešení: Ze vztahu $c : a : b = m : n : p$ je zřejmé, že $c = km$, $a = kn$, $b = kp$, kde k je jisté reálné číslo, jehož velikost určíme pomocí rovnice $a + b + c = l$. Dosadíme-li za a , b , c , dostaneme $k(m + n + p) = l$, takže $k = \frac{l}{m + n + p}$. Proto je

$$\begin{aligned} a &= \frac{nl}{m + n + p}, & b &= \frac{pl}{m + n + p}, \\ c &= \frac{ml}{m + n + p}. \end{aligned} \quad (1)$$

Číselně:

$$a = \frac{15}{10} \text{ m} = 1,5 \text{ m}, \quad b = 3 \text{ m}, \quad c = 0,5 \text{ m}.$$

a) Působí-li na podpěry v místech A a B jen vlastní tíha desky, označíme F_A a F_B písmeny F_1 a F'_1 . Síly F_1 a F'_1 jsou dvě souhlasně orientované síly, rovnoběžné se silou G . Podle zákona o skládání souhlasně orientovaných rovnoběžných sil platí $F_1 + F'_1 = G$ a zároveň podle momentového zákona $F_1 \cdot \overline{TA} - F'_1 \cdot \overline{TB} = 0$. Z obr. 39b je zřejmé, že $\overline{TA} = l' - a$ a $\overline{TB} = l' - c$, takže

$$F_1 (l' - a) = F'_1 (l' - c).$$

Odtud určíme

$$F'_1 = F_1 \frac{l' - a}{l' - c}. \quad (2)$$

$$\text{Poněvadž } F_1 + F'_1 = G, \text{ je } F_1 \left(1 + \frac{l' - a}{l' - c} \right) = G.$$

Poslední rovnici upravíme na

$$\begin{aligned} F_1 &= G \frac{l' - c}{l' - (a + c)} = G \frac{l' - c}{b} = \\ &= G \frac{n + p - m}{2p}. \end{aligned} \quad (3)$$

Po dosazení za F_1 do vztahu (2) vyjde po úpravě

$$F'_1 = \frac{m + p - n}{2p} G. \quad (4)$$

Číselně:

$$F_1 = 36 \cdot \frac{2}{3} \text{ kp} = 24 \text{ kp} \quad \text{a} \quad F'_1 = 36 \cdot \frac{1}{3} \text{ kp} = 12 \text{ kp}.$$

Působí-li na podpěry A, B jen tíha dřevěné desky, pak podléhají tlakovým silám určeným obecně vztahy (3) a (4), číselně 24 kp a 12 kp.

b) Tíhu G' člověka nacházejícího se v místě C rozložíme na dvě souhlasně orientované síly G'_A a G'_B , které působí v bodech A a B (obr. 39c). Pro tyto síly platí $G'_A + G'_B = G'$ a zároveň podle momentového zákona $G'_A(b+c) + G'_B \cdot c = 0$. Druhou z těchto rovnic upravíme na tvar $c(G'_A + G'_B) + bG'_A = 0$ a určíme

$$G'_A = -\frac{c}{b} G' = -\frac{m}{p} G'. \quad (5)$$

Z rovnice $G'_A + G'_B = G'$ vypočítáme

$$G'_B = G' - G'_A = G' \left(1 + \frac{m}{p}\right) = G' \frac{m+p}{p}. \quad (6)$$

Označíme-li celkovou tlakovou sílu v místě A na podpěru F_2 a F'_2 v místě B , platí

$$F_2 = F_1 + G'_A = G \frac{n+p-m}{2p} - G' \frac{m}{p}. \quad (7)$$

$$F'_2 = F'_1 + G'_B = G \frac{m+p-n}{2p} + G' \frac{m+p}{p}. \quad (8)$$

Číselně:

$$F_2 = 24 \text{ kp} - \frac{1}{6} \cdot 72 \text{ kp} = 12 \text{ kp} \text{ a}$$

$$F'_2 = 12 \text{ kp} + \frac{7}{6} \cdot 72 \text{ kp} = 96 \text{ kp}.$$

Postaví-li se na desku v místě C člověk o tíze G' , nabudou tlakové síly na podpěry v místech A a B hodnot určených výrazy (7) a (8), číselně 12 kp a 96 kp.

c) Stojí-li člověk na desce, působí na opory v bodech A a B síly F_2 a F'_2 , jejichž velikost je určena složkami F_1 , F'_1 , G'_A , G'_B . Přechází-li po desce směrem k bodu A , nemění se velikost sil F_1 a F'_1 , mění se však velikosti sil G'_A a G'_B . Sledujme, jak se mění velikost složky G'_A , která je určena vztahem (5).

Její velikost je $G'_A = -\frac{c}{b} G'$. Pokud se člověk pohybuje po úsečce $\overline{CB}$, má G'_A zápornou hodnotu; její absolutní hodnota se zmenšuje, neboť se zmenšuje c při konstantním b . Podle rovnice (7) se tedy F_2 zvětšuje. Nejmenší absolutní hodnotu $|G'_A| = 0$ má síla G'_A pro $c = 0$, tj. tehdy, stane-li člověk v bodě B . Pak $F_2 = F_1$.

Protože $G'_A + G'_B = G'$, je při $G'_A = 0$ složka $G'_B = G'$ a podle vztahu (8) je $F'_2 = F'_1 + G'$.

Stane-li člověk v bodě B , působí na podpěru v bodě A tlaková síla určená vztahem (3), číselně 24 kp a na podpěru v bodě B tlaková

síla $F'_1 + G'$. Hodnota F'_1 je určena vztahem (4). Číselná hodnota tlakové síly na podporu v bodě B je za tohoto stavu 84 kp.

Postupuje-li člověk po desce dále od bodu B směrem k bodu A , nabývá G'_A kladných hodnot, neboť úsečka c při přechodu bodem B změnila orientaci. Protože se c zvětšuje, roste také G'_A i F_2 ; síla F'_2 se zmenšuje.

Stane-li člověk v bodě A , nabude G'_A hodnoty G' , neboť $c = b$. Velikost síly G'_B je pak rovna nule.

Nachází-li se člověk v místě A , působí na podpěru v bodě A síla $F_1 + G' = 96$ kp a na podpěru v místě B síla $F'_1 = 12$ kp.

d) Přejde-li člověk za bod A směrem k bodu D , může se deska otáčet kolem bodu A . Deska se stane dvojzvratnou pákou. Rovnováha na ní nastane, bude-li člověk v takové vzdálenosti x od bodu A , že bude platit momentový zákon $G'x - G(l' - a) = 0$, odkud určíme

$$\begin{aligned} x &= \frac{G}{G'}(l' - a) = \frac{G}{G'} \left(\frac{l}{2} - \frac{nl}{m+n+p} \right) = \\ &= \frac{Gl}{G'} \frac{m+p-n}{2(m+n+p)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Číselně:

$$x = \frac{36 \cdot 5}{72} \frac{4}{2 \cdot 10} \text{ m} = 0,5 \text{ m}.$$

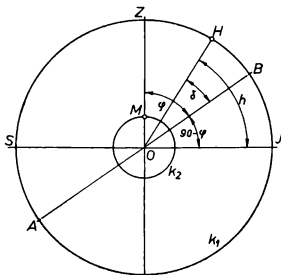
Překlopení desky začne hrozit v okamžiku, kdy se člověk vzdálí od bodu A směrem k bodu D o délku x určenou vztahem (9), číselně 0,5 m.

5. Po ztrátě orientace bylo letadlo nuceno přistát na moři ve večerních hodinách dne 30. září. Pro určení zeměpisné polohy měla posádka k použití seznam některých jasných hvězd se známou rektascenzí a deklinací, dále sextant na měření výšky hvězdy nad obzorem a palubní hodiny s časem T_0 greenwichského poledníku (světový čas). V čase $T_0 = 10$ h 30 min byla při průchodu hvězdy β v souhvězdí Pegasa místním poledníkem změřena její výška nad obzorem $h = 69^\circ 35'$; rektascenze hvězdy $\alpha = 23$ h 01 min, deklinace $\delta = 27^\circ 49'$. Určete zeměpisnou délku λ a zeměpisnou šířku φ místa přistání.

Označení veličin a dané hodnoty: Letadlo přistálo v místě M , jehož zeměpisná šířka je φ a zeměpisná délka je λ . Hvězdu v souhvězdí Pegasa označíme H . Střední sluneční čas označíme T , pravý τ , hvězdný čas θ , časovou rovnici R . Dne 30. září je $R = 10$ min.

Řešení: Kružnice k_1 a k_2 na obr. 40 znázorňují řez světové a zemské koule rovinou poledníku místa M , jež má zeměpisnou šířku φ . Úsečka $\overline{AB}$ znázorňuje světový rovník. Astronomický obzor je rovina procházející středem O světové koule, rovnoběžná s tečnou rovinou k zemské kouli v místě M . Je znázorněn úsečkou $\overline{S\bar{J}}$. Deklinace δ

hvězdy H je určena úhlem $\angle HOB$, $\angle HOJ$ je výška h hvězdy H při její svrchní kulminaci, bod Z je zenitem posádky letadla v místě M , $\angle ZOB$ je zeměpisná šířka místa M . Úhel $\angle BOJ$ udává odchylku rovníku od obzoru a má podle obr. 40 velikost $90^\circ - \varphi$.



Obr. 40

Z obr. 40 je patrné, že $\angle HOJ = \angle BOJ + \angle HOB$, tj. $h = 90^\circ - \varphi + \delta$, takže

$$\varphi = 90^\circ + \delta - h. \quad (1)$$

Číselně:

$$= 90^\circ + 27^\circ 49' - 69^\circ 35' = 48^\circ 14'.$$

Letadlo přistálo v místě M o zeměpisné šířce $48^\circ 14'$.

Zeměpisná délka λ určitého místa je určena obloukem na rovníku mezi greenwickským poledníkem a místním poledníkem. Má-li tedy místo nacházející se na greenwickském poledníku střední sluneční čas T_0 , má místo na poledníku nacházejícím se o λ obloukových hodin na východ střední sluneční čas T větší o λ , neboť slunce vykoná za jednu časovou hodinu na obloze dráhu rovnou jedné obloukové hodině (15°). Proto platí

$$\lambda = T - T_0. \quad (2)$$

Abychom mohli určit λ , musíme nejprve vypočítat T .

Dne 23. září v okamžiku podzimní rovnodennosti je hvězdný čas ϑ roven pravému slunečnímu času τ . O 24 hodiny později bude pravý sluneční čas asi o 4 minuty (3 min 56 s) menší než hvězdný čas a 30.9, tj. za dobu $t = 7$ dní, o $4t = 28$ min menší než hvězdný čas. Proto dne 30. září platí $\tau = \vartheta - 4t$ minut.

Pomocí časové rovnice $R = \tau - T$ (rozdíl pravého a středního slunečního času), jejíž hodnotu najdeme v tabulkách nebo z grafu, vypočítáme

$$T = \tau - R = \vartheta - 4t - R. \quad (3)$$

Dosadíme-li do vztahu (2) hodnotu T ze vztahu (3), určíme

$$\lambda = \vartheta - 4t - R - T_0. \quad (4)$$

Měření času prováděla posádka letadla při horním průchodu hvězdy místním poledníkem. Pro-

tože v tomto okamžiku je hodinový úhel hvězdy roven nule, platí $\vartheta = \alpha$ a po dosazení do (4)

$$\lambda = \alpha - 4t - R - T_0. \quad (5)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} \lambda &= 23^h 01^{min} - 4 \cdot 7^{min} - 10^{min} - 10^h 30^{min} = \\ &= 23^h 01^{min} - 11^h 08^{min} = 11^h 53^{min} = \\ &= 11 \frac{53}{60} \text{ h} \cdot 15^\circ/\text{h} = 178^\circ 15'. \end{aligned}$$

Zeměpisná šířka a délka místa, na kterém letadlo nouzově přistálo, jsou obecně určeny vztahy (1) a (5), číselně je $\varphi = 48^\circ 14'$ a $\lambda = 178^\circ 15'$ vých. délky.

6. Náramek ze zlata o hustotě ρ_1 a platiny o hustotě ρ_2 má celkovou hmotu m_1 . Byla zhotovena napodobenina z pozlacené mosazi (o hustotě ρ_3) a stříbra (o hustotě ρ_4) o celkové hmotě m_2 .

Určete:

- hmotu zlata a hmotu platiny v náramku;
- podmínky pro m_1 a m_2 , aby úloha byla řešitelná.

Číselně řešte pro hodnoty: $m_1 = 220 \text{ g}$, $m_2 = 100 \text{ g}$, $\rho_1 = 19,20 \text{ g cm}^{-3}$, $\rho_2 = 21,4 \text{ g cm}^{-3}$, $\rho_3 = 8,4 \text{ g cm}^{-3}$, $\rho_4 = 10,5 \text{ g cm}^{-3}$.

Označení veličin a dané hodnoty: Předpokládáme, že v napodobenině bylo zlato nahrazeno stejným objemem pozlacené mosazi a platina stejným

objemem stříbra. Objem zlata a objem mosazi označíme V_1 , objem platiny a objem stříbra V_2 . Hmotu zlata označíme x_1 , hmotu platiny $y_1 = m_1 - x_1$, hmotu mosazi x_2 , hmotu stříbra $y_2 = m_2 - x_2$; $m_1 = 2,2 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$, $m_2 = 10^{-1} \text{ kg}$, $\varrho_1 = 1,92 \cdot 10^4 \text{ kg m}^{-3}$, $\varrho_2 = 2,14 \cdot 10^4 \text{ kg m}^{-3}$, $\varrho_3 = 8,4 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $\varrho_4 = 1,05 \cdot 10^4 \text{ kg m}^{-3}$.

Řešení: a) Protože $V_1 = \frac{x_1}{\varrho_1} = \frac{x_2}{\varrho_3}$ a $V_2 =$

$$\frac{m_1 - x_1}{\varrho_2} = \frac{m_2 - x_2}{\varrho_4},$$

platí

$$\frac{x_1}{\varrho_1} \varrho_3 + \frac{m_1 - x_1}{\varrho_2} \varrho_4 = m_2.$$

Rovnice je rozměrově správná. Určíme z ní neznámou veličinu x_1 . Obě strany rovnice násobíme výrazem $\varrho_1 \varrho_2$ a po úpravě dostaneme

$$x_1 (\varrho_2 \varrho_3 - \varrho_1 \varrho_4) = \varrho_1 (m_2 \varrho_2 - m_1 \varrho_4),$$

odkud vypočítáme

$$x_1 = \frac{m_2 \varrho_2 - m_1 \varrho_4}{\varrho_2 \varrho_3 - \varrho_1 \varrho_4} \varrho_1. \quad (1)$$

Z rovnice $y_1 = m_1 - x_1$ určíme

$$y_1 = \frac{m_1 \varrho_3 - m_2 \varrho_1}{\varrho_2 \varrho_3 - \varrho_1 \varrho_4} \varrho_2. \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 \text{Číselně: } x_1 &= \frac{10^7 (2,14 - 2,2 \cdot 1,05) 1,92}{10^7 (2,14 \cdot 8,4 - 1,92 \cdot 10,5)} \\
 &\quad \text{kg kg m}^{-3} \text{ kg m}^{-3} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 = \\
 &= \frac{0,3264}{2,184} \text{ kg} = 0,14945 \text{ kg} = \\
 &= 149,45 \cdot 10^{-3} \text{ kg}. \\
 y_1 &= \frac{10^7 (2,2 \cdot 0,84 - 1,92) 2,14}{2,184 \cdot 10^7} \text{ kg} = \\
 &= \frac{0,15408}{2,184} \text{ kg} = 70,55 \cdot 10^{-3} \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

Náramek byl zhotoven ze 149,45 g zlata a 70,55 g platiny. Obecně jsou hmoty zlata a platiny určeny výrazy (1) a (2).

b) Poněvadž stejný jmenovatel obou zlomků ve výrazech (1) a (2) je pro dané hodnoty ϱ záporný, musí platit nerovnosti

$$m_2 \varrho_2 - m_1 \varrho_4 < 0 \quad \text{a} \quad m_1 \varrho_3 - m_2 \varrho_1 < 0,$$

aby úloha byla reálná. Po úpravě těchto nerovností dostaneme

$$\frac{\varrho_3}{\varrho_1} m_1 < m_2 < \frac{\varrho_4}{\varrho_2} m_1. \quad (3)$$

Číselně:

$$\frac{8,4}{19,2} m_1 < m_2 < \frac{1,05}{2,14} m_1$$

$$0,4375 m_1 < m_2 < 0,4907 m_1.$$

Podmínka reálnosti úlohy je obecně vyjádřena vztahem (3). Z ní vyplývá, že napodobenina může mít hmotu nejméně 43,75 % a nejvýše 49,07 % hmoty náramku.

