DRUHÝ ROČNÍK FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Druhý ročník

FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Zpráva o řešení úloh
ze soutěže konané
ve školním roce 1960/61

PRAHA 1962

STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ

Zpracovali Jaroslav Pospíšil a Vladimír Rudolf
Na obrázcích spolupracoval Zdeněk Kupka
Recenzovali Jan Tesař a dr. František Lehar

1. ÚVOD

Fyzikální olympiáda (FO) je celostátní soutěž, jejímž účelem je vzbudit u žáků zájem o fyziku, zvýšit úroveň vyučování a zlepšit vyučovací výsledky ve fyzice. Soutěž přispívá k vyhledávání a k podpoře žáků, kteří vynikají ve fyzice, a pomáhá tím zajišťovat a zvyšovat počet studentů, přicházejících na vysoké školy směru matematicko-fyzikálního a technického.

Fyzikální olympiáda vede žáky k samostatné práci. Žáci svou účastí v soutěži si prohloubí a zopakují učivo před závěrečnou zkouškou a před přijímacími pohovory na vysoké školy. Při výběru studentů na vysoké školy matematického, fyzikálního a technického směru se přihlíží k tomu, zda se přijímaný žák zúčastnil Fyzikální olympiády a jaký v ní měl úspěch.

Za dobrou práci v soutěži jsou všichni úspěšní řešitelé druhého a třetího kola soutěže odměněni cenami. Kromě toho úspěšní řešitelé druhého kola dostanou pochvalná uznání od krajských výborů Fyzikální olympiády (KVFO) a vítězové třetího kola obdrží diplomy od ústředního výboru Fyzikální olympiády (ÚVFO).

Účast žáků v soutěži je dobrovolná a pečují o ni všichni učitelé fyziky, pro něž je tato práce součástí jejich učitelského a politicko-výchovného úkolu. Vedením této soutěže se zvyšuje i odborná zdatnost učitelů, proto jim pedagogické ústavy, odbory školství národních výborů, organizace ČSM a ředitelé škol poskytují v této práci účinnou pomoc.

Ve školním roce 1960/61 proběhl II. ročník soutěže. O její úspěšný průběh se zasloužila většina učitelů fyziky, referenti FO, ředitelé škol a inspektoři, pokud propagovali soutěž na školách.

Velkou práci v průběhu soutěže a při její přípravě vykonali členové krajských výborů Fyzikální olympiády a členové ústředního výboru Fyzikální olympiády.

Jednota československých matematiků a fyziků (JČMF) spolu s ústředním výborem Fyzikální olympiády děkuje za obětavou a iniciativní práci při řízení a organizování soutěže zvláště soudruhům z ÚVFO a KVFO; jsou to *prof. dr. B. Havelka, prof. dr. R. Košťál, V. Rudolf, J. Pospíšil, dr. B. Vlach, D. Košťálová, J. Konrád, Fr. Šuráň, Fr. Fišer, J. Sušanka, doc. dr. J. Feifer, K. Hofman, Z. Ungerman, E. Chráska, Fr. Živný, dr. I. Náter, E. Sokol, M. Voráček, J. Chrapan, dr. M. Chytilová, J. Louvar, Fr. Púchovský, E. Říman, J. Stránský, J. Tesař, doc. dr. L. Thern, J. Janovič, Z. Šimkovicová, A. Hudec, I. Turek, Zb. Fukala, St. Ondrejka, M. Barát, M. Jančovič, Fr. Kuba, Z. Kubíček, Fr. Ledabyl, dr. Fr. Smutný, dr. M. Bajer, O. Tomeš, St. Fröhlich, doc. dr. J. Tichý, J. Mikulecký, V. Technik, M. Horák, J. Honner, L. Hájek, Fr. Vejsada, M. Eclerová, Fr. Boček.* Dále děkuje všem ostatním obětavým pracovníkům, kteří přispěli svým přičiněním ke zdárnému průběhu soutěže.

Jmenovaní pracovníci se obětavě a bez odměny podíleli na vypracování návrhů a vzorových řešení úloh a na jejich opravování pro jednotlivé ročníky a kategorie Fyzikální olympiády. Horlivě a účinně propagovali tuto soutěž a ve své práci dosahovali velmi pěkných výsledků. Tuto jejich činnost je nutno náležitě oceňovat a hodnotit jako velmi důležitou politickovýchovnou práci.

Ke zvládnutí organizační stránky soutěže přispěl ÚV JČMF, zvláště ústřední inspektor *Miloš Jelínek* jako jednatel ÚV JČMF a pracovník MŠK a krajské výbory poboček JČMF. Soudružky *R. Valouchová* a *J. Matyášová* z kanceláře ÚV JČMF obstarávaly rozesílání letáků a pozvánek, a tak pomáhaly rovněž při organizování soutěže.

Do propagace soutěže se zapojil také ÚV ČSM a organizace ČSM na školách.

Ústřední výbor děkuje rektorátu Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě a zvláště pak vedoucímu katedry fyziky *prof. dr. D. Ilkovičovi*, že umožnili provést třetí kolo soutěže v budově jejich školy v Bratislavě. Dík patří též *dr. I. Náterovi* za bezvadnou organizaci třetího kola a všem asistentům a odborným asistentům, kteří připravili experimentální úlohy pro soutěž a dozírali na práci žáků při provádění experimentální úlohy v průběhu třetího kola soutěže.

K zvládnutí druhých kol soutěže přispěli také pracovníci jiných vysokých škol v jednotlivých krajích, kterým ÚVFO rovněž děkuje touto cestou za jejich práci.

ÚVFO děkuje dále redakci Rozhledů matematicko-fyzikálních za spolupráci.

2. SLOŽENÍ ÚSTŘEDNÍHO VÝBORU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY VE ŠKOLNÍM ROCE 1960/61

Soutěž je celostátně řízena ústředním výborem Fyzikální olympiády, jehož členy jmenovalo na návrh JČMF ministerstvo školství a kultury. Sídlo ústředního výboru Fyzikální olympiády je Praha 1 – Malá strana, Maltézské náměstí 1 (Jednota československých matematiků a fyziků) a Olomouc, Fierlingerova 10 (Katedra fyziky University Palackého).

Ve školním roce 1960/61 měl ústřední výbor Fyzikální olympiády toto složení:

Předseda: *RNDr. et Dr. Sc. Bedřich Havelka*, profesor přírodovědecké fakulty University Palackého v Olomouci.

Místopředseda: *RNDr. Marta Chytilová*, pracovnice Výzkumného ústavu pedagogického v Praze.

Jednatel: *Jaroslav Pospíšil*, asistent přírodovědecké fakulty University Palackého v Olomouci.

Referent pro tisk: *Vladimír Rudolf*, odborný asistent přírodovědecké fakulty University Palackého v Olomouci.

Členové:

doc. Juraj Daniel – Szabó, docent Vysoké školy technické v Košicích;

RNDr. Ján Fischer, docent přírodovědecké fakulty University Komenského v Bratislavě;

Hana Fischová, instruktorka oddělení studující mládeže ústředního výboru ČSM v Praze;

Miloš Jelínek, ústřední inspektor MŠK v Praze;

RNDr. Emil Kašpar, profesor matematicko-fyzikální fakulty University Karlovy v Praze;

RNDr. Rostislav Košťál, profesor Vysokého učení technického v Brně;

RNDr. Miroslav Laitoch, CSc., docent přírodovědecké fakulty University Palackého v Olomouci;

RNDr. František Lehar, učitel SVVŠ v Praze;

František Púchovský, odborný asistent Vysoké školy dopravní v Žilině;

Evžen Říman, CSc., odborný asistent Českého vysokého učení technického v Praze;

Jan Tesař, učitel SVVŠ v Praze;

RNDr. Ladislav Thern, docent Vysoké školy lesnické a dřevařské ve Zvoleni;

RNDr. Bohumil Vlach, odborný asistent přírodovědecké fakulty University J. E. Purkyně v Brně.

3. PŘEDSEDOVÉ KRAJSKÝCH VÝBORŮ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY VE ŠKOLNÍM ROCE 1960/61

Fyzikální olympiáda v jednotlivých krajích byla řízena a organizována krajskými výbory Fyzikální olympiády, jejichž členy jmenoval odbor školství a kultury rady KNV na návrh příslušné odbočky JČMF.

Předsedy krajských výborů Fyzikální olympiády byli za kraj:

ÚNV Praha – *Jan Tesař*, učitel SVVŠ v Praze;
Středočeský – *František Fišer*, učitel SVVŠ v Praze;
Severočeský – *Josef Sušanka*, učitel SVVŠ v Teplicích;
Západočeský – *RNDr. Jaroslav Feifer*, docent VŠSE v Plzni;
Jihočeský – *Konrád Hofman*, odborný asistent pedagogického institutu v Českých Budějovicích;
Východočeský – *Zdeněk Ungerman*, učitel SVVŠ v Hradci Králové;
Severomoravský – *František Živný*, ředitel SVVŠ v Novém Bohumíně;
Jihomoravský – *RNDr. Rostislav Košťál*, profesor Vysokého učení technického v Brně;
Západoslovenský – *RNDr. Ivan Náter*, odborný asistent katedry fyziky SVŠT v Bratislavě;
Středoslovenský – *RNDr. Ladislav Thern*, docent Vysoké školy lesnické a dřevařské ve Zvoleni;
Východoslovenský – *Emil Sokol*, profesor pedagogického institutu v Košicích.

4. POKYNY K ÚPRAVĚ, POSTUPU ŘEŠENÍ A KLASIFIKAČNÍ ZÁSADY PRO OPRAVOVÁNÍ ÚLOH SOUTĚŽE

Pro informaci učitelů a žáků uvádíme pokyny k úpravě, postupu řešení a zásady, podle kterých se řešení úloh Fyzikální olympiády hodnotí.

Aby při opravování úloh byla práce posuzovatelů usnadněna, je třeba, aby soutěžící žáci zachovávali úhlednou úpravu řešení. Řešení úloh se má psát čitelně perem na listy formátu A4. Každá úloha má být vypracována na samostatném listu papíru, pomocné obrázky nebo náčrtky schémat k řešené úloze se provádějí tužkou. Prvý list řešení každé úlohy je nutno opatřit záhlavím podle tohoto vzoru:

Jméno a příjmení:

Třída:	Kategorie:	
Škola:	Školní rok:	Posudek:
Místo:	Kolo:	Posuzovali:
Kraj:		

Úloha č.

Text úlohy
Řešení úlohy

Na každý další list se vždy napíše jméno a příjmení, číslo úlohy a stránka.

Při hodnocení řešených úloh se dbá hlavně na zpracování fyzikální stránky úlohy a matematické chyby se hodnotí mírněji.

Je třeba, aby řešitel vždy vysvětlil a zdůvodnil postup řešení a uvedl, o které fyzikální zákony se při řešení opíral.

Úlohy se řeší nejprve obecně a po obecném výpočtu hledané veličiny se určí její číselná hodnota dosazením.

Při počítání se doporučuje do obecných vztahů dosazovat číselné hodnoty i s jejich jednotkami a s jednotkami počítat do konečného výsledku.

Do složitých obecných vztahů je možno dosazovat za známé veličiny jen číselné hodnoty; v takových případech je však nutno provést rozměrovou zkoušku.

Řešení úloh se klasifikuje takto;

1. *výborně*, jestliže je úloha rozřešena správně nebo řešení má nanejvýš formální chyby nebo jen menší odbornou závadu;
2. *dobře*, jestliže řešení vystihuje úkol, který měl řešitel podat, ale má při tom větší odborné nedostatky. Dobře je hodnoceno i správné řešení, vyskytují-li se v něm závažné formální nedostatky;
3. *nevyhovující*, jestliže nedostatky odborného rázu jsou závažné nebo podané řešení je z větší části neúplné. Řešení je také nevyhovující, když výklad chybí nebo je neúplný, takže z něho nelze soudit na myšlenkový postup daného řešení. Také nesamostatně vypracované úlohy jsou nevyhovující.

5. PRŮBĚH SOUTĚŽE VE ŠKOLNÍM ROCE 1960/61

Soutěž Fyzikální olympiáda proběhla ve třech kategoriích: v kategorii A soutěžili žáci 11. tříd JSŠ, 12. tříd DSŠ, 3. a 4. ročníků středních odborných škol; v kategorii B žáci 10. tříd JSŠ, 11. tříd DSŠ a 2. ročníků středních odborných škol; v kategorii C soutěžili žáci 9. tříd JSŠ, 10. tříd DSŠ a 1. ročníků středních odborných škol.

Účast v kategorii pro vyšší třídu mohl povolit žáku z nižší třídy vyučující učitel.

Soutěž v kategoriích B a C proběhla ve dvou kolech, v kategorii A ve třech kolech.

První kolo Fyzikální olympiády bylo zorganizováno na školách a skončilo 28. února 1961. V průběhu prvního kola měli soutěžící za úkol řešit devět úloh a prostudovat samostatně jedno fyzikální téma. Za úspěšného řešitele byl považován ten žák, který rozřešil správně aspoň šest úloh a prostudoval příslušné fyzikální téma. Experimentální úlohu, která byla v každé kategorii uvedena pod číslem devět, musel řešit každý soutěžící, chtěl-li se stát úspěšným řešitelem soutěže.

Podrobné pokyny pro soutěžící a učitele byly uvedeny v Rozhledech matematicko-fyzikálních, roč. 39, číslo 1, úlohy pro první kolo druhého ročníku soutěže byly vytištěny v témže časopise v 2. čísle téhož ročníku. Fyzikální témata k prostudování byla otištěna v 5. čísle Rozhledů matematicko-fyzikálních.

Kromě toho ústřední výbor Fyzikální olympiády vydal leták nazvaný „*II. ročník soutěže Fyzikální olympiáda*“. V tomto letáku bylo v úvodu podáno oznámení o organizaci soutěže a sděleny podmínky soutěže. dále tam byly vytištěny pokyny pro soutěžící. V další části letáku byly uvedeny úlohy pro první kolo soutěže všech tří kategorií s názvy témat k prostudování. V poslední části letáku, nazvané „*Připomínky pro řešitele*,“ byli soutěžící a učitelé seznámeni s přehledem soustavy MKSA, jejíž užívání doporučilo ministerstvo školství a kultury ve Věstníku ministerstva školství a kultury roč. XIV, seš. 18–20 ze dne 10. 7. 1958. Soutěžícím bylo doporučeno užívat při výpočtech této soustavy. Po vytištění v nákladu 5 100 kusů byly letáky rozeslány na jednotlivé krajské výbory Fyzikální olympiády, které je pak rozeslaly na jednotlivé střední všeobecné vzdělávací školy a střední odborné školy.

Na přípravě úloh prvního kola se zúčastnili *prof. dr. R. Košťál, V. Rudolf, J. Pospíšil, dr. B. Vlach, J. Tesař, E. Říman, doc. dr. J. Fischer, dr. M. Chytilová a doc. dr. M. Laitoch.*

Fyzikální témata k prostudování zpracoval kolektiv autorů pod vedením *prof. dr. R. Košťála (dr. B. Vlach, D. Košťálová, J. Konrád)*.

Leták zpracovali *doc. dr. M. Laitoch, dr. M. Chytilová* a *J. Pospíšil*.

Vybraní úspěšní řešitelé z prvního kola kategorií A, B a C postoupili do druhého (krajského) kola této soutěže. Teoretické úlohy pro druhé kolo soutěže navrhli členové ÚVFO *J. Tesař* (kategorie A), *V. Rudolf* (kategorie B) a *prof. dr. R. Košťál* (kategorie C). Experimentální úlohy pro všechny tři kategorie navrhl a návrh pokynů pro organizování druhého kola v krajích vypracoval *prof. dr. R. Košťál*. Na zasedání ÚVFO v únoru 1961 byly úlohy upraveny a schváleny. V každé kategorii byly schváleny tři teoretické úlohy a jedna úloha experimentální. Bylo také dohodnuto texty úloh přeložit do maďarštiny, aby se mohli FO zúčastnit i žáci z maďarských škol v ČSSR.

V březnu 1961 byl na jednotlivé KVFO rozeslán podrobný leták s pokyny pro organizování druhého kola soutěže. Texty úloh pro druhé kolo byly v polovině března 1961 v zapečetěných obálkách rozeslány na jednotlivé KVFO. Experimentální úlohy byly ve zvláštních obálkách.

Druhé kolo II. ročníku Fyzikální olympiády proběhlo v jednotlivých krajích ve dnech 8. a 9. dubna 1961. Soutěžící byli pozváni do místa, které určil příslušný KVFO, a společně ve dvou půldnech řešili za dozoru čtyři zadané úlohy, z nichž tři úlohy byly teoretické a jedna experimentální. Úspěšnými řešiteli byli ti, kteří ze zadaných čtyř úloh vyřešili aspoň dvě úlohy.

Vítězové ze všech tří kategorií dostali pochvalná uznání a dále knižní a věcné ceny podle možností jednotlivých KVFO.

Pro vybrané úspěšné řešitele kategorie A bylo ve dnech

28., 29. a 30. dubna 1961 uspořádáno v Bratislavě třetí (celostátní) kolo soutěže.

Třetí kolo FO bylo připravováno od zasedání ÚVFO dne 11. října 1961 v Praze. Přípravou a organizováním třetího kola byl pověřen KVFO Západoslovenského kraje.

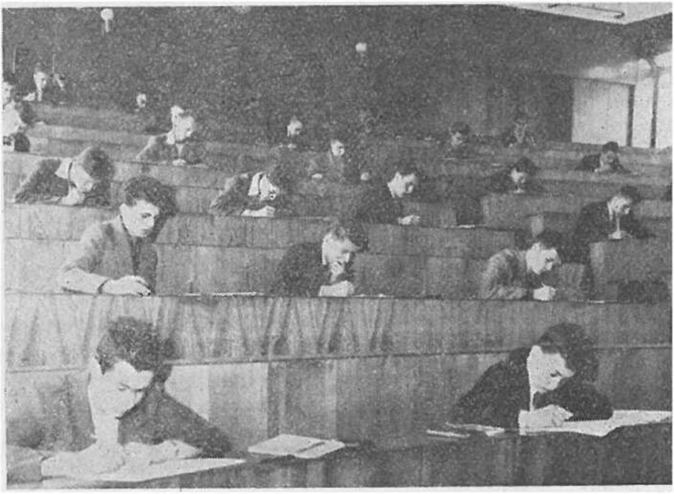
Dne 18. ledna 1961 byla uskutečněna schůzka užšího výboru ÚVFO, na které byly rozebrány klady a nedostatky organizace třetího kola I. ročníku FO. Byl také navržen program třetího kola II. roč. FO a vypracován návrh finančního rozpočtu pro toto kolo.

Dne 21. února 1961 byly na schůzi užšího výboru ÚVFO doplněny a schváleny tři teoretické úlohy a jedna experimentální úloha pro třetí kolo II. roč. FO. Bylo dohodnuto, že za úspěšného řešitele bude považován ten, který ze čtyř zadaných úloh vyřeší aspoň dvě úlohy. Úlohy navrhli *dr. I. Náter*, *J. Tesař* a *V. Rudolf*. Na této schůzi byl také schválen program třetího kola a finanční rozpočet pro toto kolo. Finanční rozpočet navržený ÚVFO byl ministerstvem školství a kultury upraven a schválen ve výši 18 000 Kčs.

Dne 20. dubna 1961 se v Praze sešel celý ÚVFO, aby provedl výběr účastníků třetího kola II. ročníku Fyzikální olympiády kategorie A a aby schválil definitivní program celostátního kola. Z celkového počtu 138 úspěšných řešitelů kategorie A v druhém kole bylo vybráno 71 účastníků pro třetí kolo soutěže.

Program třetího kola II. ročníku Fyzikální olympiády byl tento: V pátek 28. 4. 1961 odpoledne se sjeli účastníci soutěže; dostavili se v plném počtu (tj. 71). V 17,30 hodin byla v budově Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě zahájena slavnostní beseda, jíž se vedle členů ÚVFO a soutěžících zúčastnili *s. Bugala* za Slovenskou národní radu, *s. Paller* za ÚV KSS a s. *Ďuratná* za SÚV ČSM.

Besedu zahájil *dr. I. Náter* uvítáním přítomných. Potom v zastoupení předsedy ÚVFO přednesl slavnostní projev *prof. dr. R. Košťál.* Ve svém projevu seznámil přítomné



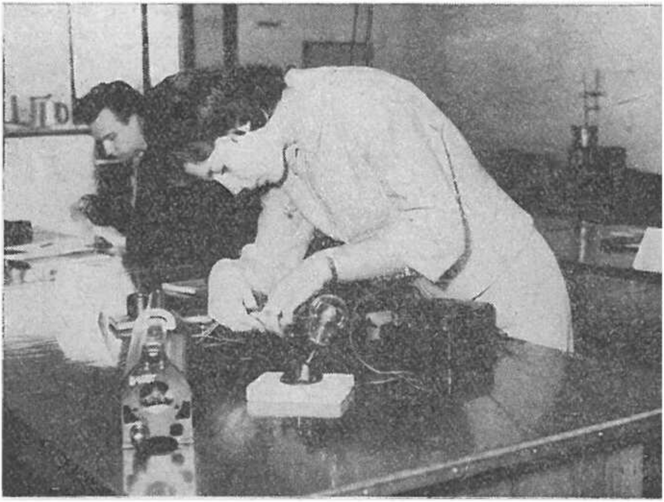
Obr. 1

s historií a s významem Fyzikální olympiády. Za hosty pozdravil přítomné a zhodnotil význam Fyzikální olympiády a fyziky vůbec *s. Bugala.* Potom jednatel ÚVFO *J. Pospíšil* seznámil účastníky s průběhem II. ročníku soutěže.

Po slavnostní části se rozvinula diskuse, na které soutěžící přednesli své poznámky k soutěži.

Na závěr besedy byl účastníkům předveden fyzikální pokus.

Beseda byla zakončena organizačními pokyny k účastníkům třetího kola.



Obr. 2

Beseda proběhla v srdečném a družném prostředí. Na besedě přednesli soutěžící žáci i členové ÚVFO mnoho cenných připomínek, kterých ÚVFO využije při organizování III. ročníku této soutěže.

V sobotu 29. 4. 1961 dopoledne v době od 8,00 do 12,00 hodin proběhla první část soutěže, spočívající v řešení tří teoretických úloh za dozoru členů ÚVFO. Fotografický záběr z této části soutěže je na obr. 1.

Odpoledne byla prohlídka Bratislavy a večer všichni účastníci navštívili ve Slovenském národním divadle představení opery R. Wagnera „*Bludný Holanďan*“.

V neděli dne 30. 4. 1961 dopoledne od 7 hodin za do-

Obr. 3

zoru asistentů katedry fyziky Slovenské vysoké školy technické proběhla po skupinách druhá část soutěže, při níž měli účastníci za úkol provést experimentální úlohu. Na obr. 2 a 3 jsou záběry z této experimentální části soutěže.

Na závěr soutěže byla s účastníky třetího kola II. ročníku FO uspořádána závěrečná beseda. Odpoledne se rozjeli účastníci soutěže domů.

Třetí kolo II. ročníku Fyzikální olympiády v Bratislavě proběhlo hladce. Bylo po všech stránkách dokonale připraveno.

6. VÝSLEDKY JEDNOTLIVÝCH KOL SOUTĚŽE

A. První kolo soutěže

Přehled o počtu soutěžících v prvním kole soutěže v kategoriích A, B, C podává tabulka I, uspořádaná podle krajů.

V tabulce I značí *S* počet soutěžících a *U* počet úspěšných řešitelů.

Tabulka I

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Celkem	
	S	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*
ÚNV Praha	73	35	54	22	80	31	207	88
Středočeský	9	8	2	2	6	6	17	16
Severočeský	71	28	79	16	113	14	263	58
Západočeský	50	25	37	11	62	20	149	56
Jihočeský	16	16	5	5	14	4	35	25
Východočeský	46	18	51	24	107	26	204	68
Severomoravský	50	37	31	16	32	18	113	71
Jihomoravský	102	46	98	26	207	39	407	111
Západoslovenský	135	34	91	26	127	47	353	107
Středoslovenský	37	11	32	1	42	33	111	45
Východoslovenský	19	11	29	14	32	28	80	53
Celkem	608	269	509	163	822	266	1939	698

Údaje v tabulce I doplňujeme ještě těmito sděleními: V prvním kole FO soutěžili v kategorii A žáci ze 147 škol, v kategorii B ze 133 škol a v kategorii C ze 166 škol.

Z celkového počtu soutěžících v prvním kole bylo dívek: v kategorii A 129 (tj. 21,2%), v kategorii B 104 (tj. 20,4%) a v kategorii C 210 (tj. 25,5%). Prvního kola soutěže se tedy zúčastnilo 443 dívek z 1939 účastníků (tj. 22,8%).

Úspěšných řešitelů v prvním kole bylo v kategorii A 44,2%, v kategorii B 32,0% a v kategorii C 32,4%. Z nich bylo dívek: v kategorii A 57 (tj. 21,2%), v kategorii B 28 (tj. 17,2%) a v kategorii C 86 (tj. 32,3%). Bylo tedy úspěšných 171 dívek z celkového počtu 698 úspěšných řešitelů (tj. 24,5%).

V průběhu prvního kola bylo učiteli fyziky a referenty pro FO na školách opraveno:
v kategorii A 3094 úloh, v kategorii B 2156 úloh a v kategorii C 4057 úloh; celkem tedy 9307 úloh, z nichž bylo 7050 úspěšných.

B. Druhé kolo soutěže

Přehled o počtu soutěžících v druhém kole soutěže v kategoriích A, B, C podává tabulka II, uspořádaná opět podle krajů.

