

RNDr. Zdeněk Ungermann
doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.
RNDr. Ivo Volf, CSc.

29. ročník fyzikální olympiády

Zpráva o průběhu a řešení úloh
ze soutěže konané ve školním roce
1987/1988

Státní pedagogické nakladatelství
Praha

Zpracovali: RNDr. Zdeněk Ungermann
doc. RNDr. Ing. Daniel Kluvanec, CSc.
RNDr. Ivo Volf, CSc.

Lektorovali: doc. Ing. Ivo Čáp, CSc.
RNDr. Václav Šůla

© Zdeněk Ungermann za kolektiv, 1993

ISBN 80-04-26405-0

OBSAH

I. Zpráva o průběhu soutěže	
ve školním roce 1987/1988	5
1. Organizace soutěže	5
2. Ústřední výbor fyzikální olympiády	7
3. Průběh 29. ročníku soutěže	8
a) První kolo soutěže kategorií A,B,C a D	8
b) Krajské kolo soutěže kategorií A,B,C a D	15
c) Třetí kolo kategorie A	17
d) Závěr soutěže kategorií A,B,C a D	22
e) Soutěž kategorie E	24
f) Nejúspěšnější řešitelé krajského kola FO v kategoriích A, B, C a D	25
II. Soutěžní úlohy	38
1. Úlohy kategorie A	38
a) První kolo soutěže	38
b) Druhé kolo soutěže	61
c) Třetí kolo soutěže	73
2. Úlohy kategorie B	96
a) První kolo soutěže	96
b) Druhé kolo soutěže	116
3. Úlohy kategorie C	129
a) První kolo soutěže	129
b) Druhé kolo soutěže	150
4. Úlohy kategorie D	165
a) První kolo soutěže	165
b) Druhé kolo soutěže	182
5. Úlohy kategorie E	191
a) První kolo soutěže	191
b) Druhé kolo soutěže	204

c) Třetí kolo soutěže	212
6. Úlohy kategorie F, zvané archimediáda	218
a) První kolo soutěže	218
b) Druhé kolo soutěže	226
III. Devatenáctá mezinárodní fyzikální	
olympiáda	232
1. Průběh a výsledky soutěže	232
2. Súťažné úlohy	252

I. Zpráva o průběhu soutěže ve školním roce 1987/1988

Fyzikální olympiáda vstoupila ve školním roce 1987/1988 do 29. ročníku svého trvání.

Od svého vzniku má FO za cíl vést žáky při hlubším studiu fyziky, rozvíjet jejich schopnosti a vzbuzovat u žáků zájem o studium fyziky a technických oborů nejen na středních, ale i na vysokých školách.

1. Organizace soutěže

Organizace fyzikální olympiády byla dána organizačním řádem, který stanovila MŠ ČSR a MŠ SSR. Spolupořadatelem 29. ročníku soutěže byla Jednota československých matematiků a fyziků, dále organizace SSM a ZSM. Organizaci celé soutěže zajišťovaly jmenované výbory FO, a především referenti olympiády na školách.

V 29. ročníku probíhala FO v šesti kategoriích: v kategorii A pro žáky 4. ročníků středních škol (SŠ), v kategorii B pro žáky 3. ročníků SŠ, v kategorii C pro žáky 2. ročníků SŠ, v kategorii D pro žáky 1. ročníků SŠ, v kategorii E pro žáky 8. ročníků základních škol (ZŠ) a v kategorii F pro žáky 7. či 6. ročníků ZŠ. Kategorii F říkáme archimediáda. Přitom každý žák mohl soutěžit i v kategorii určené pro vyšší ročník, než který navštěvoval.

První kolo – školní – všech kategorií probíhalo ve školách. Všichni žáci dostali za úkol vyřešit 7 úloh, z nichž jedna byla experimentální. Úspěšnými řešiteli se stali ti žáci, kteří

úspěšně vyřešili alespoň 5 úloh, přičemž v kategoriích A-D museli řešit experimentální úlohu. Řešitelé těchto kategorií měli za úkol prostudovat zadané studijní téma, na které navazovaly úlohy 1., 2. či 3. kola.

Druhé kolo – krajské – soutěže kategorií A, B, C, D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Okresní výbory FO pak organizovaly 2. kolo – okresní – kategorie E. V druhém kole již nebyla experimentální úloha. Účastníci řešili 4 teoretické úlohy.

Ve všech kategoriích bylo bodové hodnocení řešení. Řešitel mohl získat celkem 40 bodů. Úspěšný byl ten řešitel, který získal alespoň 14 bodů a přitom alespoň 2 úlohy řešil se získkem minimálně 5 bodů.

Třetí kolo soutěže FO bylo organizováno jen pro kategorie E a A. Třetí kolo – celostátní – kategorie A řídil ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO), a jelikož bylo v kraji Jihomoravském, byl garantem kola KV FO Jihomoravského kraje. Účastníkům byly zadány 4 teoretické úlohy a jedna experimentální. Každá teoretická úloha byla hodnocena maximálně 10 body, experimentální úloha 20 body. Řešitel tedy mohl získat maximálně 60 bodů.

Vítězové a úspěšní řešitelé 2. a 3. kola soutěže obdrželi diplomy a čestná uznání. Vítězové pak ještě dostali věcné odměny, obvykle to byly odborné knihy.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR ústřední výbor fyzikální olympiády, který byl jmenován ministerstvy školství ČSR a SSR, v rámci krajů krajské výbory FO, které jmenovaly OŠ KNV, a v rámci okresů řídily soutěže FO kategorie E okresní výbory FO jmenované OŠ ONV. Na školách pak byl pověřen ředitelstvím školy jeden z učitelů

funkcí referenta pro FO.

2. Ústřední výbor fyzikální olympiády

Ústřední výbor fyzikální olympiády byl podle organizačního řádu složen ze zástupců pořádajících institucí a z učitelů vysokých, středních a základních škol. Kromě toho byli členy širšího ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Funkční období tehdejšího ÚV FO začalo 28. ročníkem soutěže a skončilo 30. ročníkem. Uvádíme tedy jen složení předsednictva ÚV FO, ostatní členové ÚV FO jsou uvedeni v ročence 28. ročníku.

Předseda:	doc. Ing. RNDr. Daniel Kluvanec, CSc., KF a ZT Pedagogické fakulty v Nitře
Místopředsedové:	RNDr. Ivo Volf, KF a ZT Pedagogické fakulty v Hradci Králové doc. RNDr. Ivan Náter, KF SVŠT v Bratislavě
Jednatelé:	RNDr. Zdeněk Ungermann, G, Hradec Králové, Šimkova RNDr. Lubomír Zelenický, KF a ZT Pedagogické fakulty v Nitře
Zástupce MŠ ČSR:	ÚŠI RNDr. Václav Šůla, MŠ ČSR, Pra- ha
Zástupce MŠ SSR:	ÚŠI RNDr. Júlia Lukátšová, MŠ SSR, Bratislava
Zástupce JČSMF:	RNDr. Karel Bartuška, G, Praha, Nad štolou
Zástupce JSMF:	Doc. RNDr. Josef Zámečník, CSc., KF StaF SVŠT, Bratislava

Zástupce ÚV SSM: Doc. Ing. Bohumil Vybíral, CSc., KF
a ZT Pedagogické fakulty v Hradci
Králové

Zástupce SÚV ZSM: RNDr. Ján Valovič, Bratislava

Zástupce ÚDPM: Vlasta Micháľková, ÚDPM KG, Bratislava

Funkci předsedů KV FO ve školním roce 1987/1988 vykonávali:

Praha: RNDr. Jiří Dolejší, CSc.

Středočeský kraj: Ing. Jiří Machalický, CSc.

Jihočeský kraj: RNDr. Pavel David, CSc.

Západočeský kraj: Olga Mašková, prom. ped.

Severočeský kraj: Bohumil Daniel

Východočeský kraj: RNDr. Josef Hubeňák

Jihomoravský kraj: RNDr. Petr Dub, CSc.

Severomoravský kraj: Doc. František Kamenčák, CSc.

Bratislava: Doc. RNDr. Josef Zámečník, CSc.

Západoslovenský kraj: Doc. RNDr. Arpád Kecskés, CSc.

Středoslovenský kraj: Ing. Ivo Čáp, CSc.

Východoslovenský kraj: Doc. RNDr. Vladimír Ilkovič, CSc.

3. Průběh 29. ročníku soutěže

a) První kolo soutěže kategorií A, B, C a D

První kolo FO kategorií A–D probíhalo tradičně na školách od září 1987 do ledna 1988. Texty úloh prvního kola byly otištěny v časopise Rozhledy matematicko-fyzikální č. 10 ročníku 1987/1988, první tři úlohy ještě v časopise Matematika a fyzika ve škole.

Pro jednotlivé kategorie byla určena následující studijní témata:

- Kategorie A: Kluvanec D. – Interference a ohyb světla
Rozhledy matematicko-fyzikální, r. 66, č. 1, 2
- Kategorie B: Plkovič V. – Kinematika rovinného pohybu tuhého tělesa
Rozhledy matematicko-fyzikální, r. 66, č. 3
- Kategorie C: Bartošek M. – Grafy ve středoškolské fyzice
Rozhledy matematicko-fyzikální, r. 66, č. 4
- Kategorie D: Ungermann Z. – Zákon zachování momentu hybnosti
Rozhledy matematicko-fyzikální, r. 66, č. 5

Počet středních škol a žáků zapojených do prvního kola je uveden v tabulce 1 a v tabulce 2.

Největší procento úspěšnosti je v kategorii A (80,0 %), nejnižší v kategorii D (41,5 %). Největší počet úspěšných řešitelů je v kategorii D, celkem 1810. Tento výsledek odpovídá skutečnosti, že v kategorii A soutěží již zkušení řešitelé, kteří se rozhodli pro studium fyziky či technických oborů. V kategorii D to žáci prvních ročníků zkoušejí, řada z nich jsou nadšenci, u kterých se později ukáže, že na to z různých důvodů nemají. Celkový počet úspěšných řešitelů 1. kola soutěže za poslední tři roky roste – v 27. ročníku 4344 úspěšných řešitelů kat. A–D, v 29. ročníku 4797 úspěšných v 1. kole.

Počet středních škol, které se zúčastnily 29. ročníku FO v kategorii A-D

Tabulka 1

Kraj	Gymnázia				SOŠ				Ostatní školy				Celkový počet zapojených škol				
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	Celkem
Praha	21	15	18	20	-	-	-	6	-	-	-	-	21	15	18	26	26
StČ	19	29	24	24	-	-	3	7	-	-	-	2	19	23	27	33	33
JČ	6	9	12	12	1	1	2	4	-	-	-	-	7	10	14	16	19
ZČ	13	15	15	15	-	-	-	5	-	-	-	-	13	15	15	15	18
SČ	14	18	22	22	-	2	5	14	-	-	2	3	14	20	29	39	39
VČ	22	19	20	25	1	2	4	5	-	-	-	-	23	21	24	30	30
JM	21	29	27	36	2	1	2	7	-	-	-	-	23	30	29	43	43
SM	34	38	38	38	3	4	5	21	2	3	2	2	39	45	45	61	65
Brat.	6	8	11	11	-	-	-	1	-	-	-	5	6	8	11	17	17
ZS	34	35	37	37	4	5	7	21	-	2	2	14	38	42	46	72	72
StS	32	32	34	35	1	-	1	14	-	-	4	9	33	32	39	58	59
VS	21	26	24	31	1	1	2	16	-	-	-	7	22	27	26	48	61
Celkem	243	273	282	306	13	16	31	121	2	5	10	42	258	288	323	461	-
28.roč.	194	271	262	294	8	24	28	112	5	8	7	44	207	304	298	446	-

Počet záků soutěžících v 1. kole 29. ročníku FO v kategorii A-D

Tabulka 2

Kraj	Kat. A		Kat. B		Kat. C		Kat. D		Celkem		Celkem z ne-spec. tříd	
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú
Praha	60	43	100	65	188	75	250	74	598	257	125	96
StČ	78	45	108	76	98	60	326	138	610	319	550	241
JČ	31	23	75	57	106	71	162	102	374	253	338	221
ZČ	82	66	94	71	68	48	81	50	325	235	94	56
SČ	59	47	432	69	230	130	467	206	888	452	780	344
VČ	64	45	82	78	99	82	140	117	385	322	176	173
JM	79	61	151	97	134	73	214	118	578	349	480	286
SM	181	81	317	149	422	169	877	223	1797	622	1289	384
Brat.	82	77	70	65	118	106	256	234	526	482	201	201
ZS	236	92	304	111	411	170	850	275	1801	648	1170	373
StS	170	63	202	66/42*	314	105/61	695	212/79	1381	446/245	1000	176
VS	75	75	115	80	178	123	214	134	583	412	445	361
Celkem	997	718	1750	984	2366	1212	4533	1883	9846	4797	6648	2912
28. roč.	901	529	1939	1176	2054	1054	4456	1810	9339	4569	1787	1359
27. roč.	1027	540	1469	889	2150	1167	3828	1748	8478	4344	—	—

* Klausurní část

Počet záků soutěžících ve 2. kole 29. ročníku FO v kategorii A-D

Tabulka 3

Kraj	Kat. A		Kat. B		Kat. C		Kat. D		Celkem		Celkem z ne- spec. tříd		Zapojených škol 2. kola
	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	S	Ú	
Praha	42	6	65	30	74	16	70	6	251	58	71	25	15
StČ	36	4	48	11	48	9	83	12	215	36	187	26	28
JČ	23	2	48	22	62	8	88	19	221	53	132	36	19
ZČ	64	4	68	21	44	8	43	8	219	41	51	9	18
SČ	45	13	59	15	113	6	182	9	399	43	291	20	32
VČ	45	5	78	21	82	16	117	18	322	60	176	16	30
JM	61	8	89	33	66	13	104	13	320	67	278	50	41
SM	77	8	143	18	152	31	209	41	581	98	363	38	51
Brat.	73	9	62	21	102	13	214	28	451	71	196	51	17
ZS	92	10	95	19	125	13	190	23	502	65	285	30	54
StS	63	5	42	18	61	18	79	15	245	56	176	18	35
VS	75	4	80	19	123	32	134	39	412	94	361	50	61
Celkem	696	78	877	248	1052	183	1513	231	4138	742	2567	369	401
28. roč.	502	70	1 077	95	960	466	1 576	490	4 115	1 121	2 800	659	—

Počet ZŠ zúčastněných v kategorii E

Tabulka 4

Kraj	Počet ZŠ v kraji	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo		Počet zapojených tříd M-přírodov.
		počet	%	počet	%	počet	%	
Praha	218	201	92,2	188	86	44	20	4
StČ	277	198	71,5	189	68,2	31	11,2	-
JČ	174	167	96	156	89,7	46	26,4	2
ZČ	214	174	81,3	154	72	40	18,7	23
SČ	296	217	73,3	170	57	28	9,5	13
VČ	322	257	79,8	212	65,8	38	11,8	12
JM	466	382	82	351	75	41	9	10
SM	467	404	86,5	360	77	54	12	18
Brat.	82	76	92,7	75	91,5	24	29,3	1
ZS	482	397	82,4	378	78,4	39	8,1	-
StS	413	322	78	293	71	34	8,3	17
VS	401	333	83	298	74	57	14	-
Celkem	3812	3128	82,1	2824	74,1	476	12,5	100
28. roč.	3782	3012	79,6	2748	72,7	473	12,5	76

- KV FO neuvedly

b) Krajské kolo soutěže kategorií A, B, C a D

Krajské kolo FO kategorie A se konalo v sobotu 30. ledna 1988, kategorií B, C a D v sobotu 16. dubna 1988.

Výsledky krajského – druhého kola jsou uvedeny v tabulce č. 3 a v tabulce č. 6. Počet řešitelů v krajském kole se proti 28. ročníku nesměnil, zmenšil se jen počet úspěšných řešitelů. Celkem bylo v kategoriích A, B, C a D 742 úspěšných řešitelů proti 1 121 v 28. ročníku. Otázkou zůstává, zda tento pokles je jen v obtížnosti úloh. V posledních letech je zpravidla málo úspěšných řešitelů v kategorii A.

Procenta úspěšnosti v jednotlivých kategoriích:
v kategorii A 11,5 %, v kategorii B 28,3 %, v kategorii C 17,4 % a v kategorii D 15,1 %.

Celkové procento úspěšnosti všech kategorií je 17,9 %. Toto číslo svědčí přece jen o tom, že úroveň soutěžících byla v průměru slabá. Jen asi pětina soutěžících krajského kola se úspěšně vypořádala s úlohami krajského kola.

Tabulka č. 6 je dokladem k předcházejícímu tvrzení. Tabulka je obrázkem úspěšnosti jednotlivých úloh, a udává tedy úroveň odborné části druhého kola. Nejhorší výsledky měli řešitelé při řešení těchto úloh: v kategorii A – 4. úloha z povinného tématu (4,0 %), v kategorii B – 1. úloha z mechaniky (neinerciální soustava – 15 %), v kategorii C – 2. úloha ze studijního tématu (4,5 %), v kategorii D – 2. úloha z hydromechaniky (1,5 %), což je nejhorší výsledek ze všech úloh a kategorií. Například v kraji Jihomoravském a v Praze se s touto úlohou nevypořádal úspěšně ani jeden řešitel. I Bratislava má úspěšnost této úlohy velmi malou – 0,47 %.

Znovu připomínáme, že špatné výsledky mohou mít důvod

Úspěšnost úloh kategorií A, B, C, D v 2. kole v procentech

Tabulka 6

Kraj	Kategorie A				Kategorie B				Kategorie C				Kategorie D			
	Úloha č.				Úloha č.				Úloha č.				Úloha č.			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Praha	9,52	14,3	7,14	0	26,15	21,53	38,46	40	16,21	5,4	20,27	10,81	1,42	0	8,57	8,52
StČ	5,55	27,78	11,11	5,55	14,58	12,5	29,17	20,83	22,92	0	22,92	25	16,67	1,19	13,09	19
JČ	13	34,8	17,4	4,3	16,7	56,3	56,3	35,4	9,7	14,5	17,7	24,2	19,3	1,1	13,2	27,3
ZČ	15,6	9,4	12,5	4,7	16,2	33,8	30,9	42,6	22,7	6,8	36,4	2,3	13,9	4,6	25,6	27,9
SČ	48,9	20	20	4,4	8,5	27	27	17	20,3	2,6	9,7	14,2	2,3	1,1	6,6	24,2
VČ	7	29	20	0	14	31	29	31	27	1	23	13	21	1	14	18
JM	16,4	24,6	8,2	4,9	20,2	32,6	40,5	37,1	28,8	4,6	28,8	18,2	8,7	0	31,7	26
SM	16	16	13	0	6	20	17	19	22	2	22	20	15	1	31	29
Brat.	5,48	20,55	17,81	4,11	25,81	40,32	25,81	29,03	26,47	4,9	18,63	11,76	10,28	0,47	28,04	19,65
ZS	13	12	11	100	10	14	26	14	16	3	20	11	13	1	29	18
StS	12,7	11,1	9,5	4,8	15,4	59	28,2	43,6	43,1	1,7	37,9	12,1	17,6	4,1	41,9	35,1
VS	1,3	1,3	4	5,3	17,5	28	10	13	26	8,1	26	17	26,8	2,2	17,1	36,5
Průměr	13,70	18,40	12,64	4,00	15,92	31,34	29,86	28,55	23,43	4,55	23,61	14,96	13,90	1,48	21,73	24,10

v obtížnosti úloh, avšak špatné výsledky v řešení úloh z učiva studijních témat svědčí i o tom, že ani příprava řešitelů nebyla dostatečná.

c) Třetí kolo kategorie A

Celostátní kolo FO kategorie A se konalo 23.–26. března 1988 v Gottwaldově. Organizací kola byl pověřen ústřední výbor FO a KV FO Jihomoravského kraje.

Řešitelé 3. kola byli určeni na zasedání předsednictva ÚV FO dne 3. 3. 1988 ve Šlapanicích. Bylo pozváno celkem 78 žáků z celé republiky a na celostátní kolo se dostavilo 77 soutěžících, jeden pozvaný řešitel se omluvil.

Soutěžící, členové ÚV FO, zástupci ministerstev školství, OŠ KNV, zástupci města Gottwaldova a organizátoři soutěže z Jihomoravského kraje se sešli na slavnostním zahájení ve velkém sále Domu kultury ROH o. p. Svit Gottwaldov. Celostátní kolo otevřel předseda ÚV FO doc. Ing. Daniel Kluvanec, CSc. Na adresu soutěžících mimo jiné řekl: „Chci vás proto ubezpečit, že poznatky a schopnosti, které jste dosud ve fyzice získali, nebudou pro vás zbytečné, mohou se stát bází pro vaše další kroky v životě, a to nejen ve škole, ale i o několik let později v praxi. Chci vám doporučit, abyste se tomuto vědnímu oboru nadále věnovali a rozvinuli svůj talent v této oblasti ještě na vyšší úroveň.“

Ve čtvrtek 24. března proběhla teoretická část opět v KD ROH. Na řešení 4 náročných úloh měli soutěžící 4,5 hodiny času. Experimentální úlohu, kterou navrhli a materiálně zabezpečili pracovníci KV FO Jihomoravského kraje, soutěžící řešili v jednom pavilonu gymnázia v Gottwaldově.

V průběhu celostátního kola zasedal ÚV FO, který jednal o 29. ročníku FO, o přípravách na 30. ročník a o dalších úkolech FO.

Členové ÚV FO, kteří opravovali řešení úloh 3. kola: Ivo Čáp, Karel Sandler, Zdeněk Ungermann, Karel Závěta, D. Rizmanová, Daniel Kluvanec, Miroslav Ouhrabka, František Kamenčák, Rastislav Baník, Bohumil Vybíral, Arpád Kecskés, Barnabás Ipóth, Jan Schwarz, Jiří Machalický, Pavel Škrinár a členové KV FO Jihomoravského kraje. Závěrečnou redakci oprav provedli místopředseda ÚV FO Ivan Náter a jednatel Zdeněk Ungermann. Slavnostní vyhlášení výsledků se konalo v sobotu 26. března v aule technologické fakulty VUT v Gottwaldově.

Úspěšnost soutěžících 3. kola FO kategorie A

Tabulka 7

Kraj	Pozvaných	Úspěšných řešitelů	Procento úspěš.	Z nich vítězů	Procento úspěš. k počtu soutěž. ve 2. kole	
					28. r.	27. r.
Praha	6	4	66,7	3	9,5	9,3
StČ	4	1	25,0	—	2,8	5,9
JČ	2	1	50,0	1	4,3	15,3
ZČ	4	—	—	—	0,0	0,0
SČ	13	5	38,5	1	11,1	2,5
VČ	5	4	80,0	3	8,8	18,7
JM	8	5	62,5	3	8,2	10,4
SM	8	6	75,0	2	7,7	12,7
Bratisl.	8	4	50,0	3	5,4	2,2
ZS	10	3	30,0	—	3,2	2,7
StS	5	5	100,0	—	7,9	13,3
VS	4	4	100,0	—	5,3	5,0
Celkem	77	42	54,5	18	6,0	

Celý průběh celostátního kola FO kategorie A byl plynulý a bez závad. Svědčí to o dobré připravenosti soutěže a dob-

rém organizačním vedení. Děk za to patří všem funkcionářům organizačního výboru, především členům KV FO Jihomoravského kraje, jmenovitě jeho předsedovi RNDr. Petru Dubovi, CSc., řediteli gymnasia RNDr. Miroslavu Štykarovi, členům katedry fyziky strojní fakulty VUT v Brně a dále pak RNDr. Metoději Školoudíkovi, vedoucímu kabinetu fyziky KPÚ v Brně.

Výsledky 3. kola jsou shrnuty do tabulek č. 7 a 8. Absolutní vítěz získal 55 bodů z 60 možných. Z rozhodnutí ÚV FO byli všichni řešitelé, kteří získali alespoň 27 bodů, prohlášeni úspěšnými řešiteli 29. ročníku fyzikální olympiády. Soutěžící, kteří se umístili na 1. až 18. místě, se stali vítězi celostátního kola 29. ročníku FO.

Tabulka č. 7 uvádí účast a úspěšnost řešitelů jednotlivých krajů. Nejvíce řešitelů v celostátním kole měl Severočeský kraj (13), jeho úspěšnost však byla jen 38,5 %. Stoprocentní úspěšnost v celostátním kole měl kraj Středoslovenský a Východoslovenský. Uvážíme-li počet řešitelů v krajském kole, pak podle posledního sloupce byl nejúspěšnějším krajem kraj Severočeský. Zajímavé je i srovnání s 28. ročníkem.

Tabulka č. 8 udává, jak si soutěžící poradili s jednotlivými úlohami. Nejlépe dopadla třetí a experimentální úloha. Nejhorší pak druhá úloha z elektřiny. Celkem získali soutěžící 3. kola 2 253,5 bodu z 4 620 možných bodů, tj. 48,78 %.

Body	Úlohy						
	Počet řešitelů, kteří získali příslušný počet bodů						Body
	1	2	3	4	5		
0	9	22	9	22	2	10,5	2
0,5	0	4	—	—	—	11,0	5
1,0	10	4	—	1	1	11,5	—
1,5	0	2	2	1	1	12,0	6
2,0	15	1	—	6	2	12,5	2
2,5	0	2	—	—	—	13,0	3
3,0	10	7	6	3	2	13,5	1
3,5	0	6	1	—	1	14,0	2
4,0	0	6	11	4	3	14,5	—
4,5	0	3	4	—	2	15,0	1
5,0	2	4	2	—	1	15,5	1
5,5	0	2	3	—	1	16,0	2
6,0	0	0	17	6	1	16,5	1
6,5	0	1	—	—	2	17,0	2
7,0	0	0	3	15	1	17,5	1
7,5	0	1	—	—	2	18,0	1
8,0	1	2	3	7	3	18,5	1
8,5	0	1	—	—	3	19,0	1
9,0	9	1	2	4	1	19,5	2
9,5	0	2	1	—	1	20,0	8
10,0	21	6	13	8	4		
Celkem	379	271	417,5	352,5			833,5
Průměr na 1 řeš.	4,92	3,52	5,42	4,57			10,82

Vítězové celostátního kola

Umístění	Jméno-škola	Roč.	Vyučující	Celkem bodů
1.	Kis Petiková Katarína G maď., Komárno	4. M-F	Andrej Szabó	55,0
2.	Vystavěl Radek G, Prostějov	4.	Hana Procházková	54,0
3.	Kryštof Pavel SPŠE, Brno, Leninova	4.	Hana Nečasová	53,0

4.	Bartoš Tibor G A. Markuša, Bratislava	4. M	Eva Trebatická	51,0
5.	Svigoň David G, Liberec	4. M		50,0
6.	Kozlovský Pavel G, Jindřichův Hradec	4.	Josef Havelka	49,5
7.	Vašata Zbyněk G J. K. Tyla, Hr. Král.	3. M	dr. Přemysl Šedivý	46,5
8.-9.	Maxera David G, Praha 1, Hellichova	4. Pgm	Zdeněk Ptáček	46,0
8.-9.	Merta Petr G J. K. Tyla, Hr. Král.	3. M	dr. Přemysl Šedivý	46,0
10.	Kobylka Arnošt G W. Piecka, Praha 2	3. M	Jiří Kocourek	45,5
11.	Kostecký Kristián SPŠ, Šála	4.		45,0
12.-14.	Brodský Tomáš G, Brno, tř. kpt. Jaroše	3. M	L. Nezhybová	43,0
12.-14.	Peterka Radoslav G J. Hronca, Bratislava	4. MF	dr. Július Šoltés	43,0
12.-14.	Jiratka Pavel G W. Piecka, Praha 2	4. M	Ludmila Balatková	43,0
15.-16.	Pokorný Milan G, Přerov	4.	dr. M. Bartošek	42,5
15.-16.	Sedláček Ladislav G, Olomouc - Hejčín	4. MF	Ladislav Kilián	42,5
17.	Nývlt Miroslav G, Trutnov	4. MF	Antonín Mach	42,0
18.	Bujdák Martin G A. Markuša, Bratislava	4. MF	dr. K. Krosseová	41,5

Další úspěšní řešitelé

19.-21.	Polášek Marek	4.	G W. Piecka, Praha 2	40,0
19.-21.	Radler Jozef	4.	G, Zvolen	40,0
19.-21.	Rusňák Maroš	3.	G, Košice, Šmeralova	40,0
22.	Krákora Petr	4.	G, Trutnov	39,5
23.	Januschke Stanislav	3.	G J. Hronca, Bratislava	38,5
24.-25.	Měch Radomír	4.	G, Bílovec	38,0
24.-25.	Wáclawek Ján	4.	G, Lučenec	38,0
26.	Polách Jiří	4.	G, Bílovec	37,0
27.	Trnka Jaroslav	4.	G, Liberec	36,0
28.-29.	Černý Aleš	3.	G, Žilina, V. Okružná	35,0
28.-29.	Pokluda Ondřej	4.	G, Brno, tř. kpt. Jaroše	35,0
30.	Saniga Jozef	4.	G, Žilina, V. Okružná	33,5
31.-32.	Mráz Róbert	4.	G, Poprad, Zápotockého	33,0
31.-32.	Trojan Ján	4.	G, Nitra-Párovce	33,0
33.-34.	Blaha Ondřej	4.	G, Bílovec	31,5
33.-34.	Schreiber Pavel	4.	G, Krompachy	31,5
35.	Marko Peter	4.	G, Košice, Šrobárova	31,0
36.	Sedláček Michal	4.	G, Mladá Boleslav	30,5
37.	Hric Roman	4.	G, B. Bystrica, Tajovského	29,5
38.-39.	Šuta Daniel	4.	G, Chomutov	29,0
38.-39.	Truhlář Petr	4.	G, Liberec	29,0
40.-41.	Slaný Josef	4.	G, Znojmo, Komenského	28,0
40.-41.	Zatloukal Jiří	4.	G, Bílovec	28,0
42.	Semerád Petr	4.	G, Ústí nad Labem	27,5

d) Závěr soutěže kategorií A, B, C, D

Přes některé špatné výsledky řešitelů je nutné konstatovat, že i 29. ročník FO byl úspěšný.

V krajském kole všech kategorií bylo 740 úspěšných řešitelů. Zajímavé je, že se zvýšil počet žáků ze specializovaných tříd a podíl úspěšných řešitelů z těchto tříd jistě poroste. Dnes je již téměř v každém kraji speciální – krajská – třída se zaměřením na matematiku. Mezi vítězi je 13 řešitelů ze speciálních tříd, tj. 72,2 %.

Ve všech krajích se konala různá setkání řešitelů a referentů, krajská soustředění alespoň pro jednu kategorii. Byla v nich probírána studijní témata příslušné kategorie, metodika řešení fyzikálních úloh, téma shrnující a rozšiřující učební látku příslušného ročníku.

ÚV FO uspořádal pro úspěšné řešitele celostátní soustředění kategorie B, tři soustředění k mezinárodní fyzikální olympiádě a korespondenční seminář pro vybrané řešitele z celé republiky.

Celostátní soustředění vybraných řešitelů MO a FO kategorie B se uskutečnilo již potřetí v Jevíčku, okr. Svitavy, ve dnech 12. 6 až 25. 6. 1988. Pořadatelem bylo MŠ ČSR a ÚV FO a ÚV MO Východočeského kraje.

Organizací byl pověřen jednatel ÚV FO RNDr. Zdeněk Ungermann. Vedoucím účinně pomáhal RNDr. Dag Hrubý z gymnázia v Jevíčku a Petr Drahotský z gymnázia v Hradci Králové, Šimkova ulice.

Soustředění se zúčastnilo celkem 81 řešitelů, kteří byli rozděleni do čtyř tříd: 2 třídy matematicko-fyzikální, 1 třída fyzikální a 1 třída matematická. Přednášky, cvičení a besedy z fyziky vedli: doc. Ing. Ivo Čáp, CSc., RNDr. Jozef Hubeňák, Miroslav Ouhrabka, CSc., doc. Ing. Boh. Vybíral, CSc., RNDr. Vl. Mittwalský, CSc., a RNDr. Zdeněk Ungermann. Experimentální část ve třídě fyzikální vedli M. Ouhrabka a Vladimír Mittwalský. Cvičení u počítačů vedl pro zájemce Dag Hrubý.

Cíl soustředění – prohloubit odborné znalosti účastníků, získat je k dalšímu studiu matematiky a fyziky, připravit účastníky pro příští ročník olympiády – byl splněn. Že celostátní soustředění je účinnou formou péče o talentované

žáky, svědčí i to, že z účastníků soustředění 1987 v Jevíčku bylo celkem 10 vítězů 29. ročníku.

K přípravě družstva ČSSR na 19. MFO se uskutečnila tři soustředění. Jedno v Hradci Králové – vedoucí RNDr. Ivo Volf a dvě soustředění v Nitře – vedoucí doc. Ing. RNDr. Daniel Kluvanec, CSc. Na základě výsledků jednotlivých účastníků soustředění vybralo předsednictvo ÚV FO družstvo ČSSR pro soutěž MFO. Československo reprezentovali: Radek Vystavěl, Tibor Bartoš, David Maxera, Katarína Kis Petiková, Zbyněk Vašata.

e) Soutěž kategorie E

1. kolo FO kategorie E probíhalo na ZŠ od září 1987 do ledna 1988. Texty úloh 1. kola s příslušnými organizačními pokyny byly uvedeny v samostatném letáku, který vydalo SPN v Praze pro ČSR a SPN v Bratislavě pro SSR. Text prvních tří úloh ještě vyšel v časopise Matematika a fyzika ve škole a texty všech úloh v časopise ABC. Instrukční řešení soutěžních úloh a pokyny pro hodnocení, které byly zasílány prostřednictvím KV FO a OV FO, zajišťoval ÚV FO.

2. kolo kategorie E se konalo v okresech ve středu 10. února 1988. 3. kolo se konalo v sobotu 14. května 1988 v krajích, a bylo tedy organizováno KV FO.

Tabulka 4 udává přehled o účasti základních škol v 1., 2. a 3. kole soutěže. V žádném kraji není stoprocentní zapojení do FO. Relativně nejvíce zapojených škol má Bratislava (92,7 %) a Praha (92,2 %). V Praze i Bratislavě to znamená proti 28. ročníku pokles. Nejhuře je na tom kraj Středočeský (71,5 %) a Severočeský (73,3 %). Tabulka 5 uvádí počet

soutěžících v jednotlivých kolech FO kategorie E. V 1. a 2. kole se počet soutěžících žáků zvýšil proti 28. ročníku. Počet soutěžících v 3. kole je určen podmínkami kraje. Kraj podle možností a směrnice zve do 3. kola 40 až 60 nejlepších řešitelů z okresů, Severomoravský kraj pozval dokonce 66 a Jihomoravský kraj 61 řešitelů.

Je zajímavé, že úspěšnost řešitelů vyjádřená v procentech je přibližně stejná jako v 28. ročníku, prudce však stoupla úspěšnost ve 3. kole: 91,9 % proti 82,5 % v 28. ročníku. Stoupá i počet řešitelů ze tříd s rozšířeným vyučováním matematiky a přírodovědných předmětů (MP). V 28. ročníku bylo v 3. kole 90 žáků ze tříd MP a v 29. ročníku již 117 žáků.

f) Nejúspěšnější řešitelé krajského kola FO v kategoriích A, B, C, D, E

Z každého kraje a každé kategorie jsou uvedeni řešitelé umístění do 5. místa. Pokud není uvedeno jinak, jsou uvedeni řešitelé v kategoriích A, B, C, D žáky postupně 4., 3., 2. a 1. ročníku, v kategorii E 8. ročníku. Označení M, MF, Pgm znamená zaměření studijního oboru 01 Matematika, 02 Matematika a fyzika, 38 Programování. Pokud není uveden typ školy, jde o gymnázium.

PRAHA

Kategorie A

David Maxera	Praha 1, Hellichova	
Arnošt Kobylka	Praha 2, W. Piecka	3. M
Marek Polášek	Praha 2, W. Piecka	M
Hynek Plechatý	Praha 2, W. Piecka	M
Pavel Jirůtka	Praha 2, W. Piecka	M
Martin Stýblo	Praha 10, Voděradská	M

Kategorie B

Jiří Ota	Praha 4, Ohradní	
Arnošt Kobylka	Praha 2, W. Piecka	M
Jaromír Javůrek	Praha 2, W. Piecka	M
Libor Běhounek	Praha 2, W. Piecka	M
Barbora Krylová	Praha 1, Štěpánská	MF
Václav Bohdanecký	Praha 2, W. Piecka	M
Dana Daňková	Praha 4, Budějovická	
Viktor Kočka	Praha 8, U libeňského zámku	MF
Jan Petržílka	Praha 8, U libeňského zámku	MF

Kategorie C

Petr Toman	Praha 2, W. Piecka	M
Pavel Píša	Praha 8, U libeňského zámku	MF
Jiří Charvát	Praha 5 Radotín	
Jan Žemlička	Praha 8, U libeňského zámku	MF
Martin Kraus	Praha 2, W. Piecka	M
Jakub Cyach	Praha 2, W. Piecka	M

Kategorie D

Štěpán Kasal	Praha 2, W. Piecka	M
Jaroslav Hanuš	Praha 10, Voděradská	MF
Ladislav Krivánek	SPŠ, Praha 1, Panská	
Jan Dvořák	Praha 10, Voděradská	MF
Marek Španěl	Praha 4, Na vítězné pláni	
Petr Hlína	Praha 4, Na vítězné pláni	

Kategorie E

Michal Motyčka	ZŠ, Praha 4, Na planině	
Petr Guth	ZŠ, Praha 4, Křesomyslova	
Markéta Jirkovská	ZŠ, Praha 4, Mendíků	
Radek Šourek	ZŠ, Praha 9, Litvínovská	
Daniel Trnka	ZŠ, Praha 7, Umělecká	
Michal Kubeček	ZŠ, Praha 4, Na planině	

STŘEDOČESKÝ KRAJ

Kategorie A

Michal Sedláček	Mladá Boleslav	MF
Radovan Čížek	Mladá Boleslav	MF
Pavel Bubák	Mladá Boleslav	MF
Jan Malinský	Kralupy	

Kategorie B

Radek Novotný	Mladá Boleslav	MF
Jiří Blažek	Mnichovo Hradiště	
Libor Hlaváč	Příbram	MF
Pavel Máša	Kladno	MF
Dušan Vaněk	Kladno	MF
Pavel Stehlík	Příbram	MF

Kategorie C

Jan Soubusta	Benešov	
Jan Brychta	Kolín	
Tomáš Kašpar	Kolín	
Vladimír Šolc	Beroun	MF
Petr Doňar	Kralupy	
Ladislav Siegl	Brandýs nad Labem	

Kategorie D

Tomáš Pračka	Říčany
Miroslav Bárta	Benešov
Jan Kala	Kralupy
Jiří Danda	Benešov
Petr Sváček	Vlašim
Stanislav Hecht	Rakovník
Petr Chalupecký	Kladno
Lubomír Průše	Kralupy

Kategorie E

František Kolář	ZŠ, Nové Strašecí
Jan Kyselý	2. ZŠ, Vlašim
Josef Urban	6. ZŠ, Mladá Boleslav
Jakub Prox	ZŠ, Poděbrady, Na valech
Jaroslav Křeček	1. ZŠ, Kutná Hora
Josef Plachý	ZŠ, Řevnice
Jan Procházka	1. ZŠ, Beroun

JIHOČESKÝ KRAJ

Kategorie A

Pavel Kozlovský	Jindřichův Hradec, Husova	MF
Martin Kronika	České Budějovice, F. Šrámka	
Pavel Hlavnička	Pelhřimov	
Václav Šilhavý	České Budějovice, F. Šrámka	MF

Kategorie B

Martin Chvál	České Budějovice, F. Šrámka	MF
Pavel Pešek	České Budějovice, F. Šrámka	MF
František Vaněk	SPŠE, Písek	
Miroslav Kučera	Strakonice	
Michal Kučera	České Budějovice, F. Šrámka	MF

Kategorie C

Jan Macháček	Pelhřimov	
Miloš Plachý	Jindřichův Hradec	
Jan Balák	České Budějovice, Jírovcova	
Luboš Prchlík	České Budějovice, F. Šrámka	
Jakub Čermák	České Budějovice, Jírovcova	
Martin Řehout	České Budějovice, Jírovcova	

Kategorie D

Karel Netočný	České Budějovice, Jírovcova	
Pavel Kopřiva	SPŠ, Písek	
Martin Duspiva	České Budějovice, K. Šátala	
Martin Klimeš	České Budějovice, K. Šátala	
Martin Beneš	Strakonice	

Kategorie E

Jiří Wipplinger	ZŠ, Velenice	
Karel Bartoš	7. ZŠ, Tábor	
Jiří Fořt	ZŠ, Zliv	
Marcel Kadrnožka	ZŠ, Dačice, Komenského	
Pavla Davidová	ZŠ, České Budějovice, Nedbala	
Tomáš Kadlec	ZŠ, Strakonice, Dukelská	

ZÁPADOČESKÝ KRAJ

Kategorie A

Jan Müller	Plzeň, nám. Odborářů	M
Luboš Káňa	Karlovy Vary	MF
Filip Nebřenský	Ostrov nad Ohří	
Pavla Maříková	Plzeň, nám. Odborářů	3. M

Kategorie B

Šimon Kos	Plzeň, nám. Odborářů	M
Miroslav Vichor	Karlovy Vary	MF

Jakub Vosáhlo	Karlovy Vary	MF
Pavel Prautsh	Karlovy Vary	MF
Jiří Fürst	Plzeň, nám. Odborářů	M

Kategorie C

Jan Nepraš	Plzeň, nám. Odborářů	M
Martin Hanák	Klatovy	MF
Alan Svoboda	Plzeň, nám. Odborářů	M
Martin Schaffer	Karlovy Vary	MF
Jiří Šmejc	Karlovy Vary	MF
Zdeněk Hrubý	Plzeň, nám. Odborářů	

Kategorie D

Jana Šimůnková	Sokolov	Pgm
Radan Slavík	Cheb	MF
Karel Soukeník	Plzeň, nám. Odborářů	M
Václav Kučera	Karlovy Vary	MF
Šárka Zítková	Plzeň	
Petr Martinovský	Cheb	MF

Kategorie E

Luděk Marek	3. ZŠ, Cheb	
Luboš Motl	ZŠ, Plzeň, Na dlouhých	
Miroslav Spousta	ZŠ, Karlovy Vary, Tuhnice	
Jan Kotas	ZŠ, Plzeň, Na dlouhých	
Pavel Loskot	ZŠ, Karlovy Vary, Tuhnice	

SEVEROČESKÝ KRAJ

Kategorie A

Jan Dvořák	Ústí nad Labem	MF
Daniel Šata	Chomutov	
Jiří Marzíněk	Ústí nad Labem	MF
Petr Semerád	Ústí nad Labem	MF
David Svigoň	Liberec	M

Kategorie B

Štěpánka Lazarová	Děčín	
Dušan Míka	SPŠ dopravní, Děčín	
Tomáš Brázda	Teplice	MF
Jaroslav Pošva	Lovosice	
Leo Eisner	Liberec	M
Pavel Noga	Litoměřice	Pgm

Jiří Fišer	Ústí nad Labem	MF
------------	----------------	----

Kategorie C

Petr Klokočník	Jablonec	
Marie Kovářová	Liberec	MF
Tomáš Fencel	Teplice	MF
Vladislav Oslej	SPŠ stav., Děčín	
Václav Keller	Děčín	

Kategorie D

Tomáš Glabazna	Roudnice	
Zdeněk Slavík	Děčín	
Vladimír Dvořák	Liberec, Partyzánská	MF
Radek Škoda	Liberec, Partyzánská	MF
Filip Bárta	Liberec, Partyzánská	MF

Kategorie E

Martin Beran	1. ZŠ, Kadaň	
Daniel Morávek	6. ZŠ, Měeno	
Václav Dollček	ZŠ, Česká Kamenice	
Tomáš Zelerin	ZŠ, Ústí nad Labem, Karla IV.	
Jaroslav Kohout	2. ZŠ, Žatec	
H. Pšenička	8. ZŠ, Chomutov	
Josef Chomýn	2. ZŠ, Kadaň	
Jaroslav Horák	4. ZŠ, Jablonec nad Nisou	
Rudolf Štefan	6. ZŠ, Litoměřice	
Ivan Pařízek	ZŠ, Nový Bor, U lesa	

VÝCHODOČESKÝ KRAJ

Kategorie A

Zbyněk Vašata	Hradec Králové, J. K. Tyla	3. M
Miroslav Nývlt	Trutnov	MF
Jan Janoušek	Hradec Králové, Šimkova	MF
Petr Merta	Hradec Králové, J. K. Tyla	3. M
Petr Krákora	Trutnov	MF

Kategorie B

Jaroslav Valášek	Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Robert Latýn	Hradec Králové, J. K. Tyla	MF
Petr Duczynski	Nová Paka	
Petr Merta	Hradec Králové	M

Kamil Holub

Náchod

Kategorie C

Jan Vomlel

Hradec Králové

M

Jiří Slavík

Hradec Králové, J. K. Tyla

M

Petr Laušman

Trutnov

MF

Aleš Dryák

Nový Bydžov

Miroslav Krsek

Hradec Králové, J. K. Tyla

M

Jiří Příhoda

Trutnov

MF

Kategorie D

Roman Ždárek

Dobruška

Petr Tobiška

Hradec Králové, J. K. Tyla

M

Petr Křeček

Hradec Králové, J. K. Tyla

M

Jakub Trnka

Hradec Králové, J. K. Tyla

M

Martin Jirman

Náchod

MF

Kategorie E

Roman Novotný

ZŠ, Nová Paka, Komenského

Martin Mráz

ZŠ, Náchod, Komenského

Leoš Ungermann

ZŠ, Hradec Králové, S. Allenda

7. r.