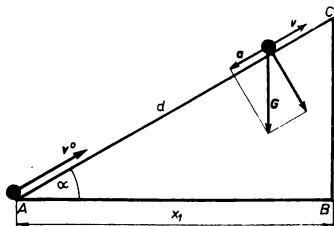
7. Těleso je vrženo jednou vzhůru po nakloněné rovině o délce d a úhlu sklonu α takovou rychlostí, že se zastaví na horní hraně nakloněné roviny a přepadne volným pádem na horizontální rovinu, z níž bylo vrženo. Podruhé je vrženo touž rychlostí (i co do směru) šikmým vrhem. Určete poměr horizontálních vzdáleností od místa vrhu k místu dopadu a stanovte, pro který úhel α jsou si obě vzdálenosti rovny. Tření a odpor vzduchu zanedbejte.

Označení veličin: Počáteční rychlost tělesa je v_0 , tíhové zrychlení g , zrychlení pohybu po nakloněné rovině $a = g \sin \alpha$. Vzdálenost $\overline{AB} = x_1 = d \cos \alpha$, doba pohybu tělesa po nakloněné rovině je t_1 . Při šikmém vrhu se těleso pohybuje po dobu t_2 a dopadne na zem ve vzdálenosti $\overline{MN} = x_2$.

Řešení: Těleso vržené po nakloněné rovině vzhůru (obr. 41) počáteční rychlostí velikosti v_0 koná rovnoměrně zpožděný pohyb a má v čase t rychlost $v = v_0 - at = v_0 - gt \sin \alpha$. Za dobu t_1 vykoná dráhu $\overline{AC} = d = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} g t_1^2 \sin \alpha$ a zastaví se. Počáteční rychlost je tedy určena rovnicí $v_0 - g t_1 \sin \alpha = 0$, ze které vychází $v_0 = \sqrt{2dg \sin \alpha}$,

jestliže za t_1 dosadíme hodnotu $t_1 = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \alpha}}$, kterou získáme řešením rovnice $d = \frac{1}{2} g t_1^2 \sin \alpha$.

Těleso dopadne na zem v místě B ; horizontální vzdálenost místa dopadu od místa vrhu se určí z pravoúhlého $\triangle ABC$. Platí $\overline{AB} = x_1 = d \cos \alpha$.



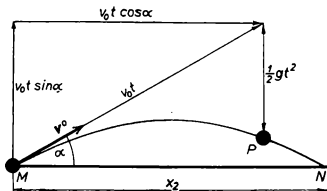
Obr. 41

Vrháme-li těleso šikmým vrhem rychlostí v_0 pod elevačním úhlem α (obr. 42), je poloha P tělesa určena souřadnicemi $x = v_0 t \cos \alpha$ a $y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$. V místě N dopadu, kde se těleso nachází v čase t_2 , je $y = 0$, takže $v_0 t_2 \sin \alpha - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0$. Kořen $t'_2 = 0$ této rovnice určuje polohu bodu M , kořen $t_2 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ určuje polohu místa dopadu.

Vzdálenost

$$\overline{MN} = x_2 = v_0 t_2 \cos \alpha = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}.$$

Dosadíme-li za $v_0 = \sqrt{2dg \sin \alpha}$, je $x_2 =$
 $= 4d \sin^2 \alpha \cos \alpha.$



Obr. 42

Pro poměr p vzdáleností x_2 a x_1 vychází

$$p = \frac{x_2}{x_1} = 4 \sin^2 \alpha. \quad (1)$$

Má-li těleso při šikmém vrhu dopadnout na zem stejně daleko jako při uvažovaném pohybu po nakloněné rovině, pak je $x_1 = x_2$ a $p = 1$, takže $|\sin \alpha| = \frac{1}{2}$. Poněvadž jde o ostrý úhel, je $\alpha = 30^\circ$.

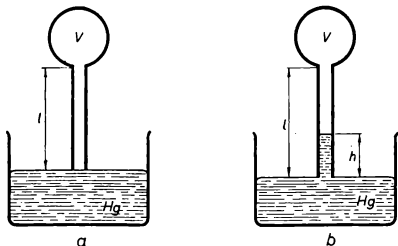
Poměr horizontálních vzdáleností míst dopadu od míst vrhu při šikmém vrhu a při uvažovaném pohybu po nakloněné rovině je obecně určen vztahem (1). Obě vzdálenosti jsou si rovny, jestliže úhel $\alpha = 30^\circ$.

8. Skleněná trubice o délce l a průřezu S je na jednom konci otevřená, na druhém je rozšířena v kouli o objemu V a je naplněna vzduchem o barometrickém tlaku b . Trubice je obrácena tak, že se otevřeným koncem dotýká hladiny rtuti (obr. 43a).

a) Určete hmotu vzduchu, který z trubice takto upravené unikne, zvýší-li se teplota z 0°C na $t^\circ\text{C}$.

b) Do jaké výše vystoupí rtuť v trubici, uvedeme-li vše zase na 0°C ? Roztažnost skla zanedbejte.

Číselně řešte pro hodnoty: $l = 1\text{ m}$, $S = 2\text{ cm}^2$, $V = 25\text{ l}$; $b = 760\text{ torr}$, $t = 100^\circ\text{C}$, hustota vzduchu při 0°C a normálním tlaku je $\rho_0 = 1,293\text{ kg m}^{-3}$.



Obr. 43

Označení veličin a dané hodnoty: Teplota $T_0 = 273 \text{ }^{\circ}\text{K} \triangleq 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Teplota $T = 373 \text{ }^{\circ}\text{K} \triangleq 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$, objem V má v soustavě SI hodnotu $V = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, průřez trubice je $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Hustota vzduchu při normálním atmosférickém tlaku a při teplotě T_0 je $\varrho_0 = 1,293 \text{ kg m}^{-3}$, při teplotě T je ϱ . Objem kulové nádoby a trubice je $V_0 = V + Sl$, hmota vzduchu v objemu V_0 je před zahřátím m_0 , po zahřátí m . Při zahřívání unikne z trubice množství vzduchu $\Delta m = m_0 - m$; po ochlazení z teploty T na T_0 se zmenší tlak vzduchu v nádobě na p .

Řešení: Jestliže ohřejeme izobaricky určité množství m_0 plynu, který má při teplotě T_0 hustotu ϱ_0 a objem V_0 , na teplotu T , změní se hustota plynu na ϱ a objem na V_T . Poněvadž hmota plynu se ohřátím nezmění, plyne z rovnic

$$m_0 = \varrho_0 V_0 = \varrho V_T \text{ a } \frac{V_T}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

vztah

$$\varrho = \varrho_0 \frac{T_0}{T}. \quad (1)$$

a) Vzduch uzavřený v kulové nádobě a v trubici délky l má při teplotě T_0 hustotu ϱ_0 , počáteční objem $V_0 = V + Sl$, hmotu $m_0 = V_0 \varrho_0 = (V + Sl) \varrho_0$ a tlak b . Při ohřívání se tlak vzduchu nemění (děj izobarický), neboť otevřený konec trubice se rtuti jen dotýká a vzduch může z trubice unikat. Při teplotě T zůstane v objemu V_0 množství vzduchu m o hustotě ϱ při tlaku b .

Hmota

$$m = V_0 \varrho = V_0 \varrho_0 \frac{T_0}{T} = (V + Sl) \varrho_0 \frac{T_0}{T}. \quad (2)$$

Z trubice tedy unikne množství vzduchu o hmotě

$$\Delta m = m_0 - m = (V + Sl) \varrho_0 \frac{T - T_0}{T}. \quad (3)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} \Delta m &= (25 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-4}) \cdot \\ &\cdot 1,293 \frac{100}{373} \text{ m}^3 \text{ kg m}^{-3} = 8,736 \cdot 10^{-3} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Množství vzduchu, které unikne při ohřívání z trubice, je obecně určeno vztahem (3), číselně 8,736 g.

b) V objemu V_0 nádoby a trubice je po ohřátí na teplotu T vzduch za tlaku b . Při ochlazení na teplotu T_0 vnikne rtuť do trubice do výšky h (obr. 43 b) a jeho objem se zmenší na $V_0 - Sh$. Zároveň se sníží jeho tlak o hodnotu odpovídající výšce h rtuťového sloupce na hodnotu p .

Podle stavové rovnice pro dokonalý plyn platí

$$\frac{bV_0}{T} = \frac{p(V_0 - Sh)}{T_0}. \quad (4)$$

Rovnice je rozměrově správná. Proto můžeme dosazovat za veličiny, které se v ní vyskytují, jen jejich číselné hodnoty bez jednotek a k vypočítané

číselné hodnotě neznámé veličiny h přiřepíme její rozměr $[h] = m$.

Rovnici upravíme na tvar

$$bV_0T_0 = T(b - h)(V_0 - Sh).$$

Po vynásobení pravé strany a další úpravě dostaneme

$$TSh^2 - T(V_0 + bS)h + V_0b(T - T_0) = 0.$$

Násobíme-li obě strany rovnice výrazem $\frac{1}{TS}$, vyjde

$$h^2 - \left(\frac{V_0}{S} + b\right)h + \frac{V_0}{S}b\frac{T - T_0}{T} = 0$$

a po dosazení za V_0

$$h^2 - \left(\frac{V}{S} + l + b\right)h + b\left(\frac{V}{S} + l\right)\frac{T - T_0}{T} = 0.$$

Kořeny této rovnice jsou

$$h_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\frac{V}{S} + l + b \pm \sqrt{\left(\frac{V}{S} + l + b\right)^2 - 4b\left(\frac{V}{S} + l\right)\frac{T - T_0}{T}} \right]. \quad (5)$$

Pro dané číselné hodnoty je první výraz pod znaménkem odmocniny nejméně čtvrtého řádu, druhý nejvýše druhého řádu. Diskriminant rovnice

je tedy kladný, a proto má rovnice dva reálné kořeny. Protože však trubice je dlouhá 1 m, je fyzikálně reálný ten kořen rovnice, který má hodnotu menší než 1. Je to zřejmě kořen h_2 .

Numericky:

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{1}{2} \left[\frac{25 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} + 1 + 0,76 - \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{(125 + 1,76)^2 - 4 \cdot 0,76 \cdot 126 \frac{100}{373}} \text{ m} \right] \\
 h &= \frac{1}{2} [126,76 - \sqrt{16\,068,0976 - 102,6916}] \text{ m} = \\
 &= \frac{1}{2} (126,76 - 126,35) \text{ m} = \frac{1}{2} 0,41 \text{ m} = \\
 &= 0,205 \text{ m}.
 \end{aligned}$$

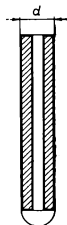
Po ochlazení vzduchu na teplotu 0°C vystoupí rtuť v trubici do výšky určené kořenem h_2 rovnice (5), číselně asi 20 cm.

9. Určete povrchové napětí vody metodou vážení kapek.

Pomůcky: Kapilární trubička, nejlépe tlustostěnná, jejíž spodní konec je rovně zabroušen (obr. 44), nebo pipeta, gumová hadička s tlačkou a náustkem, dvě kádinky, dotykové měřítko.

Návod: Dotykovým měřítkem změříte vnější průměr d kapilární trubice nebo spodního konce pipety; měření provedete desetkrát a veličinu d stanovíte jako aritmetický průměr.

Na horní konec trubice nasunete hadičku s tlačkou a náustkem. Tlačku uvolníte a nasajete náustkem do kapiláry vodu a tlačku upevníte. Pak upevníte kapiláru ve svislé poloze nad kádinkou a uvolníte tlačku tak, aby voda odkapávala velmi zvolna z kapiláry. Po úpravě odkapávání postavíte pod kapiláru prázdnou suchou kádinku, kterou jste předem zvážili (m_1) a počítáte kapky, které odkapávají do kádinky. Po zachycení n kapek kádinku s vodou zvážíte (m_2). Z naměřených hodnot vypočítáte hmotu jedné kapky (m). V okamžiku před odkápnutím je tíha kapky mg v rovnováze se silou $F = \pi d \sigma$, kde σ je povrchové napětí vody. Z podmínky rovnováhy sil vypočítejte velikost povrchového napětí v jednotkách N m^{-1} . Opakujte měření několikrát pro různý počet kapek a určete hodnotu σ jako aritmetický průměr veličin vypočítaných z jednotlivých měření.



Obr. 44

Postup měření:

A.1. Dotykovým měřítkem určíme vnější průměr kapiláry. Provedeme 10 měření.

Měření čís.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Aritm. prům.
d [mm]	3,5	3,5	3,3	3,4	3,4	3,4	3,5	3,4	3,4	3,3	3,41

Aritmetický průměr deseti měření je $d = 3,41 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

2. Zvážíme suchou prázdnou kádinku:

a) Metodou tří kyvů zjistíme nulovou polohu jazýčku nezátížených vah.

b) Postavíme na levou misku kádinku a vyvážíme ji na pravé misce závažím hmoty o méně než 5 cg menším, než je hmota kádinky. Metodou tří kyvů určíme rovnovážnou polohu jazýčku vah.

c) Přidáme na pravou misku závaží 5 cg a stanovíme zase ze tří kyvů rovnovážnou polohu jazýčku.

d) Sejmeme z misek vah závaží i kádinku, stanovíme znovu nulovou polohu jazýčku a určíme aritmetický průměr obou naměřených nulových poloh. Tuto hodnotu pokládáme za nulovou polohu jazýčku.

e) Interpolací vypočítáme hmotu prázdné suché kádinky. Vyšla $m_1 = 31,81 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

3. Podle návodu v textu úlohy naplníme a upevníme kapiláru a po úpravě odkapávání postavíme pod ní zváženou kádinku, do které zachytíme $n = 100$ kapek. Kádinku znovu zvážíme způsobem popsáním v odst. 2. Vyšla hodnota $m_2 = 39,92 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

4. Hmota jedné kapky je $m = \frac{m_2 - m_1}{n} = \frac{39,92 - 31,81}{100} \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 0,0811 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

5. Kapka vody je udržována u kapiláry silou F , působící na vnějším obvodu kapiláry. Povrchové napětí σ je číselně rovno síle, která působí na

délkovou jednotku (m) tohoto obvodu. Proto platí $F = \pi d \sigma$. V okamžiku, kdy se vodní kapka oddělí od kapiláry, je síla F v rovnováze s tíhovou silou vodní kapky. Platí tedy $\pi d \sigma = mg$ a

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d}. \quad (1)$$

Z hodnot, které jsme naměřili, vychází

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{0,0811 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81}{3,14 \cdot 3,41} \cdot 10^3 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m}^{-1} = \\ &= 74,33 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-1}. \end{aligned}$$

B. Měření, uvedená v A, 2–5, opakujeme s touž kádinkou a kapilární trubicí při jiném počtu ($n = 50$) kapek.

$$\begin{aligned} \text{Vychází: } m_1 &= 31,88 \cdot 10^{-3} \text{ kg, } m_2 = 35,92 \cdot \\ &\cdot 10^{-3} \text{ kg a } m = \frac{35,92 - 31,88}{50} \cdot 10^{-3} \text{ kg} = \\ &= 0,0808 \cdot 10^{-3} \text{ kg, takže} \end{aligned}$$

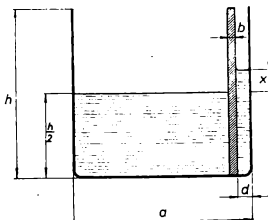
$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{0,0808 \cdot 9,81 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 3,41} \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1} = \\ &= 74,03 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-1}. \end{aligned}$$

Aritmetický průměr obou měření je $\sigma = 74,18 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$.

Hodnota povrchového napětí vody byla určena po naměření příslušných hodnot podle vztahu (1), z něhož vychází $\sigma = 74,18 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$.

Druhé kolo soutěže

1. Skleněná nádobka (obr. 45) o svislých stěnách má čtvercový vodorovný řez o straně a a výšku h . Do poloviny své výšky je naplněná vodou, jejíž povrchové napětí má hodnotu σ . Rovnoběžně s jednou bočnou stěnou, a v malé vzdálenosti od ní



Obr. 45

vsuneme do nádoby skleněnou svislou přepážku, která celou nádobu rozdělí na dvě části: jednu širokou, druhou úzkou. Jakou musí mít skleněná přepážka tloušťku, má-li zůstat hladina vody v široké části nádoby po úplném zasunutí přepážky v nezměněné výšce?

Předpokládáme, že voda dokonale smáčí stěny nádoby a že v širší části nádoby se kapilární jevy neprojeví.