V tabulce II značí *S* počet soutěžících a *U* počet úspěšných řešitelů.

Z tabulky II je zřejmé, že do druhého kola se dostalo 36% z celkového počtu soutěžících v prvním kole.

Údaje v tabulce II doplňujeme dalšími sděleními: Z celkového počtu soutěžících v druhém kole bylo dívek: v kategorii A 49 (tj. 19,7%), v kategorii B 23 (tj. 15,7%) a v kategorii C 74 (tj. 30,8%). Druhého kola soutěže se tedy zúčastnilo 146 dívek z 636 účastníků (tj. 23%).

Tabulka II

Kraj	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Celkem	
	S	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*
ÚNV Praha	34	12	20	15	29	21	83	48
Středočeský	8	4	—	—	6	3	14	7
Severočeský	28	19	15	15	13	11	56	45
Západočeský	22	12	10	6	17	9	49	27
Jihočeský	16	13	4	3	4	4	24	20
Východočeský	16	4	21	15	26	19	63	38
Severomoravský	30	21	14	11	18	10	62	42
Jihomoravský	44	27	26	13	36	25	106	65
Západoslovenský	29	16	25	15	44	36	98	67
Středoslovenský	11	3	1	1	19	10	31	14
Východoslovenský	11	7	11	9	28	7	50	23
Celkem	249	138	147	103	240	155	636	396

Úspěšných řešitelů v druhém kole bylo v kategorii A 55,4%, v kategorii B 70,1% a v kategorii C 64,6%.

Z nich bylo dívek:

v kategorii A 13 ze 138 úspěšných řešitelů (tj. 9,4%), v kategorii B 10 ze 103 úspěšných řešitelů (tj. 9,7%) a v kategorii C 41 ze 155 úspěšných řešitelů (tj. 26,4%). Bylo tedy úspěšných 64 dívek z celkového počtu 396 úspěšných řešitelů (tj. 16,1%).

KVFO opravily ve druhém kole soutěže v kategorii A 896 úloh, v kategorii B 555 úloh a v kategorii C 805 úloh, tedy 2 256 úloh, z nichž bylo 1 378 úspěšných.

Pořadí prvních deseti úspěšných řešitelů druhého kola v kategoriích A, B a C (podle krajů)

Jména řešitelů z kategorie A, kteří postoupili do III. kola, jsou tištěna polotučně.

Kraj ÚNV Praha:

A **Výborný Zdeněk,** JSŠ Praha 6, ul. Pionýrů; **Mathon Jaroslav,** DSŠ Praha 1, Štěpánská; **Skála Jiří,** SVVŠ Praha 2, Londýnská; **Kraemer Emil,** JSŠ Praha 6, Žukovova; **Čerych Jan,** DSŠ Praha 1, Štěpánská; **Fiala Miroslav,** SVVŠ Praha 4, Ohradní; **Nousková Alena,** DSŠ Praha 1, nám. Curieových; **Kohout Jiří,** JSŠ Praha 8, Lyčkovo nám.; **Doležílek Bohumil,** DSŠ Praha 7, nám. V. Kopeckého; **Šmejkal Emil,** JSŠ Praha 6, Žukovova.

Do třetího kola postoupili také další soutěžící:

Kvasnička Miloš, JSŠ Praha 8, Lyčkovo nám.; **Sýkorová Zdena,** JSŠ Praha 8, U libeňského gymnasia.

B *Durdil Jiří,* 23. JSŠ Praha 8; *Berák Jaromír,* JSŠ Praha 5, U Santošky; *Kukačka Jan,* PŠS Praha 5, Presslova; *Neuwirthová Alena,* DSŠ Praha 5, N. Belojanise; *Hojdar Josef,* SVVŠ Praha 8, U libeňského gymnasia; *Cibulka Josef,* JSŠ Praha 10, V úžlabině; *Kořínek Ondřej,* JSŠ Praha 5, U Santošky; *Slavík Václav,* DSŠ Praha 7, nám. V. Kopeckého; *Bartošková Zuzana,* DSŠ Praha 5, N. Belojannise; *Karásková Blanka,* JSŠ Praha 7, Dimitrovovo nám.

C *Drchal Václav,* DSŠ Praha 7, nám. V. Kopeckého; *Módr Břetislav,* PŠS Praha 8, Cyrilo-Metodějské nám.; *Šprongel Jaroslav,* SVVŠ Praha 8, U libeňského gymnasia; *Kulhavý Miroslav,* PŠS Praha 8, Cyrilo-Metodějské nám.; *Brynda Eduard,* DSŠ Praha 1, nám. Curieových; *Havlas Josef,* SVVŠ Praha 8, U libeňského gymnasia; *Daneš Josef,* DSŠ Praha 9, Nám. milicí; *Krůta Tomáš,* Praha 8, Cyrilo-Metodějské nám.; *Kryl Rudolf,* DSŠ Praha 1, Štěpánská; *Burjan Václav,* JSŠ Praha 10, Voděradská.

Středočeský kraj:

A **Hrbáček Karel,** JSŠ Nymburk; **Marek Vladimír,** JSŠ Poděbrady; **Vojanec Vladimír,** JSŠ Hořovice; *Eichinger Václav,* JSŠ Hořovice.

B —

C *Štěrba Ivo,* JSŠ Beroun; *Marek Jindřich,* JSŠ Beroun; *Pavlík Ladislav,* JSŠ Radotín.

Severočeský kraj:

A **Vaněk Zdeněk,** SVVŠ Teplice; **Emmer Miroslav,** SVVŠ Ústí n. L.; **Winkler Jiří,** SVVŠ Teplice; **Kantor Jaroslav,** SVVŠ Teplice; **Vaníček Ivan,** SVVŠ Teplice; **Hajíček Jan,** SVVŠ Mimoň; **Lukšan Ladislav,** SVVŠ Ústí n. Lab.; **Kadlec Rudolf,** SVVŠ Ústí n. Lab.; **Kupka Jaroslav,** SVVŠ Mimoň; **Svoboda Přemysl,** SVVŠ Roudnice n. Lab.

Do třetího kola dále postoupili:
Farda Petr, SVVŠ Teplice; **Jech Zdeněk,** SVVŠ Mimoň; **Rytíř Vladimír,** SVVŠ Chomutov; **Patočka Petr,** SVVŠ Louny.

B *Pospíšil Josef,* SVVŠ Ústí n. L., Jateční; *Bureš Václav,* SVVŠ Ústí n. L., Na skřivánku; *Rousek Jiří,* SVVŠ Děčín; *Starý Petr,* SVVŠ Ústí n. L., Jateční; *Thorovský Ctibor,* SVVŠ Ústí n. L., Jateční; *Matuna Václav,* SVVŠ Děčín; *Žáček Jaroslav,* SVVŠ Děčín; *Svoboda Jaroslav* SVVŠ Roudnice n. L.; *Pospíšil Petr,* SVVŠ Děčín; *Vokrojová Stanislava,* SVVŠ Mimoň.

C *Krejčí Pavel,* SVVŠ Litvínov; *Benda František,* PŠ sklářská Nový Bor; *Novotný Stanislav,* PŠ strojní Liberec; *Karban Jiří,* PŠ stavební Liberec; *Josovič Milan,* SVVŠ Ústí n. L., Na skřivánku; *Kocbach Ladislav,* SVVŠ Ústí n. L., Na skřivánku; *Čejka Petr,* SVVŠ Doksy; *Mokrá Svatava,* SVVŠ Roudnice n. L.; *Kužel Karel,* SVVŠ Ústí n. Lab., Na skřivánku; *Göhrlich Petr,* PŠ strojní Ústí n. L.

Západočeský kraj:

A **Pilný Karel,** SVVŠ J. Fučíka, Plzeň; **Umprecht Jan,** SVVŠ J. Fučíka, Plzeň; **Mracký Jan,** SVVŠ Klatovy; *Kotina Jiří,* SVVŠ J. Fučíka, Plzeň; *Mlnařík Ladislav,* SVVŠ Plzeň; *Walter Karel,* SVVŠ Plasy; *Šíma Jaroslav,* SVVŠ Nepomuk; *Krampolová Iva,* SVVŠ Plzeň; *Loukota J.,* SVVŠ Nepomuk; *Mulačová Vlastimila,* SVVŠ Plzeň.

B *Bumba František,* SVVŠ Klatovy; *Bočan Jaromír,* SVVŠ A. Zápotockého, Karlovy Vary; *Málek Jiří,* SVVŠ Ostrov; *Hašek Jindřich,* SVVŠ Plasy; *Wachtfeidel Viktor,* SVVŠ A. Zápotockého, Karlovy Vary; *Červený Jiří,* SVVŠ Ostrov.

C *Trneček Josef,* SVVŠ Ostrov; *Koucký Karel,* SVVŠ J. Fučíka, Plzeň; *Petrovický Jan,* SVVŠ J. Fučíka, Plzeň; *Šimůnek Vladimír,* SPŠ strojní, Plzeň; *Bartůňková Blažena,* SVVŠ Dukelských hrdinů, Karlovy Vary; *Müller Štěpán,* SVVŠ Dukelských hrdinů, Karlovy Vary; *Zemandl Milan,* SPŠ strojní, Klatovy; *Krákorová Petra,* SVVŠ Dukelských hrdinů, Karlovy Vary; *Polák Jan,* SPŠ strojní, Klatovy.

Jihočeský kraj:

A **Žofka Jan,** DSŠ Písek; **Kalaš Jiří,** DSŠ Písek; **Lusk Jan,** SVVŠ České Budějovice; **Bláha Pavel,** SVVŠ Vodňany; *Moravec Václav,* SVVŠ České Budějovice; *Vejsada Jaroslav,* SVVŠ České Budějovice; *Havlík Jaroslav,* JSŠ Dačice; *Čech Petr,* JSŠ Dačice; *Šmíd Václav,* JSŠ Pelhřimov; *Barton Ivan,* JSŠ Dačice.

B *Zavadil Jiří,* JSŠ Pelhřimov; *Novák Vít,* JSŠ Pelhřimov; *Tržil Karel,* JSŠ Kamenice nad Lipou; *Liesler Viktor,* JSŠ Kaplice.

C *Pelíšek Antonín,* DSŠ Písek; *Žofka Josef,* DSŠ Písek; *Hes Jan,* JSŠ Dačice; *Havlík Lubomír,* JSŠ Dačice.

Východočeský kraj:

A **Šilhán Jindřich,** SVVŠ Svitavy; **Borek Miroslav,** SVVŠ Česká Třebová; **Filippov Petr,** SVVŠ Vysoké Mýto; *Nezbeda Ivo,* SVVŠ Vysoké Mýto.

B *Bryknar Zdeněk,* SVVŠ Nová Paka; *Přidal Jaroslav,* SVVŠ Hradec Králové; *Fučík Svatopluk,* SVVŠ Hradec Králové; *Kos Vladimír,* SVVŠ Nová Paka; *Hrnčíř František,* SVVŠ Nová Paka; *Kupec Milan,* SVVŠ Hradec Králové; *Schierová Olga,* SVVŠ Hradec Králové; *Cupal Ivan,* SVVŠ Česká Třebová; *Buchar Jaroslav,* SVVŠ Nová Paka; *Benda Václav,* SVVŠ Dvůr Králové.

C *Jirák Zdeněk,* SVVŠ Hradec Králové; *Hartman Miroslav,* SVVŠ Hradec Králové; *Havel Miloš,* SVVŠ Nová Paka; *Matoulek Jiří,* SVVŠ Nová Paka; *Semerád Václav,* SVVŠ Přelouč; *Prchalová Milena,* SVVŠ Vysoké Mýto; *Černý Luboš,* SVVŠ Přelouč; *Zedková Jitka,* SVVŠ Hradec Králové; *Akerman Zdeněk,* SVVŠ Hlinsko v Čechách; *Horáček Jiří,* SVVŠ Nová Paka.

Severomoravský kraj:

A **Lukš Antonín,** 1. DSŠ Olomouc; **Svoboda Petr,** JSŠ čs. Orlová; **Štech Svatobor,** JSŠ Šumperk; **Smolka Ladislav,** JSŠ čs. Orlová; *Gabriel Jiří,* JSŠ Šumperk; *Klíma Valentin,* DSŠ Opava, Komenského; *Flanderka Jiljí,* DSŠ Opava, Komenského; *Vlach Oldřich,* DSŠ Frenštát p. Radh.; *Valenta Jan,* DSŠ Opava, Komenského; *Drlík Vojen,* DSŠ Opava, Komenského.

B *Josífko Jaroslav,* DSŠ Opava, Mírová; *Pokorný Milan,* 3. DSŠ Olomouc; *Hlaváček Karel,* JSŠ Šumperk; *Petřík Petr,* JSŠ Šumperk; *Simon Ivan,* JSŠ Šumperk; *Durmon Petr,* JSŠ Lipník n. Beč.; *Nádvorník Ivan,* 1. DSŠ Olomouc; *Pavlík Josef,* DSŠ Nový Bohumín; *Répal Stanislav,* 1. DSŠ Olomouc; *Kramář Jan,* JSŠ Šumperk.

C *Němčíková Libuše,* DSŠ Opava, Komenského; *Rýdl Miloslav,* JSŠ Lipník n. Beč.; *Zacharová Jana,* JSŠ Ostrava-Poruba; *Venos Drahomír,* JSŠ Zábřeh; *Šimčík Miloslav,* JSŠ Rýmařov; *Franc Jaroslav,* 3. DSŠ Olomouc; *Kičmer Jaromír,* JSŠ Ostrava-Poruba; *Rýznarová Jana,* JSŠ Zábřeh; *Veselá Hana,* JSŠ Ostrava-Poruba; *Velík Jaroslav,* JSŠ Rýmařov.

Jihomoravský kraj:

A **Příkrý Karel,** DSŠ Vyškov na Moravě; **Svoboda Karel** JSŠ Třebíč; **Mokrý Ivan,** JSŠ Brno, Mendlovo nám.; **Matěj František,** DSŠ Uherský Brod; **Trněný Stanislav,** DSŠ Vyškov na Moravě; **Švehla Josef,** DSŠ Vyškov na Moravě; **Göpfertová Olga,** JSŠ Brno, Mendlovo nám.; **Pokorná Jindřiška,** JSŠ Brno, Mendlovo nám.; **Doležal Ivan,** JSŠ Brno, Mendlovo nám.; **Tvrdík Jan,** JSŠ Brno, Mendlovo nám.

Do třetího kola dále postoupili:
Praks Josef, DSŠ Uherský Brod; **Bystřický Ladislav,** JSŠ Brno, Mendlovo nám.

B *Košťál Lubor,* JSŠ Brno, Křenová; *Podbrdský Josef,* JSŠ Brno, Mendlovo nám.; *Vyoral Karel,* SVVŠ Gottwaldov, nám. RA; *Černý Václav,* SVVŠ Mor. Budějovice; *Polant Ivan,* DSŠ Uherský Brod; *Peňáz Dalibor,* SVVŠ Mor. Budějovice; *Diviš Jaroslav,* SVVŠ Znojmo; *Fajkus Petr,* SVVŠ Staré Město; *Brychta Jaroslav,* PŠE Brno, Leninova; *Pecha Tomislav,* SVVŠ Hodonín.

C *Šimková Drahomíra,* SVVŠ Znojmo; *Hanzálek Petr,* SVVŠ Znojmo; *Vašek Lubomír,* SVVŠ Gottwaldov, nám. RA; *Ošmera Pavol,* PŠE Brno, Leninova; *Dvouletá Božena,* SVVŠ Staré Město; *Matuška František,* PŠE Brno, Leninova; *Berka Ivan,* SVVŠ Prostějov, Kollárova; *Novotná Zdenka,* PŠ stavební Brno, Kudelova; *Prokoš Josef,* PŠ slév. Brno, Šujanovo nám.; *Skála Petr,* DSŠ Vyškov na Moravě.

Západoslovenský kraj:

A **Mikloš Dušan,** SVŠ Bratislava, Novohradská; **Macák Karol,** SVŠ Bratislava, Novohradská; **Kráľ Bohumil,** SVŠ Bratislava, Novohradská; **Lexa Jaroslav,** SVŠ Bratislava, Dubová ul.; **Chriašteľ Ján,** SVŠ Bratislava, Metodová ul.; **Hógel Jozef,** SVŠ Bratislava, Palisády; **Obložinský Pavel,** SVŠ Bratislava, Palisády; **Holoubek Ivan,** SVŠ Bratislava, Metodová ul.; **Snoha Ivan,** SVŠ Bratislava, Metodová ul.; **Švec Pavol,** SVŠ Šurany (okr. Nové Zámky); **Hanzalík Marian,** SVŠ Bratislava, Novohradská.

B *Tarábek Pavol,* SVŠ Bratislava, Metodová ul.; *Vojko Jozef,* SVŠ Skalica na Slovensku; *Voda Pavel,* SVŠ Bratislava, Palisády; *Lesyk Peter,* SVŠ Bratislava, Novohradská; *Horný Juraj,* SVŠ Bratislava, Palisády; *Kleskeňová Milota,* SVŠ Bratislava, Palisády; *Veselý Marian,* SVŠ Bratislava, ul. ČA; *Hatala Peter,* SVŠ Bratislava, Novohradská; *Keckéš Július,* SVŠ Bratislava, ul. ČA; *Čáp Ľudovít,* SVŠ Bratislava, Metodová ul.

C *Kopál Otto,* SVŠ Partizánske, okr. Topoľčany; *Prešnajder Peter,* SVŠ Sereď, okr. Galanta; *Pohánka Vladimír,* SVŠ Bratislava, Novohradská; *Pišútová Anna,* SVŠ Bratislava, Vazovova; *Hudec Roman,* SVŠ Bratislava, Palisády; *Šimončičová Sáša,* SVŠ Bratislava, Palisády; *Ďurmán Vladimír,* SVŠ Bratislava, Novohradská; *Zajac Zdeno,* SVŠ Bratislava, Palisády; *Magdolen Peter,* SVŠ Bratislava, Palisády; *Flöglová Olga,* SVŠ Bratislava, Palisády.

Středoslovenský kraj:

A **Tomin Marian,** PŠBE Handlová; *Varga Igor,* SVŠ Lučenec; *Myšička Peter,* SVŠ Ban. Bystrica.

B *Štefánik Ján,* SVŠ Hnúšťa.

C *Šrámek Ľubomír,* SVŠ Žilina; *Kudlíček Ján,* PŠS Martin; *Mihálik Peter,* SVŠ Žilina; *Kmeť Július,* SVŠ Ban. Bystrica; *Jurkuláková Antónia,* PŠTe Ružomberok; *Húsková Oľga,* PŠTe Ružomberok; *Buková Mária,* SVŠ Ban. Bystrica; *Hrdina Ivan,* SVŠ Žilina; *Ličko Igor,* SVŠ Lučenec; *Petrovič Pavel,* SVŠ Hnúšťa.

Východoslovenský kraj:

A **Kudrnovský Jozef,** SVŠ Košice; **Rodziňák Peter,** SVŠ Košice; **Kusý Vojtěch,** 1. DSŠ Košice; **Fiamčík Jozef** PŠSE Košice; **Trencsényi Štefan,** DSŠ Rožňava; **Kocourek Emanuel,** DSŠ Rožňava; *Grega Milan,* 2. DSŠ Prešov.

B *Uhrín Ján,* DSŠ Revúca; *Haščák Alex,* DSŠ Trebišov; *Hanka Gabriel,* 1. DSŠ Košice; *Molnárová Marta,* PŠSE Košice; *Ferenczy Ladislav,* 1. DSŠ Košice; *Kozák Dušan,* PŠSE Košice; *Reiss Gabriel,* 1. DSŠ Košice.

C *Štrasser Ján,* PŠSE Košice; *Hell Pavol,* PŠSE Košice; *Kováč Milan,* PŠSE Košice; *Gont Ján,* 1. DSŠ Prešov; *Ďurišin Jozef,* SVŠ Trebišov; *Kudrnovský František,* PŠSE Košice; *Králka Jozef,* PŠSE Košice.

C. Třetí kolo soutěže

Ze 138 úspěšných řešitelů druhého kola (z toho 13 dívek) ze všech krajů vybral ÚVFO 71 žáků (z toho 4 dívky), které pozval k účasti na třetím kole soutěže.

Z pozvaných 71 účastníků bylo 69 (z toho 4 dívky) ze středních všeobecně vzdělávacích škol (SVVŠ, JSŠ, DSŠ, SVŠ) a 2 žáci z průmyslových škol.

Úspěšných řešitelů v třetím kole bylo 56. Prvních 20 bylo podle organizačního řádu prohlášeno za vítěze II. ročníku FO.

Tabulka III

Kraj	Celkem účastníků			Vítězové (pořad. čís. 1—20)			Další úspěšní řešitelé (pořad. čís. 21—56)		
	Hoši	Dívky	Celkem	Hoši	Dívky	Celkem	Hoši	Dívky	Celkem
ÚNV Praha	10	2	12	3	—	3	6	—	6
Středočeský	3	—	3	2	—	2	1	—	1
Severočeský	12	—	12	2	—	2	5	—	5
Západočeský	3	—	3	1	—	1	2	—	2
Jihočeský	4	—	4	1	—	1	3	—	3
Východočeský	3	—	3	—	—	—	3	—	3
Severomoravský	4	—	4	1	—	1	—	—	—
Jihomoravský	10	2	12	7	—	7	3	2	5
Západoslovenský	11	—	11	2	—	2	6	—	6
Středoslovenský	1	—	1	—	—	—	1	—	1
Východoslovenský	6	—	6	1	—	1	4	—	4
Celkem	67	4	71	20	—	20	34	2	36

Tabulka III podává přehled o celkovém počtu účastníků třetího kola z jednotlivých krajů, o jejich umístění, tj. o počtu vítězů, a o počtu dalších úspěšných řešitelů.

Další tabulka podává přehled o klasifikaci řešení úloh třetího kola FO.

Tabulka IV

Známka		1 (výborně)	2 (dobře)	3 (nevyhovuje)	Průměrná známka	Úloha
1. příklad	počet	11	34	26	2,21	z termiky a mechaniky
2. příklad	počet	8	10	53	2,63	z geom. optiky
3. příklad	počet	37	11	23	1,80	z elektřiny
4. příklad	počet	31	31	9	1,69	experimentální z elektřiny
Celkem		87	86	111	2,08	

Vítězové třetího kola v kategorii A:

1.	*Lukšan Ladislav*	SVVŠ Ústí nad Labem;
2.	*Doležal Ivan*	JSŠ Brno, Mendlovo nám.;
3.	*Macák Karel*	SVŠ Bratislava, Novohradská;
4.	*Hrbáček Karel*	JSŠ Nymburk;
5.	*Svoboda Přemysl*	JSŠ Roudnice nad Labem;
6.	*Mokrý Ivan*	JSŠ Brno, Mendlovo nám.;
7.—8.	*Hógel Jozef*	JSŠ Bratislava, Palisády;
	Výborný Zdeněk	JSŠ Praha 6, ul. Pionýrů 2;
9.	*Žofka Jan*	DSŠ Písek;
10.	*Kraemer Emil*	JSŠ Praha 6, Žukovova 33;
11.	*Skála Jiří*	JSŠ Praha 2, Londýnská 34;
12.	*Švehla Josef*	DSŠ Vyškov na Moravě;
13.	*Příkrý Karel*	DSŠ Vyškov na Moravě;
14.—15.	*Lukš Antonín*	1. DSŠ Olomouc, tř. Jiřího z Poděbrad;

	Trencsenyi Štefan	SVŠ — slovenská, Rožňava;
16.—18.	*Marek Vladimír*	JSŠ Poděbrady;
	Tvrdík Jan	JSŠ Brno, Mendlovo nám.;
	Trněný Stanislav	DSŠ Vyškov na Moravě;
19.	*Bystřický Ladislav*	JSŠ Brno, Mendlovo nám.;
20.	*Umprecht Jan*	JSŠ Julia Fučíka, Plzeň;

Další úspěšní řešitelé třetího kola v kategorii A
(v pořadí podle klasifikace řešení):

21.	*Praks Josef*	DSŠ Uherský Brod;
22.	*Šilhán Jindřich*	SVVŠ Svitavy;
23.—26.	*Borek Miroslav*	SVVŠ Česká Třebová;
	Doležílek Bohumil	DSŠ Praha 7, Kopeckého nám. 4;
	Fiala Miroslav	SVVŠ Praha 4, Ohradní 5;
	Göpfertová Olga	JSŠ Brno, Mendlovo nám.;
27.	*Hanzalík Marian*	SVŠ Bratislava, Novohradská;
28.	*Hajíček Jan*	SVVŠ Mimoň;
29.—32.	*Kalaš Jiří*	DSŠ Písek;
	Mathon Jaroslav	DSŠ Praha 1, Štěpánská;
	Svoboda Karel	JSŠ Třebíč;
	Vojanec Vladimír	JSŠ Hořovice;
33.	*Vaněk Zdeněk*	SVVŠ Teplice;
34.—35.	*Kohout Jiří*	JSŠ Praha 8, Lyčkovo nám. 6;
	Lexa Jaroslav	SVŠ Bratislava, Dubová ul.;
36.—38.	*Pokorná Jindřiška*	JSŠ Brno, Mendlovo nám.;
	Šmejkal Emil	JSŠ Praha 6, Žukovova;
	Mracký Jan	SVVŠ Klatovy;
39.	*Emmer Miroslav*	SVVŠ Ústí n. Labem, Na skřivánku;
40.	*Rodziňák Peter*	SVŠ Košice;
41.	*Matěj František*	DSŠ Uherský Brod;
42.	*Čerych Jan*	DSŠ Praha 1, Štěpánská;
43.	*Lusk Jan*	SVVŠ České Budějovice;
44.	*Kráľ Bohumil*	SVŠ Bratislava, Novohradská;
45.—47.	*Bláha Pavel*	SVVŠ Vodňany;
	Filippov Petr	SVVŠ Vysoké Mýto;
	Obložinský Pavel	SVŠ Bratislava, Palisády;
48.	*Fiamčík Jozef*	PŠSE Košice;
49.—50.	*Mikloš Dušan*	SVŠ Bratislava, Novohradská;
	Pilný Karel	SVVŠ J. Fučíka, Plzeň;
51.—52.	*Kusý Vojtěch*	1. DSŠ Košice;
	Tomin Marian	PŠBE Handlová;

53.—54.	*Kudrnovský Jozef*	SVŠ Košice;
	Snoha Ivan	SVŠ Bratislava, Metodová ul.;
55.—56.	*Farda Petr*	SVVŠ Teplice;
	Winkler Jiří	SVVŠ Teplice.