Radek Seidl

ZŠ, Opočno

Milan Krtička

ZŠ, Police nad Metují

JIHOMORAVSKÝ KRAJ

Kategorie A

Pavel Kryštof

SPŠ el., Brno, Leninova

Radek Vystavěl

Prostějov

Tomáš Brodský

Brno, kpt. Jaroše

3. M

Cyril Klinkovský

SPŠ, Gottwaldov

Pavel Hofírek

Kyjov

Ondřej Pokluda

Brno, kpt. Jaroše

MF

Kategorie B

Michal Juřek

Boskovice

Václav Kaklčík

Uherský Brod

Tomáš Brodský

Brno, kpt. Jaroše

M

Pavel Horský

Brno, Elgartova

Antonín Kokeš

Vyškov

Kategorie C

Zdeněk Salvét

Uherský Brod

MF

Radomír Kadlec	Brno, Koněvova	MF
Marek Brejl	Brno, kpt. Jaroše	M
Roman Daniel	Brno, Koněvova	Pgm
Jakub Chalupník	Jihlava	

Kategorie D

Jaromír Beneš	Brno, Koněvova	MF
Jiří Kalvoda	Brno, kpt. Jaroše	M
Aleš Kratochvíl	Brno, kpt. Jaroše	M
Jan Pavelka	Brno, kpt. Jaroše	MF

Kategorie E

Petr Kosička	ZŠ, Boskovice, Zápotockého	
Filip Můns	ZŠ, Brno, Křídlovická	MP
Milan Brejl	ZŠ, Brno, Sirotkova	MP
Kamila Dragová	10. ZŠ, Gottwaldov	MP
René Hanyk	ZŠ, Brno, Sirotkova	MP
Jitka Kulichová	4. ZŠ, Ždár nad Sázavou	
Filip Kvapil	ZŠ, Brno, Křídlovická	MP
Rudolf Michálek	ZŠ, Veselí n. M., Komenského	

SEVEROMORAVSKÝ KRAJ

Kategorie A

Jiří Zatloukal	Bílavec	M
Ondřej Blaha	Bílavec	M
Radomír Měch	Bílavec	M
Milan Pokorný	Přerov	
Tomáš Nejezchleba	Nový Jičín	

Kategorie B

Robert Myška	Olomouc, Jiřího z Poděbrad	MF
Tomáš Nenička	Opava	MF
Roman Jukl	Havířov, Komenského	
Miloš Lenoš	Olomouc – Hejčín	MF
Tomáš Schiffauer	Bílavec	M

Kategorie C

Petr Hliněný	Bílavec	M
Pavel Lajšner	Šumperk	MF
Daniel Janeba	Bílavec	M
Radek Hartman	Bílavec	M
Luděk Vecsey	Bílavec	M

Kategorie D

Marek Ožana	Ostrava, Šmeralova	MF
Jaroslav Veselý	Ostrava, Šmeralova	MF
Jiří Hon	Ostrava, Šmeralova	MF
Jan Cincibuch	Bílovec	M
Daniel Marcš	Ostrava – Poruba	
Aleš Stempěn	Bílovec	M

Kategorie E

Jiří Matyščák	ZŠ, Rožnov p. R., Pod Skalkou	
Věra Šmejcová	ZŠ, Ostrava 1, Podlahova	
Aleš Kolenovský	ZŠ, Nový Jičín, Jubilejní	MP
Romana Kozlová	ZŠ, Nový Jičín, Jubilejní	MP
Zdeněk Macura	ZŠ, Frýdek – Místek, Rudé armády	MP
Ivo Šlosarčík	ZŠ, Ostrava, Matiční 5	MP

BRATISLAVA

Kategorie A

Tibor Bartoš	Bratislava, A. Markuša	M
Stanislav Januschke	Bratislava, J. Hronca	MF
Róbert Szelle	Bratislava, maď., Dunajská	
Milan Mosný	Bratislava, J. Hronca	3. MF
Dávid Páncza	Bratislava, A. Markuša	M

Kategorie B

Igor Baník	Bratislava, J. Hronca	MF
Stanislav Januschke	Bratislava, J. Hronca	MF
Andrej Doboš	Bratislava, A. Markuša	M
Ilja Martišovitš	Bratislava, J. Hronca	MF
René Pázman	Bratislava, J. Hronca	MF

Kategorie C

Martin Dindoš	Bratislava, J. Hronca	MF
Peter Šabo	Bratislava, Makarenkova	Pgm
Vladimír Ďuračka	Bratislava, J. Hronca	MF
Ondrej Šuch	Bratislava, A. Markuša	M
Rudolf Sedmina	Bratislava, J. Hronca	MF

Kategorie D

Ján Richter	Bratislava, A. Markuša	M
Peter Langfelder	Bratislava, J. Hronca	MF

Martin Vojtko	Bratislava, J. Hronca	MF
Marián Ďurkovič	Bratislava, Vazova	Pgm
Miroslav Kočan	Bratislava	MF

Kategorie E

Ján Mašek	ZŠ, Dubová	7.
Martin Drozda	ZŠ, Košická	
Karol Macák	ZŠ, Beňovského	
Miloš Volauf	ZŠ, Košická	
Pavol Mederly	ZŠ, Košická	
Andrej Hronec	ZŠ, Nevädzová	
Juraj Lányi	ZŠ, Cádova	
Marek Ochaba	ZŠ, Lamač	

ZÁPADOSLOVENSKÝ KRAJ

Kategorie A

Katarína Kis Petiková	G maď., Komárno	MF
Branislav Hladký	Trenčín	MF
Zsolt Radi	G maď., Komárno	MF
Richard Rišňovský	Nitra – Párovce	MF
Kristián Kostecký	SPŠCh, Šala	

Kategorie B

Eva Fašangová	G maď., Želiezovce	Pgm
Richard Rišňovský	Nitra – Párovce	MF
Arnold Pompoš	Levice	Pgm
Zsolt Radi	G maď., Komárno	MF
Gabriel Varga	G maď., Šamorín	Pgm

Kategorie C

Ondrej Šedivý	Nitra – Párovce	MF
Ivo Kluvanec	Nitra – Párovce	MF
Magdaléna Molnárová	G maď., Dunajská Streda	MF
Andrej Gutta	Malacky	Pgm
Luboš Amberský	Piešťany	Pgm

Kategorie D

Peter Macko	Nitra, E. Gudernu	MF
Ignác Bugár	G maď., Galanta	Pgm
Anikó Kériová	G maď., Komárno	MF
Renáta Vargová	G maď., Komárno	MF

Milan Šotník	Trnava	MF
Kategorie E		
Andrej Hrmo	ZŠ, Nitra, Topoľová	
Robert Varga	ZŠ, Hurbanovo	
Peter Ivanický	ZŠ, Kľačany	
Peter Kľuvánek	ZŠ, Bánovce nad Bebravou	
Patrik Zámečník	ZŠ, Nové Mesto nad Váhom III	

STŘEDOSLOVENSKÝ KRAJ

Kategorie A

Ján Wáclavek	Lučenec	
Jozef Radler	Zvolen	MF
Aleš Černý	Žilina, Veľká Okružná	3. M
Roman Hric	Banská Bystrica, Tajovského	MF
Jozef Saniga	Žilina, Veľká Okružná	M

Kategorie B

Aleš Černý	Žilina, Veľká Okružná	M
Peter Korbačka	Žilina, Veľká Okružná	M
Michal Hrabovec	Žilina, Wolkerova	MF
Emil Chuchút	Banská Bystrica, Tajovského	MF
Martin Hrnčiar	Žilina, Wolkerova	MF

Kategorie C

Juraj Kodýtek	Banská Bystrica, Tajovského	MF
Dušan Gašpar	Žiar nad Hronom	
Ľubomír Tesár	Brezno	
Viktor Ištok	Banská Bystrica, Tajovského	MF
Peter Hakel	Prievidza	MF
Ivan Marčák	Žilina, Veľká Okružná	

Kategorie D

Ivo Čáp	Žilina, Veľká Okružná	MF
Šimon Malý	Žiar nad Hronom	MF
Marian Kollárik	Banská Bystrica, Tajovského	MF
Radoslav Harman	Liptovský Hrádok	
Vojtech Goceliak	Banská Bystrica, Tajovského	M

Kategorie E

Ladislav Gassy	ZŠ, Rimavská Sobota
Eubomír Macek	ZŠ, Liptovský Mikuláš
Rastislav Zanolit	ZŠ, M. Kukučina, Dolný Kubín
Silvia Pristachová	ZŠ, SNP, Povážská Bystrica
Jozef Chocholáček	ZŠ, Zákamenné

VÝCHODOSLOVENSKÝ KRAJ

Kategorie A

Maroš Rusňák	Košice, Šmeralova	MF
Peter Marko	Košice, Šrobárova	MF
Pavol Schrieber	Krompachy	
Robert Mráz	Poprad, Zápotockého	

Kategorie B

Emil Knežo	Michalovce	
Eduard Bitto	Poprad, Zápotockého	
Peter Fúsek	Poprad, Leninovo nábr.	
Adriana Jancurová	Humenné	
Ján Magdo	Košice, Šrobárova	MF

Kategorie C

Vladimír Skalský	Prešov, T. Ševčenka	
Štefan Tkáčik	Michalovce	
Pavol Kristián	Košice, Šrobárova	MF
Roman Krištof	Košice, Šmeralova	MF
Vladimír Vodila	Košice, Šmeralova	MF

Kategorie D

Ondrej Pajtáš	Michalovce	
Eubomír Zlacký	Michalovce	
Ján Vyparina	Košice, Šmeralova	MF
Robert Drotár	Michalovce	
Henrich Palo	Michalovce	
Jozef Lapoš	Humenné	
Richard Marko	Košice, Šrobárova	
Jaroslav Myšička	Snina	
Juraj Kundrát	SPŠ elektro, Košice	

Kategorie E

C. Hruščák	ZŠ, Poprad, Tajovského
------------	------------------------

M. Chladný	ZŠ, Košice, Steinerova
J. Poliaková	ZŠ, Revúca, Hviezdoslavova
M. Kužma	ZŠ, Humenné, Kudlovská
M. Gura	ZŠ, Spišská Nová Ves, Nejedlého
M. Baňasová	ZŠ, Prešov – Ľubotice
M. Krasňanský	ZŠ, Košice, Kótayho

II. Soutěžní úlohy

1. Úlohy kategorie A

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. D. Kluvanec, CSc.)

Rovnorodá drevená tyč všade rovnakého prierezu s hmotnosťou m a s dĺžkou d je otáčavo uchytená v jednom svojom koncovom bode tak, že sa môže otáčať okolo vodorovnej osi o . Na začiatku je tyč v pokoji vo zvislej polohe (obr. A-1). Strela s hmotnosťou m_0 letiaca v kolmom smere na tyč a na os o rýchlosťou v_1 zasiahne tyč v blízkosti jej dolného koncového bodu a prestrelí tyč. Po prestrelení tyče má strela rýchlosť v_2 , $v_2 < v_1$. Tyč sa v dôsledku zásahu strelou vychýli zo zvislej polohy.

a) Určte uhol α vychýlenia tyče po zásahu strely.

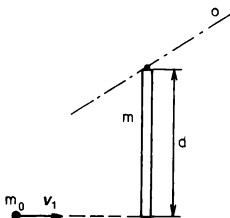
b) Určte podiel k energie E_1 tyče, ktorú má po zásahu strelou, a zmeny ΔE_2 kinetickej energie E_2 strely počas uvedeného deja.

Trenie a odpor prostredia pri otáčaní tyče neuvažujte.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $m = 2,0 \text{ kg}$, $d = 2,0 \text{ m}$, $m_0 = 0,020 \text{ kg}$, $v_1 = 1200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 1100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Moment zotrvačnosti tyče vzhľadom na danú os je $I = \frac{1}{3}md^2$.

Riešenie

Predpokladajme, že drevená tyč je tuhé teleso, ktoré sa priestrelom nemení. Strela v porovnaní s tyčou je malá.



Obr. A-1

- a) Zmena ΔL momentu hybnosti strely je rovná momentu hybnosti tyče po zásahu strely

$$m_0(v_1 - v_2)d = I\omega, \quad (1)$$

kde I je moment zotrvačnosti tyče vzhľadom na os o ($I = \frac{1}{3}md^2$) a ω uhlová rýchlosť tyče v okamihu, keď strela opustí tyč. Dosadením za I do (1) a úpravou máme

$$\omega = 3 \frac{m_0}{m} \cdot \frac{v_1 - v_2}{d}.$$

Kinetická energia tyče po zásahu strely je

$$E_1 = \frac{1}{2}I\omega^2 = 1,5 \cdot \frac{m_0^2(v_1 - v_2)^2}{m}. \quad (2)$$

Uhol α vychýlenia tyče zo zvislej polohy určíme z rovnosti sačiatočnej kinetickej energie (2) tyče a zmeny potenciálnej energie tyče pri najväčšom vychýlení tyče o uhol α .

$$E_1 = 1,5 \cdot \frac{m_0^2 (v_1 - v_2)^2}{m} = mg \frac{d}{2} (1 - \cos \alpha).$$

Z toho úpravou

$$\alpha = \arccos \left[1 - \frac{3m_0^2 (v_1 - v_2)^2}{m^2 g d} \right],$$

$$\alpha \in (0, 90^\circ).$$

b) Pre podiel k máme

$$k = \frac{E_1}{\Delta E_2} = \frac{1,5 \cdot \frac{m_0^2 (v_1 - v_2)^2}{m}}{\frac{1}{2} m_0 (v_1^2 - v_2^2)},$$

úpravou

$$k = 3 \cdot \frac{m_0}{m} \cdot \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}.$$

Pre dané hodnoty:

a) $\alpha \doteq 32^\circ$

b) $k \doteq 1,3 \cdot 10^{-3}$. Prakticky celá energia odovzdaná strelou sa zmení na teplo a nevratnú deformáciu tyče.

- b) Počet n_1 vlnových dĺžok, ktoré vyslal vysielateľ za dobu t_0 , je

$$n_1 = f_0 t_0.$$

Rovnaký počet n_2 vlnových dĺžok zachytil prijímač pozorovaného centra

$$n_2 = n_1 = f_0 t_0.$$

- c) Doba t nahrávania signálu v prijímacom centre je rovná dobe prijímania signálu, t.j.

$$t = nT = n \frac{1}{f},$$

po dosadení za f z a) a úpravou dostaneme

$$t = t_0 \sqrt{\frac{c + v_0}{c - v_0}}.$$

- d) Podľa pozorovateľa na povrchu Zeme vysielateľ vysielal za čas

$$t_1 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{ct_0}{\sqrt{c^2 - v_0^2}}.$$

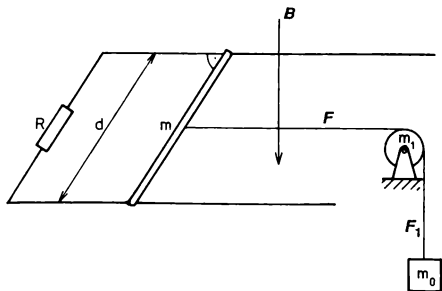
Za tento čas loď prekonala dráhu

$$d = v_0 t_1 = \frac{v_0 c t_0}{\sqrt{c^2 - v_0^2}}.$$

Pre dané hodnoty:

- a) $f \doteq 0,92 \text{ GHz}$, $\lambda \doteq 0,33 \text{ m}$
 b) $n_1 = n_2 = 4,2 \cdot 10^{11}$
 c) $t \doteq 460 \text{ s}$
 d) $d \doteq 3,9 \cdot 10^{10} \text{ m}$

3. úloha (navrhol RNDr. B. Ipóth)



Obr. A-2

Dva priame a navzájom rovnobežné drôty sú na jednom konci spojené s rezistorom a odporom R . Rovina drôtov je vodorovná, vzájomná vzdialenosť drôtov je d . Kolmo na drôty je položená elektricky vodivá tyč s hmotnosťou m , ktorá vo svojom strede má uchytené vlákno, spojené s telesom s hmotnosťou m_0 . Vlákno prechádza cez šliabok pevnej valcovej kladky s hmotnosťou m_1 . Indukčné čiary rovnorodého magnetického poľa s indukciou B majú zvislý smer podľa ob-

rážku A-2. Tyč je najskôr v pokoji pridržiavaná napr. rukou alebo zarážkou. Potom tyč v istom okamihu uvoľníme.

- Určte veľkosť zrýchlenia a pohybu tyče ako funkciu veľkosti jej okamžitej rýchlosti v .
- Určte veľkosť sily F napínajúcej vlákno medzi tyčou a kladkou, veľkosť sily F_1 napínajúcej vlákno medzi kladkou a telesom, ako funkcie veľkosti okamžitej rýchlosti v pohybu tyče.
- Určte veľkosť maximálnej rýchlosti v_1 , ktorú tyč získa, ak sú drôty dostatočne dlhé.
- Určte elektrický prúd I_1 , ktorý prechádza rezistorom pri maximálnej rýchlosti pohybu tyče.

Časť vlákna medzi tyčou a kladkou je vodorovná, vlákno je dokonale ohybné, neroztiahnuteľné a má veľmi malú hmotnosť. Trenie pri pohybe tyče po drôtoch a trenie v osi kladky sú veľmi malé, vlákno v žliabku kladky nekľže. Elektrický odpor tyče a elektrický odpor drôtov je veľmi malý.

Riešenie

- Tyč je jedným zo sústavy troch telies spojených vláknom. Pri pohybe tyče pôsobením tiažovej sily $F_G = mg$ sa indukuje v tyči elektrické napätie, ktoré je príčinou vzniku prúdu v obvode tyče a rezistora i brzdiacej magnetickej sily F_m pôsobiacej na tyč s prúdom v magnetickom poli. Pre indukované napätie U_i v tyči a prúd I v obvode tyče platí

$$U_i = Bdv,$$

$$I = \frac{Bdv}{R}.$$

Na tyč pri jej pohybe pôsobí magnetická sila F_m

$$F_m = B d I = \frac{B^2 d^2 v}{R}.$$

Pre pohyb sústavy platí

$$m_0 g - F_m = \left(m_0 + m + \frac{m_1}{2} \right) a.$$

Po dosadení za F_m a úprave určíme

$$a = 2 \frac{m_0 g R - B^2 d^2 v}{R [2(m_0 + m) + m_1]}. \quad (1)$$

- b) Sila F napínajúca vlákno medzi tyčou a kladkou má veľkosť

$$F = m_0 g - \left(m_0 + \frac{m_1}{2} \right) a.$$

Pri určení týchto vzťahov bola použitá metóda obrazových sústav D. Kľuvanca, RMF 67, 1988/1989, č. 5 a 6. Po dosadení za zrýchlenie a z (1) a úpravou dostaneme

$$F = \frac{2 m m_0 g R + B^2 d^2 (2 m_0 + m_1) v}{R [2(m_0 + m) + m_1]}.$$

Sila F_1 napínajúca vlákno medzi telesom a kladkou má veľkosť

$$F_1 = m_0 g - m_0 a = m_0 (g - a).$$

Znova po dosadení za a z (1) a úprave dostaneme

$$F_1 = \frac{(2m + m_1) R g + 2 B^2 d^2 v}{R [2(m + m_0) + m_1]}.$$

- c) Najväčšia rýchlosť v_1 má veľkosť v_1 , ktorú dostaneme zo vzťahu (1), ak uvažíme, že v tom prípade $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;

$$v_1 = m_0 \frac{gR}{B^2 d^2}.$$

- d) Najväčší elektrický prúd I_1 v obvode je

$$I_1 = \frac{Bdv_1}{R} = \frac{Bd}{R} m_0 \frac{gR}{B^2 d^2},$$

$$I_1 = \frac{m_0 g}{Bd}.$$

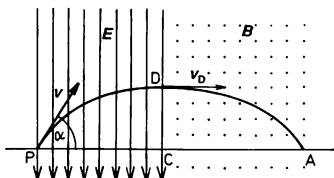
4. úloha (navrhol RNDr. J. Honner)

Máme stejnorodé elektrické pole s intenzitou E , jehož siločáry majú smer svisle dolú. Na něj navazuje stejnorodé magnetické pole s vodorovnými indukčnými čarami podľa obrázku A-3. Proton vletí do elektrického pole v bode P tak, že jeho okamžitá rýchlosť v tomto bode svírá s vodorovnou rovinou úhel α . Do magnetického pole vletí v bode D , kde jeho okamžitá rýchlosť má vodorovný smer. Jeho trajektoria protína ďalej vodorovnou rovinu prechádzajúcou bodom P v bode A tak, že $|PC| = |AC| = d$. Celá uvedená trajektoria protonu leží ve svislej rovine kolmej k indukčným čarám.

- Určete veľkosť v rýchlosti protonu v bode P .
- Určete veľkosť B indukcie magnetického pole.
- Určete dobu prúletu t protonu elektrickým a magnetickým polem.

Úlohu riešte najprve obecně, potom pro hodnoty:

$$E = 1,0 \cdot 10^2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}, \alpha = 30^\circ, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, d = 0,50 \text{ m}.$$



Obr. A-3

Riešenie

Protón v elektrickom poli má parabolickú trajektóriu, v magnetickom poli kružnicovú trajektóriu. Gravitačná sila je o deväť rádov menšia ako elektromagnetická a preto ju možno zanedbať.

a) Zvislá zložka zrýchlenia protónu v elektrickom obvode je

$$a = \frac{eE}{m}, \quad (1)$$

kde m je pokojová hmotnosť protónu, e elementárny náboj. Pre vzdialenosť $|PC|$ platí vzťah zhodný s príslušným vzťahom pre šikmý vrh

$$|PC| = d = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{2a},$$

po dosadení za a z (1) a úprave máme

$$v = \sqrt{\frac{2deE}{m \sin 2\alpha}}. \quad (2)$$

- b) Pre pohyb protónu v magnetickom poli platí, že zložka $v \cos \alpha$ jeho rýchlosti v je stála, magnetická sila je silou dostredivou

$$\frac{m(v \cos \alpha)^2}{R} = eBv \cos \alpha, \quad (3)$$

z toho

$$B = \frac{mv \cos \alpha}{eR}, \quad (4)$$

kde R je polomer kružnicovej trajektórie v magnetickom poli so stredom krivosti v bode S . Vzdialenosť y je tiež výška letu protónu,

$$y = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2a},$$

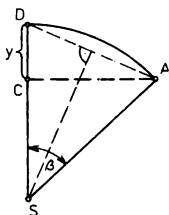
po dosadení sa v a úpravou máme

$$y = \frac{1}{2}d \operatorname{tg} \alpha.$$

Z obrázku A-4 platí

$$R^2 = \left(R - \frac{1}{2}d \operatorname{tg} \alpha \right)^2 + d^2,$$

$$R = \frac{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} d.$$



Obr. A-4

Dosadením v z (2) a R z posledného vzťahu do (4) a úpravou dostaneme

$$B = \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha} \sqrt{\frac{mE}{ed}} \operatorname{tg} \alpha.$$

c) Doba letu protónu v elektrickom poli je

$$t_1 = \frac{v \sin \alpha}{a} = \sqrt{\frac{md}{eE}} \operatorname{tg} \alpha.$$

Doba letu protónu v magnetickom poli po kružnicovej trajektórii DA so stredovým uhlom β je

$$t_2 = \frac{R\beta}{v \cos \alpha} = \frac{R}{v \cos \alpha} \arcsin \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

lebo z obrázku A-4 vyplýva

$$\sin \beta = \frac{d}{R} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (5)$$

Pre t_2 dosadením za R z (5) a za v z (2) máme

$$t_2 = \frac{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{md}{eE}} \operatorname{tg} \alpha \arcsin \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Celková doba letu protónu medzi bodmi P, A

$$\begin{aligned} t &= t_1 + t_2 = \\ &= \sqrt{\frac{md}{eE}} \operatorname{tg} \alpha \left(1 + \frac{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \arcsin \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha} \right). \end{aligned}$$

Po dosadení zadáných hodnôt

- a) $v \doteq 1,0 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,
- b) $B \doteq 1,0 \text{ mT}$,
- c) $t \doteq 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.

5. úloha (navrhol doc. RNDr. A. Kecskés, CSc.)

Vo vnútri veľkej gule s polomerom R vyhotovenej zo skla s indexom lomu n je umiestnená päťhalierová minca tak, že kolmica k minci zostrojená z jej stredu splýva s priemerom gule. Ak sklenú guľu otáčame oproti svetlu, môžeme pozorovať dva optické obrazy mince kruhového tvaru, a to jeden s minimálnym a druhý s maximálnym priemerom.

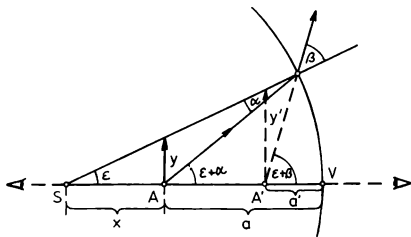
- a) Určte zväčšenia Z_1 a Z_2 priemeru vytvorených kruhových obrazov a ich pomer $k = Z_2 : Z_1$.

- b) Určte miesto uloženia mince (predmetovú vzdialenosť) ako funkciu k .
- c) Určte skutočný priemer mince, ak poznáme veľkosti priemerov d'_1, d'_2 pozorovaných obrazov.
- Úlohu riešte najskôr všeobecne, potom pre hodnoty: $n = 1,50, d'_1 = 18,4 \text{ mm}, d'_2 = 34,2 \text{ mm}$.

Riešenie

Minca v porovnaní s guľou je malá, preto môžeme použiť zákony zobrazovania paraxiálnej optiky.

Odvoďme najskôr zobrazovaciu rovnicu pre zobrazenie bodov vo vnútri sklenej gule do okolia (obr. A-5).



Obr. A-5

Pre malé uhly ϵ, α, β možno písať

$$\begin{aligned}\epsilon R &= (\epsilon + \alpha)a = (\epsilon + n\alpha)a', \\ (R - a)\epsilon &= a\alpha,\end{aligned}$$

kde a je predmetová vzdialenosť, a' obrazová vzdialenosť. Význam uhlov ϵ, α je zrejmý z obrázku A-5.

Vylúčením ϵ, α z uvedených rovníc a úpravou máme

$$\frac{n}{a} - \frac{1}{a'} = \frac{n-1}{R}. \quad (1)$$

Zväčšenie Z , ako vyplýva z obrázku A-5, je

$$Z = \frac{y'}{y} = \frac{R - a'}{R - a},$$

po dosadení za R z (1) a úprave dostaneme

$$Z = n \frac{a'}{a}, \quad (2)$$

y je polovica priemeru mince, y' je polovica priemeru obrazu mince.

a) Pri pozorovaní mince z pravej strany (1. prípad) možno pre zväčšenie Z_1 písať

$$Z_1 = \frac{nR}{nR - (n-1)a}. \quad (3)$$

(Z_1 sme vyjadrili ako funkciu z použitím (1) a (2).)

Pri pozorovaní mince z ľavej strany (2. prípad) predmetová vzdialenosť bude $2R - a$, zväčšenie Z_2

$$Z_2 = \frac{nR}{(2-n)R + (n-1)a}, \quad (4)$$

kde $a = AV$, t.j. predmetová vzdialenosť mince pre 1. zobrazenie.

Podiel

$$k = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{nR - (n-1)a}{(2-n)R + (n-1)a}. \quad (5)$$

Môžeme sa presvedčiť $k \geq 1$, lebo $R \geq a$.

b) Funkciu $a = f(k)$ možno vyjadriť z (5)

$$a = R \frac{n - (2-n)k}{(n-1)(k+1)}. \quad (6)$$

c) Skutočný priemer d mince možno určiť napr. z (3)

$$d = \frac{d'_1}{Z_1} = d'_1 \frac{nR - (n-1)a}{nR} = d'_1 \frac{2k}{n(k+1)},$$

kde sme za a dosadili vzťah (6).

Hodnotu k pre náš prípad možno určiť so vzťahu (5), ak uvážime, že

$$k = \frac{d'_2}{d'_1}.$$

Potom

$$d = \frac{2d'_1 d'_2}{n(d'_1 + d'_2)}.$$

Pre dané hodnoty veličín:

a) Z (6) určíme predmetovú vzdialenosť pre

$$k = \frac{d'_2}{d'_1} \doteq 1,86.$$

b) $a \doteq 0,399 R$. Túto hodnotu dosadíme do (3) a (4). Máme $Z_1 \doteq 1,15$; $Z_2 \doteq 2,14$.

c) $d \doteq 16,0 \text{ mm}$.

6. úloha (navrhol doc. RNDr. A. Kecskés, CSc.)

Máme k dispozícii sklenú akvariijnú nádobu s kvapalinou a zdroj svetla. Na jednej stene tejto nádoby je priesvitné tienidlo (napríklad pauzovací papier). Kvapalina má známy index lomu n_1 . Zdrojom svetla možno do nádoby z protifahej strany nasmerovať na stenu s tienidlom rovnobežný zväzok lúčov.

Navrhňte takú metódu na určenie indexu lomu skla, z ktorého je zhotovená dvojvypuklá šošovka s priemerom D , aby k určeniu indexu lomu bolo potrebné merať okrem merania priemeru D danej šošovky len jedinú ďalšiu veličinu dĺžkového charakteru.

Navrhnutú metódu najprv teoreticky zdôvodnite a potom vykonajte meranie. Výsledky zaznamenajte do vhodných tabuliek, určte index lomu a chybu merania.

Poznámka. K meraniu použite pomôcky zo súpravy pre optiku.

Riešenie

Návod k meraniu. Šošovku považujeme za tenkú šošovku. Môžeme použiť tento postup.

1. Odmeriame priemer D_1 šošovky.
2. Šošovku umiestnime do prázdneho akvária tak, aby zdroj rovnobežných lúčov sa zobrazil na tienidle ako bod.
3. Naplníme akvárium vodou s indexom lomu n_1 . Na tienidle namiesto bodu sa objaví kruhová škvrna. Odmeriame jej priemer D_2 .
4. Index lomu skla šošovky určíme so vzťahu

$$n = \frac{n_1 D_2}{n_1 D_2 - (n_1 - 1) D_1}. \quad (1)$$

Zdôvodnenie vzťahu:

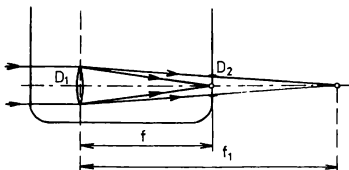
Šošovka vo vzduchu má ohniskovú vzdialenosť f , vo vode f_1 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (n - 1)k, \\ \frac{1}{f_1} &= \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right) k, \end{aligned}$$

kde $k = \frac{2}{R}$, R je polomer krivosti šošovky.
Z obrázku A-6 platí

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{f_1}{f_1 - 1}.$$

Z týchto vzťahov vyplýva výsledok (1).



Obr. A-6

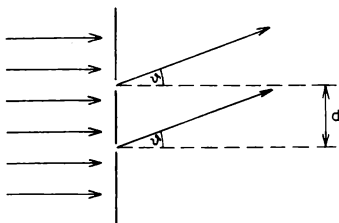
7. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. D. Kluvanec, CSc.)

Rovinná elektromagnetická vlna dopadá kolmo na dve úzke štrbiny, ktorých vzdialenosť je d (obr. A-7).

- a) Elektrickú alebo magnetickú intenzitu tohto vlnenia možno všeobecne zapísať rovnicou $y = A_0 \sin \omega t$, kde y je okamžitá hodnota intenzity, A_0 amplitúda, ω uhlová frekvencia a t čas. Ak sa vlnenie šíri v smere osi z , potom vo vzdialenosti z je dané rovnicou $y = A_0 \sin \omega(t - \frac{z}{c})$, kde c je rýchlosť šírenia vlny.

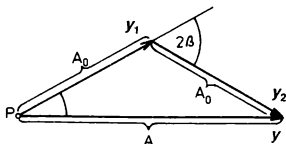
Dokážte, že výsledné vlnenie po interferencii dvoch lúčov, po ich ohybe na štrbinách o úhol ϑ , má výslednú amplitúdu $A = 2A_0 \cos \beta$, fázu $\beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \vartheta$, kde λ je vlnová dĺžka vlnenia.

- b) Vychádzajúc z predchádzajúceho výpočtu ukážte, že interferenciu oboch lúčov možno modelovo znázorniť skladaním dvoch vektorov s veľkosťami A_0 a vzájomným uhlom 2β .



Obr. A-7

- c) Rozšírte model z bodu b) z dvoch na n štrbín. Dokážte, že koncové body vektorov zobrazujúce vlnenie z jednotlivých štrbín ležia na kružnici. Určte polomer R tejto kružnice.
- d) Určte amplitúdu A výsledného vlnenia.
- e) Určte fázu φ výsledného vlnenia.
- f) Vieme, že intenzita I elektromagnetickej vlny je priamo úmerná druhej mocnine amplitúdy A vlnenia. Približne znázorníte závislosť intenzity výsledného vlnenia ako funkciu uhla β . Určte ďalej najväčšiu amplitúdu intenzity výsledného vlnenia. Výsledok vysvetlite. Pre ktoré uhly β bude amplitúda intenzity vlnenia najväčšia?



Obr. A-8

Riešenie

a) Pre vlny ohnuté na štrbinách platí

$$y_1 = A_0 \sin \omega t,$$

$$y_2 = A_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right),$$

kde x je dráhový rozdiel vln ohnutých o uhol ϑ . Výsledná vlna je daná vzťahom

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = 2A_0 \frac{\cos \omega x}{2c} \sin \omega \left(t - \frac{x}{2c} \right) = \\ &= 2A_0 \cos \beta \sin(\omega t - \beta) = A \sin(\omega t - \beta). \end{aligned}$$

V tomto výraze sme urobili substitúcie

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\omega x}{2c} = \frac{\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \vartheta, \\ A &= 2A_0 \cos \beta. \end{aligned}$$

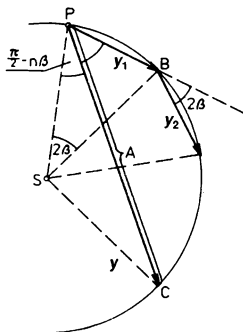
Začiatočná fáza výslednej vlny je $-\beta$.

b) Interferenciu možno modelovať pomocou fázorov y_1, y_2 (obr. A-8), ktoré zvierajú uhol 2β .

Z obrázku A-8 máme

$$A = 2A_0 \cos \beta.$$

Vektor y (symbolizujúci výslednú vlnu) má vzhľadom na vektor y_1 začiatočnú fázu $-\beta$.



Obr. A-9

- c) Model z úlohy b) rozšírime na n fázorov $y_1, y_2, \dots, y_n$ (vzájomný uhol susedných fázorov je 2β). Fázory geometricky predstavujú tetivy kružnice s polomerom R a so stredom v bode S (obr. A-9).

Z ΔPSB máme

$$R = \frac{A_0}{2 \sin \beta}.$$

- d) Amplitúda A výsledného vlnenia, ako to vyplýva z obrázku A-9, má hodnotu

$$A = 2R \sin(n\beta) = \frac{A_0 \sin(n\beta)}{\sin \beta},$$

lebo $\sphericalangle PSC = n2\beta$.

- e) Fázu φ výslednej vlny určíme tiež z modelu fázorov (pozri obr. A-9)

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta - \left(\frac{\pi}{2} - n\beta \right) = (n-1)\beta.$$

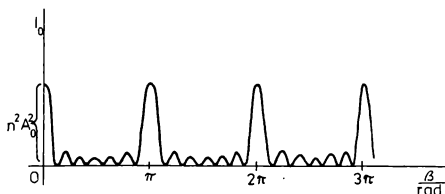
- f) Ako vyplýva z bodu d) úlohy, pre amplitúdu I_0 intenzity elektromagnetickej vlny máme

$$I_0 = A_0^2 \left[\frac{\sin(n\beta)}{\sin \beta} \right]^2;$$

tiež $I_{0\max} = n^2 A_0^2$ v prípadoch, že $\beta_m = 0, \pi, 2\pi, \dots$ rad.
Vtedy

$$\lim_{\beta \rightarrow \beta_m} \frac{\sin(n\beta)}{\sin \beta} = n.$$

(obr. A-10).



Obr. A-10

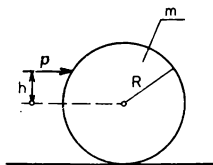
b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. D. Kľuvanec, CSc.)

Rovnorodá drevená guľa s hmotnosťou m a polomerom R je v pokoji na dokonale hladkej vodorovnej podložke. V istom okamihu vznikne do gule projektíl s malou hmotnosťou a hybnosťou p , ktorá má vodorovný smer v zvislej rovine prechádzajúcej stredom gule. Vzdialenosť vektorovej priamky hybnosti od stredu gule je h , $0 \leq h \leq R$ (obr. A-11).

Pohyb gule uvažujte v súradnicovej sústave pevne spojenjej s podložkou.

- Určte kinetickú energiu E_1 posuvného pohybu gule.
- Určte kinetickú energiu E_2 otáčavého pohybu gule.
- Určte hodnotu h_1 vzdialenosti h , pri ktorej $E_1 = E_2$.



Obr. A-11

- d) Určte hodnotu h_2 vzdialenosti h , pri ktorej nenastáva preklázanie gule po podložke.
 e) Aký pohyb bude konať guľa po podložke v prípadoch $h < h_1 < h_2$? Zdôvodnite.

Riešte všeobecne, časti a), b), c), d) aj pre hodnoty $p = 15 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $m = 2,5 \text{ kg}$, $R = 0,10 \text{ m}$, $h = 0,050 \text{ m}$.

Poznámka. Moment zotrvačnosti rovnomernej gule vzhľadom na os prechádzajúcu jej stredom $I = \frac{2}{5}mR^2$, m – hmotnosť gule, R – polomer gule.

Riešenie

Vychádzame zo zákona zachovania hybnosti p a momentu hybnosti L sústavy telies.

- a) Kinetická energia posuvného pohybu gule po vniknutí projektilu:

$$E_1 = \frac{p^2}{2m}$$

- b) Moment hybnosti gule vzhľadom na jej stred po vniknutí projektilu má veľkosť $L = ph = I\omega$, z toho

$$\omega = \frac{ph}{I}.$$

Dosadením za ω z posledného vzťahu a $I = \frac{2}{5}mR^2$ dostaneme

$$E_2 = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{5p^2h^2}{4mR^2}.$$

- c) Z a) a b) máme

$$E_1 = E_2, \text{ t.j. } \frac{p^2}{2m} = \frac{5p^2h_1^2}{4mR^2},$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{2}{5}}R.$$

- d) Guľa nebude prekĺzať po podložke, ak rýchlosť jej posuvného pohybu s veľkosťou $v = \frac{p}{m}$ bude rovná veľkosti v' obvodovej rýchlosti otáčavého pohybu gule

$$\left(v' = \omega R = \frac{5ph_2}{2mR} \right)$$

$$\frac{p}{m} = \frac{5ph_2}{2mR},$$

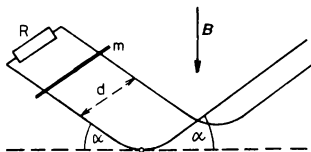
$$h_2 = \frac{2}{5}R.$$

- e) V prípade $h < h_2$ je $v' < v$, guľa „podkĺzuje“ po podložke.

Ak $h > h_2$, $v' > v$, guľa „prekĺzuje“ po podložke.

Pre dané hodnoty: $E_1 = 45 \text{ J}$, $E_2 \doteq 28 \text{ J}$, $h_1 \doteq 6,3 \text{ cm}$, $h_2 \doteq 4,0 \text{ cm}$.

2. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. D. Kluvanec, CSc.)



Obr. A-12

Dva drôty sú upravené do tvaru písmena V v strede s kružnicovým úsekom s malým polomerom krivosti (obr. A-12). Drôty majú všade rovnakú vzájomnú vzdialenosť d a predstavujú okraj dvoch proti sebe naklonených rovín s uhlom α . Konce drôtov sú na jednej strane pripojené k rezistoru s odporom R . Drôty sú umiestnené v rovnomernom magnetickom poli s indukciou B , ktorá má zvislý smer.

Na jednu stranu drôtov položíme vodorovne kovovú tyč s hmotnosťou m a uvoľníme ju.

- Približne určte pohyb, ktorý bude tyč konať. Zdôvodnite.
- Určte funkciu $a = f(v)$ závislosti veľkosti a zrýchlenia tyče od veľkosti v jej rýchlosti. Nakreslite graf tejto funkcie. (Uvážte, či funkciu $a = f(v)$ možno napísať pomocou jedného výrazu pre celý pohyb.)
- Pomocou funkcie $a = f(v)$ a jej grafu určte intervaly, v ktorých sa mení veľkosť a zrýchlenia a veľkosť v

rýchlosti tyče. V ktorých bodoch naklonených rovin má tyč najväčšie zrýchlenie a v ktorých najväčšiu rýchlosť?

- d) Približne určte najväčší okamžitý príkon P rezistora počas uvedeného deja.

Prierez tyče, elektrický odpor drôtov i tyče, trenie a odpor prostredia sú zanedbateľné. Drôty sú veľmi dlhé.

Riešte najskôr všeobecne a potom časti c), d) úlohy pre hodnoty $d = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $\alpha = 15^\circ$, $R = 4 \Omega$, $B = 0,80 \text{ T}$, $m = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

Riešenie

Označme kružnicový úsek v strede drôtov S .

- a) Tyč sa bude pohybovať po naklonených rovinách pôsobením tiažovej sily a magnetickej sily. Zo začiatku sa bude pohybovať zrýchlene, až nadobudne najväčšiu rýchlosť, prejde ňou úsekom S , po pravej naklonenej rovine sa pohybuje spomalene, zastaví sa a pohyb sa deje v opačnom smere. Pri každom ďalšom prechode tyče úsekom S je však jej rýchlosť menšia, čo je spôsobené premenou energie tyče na teplo v rezistore. Tento kmitavý pohyb tyče v dôsledku pôsobenia brzdiacej zložky magnetickej sily po určitej dobe zanikne.

- b) Na tyč na naklonenej rovine s uhlom α pôsobí zložka $mg \sin \alpha$ tiažovej sily a zložka $BdI \cos \alpha = \frac{(Bd \cos \alpha)^2}{R} v$ magnetickej sily, lebo prúd $I = \frac{Bdv \cos \alpha}{R}$.

Pre pohyb tyče dolu po naklonených rovinách platí

$$F = ma = mg \sin \alpha - \frac{(Bd \cos \alpha)^2}{R} v.$$

Pre veľkosť zrýchlenia máme

$$a = \left| -\frac{(Bd \cos \alpha)^2}{mR} v + g \sin \alpha \right|.$$

Pre pohyb tyče hore po naklonených rovinách platí

$$\begin{aligned} a &= \left| -\frac{(Bd \cos \alpha)^2}{mR} v - g \sin \alpha \right| = \\ &= \frac{(Bd \cos \alpha)^2}{mR} v + g \sin \alpha. \end{aligned}$$

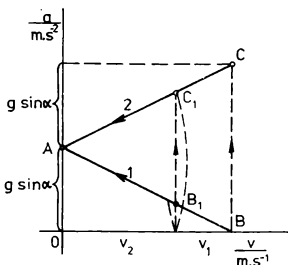
Graf funkcie $a = f(v)$ sa skladá z dvoch častí (obr. A-13). Pre pohyb tyče dolu po naklonenej rovine ide o úsečku (1), hore po naklonenej rovine o úsečku (2). Konce B, C úsečiek predstavujú nespojitú zmenu zrýchlenia. Ak by sme prihliadli na kružnicový úsek S , potom graf v okolí bodov B, C by mal oblúkový prechod. Pri každom ďalšom prechode tyče oblúkom S je jej rýchlosť menšia, $v_1 > v_2 > v_3 \dots$

- c) Veľkosti zrýchlenia a rýchlosti tyče počas uvedeného deja sa menia v intervaloch

$$a \in (0, 2g \sin \alpha), \text{ pre dané hodnoty } a \in (0; 5,1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$v \in \left(0, \frac{gmR \sin \alpha}{(Bd \cos \alpha)^2} \right), \text{ pre dané hodnoty } v \in (0; 14) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Ku krajnej hodnote rýchlosti sa môže tyč priblížiť len v prvom cykle pohybu. Ako vyplýva z obrázku A-13 hodnoty zrýchlenia a i rýchlosti v sa postupne zmenšujú na nulu.