Počítejte nejprve obecně a potom číselně pro hodnoty $a = 10 \text{ cm}$, $h = 6 \text{ cm}$, $\sigma = 73,6 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$.

Označení veličin: Po ponoření přepážky do nádoby způsobí kapilární elevace v úzké části nádoby vydutí vody, takže zde povrch vody zaujímá polovinu válcové plochy, je-li šířka d velmi malá. Zvýšení povrchu vody označíme x ; $R_1 = \frac{d}{2}$

je poloměr řezu kolmého na osu válcové plochy, R_2 je poloměr řezu vedeného libovolným místem vydutého povrchu a osou válce; hustota vody je $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, tíhové zrychlení je $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, kapilární tlak vody označíme p , tloušťku přepážky b .

Řešení: Objem kapaliny, která vystoupí následkem kapilární elevace v úzké části nádoby o délku x nad původní výšku, musí být stejně veliký jako objem ponořené části přepážky. Proto platí

$$ab \frac{h}{2} = adx, \quad \text{takže} \quad b = \frac{2dx}{h}. \quad (1)$$

Velikost kapilárního tlaku, směřujícího ven z kapaliny, se vypočítá ze vztahu $p = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$, kde r_1 a r_2 jsou poloměry dvou k sobě kolmých normálových řezů, vedených libovolným bodem povrchu kapaliny. Volíme-li za jeden z nich řez kolmý k ose válcové plochy o poloměru R_1 , má druhý poloměr $R_2 \rightarrow \infty$. Pod válcovým povrchem kapaliny je tedy tlak

$$p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{2\sigma}{d}. \quad (2)$$

Tento tlak je v rovnováze s hydrostatickým tlakem vodního sloupce výšky x , takže

$$\frac{2\sigma}{d} = \rho g x. \quad (3)$$

Z rovnic (1) a (3) vychází

$$b = \frac{2d}{h} \frac{2\sigma}{d\rho g} = \frac{4\sigma}{h\rho g}. \quad (4)$$

Číselně: $b =$

$$\begin{aligned} &= \frac{4 \cdot 73,6 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \cdot 10} \text{ N m}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ m}^{-1} \text{ s}^2 = \\ &= \frac{294,4}{6} \cdot 10^{-5} \text{ N kg}^{-1} \text{ s}^2 = \\ &= 49,1 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 4,91 \cdot 10^{-4} \text{ m}. \end{aligned}$$

Tloušťka přepážky je obecně určena vztahem (4), číselně 0,5 mm.

2. Hustoměr hmoty m plovoucí v kapalině o hustotě ρ byl rozkmitán podél své osy. Z kapaliny vyčnívá stále trubka hustoměru tvaru válce o průměru d .

Dokažte, že hustoměr koná harmonické kmity a vypočítejte jejich frekvenci.

Vnitřní tření a pohyb kapaliny zanedbejte.

Označení veličin: Hustoměr plovoucí v kapalině je v rovnováze. Jeho tíha se podle Archimédova zákona ruší vztlakovou silou. Jestliže hustoměr

vychýlíme z rovnovážné polohy o délku u ve směru osy, rovnováha se poruší, neboť vztlaková síla se změní o hodnotu F . Frekvenci kmitů hustoměru označíme f , tíhové zrychlení g .

Řešení: Vztlaková síla působící na hustoměr vychýlený z rovnovážné polohy o u má velikost $F = \frac{\pi d^2}{4} \rho g u = Ku$, kde $K = \frac{\pi d^2}{4} \rho g$ má konstantní hodnotu. Orientace síly F je opačná než orientace u . Síla F vrací tedy hustoměr zpět k rovnovážné poloze. Konstanta K má pro pohybující se hustoměr obdobný význam jako tuhost pružiny pro pohyb pružiny. Ježto síla F je přímo úměrná výchylce u z rovnovážné polohy a je opačně orientována než tato výchylka, koná hustoměr plovoucí na kapalině harmonické kmity. Frekvenci kmitů hustoměru určíme z rovnice

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi d^2 \rho g}{4m}} = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{\rho g}{\pi m}}. \quad (1)$$

Hustoměr, plovoucí na kapalině a vychýlený z rovnovážné polohy ve směru osy, koná harmonický pohyb, jehož frekvence je určena výrazem (1).

3. Na ocelovém drátě délky l_0 o průřezu S , o modulu pružnosti v tahu E a o pevnosti v tahu σ se v horizontální rovině otáčí závaží hmoty m . Při určité rychlosti se drát přetrhne a závaží odletí.

a) V jaké vzdálenosti od místa, kde se drát přetrhl, dopadne závaží na vodorovnou rovinu, která

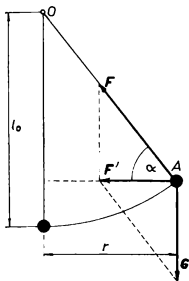
se nachází v hloubce h pod rovinou otáčení závaží?

b) Určete odchylku α drátu od vodorovné roviny v okamžiku přetržení a jeho délku l těsně před přetržením za předpokladu, že pružná deformace rostla lineárně s deformující silou až k okamžiku přetržení.

Odpor prostředí a hmotu drátu zanedbejte.

Řešte nejprve obecně, potom číselně pro hodnoty $l_0 = 1,00 \text{ m}$, $S = 1,00 \text{ mm}^2$, $\sigma = 1,6 \cdot 10^9 \text{ N m}^{-2}$, $m = 1,0 \text{ kg}$, $h = 1,250 \text{ m}$, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N m}^{-2}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

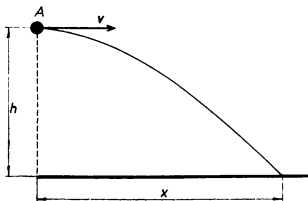
Označení veličin: Drát je zavěšen v bodě O . Dostředivou sílu označíme F' , tíhu závaží G , sílu napínající ocelový drát F , poloměr kruhové dráhy závaží r , dráhovou rychlost v , prodloužení drátu Δl , jeho délku v okamžiku přetržení l . Po přetržení drátu dopadne závaží na vodorovnou rovinu, nacházející se v hloubce h pod rovinou otáčení, za dobu t ve vodorovné vzdálenosti x od místa, kde došlo k přetržení drátu (obr. 46 a 47).



Obr. 46

Řešení: Na rotující závaží působí během jeho rovnoměrného pohybu po kružnici dvě

sily, jeho tíha $\mathbf{G}$ o velikosti $G = mg$ a tažná síla $\mathbf{F}$, kterou je závaží taženo prostřednictvím napjatého drátu k bodu O . Tyto dvě síly se skládají ve výslednici, již je dostředivá síla $\mathbf{F}'$ o velikosti $F' = \frac{mv^2}{r} = F \cos \alpha$.



Obr. 47

b) Odchylka α drátu od vodorovné roviny v okamžiku, kdy se drát přetrhne, je určena (viz obr. 46) vztahem

$$\sin \alpha = \frac{G}{F} = \frac{mg}{F} = \frac{mg}{\sigma S}. \quad (1)$$

Číselně: $\sin \alpha =$

$$= \frac{10}{1,6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}} \text{ kg m s}^{-2} \text{ m}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} =$$

$$= \frac{1}{160} = 0,00625 \text{ a } \alpha \doteq 22'.$$

Drát svírá v okamžiku přetržení s vodorovnou rovinou úhel α , určený vztahem (1), číselně $\alpha \doteq 22'$.

Prodloužení Δl drátu určíme podle Hookeova zákona $\Delta l = \frac{1}{E} \frac{F l_0}{S} = \frac{1}{E} \frac{\sigma S l_0}{S} = \frac{\sigma l_0}{E}$, takže v okamžiku přetržení bude mít drát délku

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 \left(1 + \frac{\sigma}{E} \right). \quad (2)$$

Číselně:

$$l = 1 \cdot \left(1 + \frac{1,6 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^{11}} \right) \text{ m} = (1 + 8 \cdot 10^{-3}) \text{ m} = 1,008 \text{ m}.$$

Drát má v okamžiku přetržení délku 1,008 m, jak vychází z rovnice (2).

a) Ze vztahu $F' = \frac{mv^2}{r} = F \cos \alpha$ určíme rychlost, s jakou se pohybuje závaží v okamžiku, kdy dojde k přetržení drátu. Její velikost je

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{r F \cos \alpha}{m}} = \sqrt{\frac{r S \sigma \cos \alpha}{m}} = \sqrt{\frac{l S \sigma \cos^2 \alpha}{m}} = \\ &= \sqrt{\frac{l S \sigma}{m} \left(1 - \frac{m^2 g^2}{\sigma^2 S^2} \right)} = \sqrt{\frac{l S \sigma^2}{m} \cdot \frac{\sigma^2 S^2 - m^2 g^2}{\sigma^2 S^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{l (\sigma^2 S^2 - m^2 g^2)}{m \sigma S}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Při rychlosti určené vztahem (3) se drát přetrhne. Dostředivá síla zanikne a závaží se pohybuje dále setrvačností rovnoměrným pohybem rychlostí v ve směru tečny ke kruhové dráze, po které se pohybovalo před přetržením drátu. Kromě tohoto pohybu koná závaží účinkem tíhové síly ještě volný pád. Výsledná dráha bude parabola.

Těleso dopadne na vodorovnou rovinu v hloubce h za čas t , který určuje rovnice $h = \frac{1}{2} g t^2$, z níž vychází $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Ve vodorovném směru vykoná těleso za dobu t dráhu $x = vt$. Dosadíme-li za v ze vztahu (3), vychází

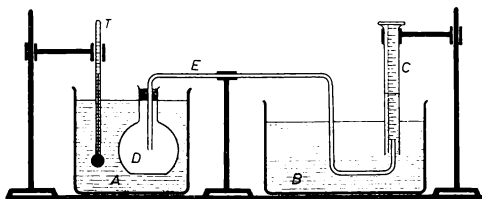
$$x = \sqrt{\frac{2h}{g} \frac{l(\sigma^2 S^2 - m^2 g^2)}{m \sigma S}}.$$

Protože l se jen nepatrně liší od l_0 , můžeme poslední výraz upravit

$$x = \sqrt{\frac{2h}{g} \frac{l_0(\sigma^2 S^2 - m^2 g^2)}{m \sigma S}}. \quad (4)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25 \cdot 1 [(1,6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6})^2 - 10^2]}{10 \cdot 1 \cdot 1,6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}} m = \\ &= \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^2 (160^2 - 1)}{16 \cdot 10^3}} m = \\ &= \frac{5}{40} \sqrt{160^2 - 1} m \doteq 20 m. \end{aligned}$$



Obr. 48

Závaží dopadne na vodorovnou rovinu, nacházející se v hloubce h pod rovinou otáčení závaží, ve vzdálenosti určené obecně vztahem (4), číselně přibližně 20 m.

4. Určete součinitele teplotní objemové roztažnosti vzduchu.

Potřeby: Kádinka A (viz obr. 48) asi 1 000 ml, vanička B, úzký kalibrovaný válec C nebo byreta (asi 50 cm³), teploměr T do 100 °C, plynový hořák, síťka, trubice E nebo dvě trubice spojené hadičkou, sklíčko na přikrytí válce, baňka D (asi 100 cm³) s gumovou zátkou Z, stojany, odměrka.

Postup měření: Naplníme nádobu A studenou vodou a do ní ponoříme až k hornímu okraji hrdla skleněnou, uvnitř úplně suchou baňku D, těsně uzavřenou gumovou zátkou Z, již prochází skleněná trubice E. Pak naplníme kalibrovaný válec C

vodou, přikryjeme ho sklem, obrátíme dnem vzhůru a ponoříme částečně do vody ve skleněné vaničce *B*. Teploty vody v nádobách *A*, *B*, *C* mají být stejné. Počkáme chvíli, aby se teplota vzduchu v baňce *D* vyrovnala s teplotou vody, změříme teplotu t_0 vody a upravíme pokus podle obrázku.

Potom ohřejeme vodu v nádobě *A*, uhasíme plamen a počkáme, až přestanou do kalibrované nádoby vystupovat bubliny vzduchu; pak změříme teplotu t_1 vody v nádobě *A*, odstraníme trubici *E* z vaničky, abychom zabránili případnému vniknutí vody do chladnoucí baňky. Potom uvedeme hladiny vody ve vaničce *B* a v odměrném válci *C* na stejnou výši posunutím válce a odečteme objem V vzduchu v něm zachyceného.

Baňku *D* a trubici *E* naplníme vodou a určíme jejich objem V_0 odměrkou.

Vzduch zaujímal před zahřátím stejný objem V_0 jako baňka *D* a trubice *E*, po zahřátí má objem $V_0 + V$. Objem V_0 vzduchu má po ukončení pokusu teplotu t_1 , objem V však teplotu t_0 . Podle zákona Gay-Lussacova měl se původní objem V_0 změnit na

$$V_t = V_0 [1 + \gamma (t_1 - t_0)], \quad (1)$$

kde γ je součinitel teplotní objemové roztažnosti vzduchu. Platí tedy vztah

$$\begin{aligned} V_t &= V_0 [1 + \gamma (t_1 - t_0)] = \\ &= V_0 + V [1 + \gamma (t_1 - t_0)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Odtud určíme

$$\gamma = \frac{V}{(V_0 - V)(t_1 - t_0)} \quad (3)$$

Měření provedeme třikrát a naměřené hodnoty a jejich výsledky zaznamenáme do tabulky.

Velikost naměřeného γ porovnáme s jeho hodnotou pro dokonalý plyn, $\gamma = 0,003\,66\text{ deg}^{-1}$.

Doplňkové otázky:

1. Vysvětlíte, proč před odečtením objemu V vzduchu je nutno uvést hladiny vody ve vaničce a v kalibrovaném válci na stejnou výši.

2. Odůvodněte správnost vztahu (2).

3. Vysvětlíte, jak by se změnila hodnota γ , vy počítaná ze vztahu (3), kdybychom uvažovali teplotní objemovou roztažnost skla baňky.

Měřením provedeným podle návodu jsme došli k těmto výsledkům:

Měření	Teplota [°C]		Objem vzduchu [cm ³]			γ [deg ⁻¹]
	t_0	t_1	V_0	V	$V_0 - V$	
1	18	84	158	31	127	0,00369
2	20	92	157	32	125	0,00356
3	20	65	158	22	136	0,00359

Aritmetický průměr všech tří naměřených hodnot je $\gamma_s = 0,00361\text{ deg}^{-1}$. Relativní chyba při srovnání se správnou hodnotou $\gamma = 0,00366\text{ deg}^{-1}$ je 1,4 %.

Při měření objemu V vzduchu v kalibrovaném válci je nutno uvést hladiny vody ve vaničce a ve válci na stejnou výši, neboť určujeme γ ze stavové rovnice pro izobarický děj; tlak vzduchu ve válci musí být tedy při měření objemu V roven vnějšímu tlaku.

Objem V vzduchu, který probublává při ohřívání vodou v nádobě B , se ochlazuje z teploty t_1 na teplotu t_0 . Kdyby měl teplotu t_1 jako ohřátý vzduch v baňce D , byl by jeho objem

$$V' = V [1 + \gamma (t_1 - t_0)] .$$

Protože jsme při měření nepřihlíželi k roztažnosti nádoby, vyšel nám z měření relativní součinitel teplotní objemové roztažnosti vzduchu vzhledem k teplotní objemové roztažnosti skla nádoby. Skutečný součinitel teplotní objemové roztažnosti vzduchu je tedy větší o teplotní objemový součinitel roztažnosti skla.

13. ŘEŠENÍ ÚLOH KATEGORIE C

První kolo soutěže

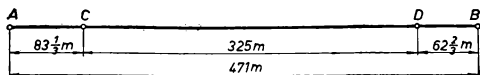
1. Dvě sousední stanice trolejbusu jsou od sebe vzdáleny přibližně 471 m. Trolejbus se rozjíždí po dráze $83 \frac{1}{3}$ m pohybem rovnoměrně zrychleným, pak projíždí dráhu 325 m průměrnou rychlostí $8 \frac{1}{3}$ m/s, načež rovnoměrně brzdí.

a) Určete, jak dlouho trvá jízda z jedné stanice do druhé.

b) Nakreslete graf závislosti rychlosti trolejbusu na čase.

c) Nakreslete graf závislosti dráhy trolejbusu na čase.