7. SROVNÁNÍ ÚČASTI SOUTĚŽÍCÍCH V I. A II. ROČNÍKU SOUTĚŽE

Pro posouzení účasti žáků v jednotlivých kolech I. a II. ročníku FO uvádíme srovnávací tabulky. Srovnávání podle jednotlivých krajů nelze dobře provést, neboť v I. ročníku bylo jiné rozdělení státního území na kraje (vcelku 21 oblastí) než v ročníku II. (11 oblastí).

Tabulky V

Přehled o počtu soutěžících v I. roč. a II. roč. FO v kategoriích A, B, C.

Vysvětlivky: *S* počet soutěžících,
U počet úspěšných řešitelů.

V 1. kole:

Ročník	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Celkem	
	S	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*
I.	1213	478	788	255	1202	348	3203	1081
II.	608	269	509	163	822	266	1939	698

V 2. kole:

Ročník	Kategorie A		Kategorie B		Kategorie C		Celkem	
	S	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*	*S*	*U*
I.	418	241	266	121	312	177	956	539
II.	249	138	147	103	240	155	636	396

V 3. kole:

Ročník	Kategorie A	
	S	*U*
I.	80	27
II.	71	56

8. ZÁVĚRY K DRUHÉMU ROČNÍKU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Z rozboru zpráv jednotlivých KVFO vyplývá, že soutěž proběhla vcelku hladce, a že II. ročník FO byl na školách u žáků a u většiny učitelů, u rodičů a ve veřejnosti kladně přijat.

Soutěž vzbudila u žáků hlubší zájem o fyziku a ukázala, že jen trpělivou a soustavnou prací lze v soutěži získat úspěch.

Odbočky JČMF, organizace ČSM, školské a finanční odbory rad KNV ochotně pomáhaly při organizaci a provádění soutěže.

KVFO pracovaly odpovědně při řízení soutěže na školách. V některých krajích byly pořádány pravidelné instruktáže k soutěži, na školách byly zakládány fyzikální kroužky s tematikou FO. Soutěž byla propagována také v krajských a v celostátních časopisech a novinách. Práce referentů FO byla neustále sledována a usměrňována. Největší účast soutěžících žáků a nejvíce úspěšných řešitelů měl Jihomoravský kraj. KVFO v tomto kraji pracoval velmi svědomitě a iniciativně. Slabá účast byla v kraji Středočeském a Jihočeském.

Ze zpráv vysvítá, že soutěží se zvýšila úroveň vyučování fyziky a zlepšily se znalosti žáků.

Velký klad soutěže na rozdíl od Matematické olympiády byl v tom, že soutěžící žáci řešili vedle teoretických úloh i úlohu experimentální, čímž získávali důležité dovednosti experimentální a polytechnické. Kromě toho prokázali schopnost samostatné práce při studiu fyzikálních studijních textů v prvním kole FO.

Potěšující je to, že se soutěže zúčastnil značný počet dívek, což svědčí o tom, že i mezi dívkami roste zájem o fyziku.

Chvályhodné je také to, že se soutěže zúčastnilo dost středních odborných škol.

Na školách lze pozorovat, že se žáci proti loňskému školnímu roku začínají specializovat jen na některé soutěže, takže Fyzikální olympiády se v II. ročníku zúčastnili většinou žáci s hlubším zájmem o fyziku, čímž se proti I. ročníku zmenšil počet soutěžících, ale poněkud se zvětšila kvalita soutěže.

O tom, že účastníci byli kvalitnější než v minulém ročníku (hlavně v kategorii A), svědčí skutečnost, že ve třetím kole II. ročníku FO bylo daleko více úspěšných řešitelů než v třetím kole I. ročníku soutěže (viz tab. VI).

I když se podařilo dík obětavé práci mnohých pracovníků celkem úspěšně zvládnout II. ročník FO, je třeba se zmínit o nedostatcích, které práci ztěžovaly.

Především je nutno poukázat na to, že některé KVFO nedovedly podchytit všechny školy; bylo to částečně způsobeno ztíženými podmínkami vyvolanými tím, že oblast působení KVFO se proti I. ročníku soutěže podstatně zvětšila a nebylo zatím zkušeností s organizováním FO v širším měřítku. Propagace Fyzikální olympiády nebyla prováděna na některých školách v žádoucí míře. Ne všichni učitelé přistupovali k soutěži vždy s takovou odpovědností, která by odpovídala významu soutěže. Nezájem některých učitelů o FO vyplývá často z toho, že práce ve FO není školskými odbory národních výborů a řediteli škol náležitě oceňována.

Příčina slabé účasti ve FO nebo neúspěchu mnohých soutěžících žáků během soutěže může být také v tom, že v některých krajích (např. ve Středočeském kraji nebo Jihočeském kraji) vyučuje fyzice mnoho neaprobovaných učitelů, jejichž práce nebývá vždy zcela kvalitní a výsledky jejich vyučovací činnosti bývají někdy jen formální.

Práce ve FO byla brzděna také tím, že v mnohých krajích byla špatná distribuce Rozhledů matematicko-fyzikálních, ve kterých byly otištěny úlohy a studijní témata. Také letáky k II. ročníku FO byly vytištěny až koncem listopadu 1960 a došly na školy pozdě.

Někteří soutěžící žáci měli práci znesnadněnu tím, že zadané úlohy nevyhovovaly přesně osnovám všech typů středních škol; některé úlohy se týkaly učiva na určitém typu školy neprobíraném nebo probraném teprve později, což bylo příčinou, že poklesl počet soutěžících, a tím i počet úspěšných řešitelů.

Nedostatky byly také u soutěžících žáků. Žáci věnovali malou péči úpravě, výpočty a postup při řešení úloh málo zdůvodňovali. Během soutěže se u nich také projevily nedostatky ve fyzikálním myšlení a v numerickém počítání. V dalším ročníku Fyzikální olympiády bude třeba se uvedených nedostatků vyvarovat.

9. ÚLOHY PRVNÍHO KOLA SOUTĚŽE A JEJICH ŘEŠENÍ

Kategorie A

1. Ve svislé rovině leží přímka p a bod O. Přímka p svírá s vodorovnou rovinou úhel α. Bod O leží nad přímkou p a má od ní svislou vzdálenost rovnou h. Mezi úsečkami, které vycházejí z bodu O a končí na přímce p, určete tu úsečku q, kterou hmotný bod proběhne v nejkratší době a určete tuto dobu. (Pohyb po úsečce q je způsoben jen gravitačním polem Země; při tom vnější vlivy zanedbáváme.)

Řešení.

Nechť A je průsečík svislé přímky z bodu O s přímkou p a B průsečík přímky q s p; sklon přímky q k vodorovné rovině označme φ (obr. 4). Z trojúhelníku OAB plyne:

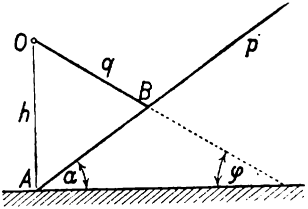
$$OB = OA \,.\, \frac{\cos \alpha}{\sin (\alpha + \varphi)} = \frac{h \cos \alpha}{\sin (\alpha + \varphi)}\,.$$

Pro pád hmotného bodu po úsečce OB platí:

$$\frac{h \cos \alpha}{\sin (\alpha + \varphi)} = \frac{1}{2} g \sin \varphi \, . \, t^2$$

a odtud

$$t = \sqrt{\frac{2h \cos \alpha}{g \sin \varphi \sin (\alpha + \varphi)}} \, .$$



Obr. 4

Doba t bude minimální pro úhel φ, při kterém výraz $\sin \varphi \sin (\alpha + \varphi)$ nabude maximální hodnoty. Můžeme psát:

$$\sin \varphi \sin (\alpha + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos \alpha - \cos (\alpha + 2\varphi)].$$

Tento výraz bude maximální, když $-\cos (\alpha + 2\varphi) = 1$, tj. $\alpha + 2\varphi = \pi$ a odtud

$$\varphi = \frac{\pi - \alpha}{2} \, .$$

Pro dobu t pak vychází:

$$t = \sqrt{\frac{2h \cos \alpha}{g \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \, .$$

2. Kovová tyč má průřez $S = 4\,\mathrm{cm}^2$ a při teplotě 0 °C délku $l_0 = 1$ m. Jestliže ji namáháme v tahu silou $F = 800$ N, prodlouží se o délku $\Delta l_1 = 0{,}001$ cm. Při zahřátí na teplotou $t_1 = 60$ °C se tyč prodlouží o délku $\Delta l_2 = 0{,}066$ cm.

Vypočítejte:

a) Modul pružnosti v tahu E materiálu tyče;

b) teplotní koeficient délkové roztažnosti α materiálu tyče;

c) jak velkými tlakovými silami F' by tyč působila na pevné stěny, vzdálené od sebe přesně l_0, mezi něž bychom ji vložili a pak zvýšili její teplotu na 40 °C.

Řešení.

a) Podle Hookeova zákona je $\Delta l_1 = \frac{l_0}{E}\frac{F}{S}$; odtud

$$E = \frac{l_0 F}{\Delta l_1 S},$$

$$E = \frac{800}{4\,.\,10^{-9}}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 2\,.\,10^{11}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

b) Podle zákona o délkové roztažnosti je $\Delta l_2 = \alpha\,.\,l_0 t_1$; odtud $\alpha = \frac{\Delta l_2}{l_0\,.\,t_1}$,

$$\alpha = \frac{6{,}6\,.\,10^{-4}}{60}\,\mathrm{deg}^{-1} = 1{,}1\,.\,10^{-5}\,\mathrm{deg}^{-1}.$$

c) Kdybychom ohřáli volnou tyč na teplotu $t_2 = 40$ °C, prodloužila by se o $\Delta l_3 = \alpha l_0 t_2$. Za předpokladu, že modul pružnosti tyče v tahu je roven modulu pružnosti v tlaku, se toto prodloužení kompenzuje tlakovou silou

$$F' = ES\frac{\Delta l_3}{l_0} = ES\alpha t_2,$$

$$F' = 2\,.\,10^{11}\,.\,4\,.\,10^{-4}\,.\,1{,}1\,.\,10^{-5}\,.\,40\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\,\mathrm{m}^2\mathrm{deg}^{-1}\,\mathrm{deg}\right],$$

$$F' = 3{,}52\,.\,10^4\ \mathrm{N}.$$

Touto silou působí tyč na pevné stěny.

3. Při jaké rychlosti vlaku budou péra jeho vozů zvlášť silně kmitat účinkem nárazů kol na spoje kolejnic, je-li délka kolejnic $l = 15$ m a zatížení péra $G = 5{,}5$ Mp (megapondu). Péro se prohne váhou 1 Mp o $y = 16$ mm.

Řešení.

Délka kolejnic je $l = 15$ m, hmota vozu s nákladem je $m = 5{,}5\,.\,10^3$ kg, prohnutí péra váhou 1 Mp je $y = 1{,}6\,.\,10^{-2}$ m; nechť t je časový interval mezi dvěma za sebou následujícími nárazy kol na spoje kolejnic, f frekvence nárazů kol na spoje kolejnic, f' frekvence vlastních kmitů per, K váha, která by způsobila prohnutí péra o 1 m, v rychlost vlaku.

Protože péro se prohne váhou $G = 1$ Mp $= 10^3$ kp o y, prohnulo by se o 1 m tlakem

$$\frac{G}{y} = \frac{10^3}{1{,}6\,.\,10^{-2}}\,\frac{\mathrm{kp}}{\mathrm{m}} = \frac{10^5}{1{,}6}\,\frac{\mathrm{kp}}{\mathrm{m}},$$

takže

$$K = 9{,}81 \,.\, \frac{10^5}{1{,}6} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} .$$

Frekvence f' je dána vztahem

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} ,$$

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9{,}81 \,.\, 10^5}{1{,}6 \,.\, 5{,}5 \,.\, 10^3}}\, s^{-1} \doteq 1{,}7\, s^{-1} .$$

Frekvence f je dána vztahem

$$f = \frac{1}{t} = \frac{v}{vt} = \frac{v}{l} .$$

Péra vozů vlaku budou kmitat s největšími rozkmity tehdy, když $f = f'$; z toho plyne pro hledanou rychlost

$$v = f \,.\, l = f' \,.\, l$$

Číselně:

$$v \doteq 1{,}7 \,.\, 15 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{1{,}7 \,.\, 15 \,.\, 3600}{10^3} \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \doteq 92\,\mathrm{km/h}.$$

4. Dvě rovinná zrcadla z_1, z_2 svírají úhel $\alpha = 60°$. V prostoru mezi nimi ve vzdálenosti $r_1 = 6$ m od průsečnice obou zrcadel je bodový zdroj Z, který je od prvního zrcadla ve vzdálenosti $d_1 = 1$ m. Pozorovatel P je v bodě ve vzdálenosti $r_2 = 9$ m od průsečnice obou zrcadel a ve vzdálenosti $d_2 = 4$ m od prvního zrcadla. Oko a bodový zdroj jsou v téže rovině kolmé k průsečnici zrcadel. Narýsujte chod paprsků ze zdroje do oka a) po jednom odraze (paprsek se odráží jen od jednoho zrcadla), b) po dvou odrazech (paprsek se odráží od každého zrcadla jednou), c) po třech odrazech.

Řešení.

Přesná místa pozorovatele P a zdroje Z určíme známou konstrukcí pomocí množin bodů (obr. 5).

a) *Konstrukce chodu paprsku* ze zdroje Z do oka pozorovatele *P po jednom odrazu* (obr. 5 – plná čára).

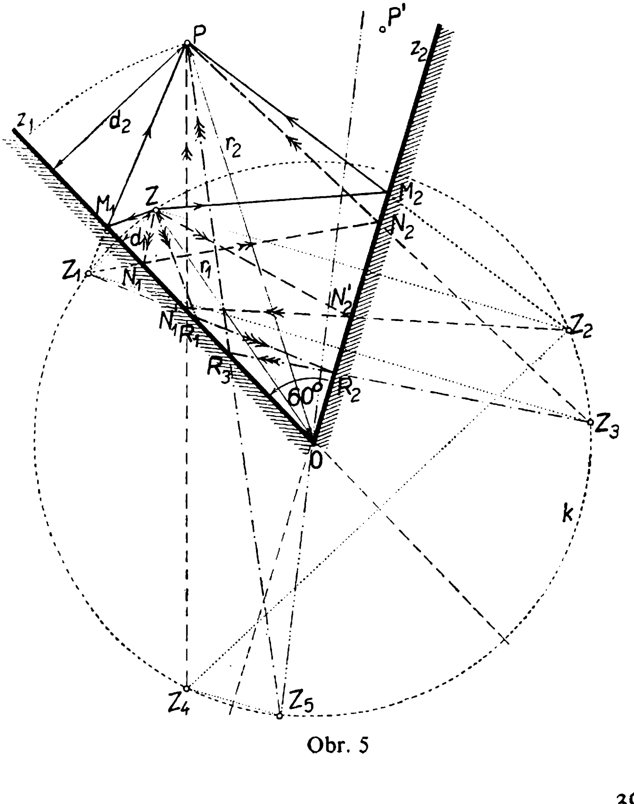
Pozorovatel P vidí ze svého místa zdánlivý obraz $Z_1(Z_2)$ zdroje v zrcadle $z_1(z_2)$. Tento obraz je osově souměrný se Z podle zrcadla $z_1(z_2)$. Spojíme P se $Z_1(Z_2)$ a průsečík úsečky $PZ_1(PZ_2)$ s rovinou zrcadla $z_1(z_2)$ označíme $M_1(M_2)$. Hledaný odražený paprsek je lomená čára $ZM_1P(ZM_2P)$.

b) *Odraz na zrcadle z_1, pak na zrcadle z_2* (obr. 5 – čárkovaná čára).

Zdánlivý obraz Z_1 zdroje Z v zrcadle z_1 je předmětem pro druhé zrcadlo z_2. Jeho zdánlivým obrazem v zrcadle z_2 je bod Z_3, ležící souměrně se Z_1 podle roviny z_2. Analogicky sestrojíme zdánlivý obraz Z_4 bodu Z_2 v zrcadle z_1. Obrazy Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 a zdroj Z leží na společné kružnici k opsané poloměrem OZ kolem bodu O.

Spojíme P se Z_3; průsečík N_2 spojnice PZ_3 se z_2 spojíme se Z_1 a průsečík N_1 této spojnice se z_1 spojíme se Z. Hledaný paprsek je lomená čára ZN_1N_2P. – Analogicky sestrojíme *paprsek, odrážející se nejprve od* z_2 *a pak od* z_1. Je jím lomená čára $ZN_2'N_1'P$.

c) *Odraz postupně na* z_1, z_2, z_1 (obr. 5 – čerchovaná čára). Sestrojíme nejprve bod Z_5, ležící souměrně se Z_3 podle



Obr. 5

roviny z_1. Tento bod leží rovněž na kružnici k. Je to zdánlivý obraz bodu Z_3 v zrcadle z_1. Vedeme postupně spojnici PZ_5, její průsečík R_3 se z_1 spojíme se Z_3, průsečík R_2 této spojnice R_3Z_3 spojíme se Z a takto získaný průsečík R_1 spojíme konečně se Z. Hledaný paprsek je lomená čára $ZR_1R_2R_3P$.

Odraz postupně na z_2, z_1, z_2 při dané poloze zdroje Z a pozorovatele P není možný, neboť spojnice PZ_5 by musela protínat nejprve zrcadlo z_2, a pak teprve zrcadlo z_1. To je splněno pro všechny body ležící mezi přímkami Z_5O a z_2, ovšem v části mezi zrcadly z_1, z_2, jako je např. bod P'.

5. Kondenzátor kapacity $C_1 = 1 \mu F$ a kondenzátor $C_2 = 2 \mu F$ byly spojeny do série a připojeny ke zdroji napětí $U = 1\,000$ V.

   a) Najděte náboj a napětí na každém kondenzátoru.

   b) Nabité kondenzátory byly odpojeny od zdroje a od sebe rozpojeny. Potom byly spolu spojeny souhlasně nabité desky kondenzátorů. Najděte výsledný náboj a napětí na každém kondenzátoru.

Řešení.

a) Označíme-li napětí na jednotlivých kondenzátorech U_1 a U_2 (obr. 6), pak platí

$$U_1 + U_2 = U;$$

z toho

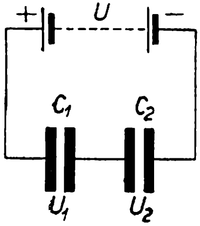
$$\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = U.$$

Q_1 a Q_2 značí náboje na kondenzátorech. Protože $Q_1 = Q_2$ (sériové zapojení), můžeme psát

$$\frac{Q_1(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} = U;$$

tedy

$$Q_1 = Q_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U.$$



Obr. 6

Číselně:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{2 \,.\, 10^{-12}}{3 \,.\, 10^{-6}} 1\,000\,[\mathrm{F}\,.\,\mathrm{V}] =$$

$$= \frac{2}{3} \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{C} = 0{,}\bar{6} \,.\, 10^{-3}\,\mathrm{C} \doteq 0{,}67\,\mathrm{mC}.$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2 \,.\, 10^{-3}}{3 \,.\, 10^{-6}}\,\mathrm{V} = \frac{2}{3} \,.\, 10^3\,\mathrm{V} =$$

$$= 0{,}\bar{6} \,.\, 10^3\,\mathrm{V} = 667\,\mathrm{V}.$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{2 \,.\, 10^{-3}}{3 \,.\, 2 \,.\, 10^{-6}}\,\mathrm{V} = \frac{1}{3} \,.\, 10^3\,\mathrm{V} =$$

$$= 0{,}\bar{3} \,.\, 10^3\,\mathrm{V} = 333\,\mathrm{V}.$$

b) Po odepnutí kondenzátorů od zdroje a po jejich rozpojení přejde při spojení souhlasně nabitých desek kondenzátorů z kondenzátoru C_1 takové množství elektrického náboje na kondenzátor C_2, že oba kondenzátory nabudou stejného napětí U'. Na jednotlivých kondenzátorech pak budou náboje Q'_1 a Q'_2. Potom platí

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 = 2Q_1 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{C}.$$

Tedy

$$(C_1 + C_2)\, U' = 2Q_1\,;$$

z toho

$$U' = \frac{2Q_1}{C_1 + C_2}.$$

Číselně:

$$U' = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}\ \mathrm{V} = \frac{4}{9} \cdot 10^3\ \mathrm{V} = 0{,}\bar{4} \cdot 10^3\ \mathrm{V} = 444\ \mathrm{V}.$$

$$Q_1 = C_1 U' = 10^{-6} \cdot \frac{4}{9} \cdot 10^3\ \mathrm{C} = \frac{4}{9} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{C} = 0{,}44\ \mathrm{mC}.$$

$$Q_2 = C_2 U' = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4}{9} \cdot 10^3\ \mathrm{C} =$$

$$= \frac{8}{9} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{C} = 0{,}89\ \mathrm{mC}.$$

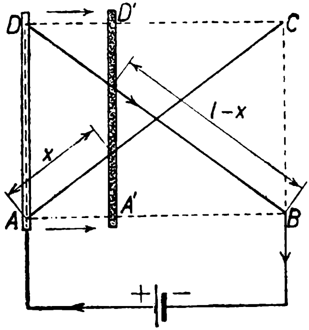
6. Dva konstantanové dráty tvoří úhlopříčky obdélníku $ABCD$, jehož strana $AB = 4\ \mathrm{dm}$, $AD = 3\ \mathrm{dm}$. Oba dráty jsou uprostřed vzájemně izolovány; průřez drátu AC je $S_1 = 1\ \mathrm{mm}^2$, drátu BD je $S_2 = 0{,}5\ \mathrm{mm}^2$. Jejich konce A a B jsou spojeny silným drátem s póly akumulátoru ($\mathscr{E} = 2\ \mathrm{V}$, $R_i = 0$). Konce A a D se spolu spojí vodivou tyčí, jejíž odpor je zanedbatelný. Je určit:

a) proud, který prochází obvodem;

b) změny proudu, posunuje-li se tyčí AD po obou drátech rovnoběžně směrem ke straně BC.

Řešení.

Úhlopříčky AC a BD (obr. 7) mají podle Pythagorovy věty délku $l = 0{,}5$ m. Odpor drátu AC je $R_1 = \varrho \dfrac{l}{S_1} =$ $0{,}25\ \Omega$ ($\varrho = 0{,}5\ \Omega\ \mathrm{mm^2/m}$); odpor drátu BD je $R_2 = 2R_1 = 0{,}5\ \Omega$.



Obr. 7

a) Proud prochází jen drátem BD a má velikost

$$I_1 = \frac{\mathscr{E}}{R_2} = 4\ \mathrm{A}.$$

b) Proud prochází drátem AC proměnlivým úsekem x a drátem BD úsekem $l - x$. Proměnlivý odpor

$$R = R_1 \frac{x}{l} + R_2 \frac{l - x}{l},$$

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{\mathscr{E} l}{R_1 x + R_2(l - x)}.$$

Poněvadž $R_2 = 2R_1$, je

$$I = \frac{\mathscr{E} l}{R_1(2l - x)}.$$

Pro $x = l$ je $I_{max} = \frac{\mathscr{E}}{R_1} = 8$ A. Proud nabývá tedy hodnot od I_1 do $2I_1$.

7. K baterii o vnitřním odporu $R_i = 20\,\Omega$ je připojeno ocelové vedení k signalizačnímu zařízení o odporu $R = 820\,\Omega$. Přípojka má délku $l = 4{,}5$ km, průřez vodičů $S = 3{,}0\,\text{mm}^2$, měrný odpor oceli $\varrho = 0{,}12\,\Omega\,\text{mm}^2\,.\,\text{m}^{-1}$. Ke svorkám baterie je připojen voltmetr, který ukazuje napětí $U = 118{,}0$ V. Na vedení vznikl zkrat, při němž se změnilo napětí měřené voltmetrem na $U' = 106{,}6$ V.
a) Jak velký byl výkon signalizačního zařízení (před zkratem)?

b) Jak velký je celkový výkon zdroje?

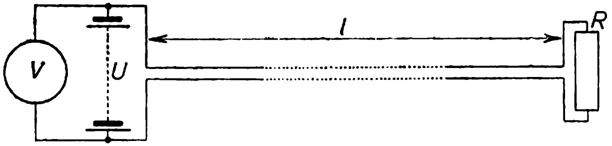
c) Jak daleko od baterie zkrat vznikl?

Řešení.