Obr. A-13

- d) Najväčší okamžitý príkon $P = \frac{U_{\max}^2}{R}$, kde najväčšie napätie $U_{\max} = Bdv_{\max} \cos \alpha$.
 Dosadením a úpravou máme

$$P = R \left(\frac{gm}{Bd} \operatorname{tg} \alpha \right)^2,$$

pre dané hodnoty $P \doteq 0,19 \text{ W}$, lebo najväčšie napätie na rezistore je pri najväčšej rýchlosti v_m tyče.

3. úloha (navrhol doc. RNDr. A. Kecskés, CSc.)

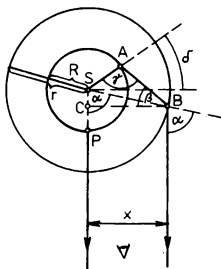
Do sklenej valcovej nádoby vložíme nepriehľadný valec s polomerom R menším, ako je polomer nádoby. Geometrické

osi nádoby a valca sú totožné. Prázdnu časť nádoby naplníme vodou s indexom lomu n . Nádobu s valcom pozorujeme vo vzdialenosti, ktorá je oveľa väčšia ako priemer nádoby.

- Určte priemer d pozorovaného obrazu valca.
- Určte, akú najväčšiu časť p_m plášťa valca môžeme pritom pozorovať. Akú hodnotu r musí mať v tomto prípade polomer nádoby?

V okolí nádoby je vzduch, hrúbka sklenej steny nádoby je zanedbateľná. Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $R = 5,2 \text{ cm}$, $n = 1,3$.

Riešenie



Obr. A-14

Valec sa pozorovateľovi zobrazuje rovnobežnými lúčmi

(obr. A-14). Bod A na povrchu valca sa zobrazuje lúčom, ktorý je vo vzdialenosti z od lúča zobrazujúceho bod P .

a) Zo zákona lomu a z trojuholníkov BSC , ASB platí

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad \sin \alpha = \frac{z}{r}, \quad \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{R}{r}.$$

Z toho $z = nR \sin \gamma$. Pre lúč, ktorý bude zobrazovať bod na pravom okraji obrazu, platí $\sin \gamma = 1, \gamma = \frac{\pi}{2}$.

Potom

$$z = \frac{d}{2} = nR$$

$$d = 2nR.$$

Pre dané hodnoty $d = 13,5$ cm.

Priemer d valca, ktorý pozorujeme, nie je závislý od polomeru nádoby.

b) Časť povrchu valca, ktorú možno pozorovať, je daná úhlom $\pi + 2\delta$, pričom $\delta = \alpha - \beta$ ($\gamma = \frac{\pi}{2}$). Platí

$$p = \frac{\pi + 2 \left(\arcsin n \frac{R}{r} - \arcsin \frac{R}{r} \right)}{2\pi},$$

$$p = 0,5 + \frac{\arcsin n \frac{R}{r} - \arcsin \frac{R}{r}}{\pi}.$$

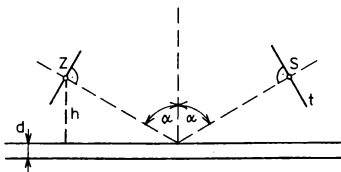
Najväčšiu hodnotu p_m dosahuje p vtedy, ak $n \frac{R}{r} = 1$,

$$p_m = 1 - \frac{\arcsin n \frac{1}{n}}{\pi}, \quad p_m = 0,72.$$

Veľkosť p_m dosiahne pozorovaná časť povrchu, ak polomer r nádoby má hodnotu $r = nR, r = 6,8$ cm.

4. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. D. Kluvanec, CSc.)

Zdroj Z vyžaruje vo vákuu monochromatické svetlo s vlnovou dĺžkou λ , ktoré dopadá na sľudovú doštičku s hrúbkou d a indexom lomu n . Po odraze v doštičke dopadajú svetelné vlny na tienidlo t , ktoré je kolmé na smer ich šírenia. Zdroj svetla i tienidlo sú vo výške h nad doštičkou, $h \gg d$. Uhol dopadu i odrazu svetelnej vlny na doštičke je α (obr. A-15).



Obr. A-15

- Určte rád k svetelného maxima, ktoré vzniká v strede S tienidla.
- Určte vzdialenosť a dvoch susedných svetelných maxím v strednej časti tienidla.
- Aký priemer D môže mať zdroj svetla, ak ho považujeme za rovinný a kolmý na smer svetelnej vlny, aby vzniklo spojité osvetlenie tienidla?
- Akú najväčšiu monochromatickosť $\Delta\lambda$ môže mať zdroj svetla, ak by sme ho považovali za bodový, aby nevzniklo spojité osvetlenie tienidla?

Úlohu riešte podľa možnosti všeobecne (v niektorých častiach len pre dané hodnoty), ak $\lambda = 560 \text{ nm}$; $d = 0,150 \text{ mm}$; $n = 1,40$; $h = 1,00 \text{ m}$; $\alpha = 62,7^\circ$.

Riešenie

- a) Pre interferenčné maximá svetelnej vlny na planoparalelnej dosťičke platí vzťah

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

kde k je rád maxima svetelnej vlny.

Z toho

$$k = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\lambda} + 0,5, \quad (2)$$

k je celé číslo. Pre dané hodnoty máme $k = 580$.

- b) Zo vzťahu (2) určíme stupeň k interferenčného maxima v strede tienidla. Susedné maximum bude napr. rádu $k_1 = k + 1$ (môže byť i $k - 1$), ktoré vznikne pod uhlom α_1

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} = (2k_1 - 1) \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

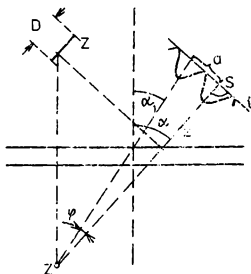
Do tohto vzťahu dosadíme za k výraz (2) a vypočítame α_1

$$\alpha_1 = \arcsin \sqrt{n^2 - \left[\frac{\lambda}{2d} + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \right]^2}.$$

Z obrázku A-16

$$\varphi = \alpha - \alpha_1,$$

$$a = z \operatorname{tg} \varphi \doteq z \varphi \text{ pre malé } \varphi.$$



Obr. A-16

Za z dosadíme

$$z = 2 \frac{h}{\cos \alpha},$$

máme výsledok

$$a \doteq \frac{2h\varphi}{\cos \alpha}.$$

Pre dané hodnoty $a \doteq 2,2 \text{ cm}$.

- c) Zdroj svetla môže mať priemer D , pri ktorom je rozloženie svetelných maxím spojité medzi maximami od bodových zdrojov v krajných polohách plošného zdroja. Preto

$$D = a, \text{ t.j. } D \doteq 2,2 \text{ cm}.$$

- d) Nemonochromatickosť $\Delta\lambda$ svetelného zdroja sa prejaví posunom svetelného maxima v súhlase s podmienkou (1). Aby svetlo bolo spojitě rozložené na tienidle, musia sa v ňom nachádzať vlnové dĺžky z intervalu $(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$, ktorých maximá sa rozložia medzi susedné maximá monochromatickej vlny s vlnovou dĺžkou λ , t.j.

$$(2k - 1) \frac{\lambda}{2} = [2(k + 1) - 1] \frac{\lambda - \Delta\lambda}{2},$$

z toho

$$\Delta\lambda \doteq \frac{\lambda}{k}.$$

Pre dané hodnoty $\Delta\lambda \doteq 0,97 \text{ nm}$.

c) Tretí kolo súťaže

1. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. D. Kľuvanec, CSc.)

Homogénnu guľu vrhneme šmykom po vodorovnej podložke tak, že v okamihu vrhnutia $t = 0 \text{ s}$ sa po podložke len šmýka s okamžitou rýchlosťou v_0 bez otáčania. Súčiniteľ klzného trenia medzi guľou a podložkou je f . Valivý odpor pri pohybu gule je zanedbateľný.

- Popíšte a zdôvodnite pohyb, ktorý bude guľa od okamihu vrhu $t = 0 \text{ s}$ konať.
- Určte čas t_1 , ktorý uplynie od začiatku pohybu gule, kým sa jej pohyb nezmení na valivý bez šmýkania.
- Určte dráhu s_1 hmotného stredu gule za čas t_1 .
- Určte veľkosť v_1 rýchlosti hmotného stredu gule za čas t_1 .

- e) Ako závisia veličiny t_1, s_1, v_1 od hmotnosti a polomeru gule?
- f) Charakterizujte pohyb gule, ktorý bude konať od okamihu t_1 . Vysvetlite.

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $v_0 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $f = 0,20$. Moment zotrvačnosti gule vzhľadom na os prechádzajúcu jej stredom $I = \frac{2}{5}mR^2$, m – hmotnosť gule, R – polomer gule.

Riešenie

- a) Na guľu pôsobí stála trecia sila s veľkosťou $F_t = mgf$. Označme $(0, s)$ os súradníc pevne spojenú s podloškou, smer $+s$ osi je súhlasne rovnobežný s vektorom rýchlosti v_0 . Pre pohyb hmotného stredu gule v súradnicovej sústave $(0, s)$ platí

$$F = ma = -mgf.$$

Guľa koná rovnomerne spomalený posuvný pohyb so zrýchlením $a = -gf$.

Moment sily s veľkosťou $M = F_t R$ je príčinou rovnomerne zrýchleného otáčavého pohybu gule, pre ktorý platí vzťah

$$M = I\alpha, \text{ t.j.}$$

$$mgfR = \frac{2}{5}mR^2\alpha,$$

kde α je uhlové zrýchlenie otáčania gule.

Po úprave dostaneme

$$\alpha = \frac{5gf}{2R}.$$

Gula zo začiatku koná rovnomerne spomalený posuvný pohyb a súčasne rovnomerne zrýchlený otáčavý pohyb. Pri tomto pohybe guľa preklzuje po podložke, lebo rýchlosť jej posuvného pohybu je väčšia ako rýchlosť otáčavého pohybu jej bodu v mieste dotyku s podložkou. Tieto pohyby sa zmenia na rovnomerný posuvný a rovnomerne otáčavý bez preklzania v okamihu, v ktorom veľkosť rýchlosti dotykového bodu gule s podložkou je rovná veľkosti rýchlosti hmotného stredu gule.

- b) Rovnomerný pohyb gule nastane v čase t_1 od začiatku pohybu; rýchlosť tohoto pohybu má veľkosť

$$v_1 = v_0 - gft_1 = \alpha t_1 R = \frac{5gf}{2R} R t_1,$$

z toho

$$t_1 = \frac{2v_0}{7gf}.$$

Pre dané hodnoty $t_1 \doteq 0,73$ s.

- c) Dráha gule za čas t_1 je

$$s = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g f t_1^2.$$

Dosadením za t_1 z b) časti

$$s_1 = \frac{12}{49} \frac{v_0^2}{gf}.$$

Pre dané hodnoty $s_1 \doteq 3,1$ m.

- d) Rýchlosť v_1 možno určiť napr. zo vzťahu

$$v_1 = v_0 - gft_1 = \frac{5}{7} v_0,$$

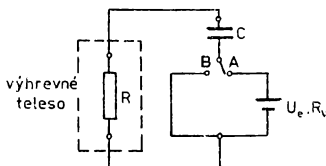
pre dané hodnoty $v_1 \doteq 3,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- e) Ako vyplýva z výsledkov b) až d), veličiny t_1, s_1, v_1 nie sú závislé od hmotnosti ani polomeru gule.
- f) Od okamihu t_1 bude guľa konať rovnomerne valivý pohyb, ktorý bude zložený z rovnomerne posuvného pohybu s rýchlosťou v_1 a rovnomerne otáčavého pohybu, lebo odpor pri pohybu gule neuvažujeme.

2. úloha (navrhol doc. RNDr. Ing. D. Kluvanec, CSc.)

Elektrický ohrievač, ktorého schéma je na obrázku A-17, pracuje nasledovným spôsobom:

Kontakt prepínača p je najskôr v polohe A , kondenzátor s kapacitou C sa pritom nabíja na napätie U_e . Potom sa kontakt prepínača prepne do polohy B , v ktorej sa kondenzátor celkom vybijie cez výhrevné teleso ohrievača s odporom R . Počet nabití a vybití kondenzátora za čas 1 s



Obr. A-17

je f (frekvencia prepínania kontaktu prepínača). Zdroj má elektromagnetické napätie U_e a vnútorný odpor R_V .

- Aké teplo Q_1 vznikne vo výhrevnom telese ohrievača počas nabíjania kondenzátora?
- Aké teplo Q_2 vznikne vo výhrevnom telese ohrievača počas vybíjania kondenzátora?
- Určte výkon P ohrievača.
- V ktorej časti cyklu a kde v elektrickom obvode ohrievača nastáva nežiadúca premena elektrickej energie na vnútornú energiu?
- Určte príkon P' ohrievača.
- Určte účinnosť η ohrievača.
- Určte účinnosť η' ohrievača, ak by sme výhrevnú špirálu pripojili priamo na svorky zdroja.

Odpor spojovacích vodičov je veľmi malý. Riešte všeobecne a potom pre hodnoty $C = 100\mu\text{F}$, $R = 20\ \Omega$, $U_e = 90\text{ V}$, $R_V = 80\ \Omega$, $f = 20\text{ s}^{-1}$.

Riešenie

- Počas nabíjania kondenzátora vykoná zdroj prácu $W = QU_e = CU_e^2$, kondenzátor po nabití má energiu $E = \frac{1}{2}CU_e^2$. Pritom vo výhrevnom telese vznikne teplo Q_1 a v zdroji teplo Q ,

$$Q_1 + Q = W - E = \frac{1}{2}CU_e^2. \quad (1)$$

Pre podiel $\frac{Q_1}{Q}$ máme

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{R\Sigma I^2 \Delta t}{R_V \Sigma I^2 \Delta t} = \frac{R}{R_V}, \quad (2)$$

lebo pre teplá Q_1 a Q platí $Q_1 = R \Sigma I^2 \Delta t$, $Q = R_V \Sigma I^2 \Delta t$.

Zo vzťahov (1) a (2) určíme

$$Q_1 = \frac{CU_e^2 R}{2(R + R_V)}.$$

Pre dané hodnoty $Q_1 = 0,081 \text{ J}$.

- b) Počas vybíjania kondenzátora v polohe B prepínača sa celá energia kondenzátora $E = \frac{1}{2}CU_e^2$ premení na vnútornú energiu výhrevného telesa

$$Q_2 = \frac{1}{2}CU_e^2.$$

Pre dané hodnoty $Q_2 = 0,40 \text{ J}$.

- c) Výkon P ohrievača je daný vzťahom

$$P = f(Q_1 + Q_2) = \frac{fCU_e^2(2R + R_V)}{2(R + R_V)}.$$

Pre dané hodnoty $P = 9,7 \text{ W}$.

- d) Nežiadúca premena elektrickej energie na teplo nastáva v zdroji počas nabíjania kondenzátora. Zdroj sa neúčelne ohrieva.
- e) Príkon P' ohrievača je

$$P' = fW = fCU_e^2,$$

kde W je práca zdroja za dobu jedného cyklu.

Pre dané hodnoty $P' = 16 \text{ W}$.

f) Účinnosť ohrievača

$$\eta = \frac{P}{P'} = \frac{2R + R_V}{2(R + R_V)},$$
$$\eta = 0,6.$$

g) Pri priamom pripojení zdroja s výhrevnou špirálou účinnosť ohrievača bude

$$\eta' = \frac{R}{R + R_V},$$
$$\eta' = 0,2.$$

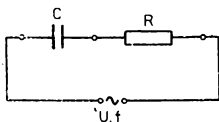
Porovnaním výsledkov f) a g) máme $\eta > \eta'$, ak $R_V \neq 0$.

3. úloha (navrhol RNDr. P. Šedivý)

Kondenzátor s kapacitou C a rezistor s odporom R sú sériovo pripojené ku zdroju harmonického napätia s frekvenciou f a efektívnou hodnotou U (obr. A-18).

- Určte efektívne napätia U_R a U_C , ktoré odmeriame ideálnym voltmetrom pripojeným medzi svorkami rezistora a medzi svorkami kondenzátora.
- Určte efektívne napätia U'_R a U'_C , ktoré odmeráme voltmetrom s vnútorným odporom R_V pripojeným medzi svorkami rezistora a medzi svorkami kondenzátora.
- Dokážte, že relatívne odchýlky merania napätia sú v prípade merania napätia na rezistore a na kondenzátore podľa b) časti úlohy rovnaké. Určte tieto odchýlky.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $U = 24 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 1,0 \text{ k}\Omega$, $C = 4,0 \mu\text{F}$, $R_V = 10 \text{ k}\Omega$.



Obr. A-18

Riešenie

Fázory veličín budeme označovať šípkou nad značkou veličiny, napr. $\vec{U}$, $\vec{Z}$; j je komplexná jednotka $j = \sqrt{-1}$.

a) Fázor napätia medzi svorkami rezistora je

$$\vec{U}_R = \frac{\vec{U}}{R - j\frac{1}{\omega C}} R.$$

Z toho máme

$$U_R = \frac{U \omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}. \quad (1)$$

Fázor napätia medzi svorkami kondenzátora

$$\vec{U}_C = \frac{\vec{U}}{R - j\frac{1}{\omega C}} \left(-\frac{j}{\omega C} \right).$$

Z toho úpravou dostaneme

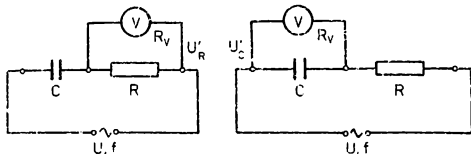
$$U_C = U \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (2)$$

Pre dané hodnoty veličín $U_R \doteq 18,8 \text{ V}$, $U_C \doteq 14,9 \text{ V}$.

- b) Napätia U'_R a U'_C určíme pomocou schémy na obrázku A-19 a, b. Napätie U'_R určíme zo vzťahu (1), ak namiesto R dosadíme do vzťahu

$$R' = \frac{RR_V}{R + R_V}, \text{ t.j.}$$

$$U'_R = U \frac{\omega R'C}{\sqrt{1 + (\omega R'C)^2}} \quad (3)$$



Obr. A-19 a, b

Napätie U'_C určíme pomocou schémy na obrázku A-19 b.

Najskôr určíme fázor $\vec{U}'_C$

$$\begin{aligned}\vec{U}'_C &= \frac{\frac{-\frac{j}{\omega C} R_V}{-\frac{j}{\omega C} + R_V} \vec{U}}{R + \frac{-\frac{j}{\omega C} R_V}{-\frac{j}{\omega C} + R_V}} = \frac{\vec{U}}{1 + \frac{R}{R_V} + j\omega RC} = \\ &= \frac{\vec{U} R_V}{R_V + R + j\omega R_V RC}.\end{aligned}$$

Z toho máme napätie U'_C

$$U'_C = \frac{U R_V}{\sqrt{(R_V + R)^2 + (\omega R_V RC)^2}}.$$

Ďalšou úpravou dostaneme

$$U'_C = \frac{U}{\sqrt{(1 + \frac{R}{R_V})^2 + (\omega RC)^2}}.$$

Dosadením hodnôt veličín $U'_R \doteq 18,1 \text{ V}$, $U'_C \doteq 14,4 \text{ V}$.

c) Relatívne odchýlky pri meraní napätia na rezistore a kondenzátore sú

$$\delta_R = 1 - \frac{U'_R}{U_R},$$

$$\delta_C = 1 - \frac{U'_C}{U_C}.$$

Použitím vzťahov (1) a (4) sa môžeme presvedčiť

$$\begin{aligned}\frac{U'_R}{U_R} &= \frac{R' \sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{R \sqrt{1 + (\omega RC')^2}} = \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{(\frac{R}{R'})^2 + (\omega RC)^2}} = \\ &= \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{(1 + \frac{R}{R_V})^2 + (\omega RC)^2}} = \frac{U'_C}{U_C},\end{aligned}$$

t.j. aj $\delta_R = \delta_C = \delta$.

Odchýlka δ merania napätia v oboch prípadoch má rovnakú hodnotu

$$\delta = 1 - \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_v}\right)^2 + (\omega RC)^2}},$$

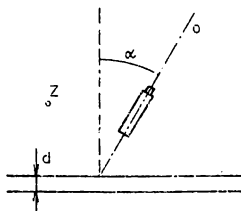
pre dané hodnoty veličín $\delta \doteq 0,038$, $\delta(\%) \doteq 3,8\%$.

4. úloha (navrhol doc. RNDr. D. Kľuvanec, CSc.)

Bodový zdroj Z vyžaruje vo vákuu červené svetlo s vlnovou dĺžkou λ , ktoré dopadá na sklenú planoparalelnú dosku s hrúbkou d a indexom lomu n . Interferenčné maximá po odraze svetla na doske budeme pozorovať pomocou ďalekohľadu zaostreňého na nekonečno. Ďalekohľad možno nastavovať tak, že jeho os o sviera s kolmicou na povrch dosky uhol α , $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ (obr. A-20).

- Určte maximálnu hodnotu k_1 rádu interferenčných maxím pozorovateľných pri pokuse. Pri ktorej polohe ďalekohľadu určenej uhlom α_1 možno pozorovať interferenčné maximum rádu k_1 ?
- Určte minimálnu hodnotu k_2 rádu interferenčných maxím a uhol α_2 pozorovania maxima rádu k_2 .
- Akú odchýlku (nemonochromaticnosť) $\Delta\lambda$ môže mať vlnová dĺžka λ zdroja svetla, aby sme mohli pozorovať všetky interferenčné maximá?

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty $d = 0,100$ mm, $n = 1,51$, $\lambda = 760$ nm.



Obr. A-20

Riešenie

- a) Pre interferenčné maximá k -teho rádu svetelnej vlny po odraze na planoparalelnej doske platí

$$2nd \cos \beta = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

Z tohoto vzťahu vyplýva, že maximálna hodnota k_1 bude prislúchať pozorovaniu, pri ktorom uhol dopadu α i uhol lomu β svetelnej vlny v doštičke sú najmenšie, t.j. $\alpha_1 = \beta_1 = 0^\circ$. Potom platí

$$k_1 = \frac{2nd}{\lambda} + 0,5, \quad (2)$$

dosadením hodnôt veličín máme $k_1 \doteq 398$.

- b) Minimálna hodnota k_2 rádu bude prislúchať svetelnému maximu, pri ktorom $\sin \beta_2 = \frac{1}{n}$, $\alpha_2 = 90^\circ$.
 Dosadením do (1) a úpravou máme

$$2d\sqrt{n^2 - 1} = (2k - 1)\frac{\lambda}{2},$$

$$k_2 = \frac{2d\sqrt{n^2 - 1}}{\lambda} + 0,5,$$

dosadením hodnôt veličín dostaneme $k_2 \doteq 298$.

- c) Hraničná odchýlka $\Delta\lambda_{\max}$ (nemonochromaticnosť) vlnovej dĺžky λ zdroja svetla je určená touto podmienkou: medzi dvoma susednými maximami monochromatickej svetelnej vlny a vlnovou dĺžkou λ sú rozložené maximá svetelného spektra s vlnovými dĺžkami (λ ; $\lambda - \Delta\lambda_{\max}$). To znamená, že v smere, v ktorom je maximum k -teho rádu svetla s vlnovou dĺžkou λ , bude aj maximum $k + 1$ rádu svetla s vlnovou dĺžkou $\lambda - \Delta\lambda_{\max}$,

$$(2k - 1)\frac{\lambda}{2} = [2(k + 1) - 1]\frac{\lambda - \Delta\lambda_{\max}}{2}.$$

Úpravou tohto vzťahu dostaneme

$$\Delta\lambda_{\max} = \frac{\lambda}{k + 0,5}.$$

Hraničná odchýlka $\Delta\lambda_{\max}$ v našom prípade je určená maximálnou hodnotou k_1 rádu interferencie, t.j.

$$\Delta\lambda_{\max} = \frac{\lambda}{k_1 + 0,5},$$

po dosadení za k_1 z (2) a úprave máme

$$\Delta\lambda_{\max} \doteq \frac{\lambda^2}{2nd}, \quad (3)$$

ak $\frac{2nd}{\lambda} \gg 1$.

Odchýlka $\Delta\lambda$ vlnovej dĺžky λ zdroje svetla, aby sme mohli pozorovať všetky maximá, musí spĺňať podmienku

$$\Delta\lambda < \Delta\lambda_{\max},$$

dosadením hodnôt veličín máme $\Delta\lambda_{\max} = 1,91\text{nm}$, $\Delta\lambda < 1,91\text{nm}$, $\Delta\lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$, kde $\Delta\lambda_{\max}$ je maximálna a $\Delta\lambda_{\min}$ je minimálna vlnová dĺžka svetla v spektre zdroja.

5. úloha (navrhl RNDr. V. Mitvalský)

Nabíjení kondenzátoru: tepelné ztráty

Uvažujte dva způsoby nabíjení kondenzátoru na napětí U_0

- připojením kondenzátoru ke zdroji o napětí U_0 ,
- připojením kondenzátoru ke zdroji o napětí $\frac{1}{2}U_0$ a potom ke zdroji o napětí U_0 .

Pomůcky: kondenzátor, dvě ploché baterie, voltmetr s rozsahem 12 V a vnitřním odporem 60 kΩ, stopky, krokosvorky, spojovací vodiče.

I. část

- Teoreticky určete teplo, které vznikne v obvodu při nabíjení kondenzátoru způsobem a) i b).
- Závisí teplo, které vznikne v obvodu při nabíjení kondenzátoru, na odporu obvodu? Vysvětlete.

3. Pomocí výsledku 1. úkolu určete, který ze způsobů a), b) nabíjení kondenzátoru je hospodárnější. Navrhněte nejhospodárnější postup nabíjení kondenzátoru.

II. část

Kondenzátor nabíjíme přes voltmetr zapojený do série s kondenzátorem. Odpor voltmetru je znám, odpor ostatních částí obvodu je malý.

4. Experimentálně zjistěte závislost napětí na voltmetru na čase při nabíjení kondenzátoru nabitého způsobem a) i b). Sestrojte grafy těchto závislostí.
5. Pomocí závislostí naměřených ve 4. úkolu určete náboj kondenzátoru nabitého způsobem a) i b). Postup stručně zdůvodněte.
6. Pomocí výsledku 5. úkolu určete kapacitu kondenzátoru.
7. Pomocí závislostí naměřených ve 4. úkolu určete teplo, které vznikne při nabíjení kondenzátoru způsobem a) i b). Postup stručně zdůvodněte.
8. Posuďte souhlas výsledků plynoucích z teoretického rozboru (1. úkol) a s měření (7. úkol).

Hodnoty naměřených a vypočtených veličin запиšte do vhodných tabulek.

Řešení

I. část

1. a) Při nabíjení kondenzátoru o kapacitě C na napětí U_0 zdroj o napětí U_0 vykoná práci

$$W_a = QU_0, \text{ kde } Q = CU_0; \text{ tedy } W_a = CU_0^2.$$

Energie nabitého kondenzátoru je

$$E_C = \frac{1}{2}CU_0^2.$$

Teplo Q_{ta} , které vznikne v obvodu, je potom

$$Q_{ta} = W_a - E_C = \frac{1}{2}CU_0^2. \quad (1)$$

- b) Při nabíjení kondenzátoru o kapacitě C na napětí $\frac{1}{2}U_0$ zdroj o napětí $\frac{1}{2}U_0$ vykoná práci

$$W_{b1} = Q_1 \frac{U_0}{2}, \text{ kde } Q_1 = C \frac{U_0}{2}; \text{ tedy } W_{b1} = \frac{1}{4}CU_0^2.$$

Při dobíjení tohoto kondenzátoru z napětí $\frac{1}{2}U_0$ na napětí U_0 zdroj o napětí U_0 vykoná práci

$$W_{b2} = Q_2 U_0, \text{ kde } Q_2 = Q - Q_1 = \frac{1}{2}CU_0,$$

tedy

$$W_{b2} = \frac{1}{2}CU_0^2.$$

Celková práce zdrojů je

$$W_b = W_{b1} + W_{b2} = \frac{3}{4}CU_0^2.$$

Energie nabitého kondenzátoru je opět

$$E_C = \frac{1}{2}CU_0^2.$$

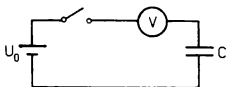
Teplo Q_{tb} , které vznikne v obvodu, je potom

$$Q_{tb} = W_b - E_C = \frac{1}{4}CU_0^2. \quad (2)$$

2. Jak vyplývá z řešení 1. úkolu, teplo Q_t , které vznikne v obvodu při nabíjení kondenzátoru, nezávisí na odporu obvodu.
3. Hospodárnější je způsob b).

Při postupném nabíjení n zdrojů o napětích $U_i = \frac{U_0 i}{n}$, kde $i = 1, 2, \dots, n$, se bude teplo vyvinuté v obvodu zmenšovat při zvětšování počtu zdrojů n : nejhospodárnější způsob nabíjení kondenzátoru je při velmi pomalém zvyšování napětí zdroje.

II. část



Obr. A-21

4. Bylo měřeno v zapojení podle schématu na obrázku A-21. Výsledky měření jsou uvedeny v tabulkách I, II a III a v grafu na obrázku A-22.
5. Výpočet je dobře patrný z tabulek I, II a III. Dobu nabíjení rozdělíme na dostatečný počet intervalů tak, aby

Nabíjení kondenzátoru na napětí U_0

Tab. I

i	t_i	U_i	$Q_i = \frac{U_i + U_{i+1}}{2} \frac{\Delta t}{R_V}$	$Q_{t_i} = \left(\frac{U_i + U_{i+1}}{2} \right)^2 \frac{\Delta t}{R_V}$
	s	V	mC	mJ
0	0	9,9	0,721	6,235
1	5	7,4	0,517	3,203
2	10	5,0	0,362	1,577
3	15	3,7	0,258	0,801
4	20	2,5	0,183	0,403
5	25	1,9	0,137	0,227
6	30	1,4	0,100	0,120
7	35	1,0	0,071	0,060
8	40	0,7	0,054	0,035
9	45	0,6	0,044	0,023
10	50	0,45	0,033	0,013
11	55	0,35	0,027	0,009
12	60	0,3	0,133	0,027
13	100	0,1		
			Σ 2,640	12,733

Nabíjení kondenzátoru na napětí $\frac{U_0}{2}$

Tab. II

i	t_i	U_i	$Q_i = \frac{U_i + U_{i+1}}{2} \frac{\Delta t}{R_V}$	$Q_{t_i} = \left(\frac{U_i + U_{i+1}}{2} \right)^2 \frac{\Delta t}{R_V}$
	s	V	mC	mJ
0	0	4,9	0,354	1,505
1	5	3,6	0,254	0,775
2	10	2,5	0,175	0,367
3	15	1,7	0,125	0,187
4	20	1,3	0,092	0,101
5	25	0,9	0,067	0,053
6	30	0,7	0,050	0,030
7	35	0,5	0,033	0,013
8	40	0,3	0,023	0,006
9	45	0,25	0,019	0,004
10	50	0,2	0,015	0,003
11	55	0,15	0,010	0,001
12	60	0,1		
			Σ 1,217	3,045

Dobíjení kondenzátoru z napětí $\frac{U_0}{2}$ na napětí U_0

Tab. III

i	t_i	U_i	$Q_i = \frac{U_i + U_{i+1}}{2} \frac{\Delta t}{R_V}$	$Q_{t_i} = \left(\frac{U_i + U_{i+1}}{2} \right)^2 \frac{\Delta t}{R_V}$
	s	V	mC	mJ
0	0	4,9	0,358	1,541
1	5	3,7	0,267	0,853
2	10	2,7	0,192	0,441
3	15	1,9	0,137	0,227
4	20	1,4	0,100	0,120
5	25	1,0	0,075	0,067
6	30	0,8	0,054	0,035
7	35	0,5	0,037	0,017
8	40	0,4	0,029	0,010
9	45	0,3	0,023	0,006
10	50	0,25	0,019	0,004
11	55	0,2	0,017	0,003
12	60	0,2		
			Σ 1,308	3,324

v každém z nich byl pokles napětí na voltmetru přibližně lineární. Potom nabíjecí proud I_i v určitém časovém intervalu Δt_i určíme ze střední hodnoty $\frac{1}{2}(U_i + U_{i+1})$ napětí na voltmetru a jeho vnitřního odporu $R_V = 60 \text{ k}\Omega$:

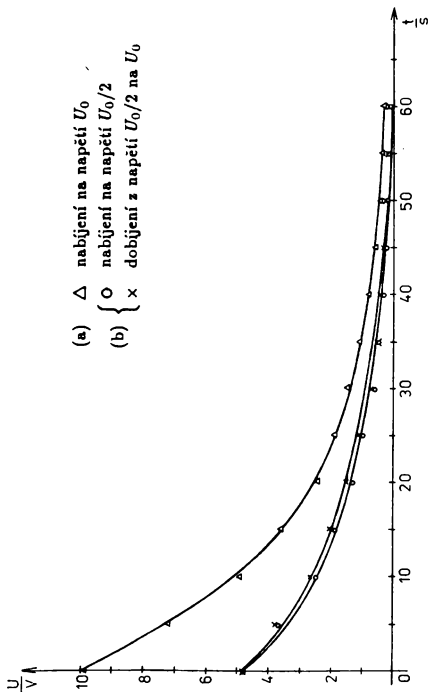
$$I_i = \frac{U_i + U_{i+1}}{2R_V}$$

Za dobu Δt_i se náboj na kondenzátoru zvýší o

$$Q_i = I_i \Delta t_i = \frac{U_i + U_{i+1}}{2R_V} \Delta t_i.$$

Náboj nabitého kondenzátoru určíme jako součet příspěvků z jednotlivých intervalů:

$$Q = \sum_i Q_i.$$



Obr. A-22

Pro náboj kondenzátoru nabíjeného způsobem a) z tabulky I dostáváme

$$Q_a \doteq 2,64 \text{ mC}.$$

Při nabíjení způsobem b) je podle tabulek II a III náboj kondenzátoru

$$Q_b \doteq 1,217 \text{ mC} + 1,308 \text{ mC} \doteq 2,52 \text{ mC}.$$

6. Kapacitu C kondenzátoru vypočítáme z naměřených hodnot Q a U_0 . Za Q můžeme vsít např. průměr Q_a a Q_b : $Q = \frac{1}{2}(Q_a + Q_b) \doteq 2,582 \text{ mC}$; $U_0 \doteq 9,9 \text{ V}$. Potom

$$C = \frac{Q}{U_0} \doteq 261 \mu\text{F}.$$

7. Výpočet je též dobře patrný z tabulek I, II, III. Poněvadž odpor voltmetru je mnohem větší než odpor ostatních částí obvodu, je hledané teplo rovno teplu, které vznikne na voltmetru při nabíjení kondenzátoru. Teplo, které se vyvine na voltmetru v určitém časovém intervalu Δt_i , určíme z nabíjecího proudu I_i a vnitřního odporu $R_V = 60 \text{ k}\Omega$ voltmetru:

$$Q_{t_i} = R_V I_i^2 \Delta t_i = \left(\frac{U_i + U_{i+1}}{2} \right)^2 \frac{\Delta T_i}{R_V}$$

Teplo, které vznikne na voltmetru při nabíjení kondenzátoru, určíme jako součet příspěvků z jednotlivých intervalů:

$$Q_t = \sum_i Q_{t_i}$$

Z tabulky I dostáváme pro teplo vyvinuté při nabíjení způsobem a)

$$Q_{ta} \doteq 12,7 \text{ mJ}$$

a z tabulek II a III vychází pro teplo vyvinuté při nabíjení způsobem b)

$$Q_{tb} \doteq 3,045 \text{ mJ} + 3,324 \text{ mJ} \doteq 6,37 \text{ mJ}.$$

8. Podle teoretických vztahů (1) a (2) je teplo vyvinuté při nabíjení kondenzátoru způsobem a)

$$Q_{ta} = \frac{1}{2}CU_0^2 \doteq 12,8 \text{ mJ}$$

a způsobem b)

$$Q_{tb} = \frac{1}{4}CU_0^2 \doteq 6,40 \text{ mJ},$$

což dobře souhlasí s experimentálně zjištěnými hodnotami v 7. úkolu.

Poznámka. Numerická integrace

V naší úloze jsme určili náboj kondenzátoru z průběhu napětí měřeného voltmetrem, zapojeným při nabíjení do série s kondenzátorem. Rozložili jsme nabíjení na sled krátkodobých nabíjení, určili příspěvek k náboji kondenzátoru v každém z nich a nakonec příspěvky sečetli. Podstatné při tom je, že příspěvek během krátkého děje lze jednoduše a dostatečně přesně matematicky vyjádřit, kdežto během dlouhého děje to přímo nelze. Tento postup, obecně zvaný *numerická integrace*, je velmi účinný při řešení různých úloh, a proto si jej všimneme blíže.

V časech $t_0, t_1, \dots, t_n$, odečítaných po Δt sekundách, jsme naměřili napětí $U_0, U_1, U_2, \dots, U_n$. Příspěvek k náboji dodaný během prvního intervalu můžeme přibližně vyjádřit

$$Q_1 = \frac{1}{2}(U_0 + U_1) \frac{\Delta t}{R_V}$$

a podobně během druhého intervalu $\langle t_1, t_2 \rangle$

$$Q_2 = \frac{1}{2}(U_1 + U_2) \frac{\Delta t}{R_V}$$

atd. Součtem těchto příspěvků pak pro celkový náboj dostáváme

$$Q = \left(\frac{1}{2}U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1} + \frac{1}{2}U_n \right) \frac{\Delta t}{R_V}. \quad (\text{a})$$

Vidíme, že náboj kondenzátoru můžeme vypočítat přímo z naměřených hodnot napětí, aniž počítáme jednotlivé příspěvky.

Numerická integrace podle vztahu (a) se v numerické matematice nazývá lichoběžníkové pravidlo, protože geometrický význam jednotlivých příspěvků je plocha lichoběžníku. Jsou ovšem přesnější způsoby numerické integrace, založené na přesnějším vyjádření plochy pod křivkou, než pomocí řady lichoběžníků.

Teplo vyvinuté během nabíjení (tepelný výkon je v každém čase roven $\frac{U^2}{R}$) můžeme také vypočítat lichoběžníkovým pravidlem

$$Q_t = \left(\frac{1}{2}U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_{n-1}^2 + \frac{1}{2}U_n^2 \right) \sqrt{\frac{\Delta t}{R_V}}. \quad (\text{b})$$

Lze jej vypočítat i jinak, např. tak, jak se uvádí ve vzorovém řešení. Tam je teplo vyvinuté během prvního intervalu vyjádřeno jako

$$Q_{t_1} = \left[\frac{1}{2}(U_0 + U_1) \right]^2 \frac{\Delta t}{R_V}$$

a podobně vypočteme další příspěvky. Jejich součtem dostáváme

$$Q_t = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}U_0^2 + U_0U_1 + U_1^2 + U_1U_2 + U_2^2 + \dots + U_{n-1}U_n + \frac{1}{2}U_n^2 \right) \frac{\Delta t}{R_V}. \quad (\text{c})$$

Je možné ukázat, že vztah (c) je při dostatečně malém Δt dvakrát přesnější než vztah (b).

2. Úlohy kategorie B

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Vlaková souprava délky $l = 120 \text{ m}$ se rozjížděla rovnoměrně zrychleným pohybem. Kolem pozorovatele stojícího u trati přejela první polovina soupravy za dobu $t_1 = 5,1 \text{ s}$, druhá polovina soupravy za dobu $t_2 = 3,4 \text{ s}$.

- Jaká byla velikost zrychlení soupravy?
- V jaké vzdálenosti od pozorovatele byl přední konec soupravy v okamžiku, kdy se souprava dala do pohybu?
- Za jak dlouho dorazil přední konec soupravy k pozorovateli?
- Jakou rychlostí se v tomto okamžiku souprava pohybovala?

Řešení

Označíme: zrychlení soustavy $a \neq 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; s_0 vzdálenost předního konce soupravy od pozorovatele v okamžiku $t = 0 \text{ s}$, tj. v okamžiku, kdy se souprava dala do pohybu, t_0 je doba, za kterou přední konec soupravy dorazil k pozorovateli, t_1 je doba, za kterou střed soupravy dorazil k pozorovateli, t_2 je doba, za kterou zadní konec soupravy dorazil k pozorovateli. Pro rovnoměrně zrychlený pohyb soupravy platí:

$$s_0 = \frac{1}{2} a t_0^2, \quad (1)$$

$$s_0 + \frac{l}{2} = \frac{1}{2} a (t_0 + t_1)^2, \quad (2)$$

$$s_0 + l = \frac{1}{2} a (t_0 + t_1 + t_2)^2. \quad (3)$$

Odečtením vztahu (1) od vztahu (2) dostaneme

$$\frac{l}{2} = at_0 t_1 + \frac{1}{2} at_1^2, \quad (4)$$

odečtením vztahu (2) od vztahu (3) obdržíme

$$\frac{l}{2} = a(t_0 + t_1)t_2 + \frac{1}{2} at_2^2. \quad (5)$$

Odečtením vztahu (5) od vztahu (4) vyjde

$$\frac{1}{2} a(t_1^2 - t_2^2) + a(t_0 t_1 - t_0 t_2 - t_1 t_2) = 0 \quad (6)$$

a po zkrácení a úpravě

$$t_0 = \frac{t_2^2 + 2t_1 t_2 - t_1^2}{2(t_1 - t_2)}. \quad (7)$$

Dosazením t_0 ze vztahu (7) do vztahu (4) získáme úpravou

$$a = \frac{l(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}.$$

Dosazením a, t_0 do vztahu (1) spočítáme vzdálenost s_0

$$s_0 = \frac{1}{2} at_0^2 = \frac{l(t_2^2 + 2t_1 t_2 - t_1^2)^2}{8t_1 t_2 (t_1 + t_2) \cdot (t_1 - t_2)}$$

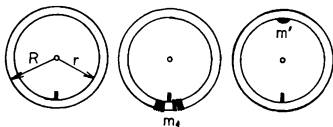
a pro rychlost soupravy v čase t_0 vyjde

$$v = at_0 = \frac{l(t_2^2 + 2t_1 t_2 - t_1^2)}{2t_1 t_2 (t_1 + t_2)}.$$

Pro dané hodnoty vychází zrychlení soupravy $a = 1,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, přední konec soupravy byl od pozorovatele ve vzdálenosti $s_0 = 24,5 \text{ m}$, přední konec soupravy dorazil k pozorovateli za dobu $t_0 = 5,95 \text{ s}$ rychlostí $v = 8,24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Jirka si koupil jízdní kolo a podrobil ho důkladné prohlídce. Zjistil, že přední kolo je sice vycentrováno, ale není přesně vyváženo. Po nadsvednutí řídítek se kolo otáčí a ustálí tak, že ventilek se nachází v nejnižším místě kola (obr. B-1a). Po vychýlení z rovnovážné polohy kolo kývá, a když amplituda úhlové výchylky klesne pod 5° , je perioda kmitů $T = 8,0$ s. Aby Jirka mohl kolo vyvážit, změřil vnější poloměr pláště, $R = 35$ cm, a vnitřní poloměr ráfku, $r = 31$ cm. Pak v blízkosti ventilku namotal okolo pláště i ráfku drát o hmotnosti $m_1 = 0,25$ kg (obr. B-1b) a zjistil, že se doba kmitů zkrátila na $T_1 = 3,5$ s.



Obr. B-1 a, b, c

- Jaký je moment setrvačnosti kola (bez přívažku m_1) vzhledem k ose jeho otáčení?
- Jakou hmotnost m' musí mít přívažek umístěný naproti ventilku ve vzdálenosti r od osy kola (obr. B-1c), aby kolo bylo přesně vyváženo? Jak se tím změní moment setrvačnosti kola?

Perioda kmitů fyzikálního kyvadla se vypočte ze vztahu $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$, I je moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení kyvadla, $D = mgd$ je direkční moment kyvadla, d je vzdálenost těžiště kyvadla od jeho osy, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení, m je hmotnost kyvadla.

Řešení

Úloha patří do studijního tématu.