Označení veličin a dané hodnoty: Stanice A , B jsou od sebe vzdáleny $\overline{AB} = s_0 = 471 \text{ m}$ (obr. 49). Trolejbus se rozjíždí po dráze $\overline{AC} = s_1 =$



Obr. 49

$= 83 \frac{1}{3} \text{ m}$ a dosáhne za čas t_1 rychlosti $v_0 =$
 $= 8 \frac{1}{3} \text{ m/s} = \frac{25}{3} \text{ m/s}$. Touto rychlostí se pohybuje po dráze $\overline{CD} = s_2 = 325 \text{ m}$ po dobu t_2 . Dráhu $\overline{DB} = s_3 = s_0 - (s_1 + s_2)$ projíždí trolejbus pohybem rovnoměrně zpovědřeným po dobu t_3 . Dráhu $\overline{AB}$ projede za dobu t_4 . Proměnlivý čas označíme t .

Řešení: a) Dráhu s_1 projíždí trolejbus pohybem rovnoměrně zrychleným. Proto platí $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$ a $v_0 = a_1 t_1$, kde a_1 značí zrychlení tohoto pohybu.

Z první rovnice vychází $s_1 = \frac{1}{2} v_0 t_1$, jestliže za $a_1 t_1$ dosadíme v_0 . Je tedy

$$t_1 = \frac{2s_1}{v_0}. \quad (1)$$

Číselně:

$$t_1 = \frac{2 \cdot \frac{250}{3} \text{ m s}}{\frac{25}{3}} = 20 \text{ s.}$$

Pro a_1 vychází

$$a_1 = \frac{v_0}{t_1} = v_0 \frac{v_0}{2s_1} = \frac{v_0^2}{2s_1}; \quad (2)$$

číselně:

$$a_1 = \frac{625}{9} \cdot \frac{3}{500} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}} = \frac{5}{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Úsek dráhy s_2 projede trolejbus rychlostí v_0 za čas t_2 . Proto platí

$$t_2 = \frac{s_2}{v_0}. \quad (3)$$

Číselně:

$$t_2 = 325 \cdot \frac{3}{25} \text{ m } \frac{\text{s}}{\text{m}} = 3 \cdot 13 \text{ s} = 39 \text{ s.}$$

Na dráze $\overline{DB} = s_3 = s_0 - s_1 - s_2$ se trolejbus pohybuje pohybem rovnoměrně zpožděným po čas t_3 . Za stejnou dobu by projel tutéž dráhu, kdyby vyjel z bodu B a konal rovnoměrně zrychlený pohyb až do bodu D , ve kterém by dosáhl rychlosti v_0 . Zrychlení a_2 tohoto zpětného pohybu z bodu B do bodu D by bylo stejně velké jako zpoždění pohybu rovnoměrně zpožděného z bodu D do B . Proto platí pro t_3 a a_2 obdobné vzorce jako (1) a (2). Je tedy

$$t_3 = \frac{2s_3}{v_0} = \frac{2(s_0 - s_1 - s_2)}{v_0} \quad (4)$$

a

$$a_2 = \frac{v_0^2}{2s_3} = \frac{v_0^2}{2(s_0 - s_1 - s_2)}. \quad (5)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} t_3 &= \frac{2 \left(471 - \frac{250}{3} - 325 \right)}{\frac{25}{3}} \text{ m } \frac{\text{s}}{\text{m}} = \\ &= \frac{2 \left(146 - \frac{250}{3} \right)}{\frac{25}{3}} \text{ s} = \frac{2(438 - 250)}{25} \text{ s} = \\ &= \frac{2 \cdot 188}{25} \text{ s} = \frac{376}{25} \text{ s} \doteq 15 \text{ s}. \end{aligned}$$

$$a_2 = \frac{\frac{625}{9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot \frac{188}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\frac{625}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{376}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}} =$$

$$= \frac{3 \cdot 625 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9 \cdot 376} = \frac{25}{3 \cdot 15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{5}{9} \text{ m/s}^2.$$

Celkovou dráhu $\overline{AB} = s_0$ vykoná trolejbus za čas $t_4 = t_1 + t_2 + t_3$. Dosadíme-li za t_1, t_2, t_3 hodnoty ze vztahů (1), (3), (4), vyjde

$$t_4 = \frac{2s_1}{v_0} + \frac{s_2}{v_0} + \frac{2(s_0 - s_1 - s_2)}{v_0} = \frac{2s_0 - s_2}{v_0}. \quad (6)$$

Číselně:

$$t_4 = \frac{2 \cdot 471 - 325}{\frac{25}{3}} \frac{\text{m}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} =$$

$$= \frac{(942 - 325) 3}{25} \text{ s} = \frac{3 \cdot 617}{25} \text{ s} \doteq 74 \text{ s}.$$

Zkouška: $20 \text{ s} + 39 \text{ s} + 15 \text{ s} = 74 \text{ s}$.

Jízda trolejbusu ze stanice A do stanice B trvá dobu určenou obecně vztahem (6), číselně 74 s.

b) Pokud je doba jízdy trolejbusu $t \leq t_1$ ($t \leq 20 \text{ s}$), je závislost rychlosti na čase určena rovnicí $v = a_1 t$, kde $a_1 = \frac{5}{12} \text{ m/s}^2$. Grafem této závislosti

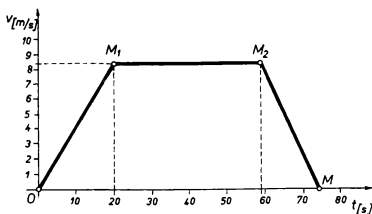
je úsečka $\overline{OM}_1$. Jednotlivé body grafu sestrojíme podle tabulky 1a (obr. 50).

Tab. 1a:

$t [s]$	0	1	2	5	10	15	20
$v \left[\frac{m}{s} \right]$	0	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{6}$	$2\frac{1}{12}$	$4\frac{1}{6}$	$6\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{3}$

V časovém intervalu $t_1 < t \leq t_1 + t_2$ ($20 \text{ s} < t \leq 59 \text{ s}$) má rychlost konstantní velikost $v = v_0$. Graficky je tato závislost rychlosti na čase znázorněna úsečkou $\overline{M}_1\overline{M}_2$ (obr. 50).

V časovém intervalu $t_1 + t_2 < t \leq t_4$ ($59 \text{ s} < t \leq 74 \text{ s}$) platí $v = v_0 - a_2[t - (t_1 + t_2)]$, kde $a_2 = \frac{5}{9} \text{ m/s}^2$. Závislost rychlosti na čase má v tomto



Obr. 50

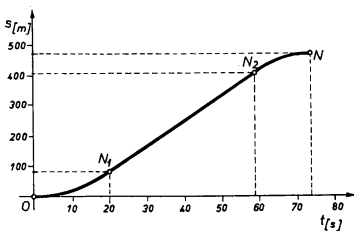
časovém intervalu za graf úsečku $\overline{M_2 M}$. Jednotlivé body grafu sestojíme podle tabulky 2a (obr. 50).

Tab. 2a:

$t \text{ [s]}$	60	65	70	74
$v \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	$7 \frac{7}{9}$	5	$2 \frac{2}{9}$	0

c) Pro čas $t \leq t_1$ ($t \leq 20 \text{ s}$) je závislost dráhy na čase určena rovnicí $s = \frac{1}{2} a_1 t^2$, kde $a_1 = \frac{5}{12} \text{ m/s}^2$. Grafem této závislosti je podle tabulky 1b křivka ON_1 (obr. 51).

V časovém intervalu $t_1 < t \leq t_1 + t_2$ ($20 \text{ s} < t \leq 59 \text{ s}$) je závislost dráhy na čase vyjádřena



Obr. 51

Tab. 1 b:

t [s]	0	1	2	3	5	10	15	20
s [m]	0	$\frac{5}{24}$	$\frac{5}{6}$	$1\frac{21}{24}$	$5\frac{5}{24}$	$20\frac{5}{6}$	$46\frac{21}{24}$	$83\frac{1}{3}$

rovnici $s = s_1 + v_0(t - t_1)$. Graficky je zobrazena podle tabulky 2b úsečkou $\overline{N_1N_2}$ (obr. 51).

Tab. 2 b:

t [s]	25	30	40	50	59
s [m]	125	$166\frac{2}{3}$	250	$333\frac{1}{3}$	$408\frac{1}{3}$

V časovém intervalu $t_1 + t_2 < t \leq t_4$ ($59 \text{ s} < t \leq 74 \text{ s}$) platí $s = s_0 - \frac{1}{2} a_2 (t_4 - t)^2$. Podle tabulky 3 je grafem této závislosti křivka N_2N (obr. 51).

Tab. 3

t [s]	60	65	70	74
s [m]	$416\frac{5}{9}$	$448\frac{1}{2}$	$466\frac{5}{9}$	471

2. Vodní kapky odkapávají z ústí svislé trubičky ve stejných časových intervalech Δt . Stanovte, jaká je vzdálenost mezi k -tou a další kapkou za čas t od okamžiku, kdy se první kapka odtrhla od trubičky.

Číselně řešte pro hodnoty:

$$\Delta t = 0,15 \text{ s}; t = 2 \text{ s}, k = 5.$$

Označení veličin a dané hodnoty: V čase t od okamžiku, kdy se první kapka odtrhla od ústí trubičky, jsou k -tá a další kapka vzdáleny od ústí trubičky o vzdálenosti s_1 a s_2 . Vzdálenost těchto kapek v čase t je $\Delta s = s_1 - s_2$. Tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Řešení: Kapky odpadávající od trubičky se pohybují volným pádem. Poněvadž k odtržení k -té kapky od trubičky dojde v čase $t_1 = (k - 1) \Delta t$ a k odtržení další v čase $t_2 = k \Delta t$, jsou v čase t tyto kapky vzdáleny od ústí trubičky $s_1 = \frac{1}{2} g [t - (k - 1) \Delta t]^2$ a $s_2 = \frac{1}{2} g (t - k \Delta t)^2$.

Vzdálenost kapek je

$$\begin{aligned} \Delta s = s_1 - s_2 &= \frac{1}{2} g [t^2 - 2t(k - 1) \Delta t + \\ &+ (k - 1)^2 \Delta^2 t - (t^2 - 2kt \Delta t + k^2 \Delta^2 t)] = \\ &= \frac{1}{2} g (2t \Delta t - 2k \Delta^2 t + \Delta^2 t). \end{aligned} \quad (1)$$

Číselně: $\Delta s =$

$$\begin{aligned} &= 5 (2 \cdot 2 \cdot 0,15 - 2 \cdot 5 \cdot 0,15^2 + 0,15^2) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{s}^2 = \\ &= 5 (0,6 - 0,225 + 0,0225) \text{ m} = 2 \text{ m}. \end{aligned}$$

V čase $t = 2 \text{ s}$ je vzdálenost uvedených dvou kapek 2 m. Obecně je tato vzdálenost určena vztahem (1).

3. Chlapci hráli stolní kopanou na stole 80 cm vysokém s míčkem o hmotě 4 g. Míč při střelení pokutového kopu minul branku a spadl na zem ve vzdálenosti 1,62 m od okraje stolu měreno od paty kolmice spuštěné z okraje stolu. Určete:

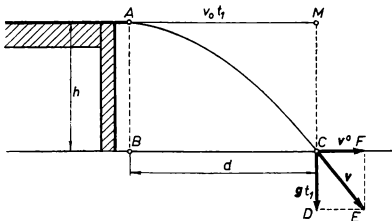
- a) jakou rychlostí míč opustil stůl;
- b) jakou rychlostí dopadl míč na zem;
- c) jak dlouho trvalo silové působení hráče na míč, byla-li síla úderu 1,6 N.

Tření a odpor prostředí zanedbejte.

Označení veličin a dané hodnoty: Hmotu míče $m = 0,004 \text{ kg}$. Míč opustil stůl v bodě A rychlostí v_0 ve vodorovném směru a dopadl za dobu t_1 na podlahu v bodě C ve vzdálenosti $\overline{BC} = d = 1,62 \text{ m}$ od okraje stolu. Bod A je ve výšce $h = 0,8 \text{ m}$ nad podlahou. Míč byl uveden do pohybu silou $F = 1,6 \text{ N}$ a v bodě C měl rychlost v , jejíž vektorová přímka je tečnou k parabolické dráze míče v bodě C . Hráč působil na míč při úderu po dobu t . Tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Řešení: Jakmile míček opustil stolní desku v bodě A , konal současně dva pohyby, volný pád

po dráze $AB = h = \frac{1}{2} g t_1^2$ a rovnoměrný pohyb po dráze $AM = d = v_0 t_1$. Výsledná dráha je parabolická (obr. 52).



Obr. 52

a) Z rovnice $h = \frac{1}{2} g t_1^2$ určíme $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, dosadíme tuto hodnotu do rovnice $d = v_0 t_1$ a vypočítáme

$$v_0 = \frac{d}{t_1} = d \sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (1)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} v_0 &= 1,62 \cdot \sqrt{\frac{10}{1,6}} \text{ m} \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2 \text{ m}}} = \\ &= 1,62 \cdot \sqrt{\frac{100}{16}} \text{ m/s} = 1,62 \cdot \frac{10}{4} \text{ m/s} \doteq 4 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Míč opustil stůl rychlostí určenou vztahem (1), číselně 4 m/s.

b) Z obr. 52 je patrné, že rychlost v míče při dopadu na podlahu je výslednicí vodorovné složky v_0 a svislé složky gt_1 . Podle Pythagorovy věty určíme z pravoúhlého trojúhelníka $\triangle CDE$, že

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{g^2 t_1^2 + v_0^2} = \sqrt{g^2 \frac{2h}{g} + d^2 \frac{g}{2h}} = \\ &= \sqrt{g \cdot \frac{4h^2 + d^2}{2h}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{10(2,56 + 2,52)}{1,6}} \sqrt{\frac{\text{m m}^2}{\text{s}^2 \text{m}}} = \\ &= \sqrt{\frac{100 \cdot 5,08}{16}} \text{ m/s} = \frac{5}{2} \cdot 2,26 \text{ m/s} = \\ &= 5,65 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Míček dopadne na stůl podle vztahu (2) rychlostí 5,65 m/s.

c) Hráč působil na míček silou F po dobu t . Impuls této síly $Ft = mat = mv_0$, neboť míček dostal úderem rychlost v_0 . Z této rovnice určíme

$$t = \frac{mv_0}{F} = \frac{md}{F} \sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (3)$$

Číselně:

$$t = \frac{0,004 \cdot 1,62}{1,6} \sqrt{\frac{10 \text{ kg m s}^2}{1,6 \text{ kg m}}} \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{m s}^2}} = \\ = \frac{0,004 \cdot 1,62 \cdot 10}{1,6 \cdot 4} \text{ s} \doteq 0,01 \text{ s}.$$

Doba, kterou působil hráč danou silou na míč, je určena vztahem (3), číselně 0,01 s.

4. Vzdušná vzdálenost z Prahy do Brna je 200 km. Letadlo letící po větru proletělo tuto trať za 32 minuty, proti větru potřebovalo na tutéž trať 37 minut. Přitom průměrná vlastní rychlost letadla je v obou směrech stejná. Určete

- a) jaká je průměrná rychlost letadla za bezvětrí;
- b) jaká je průměrná rychlost větru.

Označení veličin a dané hodnoty: Trať dlouhou $l = 2 \cdot 10^5 \text{ m}$ uletělo letadlo po větru za čas $t_1 = 1\,920 \text{ s}$, proti větru za dobu $t_2 = 2\,220 \text{ s}$. Vlastní rychlost letadla v bezvětrí označíme v , rychlost větru v' .

Řešení: Průměrná rychlost letadla za větru ve směru po větru je $v_1 = \frac{l}{t_1}$, ve směru proti větru $v_2 = \frac{l}{t_2}$. Protože vektory vlastní rychlosti a rychlosti větru jsou rovnoběžné a v prvním případě jsou souhlasně, v druhém případě opačně orientovány, platí rovnice $v_1 = v + v'$ a $v_2 = v - v'$.

Z druhé z těchto rovnic vychází $v = v_2 + v'$ a po dosazení do první vyjde $v_1 = v_2 + 2v'$, takže $v' = \frac{v_1 - v_2}{2}$ a $v = v_2 + v' = v_2 + \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_1 + v_2}{2}$. Po dosazení za v_1 a v_2 vyjde

$$v = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2} \right) = \frac{(t_1 + t_2) l}{2 t_1 t_2}. \quad (1)$$

Obdobně určíme

$$v' = \frac{(t_2 - t_1) l}{2 t_1 t_2}. \quad (2)$$

Číselně:

$$v = 10^5 \cdot \frac{2\,220 + 1\,920}{2\,220 \cdot 1\,920} \frac{\text{m s}}{\text{s}^2} =$$

$$= 97,1 \text{ m/s} = 350 \text{ km/h}$$

$$v' = 10^5 \cdot \frac{2\,220 - 1\,920}{2\,220 \cdot 1\,920} \text{ m/s} =$$

$$= 7,04 \text{ m/s} = 25,3 \text{ km/h}.$$

Průměrná rychlost letadla za bezvětří je podle vztahu (1) 350 km/h, rychlost větru je určena obecně vztahem (2), číselně 25,3 km/h.