Odpor přípojky (obr. 8) označme před zkratem R_1, po zkratu R_2, proud před zkratem I_1, po zkratu I_2.

$$R_1 = \varrho \frac{2l}{S} = 0{,}12\,.\,\frac{9}{3}\,.\,10^3 \left[\Omega\text{mm}^2\text{m}^{-1}\,.\,\frac{\text{m}}{\text{mm}^2}\right];$$

$$R_1 = 360\,\Omega.$$



Obr. 8

Před zkratem platí:

$$U = I_1(R + R_1);$$

z toho

$$I_1 = \frac{U}{R + R_1},$$

$$I_1 = \frac{118}{1180}\left[\frac{\mathrm{V}}{\Omega}\right] = 0{,}1\ \mathrm{A}.$$

a) Výkon signalizačního zařízení před zkratem je

$$P_1 = RI_1^2 = 820\,.\,0{,}1^2[\Omega\mathrm{A}^2] = 8{,}2\ \mathrm{W}.$$

b) Celkový výkon baterie je $P_2 = (R_i + R_1 + R)\,I_1^2$.

$$P_2 = 1\,200\,.\,0{,}1^2[\Omega\mathrm{A}^2] = 12\ \mathrm{W}.$$

c) Elektromotorická síla zdroje je $\mathscr{E} = (R_i + R_1 + R)\,I_1$.

$$\mathscr{E} = 1\,200\,.\,0{,}1[\Omega\mathrm{A}] = 120\ \mathrm{V}.$$

Zkrat vznikl ve vzdálenosti x od baterie. Proto platí

$$\mathscr{E} - U' = R_iI_2,$$

z toho

$$I_2 = \frac{\mathscr{E} - U'}{R_i},$$

$$U' = R_2I_2 = \varrho\frac{2x}{S}I_2 = \varrho\frac{2x}{S}\frac{\mathscr{E} - U'}{R_i},$$

$$x = \frac{R_iSU'}{2\varrho(\mathscr{E} - U)} = \frac{20\,.\,3\,.\,106{,}6}{2\,.\,0{,}12\,.\,13{,}4}\left[\frac{\Omega\mathrm{mm}^2\mathrm{V}}{\mathrm{mm}^2\,.\,\mathrm{m}^{-1}\,.\,\mathrm{V}}\right] =$$

$$= \frac{1066}{0{,}536}\,\mathrm{m} = \frac{1066}{536}\,\mathrm{km} \doteq 2\ \mathrm{km}.$$

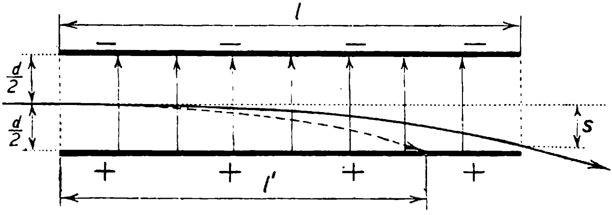
$$x = 2\ \mathrm{km}$$

8. V katodové trubici jsou umístěny dvě rovnoběžné kovové destičky délky $l = 5$ cm, vzdálené od sebe o $d = 1$ cm. Středem mezi destičkami proletuje proud katodových paprsků rychlostí $v = 10^4$ km s^{-1}.
a) Jaké největší stejnosměrné napětí můžeme vložit na destičky, aby se vychýlený proud elektronů nedotkl kladné destičky? Hmota elektronu je $m_e = 9{,}11 \,.\, 10^{-31}$ kg, náboj elektronu $e = -1{,}60 \,.\, 10^{-19}$ C.

b) Jak velká by musela být při stejném napětí jako v případě a) rychlost elektronů, aby dopadly ve vzdálenosti 1 cm před okrajem kladně nabité destičky.

Řešení.

Je-li na destičky (obr. 9) vloženo napětí U, vznikne v prostoru mezi destičkami homogenní pole intenzity $E = \dfrac{U}{d}$. Na elektron nacházející se v tomto poli působí



Obr. 9

síla $F = E \; |e| = \dfrac{U|e|}{d}$. Poněvadž je to síla stálá, přiblíží se elektron jejím působením ke kladné desce za dobu t o délku $s = \frac{1}{2} at^2$. Poněvadž zrychlení $a = \frac{F}{m}$ a doba t, po kterou se elektron nachází v elektrickém poli destiček, je $t = \frac{l}{v}$, je

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{U|e|}{d \cdot m} \cdot \frac{l^2}{v^2}. \tag{1}$$

a) Aby se vychýlený proud elektronů nedotkl kladné destičky, musí být splněna podmínka $s < \frac{d}{2}$; odtud

$$\frac{U|e|}{2d \cdot m} \cdot \frac{l^2}{v^2} < \frac{d}{2}; \tag{2}$$

$$U < \frac{m}{|e|} \left(\frac{d \cdot v}{l} \right)^2.$$

Číselně:

$$U < \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \cdot \left(\frac{10^{-2} \cdot 10^7}{5 \cdot 10^{-2}} \right)^2 \left[\frac{\text{kgm}^2}{\text{Ass}^2} \right],$$

$$U < \frac{9{,}11 \cdot 10^{19} \cdot 10^{14}}{40 \cdot 10^{31}} \left[\frac{\text{J}}{\text{As}} \right] = \frac{91{,}1}{4} \left[\frac{\text{VAs}}{\text{As}} \right] =$$

$$= 22{,}775 \text{ V}.$$

Aby se vychýlený proud katodových paprsků nedotkl kladné destičky, musí být na destičky vloženo napětí menší než 22,775 V.

b) V tomto případě platí vzorec obdobný (2), nahradíme-li v něm hodnotu $l = 5 \cdot 10^{-2}$ m hodnotou $l' = 4 \cdot 10^{-2}$ m, danou rychlost nahradíme hledanou rychlostí v' a zaměníme znaménko nerovnosti znaménkem rovnosti.

Je tedy

$$\frac{U|e|}{2d.m}\frac{l'^2}{v'^2}=\frac{d}{2}, \qquad v'=\frac{l'}{d}\sqrt{\frac{U|e|}{m}};$$

dosadíme-li do tohoto vztahu za U z rovnice (1), v níž nahradíme $s=\frac{d}{2}$, obdržíme pro v'

$$v'=\frac{l'}{d}\sqrt{\frac{m}{|e|}\left(\frac{d.v}{l}\right)^2.\frac{|e|}{m}}=\frac{l'v}{l}=\frac{l'}{l}v.$$

Číselně:

$$v'=\frac{4}{5}.10^4\,\mathrm{km\,s^{-1}}=8\,000\,\mathrm{km\,s^{-1}}.$$

9. *Určete odpor spotřebiče* (např. žárovky)

a) *metodou přímou* (při dvou způsobech zapojení voltmetru: napětí se měří na svorkách spotřebiče; napětí se měří na spotřebiči a ampérmetru);

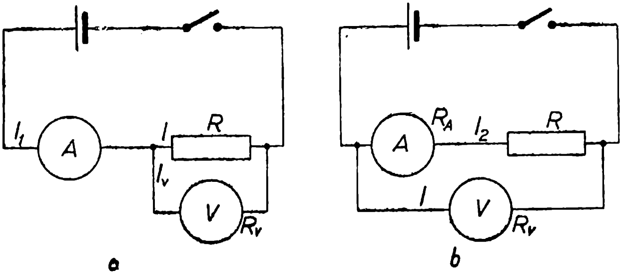
b) *Wheatstonovým můstkem.*

Srovnejte výsledky a případné rozdíly se pokuste vysvětlit. Popište přesně spotřebič a měřicí přístroje (typ přístroje, rozsah stupnice, počet dílků, případně odpor), kterých jste v úloze použili. Ke každému měření sestrojte schéma zapojení.

a) *Měření přímou metodou.*

1) Schéma zapojení je v obr. 10a. Označíme-li naměřené napětí U_1 a naměřený proud I_1, je vypočtený odpor

$R_1 = \frac{U_1}{I_1}$. Tato hodnota je nepřesná, neboť skutečný odpor $R = \frac{U_1}{I}$. Poněvadž $I_1 > I$, je $R_1 < R$.



Obr. 10

Rozdíl $R - R_1$ je zanedbatelně malý jen tehdy, jestliže $I_v \ll I$, tj. jestliže odpor spotřebiče $R \ll R_v$. Metoda (1) tedy vyhovuje tehdy, když měřený odpor je malý.

Poněvadž $I = \frac{U_1}{R_v}$, je správná hodnota R odporu

$$R = \frac{U_1}{I} = \frac{U_1}{I_1 - I_v} = \frac{U_1}{I_1 - \frac{U_1}{R_v}} = \frac{U_1 R_v}{I_1 R_v - U_1}.$$

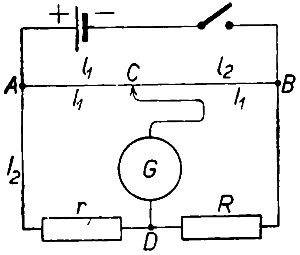
2) Schéma zapojení je v obr. 10b. Označíme-li naměřené napětí U_2 a naměřený proud I_2, je vypočtený odpor $R_2 = \frac{U_2}{I_2}$ také nepřesný, neboť skutečný odpor je

$R = \dfrac{U}{I_2}$. U značí napětí na svorkách spotřebiče. Označíme-li napětí na svorkách ampérmetru U_A, je $U = U_2 - U_A$. Poněvadž $U < U_2$, je $R < R_2$. Rozdíl $R_2 - R$ je zanedbatelně malý jen tehdy, jestliže $U_A \ll U$, tj. když $R_A \ll R$.

Metoda (2) vyhovuje tehdy, jestliže měřený odpor je velký.

Poněvadž $U_A = R_A I_2$, je správná hodnota R odporu

$$R = \frac{U}{I_2} = \frac{U_2 - U_A}{I_2} = \frac{U_2 - R_A I_2}{I_2} = \frac{U_2}{I_2} - R_A .$$



Obr. 11

b) *Určení odporu spotřebiče Wheatstonovým můstkem* (obr. 11).

Dosti dlouhý neizolovaný drát AB všude stejného průřezu, dosti značného odporu, připojíme ke zdroji. Do vedlejší větve zapojíme sériově měrný reostat s vhodně voleným odporem r a spotřebič, jehož odpor R chceme měřit. Mezi obě větve zařadíme podle obrázku pomocnou větev s citlivým galvanometrem G. Pomocná větev je do obvodu pevně připojena v bodě D, druhý konec je opatřen běžcem, jímž se dá posunovat po drátě AB. Je-li běžec v takovém bodě C, že větví CD neprochází proud, je napětí U_1 mezi body AC stejné jako mezi body

AD a napětí U_2 mezi body CB stejné jako mezi body DB.

Proto platí: $r_1 I_1 = r I_2$ a $r_2 I_1 = R I_2$, kde r_1 a r_2 značí odpory vodičů AC a CB, I_1 proud ve větvi ACB, I_2 proud ve větvi ADB. Poněvadž poměr odporu $\frac{r_2}{r_1}$ je roven poměru délek $CB = l_2$ a $AC = l_1$, vyjde

$$\frac{R}{r} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{l_2}{l_1}; \qquad \text{odtud} \qquad R = \frac{l_2}{l_1} r.$$

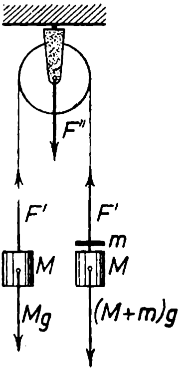
Odpor naměřený touto metodou je tím přesnější, čím citlivějšího užijeme galvanometru a čím je poměr $\frac{l_2}{l_1}$ bližší 1.

Kategorie B

1. Dvě závaží o stejných hmotách M jsou zavěšena na koncích niti vedené přes pevnou kladku. Na jedno závaží položíme přívažek o hmotě m. a) Určete zrychlení pohybu obou závaží. b) Jakou silou bude napínána nit při pohybu závaží? c) Jakou silou je namáhána osa kladky při pohybu závaží? d) Jakou silou tlačí při pohybu přívažek m na závaží M? K váze niti, k odporu prostředí a vlivu kladky nepřihlížejte.
   Řešte nejprve obecně a pak pro číselné hodnoty
   $M = 10^{-1}$ kg, $m = 10^{-2}$ kg, $g = 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Řešení.

a) Váha $F = mg$ přívažku uvádí do pohybu hmotu $2M + m$ se zrychlením a (obr. 12). Podle 2. pohybového



Obr. 12

zákona je $F = ma$, z toho $a = \dfrac{F}{m}$. V našem případě je

$$a = \frac{mg}{2M + m} = \frac{m}{2M + m}\,g.$$

b) Podle 2. pohybového zákona platí pro pravý konec nitě:

$$Mg + mg - F' = (M + m)\,a,$$

pro levý konec nitě:

$$F' - Mg = Ma.$$

Z druhé rovnice

$$F' = Mg + Ma = M(g + a) = M\left(g + \frac{mg}{2M + m}\right) =$$

$$= Mg\left(1 + \frac{m}{2M + m}\right) = \frac{2M(M + m)}{2M + m}\,g.$$

c) Osa kladky je namáhána silou $F'' = 2F'$.

d) Přívažek m tlačí při pohybu na závaží M silou F'''.

$$F''' = mg - ma = m(g - a) =$$

$$= m\left(g - \frac{mg}{2M + m}\right) = mg\left(1 - \frac{m}{2M + m}\right) =$$

$$= mg\,\frac{2M}{2M + m}, \qquad \text{tedy} \qquad F''' = \frac{2Mm}{2M + m}\,g.$$

Číselně:

a) $$a = \frac{10^{-2}}{2 \,.\, 10^{-1} + 10^{-2}} \,.\, 9{,}81 \text{ m} \,.\, \text{s}^{-2} =$$

$$= \frac{1}{20 + 1} \,.\, 9{,}81 \text{ m} \,.\, \text{s}^{-2} = \frac{9{,}81}{21} \text{ m} \,.\, \text{s}^{-2} = 0{,}47 \text{ m} \,.\, \text{s}^{-2}.$$

b) $$F' = \frac{2 \,.\, 10^{-1}(10^{-1} + 10^{-2})}{2 \,.\, 10^{-1} + 10^{-2}} \,.\, 9{,}81 \text{ kgms}^{-2} =$$

$$= \frac{2(10 + 1)}{2 \,.\, 10^2 + 10} \,.\, 9{,}81 \text{ N} = \frac{2 \,.\, 11}{210} \,.\, 9{,}81 \text{ N} = 1{,}03 \text{ N}.$$

c) $$F'' = 2F' = 2{,}06 \text{ N}.$$

d) $$F''' = \frac{2 \,.\, 10^{-1} \,.\, 10^{-2}}{2 \,.\, 10^{-1} + 10^{-2}} \,.\, 9{,}81 \text{ kgms}^{-2} =$$

$$= \frac{2}{210} \,.\, 9{,}81 \text{ N} = \frac{9{,}81}{105} \text{ N} = 0{,}093 \text{ N}.$$

2. Automobil jede do kopce o stoupání $\alpha = 10^\circ$ stálou rychlostí $v_1 = 5$ m/s. Jede-li po témž svahu dolů, nabude rychlosti $v_2 = 20$ m/s při stejném výkonu motoru. Jaké rychlosti nabude po vodorovné rovině při stejném výkonu motoru?

Řešení.

Pro výkon platí $P = \dfrac{A}{t} = \dfrac{Fs}{t} = Fv$. Na auto působí tři síly: váha G auta, tření T a tažná síla F motoru. Jede-li auto do kopce (obr. 13), motor vyvíjí sílu

$$F_1 = T + G \sin \alpha = fG \cos \alpha + G \sin \alpha.$$

Výkon motoru je

$$P = F_1 v_1 = G(f \cos \alpha + \sin \alpha)\, v_1 .$$

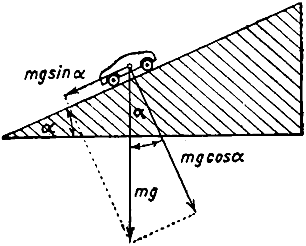
Jede-li auto dolů, motor vyvíjí sílu

$$F_2 = T - G \sin \alpha = fG \cos \alpha - G \sin \alpha = \\ = G(f \cos \alpha - \sin \alpha).$$

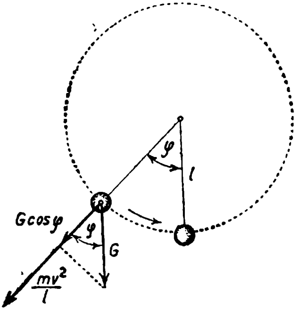
Výkon motoru je

$$P = G(f \cos \alpha - \sin \alpha)\, v_2 .$$

Jede-li auto po vodorovné rovině rovnoměrně, motor vyvíjí sílu $F_3 = T = fG$. Výkon motoru je $P = Gfv_3$.



Obr. 13



Obr. 14

Ve všech třech případech je výkon motoru týž. Hledanou rychlost dostaneme z rovnosti:

$$Gfv_3 = G(f \cos \alpha - \sin \alpha)\, v_2 ; \text{ odtud}$$

$$v_3 = \frac{1}{f}(f \cos \alpha - \sin \alpha)\, v_2 .$$

Koeficient tření f vypočteme z rovnosti:

$$v_2(f\cos\alpha - \sin\alpha) = v_1(f\cos\alpha + \sin\alpha),$$

$$v_2 f\cos\alpha - v_2\sin\alpha = fv_1\cos\alpha + v_1\sin\alpha,$$

$$f(v_2\cos\alpha - v_1\cos\alpha) = v_1\sin\alpha + v_2\sin\alpha,$$

$$f = \frac{(v_1 + v_2)\sin\alpha}{(v_2 - v_1)\cos\alpha} = \frac{v_1 + v_2}{v_2 - v_1}\operatorname{tg}\alpha.$$

Číselně:

$$f = 0{,}1763 \,.\, \frac{5}{3} = 0{,}294.$$

Hledaná rychlost:

$$v_3 = \frac{(0{,}294 \,.\, 0{,}9848 - 0{,}1736) \,.\, 20}{0{,}294}\,\mathrm{ms}^{-1} =$$

$$= \frac{(0{,}2895 - 0{,}1736) \,.\, 20}{0{,}294}\,\mathrm{ms}^{-1} = \frac{1{,}159}{0{,}147}\,\mathrm{ms}^{-1};$$

$$v_3 = 7{,}88\,\mathrm{ms}^{-1}.$$

3. Na vláknu délky l a pevnosti p je upevněna koule o váze G. Koule je roztočena ve svislé rovině. Při jaké postupné rychlosti se vlákno přetrhne? Řešte nejprve obecně a pak pro číselné hodnoty $l = 2$ m, $p = 10$ kp, $G = 3$ kp.

Řešení.

Síla F (obr. 14), která napíná vlákno, je

$$F = G\cos\varphi + \frac{mv^2}{l}, \qquad \text{kde} \qquad m = \frac{G}{g}.$$

Tato síla bude největší v nejnižší poloze, tj. pro $\varphi = 0°$:

$$F_{max} = G\left(1 + \frac{v^2}{gl}\right).$$

Ze vztahu $F_{max} = p$ plyne pro hledanou rychlost výraz

$$v = \sqrt{gl\left(\frac{p}{G} - 1\right)}.$$

Číselně:

$$v = \sqrt{9{,}81 \,.\, 2\left(\frac{10}{3} - 1\right)} \, \mathrm{ms}^{-1} =$$

$$= \sqrt{3{,}27 \,.\, 14} \, \mathrm{ms}^{-1} = \sqrt{45{,}78} \, \mathrm{ms}^{-1} = 6{,}76 \, \mathrm{ms}^{-1}.$$

4. První kosmická loď po vypuštění obíhala kolem Země v přibližně kruhové dráze ve vzdálenosti $l = 320$ km od povrchu Země. Za předpokladu, že by na okamžik přestala působit jejich vzájemná přitažlivost, vypočítejte: a) průměr drátu z ocele, který by při napětí rovném mezi pružnosti v tahu udržel kosmickou loď na dráze kolem Země, nepřihlíží-li se k váze drátu. b) O kolik by se kosmická loď připoutaná tímto drátem vzdálila od Země?

Je dáno:

Modul pružnosti drátu v tahu $E = 2{,}2 \,.\, 10^6$ kp/cm^2, mez pružnosti $\frac{F}{S} = 3{,}3 \,.\, 10^3$ kp/cm^2, hmota Země $M = 5{,}959 \,.\, 10^{24}$ kg, hmota kosmické lodi $m = 4{,}54 \,.\, 10^3$ kg, poloměr Země $R = 6{,}37 \,.\, 10^6$ m a gravitační konstanta $\kappa = 6{,}67 \,.\, 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}.

Řešení.

Síla F, kterou Země přitahuje kosmickou loď, je

$$F = \kappa \frac{Mm}{(l + R)^2}. \qquad (1)$$

Prodloužení Δl drátu silou F je

$$\Delta l = \frac{1}{E}\frac{F}{S} l, \tag{2}$$

kde

$$S = \pi \frac{d^2}{4}. \tag{3}$$

Z rovnic (1), (2) a (3) plyne pro průměr drátu

$$d = \frac{2}{l + R} \sqrt{\frac{\kappa M m l}{\pi E \Delta l}}. \tag{4}$$

Číselně: Po dosazení do (2) a (4) vychází:

$$\Delta l = \frac{1}{2{,}2 \cdot 10^2} \cdot 3{,}3 \cdot 10^3 \cdot 3{,}2 \cdot 10^5 \, \mathrm{cm^2 kp^{-1}} \cdot \mathrm{kp\,cm^{-2}} \cdot \mathrm{m} =$$

$$= 4{,}8 \cdot 10^2 \, \mathrm{m}.$$

$$d = \frac{2}{0{,}32 \cdot 10^6 + 6{,}37 \cdot 10^6} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}959 \cdot 10^{24} \cdot 4{,}54 \cdot 10^3 \cdot 3{,}2 \cdot 10^5}{3{,}14 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{10} \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}8 \cdot 10^2}} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{\mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{m^{3/2} kg^{-1/2} s^{-1}} \cdot \mathrm{kg^{1/2} kg^{1/2} m^{1/2}}}{\mathrm{kg^{1/2} m^{1/2} s^{-1}} \cdot \mathrm{m^{-1} m^{1/2}}} \right] =$$

$$= \frac{2}{6{,}69 \cdot 10^2} \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 5{,}959 \cdot 4{,}54 \cdot 3{,}2}{3{,}14 \cdot 2{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}8} \cdot 10^9} \, \mathrm{m} =$$

$$= 1{,}25 \cdot 10^{-4} \, \mathrm{m}.$$

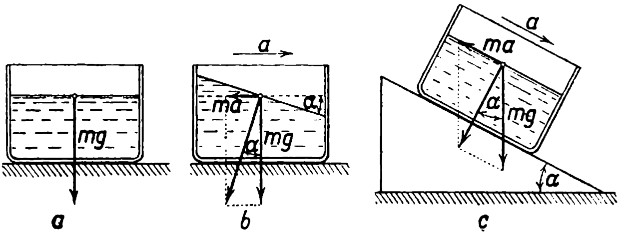
$$d = 1{,}25 \cdot 10^{-1} \, \mathrm{mm} \doteq 0{,}13 \, \mathrm{mm}.$$

5. Víte-li, že povrch kapaliny v nádobě se ustálí tak, že je kolmý k výslednici sil působících na částice kapaliny, určete směr povrchu kapaliny v nádobě v těchto případech:

a) pohybuje-li se nádoba s kapalinou po vodorovné rovině rovnoměrným přímočarým pohybem;
b) pohybuje-li se nádoba s kapalinou rovnoměrně zrychleně po vodorovné rovině se zrychlením a;
c) pohybuje-li se nádoba s kapalinou vlastní váhou bez tření po nakloněné rovině s úhlem sklonu α.
d) Jak by se musela pohybovat nádoba s kapalinou po nakloněné rovině, aby povrch kapaliny byl vodorovný?

Řešení.

a) Pohybuje-li se nádoba s kapalinou po vodorovné rovině (obr. 15a) pohybem rovnoměrným přímočarým, pak jedinou silou, působící na každou částici vody, je gravitační síla zemská (váha částice). Tyto síly (na jednotlivé částice) mají směr svislý, proto povrch kapaliny v nádobě bude vodorovný.



Obr. 15

b) Pohybuje-li se nádoba s kapalinou po vodorovné rovině (obr. 15b) rovnoměrně zrychleně se zrychlením a, pak na každou částici kapaliny působí kromě síly mg (váhy částice) ještě (fiktivní) setrvačná síla ma. Výslednice těchto dvou sil svírá se svislým směrem úhel α, daný vztahem

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} .$$

Povrch kapaliny, jenž je všude k výslednici kolmý, bude tedy šikmá rovina, svírající úhel α s rovinou vodorovnou a to tak, že vpředu nádoby (ve směru pohybu) bude stát kapalina níže než vzadu.

c) Zrychlení nádoby na nakloněné rovině je $a = g \sin \alpha$ (obr. 15c). Použijeme-li výsledku z př. (b), zjistíme, že výslednice sil mg a ma na částici kapaliny je kolmá na nakloněnou rovinu. Povrch kapaliny v nádobě bude tedy rovina rovnoběžná s nakloněnou rovinou.

d) Aby povrch kapaliny v nádobě na nakloněné rovině byl vodorovný, musela by nádoba po nakloněné rovině klouzat pohybem rovnoměrným; tento případ nastane např. tehdy, když tření se rovná pohybové složce.