- a) Z poznámky v textu úlohy a z textu studijního tématu plyne pro dobu kmitu kola v prvním případě

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}},$$

kde D je direkční moment kyvadla, I moment setrvačnosti kola bez přívazku k ose otáčení. Odtud úpravou

$$DT^2 = 4\pi^2 I. \quad (1)$$

Přidáním přívazku o hmotnosti m_1 je doba kmitu kola T_1 a platí

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I + m_1 r_1^2}{D + m_1 r_1 g}},$$

kde

$$r_1 = \frac{1}{2}(R + r). \quad (2)$$

Úpravou (2) dostaneme obdobný vztah, jako je (1):

$$(D + m_1 r_1 g) T_1^2 = 4\pi^2 (I + m_1 r_1^2). \quad (3)$$

Z rovnice (1), (3) vyloučíme direkční moment D . Z (1) vypočteme D a dosadíme do (3). Postupně dostáváme

$$\left(\frac{4\pi^2 I}{T^2} + m_1 r_1 g \right) T_1^2 = 4\pi^2 (I + m_1 r_1^2),$$

$$I = \frac{m_1 r_1 (4\pi^2 r_1 - g T_1^2)}{4\pi^2 (T_1^2 - T^2)} T^2.$$

Pro dané hodnoty je $I \doteq 0,28 \text{ kg m}^2$.

- b) Aby kolo bylo přesně vyváženo, musí být přívazek naproti ventilku a musí mít stejný direkční moment jako kolo, tedy

$$D = \frac{4\pi^2}{T^2} I = m' g r.$$

Odtud pro hledanou hmotnost m' přívazku platí

$$m' = \frac{4\pi^2}{T^2 g r} I.$$

Moment setrvačnosti kola s přívazkem je

$$I' = I + m' r^2$$

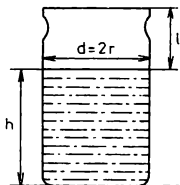
a relativní změna momentu setrvačnosti I kola je $\frac{m' r^2}{I}$.

Pro dané hodnoty je $m' = 0,056 \text{ kg}$, změna momentu setrvačnosti $\Delta I = m' r^2 = 0,0054 \text{ kg m}^2$, $\frac{\Delta I}{I} \doteq 0,02 = 2,0 \%$.

3. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

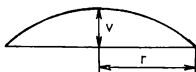
Do sklenice od kompotu nalijte vodu tak, jak ukazuje obrázek B-2. Potom ji přikryjte namočeným tužším papírem, který přesahuje asi 1 cm přes okraj sklenice. Papír přidržte a sklenici obraťte.

Jaký bude tlak p_1 , teplota T_1 a hustota ρ_1 vzduchu ve sklenici po jejím obrácení? Porovnejte uvedené stavové parametry s tlakem p_0 , teplotou T_0 a hustotou ρ_0 okolního vzduchu. Všechny děje považujte za adiabatické, pro něž platí $p_0 V_0^\kappa = p_1 V_1^\kappa$ a současně stavová rovnice. Konstanta κ se nazývá Poissonova.



Obr. B-2

Předpokládejte, že se papír víčka prohne do tvaru kulového vrchlíku. Odhadněte výšku v vrchlíku, vzniklého deformací papíru za předpokladu $v \ll r$. Objem kulového vrchlíku (obr. B-3) je $V^+ = \frac{1}{6}\pi v(3r^2 + v^2)$.



Obr. B-3

Úlohu řešte číselně pro hodnoty: $h = 10 \text{ cm}$, $l = 5 \text{ cm}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\rho' = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ je hustota vody, $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $\rho_0 = 1,16 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\kappa = \frac{7}{5}$.

Řešení

Protože po obrácení sklenice z ní voda nevytéká, musel se v prostoru nad volným povrchem snížit tlak vzhledem k barometrickému. Zvolíme-li k vykonání pokusu vhodný tužší papír, jehož hmotnost lze při výpočtu zanedbat, můžeme probíhající fyzikální děje velmi zjednodušeně popsat tak, jako by průběh pokusu byl ekvivalentní ideální soustavě podle obrázku: nádoba postupně obsahuje ideální plyn, vodu, píst zanedbatelné hmotnosti, pohybující se bez tření.

Nechť p_0, V_0, T_0 jsou stavové parametry vzduchu před obrácením sklenice. Po obrácení budou p_1, V_1, T_1 . Vnější tlak vzduchu je též p_0 .

Tlak vzduchu p_0 se rovná tlaku p_1 v uzavřeném prostoru a hydrostatickému tlaku vody, tj. z rovnosti tlaků tedy dostáváme

$$\begin{aligned} p_0 &= p_1 + \rho' gh, \\ p_1 &= p_0 - \rho' gh. \end{aligned} \quad (1)$$

Pro adiabatickou změnu při obrácení sklenice platí

$$p_1 V_1^\kappa = p_0 V_0^\kappa. \quad (2)$$

Současně pro ideální plyn (vzduch) platí pro 1 mol stavová rovnice

$$p_0 V_0 = R_m T_0, \quad p_1 V_1 = R_m T_1, \quad (3)$$

kde $R_m \doteq 8,3 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ je molární plynová konstanta. Vzájemným vydělením vztahů (3) dostaneme

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0},$$

a užijeme-li upravenou rovnici (2)

$$\frac{V_1}{V_0} = \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

a vztah (1), obdržíme

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1}{p_0} \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{1 - \frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_0 - \rho' g h}{p_0} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}.$$

Pro hustotu vzduchu platí jednak $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$, ale také $\rho_0 = \frac{m}{V_0}$
a odtud vydělením

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{V_0}{V_1} = \rho_0 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \rho_0 \left(\frac{p_0 - \rho' g h}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}}.$$

Předpokládejme, že namočený papír se bude deformovat právě tak, že změna objemu bude stejná jako v uvedeném

idealizovaném případě. Potom deformace papíru, počítaná z formy kulového vrchlíku, je rovna

$$V^+ = V_1 - V_0 = V_0 \left[\left(\frac{p_0}{p_0 - \rho'gh} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right] = \frac{1}{6} \pi v (3r^2 + v^2).$$

Protože předpokládáme $r \gg v$, platí přibližný vztah

$$V_0 = \left(\sqrt[{\kappa}]{\frac{p_0}{p_0 - \rho'gh}} - 1 \right) = \frac{1}{6} \pi v \cdot 3r^2 = \frac{1}{2} \pi r^2 v.$$

Uvážíme, že $V_0 = \pi l r^2$; potom vychází pro odhad výšky vrchlíku

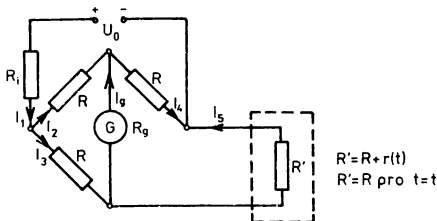
$$v = 2l \left(\sqrt[{\kappa}]{\frac{p_0}{p_0 - \rho'gh}} - 1 \right).$$

Pro dané hodnoty vychází: $T_1 = 299 \text{ K}$, $p_1 = 99\,000 \text{ Pa}$, $v = 0,72 \text{ mm}$, $\rho_1 = 1,15 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

4. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Na obrázku B-4 je schéma elektrického odporového teploměru v můstkovém zapojení. Všechny části, kromě čidla o odporu R' , jsou udržovány na teplotě t_1 . Má-li také čidlo teplotu t_1 , je můstek vyrovnaný a galvanometrem neprochází proud. Zvýší-li se teplota čidla, zvětší se jeho odpor a na galvanometru se objeví výchylka. Při plné výchylce prochází galvanometrem proud I_{gm} . Čidlo je zhotoveno z kovového vodiče, jehož teplotní součinitel odporu vztahený k teplotě t_1 je α .

a) Jak se musí zvětšit odpor R' , aby galvanometr ukazoval plnou výchylku? Při které teplotě t_2 to nastane?



Obr. B-4

b) Můžeme v intervalu teplot (t_1, t_2) považovat závislost proudu I_g na teplotě za lineární?

Řešte úlohu nejprve obecně, pak pro hodnoty: $U_0 = 10 \text{ V}$, $R_i = 10 \Omega$, $R = 100 \Omega$, $t_1 = 20^\circ \text{C}$, $\alpha = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $R_g = 2000 \Omega$, $I_{gm} = 100 \mu\text{A}$.

Řešení

Označení proudů v jednotlivých větvích volíme podle obrázku B-4. Odpor čidla můžeme vyjádřit ve tvaru $R' = R + r$. Předpokládejme, že známe proud I_g procházející galvanometrem. Užitím Kirchhoffových zákonů dostaneme

pro proudy I_1 až I_5 a odpor R' soustavu šesti rovnic:

$$R_i I_1 + R I_3 + R_g I_g + R I_4 = U_0, \quad (1)$$

$$R I_3 + R_g I_g - R I_2 = 0, \quad (2)$$

$$(R + r) I_5 - R I_4 - R_g I_g = 0, \quad (3)$$

$$I_1 = I_4 + I_5, \quad (4)$$

$$I_2 = I_4 - I_g, \quad (5)$$

$$I_3 = I_g + I_5. \quad (6)$$

Z rovnic (4), (5) a (6) dosadíme do vztahů (1) a (2) a dostáváme

$$I_4(R_i + R) + I_5(R_i + R) = U_0 - R_g I_g - R I_g, \quad (1')$$

$$I_4 R - I_5 R = R_g I_g + 2 R I_g, \quad (2')$$

z těchto rovnic určíme

$$I_4 = \frac{U_0 R + R^2 I_g + R_i R_g I_g + 2 R_i R I_g}{2 R (R_i + R)},$$

$$I_5 = \frac{U_0 R - 2 R R_g I_g - 3 R^2 I_g - R_i R_g I_g - 2 R_i R I_g}{2 R (R_i + R)}.$$

Ze vztahu (3) vyjádříme

$$r = \frac{R I_4 + R_g I_g}{I_5} - R = \frac{R(I_4 - I_5) + R_g I_g}{I_5}$$

a po dosazení za proudy I_4 a I_5 určíme odpor

$$r = R \frac{4 I_g (R + R_g) (R + R_i)}{U_0 R - I_g (2 R R_g + 3 R^2 + R_i R_g + 2 R R_i)}. \quad (7)$$

Závislost odporu R' na teplotě je vyjádřena vztahem

$$R' = R + r = R(1 + \alpha \Delta t),$$

odkud

$$r = R\alpha\Delta t, \quad (8)$$

a pro teplotu platí

$$\Delta t = \frac{r}{\alpha R}.$$

Dosadíme-li r podle vztahu (8) do vztahu (7), vypočteme

$$I_g = \quad (9)$$

$$= \frac{U_0 R \alpha \Delta t}{4(R + R_g)(R + R_i) + \alpha \Delta t(2RR_g + 3R^2 + R_i R_g + 2RR_i)}.$$

Závislost proudu I_g na Δt je tedy nelineární, je vyjádřena racionální lomenou funkcí.

Pro dané hodnoty dostáváme: Při $I_g = 100 \mu A$ je $r = 9,68 \Omega$, $\Delta t = 24,2 K$. Pro číselnou hodnotu I_g platí

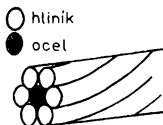
$$\{I_g\} = \frac{4 \{\Delta t\}}{924\,000 + 1\,808 \{\Delta t\}}. \quad (10)$$

Pro $\Delta t < 5 K$ můžeme jmenovatele zlomku považovat za konstantní (s přesností 1 %) a vztah (10) přibližně za přímou úměrnost. Pro $\Delta t = 24,2 K$ vzroste hodnota jmenovatele o 5 % a odchylka od linearity už není zanedbatelná.

5. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Elektrický vodič dálkového vedení je spletený z hliníkových a ocelových drátů o průměru d a délky b tak, jak to naznačuje obrázek B-5. Vodičem prochází elektrický proud I .

- Určete odpor uvedeného dálkového vodiče délky b .
- Jaké je napětí mezi koncovými body tohoto vodiče?
- Jaký je tepelný výkon proudu uvedeným vodičem?
- Jaké jsou energetické ztráty na tomto vodiči za 1 rok?
- Vysvětlete, proč obsahuje dálkový vodič i ocelový drát.
- Určete v procentech, jaká část proudu prochází ocelovým drátem.
- Jaké jsou tepelné ztráty na ocelovém drátě?



Obr. B-5

Měrný odpor hliníku $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, oceli $\rho_2 = 2,0 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$, $b = 1,0 \text{ km}$, $d = 4,0 \text{ mm}$, $I = 10^3 \text{ A}$.

Řešení

Označení veličin: r_1 je odpor jednoho drátu z hliníku, ρ_1 je jeho měrný odpor, r_2 je odpor drátu z oceli, ρ_2 je jeho

měrný odpor, $S = \frac{1}{4}\pi d^2$ je průřez každého drátu, b je jeho délka.

Potom platí

$$r_1 = \varrho_1 \frac{b}{S}, \quad r_2 = \varrho_2 \frac{b}{S}. \quad (1)$$

Celkový odpor hliníkové složky (6 drátů) vodiče je

$$R_1 = \frac{r_1}{6} \text{ a ocelové složky } R_2 = r_2. \quad (2)$$

a) Protože vodič je spletený tak, že R_1 a R_2 jsou v něm zařazeny paralelně, je výsledný celkový odpor vodiče podle (1) a (2)

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + 6r_2} = \frac{4b}{\pi d^2} \cdot \frac{\varrho_1 \varrho_2}{\varrho_1 + 6\varrho_2}.$$

b) Za předpokladu platnosti Ohmova zákona pro celý vodič je

$$U = IR = \frac{4bI}{\pi d^2} \cdot \frac{\varrho_1 \varrho_2}{\varrho_1 + 6\varrho_2}.$$

c) Platí-li předchozí vztah, je výkon

$$P = UI = RI^2 = \frac{4b}{\pi d^2} \cdot \frac{\varrho_1 \varrho_2}{\varrho_1 + 6\varrho_2} I^2.$$

d) Celkové ztráty za dobu t vyjadřuje elektrická práce

$$W = Pt = \frac{4b\varrho_1\varrho_2 I^2}{\pi d^2(\varrho_1 + 6\varrho_2)} t.$$

- e) Ocelový drát dává dálkovému vedení potřebnou mechanickou pevnost. Vedení je velmi namáháno (tíha vedení, námraza, ...).
- f) Protože mezi konci ocelového a hliníkových drátů je totéž napětí U , musí $I_1 R_1 = I_2 R_2$, kde I_1 je proud procházející hliníkovou částí vedení, I_2 je proud v ocelové části vedení. Užitím vztahů (1), (2) vychází

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{6r_2}{r_1} = \frac{6\rho_2}{\rho_1}. \quad (3)$$

Protože celkový proud vedením $I = I_1 + I_2$, platí

$$\frac{I_2}{I} = \frac{I_2}{I_1 + I_2} = \frac{1}{\frac{I_1}{I_2} + 1} = \frac{1}{\frac{6\rho_2}{\rho_1} + 1} = \frac{\rho_1}{6\rho_2 + \rho_1}.$$

V procentech je

$$p = \frac{100\rho_1}{6\rho_2 + \rho_1}.$$

- g) Protože $P = UI$, je $P_1 = UI_1$, $P_2 = UI_2$; odtud podle vztahu (3)

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{6\rho_2}{\rho_1},$$

a konečně, označíme-li $P = P_1 + P_2$ celkový ztrátový výkon, bude

$$\frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{1}{\frac{P_1}{P_2} + 1} = \frac{\rho_1}{6\rho_2 + \rho_1},$$

v procentech vychází opět

$$p = \frac{100 \varrho_1}{\varrho_1 + 6 \varrho_2}.$$

Pro dané hodnoty je $R = 0,35 \, \Omega$, $U = 350 \, \text{V}$, $P = 350 \, \text{kW}$,
 $W \doteq 1,104 \cdot 10^{13} \, \text{J}$, $p \doteq 2,20 \, \%$.

6. úloha – experimentální (navrhl RNDr. Ivo Volf)

Stanovit horizontální složky magnetické indukce zemského magnetického pole užitím tangentové buzoly.

Základem tangentové buzoly je magnetická střelka spolu s kruhovou cívkou poloměru r s jedním nebo N závitů pro vytvoření pomocného magnetického pole. Cívkou prochází proud I . Osa cívky je kolmá k magnetickému poledníku Země (obr. B-6). Po zapojení proudu se střelka vychýlí do směru vektoru $B = B_H + B_I$, kde B_H je vektor horizontální složky magnetické indukce magnetického pole Země, B_I je vektor magnetické indukce pole vytvořeného proudem I . Platí ($\mu_{\text{vzduch}} \doteq \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, \text{NA}^{-2}$)

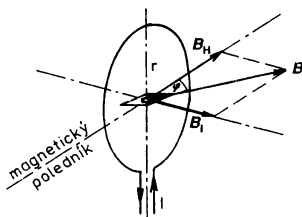
$$B_I = \mu_0 \frac{NI}{2r}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{B_I}{B_H}.$$

Odtud

$$B_H = \mu_0 \frac{N}{2r} \cdot \frac{I}{\text{tg } \varphi}.$$

Úkol: Stanovte horizontální složku B_H magnetické indukce zemského magnetického pole v místě školy.

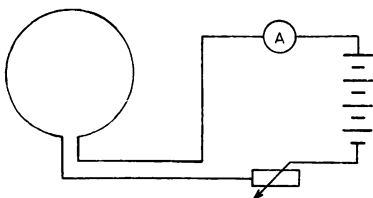
Pomůcky: Tangentová buzola, ampérmetr, reostat ($13 \, \Omega$, 6 až 7 A), baterie (akumulátor NiFe), spojovací vodiče délky



Obr. B-6

alespoň 1 m. Pokud ve sbírkách školy není tangentová buzola, zhotovíme kruhovou cívku navinutím několika závitů tlustšího izolovaného vodiče na vědro z plastické látky, které vhodně podložíme, aby osa cívky byla vodorovná. Můžeme také použít hliníkový ráfek od dětského jízdního kola. Do středu cívky umístíme buzolu (střelku). Pro ustavení cívky a buzoly nepoužijeme magnetické materiály.

Provedení: Měříme v zapojení podle obrázku B-7. Provedeme pět měření při různých proudech, které volíme tak, aby pro výchylky magnetky platilo $30^\circ < \varphi < 60^\circ$. Pak směr proudu obrátíme a provedeme dalších 5 měření při stejných proudech jako v první části. V blízkosti tangentové buzoly nesmějí být žádné předměty z feromagnetických materiálů. Proto použijeme dlouhé měděné spojovací vodiče, reostat,



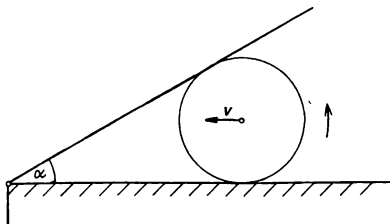
Obr. B-7

ampérmetr i akumulátory NiFe umístíme do vzdálenosti nejméně 1 m od cívky s buzolou. Zkuste, jak se změní výsledek, umístíme-li do blízkosti tangentové buzoly ocelové předměty. Všechny získané výsledky zpracujte.

7. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Tuhá tyč je otáčivě upevněna v bodě O a dotýká se povrchu válce, jehož poloměr je R (obr. B-8). Osa válce je stále kolmá k tyči. Válec se bez klouzání valí po podložce a přitom zdvihá tyč. Při valení povrch válce klouže po tyči bez tření. Velikost rychlosti osy válce vzhledem k podložce je $v = \text{konst.}$ Určete úhlovou rychlost tyče, je-li velikost úhlu mezi tyčí a podložkou α .

Řešte úlohu nejprve obecně, potom pro hodnoty: $R = 0,10 \text{ m}$, $v = 0,025 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\alpha = 60^\circ$.

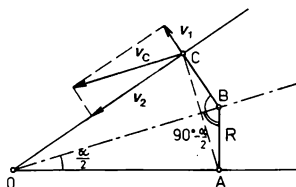


Obr. B-8

Řešení

Úloha patří do studijního tématu kategorie B (viz úvodní kapitolu).

Valící se válec způsobuje pohyb tyče. V bodě C dotyku se přenáší na tyč složky okamžité rychlosti v_C tohoto bodu válce, který se tyče právě dotýká. Protože se válec valí bez klouzání po podložce, lze povrchovou přímku válce procházející bodem A definovat jako okamžitou osu otáčení. Potom vektor v_C je kolmý k úsečce AC . Rychlost v_C rozložíme na dvě složky podle obrázku B-9. v_1 je současně rychlost pohybu bodu C , rychlost v_2 neovlivňuje pohyb tyče, neboť bod O je pevný vzhledem k podložce. Během pohybu přitom stále platí o úhlech: $\angle AOB = \angle BOC = \frac{\alpha}{2}$.



Obr. B-9

Úhlová rychlost ω tyče je podle definice

$$\omega = \frac{v_1}{OC}. \quad (1)$$

K určení této úhlové rychlosti musíme vypočítat velikost rychlosti v_1 a vzdálenost OC v každém okamžiku. Pro úhlovou rychlost ω_0 válce platí

$$\omega_0 = \frac{v}{R} = \frac{v_C}{AC}. \quad (2)$$

Přičemž z trojúhelníku ABC , ve kterém je $\angle ABC = 180^\circ - \alpha$, určíme $AC = 2R \sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 2R \cos \frac{\alpha}{2}$.

Ze vztahu (2) dostaneme pro velikost rychlosti

$$v_C = 2v \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (3)$$

Z podmínky $v_C \perp AC$ vyplývá, že úhel mezi vektory v_C a v_1 je rovný úhlu ACO , tj. $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$. Tedy $\frac{v_1}{v_C} = \cos(90^\circ - \frac{\alpha}{2})$, neboli

$$v_1 = v_C \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (4)$$

Délku úsečky OC určíme z trojúhelníku BCO . V něm platí vztah

$$\frac{R}{OC} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad OC = R \cotg \frac{\alpha}{2}. \quad (5)$$

Dosazením (4) a (5) do vztahu (1) dostaneme s využitím vztahu (3)

$$\omega = \frac{v_C \sin \frac{\alpha}{2}}{R \cotg \frac{\alpha}{2}} = \frac{2v \cos \frac{\alpha}{2}}{R} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2v}{R} \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

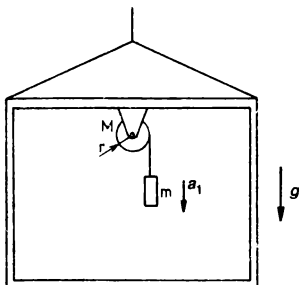
Pro dané hodnoty vychází: $\omega = \frac{1}{8} \operatorname{rad} \cdot \operatorname{s}^{-1} = 7,2^\circ \cdot \operatorname{s}^{-1}$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

V kabině výtahu je umístěna pevná kladka o hmotnosti M a poloměru r , která se otáčí prakticky bez tření. Na kladce je ovinuto vlákno, na němž visí závaží o hmotnosti m .

- Je-li kabina výtahu v klidu vzhledem k zemskému povrchu, určete zrychlení a_1 pohybu závaží.
- Nechť se nyní kabina rozjíždí směrem vzhůru se zrychlením a_2 vzhledem k zemskému povrchu. Dokažte, že pohyb závaží bude rovnoměrně zrychlený, a vypočítejte velikost zrychlení pohybu závaží vzhledem k podlaze kabiny.



Obr. B-10

- c) Předchozí úlohu řešte pro případ, že se kabina rozjíždí dolů se zrychlením a_3 vzhledem k zemskému povrchu. Jaká situace nastane pro případ $a_3 = g$?

Vlákno při pohybu kladky neklouže, je dokonale ohebné a nerostavitelné, jeho hmotnost neuvažujeme (obr. B-10).

Úlohu řešte obecně, potom pro hodnoty: $m = 0,50 \text{ kg}$, $M = 3,9 \text{ kg}$, $a_2 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_3 = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Moment setrvačnosti kladky $I = \frac{1}{2} M r^2$.

Řešení

Označení veličin je v textu úlohy a na obrázku.

a) Podle zákona zachování mechanické energie platí

$$mgs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2, \quad (1)$$

kde s je dráha závaží měřená z klidové polohy, $t_0 = 0$ s. Jde o pohyb rovnoměrně zrychlený, tedy $v = \sqrt{2a_1s}$. Okamžitá rychlost závaží v je stejná jako postupná rychlost bodů na obvodě kladky, tj. $v = \omega r$. Dosadíme poslední dva vztahy do (1) – za s a ω . Úpravou dostaneme pro hledané zrychlení

$$a_1 = \frac{2m}{2m + M}g. \quad (2)$$

Úlohu můžeme řešit i užitím pohybové rovnice $M = I\epsilon$, kde M je moment působící síly na kladku, I moment setrvačnosti kladky, ϵ úhlové zrychlení kladky.

Pro kladku platí:

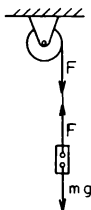
$$\begin{aligned} M &= I\epsilon \\ M &= Fr, \end{aligned} \quad (3)$$

kde F je síla, která se rovná síle napínající vlákno (obr. B-11). Je $mg - F = ma_1$, a tedy síla $F = mg - ma_1$.

Porovnáním pravých stran dvou vztahů (3) a dosazením za F , ϵ ($\epsilon = \frac{a_1}{r}$), I dostaneme

$$(mg - ma_1)r = \frac{1}{2}Mr^2 \frac{a_1}{r}$$

a odtud výsledek (2).



Obr. B-11

- b) K řešení této části úlohy použijeme druhé řešení z části a). Hledané zrychlení označíme a'_1 . Jde opět o pohyb rovnoměrně zrychlený, jelikož působící síla se změnila o konstantní hodnotu ma_2 . Tedy pohybová rovnice má v tomto případě tvar

$$(mg + ma_2 - ma'_1)r = \frac{1}{2}Mr^2\frac{a'_1}{r},$$

a tedy

$$a'_1 = \frac{2m(g + a_2)}{M + 2m}.$$

Stačí tedy v úvaze prvního řešení části a) nahradit velikost zrychlení g hodnotou $(g + a_2)$.

- c) Řešení je obdobné jako v části b). Pro hledané zrychlení a''_1 dostaneme

$$a''_1 = \frac{2m(g - a_3)}{M + 2m}.$$

Speciálně pro volný pád kabiny $a_3 = g$ je $a_1'' = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
 Pro dané hodnoty vychází $a_1 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_1' = 2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 $a_1'' = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Určete hmotnost m tenkého kulového balónku o průměru d , jestliže se balónek v místnosti právě vznáší ve vzduchu.

- a) Předpokládejte, že balónek je naplněn vodíkem o tlaku p_1 a teplotě T . Okolní vzduch v místnosti má tlak p_2 , teplotu T .
- b) Popište, co se stane, přenesete-li vznášející se balónek na balkón, kde je tlak vzduchu p_2 , teplota $T' < T$. Zdůvodněte.

Při řešení považujte oba plyny za dokonalé. Řešte obecně, potom pro hodnoty: $d = 30 \text{ cm}$, $t = 20^\circ\text{C}$, $p_1 = 1,3p_2$, $p_2 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $M_{\text{H}_2} = 0,002 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M_{\text{vzd}} = 0,029 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $R = 8,3 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

Řešení

- a) Tíhová síla působící na balónek a aerostatická vztlaková síla jsou též velikosti. Označíme-li hmotnost balónku m , hmotnost vodíku M_1 a hmotnost vzduchu, který vytlačí balónek, M_2 , pak

$$mg + M_1g = M_2g.$$

Objem V balónku, a tedy vodíku a též vytlačeného vzduchu je

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3.$$

Z první rovnice vychází pro hmotnost balónku

$$m = M_2 - M_1.$$

Použijeme-li stavovou rovnici, pak pro hmotnosti M_2, M_1 platí

$$M_2 = \frac{p_2 V M_{\text{vzd}}}{RT}, \quad M_1 = \frac{p_1 V M_{\text{H}_2}}{RT}.$$

Dosažením dostáváme pro hmotnost balónku

$$m = \frac{V}{RT} (p_2 M_{\text{vzd}} - p_1 M_{\text{H}_2}) = \frac{\pi d^3}{6RT} (p_2 M_{\text{vzd}} - p_1 M_{\text{H}_2}).$$

Pro dané hodnoty je $m = 0,015 \text{ kg} = 15 \text{ g}$.

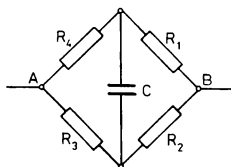
- b) Balónek, který se vznáší v místnosti při teplotě T a tlaku p_2 , bude na balkóně při teplotě $T' < T$ a tlaku p_2 stoupat vzhůru, protože $M'_2 > M_2$, tj. $M'_2 g > g(m + M_1)$.

3. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

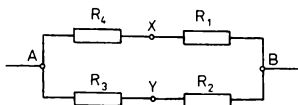
Součástí složitější elektrické sítě je obvod s ustálenými proudy, jehož schéma je na obrázku B-12. Mezi body A, B je stejnosměrné napětí U , přičemž potenciál v bodě A je $\varphi_A = +1 \text{ V}$, potenciál v bodě B je $\varphi_B = +6 \text{ V}$.

- a) Určete napětí U_C i jeho polaritu na deskách kondenzátoru s kapacitou C .
b) Určete náboj Q kondenzátoru v tomto případě.
c) Určete energii E elektrického pole kondenzátoru v tomto případě.

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$.



Obr. B-12



Obr. B-13

Řešení

V ustáleném stavu neprochází kondenzátorem proud a daný obvod je ekvivalentní s obvodem na obrázku B-13.

- a) Je třeba určit napětí mezi body X, Y . Označíme $R_I = R_1 + R_4$, $R_{II} = R_2 + R_3$. Potom proudy I_I a I_{II} v jednotlivých větvích, napětí a odpory splňují následující vztahy

$$U = \varphi_B - \varphi_A,$$

$$I = I_I + I_{II} = \frac{U}{R},$$

$$U = I_I R_I = I_{II} R_{II},$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}}.$$

Napětí mezi body X, Y bude určeno vztahy

$$U_1 = R_I I_I, \quad U_2 = R_2 I_{II}, \quad U_3 = R_3 I_{II}, \quad U_4 = R_4 I_I, \\ \varphi_A = +1 \text{ V},$$

odtud, např. $U_4 = \varphi_X - \varphi_A$, $U_3 = \varphi_Y - \varphi_A$, platí

$$U_C = \varphi_X - \varphi_Y = U_4 - U_3.$$

Použitím předcházejících vztahů dostaneme postupně

$$U_C = R_4 I_I - R_3 I_{II} = R_4 \frac{U}{R_I} - R_3 \frac{U}{R_{II}}.$$

Dosazením za R_I, R_{II} dostaneme

$$U_C = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)} U, \quad U = \varphi_B - \varphi_A > 0,$$

jelikož je $U_C > 0 \text{ V}$, je $\varphi_X > \varphi_Y$.

b) Náboj

$$Q = CU_C = UC \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}.$$

c) Energie

$$E = \frac{1}{2} CU_C^2 = \frac{CU^2}{2} \left[\frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)} \right]^2.$$

Pro dané hodnoty vychází $U = 5 \text{ V}$, $U_C = 1 \text{ V}$, $Q = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $E = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

4. úloha (navrhl RNDr. I. Volf)

Kolo klikového mechanismu (obr. B-14) se rovnoměrně otáčí úhlovou rychlostí $\omega = 2,0 \text{ s}^{-1}$. Délka kliky $|AO| = r = 20 \text{ cm}$, délka tyče $|AB| = d = 0,80 \text{ m}$.

- a) Určete rychlosti bodů A , B a rychlost středu tyče C .
b) Určete úhlovou rychlost tyče AB vzhledem k okamžitému středu otáčení.

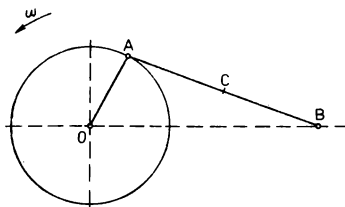
Úlohy a), b) řešte pro čtyři polohy kliky AO , v kterých úhel AOB má hodnoty 0 rad , $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$, $\pi \text{ rad}$, $\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$.

Řešení

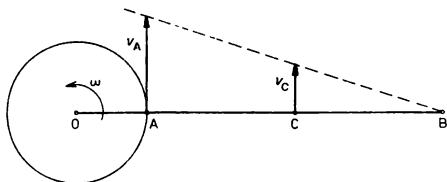
Úlohu budeme řešit postupně pro všechny čtyři polohy. Při řešení použijeme především vztahu mezi postupnou (v) a úhlovou (ω) rychlostí, tj.

$$v = \omega r,$$

kde r je poloměr otáčení.



Obr. B-14



Obr. B-15

1. poloha (obr. B-15): směr rychlosti bodu A_0 , tj. v_A ,

je kolmý na kliku O_A . Směr rychlosti bodu B je vždy vodorovný. Okamžitý střed rychlosti je určen průsečíkem přímků kolmých na vektory v_A, v_B a vedených body A, B . V daném případě je to bod B , tedy $v_B = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Platí

$$v_A = \omega_{AB}|AB|, \quad \omega_{BA} = \frac{v_A}{|AB|} = \frac{v_A}{d}.$$

Velikost rychlosti bodu A určíme se vztahu

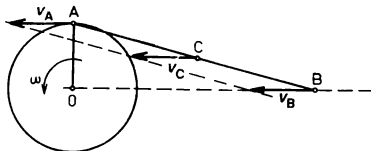
$$v_A = \omega|OA| = \omega r = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

pro velikost úhlové rychlosti je $\omega_{BA} = \frac{r}{d}\omega$. Pro dané hodnoty veličin je $\omega_{BA} = 0,50 \text{ s}^{-1}$.

Rychlost bodu C je

$$v_C = \omega_{BA}CB = \frac{r\omega}{d} \cdot \frac{d}{2}, \quad v_C = \frac{\omega}{2}r.$$

Pro dané hodnoty je $v_C = 0,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

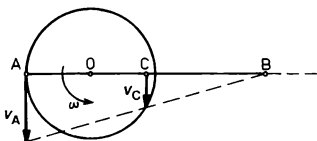


Obr. B-16

2. poloha (obr. B-16): okamžitý střed rychlosti je v tomto případě v nekonečnu. Proto $\omega_{BA} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{v_A}{x} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Tyč AB v daném případě koná jen postupný pohyb s rychlostí

$$v_B = v_C = v_A = \omega r.$$

Pro dané hodnoty je $v_C = 0,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = v_A = v_B$.



Obr. B-17

3. poloha (obr. B-17): podobně jako v prvním případě je střed rychlosti v bodě B . Konstrukce středu rychlosti je stejná, jen rychlosti sestrojujeme opačným směrem a v opačné polorovině.

Pro tento případ platí:

$$\omega_{BA} = \frac{v_A}{|AB|} = \frac{v_A}{d}, \quad v_B = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$v_C = \omega_{BA} |CB| = \omega \frac{r}{d} \cdot \frac{d}{2} = \frac{\omega r}{2},$$

$$v_A = v_C \frac{|AB|}{|CB|}.$$

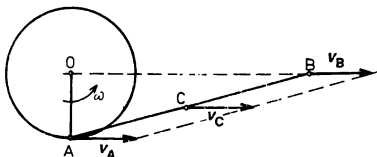
Pro dané hodnoty je $\omega_{BA} = 0,50 \text{ s}^{-1}$, $v_C = 0,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_A = 0,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4. poloha (obr. B-18): podobně jako v druhé poloze je i v této okamžitý střed rychlosti v nekonečnu. Platí

$$\omega_{BA} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{v_A}{x} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Pro rychlost je $v_B = v_C = v_A = \omega r$.

Velikost rychlostí pro dané hodnoty je $v_B = v_C = v_A = 0,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



Obr. B-18

3. Úlohy kategorie C

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Dokonale pružný pryšový míček je puštěn ze střechy budovy. Počáteční rychlost míčku je nulová. Pozorovatel stojící v místnosti u okna zjistí, že míček proběhl vzdálenost s od horního okraje okna k dolnímu okraji za dobu t_s . Míček padá dále, dochází k dokonale pružné srážce s vodorovným povrchem chodníku a míček se objeví znovu u dolního okraje okna za dobu t poté, co ho minul při pádu. Jak vysoká je budova?

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $s = 1,5 \text{ m}$, $t_s = 0,12 \text{ s}$, $t = 2,0 \text{ s}$. Odpor vzduchu neuvažujte.

Řešení

Označme si výšku budovy h , dále h_1 vzdálenost střechy od horního okraje okna, výšku okna s a vzdálenost dolního okraje okna od chodníku h_2 . Platí

$$h = h_1 + s + h_2.$$

Úloha je příkladem na volný pád hmotného bodu. K hornímu okraji okna se míček dostane za dobu t_1 , a tedy dráha volného pádu

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2. \quad (1)$$

Podobně u dolního okraje okna platí pro dráhu:

$$h_1 + s = \frac{1}{2}g(t_1 + t_s)^2. \quad (2)$$

Dráhu h_2 urazí míček za čas $\frac{t}{2}$, tedy dráhu h urazí míček za dobu $t_1 + t_s + \frac{t}{2}$, a proto platí

$$h = \frac{1}{2}g(t_1 + t_s + \frac{t}{2})^2. \quad (3)$$

Dále řešíme soustavu rovnic. Odečtením (1), (2) dostaneme

$$s = \frac{1}{2}gt_s(2t_1 + t_s),$$

odtud můžeme vypočítat t_1 a dosadit do (3). Dostaneme

$$t_1 = \frac{2s - gt_s^2}{2gt_s}$$

a dále

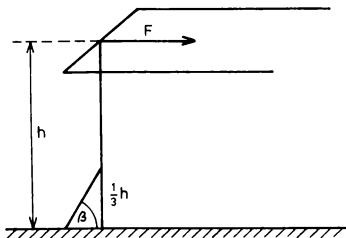
$$h = \frac{(2s + gtt_s + gt_s^2)^2}{8gt_s^2}.$$

Pro dané hodnoty je výška budovy $h \doteq 27$ m.

2. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Koncový sloup elektrického vedení má výšku h . Vedení je složeno ze dvou hliníkových vodičů, každý o průměru $2r$. Sloup je ukotven ve výšce $\frac{1}{3}h$ od povrchu země ocelovým drátem, který svírá s vodorovnou rovinou úhel β (obr. C-1). Velikost tahové síly drátů při teplotě T_1 je F . Předpokládejte, že dráty elektrického vedení jsou mezi sloupy přímé a rovnoběžné s povrchem země, sloup zůstává stále ve svislé poloze, jeho deformace neuvažujte.

a) Určete velikost síly F_k , kterou je napínán kotvicí drát při teplotě T_1 .



Obr. C-1

- Určete minimální obsah příčného řezu kotvicího drátu, nemá-li normálové napětí v drátu překročit hodnotu dovoleného napětí σ_d .
- Určete přírůstek tahové síly drátu vedení, klesne-li jejich teplota na T_2 a jejich délka se přitom nezmění.
- Vypočítejte přírůstek napětí v kotvicím drátě při poklesu teploty z T_1 na T_2 .

Řešte obecně a potom pro hodnoty: $h = 6,0 \text{ m}$, $2r = 3,0 \text{ mm}$, $\beta = 45^\circ$, $F = 1500 \text{ N}$, $\sigma_{dov} = 120 \text{ MPa}$, $\Delta T = T_1 - T_2 = 20 \text{ K}$, pro ocel $E_1 = 2,2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\alpha_1 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, pro hliník $E_2 = 7,4 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $\alpha_2 = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Řešení

- Soustava je v rovnováze. Tedy momenty sil F_k , F vzhle-

dem k bodu P se rovnají, tj.

$$Fh = \frac{1}{3} F_k h \cos \beta,$$
$$F_k = \frac{3F}{\cos \beta}.$$

Pro dané hodnoty je $F_k = 6,4 \text{ kN}$.

- b) Pro normálové napětí σ_n v kotvicím drátu podle požadavku platí:

$$\sigma_n = \frac{F_k}{S} = \sigma_{\text{dov}}$$

a odtud

$$S = S_{\text{min}} = \frac{F_k}{\sigma_{\text{dov}}} = \frac{3F}{\sigma_{\text{dov}} \cos \beta}.$$

Pro dané hodnoty je $S_{\text{min}} = 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$.

- c) Snížením teploty o ΔT by se délka drátu zkrátila o Δl :

$$\Delta l = \alpha_2 l \Delta T$$

Délka drátu se nesměnila, změně Δl odpovídá přírůstek tahové síly ΔF . Z Hookova zákona plyne

$$\frac{\Delta F}{2\pi r^2} = E_2 \frac{\Delta l}{l}$$

a odtud dosazením za Δl dostaneme pro hledaný přírůstek

$$\Delta F = 2\pi r^2 E_2 \alpha_2 \Delta T.$$

Pro dané hodnoty $\Delta F = 500 \text{ N}$.

- d) Velikost tahové síly drátu při teplotě T_2 je $F + \Delta F$, podle výsledku a) je tahová síla v kotvicím drátu rovna

$$F_1 = \frac{3(F + \Delta F)}{\cos \beta}.$$

Změna teploty kotvicího drátu způsobí změnu normálového napětí v kotvicím drátu, podle c) pro odpovídající změnu tahové síly ΔF_2 dostáváme

$$\Delta F_2 = S_{\min} \cdot E_1 \alpha \Delta T.$$

Výsledné normálové napětí σ_{n_2} v kotvicím drátu při teplotě T_2 je

$$\sigma_{n_2} = \frac{3(F + \Delta F)}{S_{\min} \cos \beta} + E_1 \alpha_1 \Delta T.$$

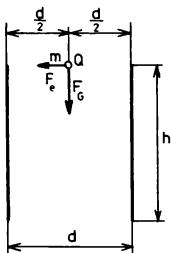
Dosažením za ΔF , $S_{\min}$ dostaneme obecný výsledek:

$$\sigma_{n_2} = \frac{(F + 2\pi r^2 E_2 \alpha_2 \Delta T) \sigma_{\text{dov}}}{F} + E_1 \alpha_1 \Delta T$$

Číselně pro dané hodnoty vychází $\sigma_{n_2} = 210 \text{ MPa} > \sigma_{\text{dov}}$.

3. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Mezi dvěma rovnoběžnými, svisle umístěnými kovovými deskami v homogenním tíhovém poli Země ve vakuu se může pohybovat částice s nábojem Q a hmotností m . Desky mají výšku h , jejich vzájemná vzdálenost je d (obr. C-2). Jestliže desky nabijeme tak, že napětí mezi nimi je U , pak volně puštěná částice se při pohybu odchýlí od svislého směru



Obr. C-2

o úhel α směrem k desce s nižším potenciálem. Na počátku je částice u horního okraje desek uprostřed.

- Určete náboj částice.
- Vysvětlete, po jaké trajektorii se částice pohybuje.
- Určete, zda částice opustí elektrické pole, nebo bude zachycena deskou.
- Určete napětí mezi deskami tak, aby při stejném náboji nebyla částice zachycena deskami.

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $d = 0,50 \text{ cm}$, $h = 3,0 \text{ cm}$, $U = 400 \text{ V}$, $m = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$, $\alpha = 7,5^\circ$.

Řešení

- Na částici působí tíhová síla $F_G = mg$ a elektrická

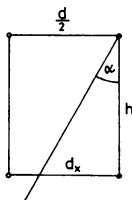
síla $F_e = \frac{U}{d}Q$, kde $\frac{U}{d} = E$ je intenzita homogenního elektrického pole uvnitř desek. Výslednice těchto sil svírá s tíhovou silou F_G úhel α , pro který platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_e}{F_G} = \frac{UQ}{mgd},$$

a odtud

$$Q = \frac{mgd}{U} \operatorname{tg} \alpha.$$

- b) Jelikož částice byla na začátku v relativním klidu a výslednice sil na ni působící je konstantní, je konstantní i vektor zrychlení částice. Částice se tedy pohybuje po přímce.



Obr. C-3

- c) Výsledná vodorovná výchylka d_x částice (obr. C-3) při opuštění soustavy desek je

$$d_x = h \operatorname{tg} \alpha.$$

V našem případě $d_x = 3 \operatorname{tg} 7,5^\circ > \frac{d}{2}$, a tedy částice bude zachycena deskou.

- d) Má-li částice opustit elektrické pole desek při napětí U' , musí odchylka α' vyhovovat podmínce $\frac{d}{2} \geq h \operatorname{tg} \alpha'$. Jelikož podle části a) řešení je

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{QU'}{mgd},$$

dostaneme dosazením do podmínky a její úpravou pro hledané napětí U' :

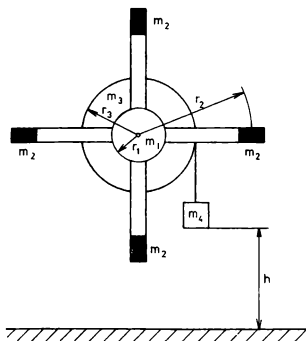
$$U' \leq \frac{mgd^2}{2Qh}$$

Pro dané hodnoty platí $U' \leq 250 \text{ V}$.

4. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Na čtyřech ramenech zanedbatelné hmotnosti, která jsou pevně spojena s kotoučem o hmotnosti m_1 a poloměru r_1 , jsou upevněna čtyři závaží zanedbatelných rozměrů, každé o hmotnosti m_2 . Závaží na ramenech jsou ve vzdálenosti r_2 od osy otáčení. S kotoučem je pevně spojena kladka o hmotnosti m_3 a poloměru r_3 , na které je navinuto vlákno velmi malé hmotnosti. Na vlákně je těleso o hmotnosti m_4 , jehož dolní okraj je ve výšce h nad podložkou (obr. C-4).

- Určete velikost rychlosti, kterou bude mít těleso o hmotnosti m_4 v okamžiku dopadu na podložku.
- Určete, za jakou dobu urazí těleso o hmotnosti m_4 vzdálenost h .



Obr. C-4

- c) Zodpovězte otázky a), b) v případě, že závaží na ramenech jsou ve vzdálenosti $\frac{r_2}{2}$ od osy otáčení.
- d) V okamžiku, kdy se těleso o hmotnosti m_4 nachází ve vzdálenosti $\frac{h}{2}$ nad podložkou, začne na obvod kotouče působit stálá brzdná síla F . Určete velikost této síly tak, aby těleso o hmotnosti m_4 nedopadlo na podložku.

Při řešení úlohy neuvažujte odpory proti pohybu. Řešte obecně, potom pro hodnoty: $m_1 = 0,50 \text{ kg}$, $m_2 = 0,10 \text{ kg}$, $m_3 = 0,10 \text{ kg}$, $r_1 = 0,10 \text{ m}$, $r_2 = 0,30 \text{ m}$, $r_3 = 0,03 \text{ m}$, $h = 1,5 \text{ m}$, $m_4 = 0,50 \text{ kg}$.

Řešení

- a) Moment setrvačnosti otáčivé části soustavy označíme J .

Platí:

$$J = \frac{1}{2}m_1r_1^2 + \frac{1}{2}m_3r_3^2 + 4m_2r_2^2.$$

Pokud zanedbáme odpor vzduchu a tření v ložiskách kladky, můžeme určit rychlost v tělesa při dopadu na podložku ze zákona zachování mechanické energie

$$m_4gh = \frac{1}{2}(m_4v^2 + J\frac{v^2}{r_3^2}).$$

Odtud určíme hledanou rychlost v :

$$v = \sqrt{\frac{2m_4ghr_3^2}{m_4r_3^2 + J}}$$

a dosazením za moment setrvačnosti dostaneme

$$v = \sqrt{\frac{4m_4ghr_3^2}{2m_4r_3^2 + m_1r_1^2 + m_3r_3^2 + 8m_2r_2^2}}.$$

Pro dané hodnoty je $v \doteq 0,58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Pohyb tělesa o hmotnosti m_4 je rovnoměrně zrychlený, tj.

$$h = \frac{1}{2}at^2, \quad v = at,$$

kde t je doba pohybu tělesa. Z uvedených vztahů dostaneme

$$t = \frac{2h}{v} = 2h\sqrt{\frac{2m_4r_3^2 + m_1r_1^2 + m_3r_3^2 + 8m_2r_2^2}{4m_4ghr_3^2}}.$$

Pro dané hodnoty je doba, za kterou urazí těleso o hmotnosti m_4 dráhu h , rovna $t = 5,1$ s.

- c) Změnou vzdáleností závaží na hodnotu $\frac{r_2}{2}$ se změní moment setrvačnosti otáčivé části. Stačí tedy do výsledků v části a), b) za r_2 dosadit $\frac{1}{2}r_2$. Změní se jen člen $8m_2r_2^2$ na hodnotu $2m_2r_2^2$.

Označíme-li hledané veličiny v', t' , pak pro dané hodnoty vychází $v' = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $t' = 2,9$ s.

- d) Celková mechanická energie tělesa o hmotnosti m_4 při pohybu je rovna energii potenciální v nejvyšším bodě, tj. m_4gh . Má-li se těleso u podložky zastavit, pak práce brzdné síly $F_{\min}$ se rovná této energii, tj.

$$m_4gh = F_{\min}2\pi r_1 n,$$

kde n je počet otáček kotouče o poloměru r_1 , který odpovídá dráze $\frac{h}{2}$ tělesa o hmotnosti m_4 , tj.

$$\frac{h}{2} = 2\pi r_3 n, \quad n = \frac{h}{4\pi r_3}.$$

Odtud dosazením za n do vztahu vyjadřujícího zákon zachování energie dostaneme pro minimální sílu

$$F_{\min} = \frac{2m_4gr_3}{r_1}.$$

Pro sílu F musí platit podmínka $F \geq F_{\min}$. Číselně pro dané hodnoty je $F_{\min} = 2,59 \text{ N}$, $F \geq 3 \text{ N}$.

5. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

V nádobě o objemu V_1 je kyslík O_2 o tlaku p_1 a teplotě T_1 , v nádobě o objemu V_2 je dusík N_2 o tlaku p_2 a teplotě T_2 . Nádoby jsou spojeny trubicí opatřenou kohoutem. Když kohout otevřeme, plyny se smísí. Vypočtete výsledný tlak a výslednou teplotu po dosažení rovnovážného stavu. Předpokládejte, že soustava nádob je tepelně izolována od okolí a plyny spolu chemicky nereagují. Plyny považujte za ideální. Úlohu řešte obecně.

Řešení

Stavové veličiny pro kyslík O_2 označíme V_1, p_1, T_1 , stavové veličiny pro dusík N_2 označíme V_2, p_2, T_2 . Výslednou teplotu směsi označíme T a výsledný tlak p .

Pro spojení nádob platí kalorimetrická rovnice:

$$n_1 C_V (T_1 - T) = n_2 C_V (T - T_2),$$

kde n_1 je látkové množství kyslíku, n_2 dusíku. C_V je molární tepelná kapacita příslušných plynů. Oba plyny jsou dvouatomové, tedy $C_V = \frac{5}{2}R$.

Dále platí stavová rovnice. Pro kyslík O_2

$$p_1 V_1 = n_1 R T_1$$

a pro dusík N_2

$$p_2 V_2 = n_2 R T_2,$$

kde R je molární plynová konstanta, $R \doteq 8,3 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

Vypočtením látkových množství n_1, n_2 ze stavových rovnic a dosazením do kalorimetrické rovnice určíme výslednou

$$T = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2) T_1 T_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}. \quad (1)$$

Výsledný tlak je podle Daltonova zákona roven součtu parciálních tlaků obou plynů v objemu $V_1 + V_2$ při teplotě T . Jednotlivé tlaky při objemu $V_1 + V_2$ označíme p'_1, p'_2 . Ze stavových rovnic, např. ve tvaru

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p'_1 (V_1 + V_2)}{T}$$

pro kyslík a

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p'_2 (V_1 + V_2)}{T}$$

pro dusík, určíme tlaky p'_1, p'_2 :

$$p'_1 = \frac{p_1 V_1}{V_1 + V_2} \cdot \frac{T}{T_1}, \quad p'_2 = \frac{p_2 V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{T}{T_2}$$

Celkový tlak

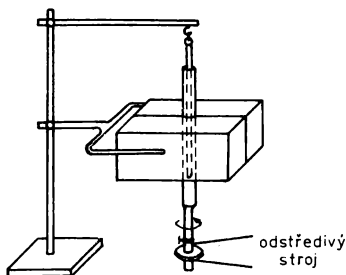
$$p = p'_1 + p'_2 = \frac{T}{V_1 + V_2} \left(\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} \right).$$

Dosadíme-li za T podle (1), dostaneme, že výsledný tlak

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

6. úloha – experimentální (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Do objímky školní pomůcky nazývané odstředivý stroj upevníte hliníkovou trubičku délky asi 10 cm a průměru přibližně 12 mm. Trubičku v dolním konci zalepte tyčkou s tepelně izolujícím materiálem. Trubičku vložte mezi 2 polystyrénové destičky svázané gumičkou nebo motouzem a upevněte destičky tak, aby se nemohly otáčet. Trubičku naplňte vodou a vložte do ní teploměr, nejlépe s dělením $0,1^{\circ}\text{C}$ nebo $0,2^{\circ}\text{C}$ (obr. C-5).



Obr. C-5

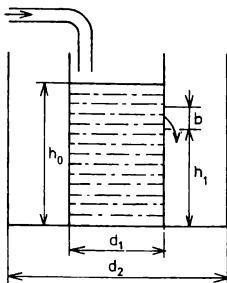
- a) Vysvětlíte, proč se při otáčení trubičky mezi polystyrénovými destičkami zvyšuje teplota vody.

- b) Otáčíte-li rovnoměrně hnacím kolem odstředivého stroje přibližně s frekvencí 1 Hz, lze teplotu vody považovat v jistém rozmezí teplot za lineární funkci počtu otáček hnacího kola. Zdůvodněte tuto hypotézu teoreticky a ověřte ji experimentálně.
- c) Z naměřených hodnot sestavte tabulku a sestrojte graf funkce $t = f(n)$. Zdůvodněte naměřené rozdíly proti předpokládanému průběhu funkce $t = f(n)$.
- d) Uvažte, zda na výsledek měření má vliv frekvence otáčení. Svou hypotézu ověřte měřením a do stejného obrázku znázorněte grafy funkce $t = f(n)$ pro různé frekvence otáčení.

Poznámka. Vhodnou hliníkovou trubičku lze koupit v železářství, izolující tyčkou může být obal z popisovače Centrofix. Nemáte-li ve fyzikálním kabinetě odstředivý stroj, můžete k otáčení trubičky použít ruční vrtáčku, upevněnou ve stojanu nebo ve svěráku. Teplotu vody měřte vždy po 10 otáčkách kliky hnacího kola, teplota se odečítá vždy po jejím ustálení, proto otáčení na chvíli přerušte. Během měření zjišťujte teplotu vody alespoň desetkrát pro dosažení rozdílu teplot alespoň 6 °C. Měření několikrát opakujte.

7. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

První nádoba (obr. C-6) tvaru kváдру se čtvercovou podstavou o straně d_1 má v boční stěně ve výšce h_1 ode dna svislý obdélníkový otvor o šířce a , výšce b . Obsah řezu otvoru je velmi malý vzhledem k obsahu kolmého řezu nádoby. Tato nádoba je naplněna kapalinou do výšky h_0 ode dna, která je udržována přítokem další kapaliny na stejné hodnotě. První nádoba je postavena na dně druhé nádoby, která má tvar válce o průměru d_2 .



Obr. C-6

Za jakou dobu t se naplní prostor mezi nádobami až po dolní okraj otvoru? Kapalinu v nádobě považujte za ideální. K řešení sestrojte graf závislosti výtokové rychlosti kapaliny na hloubce polohy otvoru v první nádobě.

Řešte úlohu obecně a pak pro hodnoty: $d_1 = 1,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}$, $d_2 = 3,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}$, $a = 3,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $b = 2,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $\rho = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $h_0 = 4,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}$, $h_1 = 3,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}$.

Řešení

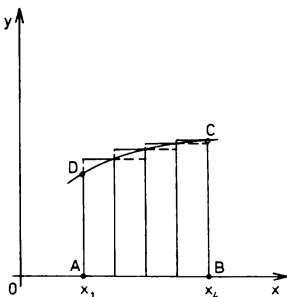
Úloha je z látky studijního tématu (viz Rozhledy matematicko-fyzikální č. 4 z roku 1987/1988).

Ve studijním tématu se na několika příkladech ukazuje,

jak určit průměrnou hodnotu veličiny, která je funkcí jiné veličiny; např. určit průměrnou rychlost $\bar{v}$ hmotného bodu, je-li $v = f(t)$, kde t je čas pohybu a s dráha hmotného bodu za čas t . Nebo průměrný tlak ideálního plynu např. při ději izotermickém atd. Tato metoda se opírá o grafickou integraci. Pro průměrnou hodnotu veličiny $y = f(x)$ v intervalu $\langle x_1, x_2 \rangle$; y je nezáporné a funkce $f(x)$ je spojitá v daném intervalu, platí

$$\bar{y} = \frac{\sigma_s}{x_2 - x_1},$$

kde σ_s je střední hodnota obsahu plochy pod grafem funkce $y = f(x)$ v intervalu $\langle x_1, x_2 \rangle$. Pro jednoduchost uvažujeme,



Obr. C-7

še stupnice na osách x, y jsou stejné a še jednotka na osách odpovídá jednotce příslušné veličiny. Střední hodnotu obsahu plochy dostaneme jako aritmetický průměr horní a dolní meze (obr. C-7). Meze obsahu dostaneme rozdělením intervalu (x_1, x_2) na n částí, např. 4. Dolní mez σ_m je pak dána součtem obsahů obdélníků pod grafem funkce a horní mez σ_M součtem obsahů obdélníků částečně nad grafem. Čím je n větší, tím je výpočet přesnější. Pro hledaný obsah σ obrazce $ABCD$ platí: $\sigma_m \leq \sigma \leq \sigma_M$ a střední hodnotu obsahu můžeme vyjádřit

$$\sigma_s = \frac{\sigma_m + \sigma_M}{2},$$

kteřá má odchylku

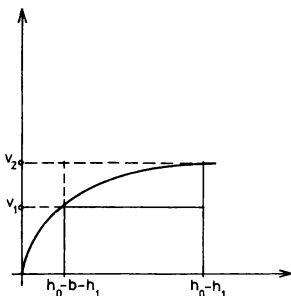
$$\sigma = \frac{\sigma_M - \sigma_m}{2}.$$

V úloze máme za úkol určit dobu, po kterou se naplňuje prostor mezi nádobami. Známe objem V kapaliny, která vyteče z první nádoby. Označíme-li objemový tok Q_V , pak

$$V = Q_V t, \quad (1)$$

kde t je hledaný čas. K určení času t potřebujeme tedy znát Q_V . Jelikož rychlost výtoku kapaliny z otvoru není ve všech místech stejná, určíme objemový tok pomocí střední rychlosti v_s výtoku. Platí:

$$Q_V = v_s ab$$



Obr. C-8

Průměrnou rychlost určíme grafickou metodou. Na obrázku C-8 je náčrtek grafu funkce $v = \sqrt{2gy}$, $y \geq 0$. U horní hrany otvoru v nádobě je výtoková rychlost $v_1 = \sqrt{2(h_0 - b - h_1)g}$ a u dolní hrany $v_2 = \sqrt{2(h_0 - h_1)g}$. Pro střední hodnotu rychlosti platí $v_s = \frac{v_1 + v_2}{2}$. V (1) je tedy

$$V = \left(\frac{\pi d_2^2}{4} h_1 - d_1^2 h_1 \right),$$

$$Q_V = \frac{\sigma_s}{b} ab = \sigma_s a.$$

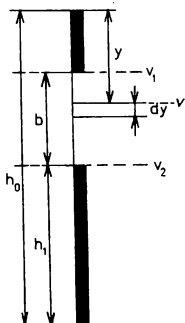
V našem případě, kdy otvor v 1. nádobě je poměrně malý

($ab = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$), nebudeme b dělit na části, $n = 1$. Tedy

$$\sigma_s = \frac{\sigma_m + \sigma_M}{2} = \frac{bv_1 + bv_2}{2} = b \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Pro dané hodnoty je $\sigma_s = 0,0265 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ a hledaný čas $t = 229 \text{ s}$. Přesnější výsledek bychom dostali, kdybychom interval b rosdělili na dvě či více částí. Čím větší n , tím přesnější výsledek.

Řešení užitím integrálního počtu:



Obr. C-9

Výtoková rychlost v hloubce y (obr. C-9) je $v = \sqrt{2gh}$. Jestliže svétáme y o hodnotu dy , pak objemový tok elementem plochy $dS = a dy$ je

$$dQ_V = v a dy$$

a celkový objemový tok otvorem (ab) je určen součtem elementárních objemových toků dQ_V , tj.

$$Q_V = \int_{h_0-b-h_1}^{h_0-h_1} a \sqrt{2gy} dy.$$

y se mění od hodnoty $h_0 - b - h_1 = 0,08$ m (dolní mez) do hodnoty $h_0 - h_1 = 0,10$ m (horní mez). Integrací postupně dostáváme:

$$\begin{aligned} Q_V &= a \sqrt{2g} \int_{0,08}^{0,1} \sqrt{y} dy = a \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} y^{\frac{3}{2}} \right]_{0,08}^{0,1} = \\ &= \frac{2}{3} a \sqrt{2g} \left[0,10 \cdot \sqrt{0,10} - 0,08 \cdot \sqrt{0,08} \right] \\ Q_V &\doteq 8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Pro hledaný čas $t = \frac{V}{Q_V} = 227 \text{ s} \doteq 3,80 \text{ min.}$

Úloha by se dala řešit až do konce obecně. Zápis by však byl příliš složitý.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

V nádobě s pohyblivým pístem je kyslík o látkovém množství n . Nádoba není od okolí tepelně izolována. Při tlaku p_1 a teplotě t_1 zaujímá plyn objem V_1 . Plyn přijme při konstantním tlaku od okolí teplo Q . Označme objem plynu v konečném stavu V_2 a teplotu v konečném stavu t_2 .

- Určete práci W plynu při přechodu z počátečního stavu do konečného stavu.
- Určete směnu ΔU vnitřní energie plynu při tomto ději.
- Určete konečnou teplotu t_2 a poměr objemů $k = \frac{V_2}{V_1}$.

Řešte úlohu obecně, potom pro hodnoty: $n = 1,0 \cdot 10^3$ mol, $t_1 = 27^\circ\text{C}$, $Q = 3\,000$ kJ, $c_p = 0,91$ kJ $\cdot$ kg $^{-1}$ $\cdot$ K $^{-1}$.

Řešení

- Označíme počáteční hodnoty stavových veličin p_1, V_1, T_1 a konečné stavové veličiny p_1, V_2, T_2 . Jde o izobarické rozpínání, takže plyn vykoná práci

$$W = p_1(V_2 - V_1).$$

Použijeme-li stavové rovnice $p_1 V_2 = nRT_2$, $p_1 V_1 = nRT_1$, dosazením a úpravou vztahu pro práci dostaneme

$$W = nR(T_2 - T_1) = nR\Delta T.$$

Dále použijeme první větu termodynamiky: Dodané teplo Q soustavě se rovná vykonané práci soustavy a změně vnitřní energie soustavy, tj.

$$Q = W + nC_V \Delta T,$$

$$Q = nR\Delta T + nC_V \Delta T.$$

Odtud

$$\Delta T = \frac{Q}{n(R + C_V)} = \frac{Q}{nC_p},$$

jelikož $R + C_V = C_p$, což je tzv. Mayerova rovnice. C_V, C_p jsou postupně molární tepelné kapacity plynu při konstantním objemu a při konstantním tlaku.

Pro měrnou tepelnou kapacitu c_p plynu platí $C_p = M_m c_p$. Poslední vztah pro směnu teploty lze tedy upravit na tvar

$$\Delta T = \frac{Q}{nc_p M_m},$$

kde M_m je molární hmotnost plynu. Dosazením do vztahu pro práci vychází, že

$$W = \frac{RQ}{M_m c_p}.$$

Pro dané hodnoty veličin vychází $W \doteq 860 \text{ kJ}$.

- b) Změnu vnitřní energie určíme užitím I. věty termodynamiky

$$Q = W + \Delta U,$$

a tedy $\Delta U = Q - W$. Obecný výsledek:

$$\Delta U = Q - \frac{RQ}{M_m c_p} = Q \frac{M_m c_p - R}{c_p M_m}.$$

Pro dané hodnoty $\Delta U = 2\,140 \text{ kJ}$.

- c) Změna teploty

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{Q}{nc_p M_m}$$

a odtud

$$T_2 = T_1 + \frac{Q}{nM_m c_p}. \quad (1)$$

Dosadíme-li dané hodnoty veličin, $T_1 = 300$ K, dostaneme $T_2 = 403$ K.

Při isobarickém ději platí $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$. Dělením vztahu (1) T_1 dostaneme

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = 1 + \frac{Q}{nM_m c_p T_1}$$

a dosazením daných hodnot veličin je $k = \frac{V_2}{V_1} \doteq 1,34$.

2. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Na pevné kladce jsou na obou koncích vlákna zavěšena 2 tělesa o stejné hmotnosti M . Vláknó má kruhový průřez o obsahu S , je vyrobeno z materiálu, jehož mez pevnosti v tahu je σ_{pt} .

a) Ke každému z těles zavěšíme kouli o hmotnosti m . Určete m tak, aby se vlákno přetrhlo.

b) Kouli o hmotnosti m' zavěšíme jen k jednomu z těles. Určete hmotnost koule m' tak, aby se vlákno přetrhlo.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $M = 10,0$ kg, $S = 0,100$ mm², $\sigma_{pt} = 1,07 \cdot 10^9$ Pa. Zanedbejte hmotnost vlákna a moment setrvačnosti kladky.

Řešení

Označme $F_{pt} = S\sigma_{pt}$ mezní sílu, kterou se vlákno ještě nepřetrhne. Vláknó se přetrhne, je-li napínáno silou $F > F_{pt}$.

a) Vlákno je napínáno silou

$$F = (M + m)g,$$

a tedy se přetrhne, je-li

$$(M + m)g > \sigma_{pt}S.$$

Pro hledanou hmotnost m dostaneme

$$m > \frac{S\sigma_{pt}}{g} - M.$$

Dosažením daných hodnot obdržíme $m > 0,92 \text{ kg}$.

b) Závaží o hmotnosti $(m' + M)$ klesá se zrychlením a .
Označíme F' sílu, která napíná vlákno.

Pro levé těleso (obr. C-10) má zákon síly tvar

$$F' - Mg = Ma,$$

pro pravé těleso platí

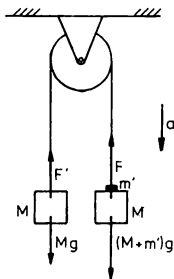
$$(M + m')g - F' = (M + m')a.$$

Z těchto dvou rovnic určíme sílu F' , která napíná vlákno.
Z první rovnice vypočteme zrychlení soustavy

$$a = \frac{F' - Mg}{M}$$

a dosadíme do 2. rovnice. Řešením rovnice o neznámé F' dostaneme

$$F' = 2Mg \frac{M + m'}{2M + m'}.$$



Obr. C-10

Podmínka $F' > F_{pt}$ vede k nerovnosti

$$\frac{2M(M + m')g}{2M + m'} > S\sigma_{pt}.$$

V této nerovnici je neznámá m' . Úpravou se dostaneme k nerovnici

$$m'(2Mg - S\sigma_{pt}) > 2M(S\sigma_{pt} - Mg).$$

Provedeme obecné řešení uvedené nerovnice:

1. Je-li $F_{pt} = S\sigma_{pt} < Mg$, pak je i $2Mg > S\sigma_{pt}$ a nerovnice má řešení pro všechna m' . Vlákno se přetrhne již před přidáním přívažku.

2. Je-li $S\sigma_{pt} \geq Mg \wedge 2Mg > S\sigma_{pt}$, pak k přetržení vlákna dojde přidáním přívazku o hmotnosti

$$m' > \frac{2M(S\sigma_{pt} - Mg)}{2Mg - S\sigma_{pt}}.$$

3. Je-li $S\sigma_{pt} \geq 2Mg$, pak

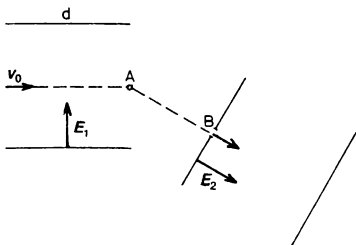
$$m' < \frac{2M(S\sigma_{pt} - Mg)}{2Mg - S\sigma_{pt}} < 0,$$

a podmínka přetržení vlákna nemůže být splněna. Dané hodnoty splňují podmínku 2, a tedy k přetržení vlákna stačí přívazek $m' > 2,0$ kg.

3. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Elektron pohybující se ve vodorovném směru vletí rychlostí v_0 (obr. C-11) do prvního kondenzátoru s homogenním elektrickým polem o intenzitě $E_1 \perp v_0$, E_1 směřuje svisle vzhůru. Délka desek kondenzátoru je d . Elektron opustí elektrické pole prvního kondenzátoru v bodě A a otvorem B v desce vletí do homogenního elektrického pole druhého kondenzátoru ve směru intenzity elektrického pole E_2 . Zanedbejte vliv tíhového pole, uvažujte pohyb elektronu ve vakuu.

- Popište slovně pohyb elektronu, úvahu stručně zdůvodněte.
- Určete dobu t_1 , po kterou se elektron pohybuje v elektrickém poli prvního kondenzátoru.
- Určete rychlost v_1 , se kterou elektron opustí první kondenzátor.



Obr. C-11

- d) Určete úhel β , který svírají vektory v_1 a v_0 .
- e) Určete dráhu s elektronu ve směru intenzity elektrického pole E_2 druhého kondenzátoru uvnitř tohoto kondenzátoru.
- f) Určete dobu t_2 , po kterou se elektron nachází v elektrickém poli druhého kondenzátoru.

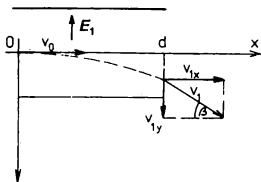
Předpokládáme, že elektron nebude při pohybu zachycen deskami kondenzátorů.

Řešte obecně, potom pro hodnoty: $v_0 = 1,0 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $E_1 = 1500 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $d = 15 \text{ cm}$, $E_2 = 9000 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Řešení

- a) Pohyb má 2 fáze konané po stejné trajektorii. V elektrickém poli prvního kondenzátoru se elektron pohybuje po

parabolickém oblouku, vrchol paraboly je v místě vstupu elektronu do elektrického pole. Po výstupu elektronu z prvního elektrického pole se elektron pohybuje rovnoměrným přímočarým pohybem rychlostí $v_1 \neq v_0, v_1 \neq v_0$ ve směru tečny k parabolickému oblouku v bodě A. V elektrickém poli druhého kondenzátoru je elektron brzděn silou $F_2 = -E_2 e$, koná rovnoměrně zpomalený pohyb až do zastavení. Po zastavení je urychlován silou F_2 zpět na rychlost $-v_1$, se kterou opouští elektrické pole druhého kondenzátoru. Po přímočarém pohybu vstupuje rychlostí $-v_1$ do elektrického pole prvního kondenzátoru, proletí jím po parabolickém oblouku a pole opustí v místě prvního vstupu rychlostí $-v_0$.



Obr. C-12

- b) Zavedeme vztahnou soustavu podle obrázku C-12. Pohyb elektronu v elektrickém poli prvního kondenzátoru je

popsán vztahy

$$\begin{aligned}x &= v_0 t, & y &= \frac{1}{2} a_1 t^2, \\v_x &= v_0, & v_y &= a_1 t,\end{aligned}$$

kde a_1 je zrychlení pohybu elektronu.

Při opuštění elektronu prvního kondenzátoru je $x = d$ a z první rovnice dostaneme pro dobu pohybu v kondenzátoru $t = \frac{d}{v_0}$. Pro dobu pohybu elektronu v prvním elektrickém poli platí tedy (pohyb oběma směry) $t_1 = 2t = \frac{2d}{v_0}$.

Pro dané hodnoty $t_1 = 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

- c) Zrychlení a_1 určíme z 2. Newtonova zákona ($eE_1 = m_e a_1$):

$$a_1 = \frac{eE_1}{m_e}$$

Rychlost v_1 má složky $v_{1x} = v_0$, $v_{1y} = \frac{eE_1 d}{m_e v_0}$, velikost rychlosti v_1 je

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2},$$

po dosazení je

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eE_1 d}{m_e v_0} \right)^2}.$$

Pro dané hodnoty je $v_1 \doteq 1,1 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- d) Pro úhel β platí

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{eE_1 d}{m_e v_0^2}.$$

Pro dané hodnoty $\beta \doteq 22^\circ$.

- e) V elektrickém poli druhého kondenzátoru se elektron pohybuje se zrychlením a_2 , které má opačný směr než intenzita elektrického pole E_2 . Pro velikost tohoto zrychlení platí

$$a_2 = \frac{eE_2}{m_e}.$$

Dráha s ve směru intenzity elektrického pole E_2 je určena vztahy pro pohyb rovnoměrně zpomalený

$$s = v_1 t - \frac{1}{2} a_2 t^2, \quad v = v_1 - a_2 t.$$

Pro zastavení platí $v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a řešením uvedených rovnic dostaneme

$$v_1^2 = 2a_2 s.$$

Po dosazení za v_1, a_2 je

$$s = \frac{m_e}{2eE_2} \left(\frac{v_0^2 + e^2 E_1^2 d^2}{m_e^2 v_0^2} \right).$$

Pro dané hodnoty $s \doteq 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

- f) Celková doba t_2 , po kterou se elektron nachází v elektrickém poli druhého kondenzátoru, je podle a), c)

$$t_2 = \frac{2v_1}{a_2}, \quad t_2 = \frac{2m_e}{eE_2} \sqrt{v_0^2 + \frac{e^2 E_1^2 d^2}{m_e^2 v_0^2}}.$$

Pro dané hodnoty $t_2 \doteq 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

4. úloha (navrhl RNDr. M. Bartošek)

Nádoba tvaru kváдру čtvercové podstavy o podstavné hraně d je naplněna vodou do výšky h .

- Vypočtete tlakovou sílu F_1 působící na dno nádoby.
- Vypočtete tlakovou sílu F_2 působící na stěnu nádoby.
- Do nádoby je ponořena svisle deska tvaru rovnostranného trojúhelníku o straně a tak, že jedna strana desky splývá s hladinou kapaliny. Vypočtete tlakovou sílu F_3 působící na trojúhelníkovou stěnu desky. Tloušťku desky zanedbejte.

Úlohu řešte obecně, potom pro hodnoty: $\rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $a = 10 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$.

Řešení

Úloha patří tematicky do studijního tématu kategorie C.

- Pro tlakovou sílu F_1 na dno nádoby platí vztah

$$F_1 = d^2 \rho g h.$$

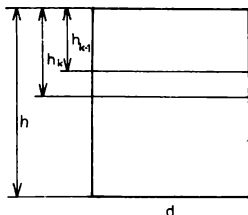
Pro dané hodnoty je $F_1 = 20 \text{ N}$.

Další části úlohy vyřešíme algebraickou metodou.

- Rozdělíme výšku stěny h na n stejných dílků, každý o výšce $f \frac{h}{n}$ (obr. C-13). k -tému dílku odpovídá ploška $\frac{h}{n} d$ a působí na ni tlaková síla

$$F_k = h_k \rho g \frac{h}{n} d = k \frac{h^2}{n^2} \rho g d,$$

kde $h_k = k \frac{h}{n}$ je hloubka k -tého dílku.



Obr. C-13

Poznámka. Nezáleží na tom, zda za hloubku dílku vezmeme hloubku horní či dolní části dílku nebo středu dílku. Přesná hodnota se dostane limitou pro $n \rightarrow \infty$, tj. všechny uvažované hloubky splynou.

Výsledná síla pro n plošek je dána součtem, tj.

$$F' = \sum_{k=1}^n F_k = \frac{h^2}{n^2} \rho g d \sum_{k=1}^n k.$$

Jelikož pro součet n přirozených čísel platí

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2} n(n+1),$$

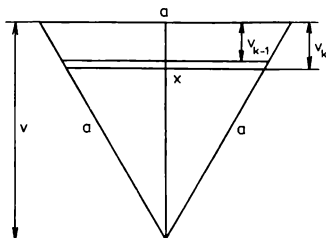
je

$$F' = \frac{h^2}{n^2} \rho g d \frac{1}{2} n(n+1) = \frac{h^2 \rho g d}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

Pro $n \rightarrow \infty$ dostaneme hledanou tlakovou sílu F :

$$F = \lim_{n \rightarrow \infty} F' = \frac{h^2 \rho g d}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right),$$

$$F = \frac{1}{2} h^2 \rho g d, \quad F \doteq 20 \text{ N}$$



Obr. C-14

- c) Obdobně určíme tlakovou sílu na trojúhelníkovou desku. Opět rozdělíme výšku trojúhelníku na n stejných dílků, $\frac{v}{n}$ (obr. C-14). V hloubce v_k je dílek, jemuž odpovídá ploška o délce x , tj. obsah plošky $\Delta S = x \frac{v}{n}$. Tlaková síla na tuto plošku je

$$F_k = \Delta S v_k \rho g = x v_k \rho g \frac{v}{n}.$$

V posledním vztahu jsou dvě proměnné: x, v_k . Z podobnosti trojúhelníků však plyne $\frac{x}{a} = \frac{v-v_k}{v}$, $x = a \frac{v-v_k}{v}$. Dosadíme do vztahu pro tlakovou sílu F_k a dostaneme

$$F_k = \rho g \frac{a}{n} (v - v_k) v_k.$$

Ještě vyjádříme hloubku k -tého dílku výšky jako k -násobek jednoho dílku, tj. $v_k = k \frac{v}{n}$, a dostaneme

$$F_k = \rho g \frac{av}{n^2} k (v - k \frac{v}{n}).$$

Celkovou tlakovou sílu na stěnu dostaneme sečtením

$$F' = \sum_{k=1}^n F_k = \rho g \frac{av}{n^2} \sum_{k=1}^n k (v - k \frac{v}{n}).$$

K výpočtu sumy použijeme kromě součtu přirozených čísel ještě součet druhých mocnin n přirozených čísel

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1).$$

Platí tedy

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n k (v - k \frac{v}{n}) &= v \sum_{k=1}^n k - \frac{v}{n} \sum_{k=1}^n k^2 = \\ &= \frac{1}{2} v n(n+1) - \frac{v}{6} (n+1)(2n+1). \end{aligned}$$

Správný výsledek dostaneme pro $n \rightarrow \infty$; $\frac{1}{n^i} \rightarrow 0$, $i \in \mathbb{Z}$.
Tedy

$$\begin{aligned} F &= \lim_{n \rightarrow \infty} F' = \\ &= \rho g a v \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left[\frac{1}{2} v n(n+1) - \frac{v}{6} (n+1)(2n+1) \right] = \\ &= \rho g a v \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2} v + \frac{1}{2} v \frac{1}{n} - \frac{v}{6} \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right) \right], \\ F &= \frac{1}{6} \rho g a v^2. \end{aligned}$$

Jelikož výška rovnostranného trojúhelníku je $v = \frac{a}{2}\sqrt{3}$, dostaneme obecné řešení:

$$F = \frac{1}{8} \rho g a^3$$

Pro dané hodnoty je $F = 1,25 \text{ N}$.

4. Úlohy kategórie D

Úlohy a řešení recenzovali RNDr. Rastislav Baník, CSc.,
Mojmír Simerský a RNDr. Ivo Volf, CSc.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. R. Baník, CSc.)

Tenký ocelový plech je srolovaný do balíka v podobe valca. Vonkajší priemer je d_1 , vnútorný priemer d_2 , výška valca je h , plech má hrúbku z .

- Koľko závitov N má balík plechu?
- Určte dĺžku s plechu v balíku.
- Určte hmotnosť m balíka.
- Koľko uvedených balíkov n_1 možno naložiť na jeden železničný vagón s nosnosťou G ?
- Koľko konzervových krabičiek n_2 možno zhotoviť z jedného balíka plechu, ak na zhotovenie jednej krabičky potrebujeme plech s obsahom S a pri výrobe sa použije len $p\%$ plechu?
- Určte hmotnosť m odpadu pri výrobe n_2 krabičiek.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $d_1 = 80$ cm, $d_2 = 20$ cm, $h = 1,2$ m, $z = 0,40$ mm, $S = 500$ cm², $G = 360$ kN, $p = 89\%$, hustota ocele $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ kg · m⁻³.

Riešenie

- a) Keď je hrúbka plechu z a počet závitov v balíku N , platí

$$Nz = \frac{1}{2}(d_1 - d_2), \quad N = \frac{d_1 - d_2}{2z},$$

pre dané hodnoty veličín $N \doteq 750$.

- b) Srolovaný balík plechu si môžeme predstaviť ako sústavu N koncentricky umiestnených dutých valcov s plechu o danej hrúbke x a s priemerným priemerom $d_p = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$. Dĺžka plechu v jednom balíku

$$s = N\pi\frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{\pi}{4x}(d_1^2 - d_2^2),$$

po dosadení $s \doteq 1\,180$ m.

- c) Hmotnosť balíka plechu určíme pomocou dĺžky s :

$$m = \rho shx = \frac{1}{4}\pi\rho h(d_1^2 - d_2^2),$$

pre dané hodnoty $m \doteq 4\,400$ kg.

- d) Počet balíkov, ktoré je možno naložiť na jeden vagón, určíme $n_1 mg = G$, po dosadení výsledku z úlohy c)

$$n_1 = \frac{4G}{\pi\rho hg(d_1^2 - d_2^2)},$$

po dosadení $n_1 \doteq 8,3$. Na jeden vagón sa zmestí len 8 balíkov plechu.

- e) Celková plocha plechu $S' = hs$, na výrobu plechoviek sa použije len $p\%$ plechu, teda $\frac{p}{100}S' = \frac{p}{100}hs$. Na výrobu jednej plechovky je potrebné S plochy plechu, teda pre výrobu n_2 plechoviek sa spotrebuje $n_2 S$ plechu. Preto

$$n_2 = \frac{p}{100} \cdot \frac{hs}{S} = \frac{p}{100} \cdot \frac{\pi h(d_1^2 - d_2^2)}{4xS},$$

$n_2 \doteq 25\,200$ krabičiek.

- f) Hmotnosť odpadu z jedného balíka plechu predstavuje 11 %, $m_0 = (1 - \frac{p}{100})m$, $m_0 \doteq 485$ kg.

2. úloha (navrhol RNDr. B. Ipóth)

Peter s hmotnosťou m_1 a Pavol s hmotnosťou m_2 stáli na lade tesne pri sebe. Potom Peter od seba Pavla odstrčil. Po zostavení oboch chlapcov bola medzi nimi vzdialenosť d . Súčiniteľ šmykového trenia medzi topánkami oboch chlapcov a ľadom je f . Odpor vzduchu zanedbáme.

- Určte dráhy d_1, d_2 , na ktorých sa pohybovali Peter a Pavol.
- Akými najväčšími rýchlosťami v_1, v_2 sa pohybovali Peter a Pavol?
- Určte veľkosti zrýchlení a_1, a_2 , s ktorými sa chlapci pohybovali po odstrčení.
- Určte doby t_1, t_2 , po ktoré sa chlapci pohybovali.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $m_1 = 45,0 \text{ kg}$, $m_2 = 60,0 \text{ kg}$, $d = 15,0 \text{ m}$, $f = 0,100$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Riešenie

V okamihu odstrčenia sa chlapcov považujeme sústavu za izolovanú, aj keď to nie dôsledne splnené, pretože chlapci stoja na ľade, ale trenie nie je nulové.

- Na základe zákona o zachovaní hybnosti môžeme uvažovať vo vzťažnej sústave spojennej s podložkou

$$m_1 v_1 = m_2 v_2, \text{ z čoho vyplýva } v_1 : v_2 = m_2 : m_1.$$

Po odstrčení sa chlapcov, keď nadobudli rýchlosti v_1, v_2 , sa vplyvom trenia postupne znižuje ich kinetická energia a do zostavenia prejdú vzdialenosti d_1, d_2 . Na chlapcov pôsobia trecie sily $F_1 = m_1 g f$, $F_2 = m_2 g f$. Zo zákona

o zachovaní energie platí

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 - 0 = fm_1gd_1,$$

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 - 0 = fm_2gd_2.$$

Po úprave dostávame

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \quad \text{alebo} \quad \frac{d_1}{d_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}.$$

Chlapci sa pohybujú opačnými smermi, a preto $d = d_1 + d_2$. Na základe použitia vzťahov pre vzdialenosti d_1, d_2 a hmotnosti

$$d_1 = \frac{m_2^2}{m_1^2 + m_2^2}d, \quad d_2 = \frac{m_1^2}{m_1^2 + m_2^2}d.$$

Pre dané hodnoty $d_1 \doteq 9,6 \text{ m}$, $d_2 \doteq 5,4 \text{ m}$.

- b) Po dosadení výsledkov pre d_1, d_2 do pôvodnej energetickej rovnice pre vyjadrenie zmeny kinetickej energie získame vzťahy

$$v_1 = m_2 \sqrt{\frac{2fgd}{m_1^2 + m_2^2}}, \quad v_2 = m_1 \sqrt{\frac{2fgd}{m_1^2 + m_2^2}}.$$

Pre dané hodnoty vychádza $v_1 \doteq 4,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 \doteq 3,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vzájomná rýchlosť vzdialovania v okamihu odstrčenia je $7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- c) Na Petra s hmotnosťou m_1 pôsobí brzdiaca trecia sila $F_1 = m_1gf$, ktorá spôsobí zrýchlenie $a_1 = \frac{F_1}{m_1} = fg$, pre

dané hodnoty $a_1 \doteq 0,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Podobne aj zrýchlenie Pavla určíme $a_2 = fg = 0,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. V oboch prípadoch smeruje zrýchlenie v opačnom smere, ako je smer rýchlosti pohybu.

- d) Pre pohyb Petra, ktorý považujeme za pohyb rovnomerne spomalený, môžeme písať pre rýchlosť

$$v = v_1 - at_1,$$

a keď výsledná rýchlosť je nulová, potom

$$t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{v_1}{fg}.$$

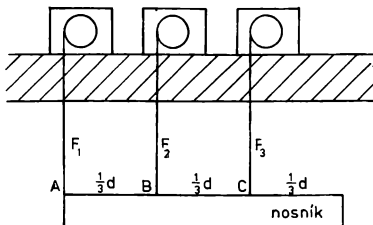
Podobne pre Pavla $t_2 = \frac{v_2}{fg}$. Použijeme vzťahy pre rýchlosti z úlohy b) a získame

$$t_1 = m_2 \sqrt{\frac{2d}{fg(m_1^2 + m_2^2)}}, \quad t_2 = m_1 \sqrt{\frac{2d}{fg(m_1^2 + m_2^2)}}.$$

Pre zadané hodnoty vychádza $t_1 \doteq 4,4 \text{ s}$, $t_2 \doteq 3,3 \text{ s}$.

3. úloha (navrhol RNDr. R. Baník, CSc.)

Na obr. D-1 je načrtnuté zariadenie na dvíhanie ťažkého oceľového nosníku pomocou troch navíjacích mechanizmov. Nosník má dĺžku d , hmotnosť m , je rovnorodý, má všade rovnaký prierez a pri dvíhaní má vždy zaujímať vodorovnú polohu. Laná, na ktorých visí, sú zvislé. Umiestnenie navíjacích mechanizmov muselo byť volené tak, aby zodpovedalo zastaveniu príslušných priestorov, laná sú upevnené o nosník



Obr. D-1

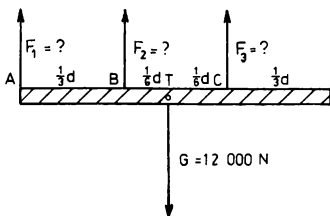
v bodoch A, B, C tak, ako to ukazuje obrázok, $AB = BC = \frac{1}{3}d$.

Určte veľkosti síl F_1, F_2, F_3 , ktorými sú napínané jednotlivé laná. Urobte diskusiu existujúcich riešení.

Úlohu riešte pre hodnoty: $d = 12 \text{ m}$, $m = 1200 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Riešenie

Označenie síl i vzdialeností je v obr. D-2, označenie ťažiska je T . Na základe rovnováhy síl a rovnováhy momentov pôsobiacich síl vzhľadom na osi prechádzajúce bodmi A, B, T, C



Obr. D-2

píšeme rovnice:

$$\begin{aligned}\frac{d}{2}G &= \frac{d}{3}F_2 + \frac{2}{3}dF_3 \\ \frac{d}{3}F_1 + \frac{d}{6}G &= \frac{d}{3}F_3 \\ \frac{d}{2}F_1 + \frac{d}{6}F_2 &= \frac{d}{6}F_3 \\ \frac{2}{3}dF_1 + \frac{d}{3}F_2 &= \frac{d}{6}G \\ F_1 + F_2 + F_3 &= G\end{aligned}$$

Po malej úprave vzťahov dostávame

$$2F_2 + 4F_3 = 3G$$

$$2F_1 + G = 2F_3, \quad \text{z čoho} \quad F_3 = F_1 + \frac{1}{2}G,$$

$$3F_1 + F_2 = F_3$$

$$4F_1 + 2F_2 = G, \quad \text{z čoho} \quad F_1 = \frac{1}{4}G - \frac{1}{2}F_2,$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = G.$$

Hľadaná skupina neznámych veličín F_1, F_2, F_3 (veľkosti síl napínajúcich laná) musí spĺňať požiadavky týchto rovníc. Snaha hľadať riešenie postupným dosadzovaním a vyjadrovaním neznámych však k riešeniu nevedie. Úloha má nekonečne veľa riešení, avšak nie každá trojica veľkosti síl je riešením danej sústavy rovníc. Môžeme sa presvedčiť o tom tak, že do prvej rovnice dosadíme výrazy pre F_3 a F_1 , ktoré boli odvodené z druhej a štvrtej rovnice. Po malej úprave dostaneme rovnosť $0 = 0$. Tento výrok je síce pravdivý, ale neznáma veličina F_2 sa vo výraze nevyskytuje. Pre silu F_1 môžeme predpokladať hraničný prípad $F_1 = 0$ N. Potom zistíme, že $F_2 = \frac{1}{2}G, F_3 = \frac{1}{2}G$. Toto je jedno možné riešenie. Keď predpokladáme pre silu F_2 medzný prípad $F_2 = 0$ N, pak dosadením zistíme $F_1 = \frac{1}{4}G, F_3 = \frac{3}{4}G$; toto je ďalšie riešenie. Predpokladajme ešte hraničný prípad pre silu F_3 , teda $F_3 = 0$ N. Potom vychádza pre silu F_1 hodnota $F_1 = -\frac{1}{2}G$, čo však nemôže byť splnené – veľkosť síl napínajúcich laná musí byť vždy kladná (vo fyzikálnej interpretácii – lanom nemožno tlačiť).