5. Lokomotiva táhne vlak o hmotě 800 tun.

a) Jak velikou práci vykoná motor lokomotivy, zvětší-li se rychlost vlaku z 36 km/h na 54 km/h?

b) Jak veliké práce je třeba k zastavení vlaku z rychlosti 72 km/h?

c) V jaké vzdálenosti od stanice musí strojvedoucí začít brzdit, aby se vlak zastavil za půl minuty ve stanici, předpokládáme-li, že brzdící síla je stálá a že rychlost vlaku před brzděním byla 72 km/h?

Tření a odpor vzduchu zanedbejte.

Označení veličin a dané hodnoty: Hmotu vlaku $m = 8 \cdot 10^5$ kg, rychlost vlaku $v_1 = 36$ km/h = 10 m/s, $v_2 = 54$ km/h = 15 m/s, $v_3 = 72$ km/h = 20 m/s. Vlak zabrzdí na dráze s za čas $t = 30$ s. Brzdící síla F je konstantní.

Řešení: a) Vlak má při rychlosti v_1 kinetickou energii $W_1 = \frac{1}{2} m v_1^2$, při rychlosti v_2 je jeho kinetická energie $W_2 = \frac{1}{2} m v_2^2$. Zvětší-li se rychlost vlaku z hodnoty v_1 na hodnotu v_2 , vzroste jeho kinetická energie o $\Delta W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$. Podle zákona zachování energie je práce

$$\begin{aligned} A_1 &= 0,5 m (v_2^2 - v_1^2) = \\ &= 0,5 m (v_2 + v_1) (v_2 - v_1). \end{aligned} \quad (1)$$

Číselně:

$$A_1 = 0,5 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 5 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \cdot 10^7 \text{ J.}$$

Má-li vzrůst rychlost vlaku z hodnoty v_1 na hodnotu v_2 , musí motor lokomotivy vykonat práci určenou výrazem (1), číselně $5 \cdot 10^7$ J.

b) Zmenší-li vlak svou rychlost z hodnoty v_3 na nulu, zmenší se jeho kinetická energie o $\Delta W' = 0,5 m v_3^2$, takže je nutno vynaložit na zastavení vlaku práci

$$A_2 = \Delta W' = 0,5 m v_3^2. \quad (2)$$

Číselně:

$$A_2 = 0,5 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 20^2 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 16 \cdot 10^7 \text{ J}.$$

Na zastavení vlaku pohybujícího se rychlostí v_3 je třeba vynaložit podle vztahu (2) práci $16 \cdot 10^7 \text{ J}$.

c) Při brzdění konstantní silou se vlak pohybuje pohybem rovnoměrně zpožděným, takže platí $s = \frac{1}{2} |a| t^2$, kde a je velikost konstantního zpoždění vlaku. Hodnotu $|a|$ určíme z rovnice $|a| = \frac{v_3}{t}$, takže

$$s = \frac{1}{2} \frac{v_3}{t} t^2 = \frac{v_3}{2} t. \quad (3)$$

Číselně:

$$s = \frac{20}{2} 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ s} = 300 \text{ m}.$$

Úloha c) se dá vyřešit též jiným způsobem:

Má-li vlak zastavit na dráze s působením stále brzdící síly, pak musí vykonat práci $A_2 = Fs$.

Impuls brzdící síly $Ft = mv_3$, kde mv_3 značí změnu hybnosti vlaku. Odtud určíme $F = \frac{1}{t} \cdot mv_3$, takže

$$\frac{1}{2} mv_3^2 = \frac{mv_3}{t} s.$$

Odtud vyjde

$$s = \frac{v_3}{2} t,$$

což je vztah (3).

Vzdálenost, na které musí strojvedoucí brzdít, aby při dané rychlosti zastavil vlak za dobu $t = 0,5$ minuty, je určena vztahem (3); její délka je 300 m.

6. Motor malého soustruhu má výkon 0,1 kW. Na soustruhu se otáčí dřevěný válec o průměru 6 cm s frekvencí 600 otáček za minutu.

a) Určete průměrnou sílu, kterou působí nůž na obráběný předmět, je-li užitečný výkon 80 % výkonu motoru.

b) Jak veliký je tlak na nůž, je-li plošný obsah jeho hrotu $0,5 \text{ mm}^2$?

Označení veličin a dané hodnoty: Výkon motoru $P = 0,1 \text{ kW} = 100 \text{ W}$, užitečný výkon $P' = 80 \% P = 80 \text{ W} = 0,8 P$, poloměr válce je $r = \frac{d}{2} = 0,03 \text{ m}$, kde d je průměr válce. Válec se otáčí s frekvencí $f = 10 \text{ Hz}$. Plošný obsah hrotu

nože je $S = 0,5 \text{ mm}^2 = \frac{5}{10^7} \text{ m}^2$. Nůž působí na obráběný předmět silou F , tlak na nůž je p .

Řešení: a) Válec se otáčí s frekvencí f , takže hrot nože vyryje ve válci za dobu t rýhu délky $s = 2\pi r f t$ a vykoná při tom práci $A = F s = 2\pi r f t F$. Poněvadž je užitečný výkon motoru P' , vykoná soustruh za dobu t práci $A = P' t = 0,8 P t$.

Porovnáme-li poslední dvě rovnice, vyjde $2\pi r f t F = 0,8 P t$, takže

$$F = \frac{0,8 P}{2\pi r f} = \frac{0,8 P}{\pi d f}. \quad (1)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} F &= \frac{0,8 \cdot 10^2}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,03 \cdot 10} \frac{\text{kg m}^2 \text{ s}}{\text{m s}^3} = \\ &= \frac{80}{1,884} \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 43 \text{ N}. \end{aligned}$$

Nůž působí na obráběný předmět podle výrazu (1) silou 43 N.

b) Tlak je číselně roven síle působící na jednotkovou plochu. Je tedy

$$p = \frac{F}{S} = \frac{0,8 P}{\pi d S f}. \quad (2)$$

Číselně:

$$p = \frac{43 \cdot 10^7}{5} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 8,6 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2.$$

Na nůž působí tlak určený výrazem (2), číselně $8,6 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$.

7. Z dolu hlubokého 864 m se dopravuje ruda výtahem, jehož tíha i s nákladem je 5 000 kp. Výtah stoupá z nejnižší polohy po dráze 192 m rovnoměrně zrychleným pohybem, přitom působí na něj tažná síla lana 5 750 kp. Na dalším úseku dráhy o délce 480 m se pohybuje pohybem rovnoměrným a na zbývajícím úseku dráhy koná pohyb rovnoměrně zpožděný tak, že se dostane na povrch země s nulovou rychlostí. Vypočítejte celkovou dobu trvání výstupu a tažnou sílu lana na druhém a na třetím úseku dráhy.

Označení veličin a dané hodnoty: Výtah o hmotě m a tíze $G = 5 \cdot 10^3$ kp je tažen silou $F_1 = 5 750$ kp a pohybuje se po dráze $s_1 = 192$ m pohybem rovnoměrně zrychleným se zrychlením a_1 . Potom se pohybuje po dráze $s_2 = 480$ m pohybem rovnoměrným rychlostí v_1 a na posledním úseku dráhy koná rovnoměrně zpožděný pohyb se zrychlením a_3 při počáteční rychlosti v_1 , koncové $v_3 = 0$. Tažnou sílu na druhém úseku dráhy označíme F_2 , na třetím F_3 . Celková dráha $s = 864$ m. Pohyb trvá na prvním úseku dráhy dobu t_1 , na druhém t_2 a na třetím t_3 . Celková doba pohybu je t , tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Řešení: Na prvním úseku dráhy působí pohyb výtahu síla $F_1 - G$ a udělí výtahu zrychlení a_1 , které je určeno rovnicí $F_1 - G = ma_1$. Nahradíme-li v této rovnici $m = \frac{G}{g}$, vychází

$$a_1 = \frac{F_1 - G}{G} \cdot g. \quad (1)$$

Doba trvání tohoto rovnoměrně zrychleného pohybu se vypočítá z rovnice $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$, takže

$$\begin{aligned} t_1 &= \sqrt{\frac{2s_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2s_1 G}{(F_1 - G)g}} = \\ &= 2s_1 \sqrt{\frac{G}{2s_1 g (F_1 - G)}} \end{aligned} \quad (2)$$

a

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1 t_1 = \frac{F_1 - G}{G} g \cdot 2s_1 \sqrt{\frac{G}{2s_1 g (F_1 - G)}} = \\ &= \sqrt{\frac{2s_1 g (F_1 - G)}{G}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Druhý úsek dráhy projede výtah pohybem rovnoměrným. Protože rovnoměrný pohyb má zrychlení rovno 0, platí

$$F_2 - G = 0 \text{ a } F_2 = G. \quad (4)$$

Tento pohyb trvá dobu t_2 , jejíž hodnota se vypočítá z rovnice

$$t_2 = \frac{s_2}{v_1} = s_2 \sqrt{\frac{G}{2s_1 g (F_1 - G)}}. \quad (5)$$

Dráha pohybu rovnoměrně zpóźděného na třetím úseku je dlouhá $s_3 = s - (s_1 + s_2)$. Protože konečná rychlost tohoto pohybu je $v_3 = 0$ a počáteční v_1 , platí rovnice

$$v_3 = v_1 + a_3 t_3 = 0 \quad \text{a} \quad s_3 = v_1 t_3 + \frac{1}{2} a_3 t_3^2.$$

Z první z těchto rovnic vypočítáme $a_3 = -\frac{v_1}{t_3}$
a po dosazení do druhé rovnice dostaneme

$$\begin{aligned} s_3 = s - s_1 - s_2 &= v_1 t_3 - \frac{1}{2} \frac{v_1}{t_3} t_3^2 = \\ &= v_1 t_3 - \frac{1}{2} v_1 t_3 = \frac{1}{2} v_1 t_3. \end{aligned}$$

Odtud určíme

$$t_3 = 2(s - s_1 - s_2) \sqrt{\frac{G}{2s_1 g (F_1 - G)}}. \quad (6)$$

Tažnou sílu lana na tomto úseku dráhy zjistíme z rovnice $F_3 - G = m a_3$, takže

$$\begin{aligned} F_3 &= G - \frac{G}{g} \frac{v_1}{t_3} = G - \frac{G}{g} \sqrt{\frac{2s_1 g (F_1 - G)}{G}} \\ &= G - \frac{G}{g} \frac{2s_1 g (F_1 - G)}{G} \frac{1}{2(s - s_1 - s_2)} = \\ &= G - \frac{s_1 (F_1 - G)}{s - s_1 - s_2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Celková doba pohybu výtahu je

$$\begin{aligned}
 t &= t_1 + t_2 + t_3 = \\
 &= \sqrt{\frac{G}{2s_1g(F_1 - G)}}(2s_1 + s_2 + 2s - 2s_1 - 2s_2) = \\
 &= \sqrt{\frac{G}{2s_1g(F_1 - G)}}(2s - s_2). \quad (8)
 \end{aligned}$$

Číselně:

Ze vztahu (4) určíme $F_2 = G = 5\,000$ kp.

Ze vztahu (7) určíme $F_3 = 5\,000$ kp –

$$- \frac{192 \cdot 750}{192} \text{ kp} = 4\,250 \text{ kp}.$$

Ze vztahu (2) určíme $t_1 =$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \cdot 192 \sqrt{\frac{5\,000}{2 \cdot 192 \cdot 750 \cdot 10}} \sqrt{\frac{\text{kp s}^2}{\text{m m kp}}} = \\
 &= \frac{2 \cdot 192}{24} \text{ s} = 16 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

Ze vztahu (5) určíme $t_2 = \frac{480}{24} \text{ s} = 20 \text{ s}.$

Ze vztahu (6) určíme $t_3 = \frac{2 \cdot 192}{24} \text{ s} = 16 \text{ s}.$

Ze vztahu (8) určíme $t = \frac{2 \cdot 864 - 480}{24} \text{ s} =$
 $= \frac{1\,728 - 480}{24} \text{ s} = 52 \text{ s}.$

Tažné síly lana výtahu ve druhém a třetím úseku dráhy jsou obecně určeny vzorci (4) a (7), číselně 5 000 a 4 250 kp. Výstup výtahu trvá dobu určenou obecně výrazem (8), číselně 52 s.

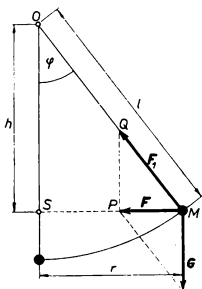
8. Malá kulička hmoty m je zavěšena na niti délky l (obr. 53). Při napjaté niti je vychýlena z rovnovážné polohy a nárazem uvedena do rovnoměrného pohybu po kružnici ve vodorovné rovině. Vzdálenost roviny od pevného bodu závěsu je h .

a) Určete velikost dostředivé síly, která působí na kuličku.

b) Určete počet otáček kuličky za minutu.

Číselně řešte pro $m = 50$ g, $h = 1,5$ m, $l = 1,6$ m.

Označení veličin a dané hodnoty: Rovnoměrný pohyb kuličky po kružnici působí stálá dostředivá síla, která má vodorovný směr a je výslednicí dvou sil, tíhy kuličky $G = mg$ a síly F_1 , kterou je kulička prostřednictvím vlákna tažena k závěsu v bodě O . Bod S je středem a úsečka $\overline{SM} = r$ poloměrem kruhové dráhy kuličky. Frek-



Obr. 53

venci pohybu kuličky označíme f , úhlovou rychlost $\omega = 2\pi f$, tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Řešení: a) Dostředivá síla má velikost $F = mr\omega^2 = 4\pi^2 f^2 mr$, tíha kuličky je $G = mg$. Z podobnosti trojúhelníků $\triangle MSO$ a $\triangle MPQ$ vyplývá vztah

$$\frac{F}{G} = \frac{r}{h} = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h} \quad (1)$$

a

$$F = mg \frac{\sqrt{(l-h)(l+h)}}{h}. \quad (2)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} F &= 5 \cdot 10^{-2} \frac{\sqrt{3,1 \cdot 0,1}}{1,5} \cdot 10 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \\ &= \frac{5}{15} \sqrt{0,31} \text{ N} = \frac{0,557}{3} \text{ N} = 0,18 \text{ N}. \end{aligned}$$

Velikost dostředivé síly je určena výrazem (2), číselně 0,18 N.

b) Upravíme-li vztah (1) dosazením za F a G , dostaneme

$$\frac{mr\omega^2}{mg} = \frac{r}{h}, \quad \text{takže} \quad \omega^2 = \frac{g}{h} \quad \text{a} \quad 2\pi f = \sqrt{\frac{g}{h}}.$$

Odtud vypočítáme

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{h}}. \quad (3)$$

Číselně:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{1,5}} \frac{\text{m}}{\text{s}^2 \text{m}} \text{ a dosadíme-li } \pi = \frac{22}{7}, \text{ pak}$$

$$f = 0,4 \text{ Hz.}$$

Frekvence kruhového pohybu kuličky je podle vztahu (3) 0,4 Hz. Kulička tedy vykoná za minutu 24 otáček.

9. Stanovte hustotu dané kapaliny:

- použitím pyknometru,
- podle Archimédova zákona.

Pomůcky: Kapalina, jejíž hustotu určíme, destilovaná voda, pyknometr, laboratorní váhy a závaží, Mohrovy vážky.

Postup měření:

a) 1. Zvážíme prázdný suchý pyknometr (obr. 54). Jeho hmotu označíme m .

2. Naplníme pyknometr zcela kapalinou, jejíž hustotu ϱ máme určit, a znovu ho zvážíme. Hmotu pyknometru naplněného kapalinou neznámé hustoty označíme m_1 .

3. Pyknometr vyprázdníme, vypláchneme, vysušíme a naplníme ho zcela kapalinou známé hustoty ϱ' , v našem případě destilovanou vodou hustoty $\varrho' = 10^3 \text{ kg/m}^3$.



Obr. 54

Pyknometr naplněný destilovanou vodou má hmotu m_2 .