6. V měděném kalorimetru hmoty m_1 kg je m_2 kg vody a m_3 kg ledu v tepelné rovnováze. Do kalorimetru ponoříme kus olova hmoty m_4 kg, zahřátý na teplotu t °C.

a) Jaký bude výsledný stav v kalorimetru za předpokladu, že tepelné ztráty lze zanedbat? Proveďte rozbor a řešte potom pro tyto hodnoty: $m_1 = 0{,}1$ kg,

$m_2 = 0{,}15$ kg, $m_3 = 0{,}08$ kg, $m_4 = 0{,}1$ kg, $t = 200$ °C, $c_{Cu} = 0{,}094$ kcal kg^{-1} deg^{-1}, $c_{Pb} = 0{,}03$ kcal kg^{-1} deg^{-1}, pro vodu $c_0 = 1$ kcal kg^{-1} deg^{-1}, $\varrho = 80$ kcal kg^{-1}.
b) Jakou hmotu m_4' by muselo mít olovo, aby se po jeho vnoření teplota v kalorimetru ustálila na $t' = 5$ °C?

Řešení.

Poněvadž voda s ledem jsou původně v rovnováze, je jejich teplota 0 °C. Nutno rozeznávat dva případy:

α) Teplem, jež odevzdá olovo, roztaje toliko část ledu (x kg) při nezměněné teplotě 0 °C, při čemž se olovo ochladí na 0 °C. Pak platí $m_4 c_{Pb}(t - 0°) = x\varrho$, kde ϱ je skupenské teplo tání ledu. Odtud množství ledu, jež roztaje, bude

$$x = \frac{m_4 c_{Pb} t}{\varrho}.$$

β) Teplem, jež odevzdá olovo, roztaje všechen led a teplota všech hmot v kalorimetru se ustálí na hodnotě t'; pak platí

$$m_4 c_{Pb}(t - t') = m_3\varrho + c_0(m_2 + m_3)\,t' + m_1 c_{Cu} t'. \quad (1)$$

Číselně:

a) Na roztání ledu je zapotřebí dodat teplo $m_3\varrho$; $m_3\varrho = 0{,}08 \,.\, 80$ kcal $= 6{,}4$ kcal. Olovo může však dodat pouze $m_4 c_{Pb} t = 0{,}1 \,.\, 0{,}03 \,.\, 200$ kcal $= 0{,}6$ kcal. Množstvím tepla 0,6 kcal roztaje $x = 0{,}6 : 80 \dfrac{\text{kcal}}{\text{kcal kg}^{-1}} = 0{,}0075$ kg ledu.

Po vnoření kusu olova do kalorimetru roztaje 0,0075 kg ledu. Zůstane 0,0725 kg ledu. Teplota bude 0 °C.

b) Pro m'_4 plyne ze vztahu (1)

$$m'_4 = \frac{m_3\varrho + c_0(m_2 + m_3)\,t' + m_1 c_{Cu} t'}{c_{Pb}(t - t')},$$

$$m'_4 = \frac{6{,}4 + 1{,}15 + 0{,}047}{5{,}85}\,\frac{\text{kcal}}{\text{kcal}\,\text{kg}^{-1}} = 1{,}3\ \text{kg}.$$

Aby se teplota ustálila na 5 °C, muselo by mít olovo hmotu $m'_4 = 1{,}3$ kg.

7. Parní stroj o výkonu $P = 14{,}7$ kW spotřeboval za hodinu $m = 12{,}9$ kg uhlí o výhřevnosti $H = 7{,}8 \,.\, 10^3$ kcal kg^{-1}. Zlepšovacími návrhy (vhodnější rošt, regulace přívodu vzduchu, zmenšení ztrát zlepšenou izolací) se zvýšila účinnost o $\Delta\eta = 1{,}5\%$. Kolik Kčs by závod uspořil při nepřetržitém provozu ročně, je-li 1 q uhlí za 12 Kčs?

Řešení.

Výkon parního stroje je $P = 14{,}7$ kW $= 14{,}7 \,.\, 10^3$ W.

Spotřeba uhlí je $m = 12{,}9$ kg . h^{-1} $= \dfrac{12{,}9}{3600}$ kg s^{-1} $=$ $= 12{,}9 \,.\, 365 \,.\, 24$ kg/rok.

Poněvadž 1 kcal je $4{,}186 \,.\, 10^3$ J, je výhřevnost $H =$ $= 7{,}8 \,.\, 10^3$ kcal/kg $= 7{,}8 \,.\, 4{,}186 \,.\, 10^6$ J/kg.

Cena uhlí je $p = 12$ Kčs/q $= 12 \,.\, 10^{-2}$ Kčs/kg.

a) Výpočet účinnosti stroje:

Účinnost stroje je η %. Příkon energie do parního stroje je $P' = mH$, takže

$$\eta = \frac{P}{P'} = \frac{P}{mH},$$

$$\eta = \frac{14{,}7 \,.\, 10^3}{12{,}9 \,.\, 3600^{-1} \,.\, 7{,}8 \,.\, 4{,}186 \,.\, 10^6} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg\,s^{-1}\,.\,J\,kg^{-1}}} =$$

$$= \frac{14{,}7 \,.\, 10^3 \,.\, 3600}{12{,}9 \,.\, 7{,}8 \,.\, 4{,}186 \,.\, 10^6} \, 100\,\% \,.$$

Logaritmicky se určí $\eta = 12{,}564\,\%$.

b) Zvýšená účinnost stroje je $\eta' = 14{,}064\,\%$. Poněvadž účinnost stroje se zvýší v poměru $\frac{\eta'}{\eta}$, sníží se spotřeba uhlí v poměru $\frac{\eta}{\eta'}$, takže se za rok ušetří uhlí

$$m - m \,.\, \frac{\eta}{\eta'} = m\left(1 - \frac{\eta}{\eta'}\right).$$

Tím se ušetří za rok částka

$$x = m\left(1 - \frac{\eta}{\eta'}\right)p = \frac{\eta' - \eta}{\eta'}\, mp = \frac{\Delta\eta}{\eta'}\, mp.$$

Po dosazení dostaneme

$$x = \frac{1{,}5 \,.\, 12{,}9 \,.\, 365 \,.\, 24 \,.\, 12}{14{,}064 \,.\, 100} \frac{\mathrm{kg\,Kčs}}{\mathrm{kg\,rok}} \,.$$

Logaritmicky se vypočte $x = 1\,446{,}30$ Kčs/rok.

Po zvýšení účinnosti parního stroje ušetří závod za rok 1 446,30 Kčs.

8. Kolikrát musíme stlačit píst hustilky, která má objem $V_1 = 4 \,.\, 10^{-5}$ m^3, abychom naplnili vzduchem prázdnou pneumatiku jízdního kola tak, aby styčná plocha pneumatiky s vozovkou byla $S = 50$ cm^2? Zatížení kola $G = 35$ kp, objem pneumatiky $V_2 = 2 \,.\, 10^{-3}$ m^3, atmosférický tlak $b = 1$ kp/cm^2. Tuhost pneumatiky zanedbáváme.

Řešení.

Poněvadž zatížení kola je G a styčná plocha pneumatiky s vozovkou je S, bude zatížení na jednotku plochy $\frac{G}{S}$.

Tlak vzduchu v pneumatice musí být

$$p = b + \frac{G}{S}.$$

Poměr $\frac{V_2}{V_1}$ udává počet tahů pístu hustilky, potřebný k nahuštění pneumatiky na tlak b; k nahuštění na tlak p bude zapotřebí n tahů, při čemž podle zákona Gay-Lussacova platí $bnV_1 = pV_2$, předpokládáme-li, že teplota vzduchu se při plnění pneumatiky nemění.

Z toho

$$n = \frac{p}{b}\frac{V_2}{V_1}.$$

Číselně:

$$\frac{G}{S} = \frac{35}{60}\,\mathrm{kp/cm^2} = 0{,}58\,\mathrm{kp/cm^2};$$

$$\frac{G}{S} = 0{,}58\,\mathrm{kp/cm^2}.$$

$$p = 1\mathrm{kp/cm^2} + 0{,}58\mathrm{kp/cm^2} = 1{,}58\mathrm{kp/cm^2};$$

$$p = 1{,}58\mathrm{kp/cm^2}.$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2.10^{-3}}{4.10^{-5}} = \frac{10^2}{2} = 50; \qquad n = \frac{1{,}58}{1}.50 = 79{,}0$$

Píst hustilky je nutno stlačit 79krát.

9. *Určete tíhové zrychlení z doby kyvu a délky matematického kyvadla.* Matematické kyvadlo sestrojte z tenké nitě délky aspoň 1 m a malé těžké kuličky o průměru menším než 10 mm. Délku kyvadla měřte od bodu upevnění niti do středu kuličky; určete délku kyvadla z deseti měření a stanovte chybu výsledku. Dobu kyvu určete z deseti kyvů; čas měřte stopkami. Čas začnete měřit, když kyvadlo po několika kyvech prochází rovnovážnou polohou. Opakujte měření doby kyvu desetkrát a stanovte chybu výsledku. Z naměřených veličin vypočítejte tíhové zrychlení a určete chybu takto vypočítané veličiny. Popište přesně postup měření i měřicí přístroje (délkové měřítko, stopky), kterých jste použili při řešení úlohy.

Řešení.

Vzorec pro dobu kyvu matematického kyvadla zní:

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

kde l je délka kyvadla a g je gravitační zrychlení v místě, kde se měření koná. Určíme-li t a l, můžeme počítat g ze vzorce

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2}.$$

a) Délku měříme (podle návodu) od závěsu ke středu kuličky. Provedeme 10 měření; naměřené hodnoty označíme např. $l_1, l_2, l_3, \ldots, l_{10}$.
Určíme aritmetický střed

$$\bar{l} = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} l_k.$$

Stanovíme všechny odchylky $\Delta_k = \bar{l} - l_k$. Při správném výpočtu musí být $\sum_{k=1}^{10} \Delta_k = 0$.

Určíme dále dvojmoci Δ_k^2 a jejich součet $\sum_{k=1}^{10} \Delta_k^2$. Vypočteme střední chybu aritmetického středu

$$\bar{\delta} l = \pm \sqrt{\frac{\Sigma \Delta_k^2}{10 \,.\, (10 - 1)}}.$$

Délka kyvadla je $l = \bar{l} \pm \bar{\delta} l$.

b) Dobu kyvu určujeme stopkami desetkrát z deseti kyvů, tj. zaznamenáme vedle začátku prvního kyvu konec 10., 20., 30., ..., 100. kyvu. Příslušné hodnoty označíme $t_1, t_2, t_3, \ldots\ldots, t_{10}$.
Rozdíly $t_1 - 0$, $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$, $\ldots$, $t_{10} - t_9$ udá-

vají vždy dobu deseti kyvů. Určíme aritmetický střed t' (pro dobu deseti kyvů):

$$t' = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} (t_k - t_{k-1}).$$

Aritmetický střed $\bar{t}$ doby kyvu bude $\bar{t} = \frac{t'}{10}$. Podobně jako u délky l určíme střední chybu $\bar{\delta}t'$ aritmetického středu (pro deset kyvů) a odtud střední chybu $\bar{\delta}t$ pro jeden kyv:

$$\bar{\delta}t = \frac{\bar{\delta}t'}{10}.$$

Doba kyvu pak bude $t = \bar{t} \pm \bar{\delta}t.$

c) Střední chybu $\bar{\delta}g$ gravitačního zrychlení g, počítaného z uvedeného vzorce, stanovíme takto:

$$g = \frac{\pi^2(\bar{l} + \bar{\delta}l)}{(\bar{t} \pm \bar{\delta}t)^2}.$$

Vzorec pro g upravíme dále takto:

$$g = \pi^2(\bar{l} \pm \bar{\delta}l)(t \pm \bar{\delta}t)^{-2} =$$

$$= \pi^2 \frac{\bar{l}}{\bar{t}^2}\left(1 \pm \frac{\bar{\delta}l}{\bar{l}}\right)\left(1 \pm \frac{\bar{\delta}t}{\bar{t}}\right)^{-2} =$$

$$= \pi^2 \frac{\bar{l}}{\bar{t}^2}\left(1 \pm \frac{\bar{\delta}l}{\bar{l}}\right)\left(1 \mp 2\frac{\bar{\delta}t}{\bar{t}}\right) =$$

$$= \frac{\pi^2\bar{l}}{\bar{t}^2}\left(1 \pm \frac{\bar{\delta}l}{\bar{l}} \pm 2\frac{\bar{\delta}t}{\bar{t}}\right).$$

Pro maximální odchylku bereme obě odchylky $\frac{\overline{\delta l}}{\bar{l}}$, $\frac{\overline{\delta t}}{\bar{t}}$ se stejným znaménkem, tedy obě buď kladně, nebo obě záporně.

Označme

$$\frac{\pi^2 \bar{l}}{\bar{t}^2} = \bar{g}.$$

Pak

$$g = \bar{g}\left[1 \pm \left(\frac{\overline{\delta l}}{\bar{l}} + 2\frac{\overline{\delta t}}{\bar{t}}\right)\right],$$

$$g = \bar{g} + \bar{g}\left(\frac{\overline{\delta l}}{\bar{l}} + 2\frac{\overline{\delta t}}{\bar{t}}\right).$$

Odtud porovnáním s výrazem $g = \bar{g} \pm \overline{\delta g}$ plyne:

$$\overline{\delta g} = \bar{g}\left(\frac{\overline{\delta l}}{\bar{l}} + 2\frac{\overline{\delta t}}{\bar{t}}\right).$$

Kategorie C

1. Hmotný bod se pohybuje po přímce s konstantním zrychlením. V bodě A má rychlost $v_1 = 5$ m/s, v bodě B má rychlost $v_2 = 10$ m/s. Vzájemná vzdálenost bodů A a B je $d = 15$ m. Vypočítejte:
   a) s jakým zrychlením se hmotný bod pohybuje;
   b) v jaké vzdálenosti s před bodem A měl hmotný bod nulovou rychlost.

Řešení.

Zvolme místo, kde hmotný bod má nulovou rychlost, za počátek O souřadnicové soustavy ($s = 0$). Čas začináme počítat ($t = 0$) v okamžiku, kdy hmotný bod bude v bodě O. Potom pro dráhu a rychlost pohybujícího se hmotného bodu bude platit:

$$s = \frac{a}{2}t^2, \qquad v = at.$$

a) Z obou rovnic vyloučíme čas t a vyjádříme dráhu s v závislosti na rychlosti v pohybujícího se bodu:

$$s = \frac{a}{2}\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}.$$

V bodech A a B platí vztahy:

$$s_1 = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{a}, \qquad s_2 = \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{a}.$$

Po odečtení máme

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{2a}(v_2^2 - v_1^2)$$

a z toho zrychlení

$$a = \frac{1}{2}\frac{v_2^2 - v_1^2}{s_2 - s_1} = \frac{1}{2}\frac{v_2^2 - v_1^2}{d}.$$

Číselně:

$$a = \frac{1}{2}\frac{100 - 25}{10}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\mathrm{m}} = \frac{5}{2}\,\mathrm{ms}^{-2} = 2{,}5\ \mathrm{ms}^{-2}.$$

Hmotný bod se pohybuje se zrychlením $a = 2{,}5\ \mathrm{m\,s}^{-2}$.

b) Platí

$$s_1 = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{a} = \frac{1}{2}\frac{25}{\frac{5}{2}}\frac{\mathrm{m}^2\mathrm{s}^2}{\mathrm{s}^2\mathrm{m}} = 5\ \mathrm{m}.$$

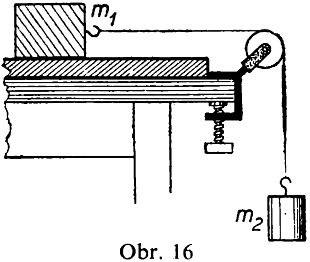
Hmotný bod měl nulovou rychlost ve vzdálenosti 5 m před bodem A.

2. Těleso o hmotě $m_1 = 0{,}08$ kg je na vodorovné dokonale hladké rovině a je přes kladku vodorovně taženo volně visícím tělesem o hmotě $m_2 = 0{,}04$ kg. Určete zrychlení soustavy a sílu napínající vlákno, jestliže nepřihlížíme k hmotě kladky, k hmotě spojovacího vlákna a k tření.
Řešte nejprve obecně, pak teprve numericky.

Řešení.

Síla $F = m_2 g$ uvádí do pohybu rovnoměrně zrychleného hmotu $M = m_1 + m_2$ (obr. 16). Zrychlení pohybu se vypočítá ze vztahu $F = Ma$:

$$a = \frac{F}{M} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\, g.$$



Obr. 16

Napětí f vlákna se rovná síle, kterou hmota m_1, pohybující se se zrychlením a, působí na vlákno; tedy

$$f = m_1 a = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\, g.$$

Napětí vlákna vypočteme z pohybu hmoty m_2. Kdyby hmota m_2 volně padala ($m_1 = 0$), bylo by napětí vlákna nulové. Protože se hmota m_2 pohybuje se zrychlením $a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$, zmenší se napětí $m_2 g$ (statické) na hodnotu

$$f = m_2(g - a) = m_2 g\left(1 - \frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) =$$

$$= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

Číselně:

Zrychlení

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{0,04}{0,12} 10 = \frac{10}{3};$$

$$a = 3,3 \text{ m s}^{-2}.$$

Napětí

$$f = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{0,08 \,.\, 0,04}{0,12} \,.\, 10 = \frac{4}{15};$$

$$f = 0,27 \text{ N}.$$

3. Na koncích tenkého provazu přehozeného přes kladku visí ve stejné výšce dvě závaží různé váhy. Po dvou sekundách od začátku jejich pohybu je vzdálenost mezi závažími $l = 0,48$ m. Určete váhu G_2 těžšího závaží, je-li váha lehčího závaží $G_1 = 100$ p.

Řešení.

Soustavě udílí zrychlení síla (obr. 17) $F = G_2 - G_1 = (m_2 - m_1)g$; soustava má hmotu $m_1 + m_2$, takže platí

$$F = (m_1 + m_2)a;$$

odtud

$$m_2 = \frac{g + a}{g - a} m_1 = \frac{gt^2 + at^2}{gt^2 - at^2} m_1.$$

Každé závaží urazí za dobu t od počátku pohybu polovinu konečné vzdálenosti $\frac{l}{2}$, pro niž platí

$$\frac{l}{2} = \frac{1}{2} at^2,$$

takže

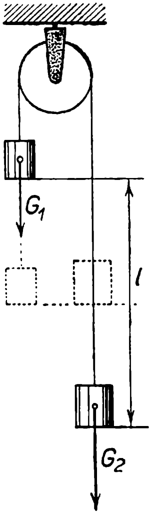
$$m_2 = \frac{gt^2 + l}{gt^2 - l} m_1.$$

Číselně:

$$m_2 = \frac{9{,}81 \,.\, 4 + 0{,}48}{9{,}81 \,.\, 4 - 0{,}48} \,.\, 0{,}1 \text{ kg}.$$

$$m_2 = 0{,}1025 \text{ kg},$$

$$G_2 = 1{,}0055 \text{ N}.$$



Obr. 17

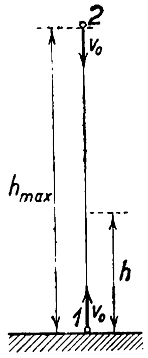
4. Kulička byla vržena svisle vzhůru s povrchu zemského rychlostí $v_0 = 6$ m/s. Současně z maximální výšky, do které se kulička dostane, začne padat dolů druhá kulička se stejnou počáteční rychlostí v_0. Vypočtěte dobu τ, za kterou se kuličky střetnou, vzdálenost h od povrchu zemského, v které se střetnou, a rychlosti obou kuliček v_1 a v_2 v okamžiku střetnutí. Odpor vzduchu zanedbejte.

Řešení.

Pro kuličku vrženou svisle vzhůru (obr. 18) platí:

$$s_1 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2; \qquad v_1 = v_0 - gt.$$

Maximální výška, které dosáhne prvá kulička v čase



Obr. 18

$t_{\max}$ $\left(v_1 = 0,\ t_{\max} = \frac{v_0}{g}\right)$, je

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}.$$

Pro druhou kuličku, padající dolů, platí vztahy:

$$s_2 = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2; \qquad v_2 = v_0 + gt.$$

V okamžiku τ střetnutí je $s_1 + s_2 = h_{\max}$, tj.

$$v_0 \tau - \frac{1}{2} g \tau^2 + v_0 \tau + \frac{1}{2} g \tau^2 = \frac{v_0^2}{2g},$$

takže čas, v kterém se kuličky střetnou, je

$$\tau = \frac{v_0}{4g}.$$

Vzdálenost h od povrchu zemského, v níž se kuličky střetnou, je

$$h = (s_1)_\tau = v_0\tau - \frac{1}{2} g\tau^2 =$$

$$= \frac{v_0^2}{4g} - \frac{g}{2}\frac{v_0^2}{16g^2} = \frac{v_0^2}{4g} - \frac{v_0^2}{32g} = \frac{7}{32}\frac{v_0^2}{g}.$$

Rychlosti kuliček v okamžiku střetnutí:

$$(v_1)_\tau = v_0 - g\tau = v_0 - g\frac{v_0}{4g} = \frac{3}{4}v_0;$$

$$(v_2)_\tau = v_0 + g\tau = v_0 + g\frac{v_0}{4g} = \frac{5}{4}v_0.$$

Číselně:

$$\tau = \frac{6}{4\,.\,9{,}81}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}\,.\,\mathrm{ms}^{-2}}; \qquad \tau = 0{,}153\ \mathrm{s}.$$

$$h = \frac{7}{32}\,.\,\frac{36}{9{,}81}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\,.\,\mathrm{ms}^{-2}}; \qquad h = 0{,}803\ \mathrm{m}.$$

$$(v_1)_\tau = \frac{3}{4}\,.\,6\ \mathrm{m/s}; \qquad (v_1)_\tau = 4{,}5\ \mathrm{m/s}.$$

$$(v_2)_\tau = \frac{5}{4}\,.\,6\ \mathrm{m/s}; \qquad (v_2)_\tau = 7{,}5\ \mathrm{m/s}.$$

5. Vlak přijíždí setrvačností po vodorovné rovině ke kopci, na němž stojí nádraží, rychlostí $v_1 = 20$ m/s a dojíždí na stanici rychlostí $v_2 = 2$ m/s. Vypočtěte, o kolik je nádraží zvýšeno, je-li délka svahu, který vlak zmáhá, $l = 1\,000$ m a tření $T = \frac{1}{250}$ váhy vlaku.

Řešení.

Budiž x výška, o niž je nádraží vyvýšeno, a m hmota vlaku. Potřebná práce A se získá z kinetické energie vlaku, tedy

$$A = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2).$$

Práce A se spotřebuje jednak na překonávání tření, jednak na zdvižení vlaku o výšku x:

$$A = mgx + Tl.$$

Z rovností obou prací plyne:

$$\frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = mgx + Tl.$$

Za předpokladu, že $T = \frac{mg}{250}$, dostaneme pro zvýšení x výraz:

$$x = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \frac{l}{250}.$$

Číselně:

$$x = \frac{400 - 4}{2\,.\,9{,}81}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\,.\,\mathrm{ms}^{-2}} - \frac{1\,000}{250}\,\mathrm{m} =$$

$$= \frac{22}{1{,}09}\,\mathrm{m} - 4\,\mathrm{m} = 16{,}18\,\mathrm{m}.$$

Nádraží je vyvýšeno o $x = 16{,}18$ m.

6. Plně obsazený osobní výtah pro čtyři osoby (po 75 kp) vyjede rovnoměrným pohybem do výše $h = 10$ m za dobu $t = 20$ s. Protizávaží vyvažuje váhu kabiny a polovinu užitečného zatížení. Kolik procent se počítá na ztráty, má-li elektromotor výkon $P = 3$ kW?

Řešení.

Označíme-li váhu jedné osoby G, je užitečné zatížení výtahu $G' = 4G$. Protože protizávaží vyvažuje váhu kabiny a polovinu užitečného zatížení, působí elektromotor silou $F = 2G$.

Užitečný výkon elektromotoru je

$$P' = \frac{A}{t} = \frac{Fh}{t}.$$

Dosadíme-li, obdržíme:

$$P' = \frac{4 \,.\, 75 \,.\, 10}{20} \,.\, \frac{1}{2} \frac{\text{kpm}}{\text{s}} = 75 \text{ kpm/s} = 1 \text{ k} = 736 \text{ W}.$$

Účinnost elektromotoru

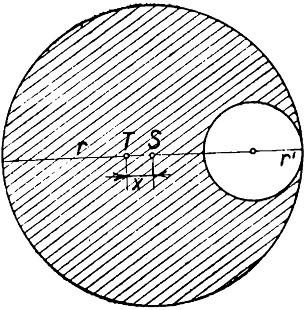
$$\eta \doteq \frac{P'}{P} \,.\, 100 = \frac{73\,600}{3\,000} = 24{,}53\,\%.$$

Na ztráty se počítá 75,47 %.

7. Ze stejnorodého kotouče tvaru kruhu o poloměru $r = 6$ m a všude stejné výšky je vyříznut kruh s poloměrem $r' = \frac{1}{3} r$, jehož střed je ve $\frac{2}{3}$ poloměru kotouče (počítáno od středu kotouče). Určete polohu těžiště zbylého tělesa.

Řešení.