Z uvedených vzťahov pre silu F_3 vidno, že sila F_3 je najmenšia, keď $F_1 = 0$ N. Vtedy platí $F_3 = \frac{1}{2}G$, ale potom i

$F_2 = \frac{1}{2}G$. Sila F_3 je najväčšia vtedy, keď $F_2 = 0\text{ N}$, a preto platí ďalej $F_3 = \frac{3}{4}G$, $F_1 = \frac{1}{4}G$. Toto je maximálna hodnota pre F_1 . Tieto hraničné prípady vymedzujú nekonečne veľa riešení. Ak poznáme dve hodnoty z dovoleného rozmedzia, tretiu už potom jednoznačne určíme.

Intervaly jednotlivých veľkostí síl napínajúcich laná sú určené:

$$F_1 \in \langle 0, \frac{1}{4}G \rangle, \quad F_2 \in \langle 0, \frac{1}{2}G \rangle, \quad F_3 \in \langle \frac{1}{2}G, \frac{3}{4}G \rangle$$

Pre zadanú hodnotu $G = 12\text{ kN}$ sú intervaly číselne

$$F_1 \in \langle 0, 3\text{ kN} \rangle, \quad F_2 \in \langle 0, 6\text{ kN} \rangle, \quad F_3 \in \langle 6\text{ kN}, 9\text{ kN} \rangle.$$

4. úloha (navrhol RNDr. R. Baník, CSc.)

Gula s hmotnosťou m_1 sa pohybuje rýchlosťou v_1 a narazí do inej gule s hmotnosťou m_2 , ktorá bola pôvodne v kľude. Pritom ide o pružný centrálny zraz. Pomer hmotností označme k , $k = \frac{m_2}{m_1}$.

- O koľko percent q sa zmenší pôvodná energia prvej gule pri tomto zraze?
- Urobte tabuľku závislosti veličiny q od veličiny k , pričom sa k voľte postupne hodnoty: 0,001; 0,01; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2,0; 10; 100; 1 000.
- Podľa tabuľky funkcie $q = f(k)$ určte, v ktorom prípade sa energia prvej gule najviac a v ktorom prípade sa najmenej zmení.
- Urobte diskusiu úlohy a) vzhľadom na pomer k .

Riešenie

Rýchlosť prvej gule po sraze označíme u_1 , rýchlosť druhej gule po sraze u_2 . Energia prvej gule pred srazom bude E_1 , energia druhej gule po sraze E_2 .

a) Na základe zákona o zachovaní hybnosti a zákona o zachovaní energie môžeme pre pohybový stav oboch gúl pred srazom a po sraze napísať nasledujúce rovnice:

$$m_1 v_1 + 0 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2.$$

Rovnice upravíme

$$m_1(v_1 - u_1) = m_2 u_2$$

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2 u_2^2,$$

po vydelení ľavých a pravých strán rovníc $v_1 + u_1 = u_2$.

Po dosadení do rovnice pre hybnosť sa u_2

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 v_1 + m_2 u_1,$$

$$u_1 = v_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = v_1 \frac{1 - k}{1 + k}.$$

Po dosadení sa $u_1 = u_2 - v_1$ dostávame

$$u_2 = v_1 \frac{2m_1}{m_1 + m_2} = v_1 \frac{2}{1 + k}.$$

Veľkosť smeny kinetickej energie druhej gule $E_2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2$ je rovná smene kinetickej energie prvej gule. Pre koeficient q píšeme

$$q = \frac{\Delta E_2}{E_1} \cdot 100\% = \frac{4k}{(1+k)^2} \cdot 100\%.$$

b) Tabuľka závislosti $q = f(k)$:

k	0,001	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\frac{q}{\%}$	0,4	4,0	33,1	55,6	71,0	81,6	88,9	93,7	96,9

k	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
$\frac{q}{\%}$	98,8	99,7	100	99,8	99,2	98,3	97,2	96,0	94,7

k	1,7	1,8	1,9	2,0	10	100	1 000
$\frac{q}{\%}$	93,3	91,8	90,4	88,9	33,1	3,9	0,4

- c) Energia prvej gule sa najviac zmení v prípade pomeru $k = 1$. Vtedy sa kinetická energia prvej gule zmení na nulovú hodnotu, druhá guľa nadobudne najväčšiu hodnotu, pohybuje sa ďalej rýchlosťou u_2 , pričom $u_2 = v_1$. Energia prvej gule sa najmenej zmení v prípade, keď $k = 0,001$, resp. v prípade, keď $k = 1000$. Vtedy je $q = 0,4\%$. Sú to prípady, keď zraz gulí nastane alebo keď hmotnosť prvej gule je o mnoho väčšia, alebo o mnoho menšia oproti hmotnosti druhej gule. Rýchlosť prvej gule sa potom alebo skoro vôbec nezmení, alebo sa zmení na rýchlosť opačnú, teda $u_1 \doteq v_1$, alebo v obrátenom smere.
- d) Zo vzťahu pre q plynie: pre $k = 1$ je $q = 100\%$. Keď sa k blíži k nule alebo k nekonečnu, je $q = 0$. V ostatných prípadoch je $q < 100\%$.

5. úloha (navrhol RNDr. R. Baník, CSc.)

Pri skúmaní tepelných strát teplovodu sa kontroluje teplota v jeho okolí. Teplotu možno merať termočlánkom, pre činnosť ktorého je potrebné zaistiť prostredie so stálou teplotou 0°C . Táto teplota sa pri konkrétnom meraní realizovala podľa zlepšovacieho návrhu takým spôsobom, že do termosky so studenou vodou sa vkladali väčšie kusy ľadu, pričom jeden plával na hladine a druhý bol určený na potopenie sa ku dnu nádoby – termosky. V druhom kuse ľadu bola vmrznutá väčšia oceľová skrutka. Na vytvorenie ľadu v chladničke sa použili dve tenkostenné novodurové nádoby s ovocného krému, do ktorých bola naliata voda až po okraj. Do jednej nádoby bola však ešte vložená skrutka, určená na vmrznutie. Objem každej novodurovej nádoby bol rovnaký, $V = 100\text{ cm}^3$.

- Akú hmotnosť m musí mať oceľová skrutka, aby príslušný kúsok ľadu klesol v termoske na dno?
- Vysvetlite, prečo sa prostredie s teplotou 0°C realizovalo opísaným spôsobom. Nestačilo by len vložiť kusy ľadu do studenej vody, bez kúska ľadu so vmrznutou skrutkou?

Pre výpočet použijte tieto hodnoty: hustota vody $\rho_1 = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota ľadu $\rho_2 = 900\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota ocele $\rho_3 = 7\,800\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Riešenie

- Tenkostenná novodurová nádoba je poddajná a pružná a ľad v nej zamrzne, zväčší svoj objem, nádoba neovlivní mraznutie. Zmena objemu oceľovej skrutky je zanedbateľne malá vzhľadom na objem ľadu. Pre objem

ľadu s vsmrznutou skrutkou platí

$$V' = \left(V - \frac{m}{\varrho_3} \right) \frac{\varrho_1}{\varrho_2} + \frac{m}{\varrho_3}.$$

Hmotnosť tohto ľadu so skrutkou

$$m' = \left(V - \frac{m}{\varrho_3} \right) \varrho_1 + m.$$

Ľad so skrutkou sa potopí, keď je priemerná hustota tohto telesa $\frac{m'}{V'}$ väčšia než hustota vody ϱ_1 . Pre hraničný prípad rovnosti určíme hľadané m .

$$m = V \varrho_1 \varrho_3 \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_1^2 + \varrho_2 \varrho_3 - 2 \varrho_1 \varrho_2},$$

pre zadané hodnoty vychádza $m \doteq 1,25 \cdot 10^{-2}$ kg. Z fyzikálneho zmyslu úlohy plynie, že $m > 12,5$ g, teda skrutka musí mať hmotnosť väčšiu než 12,5 g.

- b) Pri použití ľadu bez vmrznutej skrutky by ľad plával na hladine, tam by bola teplota 0°C . V nižších vrstvách môže mať voda teplotu napr. až $+4^\circ\text{C}$, keď má voda najväčšiu hustotu. Pri použití ľadu so záťažou sa docielí rovnaká teplota 0°C v celom objeme nádoby. Voda s teplotou vyššou, ako je 4°C by stúpala sprvu k hladine, tam sa ochladí plávajúcim ľadom. Voda s nižšou teplotou, ako je 4°C má menšiu hustotu, a preto bude stúpať (najväčšia hustota vody je pri 4°C).

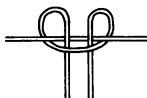
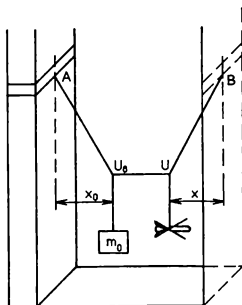
6. úloha (navrhol doc. RNDr. I. Baník, CSc.)

Určovanie hustoty hliníka „nitkovými váškami“.

Pomôcky: závažie s hmotnosťami 50 g, 100 g, 150 g, pevnejšia niť, pravítko, širšia lepiaca páska spofaplast, nožnice, väčší hrniec s vodou, hliníkové lyžice alebo vidličky – 6 ks, rám dverí.

Postup pri meraní:

1. Na ráme dverí si vyznačíme dva body A , B tak, aby sa nachádzali v rovnakej výške nad podlahou (viď obr. D-3).
2. V týchto bodoch fixujeme pomocou lepiacej pásky konce tzv. hlavnej nite, ktorá je asi o 25 cm dlhšia, než je šírka dverí.
3. Na hlavnú niť upnutú v ráme dverí pripojíme v bodoch U_0 , U dve tzv. sávesné nite s dĺžkami asi po 50 cm (spôsob pripojenia je na obr. D-3).
4. Na sávesnú niť v bode U_0 priviažeme závažie s hmotnosťou m_0 .
5. Na sávesnú niť v bode U savesíme súbor hliníkových lyžíc. Ich celkovú hmotnosť označíme symbolom m .
6. Uzlíky U_0 a U sávesných nití premiestňujeme po hlavnej niti dovtedy, kým sa stredná časť tejto nite nedostane do vodorovnej polohy. Vodorovnosť tejto nite kontrolujeme tak, že sa pozeráme na ňu a zároveň sledujeme vodorovný smer častí nábytku nachádzajúceho sa pri stene rovnobežnej s danými dverami.
7. Pravítkom odmeriame úseky z_0 a z podľa obr. D-3. Pritom z_0 je vzdialenosť medzi zvislicou prechádzajúcou bodom A a sávesnou niťou, na ktorej je priviazané závažie, z je vzdialenosť medzi zvislicou prechádzajúcou



Obr. D-3

bodom *B* a závesnou niťou, na ktorej visí súbor lyžíc.

8. Hmotnosť súboru lyžíc určíme podľa vzťahu $m = \frac{x_0}{x} m_0$.
9. Veľký hrniec s vodou umiestnime tak, aby súbor lyžíc bol ponorený vo vode, lyžice sa nesmú dotýkať dna ani stien hrnca.
10. Presúvaním uzlíkov U_0 a U opäť vytvoríme taký stav, pri ktorom stredný úsek hlavnej nite zaujme vodorovnú polohu.
11. Pravítkom odmeriame úseky x'_0 a x , podobne ako v bode 7.

12. Hustotu hliníka určíme na základe vzťahu

$$\rho = \frac{1}{1 - \frac{x'_0 x}{x_0 x'}} \rho_0,$$

kde ρ_0 je hustota vody, $\rho_0 = 1\,000\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

13. Meranie uskutočňujeme desaťkrát, merané hodnoty zapisujeme do tabuľky.

č.	$\frac{m_0}{\text{kg}}$	$\frac{x_0}{\text{m}}$	$\frac{x}{\text{m}}$	$\frac{m}{\text{kg}}$	$\frac{x'_0}{\text{m}}$	$\frac{x'}{\text{m}}$	$\frac{\rho}{\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}$	Poznámka
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

14. Určíme priemerné hodnoty zistených veličín m, ρ .

15. Odvodte vzťahy pre hmotnosť a hustotu súboru lyžíc, ktorých sme pri meraní použili.

7. úloha (navrhol doc. RNDr. I. Baník, CSc.)

Krasokorčuliarka mala na začiatku piruety (pohybový stav 1) roztiahnuté ruky a otáčala sa okolo zvislej osi s frekvenciou f_1 . Jej moment zotrvačnosti bol I_1 . Potom pritiahla ruky tesne k telu a frekvencia jej rotácie sa v dôsledku toho zvýšila na f_2 (pohybový stav 2). Odpor vzduchu a trenie korčule o ľad tu neberieme do úvahy.

a) Určte moment zotrvačnosti I_2 krasokorčuliarky v pohybovom stave 2.

- b) Určte energie E_1, E_2 rotačného pohybu krasokorčuliarky v obidvoch pohybových stavoch piruety.
- c) Možno považovať krasokorčuliarku pri opisovanom priťahnutí rúk k telu za izolovanú sústavu? Vysvetlite.
- d) Vysvetlite pôvod sisténého rozdielu energií.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $f_1 = 1,0 \text{ s}^{-1}$, $I_1 = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $f_2 = 10 \text{ s}^{-1}$.

Poznámka. Podobne ako pri posuvnom pohybe používame veličinu hybnosť, pri rotačnom pohybe sa stretávame s veličinou, ktorá je daná súčinom momentu zotrvačnosti I a uhlovej rýchlosti ω a ktorá sa nazýva moment hybnosti telesa b , $b = I\omega$. Moment hybnosti rotujúceho telesa vzhľadom na danú os sa v izolovanej sústave zachováva.

Riešenie

- a) Na základe zákona o zachovaní momentu hybnosti platí

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2,$$

odkiaľ

$$I_2 = I_1 \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

pre dané hodnoty $I_2 \doteq 0,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

- b) Pre energiu rotačného pohybu krasokorčuliarky v stave 1 platí

$$E_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2,$$

pre dané hodnoty $E_1 \doteq 49,3 \text{ J}$.

V pohybovom stave 2 je rotačná pohybová energia krasokorčuliarky

$$E_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2,$$

pre dané hodnoty $E_2 \doteq 493 \text{ J}$.

- c) Pretože sme zanedbali pôsobení odporu vzduchu aj trenie korčulí o ľad, môžeme v našom prípade považovať krasokorčuľiarku za izolovanú sústavu – pôsobením žiadneho telesa ani poľa sa nemení jej energia, hybnosť ani moment hybnosti. Za týchto predpokladov sme tiež úlohu riešili.
- d) Pôvod sisténého rozdielu energií $\Delta E = E_2 - E_1 = 444 \text{ J}$ vysvetľujeme tak, že krasokorčuľiarka konala prácu spojenú s priťahovaním rúk k telu, spojenú s prekonávaním odstredivých síl. Tým sa znížila jej vnútorná energia.

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhol RNDr. R. Baník, CSc.)

V čase $t = 0 \text{ s}$ ukazujú všetky tri ručičky hodín na dvanástku.

- Akou veľkou uhlovou rýchlosťou ω_1 sa pohybuje sekundová ručička vzhľadom na minútovú?
 - Akou veľkou uhlovou rýchlosťou ω_2 sa pohybuje minútová ručička vzhľadom na hodinovú?
 - V ktorých okamihoch t_k zvierajú minútová ručička s hodinovou pravý uhol? Všeobecne určte t_k .
 - Koľko prípadov podľa úlohy c) môže nastať v časovom intervale $(0 \text{ s}; 12,0 \text{ h})$?
 - S akou periódou T sa opakujú stavy podľa úlohy c)?
- Pre dané hodnoty riešte úlohu na tri platné číslice.

Riešenie

- Uhlová rýchlosť sekundovej ručičky je $\omega_s = \frac{2\pi}{60 \text{ s}}$. Sekundová ručička sa vzhľadom na minútovú pohybuje relatívnou

uhlovou rýchlosťou

$$\omega_1 = \omega_s - \omega_m = \frac{2\pi}{60\text{ s}} - \frac{2\pi}{60 \cdot 60\text{ s}} = 0,103\text{ s}^{-1}.$$

- b) Uhlová rýchlosť hodinovej ručičky je $\omega_h = \frac{2\pi}{12 \cdot 60 \cdot 60\text{ s}}$. Minútová ručička sa vzhľadom na hodinovú pohybuje relatívnou uhlovou rýchlosťou

$$\omega_2 = \omega_m - \omega_h = \frac{2\pi}{60 \cdot 60\text{ s}} - \frac{2\pi}{12 \cdot 60 \cdot 60\text{ s}} \doteq 0,00160\text{ s}^{-1}.$$

- c) Minútová a hodinová ručička svierajú navzájom pravý uhol v okamihoch t_k . Uhol, ktorý opíše minútová ručička vzhľadom na hodinovú relatívnou rýchlosťou ω_2 , musí byť celistvým násobkom uhla $\frac{\pi}{2}$. Keď sa pozrieme na ciferník, vidíme, že minútová ručička môže byť o uhol $\frac{\pi}{2}$ alebo napred alebo sa oneskorovať, preto násobok musí byť nepárny, označíme $(2k - 1)$.

$$\omega_2 t_k = (2k - 1) \frac{\pi}{2},$$

odkiaľ

$$t_k = (2k - 1) \frac{\pi}{2\omega_2} = (2k - 1) \frac{3 \cdot 60 \cdot 60}{11}\text{ s},$$
$$t_k = (2k - 1) \cdot 981,8\text{ s}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Po dosadení hodnôt za k dostaneme $t_1 \doteq 982\text{ s}$, $t_2 \doteq 2950\text{ s}$, $t_3 \doteq 4910\text{ s}$ atď.

- d) Pretože podľa textu úlohy musí byť t_k z intervalu $\langle 0 \text{ s}; 12,0 \text{ h} \rangle$, platí pro $t_k < 12 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 43\,200 \text{ s}$. Všeobecne

$$(2k - 1) \cdot 982 \text{ s} < 43\,200 \text{ s},$$

riešením je $k < 22,5$. Ak budeme hľadať maximálnu hodnotu pre k , potom $k_{\max} = 22$.

- e) Perióda opakovania stavov, pri ktorých sú minútová a hodinová ručička k sebe kolmé, sa určí

$$T = t_{k+1} - t_k,$$

pre dané hodnoty $T = 1\,960 \text{ s}$.

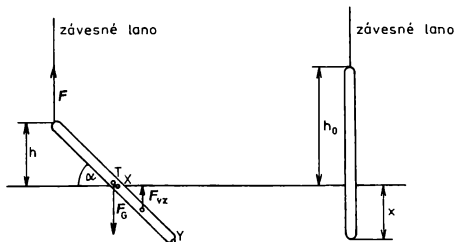
2. úloha (navrhol RNDr. R. Baník, CSc.)

Na hladine jazera plával homogenný drevený stožiar s dĺžkou d a polomerom r , $d \gg r$. Hustota dreva je ρ . Na koniec stožiara priviazali lano visiace z prepravného vrtuľníka. Stožiar začali dvíhať, pričom vrtuľník vystupoval zvisle nahor.

- V akej výške h nad hladinou jazera bol horný koniec stožiara v okamihu, keď stožiar zvieral s hladinou vody uhol α ?
- Určte dĺžku x ponorenej časti stožiara v tomto okamihu.
- Určte veľkosť F sily, ktorou bolo namáhané lano v tomto okamihu.
- Pri akej najmensej výške horného bodu stožiara nad hladinou vody stožiar zaujme zvislú polohu?
- Určte prácu W potrebnú na dvíhanie stožiara do okamihu, kým stožiar zaujme zvislú polohu.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $d = 15,0 \text{ m}$, $r = 0,113 \text{ m}$, $\rho = 500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\alpha = 45,0^\circ$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, hustota vody $\rho_0 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Riešenie



Obr. D-4

Situáciu pri dvíhaní stožiara z vody znázorníme na obrázku D-4. Tiažová sila stožiara $F_G = S d \rho g$, hydrostatická vztlaková sila $F_{vz} = S x \rho_0 g$, $S = \pi r^2$, vzdialenosť $x = XY$ podľa obrázku.

a) Keď stožiar zviera s hladinou vody uhol α , potom vzhľadom na os prechádzajúcu vodorovne horným koncom stožiara platí pre rovnosť momentov pôsobiacich síl

$$F_G \frac{d}{2} \cos \alpha = F_{vz} \left(d - \frac{x}{2} \right) \cos \alpha.$$

Vo všeobecnom prípade je uhol α ostrý, preto $\cos \alpha \neq 0$, po dosadení za F_G, F_{vz} dostávame pre

$$z = d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho}{\varrho_0}} \right).$$

Potom pre hľadanú výšku

$$h = (d - z) \sin \alpha = d \sqrt{1 - \frac{\varrho}{\varrho_0}} \sin \alpha$$

a pre zadané hodnoty $h \doteq 7,5$ m.

- b) Dĺžku z ponorenej časti stožiara sme vyjadrili v časti a) ako medzivýpočet. Pre zadané hodnoty $z \doteq 4,39$ m.
- c) Závesné lano je v uvažovanom okamihu namáhané silou F , pre veľkosť ktorej platí $F = F_G - F_{vz}$, všeobecne platí

$$F = Sdg \left[\varrho - \varrho_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho}{\varrho_0}} \right) \right]$$

a pre zadané hodnoty veličín $F \doteq 1\,220$ N.

- d) Všeobecne platí pre výšku h horného konca stožiara nad hladinou vody $h = (d - z) \sin \alpha$. Keď je stožiar vo zvislej polohe, je $\alpha = 90^\circ$, a preto $h_0 = (d - z)$, pre dané hodnoty $h_0 \doteq 10,6$ m.
- e) Odvodili sme, že pri šikmej polohe stožiara sila napínajúca závesné lano a dvíhajúca stožiar nezávisí od uhla α . Preto vykonanú prácu môžeme určiť pomocou veľkosti sily F a výšky $h_0 = d - z$, o ktorú sa zvýšil nad hladinou horný koniec stožiara.

$$W = F(d - z) = Sd^2 g \varrho_0 \left(1 - \frac{\varrho}{\varrho_0} \right) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho}{\varrho_0}} \right),$$

pre *zadané* hodnoty $W \doteq 13,0 \cdot 10^3 \text{ J}$.

3. úloha (navrhli RNDr. J. Slabeycius, CSc., a
doc. ing. I. Čáp, CSc.)

V zábavnom parku je koľajová dráha, ktorá má štyri priame úseky. Prvý úsek s dĺžkou s_1 klesá do hĺbky h_1 , druhý úsek s dĺžkou s_2 je vodorovný. Tretí úsek s dĺžkou s_3 stúpa do výšky h_3 a štvrtý úsek s dĺžkou s_4 je vodorovný. Po koľajovej dráhe sa pohybuje vozík s posádkou, ktorý sačína pohyb z pokoja na začiatku prvého úseku.

- Určte zrýchlenia vozíka na jednotlivých úsekoch.
- Určte rýchlosti vozíka na koncoch jednotlivých úsekov.
- Určte dobu pohybu vozíka v jednotlivých úsekoch.
- Určte priemernú rýchlosť vozíka na celej dráhe.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $s_1 = 15,0 \text{ m}$, $s_2 = 8,0 \text{ m}$, $s_3 = 10 \text{ m}$, $s_4 = 12 \text{ m}$, $h_1 = 6,0 \text{ m}$, $h_3 = 5,0 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Trenie a odpor vzduchu pri pohybe neuvažujte.

Riešenie

- a) Na vodorovných úsekoch je zrýchlenie nulové (trenie neuvažujeme), na šikmých úsekoch platí pre pôsobiacu silu

$$F = ma = mg \sin \alpha, \quad \text{kde } \sin \alpha = \frac{h}{s}.$$

Pre šikmé úseky tedy $a_1 = g \frac{h_1}{s_1}$, $a_3 = g \frac{h_3}{s_3}$. V prvom úseku má zrýchlenie smer pohybu, v treťom je zrýchlenie v smere proti pohybu. Pre *zadané* hodnoty $a_1 = 3,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_2 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_3 \doteq 4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_4 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- b) Rýchlosti vozíka na koncoch sklonených úsekov môžeme vypočítať pomocou zákona o zachovaní energie. Pre rýchlosť v_1 na konci prvého úseku $v_1 = \sqrt{2gh_1}$. Na druhom úseku zostáva rýchlosť vozíka stála, $v_2 = v_1$, na konci tretieho úseku platí

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3, \text{ ale } v_1^2 = 2gh_1.$$

Platí

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3,$$

$$v_3 = \sqrt{2(h_1 - h_3)g}.$$

Na štvrtom úseku sa rýchlosť vozíka nemení, $v_4 = v_3$. Pre zadané hodnoty $v_1 = v_2 \doteq 11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_3 = v_4 \doteq 4,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- c) Na sklonených úsekoch sa vozík pohybuje rovnomerne zrýchleným pohybom (na prvom sa zrychľuje, na treťom sa spomaľuje), na vodorovných úsekoch sa pohybuje rovnomerným pohybom. Preto pre doby pohybu platí

$$t_1 = \frac{2s_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2}, \quad t_3 = \frac{2s_3}{v_3 + v_2}, \quad t_4 = \frac{s_4}{v_4}.$$

Pre zadané hodnoty $t_1 \doteq 2,8 \text{ s}$, $t_2 \doteq 0,74 \text{ s}$, $t_3 \doteq 1,3 \text{ s}$, $t_4 \doteq 2,7 \text{ s}$.

- d) Priemerná rýchlosť vozíka v_p sa podľa definície tejto rýchlosti určí

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}.$$

Pretože dosadzovať vopred stanovené hodnoty vo všeobecnej forme nám nedáva nič fyzikálne nového, určíme číselne hľadanú veličinu, $v_p = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4. úloha (navrhol doc. RNDr. ing. D. Kluvanec, CSc.)

Na dokonale hladkom okrúhlom stole je položený hranol s hmotnosťou m , ktorý je niťou uviazaný o zvislú tyčinku s polomerom r , prechádzajúcou stredom stola. Niť nie je pružná, je dokonale ohybná a pretrhne sa pri napínaní silou F_p . Na začiatku je hranol pri obvode stola, ktorého polomer je R_0 , niť je pritom len nepatrne napnutá. Nárazom uvedieme hranol do pohybu v smere kolmom na niť. Začiatková rýchlosť hranola má veľkosť v_0 . Polomer stola je veľmi veľký v porovnaní s polomerom tyčinky a dĺžkou hrán hranola.

- Dokážte, že veľkosť rýchlosti hranola sa pri navíjaní nite na tyčinku nemení.
- Pri akom polomere R_p obiehania hranola sa niť pretrhne?
- Po koľkých obehoch N hranola sa niť pretrhne?
- Akú celkovú dráhu s vykoná hranol do okamihu pretrhnutie nite?
- Akou veľkou rýchlosťou odletí hranolček zo stola po pretrhnutí nite?

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: $m = 0,10 \text{ kg}$, $v_0 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $R_0 = 1,0 \text{ m}$, $r = 5,0 \text{ mm}$, $F_p = 10 \text{ N}$.

Trenie a odpor vzduchu neuvažujte.

Riešenie

- Zo zákona o zachovaní energie hranola pri jeho pohybe, keď neuvažujeme trenie a odpor prostredia, platí

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2, \quad \text{z toho } v = v_0.$$

- b) Zo vzťahu pre odstredivú silu plynie $R_p = \frac{mv_0^2}{F_p}$, lebo pri istej hodnote odstredivej sily sa niť pretrhne, $R_p = 0,25$ m.
- c) Po N obehoch sa niť namotáva a polomer obiehania hranola sa zmenší o $2\pi r N$. Pre veľkosť sily

$$F_p = \frac{mv_0^2}{R_0 - 2\pi r N},$$

odkiaľ pre

$$N = \frac{1}{2\pi r} \left(R_0 - \frac{mv_0^2}{F_p} \right),$$

po dosadení $N \doteq 24$.

- d) Hranolček vykoná dráhu $s = 2\pi \frac{R_0 + R_p}{2} N$. Po dosadení sa veličiny R_p, N dostaneme

$$s = \frac{1}{2r} \left(R_0^2 - \frac{m^2 v_0^4}{F_p^2} \right),$$

pre dané hodnoty $s \doteq 94$ m.

- e) Zo zákona o zachovaní energie plynie, že sa rýchlosť hranola nemení. Preto hranol odletí rýchlosťou o veľkosti v_0 .

5. Úlohy kategorie E

Úlohy a řešení recenzovali RNDr. Milan Bednařík, CSc., RNDr. Eva Matulová, RNDr. Daniela Rizmanová, RNDr. Ivo Volf, CSc.

a) První kolo soutěže

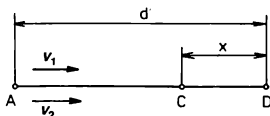
1. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Jirka a Mírek se domluvili, že pojedou na kolech z místa A do místa B a zpět. Jirka jel průměrnou rychlostí $24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, Mírek jel rychlostí o $4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ menší. Oba vyjeli současně a za dobu $0,50 \text{ h}$ se potkali ve vzdálenosti $1,0 \text{ km}$ od místa B .

a) Jaká je vzájemná vzdálenost míst A, B ?

b) Za jakou dobu se vrátil každý z chlapců do místa A ?

Řešení



Obr. E-1

K řešení nakreslíme obrázek E-1. Vzdálenost míst $|AB| = d$, oba chlapci se setkali v místě C , $|BC| = x$. Jirka jel průměrnou rychlostí $v_1 = 24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, Mírek rychlostí $v_2 = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, setkali se za dobu $t = 0,50 \text{ h}$. Doby návratu do místa A označíme t_1, t_2 .

a) Rychleji jel Jirka a za dobu t urazil dráhu

$$d + x = v_1 t.$$

Za stejnou dobu urazil Mirek vzdálenost $d - x = v_2 t$.
Vzdálenost míst $|AB| = d$ určíme

$$d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)t,$$

pro dané hodnoty $d \doteq 11$ km.

Chlapci se setkali ve vzdálenosti $x = 1,0$ km od místa B .

b) Jirka se vrátil do místa A za dobu $t_1 = \frac{2d}{v_1}$, pro dané hodnoty $t_1 = 55$ min, Mirek za dobu $t_2 = \frac{2d}{v_2}$, $t_2 = 66$ min. Oba chlapci se vrátili do původního místa s časovým rozdílem 11 min.

2. úloha (navrhl PaedDr. A. Zvalo)

Chlapci sledují na břehu pohyb motorové lode s tažnými člny po řece. V okamihu, keď začiatok súpravy sa nachádza presne na úrovni miesta, kde chlapci stoja, ide chlapec A smerom pohybu lode a chlapec B proti smeru jej pohybu. Chlapec A zistil, že súprava ho prešla za čas $t_1 = 50$ s, chlapec B zistil, že súprava išla mimo neho po čas $t_2 = 30$ s. Obaja chlapci išli rýchlosťou $v = 1,0$ m . s⁻¹.

- a) Akou veľkou rýchlosťou v_s sa súprava pohybovala?
- b) Aká je dĺžka d súpravy?
- c) Za aký čas t by išla súprava mimo obidvoch chlapcov, keby zostali stať na pôvodnom mieste?

Riešenie

- a) Chlapec *A* za čas t_1 prešiel dráhu $s_1 = vt_1$, súprava lodí za ten istý čas prešla dráhu $s_1 + d$, preto jej rýchlosť určíme

$$v_s = \frac{s_1 + d}{t_1} = \frac{vt_1 + d}{t_1} = v + \frac{d}{t_1}.$$

Chlapec *B* za čas t_2 prešiel dráhu $s_2 = vt_2$, súprava lodí za ten istý čas prešla dráhu $d - s_2$, preto pro jej rýchlosť

$$v_s = \frac{d - s_2}{t_2} = \frac{d - vt_2}{t_2} = \frac{d}{t_2} - v.$$

Z prvej rovnice vyjadríme $d = t_1(v_s - v)$, dosadíme do druhej rovnice a vyjadríme rýchlosť súpravy

$$v_s = \frac{v(t_1 + t_2)}{t_1 - t_2},$$

pre dané hodnoty $v_s = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- b) Ak porovnáme obidve rovnice pre vyjadrenie rýchlosti, máme

$$v + \frac{d}{t_1} = \frac{d}{t_2} - v$$

a pre dĺžku súpravy

$$d = 2v \frac{t_1 t_2}{t_1 - t_2},$$

pre dané hodnoty $d = 150 \text{ m}$.

- c) Keby obidva chlapci zostali stať na pôvodnom mieste, čas t určíme

$$t = \frac{d}{v_s} = \frac{2v \frac{t_1 t_2}{t_1 - t_2}}{v \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2}} = \frac{2t_1 t_2}{t_1 + t_2},$$

pre dané hodnoty $t = 37,5$ s. Zaujímavá je skutočnosť, že čas t nezávisí od rýchlosti ani od dĺžky súpravy. Tieto údaje sú zahrnuté do časov t_1, t_2 .

3. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

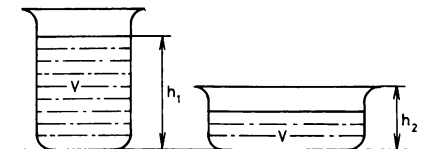
V odmerném válci je voda o objemu 200 cm^3 , pričom vodorovný voľný povrch vody je vo výške 10 cm nad dnem válce. Prelejeme-li všechnu vodu z odmerného válce do prázdnej kádinky, bude v ní voľný povrch vody vo výške $4,0\text{ cm}$ nad dnem.

- Urči hydrostatický tlak u dna odmerného válce a u dna kádinky.
- Urči veľikost hydrostatickej tlakovej sily, ktorou pôsobí voda na dno odmerného válce a na dno kádinky.
- Vysvetli, aká je veľikost hydrostatickej tlakovej sily v oboch prípadoch úlohy b) a aký je hydrostatický tlak u dna v oboch prípadoch úlohy a).
- Na jakou veľikost by sa zmenila hydrostatická tlaková sila pôsobiaci na dno kádinky, kdybychom kádinku naplnili vodou do stejné výšky, jako byla výška vody v odmerném válci?

Řešení

K řešení úlohy načrtne obrázek E-2. Výšku voľného povrchu vody nad dnem v kádince označíme h_2 , v odmerném válci h_1 , $h_1 = 10\text{ cm}$, $h_2 = 4,0\text{ cm}$, hustota vody $\rho_0 = 1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

- Hydrostatický tlak u dna určíme v prípade odmerného válce $p_1 = \rho_0 g h_1$, $p_1 = 1000\text{ Pa}$, kádinky $p_2 = \rho_0 g h_2$, $p_2 = 400\text{ Pa}$.



Obr. E-2

- b) Protože je v obou případech objem vody v nádobách stejný, je obsah dna odměrného válce roven $S_1 = \frac{V}{h_1}$, obsah dna kádinky $S_2 = \frac{V}{h_2}$. Tlaková síla na dno je v případě odměrného válce rovna

$$F_1 = p_1 S_1 = \rho_0 g h_1 \frac{V}{h_1} = \rho_0 g V, \quad F_1 \doteq 2,0 \text{ N},$$

kádinky

$$F_2 = p_2 S_2 = \rho_0 g h_2 \frac{V}{h_2} = \rho_0 g V, \quad F = F_1 \doteq 20 \text{ N}.$$

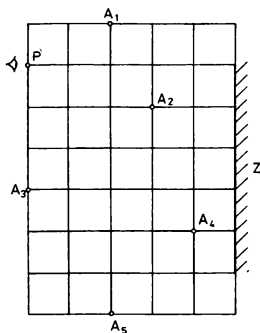
- c) Hydrostatická tlaková síla je v případě, kdy stěny nádoby jsou kolmé ke dnu a dno je vodorovné, rovna tíze kapaliny. Ta je v obou případech stejná, neboť objem kapaliny se přeléváním nezměnil. Ve vztahu pro hydrostatický tlak se vyskytují výšky volného povrchu kapaliny nad dnem, a ten je v obou případech jiný, proto je jiný i hydrostatický tlak.

- d) Hydrostatická tlaková síla na dno kádinky je v případě, že volný povrch vody dosáhne výšky h_1 nad dnem, rovna

$$F = p_1 S_2 = \rho_0 g h_1 \frac{V}{h_2},$$

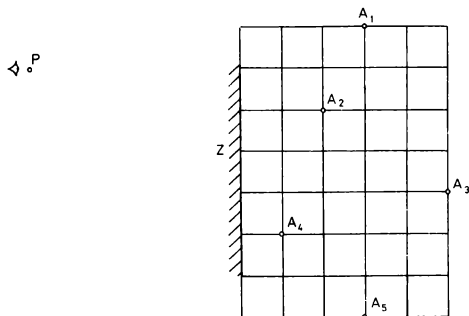
pro dané hodnoty $F \doteq 5,0 \text{ N}$. Objem vody v kádince se zvětšil, a proto se také zvětšila velikost tlakové síly na dno.

4. úloha (navrhl PaedDr. A. Zvalo)



Obr. E-3

Na obrázku E-3 je znázornené rovinné zrkadlo Z a pred zrkadlom v daných miestach svietiace body A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 . Pozorovateľ sleduje obrazy bodov v zrkadle, pričom oko pozorovateľa je v bode P .



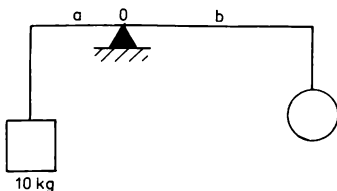
Obr. E-4

- Nakreslite obrazy bodov A_1 po A_5 zobrazené v zrkadle.
- Rozhodnite, ktoré z obrazov týchto bodov môže pozorovateľ v zrkadle vidieť.
- Ohraničte vyšrafovaním tú časť roviny, v ktorej musí ležať svietiaci bod, aby bol jeho obraz vidieť v zrkadle z daného miesta P .

Riešenie

- a) Riešenie na obrázku E-4.
- b) Z obrázku E-4 je vidieť, že pozorovateľ vidí predmety A_2, A_3, A_4, A_5 . Predmet A_1 pozorovateľ v zrkadle vidieť nemôže, lebo žiaden lúč z tohto predmetu odrazený od zrkadla nemôže dopadnúť do oka pozorovateľa.
- c) Časť roviny, prípadne priestoru, v ktorej môže byť predmet, aby ho mohol pozorovateľ v zrkadle vidieť, je ohraničená lúčmi odrazenými od zrkadla, ktoré prislúchajú hraničným lúčom, vedeným od pozorovateľa do krajných miest zrkadla.

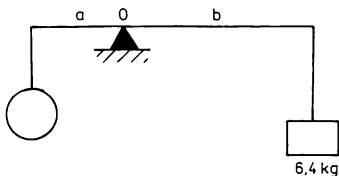
5. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)



Obr. E-5

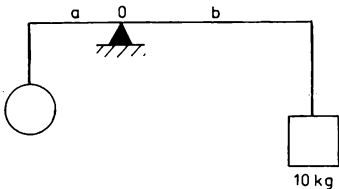
Páka na obrázku E-5 je v rovnovážnej polohe, je-li koule vyvážená závaším o hmotnosti 10 kg. Umístíme-li kouli na opačný konec páky, bude páka v rovnovážné polohe, je-li hmotnost závaší 6,4 kg (viz obr. E-6).

- a) Určete hmotnost koule.



Obr. E-6

- b) Jakou hmotnost by měla jiná koule na obrázku E-7, kdyby táž páka byla v rovnovážné poloze se závažím o hmotnosti 10 kg? Hmotnost páky neuvažujte.



Obr. E-7

Řešení

Označíme veličiny: hmotnost prvního závaží $m_1 = 10 \text{ kg}$, hmotnost druhého závaží $m_2 = 6,4 \text{ kg}$, hmotnost koule m , ramena páky podle obrázku E-5 jsou a, b .

- a) Pro rovnovážnou polohu páky v obou případech platí

$$m_1ga = mgb$$

$$mga = m_2gb.$$

Po úpravě vychází $m = \sqrt{m_1m_2}$, po dosazení daných hodnot je $m = 8,0 \text{ kg}$.

- b) Hmotnost jiné koule označíme m_x . Opět pro rovnost momentů obou sil platí $m_xga = m_1gb$. Odtud pro poměr hmotností uvažovaných těles $m_x : m_1 = b : a$. Pro první případ podle obrázku E-5 jsme pro rovnost momentů psali $m_1ga = mgb$, takže $b : a = m_1 : m$, ale hmotnost koule jsme již stanovili, $m = \sqrt{m_1m_2}$. Proto hmotnost

$$m_x = m_1 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}},$$

po dosazení daných hodnot $m_x = 12,5 \text{ kg}$.

6. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

Určení přetlaku vzduchu v nafukovacím balónku

Mírně nafouknutý balónek upevníte na rameno otevřeného manometru s vodou.

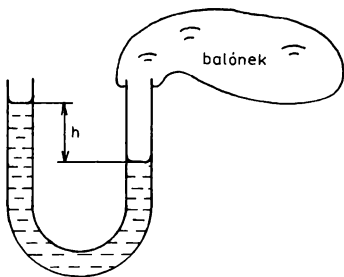
- a) Pozorujte volný povrch vody v obou ramenech. Nakreslete obrázek pokusu a vysvětlete jeho výsledek.
- b) Změřte délkovým měřidlem se stupnicí v milimetrech svislou vzdálenost h obou volných povrchů vody v ramenech manometru a určete odpovídající hydrostatický tlak p_h vody. Které veličiny ještě musíte znát? Vyjádřete veličinu p_h v pascalech.

- c) Určete přetlak v balónku vzhledem k atmosférickému tlaku p_a .
- d) Jak by se choval nafouknutý balónek, kdybychom ho uzavřeli do nádoby, ze které vyčerpáme část vzduchu? Jak se chová balónek, který vám uletí a stoupá vzhůru? Vysvětlete.

Poznámka. Nemáte-li k dispozici otevřený manometr s vodou, nahraďte ho průhlednou hadičkou zahnutou do tvaru písmene U nebo dvě skleněné trubičky spojte pryžovou hadičkou.

Řešení

Uvedeme pouze obecné poznámky k řešení této experimentální úlohy; číselné hodnoty závisejí na použití pomůcek v konkrétních podmínkách.



Obr. E-8

- a) Náčrt soupravy k pokusu je na obrázku E-8. V mírně nafouknutém balónku je tlak poněkud vyšší, než je tlak atmosférický p_a . Manometr představuje spojené nádoby – tlak vzduchu v balónku je roven součtu tlaku atmosférického a hydrostatického sloupce vody, odpovídající výšce h .
- b) Hydrostatický tlak p_h stanovíme se známého vztahu $p_h = \rho_0 g h$. Musíme tedy znát ještě hustotu ρ_0 vody a $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- c) Přetlak vzduchu v balónku je roven hydrostatickému tlaku sloupce vody o výšce h .
- d) Kdybychom balónek uzavřeli do nádoby, z níž vyčerpáme část vzduchu, bude v této nádobě tlak nižší, než je tlak atmosférický p_a . Balónek by se poněkud více roztáhl. Podobně se chová balónek, který nám uletí a stoupá vzhůru – dostává se do větší výšky, kde je tlak vzduchu nižší a balónek se roztahuje. Může se stát, že pevnost materiálu nevydrží a balónek praskne.

7. úloha (navrhla RNDr. M. Chytilová, CSc.)

V nádobě je voda o hmotnosti 1,5 kg a teplotě 80 °C.

- a) Do nádoby přilejeme vodu o teplotě 20 °C tak, že výsledná teplota vody v nádobě je 37 °C. Určete hmotnost přidané vody.
- b) Místo vody přidáme do nádoby ledovou tříšť o teplotě 0 °C. Určete hmotnost přidaného ledu, je-li výsledná teplota vody opět 37 °C.