4. Objem pyknometru označíme V . Hmotu kapaliny neznámé hustoty o objemu V je $m_1 - m = \varrho V$ a hmota stejného objemu destilované vody je $m_2 - m = \varrho' V$. Dělíme-li levou stranu první rovnice levou stranou druhé rovnice a pravou stranu první rovnice pravou stranou druhé rovnice, vyjde

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{m_1 - m}{m_2 - m} \quad \text{a} \quad \varrho = \varrho' \frac{m_1 - m}{m_2 - m}. \quad (1)$$

Vážením na laboratorních vahách byly zjištěny hmoty $m = 21,72 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$, $m_1 = 42,51 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $m_2 = 47,24 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

Číselně:

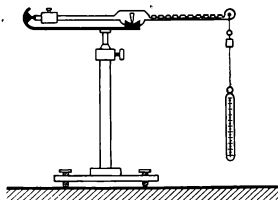
Dosazením naměřených hodnot do vztahu (1) dostaneme

$$\begin{aligned} \varrho &= 10^3 \cdot \frac{42,51 - 21,72}{47,24 - 21,72} \text{ kg/m}^3 = \\ &= 10^3 \cdot \frac{20,79}{25,52} \text{ kg/m}^3 = 0,814 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3. \end{aligned}$$

Kapalinou neznámé hustoty byl líh. Použitím pyknometru byla určena hustota lihu podle obecného vztahu (1) $\varrho = 814 \text{ kg/m}^3$.

b) Podle Archimédova zákona je možno určovat hustoty kapalin různými metodami. K velmi rychlému a přesnému měření hustot kapalin se užívají Mohrovy váhy (obr. 55).

Mohrovy váhy mají jedno rameno vahadla, na jehož konci je zavěšeno ponorné tělísko (malý teploměr), rozdělené zářezy na 10 stejných dílů, do nichž je možno klást závaží ve tvaru jezdců. Na druhém ramenu vahadla je závaží, které se dá pomocí šroubu upevnit tak, aby ve vzduchu vyvážilo přesně ponorné tělísko, umístěné na konci druhého ramena vahadla.



Obr. 55

Ponoří-li se ponorné tělísko do kapaliny, je podle Archimédova zákona nadlehčováno silou, která je rovna tíze kapaliny vytlačené ponorným tělískem. Vztahová síla kapaliny se vyrovnává závažími ve tvaru jezdců. Základní závaží je tak hmotné, že vyrovnává přesně vztahovou sílu působící na ponorné tělísko zcela ponořené do destilované vody, je-li toto závaží umístěno na konci vahadla (na desátém dílku vahadla). Další závaží mají hmotu 10krát a 100krát menší. Umístíme-li jezce do

různých vzdáleností od osy vahadla, můžeme jimi vyrovnat rovnováhu na vahách, ať je ponorné tělísko ponořeno v kterékoli kapalině. Přemístováním jezdců se mění jejich momenty vzhledem k ose vahadla, takže z jejich velikostí a z jejich umístění se dá přímo určit hustota kapaliny, do které je ponorné tělísko ponořeno.

Mohrovými vahami byla určena hustota měřeného lihu $\rho = 812 \text{ kg/m}^3$.

Druhé kolo soutěže

1. Vzdálenost dvou aut na přímé silnici je l . Ve středu jejich vzdálenosti zazní signál. Kdy ho zaslechnou cestující v obou autech, jestliže

a) auta stojí,

b) auta jedou souhlasným směrem, přední auto rychlostí v_1 , zadní rychlostí v_2 ?

Zvuk se šíří ve vzduchu rychlostí c .

Řešte nejprve obecně, potom číselně pro hodnoty $l = 360 \text{ m}$, $v_1 = 90 \text{ km/h}$, $v_2 = 20 \text{ m/s}$, $c = 340 \text{ m/s}$.

Označení veličin a dané hodnoty: Rychlost $v_1 = 90 \text{ km/hod} = 25 \text{ m s}^{-1}$. Cestující nacházející se ve stojících autech uslyší signál za stejnou dobu t . V jedoucích autech uslyší cestující signál za různé dlouhé doby; cestující v předním autě za dobu t_1 , cestující v druhém autě za dobu t_2 .

Řešení: a) Zvuk urazí rychlostí c k oběma autům dráhu dlouhou $\frac{l}{2}$; proto platí

$$t = \frac{l}{2c}. \quad (1)$$

Číselně:

$$t = \frac{360}{2 \cdot 340} \text{ m s m}^{-1} = \frac{18}{34} \text{ s} = \frac{9}{17} \text{ s}.$$

Cestující ve stojících autech uslyší signál za dobu určenou výrazem (1), číselně $\frac{9}{17}$ s.

b) Přední auto, jedoucí rychlostí v_1 , se od zdroje zvuku vzdaluje. Proto je relativní rychlost zvuku vzhledem k cestujícím v tomto autě $c_1 = c - v_1$, takže

$$t_1 = \frac{l}{2(c - v_1)}. \quad (2)$$

Číselně:

$$t_1 = \frac{360}{2(340 - 25)} \text{ s} = \frac{4}{7} \text{ s}.$$

Auto jedoucí rychlostí v_2 se ke zdroji zvuku přibližuje; proto je relativní rychlost zvuku k cestujícím v tomto autě $c_2 = c + v_2$, takže

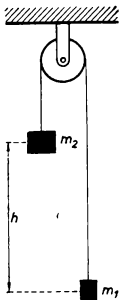
$$t_2 = \frac{l}{2(c + v_2)}. \quad (3)$$

Číselně:

$$t_2 = \frac{360}{2(340 + 20)} \text{ s} = 0,5 \text{ s}.$$

Cestující v předním autu uslyší zvuk při jízdě za dobu určenou vztahem (2), číselně $\frac{4}{7}$ s, cestující v zadním voze za 0,5 s, obecně za dobu vyjádřenou vztahem (3).

2. Na koncích nitě, která je vedena přes kladku, jsou zavěšena dvě závaží o hmotách m_1 a m_2 ($m_1 < m_2$). Závaží m_2 je o délku h výše než závaží m_1 (obr. 56).



Obr. 56

Za jakou dobu budou obě závaží v téže vodorovné rovině, jestliže je uvolníme?

Hmotu kladky a tření zanedbáme. Tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m s}^{-2}$. Řešte nejprve obecně a potom číselně pro $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$, $h = 2 \text{ m}$.

Označení veličin: Tíha lehčího závaží je $G_1 = m_1 g$, těžšího $G_2 = m_2 g$. Ve stejné vodorovné rovině budou obě závaží za dobu t . Sílu působící pohyb obou závaží označíme F , zrychlení obou závaží je a .

Řešení: Aby se obě závaží dostala do stejné vodorovné roviny, musí vykonat dráhu $0,5 h$. Obě závaží se pohybují se stejným zrychlením a působením síly $F = G_2 - G_1 = g(m_2 - m_1)$. Protože tato síla uvádí do pohybu celkovou hmotu $m_1 + m_2$, platí podle druhého Newtonova zákona

takže $G_2 - G_1 = (m_1 + m_2) a,$

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$

Obě závaží vykonají za dobu t dráhu $\frac{h}{2}$ pohybem rovnoměrně zrychleným, neboť zrychlení a je konstantní. Proto platí

$$\frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} h,$$

takže

$$t = \sqrt{\frac{h}{a}} = \sqrt{h \frac{m_1 + m_2}{g(m_2 - m_1)}}. \quad (2)$$

Číselně:

$$t = \sqrt{2 \frac{2 + 3}{10(3 - 2)} \text{ m} \frac{\text{kg s}^2}{\text{m kg}}} = 1 \text{ s}.$$

Obě závaží budou ve stejné vodorovné rovině za dobu určenou výrazem (2), číselně 1 s.

3. Lokomotiva táhne vlak o hmotě m po vodorovné přímé dráze se stálým výkonem P . Součinitel tření je f .

a) Vypočítejte zrychlení a vlaku při rychlosti v .

b) Provedte diskusi vztahu pro a a určete, za jakých podmínek se vlak pohybuje zrychleně a kdy koná pohyb rovnoměrný.

c) Může dosáhnout vlak při stálém výkonu P větší rychlosti, než je ta, kterou má při pohybu rovnoměrném?

d) Vypočítejte maximální rychlost v_m a velikost zrychlení v tomto případě.

Řešte nejprve obecně, potom číselně pro hodnoty $P = 600 \text{ kW}$, $m = 500 \text{ t}$, $f = 0,01$, $v_1 = 1 \text{ m s}^{-1}$, $v_2 = 10 \text{ m s}^{-1}$.

Označení veličin a dané hodnoty: Třecí sílu označíme T , tažnou sílu lokomotivy F , rychlost vlaku v , rychlost rovnoměrného pohybu vlaku v_r , maximální rychlost vlaku v_m . Tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, $P = 6 \cdot 10^5 \text{ W}$, $m = 5 \cdot 10^5 \text{ kg}$; F_1 je síla udělující vlaku zrychlení a .

Řešení: a) Tažná síla lokomotivy překonává třecí sílu a zároveň uděluje hmotě vlaku zrychlení. Proto platí $F = F_1 + T = ma + T$. Odtud vychází

$$\begin{aligned} a &= \frac{F - T}{m} = \frac{Fv - Tv}{mv} = \frac{P - Tv}{mv} = \\ &= \frac{P - fmgv}{mv}. \end{aligned} \quad (1)$$

b) Má-li se vlak uvést z klidu do pohybu, musí být $F > T$; pak mají čitatel i jmenovatel zlomku $\frac{F - T}{m}$ kladné hodnoty. Vlak se dá do zrychleného pohybu.

Zvětšuje-li se rychlost, kladný čitatel zlomku $\frac{P - Tv}{mv}$ se zmenšuje a zároveň se zvětšuje kladný

jmenovatel téhož zlomku. Proto zůstává zrychlení a kladné a zmenšuje se. Vlak se tedy rozjíždí pohybem nerovnoměrně zrychleným a jeho zrychlení se s rostoucí rychlostí stále zmenšuje.

Dosáhne-li rychlost takové hodnoty, že čítec zlomku $\frac{P - T v}{m v}$ nabude hodnoty 0, pak bude i $a = 0$. Při rychlosti určené rovnicí $P - T v = 0$ přestane se vlak zrychlovat a koná dále rovnoměrný pohyb rychlostí

$$v_r = \frac{P}{T} = \frac{P}{f m g}. \quad (2)$$

c) Z předcházejících úvah plyne, že rychlost vlaku se nemůže zvyšovat nad hodnotu v_r , zůstává-li výkon lokomotivy konstantní. Pohybuje-li se vlak rychlostí v_r , je tažná síla lokomotivy v rovnováze s třecí silou.

d) Z diskuse je patrné, že

$$v_m = v_r = \frac{P}{f m g}. \quad (3)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} v_m = v_r &= \frac{6 \cdot 10^5}{10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 10} \text{ N m s}^{-1} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^2 = \\ &= \frac{60}{5} \text{ kg m s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \text{ s} = 12 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Při } v_1 = 1 \text{ m s}^{-1} \text{ je } a_1 &= \\
 &= \frac{1}{5 \cdot 10^5} (6 \cdot 10^5 - 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 10) \\
 &\quad \text{kg}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s N m s}^{-1} = \\
 &= \frac{6 - 0,5}{5} \text{ kg m s}^{-2} \text{ kg}^{-1} = 1,1 \text{ m s}^{-2}.
 \end{aligned}$$

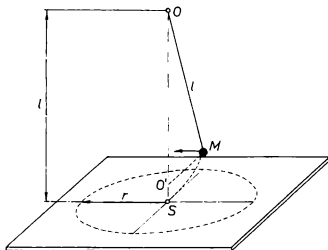
$$\begin{aligned}
 \text{Při } v_2 = 10 \text{ m s}^{-1} \text{ je } a_2 &= \\
 &= \frac{1}{5 \cdot 10^5 \cdot 10} (6 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^4 \cdot 10) \text{ m s}^{-2} = \\
 &= 0,02 \text{ m s}^{-2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Při } v_m = 12 \text{ m s}^{-1} \text{ je } a_3 &= \\
 &= \frac{1}{5 \cdot 10^5 \cdot 12} (6 \cdot 10^5 - 10^{-2} \cdot 10^6 \cdot 12) \text{ m s}^{-2} = \\
 &= \frac{6 - 5 \cdot 1,2}{12} = 0.
 \end{aligned}$$

Zrychlení vlaku je určeno vztahem (1). Vlak koná nerovnoměrně zrychlený pohyb, pokud jeho rychlost je menší než rychlost v_r určená obecně vztahem (2), číselně 12 m s^{-1} . Při rychlosti v_r , která je největší rychlostí, již může vlak při daném výkonu dosáhnout, se vlak přestane zrychlovat a pohybuje se dále rovnoměrným pohybem. Maximální rychlost je tedy rovna rychlosti v_r , číselně 12 m s^{-1} . Při této rychlosti je zrychlení rovno 0.

4. Vyšetřete velikost dostředivé síly působící při rovnoměrném pohybu po kružnici na kuličku kuželového kyvadla.

Pomůcky: Stojan na zavěšení kuželového kyvadla, kulička na tenkém vlákně, rýsovací deska, rýsovací papír s narýsovanou kružnicí, stopky, siloměr, stojánek na upevnění siloměru, laboratorní váhy, sada závaží (i zlomky gramu), měřítko, milimetrový papír.

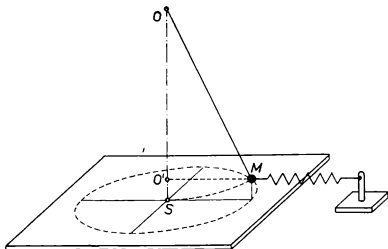


Obr. 57

Označení veličin: O je závěs kuželového kyvadla, jehož kulička má hmotu m a vlákno délku l . Kulička se pohybuje ve vodorovné rovině nad kružnicí narýsovanou na rýsovacím papíru, upevněném na rýsovací desce. Kružnice má poloměr r . Vzdálenost bodu O od roviny dráhy kuličky je h . Dráhovou rychlost kuličky označíme v , úhlovou rychlost ω , frekvenci f , oběžnou dobu T , velikost dostředivé síly F (obr. 57).

Provedení:

1. Určete na laboratorních vahách hmotu m kuličky.
2. Změřte poloměr kružnice narýsované na rýsovacím papíře.
3. Zavěste kuličku na nit délky asi 0,6 m tak, aby se dotýkala středu narýsované kružnice. Změřte délku nitě od bodu O ke středu kuličky.
4. Uvedte kuličku do rovnoměrného pohybu po kružnici nad narýsovanou kružnicí udělením vhodného impulsu ve směru tečny k narýsované kružnici. Změřte dobu potřebnou k vykonání deseti otáček kuličky a z naměřené hodnoty vypočítejte oběžnou dobu a frekvenci kruhového pohybu kuličky.



Obr. 58

5. Z hodnot získaných měřením vypočítejte úhlovou rychlost ω i dráhovou rychlost v kuličky a velikost dostředivé síly.

6. Změřte podle náčrtu na obr. 58 velikost dostředivé síly siloměrem a porovnejte ji s hodnotou vypočítanou v předcházejícím odstavci.

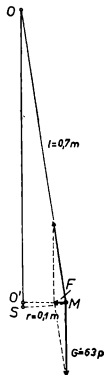
7. Z náčrtu sestrojeného podle obr. 59 ve vhodném měřítku na milimetrovém papíře zjistěte velikost dostředivé síly, působící na kuličku a srovnajte tuto hodnotu s hodnotami získanými v odstavci 5. a 6.

8. Správnost naměřené oběžné doby T ověřte výpočtem. Dostředivá síla má velikost $F = 4\pi^2 f^2 r m$. Z podobnosti trojúhelníků $\triangle MO'O$ a $\triangle MAB$ plyne vztah

$$\frac{F}{mg} = \frac{r}{h},$$

takže

$$F = mg \frac{r}{h}.$$



Obr. 59

Ze srovnání obou vzorců pro F dostaneme rovnici

$$\frac{4\pi^2 r m}{T^2} = \frac{g r m}{h} \text{ a z ní vypočítáme } T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Velikost h vypočteme z pravoúhlého $\triangle OO'M$,

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(l-r)(l+r)}, \text{ takže } T = \\ = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{(l-r)(l+r)}}{g}}.$$

Postup práce:

1. Podle pokynů odstavců 1, 2, 3, 4 a 6 byly zjištěny měřením tyto hodnoty:

Hmota kuličky $m = 0,063 \text{ kg}$.

Poloměr kružnice narýsované na rýsovacím papíře $r = 0,1 \text{ m}$.

Délka závěsu $l = 0,7 \text{ m}$.

Oběžná doba kuličky kuželového kyvadla $T = 1,63 \text{ s}$.

Dostředivá síla F měřená siloměrem, $F = 8p \pm 0,08 \text{ N}$.