Těžiště tělesa leží na ose souměrnosti tělesa ve vzdálenosti x (obr. 19) od středu kotouče (na opačné straně než vyříznutý kruh). V dalším značí h výšku kotouče a ϱ hustotu materiálu kotouče. Vzhledem ke středu



Obr. 19

nevyříznutého kruhového kotouče je součet všech momentů vah jednotlivých částí roven nule. Vyříznutý kruh působil vzhledem ke středu kotouče momentem M_1 o velikosti

$$M_1 = \pi \left(\frac{r}{3}\right)^2 h\varrho \frac{2}{3} r$$

a vyříznuté těleso působí momentem M_2:

$$M_2 = \pi \left[r^2 - \left(\frac{r}{3}\right)^2\right] h\varrho x.$$

Oba momenty se rovnají, proto platí rovnice:

$$\pi\left[r^2 - \left(\frac{r}{3}\right)^2\right] h\varrho x = \pi\left(\frac{r}{3}\right)^2 h\varrho \frac{2}{3} r;$$

odtud

$$\frac{8}{9} r^2 x = \frac{r^2}{9} \frac{2}{3} r, \qquad x = \frac{2r}{24} = \frac{r}{12}.$$

Těžiště vyříznutého tělesa leží ve vzdálenosti $x = \frac{r}{12}$ od středu kotouče.

Číselně:

$$x = \frac{6}{12}\,\mathrm{m} = 0{,}5\,\mathrm{m}.$$

8. Dvě loďky se začnou současně pohybovat na klidném jezeře týmž směrem. Loďka A vyjede z místa X směrem k místu Y, loďka B vyjede z místa Y. Vzdálenost $XY = d = 6$ m. Loďka A se pohybuje tak, že za první sekundu urazí 2 m a v každé další sekundě o $\frac{1}{4}$ m více než v sekundě předcházející. Loďka B se pohybuje rovnoměrně rychlostí $v = 2$ m/s. Kdy loďka A dohoní loďku B?

Řešení.

Označme s_1, s_2 dráhy, které urazí loďky A, B za dobu t. Velikost dráhy, kterou urazí loďka A za dobu t, je patrná z tabulky:

t	dráha s_1 (v metrech) za dobu t (v sekundách)
1	2
2	$2 + 2\frac{1}{4} = 2 + 2 + \frac{1}{4} = 2 . 2 + \frac{1}{4}$
3	$2 + 2\frac{1}{4} + 2\frac{2}{4} = 3 . 2 + \frac{1}{4} + \frac{2}{4}$
4	$2 + 2\frac{1}{4} + 2\frac{2}{4} + 2\frac{3}{4} = 4 . 2 + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}$
t	$2t + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \ldots + \frac{t-1}{4}$

Po sečtení:

$$s_1 = 2t + \frac{1}{4}[1 + 2 + 3 + \ldots + (t - 1)]$$

$$s_1 = 2t + \frac{1}{4}\frac{t-1}{2}t = 2t + \frac{t(t-1)}{8}.$$

Dráha, kterou za dobu t urazí loďka B, je

$$s_2 = vt.$$

Poněvadž $s_1 = d + s_2 = d + vt$, dostaneme dosazením za s_1:

$$2t + \frac{t^2 - t}{8} = d + vt,$$

$$t^2 + (15 - 8v)\,t - 8d = 0.$$

Číselně:

$$t^2 - t - 48 = 0;$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 192}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{193}}{2} = \frac{1 \pm 13{,}89}{2}.$$

Odtud:

$$t_1 = \frac{14{,}89}{2} = 7{,}45, \qquad t_2 = -\frac{12{,}89}{2} \text{ (nevyhovuje).}$$

Loďka A dohoní loďku B za 7,45 s.

9. *Určete hustotuválečku*

a) *přímou metodou:* výšku válečku změřte posuvným měřítkem s noniem, průměr mikrometrem, hmotu zjistěte vážením s přesností na 1 cg;
b) *užitím Archimédova zákona* (vážením s přesností na 1 cg).

Řešení.

a) *Určení hustoty válečku přímou metodou*

Hustotu válečku metodou přímou určujeme podle rovnice $\varrho = \frac{m}{V}$.
Hmotu m stanovíme vážením, objem válečku vypočítáme podle vzorce

$$V = \pi r^2 v = \pi \frac{d^2}{4} v.$$

Průměr d a výšku v válečku zjistíme posuvným měřítkem (nebo mikrometrickým šroubem a měřítkem).

Postup měření:

1. Změříme průměr d válečku a také jeho výšku v desetkrát. Z těchto hodnot vezmeme průměr.
2. Zvážíme váleček desetkrát a vypočítáme střední hodnotu.
3. Vypočítáme objem válečku.
4. Dosazením do vzorce $\varrho = \frac{m}{V}$ vypočítáme hustotu válečku a chybu výsledku. Podle tabulek zjistíme materiál válečku.

Poznámka: Naměřené hodnoty zapisujeme do tabulky.

b) *Určení hustoty válečku užitím Archimédova zákona*

Váleček, jehož hustotu určujeme, zavěsíme na tenkém drátku na rameno vah a určíme jeho hmotu m vážením. Pak ponoříme váleček úplně do kapaliny známé hustoty ϱ_1 (např. do vody), ve které se nerozpouští. Zvážením válečku v kapalině určíme m_1. Rozdíl $P = (m - m_1)g$ je roven vztlakové síle, kterou je těleso v kapalině nadlehčováno. Ta je podle Archimédova zákona rovna $P = V\varrho_1 g$, kde V je objem kapaliny tělesem vytlačené, a tedy i objem tělesa. Platí:

$$V = \frac{P}{\varrho_1 g} = \frac{(m - m_1)\,g}{\varrho_1 g} = \frac{m - m_1}{\varrho_1}.$$

Dosadíme tento výraz za objem V do vztahu $\varrho = \frac{m}{V}$ a dostaneme pro hledanou hustotu vztah:

$$\varrho = \frac{m}{m - m_1} \varrho_1 .$$

Postup měření vyplývá z předchozího. Vážení provedeme vždy desetkrát. Vypočteme hustotu válečku s příslušnou chybou. Podle tabulek zjistíme materiál válečku.

10. STUDIJNÍ TEXTY PRO I. KOLO II. ROČNÍKU FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

K prostudování fyzikálních témat byly žákům doporučeny studijní texty, které byly otištěny v Matematicko-fyzikálních rozhledech, ročník 39 (1960/61), číslo 5, str. 225—237.

Kategorie A

Prof. dr. Rostislav Košťál (Brno) — Dagmar Košťálová (Brno) — Dr. Bohumil Vlach (Brno):

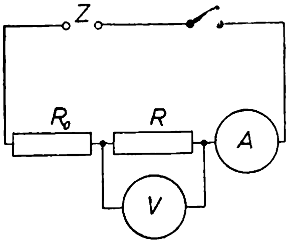
Měření odporu metodou přímou a Wheatstonovým můstkem

Na měření odporu je několik metod. Uvedeme z nich jen dvě: metodu přímou a metodu Wheatstonova můstku.

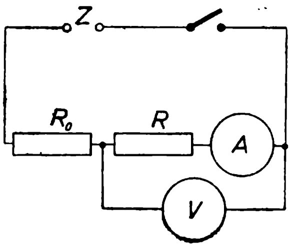
1. *Metoda přímá.* Metoda, kterou se určuje měřená veličina podle její definice, se nazývá metoda přímá. Poněvadž odpor R je definován vztahem

$$R = \frac{U}{I}, \qquad (1)$$

kde U je napětí na odporu a I proud jdoucí odporem, určíme odpor přímou metodou změřením těchto veličin. Proto měření vyžaduje spojení podle obr. 20, v němž R je určovaný odpor, Z zdroj, R_0 odpor zdroji předřazený (aby odporem R, příp. ampérmetrem neprocházel velký proud), A ampérmetr a V voltmetr.



Obr. 20



Obr. 21

Při tomto spojení naměří však ampérmetr nejen proud jdoucí odporem, ale i proud jdoucí voltmetrem. Aby ampérmetr udával proud jdoucí jen měřeným odporem R, musel by mít voltmetr nekonečně velký odpor; pak by jím neprocházel proud.

Abychom tuto závadu odstranili, připojíme voltmetr podle obr. 21 paralelně nejen k odporu, nýbrž i k ampérmetru. Pak sice ampérmetr měří proud jdoucí jen odporem, ale voltmetr měří zase napětí na odporu i ampérmetru. Vzniká tedy zase chyba ve čtení na voltmetru, která při spojení podle obr. 20 nebyla. Z toho vidíme, že při přesném měření nemůžeme užít jednoduchého vztahu (1), nýbrž musíme přihlédnout i k vlivu voltmetru a ampérmetru.

Proto proveďme výpočet odporu a jeho diskusi pro spojení podle obr. 20 (případ a) a podle obr. 21 (případ b).

a) Proud jdoucí ampérmetrem je podle 1. Kirchhoffova zákona dán vztahem

$$I = \frac{U}{R} + \frac{U}{R_V}, \tag{2}$$

kde U je napětí naměřené na voltmetru a R_V je odpor voltmetru. Ze vztahu (2) plyne

$$\frac{U}{R} = I - \frac{U}{R_V}$$

a

$$R = \frac{U}{I - \dfrac{U}{R_V}}. \tag{3}$$

Abychom mohli místo vztahu (3) užít jednoduchého vztahu (1), musel by proud procházející voltmetrem být zanedbatelný vzhledem k proudu I; to je splněno, když $R_V \gg R$. Není-li splněna tato podmínka, musí se odpor vypočíst podle přesnějšího vzorce (3).

b) V druhém případě platí pro napětí na voltmetru

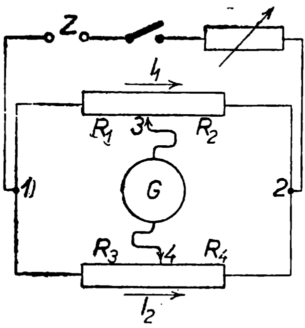
$$U = (R + R_A)\, I,$$

kde R_A je odpor ampérmetru a I proud naměřený ampérmetrem. Z toho

$$R = \frac{U}{I} - R_A. \tag{4}$$

Místo vztahu (4) můžeme užít vztahu (1) tehdy, když bude $R_A \ll R$. Pak napětí naměřené na voltmetru bude přibližně totéž jako napětí, které je jen na odporu R.

Diskuse ukazuje, že k přesnému určení odporu můžeme užít spojení podle obr. 20 nebo podle obr. 21; výpočet pak provedeme užitím vztahu (3) nebo (4). Určujeme-li odpor jen přibližně podle vzorce (1), volíme spojení vyznačené v obr. 20 nebo obr. 21 podle toho, je-li splněna podmínka $R_V \gg R$ nebo $R_A \ll R$.



Obr. 22

2. *Metoda Wheatstonova můstku.* Rozdělí-li se proud na dvě větve, lze ke každému bodu v jedné větvi nalézt bod v druhé větvi, který má s ním stejný potenciál; proto, spojíme-li tyto dva body vodivě můstkem, nemůže jím procházet proud. Takové spojení, vyznačené na obr. 22, nazýváme Wheatstonovým můstkem.

Označme části odporů ve větvích podle obr. 22 R_1, R_2, R_3 a R_4. Neprochází-li můstkem – v němž je zapojen galvanometr G – proud, říkáme, že na Wheatstonově můstku je rovnováha. V tomto případě označme proudy ve větvích I_1 a I_2. Potom napětí mezi body 1 a 3, tj. R_1I_1, musí být rovno napětí mezi body 1 a 4, tj. R_3I_2. Totéž platí o napětí mezi body 3 a 2 a body 4 a 2; tedy:

$$R_1I_1 = R_3I_2,$$
$$R_2I_1 = R_4I_2.$$

Vyloučením I_1 a I_2 z těchto rovnic dostáváme podmínku rovnováhy na Wheatstonově můstku:

$$R_1 : R_2 = R_3 : R_4. \qquad (5)$$

Této podmínky užíváme k měření odporu Wheatstonovým můstkem. Známe-li v poslední rovnici tři odpory, můžeme čtvrtý vypočítat.

Metoda Wheatstonova můstku patří k tzv. *nulovým metodám*, poněvadž se odpor neurčuje z výchylky na měřicím přístroji, nýbrž vyrovnáním výchylky na nulovou hodnotu.

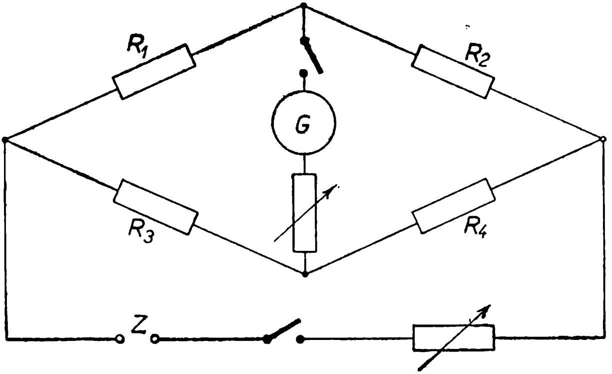
Wheatstonův můstek pro měření sestavíme takto: Určovaný odpor a tři další známé odpory (z nichž některé musí být proměnné), spojíme do „čtyřúhelníku“. K dvěma jeho protilehlým vrcholům připojíme zdroj elektrického napětí, takže vznikne rozvětvený obvod. Na druhé dva protilehlé vrcholy připojíme můstek s galvanometrem.

Aby při hledání rovnováhy na můstku neprocházel galvanometrem velký proud, předřadíme mu na začátku měření odpor, případně předřadíme odpor i zdroji. Zdroj zapojujeme jen na malý okamžik (ťuknutím klíče). Takto dosáhneme přibližné rovnováhy na můstku. Nyní vyřadíme odpor u galvanometru, příp. i u zdroje, a stanovíme rovnováhu přesně.

Z dřívějšího výsledku je vidět, že podmínka rovnováhy na můstku nezávisí ani na odporech předřazených zdroji, ani na odporu galvanometru.

Wheatstonova můstku užíváme ve dvojí úpravě:

1. Zvolíme odpor R_3 a R_4 tak, aby jejich poměr byl 10^n, kde n je celé číslo. Za R_1 dáme měřený odpor a za odpor R_2 proměnný měřicí odpor. Odpor R_2 měníme tak, až galvanometrem neprochází proud (obr. 23). Poměr $R_3 : R_4$



Obr. 23

volíme tak, abychom využili všech řádů odporu na reostatu R_2. Tak určíme neznámý odpor na největší počet míst.

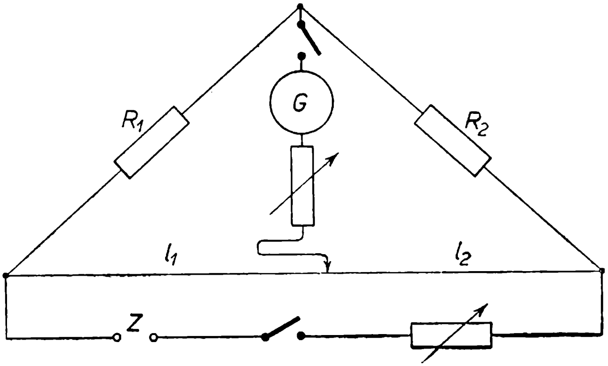
2. Za odpory R_3 a R_4 užijeme homogenního drátu o stálém průřezu a délky např. 1 m. Za odpor R_1 dáme měřený odpor a za odpor R_2 užijeme reostatu o známém odporu.

Můstek s galvanometrem je opatřen kontaktem, který lze posunovat po drátě a kterým se drát rozdělí na odpory R_3 a R_4. Kontaktem posunujeme, až nastane rovnováha (obr. 24). Nejpřesněji měříme, když je kontakt asi uprostřed drátu. Abychom toho dosáhli, zvolíme vhodně odpor R_2.

Použitý drát musí být homogenní a všude stejného průřezu, abychom mohli předpokládat, že odpor je úměrný délce. Pak

$$R_3 = kl_1, \qquad R_4 = kl_2,$$

kde l_1 a l_2 jsou vzdálenosti kontaktu od konce drátu naměřené při rovnováze na můstku; k je konstanta úměrnosti. Proto bývá drát napjat na měřítku, aby se



Obr. 24

mohly délky l_1 a l_2 snadno přečíst. Z podmínky rovnováhy (5) plyne

$$R_1 : R_2 = l_1 : l_2;$$

odtud můžeme neznámý odpor vypočítat.

Úměra (5) zůstane správná, zaměníme-li v ní vnitřní členy. Proto se podmínka rovnováhy nezmění, když zaměníme na Wheatstonově můstku zdroj a galvanometr.

Kategorie B a C

Prof. dr. Rostislav Košťál (Brno) – Dagmar Košťálová (Brno) – Josef Konrád (Brno):

Určování chyby veličiny měřené a veličiny vypočtené

Fyzikální veličiny buď přímo měříme, nebo je vypočítáváme z jiných naměřených veličin. Proto probereme nejdříve určování měřené veličiny a její chyby, pak určování chyby veličiny vypočtené z veličin naměřených.

a) *Veličina měřená a její chyba*

Naměřená hodnota veličiny se vždy o něco liší od hodnoty skutečné. Rozdíl obou hodnot nazýváme *chybou měřené veličiny.* Skutečnou hodnotu, a tedy ani chybu měřené veličiny, nemůžeme nikdy určit; naším úkolem je určit pravděpodobnou hodnotu měřené veličiny a její pravděpodobnou chybu. K tomu potřebujeme měření veličiny několikrát opakovat. Přitom se dopouštíme chyb. Chyby měření rozdělujeme na soustavné a nahodilé.

1. *Chyby soustavné.* Chyby soustavné vznikají buď z nedokonalosti měřicí metody, nebo z chyby užitého přístroje, nebo z nedokonalosti práce pozorovatelovy.

Když určujeme např. rychlost zvuku ve vzduchu měřením v trubici, dopouštíme se chyby, poněvadž předpokládáme, že rychlost zvuku uvnitř trubice je táž jako na volném prostranství; to však nesouhlasí zcela se skutečností. V tom tkví chyba metody. Na chybu metody usuzujeme z naměření téže veličiny různými metodami.

Chyby přístroje jsou způsobeny jeho technickou nedokonalostí. Např. teploměrná stupnice, nanesená na sklo brzy po zhotovení teploměru, se smrští a teploměr udává hodnoty vyšší. Chyby přístrojů odstraňujeme srovnáním s přístroji dokonalejšími; z tohoto srovnání pořizujeme pro přístroj korekční tabulku, případně graf.

Osobní chyba pozorovatele se projevuje např. tím, že od sluchového nebo zrakového vjemu uplyne určitá doba do vykonání příslušného úkonu. Na osobní chyby usuzujeme z výsledků měření provedených několika pozorovateli.

Soustavné chyby bývají poměrně stálé.

2. *Chyby nahodilé.* Chyby nahodilé se projevují tím, že se opakovaná měření skoro vždy od sebe poněkud liší; příčiny jejich vzniku jsou různé. Při čtení na měřítku mohou nahodilé chyby souviset např. s tím, že se nedíváme kolmo na stupnici, nebo že se během měření změnila teplota měřeného předmětu nebo měřítka. Při měření mikrometrem může vzniknout chyba tím, že šroub při jednotlivých měřeních nestejně dotáhneme. Tyto chyby odstraňujeme opakováním měření.

Měříme-li rozměry těles (např. průměr nebo výšku rotačního válce), pak různost naměřených hodnot nemusí souviset jen s pozorovatelem, nýbrž může být způsobena nepřesností výroby. Měření proto opakujeme v různých místech tělesa systematicky zvolených.

Z naměřených hodnot určujeme *pravděpodobnou hodnotu měřené veličiny.*

3. *Určení pravděpodobné hodnoty měřené veličiny a její chyby.* Určení pravděpodobné hodnoty měřené veličiny a její chyby vyložíme na měření mikrometrem.

Při měření délky mikrometrem sevřeme měřený předmět čelistmi mikrometru a přečteme hodnotu (na tísícinu milimetru). Měření opakujeme n-krát (např. desetkrát); přitom zjistíme, že naměřené hodnoty $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ nejsou stejné. Správnou hodnotu x neznáme a z měření určíme nejvýš hodnotu pravděpodobnou $\bar{x}$. Rozdíl $\bar{x} - x_k$ se nazývá *odchylka měření* (x_k značí kteroukoliv z hodnot $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$). Předpokládáme, že kladné odchylky určité velikosti jsou stejně pravděpodobné jako odchylky záporné téže velikosti. Proto součet kladných odchylek musí být až na znaménko roven součtu záporných odchylek. Tedy součet všech odchylek musí být roven nule

$$(\bar{x} - x_1) + (\bar{x} - x_2) + \ldots + (\bar{x} - x_n) = 0. \qquad (1)$$

Z toho vypočteme pravděpodobnou hodnotu $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}.$$

Tato hodnota $\bar{x}$ je tedy aritmetickým středem naměřených hodnot; nemusí být přesně rovna správné hodnotě.

Abychom nemuseli v čitateli vypisovat všechny členy, napíšeme jen jeden, který označíme x_k. Součet členů vyznačíme tím, že před x_k napíšeme velké řecké písmeno Σ (sigma). Abychom vyznačili, že index k probíhá všechna přirozená čísla od 1 do n, připíšeme pod součtové znaménko Σ označení $k = 1$ a nad ně n, tedy

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{n}. \tag{2}$$

Označme sčítance v rovnici (1) obecně $\bar{x} - x_k = \Delta_k$.

Střední odchylku jednotlivých měření nemůžeme počítat jako aritmetický střed jednotlivých odchylek, poněvadž jejich součet je nulový. Proto vypočteme součet druhých mocnin odchylek

$$\sum_{k=1}^{n} \Delta_k^2 = (\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \ldots + (\bar{x} - x_n)^2, \tag{3}$$

který budeme značit prostě $\Sigma\Delta^2$. Kdybychom za $\bar{x}$ dosazovali zcela libovolné hodnoty, nabýval by výraz (3) různých hodnot. Dá se dokázat, že nejmenší hodnoty nabude, když za $\bar{x}$ dosadíme hodnotu určenou výrazem (2). Proto se tato metoda výpočtu pravděpodobné chyby nazývá *metodou nejmenších čtverců.*

Každé měření je zatíženo nějakou chybou. Pro nás je důležité, jakou chybou je zatížen aritmetický střed naměřených hodnot. Počtem pravděpodobnosti se odvodí, že tato chyba – říkáme jí *střední chyba aritmetického středu* – je dána vztahem

$$\bar{\delta} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n(n-1)}}.$$

Odvození $\bar{\delta}$ pro obtížnost neprovádíme.

Aby byla vyznačena přesnost měření, připojuje se k aritmetickému středu hodnota příslušné střední chyby, a to s oběma znaménky. To však neznamená, že správná hodnota x musí ležet v mezích

$$\bar{x} - \bar{\delta} \leqq x \leqq \bar{x} + \bar{\delta}.$$

Je jen pravděpodobné, že správná hodnota padá do tohoto intervalu. Při velkém počtu měření je tato pravděpodobnost 68 %. Je-li počet měření menší, pak pravděpodobnost, že do uvedeného intervalu padne správná hodnota, je menší (při 20 měřeních je 67 %, při 10 měřeních 65 %, při 5 měřeních 62 % a při 3 měřeních jen 57 %).

Pro naše účely zcela postačí počítat střední chybu aritmetického středu $\bar{\delta}$ jen na jedno místo. Aritmetický střed, k němuž tato chyba přísluší, zaokrouhlíme po to místo, které je zatíženo chybou; další místa vynecháme. Když např. $\bar{x} = 3{,}853\,67$ cm, $\bar{\delta} = \pm 0{,}002$ cm, píšeme $x = 3{,}854 \text{ cm} \pm 0{,}002$ cm. Naopak, vypočteme-li $\bar{\delta} =$ $= \pm 0{,}01$ cm a má-li aritmetický střed $\bar{x}$ měřené délky hodnotu přesně 20 cm, musíme psát $x = 20{,}00 \text{ cm} \pm$ $\pm\, 0{,}01$ cm.

Při zpracování naměřených hodnot metodou nejmenších čtverců postupujeme takto:

1. Určíme aritmetický střed

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k\,.$$

2. Určíme všechny odchylky

$$\Delta_k = \bar{x} - x_k\,.$$

3. Pro kontrolu výpočtů uvedených v 1 a 2 sečteme odchylky; při správném výpočtu musí platit

$$\sum_{k=1}^{n} \Delta_k = 0.$$

4. Určíme příslušná Δ_k^2.
5. Určíme $\Sigma \Delta^2$.
6. Vypočteme střední chybu aritmetického středu podle vzorce:

$$\bar{\delta} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n(n-1)}}.$$

7. Výsledek napíšeme ve tvaru

$$x = \bar{x} \pm \bar{\delta}.$$

4. *Stanovení chyby měření z kladných odchylek.* Uvedený způsob výpočtu chyb lze nahradit jednodušším způsobem, u něhož použijeme jen součtu kladných odchylek $\Sigma \Delta_+$. Pak dostáváme pro střední chybu aritmetického středu (uvádíme bez odvození) přibližně hodnotu

$$\bar{\delta} = \pm \frac{5 \Sigma \Delta_+}{2n\sqrt{n-1}}.$$

Výsledky obou způsobů výpočtu se liší od sebe jen nepatrně.