Měrná tepelná kapacita vody $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 340 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Řešení

Označíme veličiny: $t_1 = 80^\circ\text{C}$ je původní teplota vody o hmotnosti $m_1 = 1,5\text{ kg}$. Do nádoby přilijeme m_2 vody teploty $t_2 = 20^\circ\text{C}$, výsledná teplota vody $t = 37^\circ\text{C}$. Ve druhém případě přidáme m_3 ledové tříště o teplotě $t_3 = 0^\circ\text{C}$.

- a) Po přidání vody o hmotnosti m_2 a teplotě t_2 přijme studená voda teplo $Q_2 = cm_2(t - t_2)$, horká voda předá teplo $Q_1 = cm_1(t_1 - t)$. Z rovnosti tepel $Q_1 = Q_2$ dostáváme

$$cm_1(t_1 - t) = cm_2(t - t_2),$$
$$m_2 = m_1 \frac{t_1 - t}{t - t_2},$$

pro dané hodnoty $m_2 \doteq 3,8\text{ kg}$.

- b) Přidáme-li do vody o teplotě t_1 a hmotnosti m_1 ledovou tříšť o teplotě 0°C a hmotnosti m_3 , pak led roztaje a vzniklá voda o teplotě 0°C se zahřeje na teplotu t . Horká voda předá teplo $Q_1 = cm_1(t_1 - t)$, na roztátí ledové tříště je potřeba teplo $Q_3 = m_3 l_t$, na zvýšení teploty $Q_4 = cm_3(t - t_3)$. Z rovnosti tepel $Q_1 = Q_3 + Q_4$ plyne

$$cm_1(t_1 - t) = m_3 l_t + cm_3(t - t_3),$$
$$m_3 = \frac{cm_1(t_1 - t)}{l_t + c(t - t_3)},$$

pro dané hodnoty $m_3 \doteq 0,55\text{ kg}$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

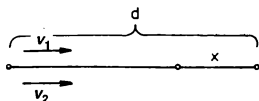
Dva turisté vyšli současně z autobusové zastávky s cílem navštívit památný hrad, který leží ve vzdálenosti $d = 15 \text{ km}$ od zastávky. První turista šel průměrnou rychlostí $v_1 = 5,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, druhý turista průměrnou rychlostí $v_2 = 4,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Když první turista došel k bráně hradu, zjistil, že hrad je uzavřen, a proto se ihned vydal stejnou rychlostí na cestu zpět.

a) Za jakou dobu t od okamžiku, kdy oba turisté vyšli ze zastávky, se opět setkali?

b) V jaké vzdálenosti x od hradu se oba turisté setkali?

K řešení nakreslete obrázek.

Řešení



Obr. E-9

Vzdálenost hradu od autobusové zastávky $d = 15 \text{ km}$, vzdálenost místa setkání od hradu x (obr. E-9), dobu, za kterou se turisté znovu setkali, označíme t . Do okamžiku setkání ušel první turista vzdálenost $d + x = v_1 t$, druhý turista vzdálenost $d - x = v_2 t$.

- a) Řešením soustavy rovnic určíme hledanou dobu

$$t = \frac{2d}{v_1 + v_2},$$

pro dané hodnoty $t = 3,0$ h.

- b) Dosazením získané doby t do jedné z rovnic určíme hledanou vzdálenost

$$x = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} d,$$

pro dané hodnoty $x = 1,5$ km.

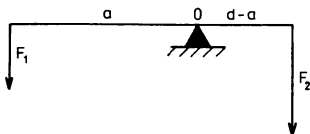
2. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Tenká tyč o délce $d = 1,0$ m je podepřena ve vzdálenosti $a = 0,60$ m od levého konce. Na obou koncích tyče jsou zavěšena na niti ocelová závaží o takových hmotnostech, že tyč je v rovnovážné poloze. Hmotnost prvního závaží je $m_1 = 3,0$ kg, hmotnost tyče neuvažujte.

- a) Určete hmotnost m_2 druhého závaží. Uvažte, že úloha má dvě řešení. Nakreslete obrázek.
- b) V jakém smyslu se začne tyč otáčet kolem místa podepření, jestliže obě závaží ponoříme do nádoby s vodou? Odpověď zdůvodněte úvahou nebo výpočtem.

Řešení

Velikosti sil, kterými působí závaží na tyč, označíme F_1, F_2 , kde $F_1 = 30$ N. Hustota vody $\rho_0 = 1\,000$ kg.m⁻³, hustota oceli $\rho = 7\,800$ kg.m⁻³, momenty sil M_1, M_2 v případě, že jsou obě závaží zcela ponořena do vody.



Obr. E-10

- a) Zavěsíme-li závaží o hmotnosti m_1 na levý konec tyče (obr. E-10), platí pro rovnovážnou polohu tyče

$$F_1 a = F_2 (d - a),$$

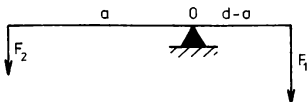
odtud pro velikost síly $F_2 = \frac{F_1 a}{d - a}$, pro dané hodnoty $F_2 = 45$ N. Této síle odpovídá hmotnost závaží $m_2 = 4,5$ kg. Zavěsíme-li závaží o hmotnosti 3 kg na pravý konec tyče (obr. E-11), platí pro rovnovážnou polohu tyče

$$F_1 (d - a) = F_2 a,$$

odtud

$$F_2 = \frac{F_1 (d - a)}{a},$$

pro dané hodnoty $F_2 = 20$ N. Této síle odpovídá hmotnost závaží $m_2 = 2,0$ kg. Úloha má tedy dvě řešení.



Obr. E-11

b) Na první pohled se zdá, že ponoříme-li obě závaží do nádoby s vodou, musí se rovnovážná poloha tyče porušit. Obě ocelová závaží jsou stejnorodá, závaží o větší hmotnosti má větší objem a při ponoření do vody na ně působí větší hydrostatická vztlačková síla. Protože v obou případech je závaží o větším objemu na pravém konci tyče, bude závaží na tomto konci nadlehčováno. Úvahou docházíme k závěru, že se tyč začne otáčet v kladném smyslu, tj. proti směru otáčení hodinových ručiček. Provedeme-li však příslušné výpočty, dostáváme se k jinému závěru. V případě, že obě závaží zcela ponoříme do nádoby s vodou a předtím byla tyč se závažími v rovnovážné poloze, působí na první rameno tyče síla

$$F'_1 = F_1 - F_{vz,1} = F_1 - F_1 \frac{\varrho_0}{\varrho},$$

na druhé rameno síla

$$F'_2 = F_2 - F_{vz,2} = F_2 - F_2 \frac{\varrho_0}{\varrho},$$

kde $F_{vz,1}$, $F_{vz,2}$ jsou vztlačkové síly působící na první a druhé těleso, ponořené zcela do vody. Momenty těchto sil vzhledem k ose otáčení jsou

$$M_1 = \left(F_1 - F_1 \frac{\varrho_0}{\varrho} \right) a,$$

$$M_2 = \left(F_2 - F_2 \frac{\varrho_0}{\varrho} \right) (d - a).$$

Protože jsme v části a) uvažovali rovnost $F_1 a = F_2 (d - a)$, potom platí i rovnost

$$F_1 a \frac{\varrho_0}{\varrho} = F_2 (d - a) \frac{\varrho_0}{\varrho}.$$

Rozdíllem posledních dvou vztahů získáme

$$F_1 a - F_1 a \frac{\rho_0}{\rho} = F_2(d - a) - F_2(d - a) \frac{\rho_0}{\rho},$$

tedy rovnost momentů $M_1 = M_2$.

Rovnovážná poloha tyče po úplném ponoření obou těles do vody se neporuší, jestliže již předtím byla soustava těles v rovnovážné poloze. Na těleso o větší hmotnosti působí sice větší hydrostatická vztlaková síla, avšak toto těleso je v menší vzdálenosti od osy otáčení.

3. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Na volném povrchu vody v nádobě plove papírová lodička o hmotnosti $m_1 = 3,0$ g, na dně lodičky je kamínek o hmotnosti $m_2 = 7,0$ g.

- Určete objem V ponořené části lodičky.
- O jakou hodnotu se změní objem ponořené části lodičky, jestliže z ní kamínek vyjmeme?
- Zvýší se, nebo se sníží výška volného povrchu vody v nádobě při vyjmutí kaménku z lodičky? Odpověď zdůvodněte. Hustota vody $\rho_0 = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení

Označíme tíhu lodičky s kamínkem G , objem ponořené části lodičky V . Použijeme hustoty $\rho_0 = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 1,00 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

- Hydrostatická vztlaková síla $F_{vz} = V\rho_0 g$ je v rovnováze s tíhou $G = (m_1 + m_2)g$. Proto

$$V\rho_0 g = (m_1 + m_2)g,$$

odtud objem

$$V = \frac{m_1 + m_2}{\rho_0},$$

pro dané hodnoty $V = 10 \text{ cm}^3$.

- b) Vyjmeme-li kamínek z lodičky, je hydrostatická vztlaková síla $F'_{vz} = V' \rho_0 g$ v rovnováze s tíhou $G' m_1 g$. Proto

$$V' \rho_0 g = m_1 g$$

a odtud pro objem ponořené části lodičky

$$V' = \frac{m_1}{\rho_0},$$

pro dané hodnoty $V' = 3,0 \text{ cm}^3$.

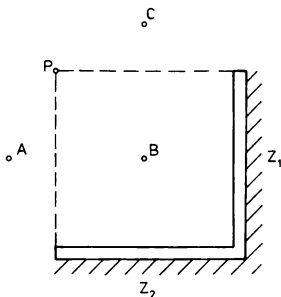
Objem ponořené části lodičky se zmenší o hodnotu

$$\Delta V = V - V' = \frac{m_2}{\rho_0},$$

tedy $\Delta V = 7,0 \text{ cm}^3$.

- c) Výška volného povrchu vody v nádobě se zmenší. Při vyjmutí kamínku z lodičky se zmenší její ponor.

4. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

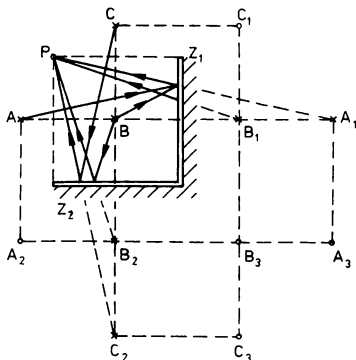


Obr. E-12

Na obrázku E-12 jsou znázorněna dvě k sobě kolmo postavená rovinná zrcadla Z_1, Z_2 . Pozorovatel v místě P sleduje obrazy svítících žároveček A, B, C v každém zrcadle.

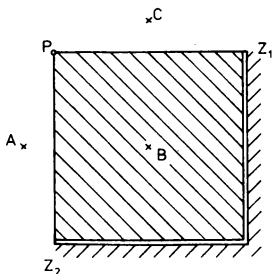
- Nakreslete obrazy žároveček v zrcadle Z_1 a v zrcadle Z_2 .
- Které žárovečky vidí pozorovatel v zrcadle Z_1 a které vidí v zrcadle Z_2 ?
- Ve kterých místech roviny řezu musí ležet žárovečky, aby jejich obrazy mohl pozorovatel vidět v obou zrcadlech? Tuto část roviny vyšrafujte.

Řešení



Obr. E-13

- Řešení je na obrázku E-13.
- V zrcadle Z_1 vidí pozorovatel obrazy žároveček A_1, B_1, A_3 , v zrcadle Z_2 pak obrazy B_2, C_2, C_3 a obraz B_3 se vytvoří na styku zrcadel; obrazy C_1 a A_2 v zrcadle neuvidí.
- Aby žárovičky viděl pozorovatel současně v obou zrcadlech, musí ležet ve vyšrafovaném čtverci na obrázku E-14.



Obr. E-14

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Pavel a Roman trénovali vytrvalostní běh na uzavřené běžecké dráze o délce $d = 400$ m. V určitém okamžiku vyběhli z téhož místa běžecké dráhy stejným směrem a běželi rovnoměrným pohybem. Když Pavel po absolvování pěti kol za dobu $t = 6$ min 40 s proběhl opět výchozím místem, předběhl právě Romana, který absolvoval o jedno kolo méně.

- Jak velkou průměrnou rychlostí běžel každý z obou chlapců?
- Za jakou dobu uběhl každý z chlapců jedno kolo?
- V jaké vzdálenosti byl Roman za Pavlem v okamžiku, kdy Pavel absolvoval právě první kolo?

Řešení

Za dobu $t = 400 \text{ s}$ uběhl Pavel dráhu $s_1 = 5d$, Roman uběhl dráhu $s_2 = 4d$, kde d je délka jedné uzavřené běžecké dráhy (jedno kolo).

a) Pavel běžel průměrnou rychlostí

$$v_1 = \frac{s_1}{t} = \frac{5d}{t},$$

pro dané hodnoty $v_1 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, Roman běžel rychlostí

$$v_2 = \frac{s_2}{t} = \frac{4d}{t},$$

pro dané hodnoty $v_2 = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Jedno kolo uběhl Pavel za dobu $t_1 = \frac{t}{5}$, $t_1 = 80 \text{ s}$, Roman za dobu $t_2 = \frac{t}{4}$, $t_2 = 100 \text{ s}$.

c) V okamžiku, kdy Pavel absolvoval jedno kolo, tj. dráhu d , uběhl Roman dráhu $d' = v_2 t_1 = \frac{4d}{5}$, $d' = 320 \text{ m}$. Byl tedy za Pavlem o 80 m pozadu.

2. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Vodu o hmotnosti $m_1 = 1,5 \text{ kg}$ a o teplotě $t_1 = 20^\circ \text{C}$ zahříváme v nádobě elektrickým vařičem, jehož příkon je $P = 400 \text{ W}$. K ohřátí vody se využije $\eta = 60\%$ elektrické práce.

a) Za jakou dobu t od počátku zahřívání se uvede voda při normálním atmosférickém tlaku do varu?

b) Určete objem vody, která zůstane v nádobě, jestliže se při varu trvajícím 15 min přemění část vody v páru téže teploty. Vypařování při teplotě nižší, než je teplota varu neuvažujte. Měrná tepelná kapacita vody $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ \text{C}^{-1}$, měrné skupenské teplo varu vody $l_v = 2300 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Řešení

Teplotu varu vody za normálního tlaku označíme $t_2 = 100^\circ\text{C}$.

- a) Za dobu t od počátku zahřívání až do varu přijala voda teplo

$$Q = \eta Pt = cm(t_2 - t_1).$$

Odtud pro dobu t platí

$$t = \frac{cm(t_2 - t_1)}{\eta P},$$

pro dané hodnoty $t = 2\,100\text{ s} = 35\text{ min}$.

- b) K přeměně vody o hmotnosti m_1 na páru téže teploty t_2 dodá vařič vodě za dobu $t' = 15\text{ min} = 900\text{ s}$ teplo

$$Q_1 = \eta Pt_1 = m_1 l_v,$$

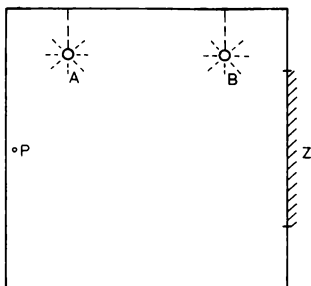
odtud pro hmotnost páry $m_1 = \frac{\eta Pt'}{l_v}$, pro dané hodnoty veličin $m_1 \doteq 0,094\text{ kg}$.

Hmotnost vody, která zůstala v nádobě, určíme $m_2 = m - m_1$, pro dané hodnoty $m_2 \doteq 1,4\text{ kg}$. V nádobě tedy zůstane asi 1,4 litru vody.

3. úloha (navrhl RNDr. M. Bednařík, CSc.)

Na jedné stěně místnosti je zavěšeno rovinné zrcadlo Z. Pozorovatel, jehož oko je v bodě P (obr. E-15), stojí u protější stěny a pozoruje obrazy předmětů v místnosti zobrazené zrcadlem Z.

- a) Nakreslete obrazy svítících žárovek A, B v zrcadle Z.
b) Které obrazy žárovek pozorovatel v zrcadle Z vidí?



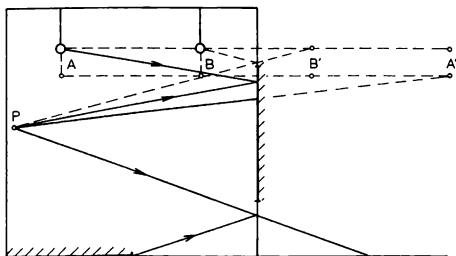
Obr. E-15

- c) Na podlaze místnosti zvolte 2 až 3 body, sestrojte jejich obrazy v zrcadle Z a vyznačte část podlahy, kterou pozorovatel vidí v zrcadle Z.

Pro řešení úlohy si zvětšete obrázek E-15 v poměru 2 : 1.

Řešení

- a) Obrazy žárovek jsou zobrazeny na obrázku E-16.
 b) Pozorovatel vidí v zrcadle jen obraz žárovky A.
 c) Řešení je na obrázku E-16.

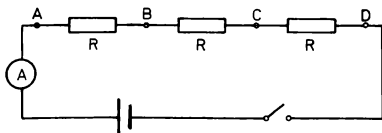


Obr. E-16

4. úloha (navrhl doc. RNDr. O. Lepil, CSc.)

Na obrázku E-17 je znázorněno schéma elektrického obvodu se třemi rezistory, z nichž každý má odpor $R = 60 \Omega$. Při sepnutém spínači prochází ampérmetrem proud $I = 200 \text{ mA}$. Odpor ostatních částí elektrického obvodu zanedbejte.

- Určete elektrické napětí na každém rezistoru a napětí mezi svorkami zdroje.
- Svorky C, D propojíme vodičem o zanedbatelně malém odporu. Určete nyní elektrické napětí na každém rezistoru.
- Jaký proud prochází obvodem v případě úlohy b)?



Obr. E-17

Řešení

- Elektrické napětí na každém ze tří rezistorů o odporu R je $U = RI$, $U = 12 \text{ V}$. Napětí na svorkách zdroje je pak $U' = 3U$, $U' = 36 \text{ V}$.
- Propojíme-li vodičem o zanedbatelně malém odporu svorky C, D , rozdělí se napětí $U' = 36 \text{ V}$ na dva rezistory. Tedy na prvním a druhém rezistoru je napětí $U_1 = U_2 = \frac{U'}{2}$, $U_1 = U_2 = 18 \text{ V}$, na třetím rezistoru je napětí $U_3 = 0 \text{ V}$.
- V případě úlohy b) je celkový odpor obvodu $R' = 2R$, tedy $R' = 120 \Omega$, obvodem prochází proud $I' = \frac{U'}{R'}$, $I' = 300 \text{ mA}$.

6. Úlohy kategórie F, zvané archimédiáda

Úlohy a řešení připravili doc. RNDr. Václav Koubek, CSc.,
a RNDr. Ivo Volf, CSc.

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl doc. RNDr. V. Koubek, CSc.)

V mestskej doprave má priemerná rýchlosť električky veľkosť $18 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, taxíka $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Vlak, ktorým máme odcestovať, odchádza o 40 min zo stanice, vzdialenej od nášho bydliska 10 km. Taxík pre nás môže prísť najskôr o 25 min, električka odchádza ihneď. Budeme cestovať električkou, alebo počkáme na taxík? Zdôvodnite.

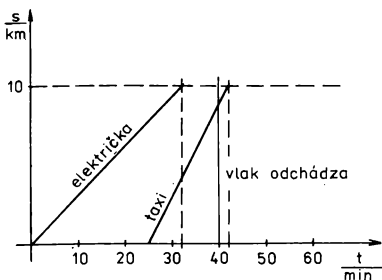
Úlohu riešte výpočtom i graficky.

Riešenie

Označenie veličín: $s = 10 \text{ km}$, $v_1 = 18 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ je rýchlosť električky, $v_2 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ je rýchlosť taxíka, taxík môže prísť za $t_0 = 25 \text{ min}$, vlak odchádza za dobu $t = 40 \text{ min}$.

Električka príde na stanicu za dobu $t_1 = \frac{s}{v_1}$, po dosadení $t_1 = 33 \text{ min}$. Taxík príde na stanicu za dobu $t_2 = \frac{s}{v_2}$, po dosadení $t_2 = 16,7 \text{ min}$ od okamihu, keď sme s ním vyšli, alebo za dobu $t'_2 = t_0 + t_2 = 42,7 \text{ min}$ od okamihu, keď išla električka. Treba cestovať električkou, taxík príde na stanicu až po odchode vlaku.

Úlohu môžeme riešiť graficky. V grafu na obrázku F-1 znázorníme závislosť dráhy od času pre električku a taxík. Zreteľne je vidieť, že električka príde na stanicu na čas, ale taxík oneskorene.



Obr. F-1

2. úloha (navrhl RNDr. I. Volf, CSc.)

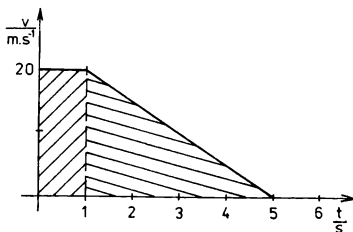
Od okamžiku, v němž řidič automobilu zpozoruje na silnici překážku, do okamžiku, v němž začnou působit brzdy, uplyne vždy stejná doba 1,0 s. Při brzdění se za každou sekundu změni rychlost automobilu o $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Automobil se blíží ke křižovatce rychlostí $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- a) Když se rozsvítí oranžové světlo na semaforu, automobil se nachází ve vzdálenosti 70 m od křižovatky. Řidič se rozhodne sabrzdít. Určete dobu, za kterou se automobil zastaví. K tomu sestrojte vhodný graf závislosti rychlosti na čase. Z grafu se také pokuste stanovit, v jaké nejmenší vzdálenosti od křižovatky se ještě může rozhodnout řidič brzdít.

- b) Šířka křižovatky je 20 m. Jakou nejkratší dobu mus svítit oranžové světlo, když se ve vzdálenosti 70 m řidi rozhodne nebrzdit a automobil má projet křižovatkou rychlostí?

Řešení

Označení veličin: $t_0 = 1,0\text{ s}$ je tzv. reakční doba řidiče a brzdného systému, rychlost automobilu $v_0 = 72\text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 20\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, automobil je vzdálen $d_1 = 70\text{ m}$ od křižovatky, šířka křižovatky $d_2 = 20\text{ m}$.



Obr. F-2

- a) K řešení nakreslíme graf závislosti rychlosti na čas (obráz. F-2). Z grafu přečteme, že automobil se zastaví ($v = 0\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) za dobu $t_1 = 4,0\text{ s}$ od začátku činnosti brzdného systému, tj. za dobu $t_2 = 5,0\text{ s}$ od okamžiku, kdy začne svítit oranžové světlo.

Nejmenší vzdálenost automobilu od křižovatky, kdy ještě stihne zabrzdit, určíme takto. Po dobu 1 s urazí automobil dráhu 20 m (v obrázku F-2 jde o obsah obdélníku), potom se po dobu $t_1 = 4,0$ s pohybuje průměrnou rychlostí $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, a urazí tedy dráhu 40 m (v obrázku F-2 jde o obsah trojúhelníku), celkem urazí až do zastavení dráhu 60 m. Nejkratší vzdálenost, na níž může automobil zastavit, je 60 m.

- b) Ze vzdálenosti 70 m dorazí automobil na křižovatku původní rychlostí za dobu 3,5 s, k přejetí křižovatky potřebuje urazit celkem 90 m, tedy 4,5 s. Aby se nedopustil závažného přestupku, musí oranžové světlo svítit alespoň 4,5 s. Bylo by však správnější, aby řidič jel opatrněji a stihl zastavit.

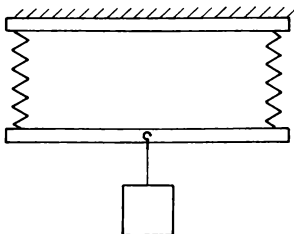
3. úloha (navrhl doc. RNDr. V. Koubek, CSc.)

Z dvou rovnakých pružín a dvou tyčíniek máme vyrobiť silomer, pomocou ktorého by sme merali veľkosť tiaže telies s hmotnosťami do 20 kg. Každú pružinu možno zaťažiť závažím s maximálnou hmotnosťou 12 kg. Pritom sa jedna pružina predĺži o 6,0 cm.

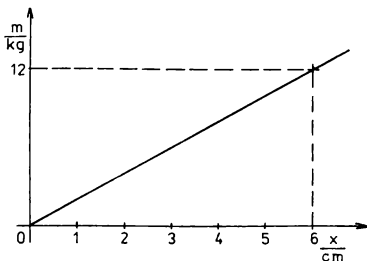
- Nakreslite návrh konštrukcie silomeru a zdôvodnite ju.
- Na milimetrový papier nakreslite stupnicu silomeru.
- Zostrojte silomer z dvoch pružín, ktoré si dokážete obstaráť. Zistite vlastnosti pružín a nakreslite stupnicu pre meranie.

Riešenie

- a) Náčrtok konštrukcie silomeru je na obrázku F-3. Teleso, hmotnosť ktorého chceme merať, je umiestnené upro-



Obr. F-3



Obr. F-4

stred. Tiaž telesa sa prejavuje zaťažéním oboch pružín,
 $F_1 = F_2 = \frac{G}{2}$. Predĺženie každej z pružín dosahuje

polovicu predĺženia v prípade, keby sme zaťažovali len jednu z pružín.

- b) Pre meranie zostrojíme stupnicu podľa obrázku F-4. Na základe merania predĺženia pružín môžeme zistiť hmotnosť uvažovaného telesa.
- c) Obstarajte si dve rovnaké pružiny a urobte meranie, ktoré sa podobá meraniu, o ktorom sa uvažuje v úlohe.

4. úloha (navrhl RNDr. I. Volf, CSc.)

Dřevěnou nebo kovovou tyč (např. trubku od záclon) délky alespoň 1,5 m položte na ukazováky rozpažených rukou a snažte se přibližovat ruce k sobě. Popište děje, které nastaly. Vysvětlete, proč lze tímto způsobem skoro přesně stanovit polohu těžiště tyče. K řešení nakreslete obrázek. Pokus opakujte se smetákem a výsledek porovnejte.

Řešení

Když posunujeme rukou pod tyčí, mění se v závislosti na vzdálenosti ruky od těžiště tyče tlaková síla, již působí tyč na ruku, a tím i velikost třecí síly, která při posunování ruky působí mezi rukou a tyčí. Pod tyčí se posunuje ta ruka, na kterou působí menší třecí síla. Tlakové síly na obě ruce jsou stejné, a tedy i třecí síly jsou stejné, je-li těžiště tyče stejně vzdáleno od obou rukou. Jakmile se jedna z rukou přiblíží více k těžišti tyče, zvýší se velikost tlakové, a tedy i třecí síly, tyč se vzhledem k této ruce přestane pohybovat a k těžišti se bude přibližovat druhá ruka. Obě ruce se proto sejdou těsně pod těžištěm tyče. Při řešení problému se smetákem je to obdobné, těžiště však není ani uprostřed smetákové

hole, avšak ani obě dvě části vpravo i vlevo od těžiště nemají stejnou hmotnost jako v případě stejnorodé tyče.

5. úloha (navrhl doc. RNDr. V. Koubek, CSc.)

Na dně vodní nádrže leží otevřená skleněná láhev.

- Vnitřní objem láhve je 1,0 litru, hmotnost láhve 0,60 kg. Dvornití láhve prostrčíme hadičku a vhnáme do láhve vzduch. Jak velká musí být vzduchová bublina v láhvi, aby láhev vyplavala k hladině? Potřebné konstanty pro výpočet naaleznete v matematicko-fyzikálních tabulkách.
- Obstarejte si prázdnou skleněnou láhev, na kuchyňských vahách zjistěte její hmotnost a pak se přesvědčte o správnosti svého řešení výpočtem i pokusem. O měření proveďte stručný zápis.
- Navrhněte potápěčům způsob, jak vyprostit vrak potopené lodi s pokladem.

Riešenie

- Fľaša môže vyplávať na hladinu len v prípade, keď hydrostatická vztlaková sila bude väčšia ako tiaž fľaše sčasti naplnenej vodou, $F_{vz} > G$. Hmotnosť sklenenej fľaše je m_s , hmotnosť vody vo fľaši m_v . Ďalej označíme V_s objem skla s hustotou ρ_s , potom $m_s = V_s \rho_s$. Tiaž G fľaši sčasti naplnenej vodou

$$G = m_s g + m_v g.$$

Podľa Archimédova zákona je hydrostatická vztlaková sila rovná tiaži vody rovnakého objemu, ako je objem skla a objem dutiny V_0 . Mezný prípad vyriešime pre rovnosť

obidvoch síl $F_{vz} = G$,

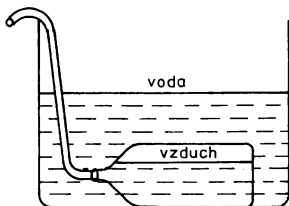
$$V_0 \rho_v g + V_s \rho_s g = m_s g + m_v g.$$

Pre hmotnosť vody, ktorá môže byť v dutine fľaše v prípade, keď fľaša sa vznáša vo vode, je

$$m_v = V_0 \rho_v + V_s \rho_s - m_s.$$

Po dosadení sa $V_s = \frac{m_s}{\rho_s}$, $\rho_s \doteq 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ vychádza pre hmotnosť vody vo fľaši $m_v \doteq 0,64 \text{ kg}$.

Preto objem vzduchovej bubliny vo fľaši by mal byť najmenej 0,36 litra.



Obr. F-5

- b) Najdeme staršiu fľašu a urobíme pokus (obr. F-5).
Objem vzduchovej bubliny zistíme tak, že budeme merať

hmotnosť fľaše s vodou i s bublinou, potom doplníme ďalšiu vodu vo fľaši a zistíme hmotnosť fľaše naplnenej vodou.

- c) Je známe, že pri vyzdvihnutí pokladu sa k vraku lodi pripájajú kovové barely, do ktorých sa načerpá vzduch. Využíva sa tak hydrostatickej vstlakovej sily, pôsobiacej na tieto barely.

b) Druhé kolo súťaže

Druhé kolo súťaže malo probehnúť podľa predstáv organizátorů tak, že bolo zorganizované zábavné setkanie v časovom rozsahu 60 až 90 minút. Súťažiaci mali dostať príležitosť se na druhé kolo pripraviť, a preto boli niektoré úkoly pripravované už pred touto súťažou. Ze súťažiacich mohla byť vytvorená tri- až päťčlenná družstvá alebo mohli súťažiť i ako jednotlivci. Pri súťaži mohli byť prítomní i ďalší žáci ako diváci. Základné informácie k organizácii druhého kola boli pripravené už v minulom ročníku a zaslané prostredníctvom KVFO a OVFO na jednotlivé školy. Pro organizáciu bola doporučena i literatúra, zejména Doplňky k učebnicím fyziky pro třídy s rozšířeným vyučováním matematiky a přírodovědných předmětů, dále známá populárně-vědecká literatúra i řada časopisů. Informace obsahovala asi padesát námětů z různých oblastí. Uvedeme další náměty pro tuto formu se zájemci o fyziku.

A. Náměty pro přípravnou činnost před soutěží

1. Složit krátkou básničku (alespoň tři sloky po 4 řádcích) na téma z učiva fyziky v 7. ročníku (lze i zhudebnit jako písničku).

2. Sestavit doplňovačku s tajenkou s fyzikálním obsahem.
3. Napsat krátkou povídku (asi 30–50 řádků) s námětem z učiva fyziky ze 7. ročníku nebo se zaměřením na historii fyziky. Povídku zástupce družstva přečte na soutěži.
4. Zhotovit periskop nebo čočkový dalekohled, přinést na soutěž a předvést.
5. Z knížky Dobrý den, pane Ampère vyberte vhodný úryvek týkající se výuky fyziky na základní škole a přednese. Obsahu úryvku lze využít i jako hádanky.
6. Najděte si informaci o pěti nejznámějších kosmodromech světa, vymeste jejich polohu pomocí zeměpisných souřadnic, ukažte je na mapě (nebo formulujte jako hádanku). Přednese některé zajímavosti na soutěži.
7. Najděte nebo vymyslete kreslenou anekdotu s fyzikálním či technickým obsahem, připravte podle ní foliogram pro zpeřtný projektor a předveďte na soutěži.
8. Z některého technického časopisu najděte vhodný populárně-vědecký článek nebo některou fyzikálně-technickou zajímavost a zpracujte jako stručný, asi pětiminutový referát.
9. Nakreslete obrázek, v němž znázorníte, jak si představujete situaci na některém měsíci Jupiterově nebo na Marsově měsíci Phobos.
10. Najděte si v denním tisku informace o východu a západu Slunce, sledujte je alespoň po dobu 14 až 20 dní. Vysvětlete, jak lze podle těchto údajů stanovit, kdy nastane poledne v místě na 15° východní délky. Proč nelze použít stejného postupu pro místo, v němž žijete?

B. Experimentální úlohy prováděné jednoduchými prostředky

1. Navrhněte postup, jak lze zjistit hmotnost jedné kapky vody, která vytéká z kapátka nebo z lahvičky od Intussinu. Úkol proveďte a sdělte získanou hodnotu.
2. Jak lze pomocí pravítka, tyčového měřítka či tyčky známé délky stanovit výšku stromu? Postup popište a zjistěte např. výšku stropu ve vaší učebně.
3. Jak stanovíte průměrnou rychlost pohybu výtahu ve vysokém domě? Jak stanovíte průměrnou rychlost své chůze na cestě ze školy? Postup popište a pokus proveďte.
4. Kdy se lépe roztlouká ořech kladívkem – na měkké podložce, nebo na kamenu? Vysvětlete.
5. Máte k dispozici několik různých, většinou nepravidelně tvarovaných destiček z kartonu či plastové desky. Popište postup, jak lze stanovit těžiště desek. Pokus proveďte.
6. Máte k dispozici tenkou dřevěnou tyčku nebo špejle, provázek, kolíček na prádlo, matici. Navrhněte, jak lze z těchto pomůcek vyrobit listovní váhy. Ocejchujte je, máte-li k dispozici závaží o hmotnosti 20 g, 50 g.
7. Máte k dispozici prázdnou plechovku, na jejíž dno umístíte písek jako zátěž a překryjete písek kartonem. Dále máte větší nádobu s vodou. Položte plechovku na volný povrch a navrhněte váhy, které může plechovka představovat. K cejchování máte závaží o hmotnosti 100 g, 200 g, 200 g. Vysvětlete princip vah. Proč jste na dno plechovky umístili písek?
8. Vysvětlete, jak se na povrchu Země vytyčuje přímý směr. Svůj návrh konkrétně předvedte.
9. Popište způsob, jak zjistíte největší výšku Slunce nad

obzorem. Jak se dá z tohoto údaje a tímto postupem stanovit poledne v daném místě? Jak určíte v daném místě tímto způsobem severní směr?

10. Máte k dispozici malý feritek, delší hřebík a provázek. Pomocí těchto pomůcek určete severní směr v daném místě.

C. Problémové úlohy

1. Baron Prášil vykládal, že na srpek Měsíce zavěsil lano a pak se pomalu spustil na povrch Země. V čem musíte tohoto vypravěče poopravit?
2. Automobil se dostal do situace, že se mu protáčejí kola. Vysvětlete, kdy se to může stát. Co poradíte řidičovi, aby se z této situace dostal?
3. Při čerpání ropy se někdy do hloubky vhání voda nebo stlačený vzduch. Vysvětlete, proč potom ropa lépe tryská na povrch.
4. Vodu přelejeme z vyšší a úzké skleněné válcové nádoby do válcového kastrolku. Které fyzikální veličiny se při tom změni a které zůstanou stejné?
5. Jak určíte hustotu dřeva, z něhož je vyrobena dřevěná tyčka, máte-li k dispozici pouze pravítko? Hustotu vody považujte přitom za známou. Postup fyzikálně zdůvodněte.
6. Popište děje, které mohou nastat, když si domů přinesete z pouti nafouknutý balónek. Jaké změny nastanou během delšího času? Popište, co se může stát, kdyby vám cestou tento balónek venku uletěl.
7. Nakresli řez ventilkem u duše jízdního kola a vysvětli, jak ventilek zadrží vzduch před uniknutím.
8. Nakresli vhodný obrázek a pomocí něho vysvětli, jak

vzniká zatmění. Může nastat zatmění Slunce i zatmění Měsíce současně? Mohou obě zatmění nastat během 24 hodin?

9. Jak byste stanovili rozdíl v nadmořské výšce např. v Peci pod Sněžkou a na vrcholu Sněžky? Který údaj k tomu potřebujete směřit? Které pomůcky byste k tomu potřebovali?
10. Pomocí glóbusu vysvětlíte, proč a jakým způsobem je zaveden tzv. pásmový čas. Kolik je na povrchu Země časových pásem? Jaký je časový rozdíl mezi časem v Praze a v Novosibirsku, nezávisle na tom, že rozdíl v pásmových časech je 6 h?

D. Výpočtové úlohy

1. Motocykl projel úsek v uzavřené obci o délce 1 400 m za dobu 80 s. Zjistěte, zda řidič porušil, či neporušil dopravní předpisy, jestliže se na nepřesnost tachometru počítá 5 %.
2. Jak dlouho jel automobil po dálnici, jestliže tachometr ukazoval stálou rychlost $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a údaj o počtu projetých kilometrů se změnil z hodnoty 32,233 na hodnotu 32,368?
3. Při skoušce závodního automobilu se vozidlo rozjelo z klidu po přímé vodorovné silnici a za dobu 8,0 s dosáhlo rychlosti $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Touto rychlostí jelo vozidlo po dobu 10 s a potom se za dobu 4,0 s rovnoměrným brzděním zastavilo. Uvažte, zda tento pohyb byl přímočarý a zda byl rovnoměrný. Nakreslete graf závislosti rychlosti vozidla na čase v uvažované době.
4. Kolejnice má délku 15 m a za horkého slunečního dne se prodloužila o 10 mm, avšak její průřez se přitom

- nezměnil. Jak se změnila hmotnost kolejnice? Jak se změnila její tíha? Jak se změnila hustota materiálu, z něhož je kolejnice vyrobena?
5. V jaké hloubce pod povrchem moře je batyskaf, jestliže naměřili tlak 6 200 kPa?
 6. Do akvária o rozměrech 25 cm, 40 cm, 30 cm bylo nalito 15 litrů vody. Zjistěte, jaký je hydrostatický tlak na dně, jaká je celková tlaková síla působící na dno. Jaký největší objem vody se do akvária vejde? Jak se přitom mění hydrostatický tlak na dně a tlaková síla působící na dno?
 7. Ledová kra má plošný obsah $6,0 \text{ m}^2$ a tloušťku 30 cm. Hustota ledu je $910 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota vody $1,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Do jaké hloubky se kra ponořila? Může na kru vstoupit člověk o hmotnosti 80 kg, aby se ještě celá neponořila? Jaké největší zatížení kry je možné?
 8. Dvě koncové stanice autobusové linky jsou od sebe vzdáleny 15 km, autobus městské dopravy urazí trasu za dobu 30 min. Kolik autobusů potká cestující jedoucí autobusem z jedné koncové stanice za druhou?
 9. Určete, jak vysoká může být cihlová zeď, jestliže cihla snese zatížení 600 kPa, hustota cihel i s maltou je $2\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Uvažte, zda získaný výsledek je reálný. Jak je možné, že se přece jen stavějí výškové domy?
 10. Vnější část pramice na přívode, v níž se stýká s povrchem vody, má tvar obdélníku o rozměrech 15,0 m, 6,0 m. Když na pramici vjedou tři stejné osobní automobily, světlí se ponor pramice o 4,0 cm, ale rozměry „styčného“ obdélníku se nezmění. Z těchto údajů stanovte, jaká je hmotnost jednoho automobilu.

III. Devatenáctá mezinárodní fyzikální olympiáda

1. Průběh a výsledky soutěže

Devatenáctá mezinárodní fyzikální olympiáda (19. MFO) proběhla ve dnech 23. června až 2. července 1988 v Bad Ischl, lázeňském městě v centru Rakouska, umístěném v malebném vysokohorském prostředí. Na obzoru vévodila hora Dachstein (2995 m n. m.), v okolí města bylo několik horských jezer. 19. MFO uspořádalo ministerstvo vzdělávání, umění a sportu Rakouské spolkové republiky, které do přípravy zapojilo větší počet pracovníků z oblasti středního a vysokého školství i ministerstva, takže zajištění po stránce organizační, administrativní, hospodářské i odborné bylo na vysoké úrovni.

Soutěže se zúčastnilo 132 soutěžících ze 27 států ze čtyř kontinentů, což je zatím nejvyšší počet zúčastněných. Na 19. mezinárodní fyzikální olympiádu přijela družstva z následujících států: Austrálie (AUS), Belgie (B), Bulharsko (BG), Československo (CS), Čína (RC), Finsko (SF), Island (IS), Itálie (I), Jugoslávie (YU), Kanada (CND), Kolumbie (CO), Kuba (C), Kuvajt (KT), Kypr (CY), Maďarsko (H), Německá demokratická republika (DDR), Spolková republika Německo (D), Nizozemí (NL), Norsko (N), Polsko (PL), Rakousko (A), Rumunsko (RO), Švédsko (S), Sovětský svaz (SU), Spojené státy americké (USA), Velká Británie (GB), Vietnam (VN). Jednotlivá družstva měla většinou 5 soutěžících (Kolumbie, Kypr a Belgie po 4 soutěžících) a byla doprovázena dvěma vedoucími. Kromě toho doprovázeli někte-

ré delegace pozorovatelé (Belgie, Čína, Velká Británie, Jugoslávie, Maďarsko). Další státy (Dánsko, Irán, Španělsko) vyslaly na 19. MFO své pozorovatele. Pozvánky na 19. MFO byly zaslány i do dalších států (Francie, Řecko, Japonsko, Jižní Korea, Portugalsko, Švýcarsko, Singapur, Turecko); jejich delegace se dříve mezinárodních fyzikálních olympiád již zúčastnily, vyslaly své pozorovatele nebo jinak o soutěž projevily svůj zájem, avšak v tomto roce se soutěže nezúčastnily.

Kromě oficiálních delegací byl přítomen na 19. MFO zástupce sekretariátu organizace UNESCO dr. A. Pokrovskij a Erszébet Lugosiová, redaktorka maďarského časopisu pro zájemce o matematiku a fyziku z řad středoškolské mládeže Kösepiskolai Matematikai Lapok.

Ústřední výbor fyzikální olympiády navrhl, aby vedoucím československé delegace byl opět předseda ÚV FO doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky Pedagogické fakulty v Nitře, pedagogickým vedoucím dr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové.

V přípravě na 19. MFO použil ÚV FO osvědčenou několistupňovou přípravu širšího výběru nejúspěšnějších účastníků fyzikální olympiády. Dva členové výběru se v loňském roce zúčastnili 18. MFO v Jeně (NDR), kde byli oba úspěšní, a získali tak mezinárodní zkušenosti. Většina členů družstva se zúčastnila již v loňském roce fyzikální olympiády v kategorii A.

V podzimních měsících 1987 byly zaslány na jednotlivé KV FO úlohy korespondenční části přípravy. Byly předány 60 nejlepším řešitelům z kategorie B, popř. mladším účastníkům v kategorii A ve 28. ročníku FO. Na základě výsledků a

jednání mezi sekretariáty ÚV FO v Hradci Králové a v Nitře bylo vybráno 20 účastníků prosincového týdenního soustředění v Nitře. Potom nejlepší řešitelé v krajském kole kategorie A byli posváni na další týdenní soustředění do Hradce Králové, které proběhlo v první polovině března. Po odborné stránce sajišfovali soustředění pracovníci katedry fyziky a základů techniky Pedagogické fakulty v Hradci Králové a další členové ÚV FO (dr. I. Volf, M. Ouhrabka, CSc., doc. ing. B. Vybíral, CSc., dr. Z. Ungermann, dr. P. Šedivý, dr. J. Huběňák, ing. K. Radocha, dr. J. Podobský, ing. M. Šubrt), organizačně a metodicky vedl soustředění dr. I. Volf. Poté bylo uspořádáno celostátní kolo v kategorii A v Gottwaldově, které poněkud samíchalo účastníky přípravy - loňští kandidáti na reprezentaci se neprobojovali do první desítky nejúspěšnějších účastníků, ba dokonce nebyli ani mezi 20 vítězi 29. ročníku FO. A tak do dalšího soustředění postoupili někteří nováčci.