2. Ze vztahů $\omega = 2\pi f$ a $v = 2\pi fr$ vypočítáme úhlovou rychlost $\omega = 3,774 \text{ rad s}^{-1}$ a $v = 0,3374 \text{ m s}^{-1}$.

3. Ze vztahu $F = mr\omega^2$ vypočítáme dostředivou sílu $F = 0,0897 \text{ N}$.

4. Ze vztahu $T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$, kde $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ vypočítáme oběžnou dobu $T = 1,653 \text{ s}$.

5. Podle pokynů odstavce 7 sestojíme graf (obr. 59) z naměřených hodnot. Úsečka zobrazující

velikost síly F má délku odpovídající asi 9 p. Vychází tedy z grafu pro velikost dostředivé síly hodnota $F = 9p \doteq 0,09 \text{ N}$.

Shrnutí: Dobré výsledky jsou u hodnot oběžné doby, jež vycházejí 1,653 s z výpočtu naměřených hodnot a 1,63 s přímým měřením. Také vypočítaná velikost dostředivé síly dobře souhlasí s hodnotou vycházející z grafu. Hodnota dostředivé síly, jež byla měřena přímo siloměrem, se od obou těchto hodnot dosti liší. Chyba byla asi způsobena třením ukazatele siloměru v jeho trubce.

14. ŘEŠENÍ ÚLOH KATEGORIE D

První kolo soutěže

1. Cestující vidí z vlaku jedoucího rychlostí 40 km/h míjet opačným směrem jiný vlak, dlouhý 75 m, po dobu 3 sekund. Jakou rychlostí jede druhý vlak?

Řešení: První vlak se pohybuje rychlostí v_1 , druhý vlak rychlostí v_2 . Protože oba vlaky jedou proti sobě, je jejich vzájemná rychlost $v = v_1 + v_2$. Druhý vlak, dlouhý $s = 75 \text{ m}$, míjí první vlak po dobu $t = 3 \text{ s}$; platí tedy

$$v = \frac{s}{t} = v_1 + v_2, \text{ takže } v_2 = \frac{s}{t} - v_1.$$

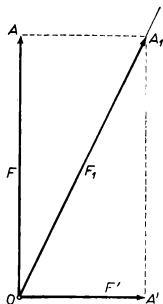
Protože

$$\frac{s}{t} = \frac{75}{3} \text{ m/s} = \frac{75}{3} \cdot \frac{3\,600}{1\,000} \text{ km/h} = 75 \cdot 1,2 \text{ km/h} = 90 \text{ km/h},$$

je $v_2 = 90 \text{ km/h} - 40 \text{ km/h} = 50 \text{ km/h}$.

Druhý vlak jede rychlostí 50 km/h.

2. Letadlo je poháněno směrem dopředu vrtulí o tažné síle $F = 210 \text{ kp}$. Ze strany, kolmo k podélné ose letadla, se do letadla opírá prudký vítr síly 100 kp. Určete graficky směr, kterým se letadlo bude pohybovat, a graficky i početně velikost výsledné síly, která působí na letadlo.



Obr. 60

Řešení: Na letadlo působí ve směrech k sobě kolmých dvě síly, $F = 210 \text{ kp}$ a $F' = 100 \text{ kp}$. Výsledná síla se dá znázornit jako úhlopříčka obdélníku, který má strany v poměru 210 : 100. Zobrazíme-li sílu 40 kp úsečkou dlouhou 1 cm, zobrazí se síla F úsečkou dlouhou 5,2 cm a síla F' úsečkou dlouhou 2,5 cm (viz obr. 60).

Výsledná síla má směr úhlopříčky obdélníku

o stranách 5,2 cm a 2,5 cm. Tímto směrem se letadlo bude pohybovat.

Velikost výsledné síly, která bude na letadlo působit, můžeme určit buď graficky, nebo početně.

Grafické určení velikosti výsledné síly: Změříme-li délku úhlopříčky rovnoběžníku sil, kterým jsme graficky složili síly F a F' , vyjde nám délka 5,8 cm. Protože 1 cm zobrazuje sílu 40 kp, je výsledná síla $F_1 = 5,8 \cdot 40 \text{ kp} = 232 \text{ kp}$. Protože jsme délku 5,8 neodměřili přesně, je 232 kp jen přibližná velikost výsledné síly.

Početní určení velikosti výsledné síly: Užijeme-li Pythagorovy věty, platí

$$\begin{aligned} F_1 &= \sqrt{F^2 + F'^2} = \sqrt{44\,100 + 10\,000} \text{ kp} = \\ &= \sqrt{54\,100} \text{ kp} = 232,6 \text{ kp}. \end{aligned}$$

Na letadlo působí výsledná síla 232,6 kp.

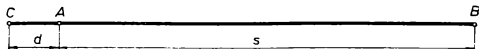
3. Dopravní hlídka u silnice měří rychlosti motorových vozidel. Dovolená rychlost v daném úseku je 15 km/h. Ve vzdálenosti 500 m od první hlídky je hlídka druhá; obě hlídky jsou spojeny telefonicky. Zjistí-li první hlídka nepřipustnou rychlost vozidla, hlásí to hlídce druhé, která vozidlo zastaví. Hlášení musí být druhou hlídkou přijato aspoň 20 s před příjezdem vozidla.

a) Prvá hlídka zjistila, že motorové vozidlo projelo úsek 50 m za 7,2 s. Je to přípustná rychlost?

b) Za kolik sekund po projetí vozidla v úseku první hlídky musí přijmout hlášení druhá hlídka, byla-li rychlost v předešlém případě nepřipustná?

c) V jaké nejkratší době může vozidlo ujet uvedených 50 m, aby byla rychlost ještě přípustná?

d) Při jaké minimální rychlosti vozidla nemůže již druhá hlídka vozidlo zastavit?



Obr. 61

Řešení: První hlídka je v místě A , druhá v místě B (obr. 61). Vzdálenost $\overline{AB} = s = 500$ m. Dovolená rychlost vozidla na tomto úseku je $v =$

$$= 15 \text{ km/h} = \frac{15\,000}{3\,600} \text{ m/s} = \frac{75}{18} \text{ m/s} = \frac{25}{6} \text{ m/s}.$$

$$\begin{aligned} \text{a) Jestliže vozidlo projelo dráhu } \overline{CA} = d = 50 \text{ m za čas } t_1 = 7,2 \text{ s, jeho rychlostí } v_1 = \\ = \frac{d}{t_1} = \frac{50}{7,2} \text{ m/s} = \frac{500}{72} \text{ m/s} = \frac{125}{18} \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Protože rychlost v_1 je větší než dovolená rychlost v , jede vozidlo nepřipustnou rychlostí.

$$\begin{aligned} \text{b) Jestliže se vozidlo pohybuje i dále stejnou rychlostí, projede vzdálenost } \overline{AB} = s \text{ za dobu} \\ t_2 = \frac{s}{v_1} = 500 \text{ m} : \frac{125}{18} \text{ m/s} = 72 \text{ s. Protože hlíd-} \end{aligned}$$

ka v místě B potřebuje dobu $t = 20$ s k tomu, aby mohla vozidlo zastavit, musí přijmout hlášení za dobu $t_2 - t = 52$ s po projetí vozidla místem A .

Aby mohla hlídka v místě B zastavit vozidlo jedoucí nepřipustnou rychlostí $v_1 = \frac{125}{18}$ m/s, musí dostat hlášení za dobu $t_2 - t = 52$ s po projetí vozidla místem A .

c) Nejkratší doba, za kterou může vozidlo projet uvedený úsek $d = 50$ m přípustnou rychlostí, je $t_3 = \frac{d}{v} = 50 \text{ m} : \frac{25}{6} \text{ m/s} = 12 \text{ s}$.

d) Kdyby hlídka v místě A hlásila nedovolenou rychlost vozidla okamžitě, když projíždí vozidlo místem A , musila by hlídka v místě B dostat toto hlášení o čas $t = 20$ s dříve, než ono vozidlo dojede do místa B .

Jestliže se tedy bude vozidlo pohybovat rychlostí rovnou $v_2 = \frac{s}{t} = \frac{500}{20} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$ nebo větší, nemá hlídka možnost je zastavit.

4. Cyklista vážící s kolem 70 kp jede po přímé silnici 1 000 m dlouhé se stoupáním 4 m na 100 m délky silnice. Za jakou dobu vyjede na kopec, je-li jeho výkon 7,0 kp m/s? Jakou jede průměrnou rychlostí?

Řešení: Silnice stoupá o 4 m na 100 m délky silnice, takže na délce $s = 1\,000$ m se zvýší o $h =$

= 40 m. Cyklista, který i s kolem váží $G = 70 \text{ kp}$, vykoná na dráze s práci $A = Gh = 70 \cdot 40 \text{ kp m} = 2800 \text{ kp m}$. Je-li jeho výkon $P = 7 \text{ kp m/s}$, koná tuto práci po dobu $t = \frac{A}{P} = \frac{Gh}{P} = \frac{2800}{7} \text{ s} = 400 \text{ s} = 6 \text{ min } 40 \text{ s}$.

Po tuto dobu se cyklista pohybuje po trati dlouhé $s = 1000 \text{ m}$. Jeho rychlost má tedy hodnotu

$$v = \frac{s}{t} = s : \frac{Gh}{P} = \frac{Ps}{Gh} = \frac{1000}{400} \text{ m/s} = 2,5 \text{ m/s}.$$

Cyklista vyjede na kopec průměrnou rychlostí $2,5 \text{ m/s}$ za dobu $6 \text{ min } 40 \text{ s}$.

5. Na dvojzvratné páce jsou zavěšena dvě závaží tak, že je rovnováha. Potom je pod každé závaží postavena nádoba, do níž se bude nalévat stejná kapalina, až v ní budou obě tělesa úplně ponořena. Posuďte a zdůvodněte, co se stane v těchto případech:

a) Obě závaží jsou stejně těžká a jsou z materiálu různé hustoty.

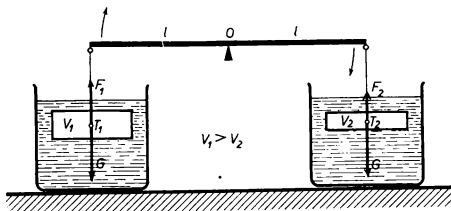
b) Závaží jsou různě těžká a jsou z téhož materiálu.

V obou případech udělejte náčrtek. Svě vysvětlení si ověřte pokusem.

Řešení: a) Těleso o menší hustotě má větší objem než stejně těžké těleso o větší hustotě. Ponevaž jsou obě tělesa stejně těžká a na páce je rovnováha, jsou obě tělesa zavěšena stejně daleko od osy otáčení (rovnoramenná páka).

Ponoříme-li tělesa do kapaliny o stejné hustotě, je podle Archimédova zákona těleso o větším objemu nadlehčováno větší silou než těleso druhé (obr. 62a).

Proto se po ponoření tělesa do kapaliny poruší na páce rovnováha a rameno páky s tělesem o menší hustotě se zvedá a druhé rameno klesá.



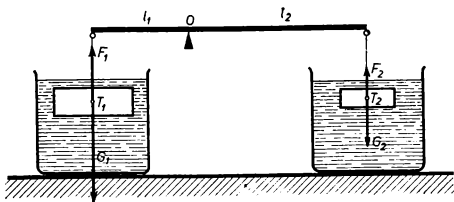
Obr. 62a

b) Protože obě tělesa jsou ze stejného materiálu, má těžší těleso o váze G_1 větší objem než těleso lehčí o váze G_2 . Je-li na páce rovnováha, musí být těleso o větší váze a o větším objemu V_1 zavěšeno na kratším ramenu l_1 páky než lehčí těleso o menším objemu V_2 , které visí na delším ramenu l_2 . Protože momenty sil G_1 a G_2 jsou opačně orientovány, platí podle momentového zákona $G_1 l_1 - G_2 l_2 = 0$, takže

$$\frac{G_2}{G_1} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Ponoříme-li obě tělesa do kapaliny o stejné hustotě, je těžší těleso nadlehčováno silou F_1 , lehčí silou F_2 . Velikost těchto sil jsou podle Archimédova zákona přímo úměrné objemům ponořených těles.

Platí tedy $\frac{F_1}{F_2} = \frac{V_1}{V_2}$. Protože však objemy těles



Obr. 62b

o stejné hustotě jsou přímo úměrné tíhovým silám, platí

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{G_1}{G_2} \quad \text{a} \quad F_2 = F_1 \frac{G_2}{G_1}.$$

Součin $F_2 l_2 = F_1 \frac{G_2}{G_1} l_2 = F_1 \frac{l_1}{l_2} l_2 = F_1 l_1$.

Platí tedy momentový zákon i pro vztlakové síly (obr. 62b).

Proto se rovnováha na páce po ponoření těles do kapaliny neporuší.

6. Tepelná elektrárna spotřebuje na výrobu jedné kilowatthodiny elektrické energie 0,5 kg uhlí o výhřevnosti 7 000 kcal/kg. Určete účinnost elektrárny.

Řešení: Na výrobu jedné kWh elektrické energie se spotřebuje $m = 0,5$ kg uhlí, které má výhřevnost $H = 7\,000$ kcal/kg a při spálení vydá teplo $Q = mH = 7\,000 \cdot 0,5$ kcal = 3 500 kcal.

$$\text{Jedna kcal} = 4\,185,5 \text{ W s} = \frac{4\,185,5}{3\,600} \text{ W h} = 1,163 \text{ W h} = 0,001\,163 \text{ kW h}.$$

$$\text{Proto je } Q = 3\,500 \cdot 0,001\,163 \text{ kW h} = 4,070\,5 \text{ kW h}.$$

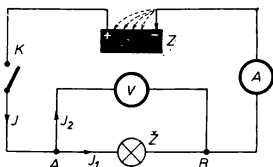
Účinnost je poměr vyrobené elektrické energie a energie tepelné, která se spotřebuje na její výrobu. Proto je účinnost elektrárny $\eta = \frac{1}{4,070\,5} = 0,246 = 24,6 \%$.

Účinnost tepelné elektrárny je 24,6 %.

7. Určete odpor žárovky změřením proudu a napětí. Měření proveďte pro pět různě velikých proudů jdoucích žárovkou. Měření zapište do tabulky. Nakreslete schéma spojení. Uveďte, jakého zdroje napětí, jaké žárovky a jakých přístrojů jste k měření použili, a popište postup měření.

Potřeby a jejich označení: Baterie šesti olovených akumulátorů jako zdroj Z stejnosměrného napětí; žárovka $\checkmark$ s kovovým vláknem (Osram, 60 W, 120 V); spínač K proudu; dva avometry, jeden jako voltmetr V , druhý jako ampérmetr A ; spojovací dráty.

Označení veličin: Napětí na svorkách žárovky označíme U , proud naměřený ampérmetrem I . Předpokládáme-li, že odpor voltmetru je veliký vzhledem k odporu žárovky, pak můžeme odpor žárovky počítat podle vztahu $R = \frac{U}{I}$.



Obr. 63

Postup práce: 1. Sestavíme obvod podle schématu na obr. 63. Do obvodu zařadíme nejprve dva články akumulátorové baterie. Na voltmetru odečteme napětí ve voltech, na ampérmetru proud v miliampérech. Naměřené hodnoty zaznamenáme do tabulky.

2. Do obvodu zapojíme postupně dva, tři, čtyři, pět a šest článků baterie, změříme velikosti proudu a napětí a naměřené hodnoty zaznamenáme do tabulky.

3. Z každých dvou k sobě příslušných hodnot napětí a proudu vypočteme odpor a jeho velikost zaznamenáme do tabulky.

4. Vypočítáme aritmetický průměr všech pěti vypočítaných hodnot.

Tabulka:

Měření	1	2	3	4	5
Napětí U [V]	12,2	10,1	8,1	6,0	4,0
Proud I [mA]	131	109	88	65	43
Odpor R [Ω]	93,1	92,7	92,1	92,3	91,9

Aritmetický průměr všech pěti měření je $R_p = 92,4 \Omega$.

Shrnutí: Hodnoty odporu žárovky, vypočítané z naměřených hodnot napětí a proudu, se od sebe liší jen málo, takže je možno pokládat výsledek měření za dobrý. Příčiny nestejných výsledků v jednotlivých případech jsou: 1. V uzlech A , B se proud, procházející nerozvětvenou částí obvodu, větví na dvě části I_1 a I_2 . Žárovkou prochází proud $I_1 < I$. Správná hodnota odporu žárovky by vyšla ze vztahu $R = \frac{U}{I_1}$.

2. Odpor vodiče závisí na teplotě. Prochází-li obvodem větší proud, jsou všechny součásti obvodu teplejší. Je tedy odpor kteréhokoli vodiče závislý na proudu, který vodičem prochází.