Při tomto způsobu zpracování naměřených hodnot postupujeme takto:

1. Určíme aritmetický střed

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{n}.$$

2. Určíme všechny kladné odchylky Δ_{k+}.
3. Určíme jejich součet $\Sigma\Delta_{k+}$.
4. Vypočteme střední chybu aritmetického středu podle uvedeného vzorce.
5. Výsledek napíšeme ve tvaru

$$x = \bar{x} \pm \bar{\delta}.$$

5. *Příklad na výpočet chyby měřené veličiny.* Dotykovým měřítkem byla měřena délka d válečku desekrát. Měření a výpočet výsledku zapíšeme takto:

d_k cm	Δ_k cm	Δ_k^2 cm²
5,39	—0,003	0,000 009
7	+ 17	289
41	— 23	529
0	— 13	169
39	— 3	9
8	+ 7	49
9	— 3	9
8	+ 7	49
7	+ 17	289
9	— 3	9
$\bar{d} = 5{,}387$	+48 —48 $\Sigma\Delta_k = 0$	$\Sigma\Delta_k^2 = 0{,}001\,410$

$$\bar{\delta} = \pm\sqrt{\frac{0{,}001\,410}{90}}\,\text{cm} = \pm\sqrt{0{,}000\,016}\,\text{cm} = \pm 0{,}004\,\text{cm},$$

$$d = 5{,}387\ \text{cm} \pm 0{,}004\ \text{cm}.$$

Je tedy d s pravděpodobností 65% v mezích

$$5{,}383 \text{ cm} \leqq d \leqq 5{,}391 \text{ cm}.$$

Použijeme-li pro výpočet jen kladných odchylek, dostáváme v tomto případě také

$$\bar{\delta} = \pm\frac{1}{12}\,0{,}048 \text{ cm} = \pm 0{,}004 \text{ cm}.$$

6. *Chyba absolutní a chyba relativní.* Chyba vypočtená v předcházejících odstavcích je chyba absolutní. K posouzení měření má větší význam chyba relativní, tj. poměr absolutní chyby $\bar{\delta}$ a veličiny $\bar{x}$. Relativní chybu r vyjadřujeme obvykle v procentech

$$r = \frac{\bar{\delta} \,.\, 100}{\bar{x}}.$$

Měření s menší relativní chybou je přesnější. Např. pro $a = 58{,}2 \text{ m} \pm 0{,}4 \text{ m}$ je relativní chyba

$$r = \frac{0{,}4 \,.\, 100}{58{,}2} = 0{,}7\ \%$$

(menší než 1%); pro $b = 0{,}019 \text{ mm} \pm 0{,}002 \text{ mm}$ je relativní chyba

$$r = \frac{0{,}002 \,.\, 100}{0{,}019} = 10{,}5\ \%$$

(větší než 10%).

Relativní chyby ukazují, že prvé měření bylo přesnější než druhé, ačkoliv v prvním případě je absolutní chyba

40 cm a v druhém jen 0,002 mm. Snažíme se vždy měřit aspoň tak, aby relativní chyba byla menší než 1 %. U přesných měření žádáme, aby klesla např. pod 0,1 %.

b) *Chyba veličiny vypočtené z naměřených veličin*

Často počítáme hledanou veličinu z veličin naměřených. K odvození její chyby potřebuje se znalost počtu diferenciálního. Proto se zde omezíme jen na výsledky plynoucí z teorie, a to ještě jen pro určité speciální případy.

α) Pro veličinu u, odvozenou z veličin $x_1, x_2, \ldots . x_n$ vztahem

$$u = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n = \sum_{k=1}^{n} p_k \bar{x}_k, \tag{4}$$

kde $p_k (1 \leqq k \leqq n)$ jsou konstanty, vypočteme střední hodnotu $\bar{u}$ dosazením aritmetických středů $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots \bar{x}_n$ do vztahu (4)

$$\bar{u} = \sum_{k=1}^{n} p_k \bar{x}_k . \tag{5}$$

Počtem pravděpodobnosti vychází pro její chybu

$$\bar{\delta} u = \pm\sqrt{(p_1 \bar{\delta} x_1)^2 + (p_2 \bar{\delta} x_2)^2 + \ldots + (p_n \bar{\delta} x_n)^2} =$$

$$= \pm \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (p_k \bar{\delta} x_k)^2} \tag{6}$$

kde $\bar{\delta} x_k$ je střední chyba aritmetického středu měřené veličiny x_k.

Když $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = 1$, dostáváme součet

$$u = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n$$

a pro něj plyne ze (6)

$$\bar{\delta} u = \pm \sqrt{\bar{\delta}^2 x_1 + \bar{\delta}^2 x_2 + \ldots + \bar{\delta}^2 x_n}. \tag{7}$$

Když některé z konstant p_k budou rovny $+1$ a některé -1, bude chyba $\bar{\delta} u$ táž, poněvadž ve vztahu (6) jsou druhé mocniny p_k. Proto např. $u_1 = x_1 + x_2$ a $u_2 = x_1 - x_2$ mají stejnou chybu

$$\bar{\delta} u = \pm \sqrt{\bar{\delta}^2 x_1 + \bar{\delta}^2 x_2}.$$

β) Pro veličinu v odvozenou z veličin $x_1, x_2, \ldots x_n$ vztahem

$$v = b \,.\, x_1^{a_1} \,.\, x_2^{a_2} \ldots x_n^{a_n}; \tag{8}$$

kde $a_k (1 \leqq k \leqq n)$ a b jsou konstanty, vypočteme střední hodnotu $\bar{v}$ dosazením aritmetických středů $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots \bar{x}_n$ do vztahu (8)

$$\bar{v} = b \,.\, \bar{x}_1^{a_1} \,.\, \bar{x}_2^{a_2} \,.\, \ldots \,.\, \bar{x}_n^{a_n}. \tag{9}$$

Počtem pravděpodobnosti vychází pro její chybu

$$\bar{\delta} v = \pm \bar{v} \sqrt{\left(a_1 \frac{\bar{\delta} x_1}{\bar{x}_1}\right)^2 + \left(a_2 \frac{\bar{\delta} x_2}{\bar{x}_2}\right)^2 + \ldots + \left(a_n \frac{\bar{\delta} x_n}{\bar{x}_n}\right)^2} =$$

$$= \pm \bar{v} \sqrt{\sum_{k=1}^{n} \left(a_k \frac{\bar{\delta} x_k}{\bar{x}_k}\right)^2}, \tag{10}$$

kde $\bar{\delta} x_k$ je střední chyba aritmetického středu veličiny $\bar{x}_k$.

Užití těchto výsledků ukážeme na několika případech.

Příklad 1. Při měření mikrometrem musíme určit nejdříve nulovou polohu n_0 mikrometru a pak teprve provést vlastní měření n dané veličiny, např. průměru válce d. Obě měření musíme opakovat a pak určit příslušnou chybu; pro měřené veličiny dostaneme

$$n_0 = \bar{n}_0 \pm \bar{\delta} n_0,$$

$$n = \bar{n} \pm \bar{\delta} n.$$

Poněvadž průměr válce

$$d = n - n_0,$$

je ve (4) $p_1 = 1$, $p_2 = -1$, $p_3 = p_4 = \ldots = p_n = 0$; pak ze (7) dostáváme

$$\bar{\delta} d = \pm\sqrt{\bar{\delta}^2 n + \bar{\delta}^2 n_0}$$

a pro chybu poloměru $r = \frac{d}{2}$ platí podle (6) (zde $p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = p_3 = \ldots = p_n = 0$)

$$\bar{\delta} r = \frac{1}{2} \bar{\delta} d.$$

Je-li $n_0 = 0{,}0034\ \text{cm} \pm 0{,}0004\ \text{cm}$, $n = 1{,}3256\ \text{cm} \pm \pm 0{,}0006\ \text{cm}$, je

$$\bar{\delta} d = \pm\sqrt{0{,}000\,000\,16 + 0{,}000\,000\,36}\ \text{cm} = \pm 0{,}0007\ \text{cm},$$

$$d = 1{,}3222\ \text{cm} \pm 0{,}0007\ \text{cm},$$

$$r = 0{,}6611\ \text{cm} \pm 0{,}0004\ \text{cm}.$$

Příklad 2. Jest vypočíst modul pružnosti v tahu E z prodloužení ocelového drátu napínaného silou F.

Podle Hookeova zákona platí pro prodloužení

$$y = \frac{1}{E}\frac{F}{S}l, \tag{11}$$

kde F je působící síla, l délka drátu a $S = \pi r^2$ je průřez drátu. Síla F je přesně stanovena, délka drátu je naměřena s chybou $\bar{\delta}l$, poloměr drátu s chybou $\bar{\delta}r$ a prodloužení y s chybou $\bar{\delta}y$. Pak ze vztahu (11) vychází

$$E = \frac{F}{\pi r^2}\frac{l}{y}, \tag{12}$$

a tedy podle vzorce (10)

$$\bar{\delta}E = \pm \bar{E}\sqrt{\left(\frac{\bar{\delta}l}{\bar{l}}\right)^2 + \left(\frac{2\bar{\delta}r}{\bar{r}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\delta}y}{\bar{y}}\right)^2}. \tag{13}$$

Jsou-li naměřené hodnoty:

$F = 4{,}000$ kp $= 4{,}000 \,.\, 9{,}81$ N,
$l = 1{,}202$ m $\pm 0{,}003$ m,
$2r = 0{,}3000$ mm $\pm 0{,}0002$ mm,
$y = 0{,}315$ cm $\pm 0{,}001$ cm,

vychází dosazením do výrazu (12) a (13)

$$E = (2{,}119 \pm 0{,}008) \,.\, 10^{11}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

Příklad 3. Jest vypočíst modul pružnosti v tahu E z prohybu ocelové tyče s obdélníkovým průřezem.

Pro snížení y středu tyče podepřené ve dvou bodech ve vzdálenosti l a uprostřed zatížené silou F platí:

$$y = \frac{1}{48E}\frac{l^3}{H}F, \tag{14}$$

kde $H = \frac{1}{12} b^3 c$; b je rozměr tyče ve směru působící síly a c je rozměr tyče k němu kolmý.

Pro E ze (14) vychází

$$E = \frac{1}{4} \frac{l^3}{b^3 c} \frac{F}{y}.$$

Pro chybu $\overline{\delta E}$ vychází podle (10) za předpokladu, že F je stanoveno přesně,

$$\overline{\delta E} = \pm \bar{E} \sqrt{\left(\frac{3\bar{\delta l}}{\bar{l}}\right)^2 + \left(\frac{3\bar{\delta b}}{\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\delta c}}{\bar{c}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\delta y}}{\bar{y}}\right)^2}.$$

Jsou-li naměřené hodnoty:

$F = 5{,}000$ kp $= 5{,}000 \,.\, 9{,}81$ N,
$l = 100{,}2$ cm $\pm 0{,}2$ cm,
$b = 0{,}6050$ cm $\pm 0{,}0006$ cm,
$c = 1{,}223$ cm $\pm$ $0{,}001$ cm,
$y = 2{,}182$ cm $\pm 0{,}009$ cm,

vychází dosazením do výrazu (14)

$$E = (2{,}09 \pm 0{,}02) \,.\, 10^{11} \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

11. ÚLOHY DRUHÉHO KOLA SOUTĚŽE A JEJICH ŘEŠENÍ

Kategorie A

1. Na vrcholu dokonale hladké koule je kulička (hmotný bod) v labilní rovnovážné poloze. Když kuličku z této polohy vychýlíme, bude se pohybovat nejprve po povrchu koule (účinkem své váhy), v určitém místě

však povrch koule opustí. Vypočítejte svislou vzdálenost h, ve které kulička opustí povrch koule. Řešte nejprve obecně a pak pro poloměr koule $r = 1{,}5\,\mathrm{m}$.

Řešení.

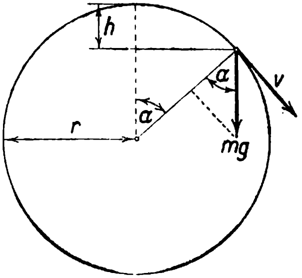
Hmotný bod zůstane na povrchu koule, dokud složka váhy směřující do středu koule (obr. 25) je větší než dostředivá síla, potřebná k zakřivení dráhy hmotného bodu do kruhového tvaru. V okamžiku, kdy kulička opouští povrch koule, musí platit:

$$mg \cos\alpha = m\frac{v^2}{r},$$

kde

$$\cos\alpha = \frac{r - h}{r};$$

tedy $g(r - h) = v^2$.



Obr. 25

Ze zákona o zachování mechanické energie vyplývá dále

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2,$$

z toho $v^2 = 2gh$.

Proto $g(r - h) = 2gh$, a z toho

$$h = \frac{r}{3}.$$

Číselně:

$$h = \frac{r}{3} = \frac{1{,}5}{3}\,\text{m}, \qquad h = 0{,}5\,\text{m}.$$

2. Před rovinným zrcadlem z, zavěšeným svisle, stojí pozorovatel ve vzdálenosti d od zrcadla a za pozorovatelem ve vzdálenosti a je předmět výšky h stojící na téže vodorovné rovině jako pozorovatel.
a) Jak vysoké musí být zrcadlo a v jaké výšce v musí být jeho dolní okraj nad zemí, aby pozorovatel viděl právě obraz celého předmětu? Oko pozorovatele je ve výšce l.
b) Je třeba změnit výšku zrcadla a svislou vzdálenost jeho dolního okraje od země, bude-li pozorovatel pozorovat předmět z nezměněného místa při jiné výšce l' oka?

Řešení.

Výšku zrcadla označíme x (obr. 26). Z podobnosti ΔOMN a $\Delta OA'B'$ plyne:

$$\frac{x}{h} = \frac{d}{2d + a};$$

z toho

$$x = \frac{dh}{a + 2d}. \tag{1}$$

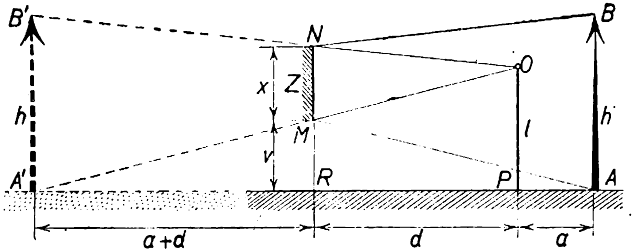
Při výpočtu výšky v dolního okraje zrcadla nad zemí užijeme podobnosti trojúhelníků $\Delta MRA'$ a $\Delta OPA'$. Platí:

$$\frac{v}{l} = \frac{a + d}{a + 2d}.$$

Hledaná výška v je dána vztahem

$$v = \frac{a + d}{a + 2d} l. \tag{2}$$

b) Ze vztahu (1) vyplývá, že výška zrcadla nezávisí na výšce oka pozorovatele. Bude tedy při různých výškách oka pozorovatele výška zrcadla stejná, nezmění-li pozorovatel svou vzdálenost od zrcadla a nezmění-li se vzdálenost předmětu od zrcadla.



Obr. 26

Svislá vzdálenost v dolního okraje zrcadla od země však závisí, jak vyplývá ze vztahu (2), při nezměněných vzdálenostech pozorovatele a předmětu od zrcadla na výšce oka pozorovatele. Je tedy třeba změnit svislou vzdálenost zrcadla nad zemí na v', změní-li se výška oka pozorovatele na hodnotu l', chceme-li vidět znovu celý obraz předmětu. Platí pak:

$$v' = \frac{a + d}{a + 2d} l'.$$

3. Elektrický vařič má dvě topné spirály. Zapneme-li jen první z nich, začne se v něm vařit jistý objem vody za dobu t_1 minut, zapneme-li jen druhou, počne se vařit stejný objem vody, který má stejnou počáteční teplotu, za dobu t_2 minut.

Za kolik minut bude vařit na témž vařiči stejné množství vody stejné počáteční teploty, zapneme-li obě topné spirály a) za sebou, b) vedle sebe. Vařič je ve všech případech připojen na stejné napětí.
Řešte nejprve obecně a pak číselně pro hodnoty $t_1 = 10$ minut, $t_2 = 20$ minut.

Řešení.

Je-li zapjata jen první topná spirála o odporu R_1, vydá vařič za dobu t_1 energii

$$W_1 = UI_1t_1 = \frac{U^2}{R_1}t_1;$$

je-li zapjata jen druhá spirála, vydá vařič energii

$$W_2 = \frac{U^2}{R_2}t_2,$$

kde R_2 je odpor druhé spirály.

Obě energie mají stejný účinek, a proto se rovnají:

$$\frac{U^2}{R_1}t_1 = \frac{U^2}{R_2}t_2;$$

odtud

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{t_1}{t_2}.$$

a) Pro odpor R vařiče při spojení spirál za sebou platí: $R = R_1 + R_2$. Ohřeje-li se v tomto případě voda do varu za x minut, platí:

$$\frac{U^2}{R_1 + R_2} x = \frac{U^2}{R_1};$$

tedy

$$\frac{x}{R_1 + R_2} = \frac{t_1}{R_1};$$

$$x = \frac{R_1 + R_2}{R_1} t_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) t_1 =$$

$$= \left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right) t_1 = t_1 + t_2,$$

Číselně: $x = t_1 + t_2 = 20$ minut.

b) Pro odpor R' vařiče při spojení spirál vedle sebe platí:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2};$$

z toho

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Ohřeje-li se voda do varu v tomto případě za y minut, pak platí:

$$\frac{U^2}{R'} y = \frac{U^2}{R_1} t_1;$$

odtud

$$y = \frac{R'}{R_1} t_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} t_1 = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} t_1 =$$

$$= \frac{1}{\frac{t_1}{t_2} + 1} t_1 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}.$$

Číselně:

$$y = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{10.20}{30} \text{ minut} = 6\frac{2}{3} \text{ minut.}$$

4. *Určete odpor daného spotřebiče (žárovky) Wheatstonovým můstkem.*
   1. Načrtněte schéma spojení a odvoďte vztah pro výpočet neznámého odporu.
   2. Zapojte obvod podle schématu, ale zdroj nezapojujte, pokud vám spojení neschválí dozírající učitel.
   3. Měření proveďte desetkrát.
   4. Výsledky měření si dejte potvrdit dozírajícím učitelem a odevzdejte mu je.

Řešení. (Ukázka protokolu)

Měření lze provést dvěma způsoby; použijeme zapojení
a) buď podle schématu na obr. 23,
b) nebo podle schématu na obr. 24.

a) Měření odporu žárovky bylo provedeno Wheatstonovým můstkem nejprve podle schématu v obr. 23. Rovnováhy bylo dosaženo vyrovnáváním odporem R_2.

Za odpor R_2 jsem použil reostatu s odpory řádu 10^3, 10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1} ohmů. Nejdříve jsem zvolil

$R_3 = 100$ ohmů, $R_4 = 100$ ohmů a odporem R_2 jsem můstek vyrovnal. Rovnováha nastala při $R_2 = 56{,}9$ ohmů. Abych využil většího počtu řádů odporu R_2, zvolil jsem ke konečnému měření $R_3 = 10$ ohmů, $R_4 = 100$ ohmů a provedl měření 10krát. Našel jsem tyto hodnoty:

$$
\begin{array}{rl}
R_2 = & 568{,}7 \text{ ohmů} \\
 & 9 \\
 & 7 \\
 & 7 \\
 & 9 \\
 & 8 \\
 & 9 \\
 & 9 \\
 & 8 \\
 & 9 \\
\hline
 & 568{,}8 \text{ ohmů}
\end{array}
$$

Tedy $R_2 = 568{,}8$ ohmů a z podmínky

$$R_1 : R_2 = R_3 : R_4$$

plyne:

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = \frac{568{,}8 \,.\, 10}{100} \text{ ohmů} = 56{,}88 \text{ ohmů.}$$

Měřený odpor je 56,88 ohmů.

b) Měření jsem provedl podle schématu v obr. 24. Zvolil jsem $R_2 = 100$ ohmů. Rovnováha na můstku nastala při $l_1 = 36{,}3$ cm, $l_2 = 63{,}7$ cm.

Z podmínky

$$R_1 : R_2 = l_1 : l_2$$

plyne:

$$R_1 = \frac{l_1}{l_2} R_2 = \frac{36{,}3}{63{,}7} \cdot 100 \text{ ohmů} = 57{,}0 \text{ ohmů}.$$

Abych měřil pokud možno nejpřesněji, tj., aby byl kontakt asi uprostřed drátu, zvolil jsem $R_2 = 60$ ohmů. Rovnováhu jsem pak nastavil 10krát:

l_1 (cm)
48,65
7
4
6
7
5
7
8
7
7
48,66 cm

Je tedy

$$l_1 = 48{,}66 \text{ cm}, \quad l_2 = 51{,}34 \text{ cm};$$

$$R_1 = \frac{l_1}{l_2} R_2 = \frac{48{,}66}{51{,}34} \cdot 60 \text{ ohmů} = 56{,}86 \text{ ohmů}.$$

Měřený odpor je 56,86 ohmů.

Kategorie B

1. Kolo lokomotivy má při teplotě 0 °C poloměr 1 m. Určete rozdíl v počtu otáček kola na dráze 100 km v létě při teplotě 25 °C a v zimě při teplotě −25 °C,

je-li teplotní součinitel délkové roztažnosti $\alpha = 12 . 10^{-6}$ deg^{-1}. Řešte nejprve obecně, pak numericky.

Řešení.

Je-li r_0 poloměr kola lokomotivy při teplotě 0 °C, r_1 při teplotě $t_1 = 25$ °C, r_2 při teplotě $t_2 = -25$ °C a $s = 100$ km ujetá dráha, pak

$$r_1 = r_0(1 + \alpha t_1),$$
$$r_2 = r_0(1 + \alpha t_2),$$

kde $r_0 = 1$ m.

Počet otáček kola na dráze s při teplotě t_1, resp. t_2, je

$$n_1 = \frac{s}{2\pi r_1},$$

$$n_2 = \frac{s}{2\pi r_2}.$$

Tedy

$$n_2 - n_1 = \frac{s}{2\pi r_2} - \frac{s}{2\pi r_1} =$$

$$= \frac{s}{2\pi}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{s}{2\pi}\,\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2},$$

$$n_2 - n_1 = \frac{s}{2\pi}\,\frac{r_0(1 + \alpha t_1) - r_0(1 + \alpha t_2)}{r_0(1 + \alpha t_1)\,r_0(1 + \alpha t_2)} =$$

$$= \frac{s}{2\pi}\,\frac{\alpha(t_1 - t_2)}{r_0(1 + \alpha t_1)(1 + \alpha t_2)},$$

$$n_2 - n_1 = \frac{\alpha(t_1 - t_2)\,s}{2\pi r_0(1 + \alpha t_1)(1 + \alpha t_2)}.$$

Číselně:

$$n_2 - n_1 =$$

$$= \frac{12 \,.\, 10^{-6} \,.\, 50 \,.\, 10^5}{2 \,.\, 3{,}14(1 + 25 \,.\, 12 \,.\, 10^{-6})(1 - 25 \,.\, 12 \,.\, 10^{-6})} \frac{m}{m} =$$

$$= \frac{30}{3{,}14(1 - 9 \,.\, 10^{-8})} \doteq \frac{30}{3{,}14} = 9{,}6.$$

$$n_2 - n_1 \doteq 9{,}6.$$

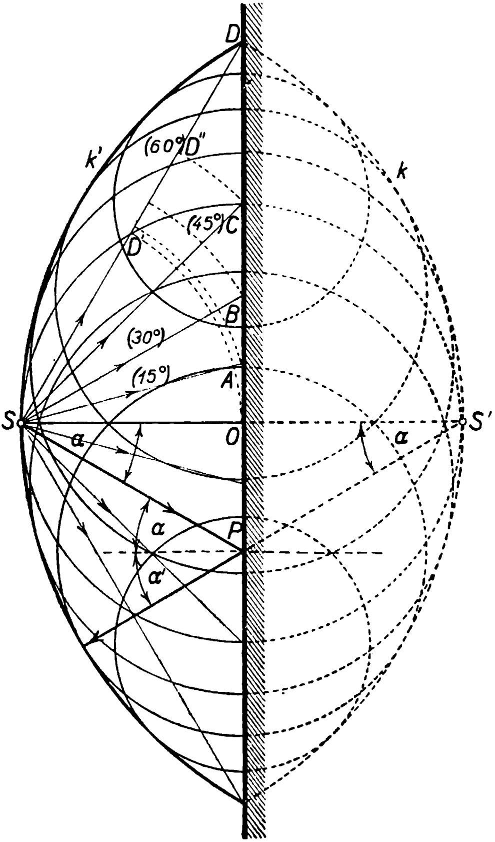
V zimě vykoná kolo lokomotivy na dráze 100 km téměř o 10 otáček více než v létě.

2. Bodový zdroj *S* je vzdálen 6 cm od rovinného zrcadla. Užitím Huygensova principu sestrojte k libovolnému paprsku ze zdroje *S* paprsek odražený a dokažte pro něj zákon odrazu. Narýsujte kromě paprsku dopadajícího na zrcadlo kolmo ještě na obě strany od něho další paprsky, jejichž úhly dopadu jsou 15°, 30°, 45° a 60° a naznačte vlnoplochy elementární i výslednou pro okamžik, kdy paprsek s úhlem dopadu 60° právě dopadne na zrcadlo.

Řešení.

a) Sestrojíme nejprve užitím Huygensova principu odraženou vlnoplochu (obr. 27).

V okamžiku, kdy vlnění ze zdroje *S* právě dojde do bodu *O*, dospěje vlnění ve směru *SD*, svírajícím se směrem *SO* úhel 60°, teprve do bodu *D'*, který má od zdroje *S* stejnou vzdálenost jako bod *O*. Zatímco vlnění spěje z bodu *D'* do bodu *D*, rozšíří se kolem bodu *O* elemen-



Obr. 27

tární vlnění na kulovou vlnoplochu o poloměru rovném délce $D'D$; ten se zde rovná SO, neboť v pravoúhlém trojúhelníku SOD je úhel při D roven 30°, a tedy přepona $SD = SD' + D'D = 2SO$, z čehož $D'D = 2SO - SD' = 2SO - SO = SO$.

Podobně v okamžiku, kdy vlnění z S dojde např. do bodu C, dospěje ve směru SD teprve do bodu D''; než vlnění dospěje do bodu D, rozšíří se kolem bodu C elementární vlnění na kulovou plochu o poloměru $D''D$.