3. Žádné měření není docela přesné.

8. Máme změřit napětí dvanáctivoltové automobilové baterie voltmetrem s měrným rozsahem do 1,5 V. Odpor voltmetru je 30 ohmů. Jak velikého odporu je k úpravě rozsahu zapotřebí? Jak odpor zapojíme? Jak dlouhý konstantanový drát o průměru 0,15 mm² o měrném odporu 0,50 Ω mm²/m bychom museli použít k navinutí tohoto odporu?

Řešení: Má-li voltmetr měřit napětí 12 voltů, musí mít rozsah 12 voltů nebo větší. Protože původní rozsah je 1,5 voltu, volíme rozsah 15 voltů. Voltmetrem však nesmí ani při zvětšeném rozsahu procházet větší proud než původně, jinak by se poškodil. Proto zařadíme do větve s voltmetrem, sériově s voltmetrem, tzv. předřazený odpor. Volíme-li předřazený odpor devětkrát větší, než je odpor voltmetru, bude na svorkách předřazeného odporu devětkrát větší napětí než na svorkách voltmetru. Je-li tedy na svorkách voltmetru napětí 1,5 V, je na vstupní svorce voltmetru a na výstupní svorce předřazeného odporu napětí 15 voltů (obr. 64).

Aby se měrný rozsah voltmetru rozšířil z hodnoty 1,5 V na hodnotu 15 V, je nutno voltmetru předřadit odpor devětkrát větší, než je odpor voltmetru, tedy odpor $R = 9 \cdot 30 \Omega = 270 \Omega$.

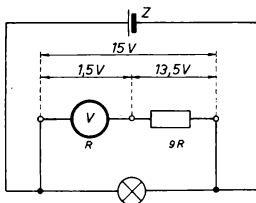
Ze vztahu $R = \rho \frac{l}{S}$ vychází pro délku drátu

$$l = \frac{RS}{\rho}.$$

Číselně:

$$l = \frac{270 \cdot 0,15}{0,5} \frac{\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}}{\Omega \text{ mm}^2} = 540 \cdot 0,15 \text{ m} = 81 \text{ m}.$$

Na navinutí předřazeného odporu pro voltmetr by bylo potřeba 81 m konstantanového drátu o průměru 015 mm².



Obr. 64

9. Ponorný vaříč předává teplo kapalině takřka beze ztrát. Je určen pro napětí 220 V a má výkon 750 W. Jaký proud jím teče a jaký má vaříč odpor? Za jakou dobu se jím ohřeje 2,5 kg vody z teploty 12,5° C na teplotu varu?

Řešení: Do rovnice $P = UI$, kde P značí výkon vaříče, U napětí na jeho svorkách a I proud, který vaříčem protéká, dosadíme z Ohmova zákona

$$I = \frac{U}{R}; \text{ vyjde } P = \frac{U^2}{R} \text{ a odtud } R = \frac{U^2}{P}. \text{ Či-}$$

$$\text{sleň vychází } R = \frac{220^2 \text{ V}^2}{750 \text{ W}} = \frac{48\,400}{750} \frac{\text{V}^2}{\text{VA}} = 64,53 \, \Omega.$$

$$\text{Z rovnice } P = UI \text{ vychází } I = \frac{P}{U} = \frac{750 \text{ W}}{220 \text{ V}} =$$

$$= 3,41 \text{ A.}$$

Vaříčem protéká proud 3,41 A a jeho odpor má hodnotu 64,53 Ω .

Na zahřátí $m = 2,5 \text{ kg}$ vody z teploty $t_1 = 12,5^\circ \text{C}$ na teplotu $t_2 = 100^\circ \text{C}$ je zapotřebí teplo $Q = mc(t_2 - t_1)$, kde $c = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg deg}}$ značí měrné teplo vody. Číselně vychází

$$Q = 1 \cdot 2,5 \cdot (100 - 12,5) \frac{\text{kcal kg deg}}{\text{kg deg}} =$$

$$= 218,8 \text{ kcal} = 218,8 \cdot 4,1855 \cdot 10^3 \text{ J} =$$

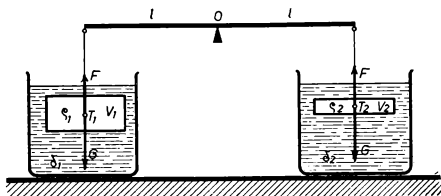
$$\doteq 885\,787 \text{ J.}$$

Tuto energii dodá vodě téměř beze ztrát vaříč o výkonu $P = 750 \text{ W}$. Je tedy $Q = Pt$, takže $t = \frac{Q}{P} = \frac{885\,787 \text{ W s}}{750 \text{ W}} \doteq 1\,181 \text{ s}$. Vyjádříme-li čas v minutách, vychází $t \doteq 20 \text{ minut}$.

Daným vaříčem se ohřeje množství 2,5 kg vody do varu asi za 20 minut.

Druhé kolo soutěže

1. Na dvojzvrtné páce jsou zavěšena dvě stejně těžká závaží z různého materiálu tak, že je rovnováha. Potom pod obě závaží postavíme nádobky, do nichž byly nality dvě různé kapaliny tak, aby v nich byla tělesa úplně ponořena. Rovnováha se neporuší. Co můžeme říci o měrných váhách obou závaží?



Obr. 65

Řešení: Obě závaží mají stejnou váhu G . Měrnou váhu prvního závaží označíme ϱ_1 , druhého závaží ϱ_2 , objem prvního závaží V_1 , druhého V_2 ; měrná váha kapaliny, do níž je ponořeno první závaží, je δ_1 , měrná váha druhé kapaliny δ_2 (obr. 65).

Rovnost vah obou závaží vyjádříme rovnicí $V_1\varrho_1 = V_2\varrho_2$, ze které plyne

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{V_2}{V_1}. \quad (1)$$

Jsou-li dvě stejně těžká závaží, zavěšená na páce, v rovnováze, musí být místa jejich závěsů stejně vzdálená od osy páky. Mají-li závaží zůstat v rovnováze i po ponoření do kapalin různých hustot, musí v nich být nadlehčována stejně velkými silami. Proto platí rovnice $V_1\delta_1 = V_2\delta_2$, z které vychází

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{V_2}{V_1}. \quad (2)$$

Porovnáme-li rovnice (1) a (2), získáme vztaž

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2}. \quad (3)$$

Poměr měrných vah obou závaží je stejný jako poměr měrných vah kapalin, do kterých jsou závaží ponořena.

2. Na vyhřátí dobře větrané třídy je třeba asi 1 000 kcal za hodinu. Kolik hl vody musí za hodinu protéci radiátory teplovodního ústředního topení ve třídě, má-li vtékající voda teplotu 80 °C, voda vytékající 72 °C? Kolik uhlí výhřevnosti $H = 7\,000$ kcal/kg se spotřebuje denně na vyhřátí této místnosti, je-li topení v provozu 12 hodin? Účinnost zařízení je 15 %.

Označení veličin a dané hodnoty: Na vyhřátí místnosti se spotřebuje $Q = 1\,000$ kcal/h. Vtékající voda má teplotu $t_1 = 80$ °C, vytékající $t_2 = 72$ °C. Radiátory protéká za hodinu množství vody hmoty m_v . Hmotu uhlí, které se spotřebuje denně na

vyhřátí místnosti, označíme m . Provoz trvá denně dobu $\tau = 12$ hod. Účinnost je $\eta = 15 \% = 0,15$. Výhřevnost uhlí $H = 7\,000$ kcal/kg. Měrné teplo vody je $c = 1$ kcal/kg deg.

Řešení: Množství vody m_v , které proteče radiátory za hodinu, má vydat teplo Q . Proto platí $Q = cm_v(t_1 - t_2)$. Odtud určíme

$$m_v = \frac{Q}{c(t_1 - t_2)} . \quad (1)$$

Číselně:

$$m_v = \frac{1\,000}{80 - 72} \frac{\text{kcal kg deg}}{\text{h kcal deg}} = 125 \text{ kg/h.}$$

Každou hodinu musí protéci radiátory teplovodního zařízení ve třídě množství vody o hmotě určené obecně vztahem (1), číselně 1,25 hl za hodinu.

Na vyhřátí místnosti je zapotřebí denně množství tepla

$$Q' = Q\tau. \quad (2)$$

Toto teplo musí vydat množství uhlí hmoty m o výhřevnosti H při účinnosti η . Protože se při ohřívání vody z teploty t_2 na t_1 zužitkuje jen teplo ηHm a poněvadž k vyhřátí místnosti je třeba denně teplo $Q\tau$, platí

$$\eta Hm = Q\tau,$$

takže

$$m = \frac{\tau Q}{\eta H} . \quad (3)$$

Číselně:

$$m = \frac{12 \cdot 1\,000}{0,15 \cdot 7\,000} \frac{\text{kcal h kg}}{\text{h kcal}} = \frac{4 \cdot 200}{70} \text{ kg} = 11,43 \text{ kg}.$$

Na vyhřátí místnosti se spotřebuje denně 11,43 kg uhlí. Obecně je toto množství určeno vztahem (3).

3. Elektrický sporák má při napětí 220 V celkový výkon 4 400 W. Zapojením dalších spotřebičů klesne napětí na 195 V. O kolik wattů klesne výkon sporáku při zmenšeném napětí?

Předpokládáme, že se odpor sporáku při sníženém napětí nezměnil.

Počítejte nejdříve obecně.

Označení veličin a dané hodnoty: Sporák má při napětí $U_1 = 220 \text{ V}$ výkon $P_1 = 4\,400 \text{ W}$. Klesne-li napětí na svorkách sporáku na $U_2 = 195 \text{ V}$, sníží se výkon na P_2 . Odpor sporáku označíme R , proud protékající sporákem při napětí U_1 je I . Snížení výkonu označíme ΔP .

Řešení: Podle Ohmova zákona platí vztah $I = \frac{U_1}{R}$ a podle známého vztahu má výkon hodnotu

$$P_1 = U_1 I = \frac{U_1^2}{R}, \text{ takže}$$

$$R = \frac{U_1^2}{P_1}. \quad (1)$$

Při napětí U_2 pracuje sporák s výkonem $P_2 = \frac{U_2^2}{R}$
a dosadíme-li za R hodnotu ze vztahu (1), je

$$P_2 = \frac{U_2^2}{U_1^2} \cdot P_1. \quad (2)$$

Snížení výkonu

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_1 - P_2 = P_1 - \frac{U_2^2 P_1}{U_1^2} = \\ &= \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_1^2} P_1 = P_1 \frac{(U_1 - U_2)(U_1 + U_2)}{U_1^2}. \quad (3) \end{aligned}$$

Číselně:

$$\begin{aligned} \Delta P &= 4400 \frac{25 \cdot 415}{220^2} \text{ W} \frac{V^2}{V^2} = \frac{25 \cdot 415}{11} \text{ W} = \\ &= 943,2 \text{ W}. \end{aligned}$$

Při zmenšeném napětí klesne výkon sporáku o hodnotu určenou vztahem (3), číselně o 943 W.

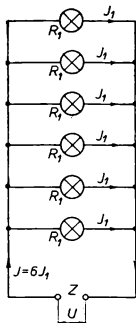
4. Do obvodu je paralelně zařazeno šest žárovek, z nichž každá má odpor $484 \, \Omega$. Svorkové napětí zdroje je 220 V (obr. 66).

a) Jak veliký je celkový odpor obvodu? Odpor přírodních drátů zanedbáváme.

b) Jak veliký proud obvodem protéká?

c) Kolik se zaplatí za spotřebovanou energii za dva měsíce, svítí-li se průměrně denně 4 hodiny a 1 kW h stojí 0,70 Kčs?

Označení veličin a dané hodnoty: Do obvodu je paralelně zařazeno $n = 6$ žárovek o odporu $R_1 = 484 \Omega$. Proud procházející jednou žárovkou při napětí $U = 220 \text{ V}$ je I_1 , celkový proud v obvodu označíme I . Žárovky svítí během dvou měsíců celkově $t = 240$ hodin. Energii spotřebovanou žárovkami za dobu t označíme A , obnos zaplacený za spotřebovanou energii o . Cena 1 kWh je $c = 0,70 \text{ Kčs/kWh}$.



Obr. 66

Řešení: a) Protože žárovky jsou do obvodu zařazeny paralelně, je celkový odpor obvodu určen rovnicí $\frac{1}{R} = \frac{n}{R_1}$, takže

$$R = \frac{R_1}{n}. \quad (1)$$

Číselně:

$$R = \frac{484}{6} \Omega = 80,67 \Omega.$$

Celkový odpor obvodu je podle vztahu (1) roven $80,67 \Omega$.

b) Podle Ohmova zákona protéká obvodem proud

$$I = \frac{U}{R} = n \frac{U}{R_1}. \quad (2)$$

Číselně:

$$I = 6 \cdot \frac{220}{484} \frac{\text{V}}{\Omega} = 2,73 \text{ A.}$$

Obvodem protéká proud určený vztahem (2), číselně 2,73 A.

c) Energii spotřebovanou obvodem určíme podle Joulova-Lencova zákona vztahem $A = UI t$. Dosadíme-li za I z výrazu (2), vychází $A = n \frac{U^2}{R_1} t$.

Za tuto energii se zaplatí obnos

$$o = cA = \frac{cnU^2t}{R_1}. \quad (3)$$

Číselně:

$$\begin{aligned} o &= \frac{0,7 \cdot 6 \cdot 220^2 \cdot 240}{484} \frac{\text{V}^2 \text{ h}}{\Omega} \frac{\text{Kčs}}{\text{kW h}} = \\ &= \frac{4,2 \cdot 48\,400 \cdot 240}{484 \cdot 1\,000} \frac{\text{kV A h Kčs}}{\text{kW h}} = \\ &= 4,2 \cdot 24 \text{ Kčs} = 101 \text{ Kčs.} \end{aligned}$$

Za spotřebovanou elektrickou energií se zaplatí 101 Kčs.

OBSAH

1. Úvod	5
2. Složení ÚV FO	9
3. Předsedové KV FO	11
4. Okresní výbory FO	12
5. Pokyny k úpravě, postupu řešení a klasifikační zá- sady pro opravování úloh soutěže	13
6. Průběh soutěže ve školním roce 1963/64	15
7. Výsledky jednotlivých kol soutěže	26
8. Hodnocení pátého ročníku soutěže FO	49
9. Závěr pátého ročníku FO	55
10. Studijní texty pro první kolo pátého ročníku FO	59
11. Řešení úloh kategorie A	104
12. Řešení úloh kategorie B	166
13. Řešení úloh kategorie C	211
14. Řešení úloh kategorie D	249

EDICE POMOCNÉ KNIHY PRO ŽÁKY

Jan Tesař

PÁTÝ ROČNÍK FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Obálku navrhl František Adámek

Obrázky rýsoval Josef Kubík

Vydání 1. — Praha 1965 — Počet stran 272

Odpovědná redaktorka: Jiřina Cívínová

Výtvarný redaktor: Ctirad Bezděk

Technická redaktorka: Eva Duchečková

Z nové sazby písmem Plantin vytiskla tiskárna

Rudé právo, vydavatelství ÚV KSČ, Brno

Formát papíru 70 × 100 cm — AA 8,98 — VA 9,37 —
D-03*50165

Náklad 1 900 výtisků — Tematická skupina a pod-
skupina 03/5

Cena brožovaného výtisku Kčs 6,—
63/II-13

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p.,
v Praze jako svou publikaci č. 55-0-28

14-955-65 Kčs 6,—

Pro samostatné studium z oboru fyziky doporučujeme žákům středních všeobecně vzdělávacích a středních odborných škol několik publikací, které vydalo Státní pedagogické nakladatelství:

Dr. Miroslav Laitoch, dr. Marta Chytilová

První ročník Fyzikální olympiády

(cena brožovaného výtisku Kčs 2,25)

Jaroslav Pospíšil, Vladimír Rudolf

Druhý ročník Fyzikální olympiády

(cena brožovaného výtisku Kčs 2,75)

Vladimír Rudolf, Jan Tesař

Třetí ročník Fyzikální olympiády

(cena brožovaného výtisku Kčs 5,—)

Jan Tesař, Zbyněk Kubíček a Marie Čechová

Čtvrtý ročník Fyzikální olympiády

(cena brožovaného výtisku Kčs 5,—)

Dr. Antonín Bělař

Dynamické zákony Newtonovy

(cena brožovaného výtisku Kčs 2,50)

Dr. Emanuel Klier

Polovodiče

(cena brožovaného výtisku Kčs 1,60)

SPN 55-0-28

14-955- 65

03:5 Kčs 6 —