Stejným způsobem jsou stanoveny poloměry elementárních vlnoploch kolem bodů A a B.

Kdyby dopadajícímu vlnění nestálo v cestě zrcadlo z, pak by obalová vlnoplocha všech elementárních vlnoploch byla kulová plocha k o středu S. Vzhledem k osové souměrnosti obrazce je obalová čára (na obr. 27) všech elementárních kružnic kruhový oblouk se středem v bodě S', ležícím souměrně s bodem S podle roviny zrcadla. Bod S' je zdánlivý obraz zdroje S v zrcadle z; k' je odražená kulová vlnoplocha.

b) Sestrojíme k libovolnému paprsku, dopadajícímu např. do bodu P, paprsek odražený. Poněvadž paprsky jsou k vlnoploše vždy kolmé, a proto u koule jdou jejím středem, musí mít paprsek dopadající do bodu P po odrazu takový směr, jako by vycházel z bodu S'. Poněvadž $\Delta SS'P$ je rovnoramenný, plyne z obr. 27 ihned důkaz, že úhel odrazu α' se rovná úhlu dopadu α.

3. Skleněná nádoba tvaru kvádru je postavena na vodo-

rovné rovině a jedna její svislá stěna je přikryta částečně plechovou deskou výšky 30 mm. Sluneční paprsky, dopadající na tuto stěnu, vytvářejí uvnitř na dně nádobky stín desky, dlouhý 30 mm. Naleje-li se do nádobky průhledná kapalina do výšky větší než je výška desky, prodlouží se stín na délku 48 mm.

Určete index lomu kapaliny (k tloušťce stěny nádoby nepřihlížejte).

Řešení.

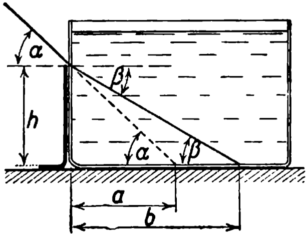
Výška plechové desky (obr. 28) je $h = 30$ mm, délka původního stínu $a = 30$ mm, délka stínu v nádobě s vodou $b = 48$ mm.

Zákon lomu zní:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Z obrázku plyne:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{a} = \frac{30 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} = 1;$$



Obr. 28

$$\text{odtud } \alpha = 45°, \qquad \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Dále je

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{b} = \frac{30 \text{ mm}}{48 \text{ mm}} = \frac{5}{8}.$$

Odtud určíme $\sin\beta$:

$$\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}} = \frac{5}{8},$$

$$\frac{\sin^2\beta}{1-\sin^2\beta} = \frac{25}{64}.$$

$$64\sin^2\beta = 25 - 25\sin^2\beta,$$

$$89\sin^2\beta = 25, \qquad \sin\beta = \frac{5}{\sqrt{89}}.$$

Tedy

$$n = \frac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{5}{\sqrt{89}}} = \frac{\sqrt{178}}{10} = \frac{13{,}3}{10} = 1{,}33.$$

Index lomu kapaliny je $n = 1{,}33$ (kapalina je voda).

4. Kmitavý pohyb závaží hmoty m na pružině je způsoben pružnou silou F, která směřuje stále do rovnovážné polohy a je přímo úměrná okamžité výchylce y; je tedy dána vztahem $F = ma = -Ky$.

Určete konstantu úměrnosti K (zvanou tuhost pružiny) z hmoty m závaží (hmotu pružiny zanedbejte) a z doby kmitu T pružiny, je-li známo, že úhlová frekvence ω je dána vztahem

$$\omega^2 = \frac{K}{m}.$$

Vypočtěte chybu výsledku z naměřených veličin.

Řešení. (Ukázka protokolu)

Konstantu úměrnosti K lze určit ze vztahu

$$K = m\frac{4\pi^2}{T^2}.$$

Na pružném vlákně byla upevněna hmota $m = 0{,}100$ kg a změřena 10krát doba $10T$.

$10T$ (s)	$\Delta 10T$ (s)	$\Delta^2 10T$ (s^2)
8,2	+0,03	0,0009
2	+ 3	9
3	− 7	49
2	+ 3	9
2	+ 3	9
3	− 7	49
2	+ 3	9
2	+ 3	9
3	− 7	49
2	+ 3	9
8,23	0	0,0210

$$\bar{\delta}(10T) = \pm\sqrt{\frac{0{,}0210}{90}}\,\mathrm{s} = \pm\sqrt{0{,}0002}\,\mathrm{s} = \pm\,0{,}01\,\mathrm{s}.$$

$$10T = 8{,}23\,\mathrm{s} \pm 0{,}01\,\mathrm{s},$$

$$T = 0{,}823\,\mathrm{s} \pm 0{,}001\,\mathrm{s}.$$

Pak

$$\bar{K} = m\frac{4\pi^2}{T^2} = 0{,}100\frac{4\pi^2}{0{,}823^2}\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

$$\bar{K} = 5{,}8286 \text{ kg s}^{-2}.$$

Chyba vypočtené veličiny je dána vztahem

$$\bar{\delta}K = \pm \bar{K}\frac{2\bar{\delta}T}{\bar{T}} = \pm 5{,}83 \cdot \frac{2}{823}\text{kg s}^{-2} =$$

$$= \pm 0{,}01 \text{ kg s}^{-2}.$$

Tedy

$$K = 5{,}83 \text{ kg s}^{-2} \pm 0{,}01 \text{ kg s}^{-2}.$$

Hodnota K je určena s přesností asi na 0,2%.

Kategorie C

1. V okamžiku, kdy se vlak začíná rozjíždět, stojí pozorovatel u začátku prvého vagónu; změří, že první vagón projel vedle něho za dobu $t_1 = 4$ s. Za jakou dobu projede vedle něho n-tý (sedmý) vagón?

Předpokládáme, že pohyb vlaku je rovnoměrně zrychlený a že všechny vagóny jsou stejně dlouhé; mezery mezi vagóny zanedbáváme.

Řešení.

Poněvadž při rozjíždění projel první vagón kolem pozorovatele za dobu t_1, je délka d vagónu

$$d = \frac{1}{2}at_1^2.$$

Vlak se tedy pohyboval se zrychlením a, jež je dáno vztahem $a = \frac{2d}{t_1^2}$.

Protože předpokládáme, že se vlak rozjíždí rovnoměrně zrychleně, je toto zrychlení konstantní.

Označme t_{n-1} dobu, za kterou projede kolem pozorovatele $n - 1$ vagónů, a t_n dobu, za kterou projede kolem pozorovatele n vagónů. Pak musí platit:

$$(n-1)d = \frac{1}{2} a t_{n-1}^2, \qquad nd = \frac{1}{2} a t_n^2.$$

Z těchto rovnic plyne:

$$t_{n-1} = \sqrt{\frac{2(n-1)d}{a}} = t_1 \sqrt{\frac{2(n-1)d}{2d}} = t_1 \sqrt{n-1},$$

$$t_n = \sqrt{\frac{2nd}{a}} = t_1 \sqrt{\frac{2nd}{2d}} = t_1 \sqrt{n}.$$

Doba, za kterou projede kolem pozorovatele n-tý vagón, je tedy

$$t = t_n - t_{n-1} = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})\, t_1 .$$

Číselně:

Pro $t_1 = 4$ s, $\quad n = 7 \quad$ vychází:

$$t = (\sqrt{7} - \sqrt{6})\, 4\ \text{s} = (2{,}646 - 2{,}449)\, 4\ \text{s} =$$
$$= 0{,}197 \,.\, 4\ \text{s} = 0{,}788\ \text{s} \doteq 0{,}79\ \text{s}.$$

Sedmý vagón projede kolem pozorovatele za 0,79 s.

2. Stejnorodá vodorovná deska tvaru rovnoramenného trojúhelníku má váhu G. Ve vrcholech A a B při základně působí svisle dolů síly F_1 a F_2, ve vrcholu C působí svisle dolů síla F_3. V kterém bodě musíme desku podepřít, aby byla v rovnováze?

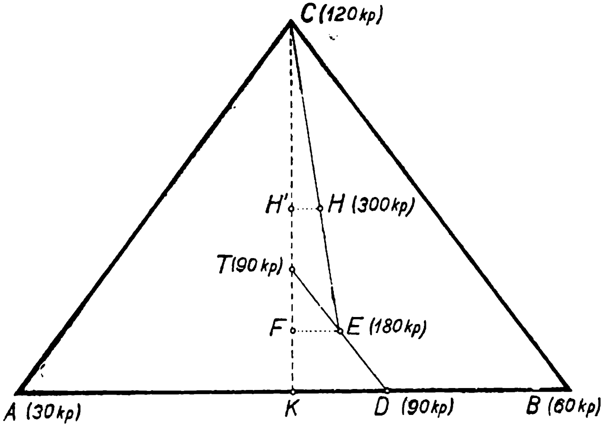
Dáno:

$G = 90$ kp, $F_1 = 30$ kp, $F_2 = 60$ kp, $F_3 = 120$ kp, $AB = 1{,}20$ m, $AC = BC = 1{,}00$ m.

Řešení.

Výslednice sil F_1 a F_2 působících v bodech A a B (obr. 29) je v bodě D, pro nějž musí platit:

$$AD : DB = F_2 : F_1;$$



Obr. 29

tedy v našem případě

$$AD : DB = 2 : 1;$$

proto

$$AD = 80 \text{ cm}, \quad DB = 40 \text{ cm}.$$

Pak

$$KD = 20 \text{ cm}.$$

Síla má velikost

$$F_4 = 90 \text{ kp}.$$

Výslednice sil $F_4 = 90$ kp a $G = 90$ kp má velikost $F_5 = 180$ kp a působí uprostřed na úsečce DT v bodě E. Poněvadž

$$KT = \frac{1}{3} KC = \frac{1}{3} \sqrt{10\,000 - 3\,600} \text{ cm} =$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{6\,400} \text{ cm} = \frac{80}{3} \text{ cm},$$

je

$$KF = \frac{1}{2} \frac{80}{3} \text{ cm} = \frac{40}{3} \text{ cm},$$

$$EF = \frac{1}{2} KD = \frac{20}{2} \text{ cm} = 10 \text{ cm}.$$

Výslednice sil $F_5 = 180$ kp a $F_3 = 120$ kp má velikost $F = 300$ kp a působí v bodě H, pro nějž platí:

$$EH : HC = 120 : 180 = 2 : 3.$$

Pak též

$$FH' : H'C = 2 : 3,$$

a tedy

$$H'C : FC = 3 : 5.$$

Poněvadž $KC = 80$ cm a

$$KF = \frac{40}{3}\,\text{cm},$$

je

$$FC = \frac{200}{3}\,\text{cm}$$

a

$$H'C = \frac{3}{5}\,\frac{200}{3}\,\text{cm} = 40\,\text{cm}.$$

Pro vzdálenost $H'H$ plyne vztah:

$$H'H : FE = CH' : CF = 40\,\text{cm} : \frac{200}{3}\,\text{cm} = 3 : 5;$$

poněvadž $EF = 10$ cm, je

$$H'H = \frac{3}{5}\,.\,10\,\text{cm} = 6\,\text{cm}.$$

Desku musíme podepřít v bodě H, jehož vzdálenost od základny je polovina výšky v a vzdálenost od osy souměrnosti je 6 cm blíže k vrcholu B než k vrcholu A.

3. Na turbíny hydrocentrály přitéká každou sekundu 0,8 m^3 vody při výškovém rozdílu hladin vody 60 m. Turbíny pohánějí čerpadla, jež přečerpávají vodu do nádrže ve výši 400 m nad hydrocentrálou. Kolik vody by bylo možno takto přečerpat za 4 hodiny, kdyby nebyly žádné ztráty. (Počítejte v soustavě MKS, a to nejprve obecně, pak teprve číselně).

Řešení.

Objem vody, která přitéká za 1 s na turbíny, je $V = 0{,}8\ \mathrm{m}^3$, tedy množství této vody je $m = 800\ \mathrm{kg/s}$.

Při výškovém rozdílu hladin $h = 60$ m je výkon turbín $P = mgh$.

Výkon čerpadel je $P' = m'gh'$, kde $h' = 400$ m.

Z podmínky

$$P' = P$$

plyne:

$$m'gh' = mgh;$$

odtud

$$m' = \frac{h}{h'}\, m.$$

Množství vody, přečerpané za libovolnou dobu t, je $M = m't$; tedy

$$M = m't = m\,\frac{h}{h'}\,t.$$

Číselně:

$$t = 4\ \mathrm{h} = 4 \,.\, 3\,600\ \mathrm{s}.$$

$$M = 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \,.\, \frac{60\ \mathrm{m}}{400\ \mathrm{m}} \,.\, 4 \,.\, 3\,600\ \mathrm{s} =$$

$$= 48\,000 \,.\, 36\ \mathrm{kg} = 1\,728\,000\ \mathrm{kg}$$

Objem přečerpané vody bude pak

$$V' = 1\,728\ \mathrm{m}^3.$$

4. Určete poloměr válečku a vypočítejte metodou nejmenších čtverců absolutní a relativní chybu při jeho určení z naměřených hodnot průměru.

Řešení. (Ukázka protokolu)

K určení poloměru užijeme mikrometru. Nejprve určíme jeho nulovou polohu n_0, pak určíme jeho polohu n při měření průměru. Průměr je pak dán vztahem

$$2r = n - n_0 . \qquad (1)$$

Průměr určíme v deseti různých vzdálenostech od základny a na různých povrchových přímkách. Proto rozdíly v naměřených hodnotách nesouvisí jen s chybou měření, ale i s chybou, a to především, ve výrobě válečku.

a) Nulová poloha

n_0 (cm)	Δn_0 (cm)	$\Delta^2 n_0$ (cm^2)
—0,0001	+0,000 06	0,000 000 0036
— 1	+ 6	36
0	— 4	16
0	— 4	16
— 1	+ 6	36
— 1	+ 6	36
0	— 4	16
0	— 4	16
0	— 4	16
0	— 4	16
—0,000 04	0	0,000 000 0240

b) Určování průměru

n (cm)
1,9961
52
57
79
62
66
49
59
48
65
1,9959

Vzhledem k tomu, že se čtení v tomto případě značně liší, a to již na 4. místě, je zbytečné počítat s místem dalším. Proto měření zaokrouhlíme takto:

n (cm)	Δn (cm)	$\Delta^2 n$ (cm^2)
1,996	+0,0001	0,00000001
5	+ 11	121
6	+ 1	1
8	— 19	361
6	+ 1	1
7	— 9	81
5	+ 11	121
6	+ 1	1
5	+ 11	121
7	— 9	81
1,9961	0	0,00000890

$$\bar{\delta} n_0 = \pm\sqrt{\frac{0{,}000\,000\,0240}{90}}\,\mathrm{cm} =$$

$$= \pm\sqrt{0{,}000\,000\,0003}\,\mathrm{cm} = \pm 0{,}000\,02\,\mathrm{cm};$$

$$n_0 = -0{,}00004\,\mathrm{cm} \pm 0{,}00002\,\mathrm{cm}.$$

$$\bar{\delta} n = \pm\sqrt{\frac{0{,}000\,008\,90}{90}}\,\mathrm{cm} =$$

$$= \pm\sqrt{0{,}000\,000\,10}\,\mathrm{cm} = \pm 0{,}0003\,\mathrm{cm}.$$

$$n = 1{,}9961\,\mathrm{cm} \pm 0{,}0003\,\mathrm{cm}.$$

Pak podle (1):

$$\overline{2r} = 1{,}9961\,\mathrm{cm} + 0{,}000\,04\,\mathrm{cm} = 1{,}9961\,\mathrm{cm},$$

$$\delta(2r) = \pm\sqrt{(0{,}0003)^2 + (0{,}00002)^2}\,\mathrm{cm} = \pm 0{,}0003\,\mathrm{cm};$$

tedy

$$2r = 1{,}9961 \text{ cm} \pm 0{,}0003 \text{ cm},$$
$$r = 0{,}9981 \text{ cm} \pm 0{,}0002 \text{ cm}.$$

Poloměr r je určen s přesností na 0,02%.

12. ÚLOHY TŘETÍHO KOLA SOUTĚŽE A JEJICH ŘEŠENÍ

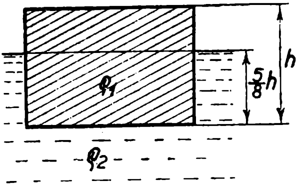
Kategorie A

1. Železný kváder pláva pri teplote $t_0 = 0$ °C na ortuti tak, že je ponorený do $\frac{5}{8}$ svojej výšky h. Vypočítajte hĺbku ponoru, ak sa teplota zmení na $t = 100$ °C. Železo má $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ deg^{-1}, ortuť má $\beta = 18{,}2 \cdot 10^{-5}$ deg^{-1}.

Riešenie.

Označme ϱ_1 špecifickú hmotu železa pri teplote 0 °C,
ϱ_2 špecifickú hmotu ortuti pri teplote 0 °C,
ϱ_1' špecifickú hmotu železa pri teplote 100 °C,
ϱ_2' špecifickú hmotu ortuti pri teplote 100 °C.

Z Archimedovho zákona vychádza (obr. 30):



Obr. 30

$$\varrho_1 h = \varrho_2 \frac{5}{8} h,$$

alebo

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{5}{8}.$$

Po zohriatí nech je hĺbka ponoru x. Zase musí byť, lebo h vzrastla na $h(1 + \alpha t)$,

$$\varrho_1' h(1 + \alpha t) = \varrho_2' x.$$

V poslednom vzťahu sú

$$\varrho_1' = \frac{\varrho_1}{1 + 3\alpha t}, \qquad \varrho_2' = \frac{\varrho_2}{1 + \beta t}.$$

Teda

$$x = \frac{\varrho_1'}{\varrho_2'}(1 + \alpha t)\, h = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\,\frac{1 + \beta t}{1 + 3\alpha t}\,.\,(1 + \alpha t)\, h.$$

Numericky:

$$x = \frac{5}{8}\,\frac{(1 + \beta t)(1 + \alpha t)}{1 + 3\alpha t}\, h =$$

$$= \frac{5}{8}\,.\,\frac{(1 + 18{,}2\,.\,10^{-5})\,.\,(1 + 12\,.\,10^{-6})}{1 + 36\,.\,10^{-6}}\, h$$

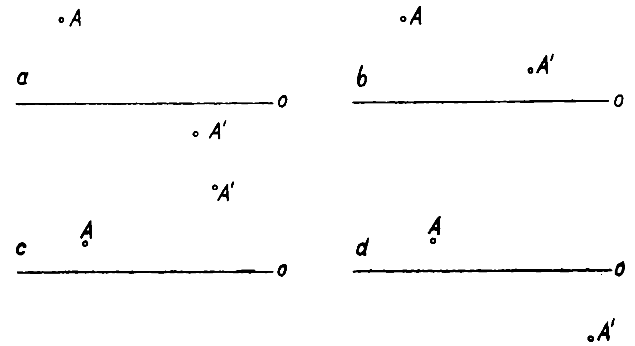
$$x = 0{,}63484h.$$

2. Na obrázkoch 31a), b), c), d) je o optická os guľového zrkadla, A svietiaci bod, A' jeho obraz. Zostrojte ohnisko a vrchol guľového zrkadla, ktoré zobrazí bod A v bode A'. Preveďte úplnú diskusiu grafického riešenia.

Riešenie.

Vo všetkých štyroch prípadoch spojnica AA' musí prechádzať stredom krivosti S zrkadla, lebo táto priamka predstavuje lúč dopadajúci a súčasne jemu odpovedajúci lúč odrazený (obr. 32).

Zostrojíme ďalej bod A_1, ktorý je s bodem A symetricky položený vzhľadom na optickú os o. Spojnica $A'A_1$



Obr. 31

musí prechádzať vrcholom V zrkadla – je to lúč odrazený od zrkadla v jeho vrchole.

a) Zrkadlo je duté, obraz je reálny.
b) Zrkadlo je vypuklé, obraz je virtuálny.
c) Zrkadlo je duté, obraz je virtuálny.
d) Zrkadlo je duté, obraz je reálny.

3. Dva vodiče, jeden z uhlíka (merný odpor $\varrho_C = 40\,\Omega\,\text{mm}^2\text{m}^{-1}$, teplotný koeficient odporu $\alpha_C = -8 \,.\, 10^{-4}\,\text{deg}^{-1}$), druhý zo železa ($\varrho_{Fe} = 12 \,.\, 10^{-2}\,\Omega\,\text{mm}^2\,\text{m}^{-1}, \alpha_{Fe} = 6 \,.\, 10^{-3}\,\text{deg}^{-1}$) sú spojené za sebou. Celkový odpor tejto kombinácie nezávisí od teploty. Vypočítajte:

a) Aký je pomer dĺžok týchto vodičov, ak ich prierezy sú rovnaké.
b) Aký je pomer prierezov týchto vodičov, ak je uhlíkový vodič dvakrát tak dlhý ako železný.

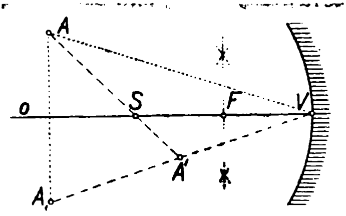
Riešenie.

Dĺžka vodičov je d_C, d_{Fe}.
Pri spojení vodičov za sebou je celkový odpor R:

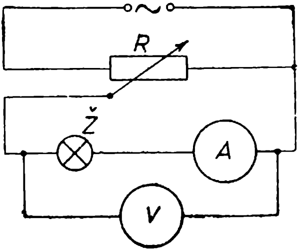
$$R = R_1 + R_2 = \varrho_C \frac{d_C}{S_C}(1 + \alpha_C t) + \varrho_{Fe} \frac{d_{Fe}}{S_{Fe}}(1 + \alpha_{Fe} t).$$

Ak tento odpor nezávisí od teploty, musí byť

$$\varrho_C \frac{d_C \alpha_C}{S_C} + \varrho_{Fe} \frac{d_{Fe} \alpha_{Fe}}{S_{Fe}} = 0.$$



Obr. 32



Obr. 33

a) V tomto prípade je

$$S_C = S_{Fe},$$

preto

$$\frac{d_{Fe}}{d_C} = -\frac{\alpha_C \varrho_C}{\alpha_{Fe} \varrho_{Fe}},$$

$$\frac{d_{Fe}}{d_C} = -\frac{-8 \, . \, 10^{-4} \, . \, 40}{6 \, . \, 10^{-3} \, . \, 12 \, . \, 10^{-2}} \frac{\deg^{-1} . \, \Omega \, \mathrm{mm}^2 \mathrm{m}^{-1}}{\deg^{-1} . \, \Omega \, \mathrm{mm}^2 \mathrm{m}^{-1}} = 44{,}4$$

b) Teraz je $d_C = 2d_{Fe}$, preto

$$\frac{S_C}{S_{Fe}} = -\frac{2\alpha_C \varrho_C}{\alpha_{Fe} \varrho_{Fe}} = 88{,}8.$$

4. S použitím ampérmetra a posuvného reostatu ako deliča napätia odmerajte výkon spotrebiča elektrickej energie (žiarovky) pri rôznych napätiach v rozsahu 0–220 V. Pre každé meranie vypočítajte aj odpor vlákna žiarovky. Zostrojte graf závislosti prúdu v žiarovke na napätí a graf závislosti odporu vlákna žiarovky na jej výkone.

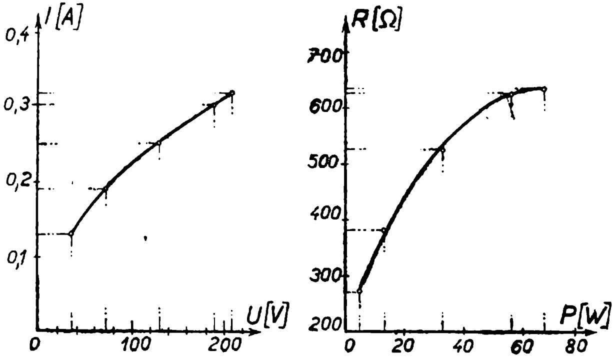
Riešenie. (Ukážka protokolu)

1. Načrtnite schému spojenia (obr. 33).
2. Zapojte obvod podľa schémata, ale zdroj nepripojujte, dokiaľ vám zapojinie neschváli dozerajúci učiteľ.
3. Meranie preveďte desaťkrát a výsledky zapíšte do vhodnej tabuľky.
4. Výsledky merania si dajte potvrdit dozerajúcim učiteľom a odovzdajte mu ich.
5. Zostrojte graf závislosti prúdu na napätí a graf závislosti odporu na výkone. Obr. 34.

Tabuľka:

U (V)	I (A)	$P = U\,.\,I$ (W)	$R = \dfrac{U}{I}$ (Ω)
35	0,130	4,550	269,2
69	0,180	12,420	383,3
131	0,250	32,750	524,0
188	0,300	56,400	626,6
209	0,320	66,880	634,3

Grafy:



Obr. 34

OBSAH

Jaroslav Pospíšil, Vladimír Rudolf

Druhý ročník
FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

Obálku navrhl Jaromír Windsor
Obrázky narýsoval dr. František Lehar
Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p. v Praze
jako svou publikaci č. 26-0-16
Odpovědná redaktorka: Božena Malá
Výtvarný redaktor: Ctirad Bezděk
Technický redaktor: Ota Dvořák
Z písma Times vytiskl TISK, knižní výroba, n. p. provozovna 11, závod Brno
Formát papíru 70 × 100 cm — AA 4,02 — VA 4,39
D — 11*20264 — Náklad 2500 výtisků — Tematická skupina a podskupina 02/57 — Vydání 1. —
Cena brožovaného výtisku Kčs 2.75
63/II-13

14-913-62 Kčs 2,75