Jakousi mezihrou v přípravě účastníků reprezentačního výběru byla Soutěž mladých fyziků, kterou uspořádala Moskevská univerzita M. V. Lomonosova společně s ÚV Komсомолu na začátku dubna v Moskvě. Na tuto soutěž vyslala ministerstva školství ČSR a SSR pětičlennou delegaci soutěžících, vedenou za ÚV FO doc. dr. ing. D. Kluvancem, CSc., za ÚV SSM předsedou ústřední hodnotící komise SOČ pro fyziku dr. Zdeňkem Kluiberem, CSc. Protože ani komise SOČ pro fyziku, ani ÚV SSM neměly možnost nominovat účastníky, přesunuly výběr i přípravu účastníků na ÚV FO, který registruje děti a mládež talentované na fyziku ve věku od 13 do 18 let. ÚV FO navrhl následující soutěžící: Davida Maxeru z Prahy, Katarínu Kis Petikovou z Komárna,

Radomíra Měcha z Bílovce, Josefa Radlera ze Zvolena, Maroše Rusňáka z Košic. Účast na velmi zajímavé soutěži, na níž náročné problémové fyzikální úlohy jsou řešeny a veřejně diskutovány, řešení musí být obhajováno před kolektivy dalších řešitelů, byla velmi prospěšná i z hlediska přípravy budoucích reprezentantů Československa na 19. MFO.

Poslední přípravné soustředění před 19. MFO, a tedy i před definitivní nominací československého družstva na 19. MFO, proběhlo od 22. května do 4. června 1988 v Nitře. Pořadatelem tohoto soustředění, podobně jako i všech předcházejících, byl ÚV FO a Ústřední dům pionýrů a mládeže Klementa Gottwalda v Bratislavě. Na průběhu se podíleli pracovníci katedry fyziky Pedagogické fakulty v Nitře (doc. dr. ing. D. Kluvanec, CSc., dr. E. Zelenický, dr. J. Gembarovič, doc. dr. L. Morvay, CSc., dr. J. Vozár, doc. dr. A. Kecskés, CSc., dr. M. Hašková) pod organizačním i metodickým vedením doc. dr. ing. D. Kluvance, CSc. Velký podíl na přípravě tohoto soustředění (i všech dalších) měla pracovnice ÚDPM Klementa Gottwalda Vlasta Michálková, která s nevšední obětavostí se věnovala účastníkům soustředění v mimovýukovém čase.

Na soustředění bylo pozváno celkem 12 nejlepších soutěžících z celostátního kola - sedm ze 4. ročníků středních škol, z nichž měl být proveden výběr účastníků na 19. MFO, a pět ze 3. ročníků středních škol, kteří měli získat další zkušenosti v řešení náročnějších úloh a připravit se tak na eventuální účast na 20. MFO v r. 1989 ve Varšavě. Protože soustředění probíhalo v období maturitních zkoušek, maturanti se dostavili většinou se zpožděním (jiný termín však vzhledem k zahájení 19. MFO nebylo možné zvolit), až po vykonání

zkoušky. Ministerstvo školství SSR zajistilo vykonání maturitních zkoušek účastníků soustředění tak, aby mohli přijet včas a věnovat se náročné přípravě na mezinárodní soutěž v klidu. P. Koslovský se soustředění z důvodu nevhodného termínu maturitní zkoušky nezúčastnil vůbec a D. Swigoň byl hospitalizován, takže do Nitry ze zdravotních důvodů také nepřišel.

Během soustředění v Nitře proběhl i psychologický průzkum, jehož výsledky se berou při výběru reprezentantů v úvahu jako pomocný ukazatel. Průzkum je zaměřen na zjišťování IQ účastníků a na jejich chování v záťažových situacích.

Do soustředění byli zařazeni: Tibor Bartoš z Bratislavy, Katarína Kis Petiková z Komárna, Pavel Kryštof z Brna, David Maxera z Prahy, Radek Vystavěl z Prostějova, Tomáš Brodský z Brna, Arnošt Kobylka z Prahy, Petr Merta z Hradce Králové, Maroš Rusňák z Košic, Zbyněk Vašata z Hradce Králové.

V průběhu soustředění se uskutečnilo mezistátní setkání mladých fyziků z ČSSR a MLR, na němž měli účastníci soustředění možnost porovnat své vědomosti a dovednosti se žáky středních škol z Maďarska, připravujícími se také na 19. MFO. Tato akce se osvědčila, neboť byla dobrou přípravou k následující mezinárodní fyzikální olympiádě.

Předsednictvo ÚV FO na svém zasedání 2. června 1988 v Nitře za účasti zástupců obou ministerstev školství, mládeže a tělovýchovy ČSR a SSR vzalo v úvahu výsledky účastníků soustředění ve fyzikální olympiádě ve 28. i 29. ročníku fyzikální olympiády, výsledky v jednotlivých soustředěních, kde byly zadávány náročné úlohy k samostatnému zpracová-

ní. Bodové výsledky byly následující: Radek Vystavěl 190 b., Zbyněk Vašata 186,5 b., Katarína Kis Petiková 183 b., Tibor Bartoš 180,5 b., Tomáš Brodský 175 b., David Maxera 167 b., Pavel Kryštof 167 b., Petr Merta 163,5 b., Maroš Rusňák 147 b., Arnošt Kobylka 142 b.

Na základě výsledků dalších hodnocení pak bylo navrženo ministerstvům školství, mládeže a tělovýchovy nominovat československé družstvo na 19. MFO v tomto složení:

- CS 1 David Maxera, gymnázium Praha, Hellichova, 4. ročník
- CS 2 Tibor Bartoš, gymnázium A. Markuša, Bratislava, 4. ročník
- CS 3 Katarína Kis Petiková, gymnázium maď., Komárno, 4. ročník
- CS 4 Zbyněk Vašata, gymnázium J. K. Tyla, Hradec Králové, 3. ročník
- CS 5 Radek Vystavěl, gymnázium Prostějov, 4. ročník

Jako náhradníci byli stanoveni: Tomáš Brodský, 2. ročník, gymnázium Brno, kpt. Jaroše a Petr Merta, 4. ročník, gymnázium J. K. Tyla, Hradec Králové.

Již několik let pořádá ÚV FO ještě jedno kratší soustředění pro účastníky MFO a náhradníky. Proběhlo opět v Nitře za bezprostřední účasti obou vedoucích družstva a bylo věnováno řešení fyzikálních úloh na úrovni mezinárodních fyzikálních olympiád. Účastníci si měli současně prostudovat sbírku úloh z MFO, která byla vydána v Sovětském svazu a vyšla v knihovničce Kvantu.

Je možné shrnout, že ÚV FO se snažil využít všech existujících možností k co nejlepší přípravě našeho reprezentačního družstva. Řídil se přitom vzorovou osnovou přípravy, kterou

schválilo zasedání komise mezinárodní fyzikální olympiády v Portoroži v r. 1985 a v Harrow London 1986, která obsahuje podrobný rospis teoretických témat i praktických dovedností, jež mohou být zařazovány ve formě úloh na MFO.

Československá delegace odjela do Vídně ve čtvrtek 23. června 1988 osobním vlakem. Z Vídně byli soutěžící i jejich doprovod odvezeni autokarem do místa soutěže v Bad Ischl.

Soutěžící byli ubytováni v exklusivním internátě střední školy pro povolání spojená s cizineckým ruchem. Každá delegace měla k dispozici pro 5 účastníků 1 buňku (dvě ložnice, obývací pokoj, kuchyňku a hygienické zařízení). V menze této školy se soutěžící a další personál 19. MFO stravovali, v budově školy probíhala soutěž i všechna zasedání mezinárodní komise. Vedoucí bydleli v hotelu ve vzdálenosti asi 2 km od soutěžících. Každé družstvo mělo k dispozici tlumočníka, který byl současně zodpovědný za mimosoutěžní program a za to, že členové družstva dodržovali organizační požadavky, jež na ně byly kladeny. Pro mezinárodní komisi byli stanoveni dva oficiální tlumočníci, kteří ovládali velmi dobře oba jednací jazyky (kromě němčiny), a to ruštinu a angličtinu. V těchto jazycích, podle schválení v minulých letech, probíhají všechna jednání v komisi a vedoucí delegací je musí ovládat.

Předsedou mezinárodní komise byl jmenován univerzitní profesor dr. Peter Skalicky z Technické univerzity ve Vídni, místopředsedou a vedoucím komise pro přípravu úloh univerzitní profesor dr. Rudolf Dobrozemsky z Institutu pro fyziku. Na řízení práce se aktivně podílel generální sekretář mezinárodních fyzikálních olympiád dr. Waldemar Gorzow-

ski z Fyzikálního institutu Polské akademie věd ve Varšavě. Vedoucím provozu byl jmenován mag. Stefan Jezik, ředitel reálného gymnázia ve Vídni.

Jako členové mezinárodní komise pracovali vedoucí a pedagogičtí vedoucí všech delegací. Členy mezinárodní komise s hlasem poradním byli pozorovatelé.

19. MFO byla zahájena v aule střední školy pro povolání spojená s cizineckým ruchem v pátek 24. června 1988 v 10 h dopoledne. Delegace 27 států, pozorovatele a další účastníky přivítal ředitel školy mag. Reinhard Ginsel. Účastníky pozdravil purkmistr města Bad Ischl Karl Saller. Prof. dr. Rudolf Dobrozemsky přednesl projev, v němž vzpomněl přínosu Rakouska rozvoji fyziky - uvedl jména fyziků Ch. Dopplera, J. Loschmodta, E. Macha, P. Hesse, F. Hasenöhrla, E. Schrödingera, W. Pauliho, F. Exnera, L. Boltzmann. Oficiálně zahájil 19. MFO prof. dr. Peter Skalicky, předseda mezinárodní komise. Sekční šéf ministerstva mag. Leo Leitner v zastoupení spolkové ministryně pro vzdělávání, umění a sport paní dr. Hilde Havlicek pozdravil všechny přítomné. Oficiální projevy byly vystřídány hudebním vystoupením dechového kvarteta hudební školy v Bad Ischl. Na závěr purkmistr města uspořádal recepci pro všechny účastníky. Od této chvíle až do slavnostního závěru měli členové mezinárodní komise i soutěžící podstatně rozdílný program. Toto uspořádání sledovalo myšlenku vhodné koordinace pracovní a odpočinkové části, jež pro obě pracovní skupiny - soutěžící a členy mezinárodní komise - nastávaly v různá časová období.

Ještě v pátek večer se konalo 1. zasedání mezinárodní komise od 17,00 h. Na uzavřeném zasedání byly členům

mezinárodní komise předány texty tří teoretických úloh, jež uvádíme dále. Podle statutu byly texty předloženy ve čtyřech jazykových verzích (ruština, angličtina, němčina, francouzština). K textu byla připojena řešení úloh a návrh bodového hodnocení. Jednání, přerušené dvěma přestávkami k občerstvení, pokračovalo až do 03 h dalšího dne, kdy byly texty s provedenými úpravami schváleny, převedeny na počítač, takže na závěr dostal každý člen mezinárodní komise oficiální text úloh v ruštině a angličtině. Při jednání komise velmi dobře vystupovali oficiální tlumočníci dr. P. Görlich a dr. M. Aumayr. Teoretické úlohy navrhly (a řešení později opravovaly) pětičlenné pracovní týmy:

1. úloha: skupina z Technické univerzity ve Vídni, vedoucí dr. A. Wagendristel
2. úloha: skupina z univerzity v Innsbrucku, vedoucí dr. Ch. Leubner
3. úloha: skupina z univerzity v Grazu, vedoucí dr. A. Hohenester

Poté nastoupil překlad textů úloh do národních jazyků. Přepis textů se prováděl na terminálu počítače, s použitím vhodné abecedy pro příslušný jazyk, výpis přes tiskárnu představoval předlohu pro získání xerokopií. Nutno poznamenat, že technická stránka byla velmi dobře zajištěna, včetně pomocného personálu k využití počítačů. Jednotliví členové mezinárodní komise ukončili překlady a přepis mezi 05 h až 08 h. Soutěžící měli v pátek odpoledne polodenní výlet do štyrského Salzkammergutu, večeri a poté odpočinek před soutěží.

V sobotu 25. června 1988 proběhla v dopoledních hodinách teoretická část soutěže, odpoledne odjeli soutěžící na

polodenní výlet na jezero Traunsee s projíždkou na lodi. Členové mezinárodní komise navštívili Wolfgangsee a prohlédli si kulturní památky ve městě St. Wolfgang.

V neděli 26. června 1988 probíhal aktivní odpočinek. Vedoucí i soutěžící navštívili vysokohorskou oblast Dachstein (2 995 m n.m.), prohlédli si ledovou jeskyni a kulturní památky města Hallstadt. V podvečerních hodinách bylo zahájeno druhé zasedání mezinárodní komise, které bylo věnováno posouzení a překladu experimentálních úloh. Úlohy představily komise:

4. úloha: skupina z univerzity v Linci, vedoucí dr. H. Rohatschek
5. úloha: skupina z Montanuniversität Leoben, vedoucí dr. E. Werner

Posouzení obou úloh si vyžádalo čas od 18 h do 02 h, poté obdrželi členové mezinárodní komise oficiální texty v ruském a anglickém jazyce, zpracované opět na počítači a provedli překlad do národních jazyků; přepis na počítači a získání xerokopií trvalo do 07 h.

V pondělí 27. června 1988 v dopoledních hodinách proběhla experimentální část soutěže, odpolední hodiny byly věnovány osobnímu volnému soutěžení pod vedením tlumočnicků delegací. Členové mezinárodní komise měli celodenní exkurzi k prohlídce kulturních památek v Salzburgu. Večer se setkali vedoucí se studenty na společné večeři, kde byly diskutovány teoretické i experimentální úlohy a jejich řešení. V pozdních večerních hodinách obdrželi vedoucí xerokopie opravených řešení teoretických úloh.

Dopoledne v úterý 28. června se vedoucí seznámili s těmito opravenými řešeními a připravili se na diskusi s korektory.

V odpoledních hodinách navštívili panoráma na hoře Katrin. Soutěžící měli v úterý dopoledne návštěvu St. Wolfgangu a výlet osubenou dráhou na horu Schafberg, odpoledne navštívili solné doly v Bad Ischl.

Středa 29. června proběhla pro vedoucí delegací v diskusích s korektory řešení teoretických úloh. Nutno poznamenat, že úlohy byly velmi korektně opraveny, řešení takřka bez připomínek. Odpoledne obdrželi vedoucí delegací xerokopie opravených řešení experimentálních úloh a připravovali se na diskusi s korektory. Soutěžící uskutečnili celodenní výlet po okolních vysokohorských jezerech.

Ve čtvrtek 30. června dopoledne proběhly diskuse s korektory experimentálních úloh. Také tyto úlohy byly velmi pečlivě opraveny. Na závěr byl vždy sepsán protokol o souhlasu s hodnocením opravených úloh, který potvrdil vedoucí delegace a vedoucí skupiny korektorů. Odpoledne přijal vedení delegací mag. Markus Salvator Habsburg-Lothringen v císařské vile v Bad Ischl, která sloužila jako letní sídlo císaře Františku Josefu Habsburskému. Soutěžící věnovali celý den prohlídce Salzburgu a fontánám v Hellbrunnu.

V podvečer se konalo třetí (závěrečné) zasedání mezinárodní komise. Na něm byl zvolen na další pětileté funkční období generální sekretář mezinárodních fyzikálních olympiád dr. Waldemar Gorzkowski z Polska. Byla projednána úprava normy pro vyhlásování výsledků, která vede k zamezení skutečnosti, aby jednotlivec s extrémně výborným výsledkem mohl podstatně ovlivnit hranice úspěšnosti na mezinárodní fyzikální olympiádě a hranice pro vyhlásování cen. Od příští MFO se budou hranice určovat na základě průměrného výsledku nejlepších pěti soutěžících. Především však byly na

tomto zasedání schváleny výsledky 19. MFO. Nejvyššího počtu bodů dosáhl soutěžící GB 5, a to 39,38 b. Proto meze ke stanovení jednotlivých cen byly stanoveny takto:

- I. cena (90 % až 100 %) 35,00 až 39,38 bodu
- II. cena (78 % až 89 %) 30,00 až 34,99 bodu
- III. cena (65 % až 77 %) 25,00 až 29,99 bodu
- Úspěšný řešitel (50 % až 64 %) 19,00 až 24,99 bodu.

Řešitelé, kteří dosáhli méně než 19,00 bodu, byli v soutěži neúspěšní a obdrželi jen potvrzení o účasti.

Na zasedání byla potvrzena místa konání dalších mezinárodních fyzikálních olympiád: 20. MFO v r. 1989 v Polsku, 21. MFO v r. 1990 v Nizozemí, 22. MFO v r. 1991 na Kubě.

Pátek 1. července byl závěrečným dnem 19. mezinárodní fyzikální olympiády v Bad Ischl. Dopoledne od 10 h proběhl závěrečný ceremoniál, který byl uspořádán ve velkém sále Lázeňského domu Bad Ischl pod patronací ministryně vzdělávání, umění a sportu paní dr. Hilde Havlicek a předsedy místní vlády Horního Rakouska pana dr. Josefa Ratzenböcka. Hlavní projev pronesl sekční šéf ministerstva mag. Leo Leitner, který potom společně s předsedou mezinárodní komise prof. dr. P. Skalickým a prof. dr. R. Dobrozemským předali diplomy a věcné ceny vítězům, pochvalná uznání a upomínkové dárky úspěšným řešitelům a potvrzení o účasti dalším řešitelům. Byly též předány mimořádné ceny za nejlepší řešení jednotlivých úloh. Také vedoucí delegací obdrželi v upomínku diplom s poděkováním za práci v mezinárodní komisi. Přehled o výsledcích soutěže podávají následující tabulky:

Soutěžící		T1	T2	T3	E4	E5	SUMA
I.cena							
1 GB5	McDonnell Conrad	10,00	8,50	5,50	6,00	9,38	39,38
2 H2	Drasny Gabor	10,00	10,00	6,50	3,00	9,00	38,50
3 D5	Seitz Günther	10,00	7,50	9,25	4,50	7,00	38,25
4 CHI2	Chen Yansong	9,00	10,00	5,25	5,00	7,00	36,25
5 BG1	Karadjov Boris	9,50	10,00	6,25	6,50	3,88	36,13
6 D3	Hallatschek Klaus	9,00	7,25	5,75	6,50	7,38	35,88
7 R2	Popescu Costin	9,00	10,00	9,00	2,00	5,00	35,00
II.cena							
8 SU1	Kravchenko Yuri	9,50	9,75	4,50	1,50	9,50	34,75
9 R1	Gavrila Christian	8,50	9,50	8,75	6,00	1,50	34,25
10 R4	Diaconescu Duiliu	8,50	9,75	10,00	3,50	2,00	33,75
11 S1	Persson Mats	10,00	10,00	5,50	2,00	6,13	33,63
12 USA2	Edwards Michael	9,00	9,75	4,75	8,00	1,50	33,00
13 R3	Simion Stefan	10,00	10,00	5,50	3,50	3,88	32,88
14 PL3	Sliwa Cezary	8,00	9,00	4,75	7,00	4,00	32,75
15 CHI3	Xu Jianbo	9,50	10,00	6,00	4,50	2,50	32,50
16 H5	Miskolczi Norbert	6,50	10,00	6,00	3,50	6,00	32,50
17 USA1	Stone Matthew	10,00	9,75	5,00	5,50	2,13	32,38
18 PL1	Kossacki Piotr	8,00	6,00	0,50	8,00	9,50	32,00
19 GB4	Tank Rashmi	8,00	10,00	2,25	3,50	7,88	31,63
20 SU4	Penanen Kostya	7,00	5,50	6,50	5,50	6,88	31,38
21 CS5	Vystavěl Radek	8,50	9,25	6,50	1,50	5,50	31,25
22 SU2	Mazurenko Alexander	10,00	9,50	3,75	2,50	5,50	31,25
23 CHI1	Chen Feng	10,00	10,00	6,00	4,00	1,00	31,00
24 S5	Olsson Hans	9,00	7,00	6,00	6,00	3,00	31,00
25 R5	Ciobica Lucian	9,50	9,25	6,25	3,50	2,38	30,88
26 S2	Bertilsson Daniel	10,00	10,00	3,00	0,00	7,88	30,88
27 USA3	Lovejoy Ian	9,00	8,50	3,75	6,50	3,00	30,75
28 NL1	Gerlagh Reyer	8,50	8,00	5,00	5,00	4,00	30,50
29 BG4	Popov Iwan	7,50	7,75	6,50	1,50	6,88	30,13
30 H4	Hauer Tamas	8,00	8,75	5,25	1,50	6,50	30,00
III.cena							
31 I5	Peirano Pierpaolo	10,00	10,00	3,25	2,50	4,00	29,75
32 SF3	Nurmela Kari	6,50	9,75	0,50	7,00	5,88	29,63
33 BG3	Tschesckhov Sergej	8,50	10,00	8,75	1,50	0,75	29,50

34	SU5	Moroz Vadim	5,50	9,75	8,50	3,50	2,25	29,50
35	AUS1	Jackson David	8,50	10,00	5,75	3,00	2,00	29,25
36	DDR3	Markert Matthias	7,50	8,50	3,50	3,00	6,50	29,00
37	CDN2	Blackwell Trevor	9,50	5,75	0,00	4,00	9,50	28,75
38	SF2	Lantto Erkki	8,50	9,50	0,75	7,00	3,00	28,75
39	SU3	Malkim Anton	9,00	8,50	2,25	1,00	8,00	28,75
40	CS2	Bartoš Tibor	9,50	9,00	2,00	3,00	4,88	28,38
41	YU1	Vilfan Andrej	8,50	9,25	1,25	6,00	3,00	28,00
42	A2	Maichen Wolfgang	7,00	8,75	1,00	3,50	7,38	27,63
43	YU5	Bandic Zvonimir	10,00	5,75	9,75	0,00	2,00	27,50
44	DDR2	Koch Thomas	7,50	9,50	1,25	3,50	5,50	27,25
45	NL3	Paasschens Jeroen	7,50	8,00	3,25	5,00	3,50	27,25
46	AUS5	Yates Stuart	10,00	9,25	1,00	3,00	3,63	26,88
47	D1	Amman Bernd E.	9,00	5,25	6,00	0,00	6,33	26,63
48	DDR1	Boeck Thomas	10,00	7,75	4,75	0,50	3,63	26,63
49	BG2	Stojanov Simeon	7,00	9,00	6,50	4,00	0,00	26,50
50	D4	Karthaas Udo	7,50	8,25	3,00	1,50	6,00	26,25
51	H1	Csaki Csaba	9,50	8,25	7,25	0,00	1,25	26,25
52	AUS3	Gorbatov Mark	9,00	9,25	0,25	3,50	4,00	26,00
53	H3	Fucskar Attila	7,50	8,75	3,25	0,50	6,00	26,00
54	CHI4	Ding Aidong	9,00	4,75	4,75	3,50	3,50	25,50
55	N4	Lauritzen Roar	9,50	8,25	0,75	1,00	6,00	25,50
56	D2	Balzereit Christopher	5,50	10,00	6,25	2,50	1,00	25,25
57	GB3	Greenham Neil	8,00	6,75	2,00	0,50	8,00	25,25
58	CS1	Maxera David	8,00	8,25	0,75	5,00	3,00	25,00
59	SF1	Santala Marko	8,50	9,00	1,00	1,50	5,00	25,00
60	S3	Farnebaeck Gunnar	9,00	8,00	0,00	1,50	6,33	24,83
61	DDR5	Wilcke Thomas	8,50	6,75	4,75	1,50	3,00	24,50
62	PL4	Kondrat Grzegorz	3,00	8,25	5,25	5,00	3,00	24,50
63	NL2	Van Kemenade Kees	7,00	8,50	1,00	2,50	5,38	24,38
64	NL5	Swart Jan	9,00	8,00	0,50	3,00	3,63	24,13
65	S4	Bengtsson Lennart	7,50	5,75	0,75	7,00	3,00	24,00
66	CS3	Kis-Petiková Katarína	7,50	8,75	1,50	3,50	2,50	23,75
67	CHI5	Chen Jian	5,50	9,75	2,75	4,00	1,00	23,00
68	PL2	Sawicki Maciej	5,50	10,00	2,25	1,00	3,88	22,63
69	VN3	Phar. Tuan	8,50	9,50	1,25	0,00	3,25	22,50
70	A4	Kieslinger Dietmar	7,00	8,00	2,00	5,00	0,00	22,00
71	C1	Pando Zayas Leopoldo	6,00	10,00	5,00	0,50	0,50	22,00
72	CDN4	Hogg David	9,50	8,25	1,00	3,00	0,00	21,75
73	CY4	Hadjiyiannis Georgios	7,00	3,25	1,75	4,50	5,00	21,50

74	N1	Juul Arne H.	7,50	6,00	3,00	0,00	4,88	21,38
75	I4	Cossi Mauro	7,00	8,50	0,50	0,00	5,00	21,00
76	IS2	Asgrimsson Hakon	5,50	9,75	0,50	0,00	5,13	20,88
77	A1	Weihs Gregor	8,00	6,75	1,00	2,50	2,25	20,50
78	NL4	Stallinga Sjoerd	6,00	8,50	4,50	0,50	1,00	20,50
79	AUS4	Little Timothy	6,00	6,50	0,50	1,50	5,50	20,00
80	USA4	Hudson Hoyt	7,50	8,25	2,75	0,50	1,00	20,00
81	SF1	Laine Mikko	4,50	8,50	0,75	3,50	2,50	19,75
82	BG5	Ivanov Rossen	0,00	10,00	5,25	3,00	1,00	19,25
83	AUS2	Gifford James	6,50	7,25	0,75	1,50	3,00	19,00
84	N3	Reitan Trond	8,00	8,75	0,75	1,50	0,00	19,00
85	N5	Schroeder Lars B.	7,50	8,25	0,25	0,50	2,50	19,00
86	SF4	Rautaheimo Patrik	4,50	8,00	0,50	2,50	3,50	19,00
101	CS4	Vašata Zbyněk	7,00	7,50	0,50	0,00	0,00	15,00

Přehled o dosažených výsledcích družstev uvádíme v další tabulce. Mezinárodní fyzikální olympiáda je však soutěží jednotlivců a mezinárodní komise nevyhlašuje bodové hodnocení družstev a pořadí družstev.

Z tabulky 3 je zřejmé, že až na třetí úlohu byly výsledky československého družstva v první polovině soutěžících družstev, celkový výsledek teoretických úloh nás dokonce zařadil na 9. místo. Dosažené výsledky v experimentální úloze byly však dosti slabé, což ovlivnilo i celkové pořadí.

Uvedeme ještě přehled výsledků dosažených v jednotlivých úlohách na 19. MFO (tab. 4).

Z tabulky 4 je patrné, že úlohy na 19. mezinárodní fyzikální olympiádě byly značně náročné. Celkové procento úspěšnosti bylo 44,1 %, přitom teoretické úlohy byly hodnoceny lépe než úlohy praktické. Za nejlehčí můžeme považovat úlohu 2 (Maxwellovo kyvadlo) s dosaženou úspěšností 73,0 %, v níž 18 soutěžících dosáhlo maximálního hodnocení a pouze 2 soutěžící byli hodnoceni nulou. Nejtěžší teoretickou úlohou byla úloha o procesu rekombinace iontů při výboji v plynech,

Celkové výsledky družstev na 19. MFO

Tabulka 2

Stát	Celkové výsledky družstev z jednotlivých úloh					Celkem	Ceny		Pochv. uznání	Neúspěšní
	T1	T2	T3	Teoret	E4	E5	Exper	L. II.	III.	
RO	45,50	48,50	39,50	133,50	18,50	14,76	33,26	166,76	1	4
SU	41,00	43,00	25,50	109,50	14,00	32,13	46,13	155,63	1	3
H	41,50	45,75	28,75	116,00	8,50	28,75	37,25	153,25	1	2
D	41,00	38,25	30,25	109,50	15,00	27,76	42,76	152,26	2	3
RC	43,00	44,50	24,75	112,25	21,00	15,00	36,00	148,25	1	2
S	45,50	40,75	15,25	101,50	16,50	26,34	42,84	144,34	1	3
BG	32,50	46,75	33,25	112,50	16,50	12,51	29,01	141,51	1	2
USA	39,00	46,00	20,00	105,00	20,50	9,13	29,63	134,63	1	3
PL	24,50	40,50	18,25	83,25	23,50	23,38	46,88	130,13	2	2
GB	37,50	37,75	13,25	88,50	11,00	29,76	40,76	129,26	1	1
NL	38,00	41,00	14,25	93,25	16,00	17,51	33,51	126,76	1	3
DDR	35,50	40,00	15,50	91,00	11,00	21,63	32,63	123,63	1	1
CS	40,50	42,75	11,25	94,50	13,00	15,88	28,88	123,38	1	2
SF	32,50	44,75	3,50	80,75	21,50	19,88	41,38	122,13	2	2
AUS	40,00	42,25	8,25	90,50	12,50	18,13	30,63	121,13	2	2
YU	39,50	28,50	12,75	80,75	10,50	12,63	23,13	103,88	2	2
N	39,50	38,00	4,75	82,25	4,50	16,26	20,76	103,01	1	3
A	33,00	34,25	6,25	73,50	12,00	12,88	24,88	98,38	1	2
I	29,00	38,25	4,50	71,75	4,50	16,38	20,88	92,63	1	3
CND	34,00	25,00	4,50	63,50	10,00	12,50	22,50	86,00	1	1
C	20,50	27,00	12,25	59,75	1,50	6,26	7,76	67,51	1	4
CY*	19,50	21,25	3,50	44,25	7,50	14,76	22,26	66,51	1	3
VN	12,00	36,25	1,75	50,00	1,00	8,38	9,38	59,38	1	4
IS	14,00	27,25	1,00	42,25	8,50	7,88	16,38	58,63	1	4
B*	13,50	17,50	3,25	34,25	8,00	8,90	16,90	51,15	1	4
CO*	12,00	26,25	2,75	41,00	4,00	1,38	5,38	46,38	1	4
KWT	2,00	1,00	1,25	4,25	0,00	2,50	2,50	6,75	1	5
Součty	846,	963,00	360,00	2 169,00	311,00	433,26	744,26	2 913,26	7	27

* Pouze 4 soutěžící (odpovídá přepočtem pro 5 soutěžících: CY 83,14, B 63,93, CO 57,98).

Pořadí prvních 15 družstev v jednotlivých úlohách

Tabulka 3

Úloha	Pořadí														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T1	RO+S	RC	H	H	D	+SU	CS	AUS	N	+YU	USA	NL	GB	CDN	A
T2	RO	BG	USA	H	SF	RC	SU	CS	AUS	NL	S	PL	DDR	D	+I
T3	RO	BG	D	H	SU	RC	USA	PL	DDR	S	NL	GB	YU	C	CS
Teoret	RO	H	BG	RC	D	+SU	USA	S	CS	NL	DDR	AUS	GB	PL	N
E4	PL	SF	RC	USA	RO	S	BG	NL	D	SU	CS	AUS	A	DDR	GB
E5	SU	GB	H	D	S	PL	DDR	SF	AUS	NL	I	N	CS	RC	CY
Exper	PL	SU	S	D	SF	H	RC	NL	RO	DDR	AUS	BG	USA	CS	YU
Celkem	RO	SU	H	D	RC	S	BG	USA	PL	GB	NL	DDR	CS	SF	AUS

Úloha	T1	T2	T3	Teoret.	E4	E5	Exper.	Celkem
Dosaženo celkem	846	963	360	2 169	311	433,26	744,26	2 913,26
Průměr na řešitele	6,41	7,30	2,73	16,43	2,36	3,28	5,64	22,07
Nejvýše dosažitelné	1 320	1 320	1 320	3 960	1 320	1 320	2 640	6 600
Procento úspěšnosti	64,61	73,0	27,3	54,8	23,6	32,8	28,2	44,1
Počet řešitelů s max. hodnocením	13	18	1	0	0	0	0	0
Počet řešitelů s min. hodnocením	10	2	15	20	30	16	6	2

jejíž řešení vyžadovalo znalost Heissenbergových relací neurčitosti; za řešení této úlohy byl hodnocen pouze jediný řešitel (R 4) maximálním počtem bodů, ale 15 řešitelů obdrželo nulové hodnocení. Celková úspěšnost v teoretické části soutěže byla 54,8 %.

Výsledky řešení experimentální části byly podstatně horší u většiny řešitelů. Přitom úloha E4 o polarizovaném světle byla hodnocena 23,6 % z celkového dosažitelného počtu bodů, žádný řešitel nezískal maximální hodnocení a 30 řešitelů bylo hodnoceno nulou. Ani druhá úloha zabývající se termoeisí a stanovením výstupní práce nebyla řešena o mnoho lépe – 16 řešitelů bylo hodnoceno nulou, celkový výsledek 32,8 % z maximálního počtu dosažitelných bodů. Ukázalo se, že většina řešitelů na 19. MFO nebyla schopna řešit tyto tvůrčí a velmi náročné experimentální úlohy, jež se do značné míry podobají skutečnému fyzikálnímu výzkumu.

Výsledky československého družstva na 19. MFO

Tabulka 5

Pořadí	Účastník	Výsledky hodnocení řešení úloh								
		T1	T2	T3	Teoret	E4	E5	Exper	Celkem	Cena
21	Radek Vystavěl	8,50	9,25	6,50	24,25	1,50	5,50	7,00	31,25	II
40	Tibor Bartoš	9,50	9,00	2,00	20,50	3,00	4,88	7,88	28,38	III
58-59	David Maxera	8,00	8,25	0,75	17,00	5,00	3,00	8,00	25,00	III
66	Katarína Kis Petiková	7,50	8,75	1,50	17,75	3,50	2,50	6,00	23,75	ú
101	Zbyněk Vašata	7,00	7,50	0,50	15,00	0,00	0,00	0,00	15,00	n
Celkem bodů		40,50	42,75	11,25	94,50	13,00	15,88	28,88	123,38	
Dosažitelný počet		50,00	50,00	50,00	150,00	50,00	50,00	100,00	250,00	
Procento z dosažitelného počtu		81,00	85,50	22,50	63,00	26,00	31,80	28,90	49,35	
Nejlepší dosažený výsledek družstva		45,50	48,50	39,50	133,50	23,50	32,13	46,88	166,76	
Procento z nejlepšího dosaženého výsledku družstva		89,00	88,10	28,50	70,80	55,30	49,40	61,60	73,99	

Podívejme se na závěr na výsledky československého družstva, jak je uvádí tabulka 5.

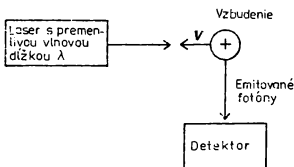
Získaná hodnocení našich účastníků (jedno 2. místo, dvě 3. místa a jediná úspěšná dívka na 19. MFO) jsou doprovázena neúspěchem posledního účastníka, který jako absolvent III. ročníku byl ve velmi obtížné situaci - většina úloh zadáných na 19. MFO požadovala dobrou znalost učiva fyziky IV. ročníku, a to ve vyšší míře, než je podáváno v běžné výuce středoškolské fyziky. Zejména v 1. a 2. úloze byly výsledky našich soutěžících velmi dobré. Je nutno poznamenat, že vzhledem k náročné a široké přípravě očekávalo vedení delegace lepší výsledky zejména v experimentální části soutěže. Při celkovém hodnocení musíme uvážit možnost rozptylu 5 % v hodnocení řešení úloh; tento předpoklad nám umožní shrnout do jedné kategorie celkem 8 družstev (USA, PL, GB, NL, DDR, CS, SF, AUS) s bodovým hodnocením kolem 127. Nevýhodou přípravy na 19. MFO byla také skutečnost, že se nám nepodařilo seznámit se s úrovní národní rakouské fyzikální soutěže; úlohy z posledního ročníku byly předány členům mezinárodní komise až v průběhu soutěže. Je totiž známou skutečností, že úlohy v mezinárodní soutěži si zachovávají do jisté míry charakter úloh zadávaných v soutěžích pro nadané mladé fyziky, jež jsou pořádány v hostitelské zemi. ÚV FO musí také nacházet cesty, jak získávat fyzikální úlohy modelující mezipředmětové souvislosti mezi fyzikou a dalšími vědeckými disciplínami. Jak jsme poznali v posledních letech, úlohy z fyzikálního výzkumu a modelování reality patří mezi nejobtížnější fyzikální úlohy a často právě úlohy tohoto typu jsou zadávány na vrcholových fyzikálních soutěžích.

2. Súťažné úlohy

1. úloha

Určenie rýchlosti častíc pomocou Dopplerovho javu

Emisia a absorpcia fotónov v atómoch sú reverzibilné procesy. Preto následne po absorpcii fotónu možno pozorovať vyžiarenie fotónu z atómu. Tento jav sa využíva v moderných metódach detekcie a identifikácie atómov, ako aj na určovanie spektra rýchlostí atómov.

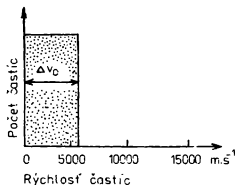


Obr. 1

Spektrum rýchlostí atómov možno určovať pomocou zariadenia znázorneného na obrázku 1. Jednomocné ióny sa pohybujú rýchlosťou v proti smeru žiarenia laseru, ktorého vlnovú dĺžku možno meniť. Nepohybujúce sa ióny ($v = 0$) možno vzbudiť žiarením s vlnovou dĺžkou 600 nm. Ióny pohybujúce sa nenulovou rýchlosťou ($v \neq 0$) možno vzbudiť

žiarením s inou vlnovou dĺžkou v súlade s Dopplerovým javom.

Spektrum rýchlostí iónov je znázornené na obrázku 2. V sväzku sú rovnomerne zastúpené ióny s rýchlosťami od $v_1 = 0$ až do $v_2 = 6\,000\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obr. 2

Riešte nasledovné úlohy:

- 1.1 a) Určte interval vlnových dĺžok lasera tak, aby boli vzbudené všetky ióny s rýchlosťami podľa obrázku 2. Kvalitatívne znázornite počet emitovaných fotónov ako funkciu vlnovej dĺžky žiarenia lasera.
Upozornenie: Pri výpočtoch použite klasický Dopplerov jav.
- 1.1 b) Presnejší výpočet vyžaduje použiť relativistický vzťah pre Dopplerov jav

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Určte chybu, ktorej sa dopustíte použitím klasického vzťahu.

1.2 Nech ióny s rozdelením rýchlostí podľa obrázku 2 sú pred vzbudením urýchlené elektrickým napätím U .

Určte šírku spektra rýchlostí iónov $v'_2 - v'_1$ ako funkciu elektrického napätia U . Zväčšuje, alebo zmenšuje sa táto šírka s rastúcim elektrickým napätím?

1.3 Ión s hodnotou $\frac{e}{m} = 4 \cdot 10^6 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ možno vzbudiť žiarením lasera s dvoma rozličnými vlnovými dĺžkami

$$\lambda_1 = 600 \text{ nm} \quad \text{a} \quad \bar{\lambda}_1 = \lambda_1 + 1 \cdot 10^{-3} \text{ nm}.$$

Ukážete, že ak nepoužijeme urýchľujúce elektrické napätia, dva intervaly vlnových dĺžok spektra lasera pri vzbudení všetkých iónov sa prekrývajú.

Možno navzájom oddeliť tieto dva intervaly vlnových dĺžok pomocou elektrického napätia urýchľujúceho ióny? Ak áno, určte k tomu potrebnú minimálnu hodnotu $U_{\min}$ elektrického napätia.

Riešenie

1.1 a) Použijeme vzťahy

$$\lambda\nu = c, \quad \nu' = \nu \left(1 \pm \frac{v}{c}\right).$$

Frekvencia žiarenia lasera potrebná pre vzbudenie nepohybujúcich sa iónov

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1}, \quad \text{pre} \quad \lambda_1 = 600 \text{ nm} \quad \nu_1 = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Pre vzbudenie iónov pohybujúcich sa rýchlosťou v_2 je potrebné, aby žiarenie lasera malo frekvenciu ν_2 ,

pričom frekvencia žiarenia absorbovaného iónmi je ν_1 .
Platí

$$\begin{aligned}\nu_1 &= \nu_2 \left(1 + \frac{v_2}{c}\right), \\ \nu_2 &= \frac{\nu_1}{1 + \frac{v_2}{c}} \doteq \nu_1 \left(1 - \frac{v_2}{c}\right),\end{aligned}$$

ak $\frac{v_2}{c} \ll 1$.

Interval frekvencií laseru pre ióny s rýchlosťami podľa obrázku 2 je

$$\nu_1 - \nu_2 \doteq \frac{\nu_1 v_2}{c},$$

pre dané hodnoty $\nu_1 - \nu_2 = 1 \cdot 10^{10}$ Hz.

Pre znásornenie počtu n fotónov ako funkcie vlnovej dĺžky žiarenia laseru potrebujeme určiť

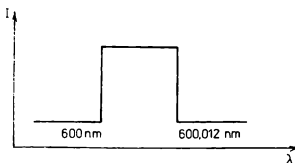
$$\lambda_2 = \frac{c}{n\nu_2} = \frac{c}{\nu_1} \left(1 + \frac{v_2}{c}\right) = \lambda_1 \left(1 + \frac{v_2}{c}\right).$$

Pre dané hodnoty

$$\lambda_2 = 600,012 \text{ nm}.$$

Vzhľadom na to, že rozdelenie počtu iónov v rýchlostnom intervale $0 \div v_2$ je rovnomerné, bude aj rozdelenie počtu n iónmi emitovaných fotónov v intervale $\lambda_1 \div \lambda_2$ vlnových dĺžok žiarenia lasera rovnomerné (obr. 3).

- 1.1 b) Postupovať môžeme tak, že výpočtom určíme hodnoty frekvencie ν_2 použitím klasického i relativistického vzťahu. Rozdiel týchto hodnôt určuje chybu.



Obr. 3

Vhodnejší postup však je, ak vyjadríme podiel $\frac{\nu'}{\nu}$, vyplývajúci z relativistického vzťahu, pomocou klasického vzťahu

$$\begin{aligned}\frac{\nu'}{\nu} &= \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} = \sqrt{\left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2} + \dots\right)} \approx \\ &\approx \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1 + \frac{v}{c}}\right),\end{aligned}$$

čo platí pre $\frac{v}{c} \ll 1$.

Relatívna chyba, ktorej sa dopustíme pri použití klasického vzťahu, je určená výrazom

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1 + \frac{v}{c}},$$

po dosadení $v = v_2$ máme hodnotu $2 \cdot 10^{-10}$.

1.2 Ióny pôsobení elektrického poľa, ak prejdú medzi bodmi s napätím U_1 , získavajú rýchlosť v' , pričom platí

$$\frac{1}{2}mv^2 + eU = \frac{1}{2}mv'^2.$$

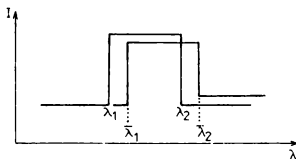
Ich rýchlosť pred vstupom do elektrického poľa mala veľkosť v . Pre v'_1 , v'_2 a $v'_2 - v'_1$ máme

$$v'_1 = \sqrt{2\frac{e}{m}U}, \quad v'_2 = \sqrt{v_2^2 + 2\frac{e}{m}U},$$

$$v'_2 - v'_1 = \sqrt{v_2^2 + 2\frac{e}{m}U} - \sqrt{2\frac{e}{m}U} =$$

$$= \frac{v_2^2}{\sqrt{v_2^2 + 2\frac{e}{m}U} + \sqrt{2\frac{e}{m}U}}. \quad (1)$$

Z posledného výrazu vyplýva, že rozdiel $v'_2 - v'_1$ je klesajúca funkcia napätia U .



Obr. 4

- 1.3 V prípade, že ión možno vzbudiviť žiarením lasera s dvoma vlnovými dĺžkami 600 nm a 600,001 nm, potom na vzбудenie všetkých iónov pohybujúcich sa rýchlosťami

veľkosti $0 \div v_2$ možno použiť žiarenie lasera s vlnovými dĺžkami z intervalov

$$\lambda_1 \div \lambda_2,$$

$$\bar{\lambda}_1 \div \bar{\lambda}_2,$$

(obr. 4). Tieto dva intervaly sa prekrývajú, lebo $\bar{\lambda}_1 < \lambda_2$. Ak budú ióny urýchlené v elektrickom poli, v súlade so vzťahom (1) sa zmenší spektrum $v'_2 - v'_1$ ich rýchlostí a tým aj interval vlnových dĺžok žiarenia lasera potrebných k ich vzbudeniu. V prípade, že

$$\lambda'_2 = \bar{\lambda}'_1 \quad \text{alebo} \quad \lambda'_2 - \lambda'_1 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad (2)$$

príslušná hodnota napätia U , zodpovedajúca týmto rovnostiam, predstavuje minimálnu hodnotu $U_{\min}$ elektrického napätia, pri ktorom sa spektrá vlnových dĺžok ne-prekrývajú.

Pre vlnové dĺžky λ'_1, λ'_2 prvého intervalu žiarenia lasera máme

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \nu'_1 \left(1 + \frac{v'_1}{c} \right) = \frac{c}{\lambda'_1} \left(1 + \frac{v'_1}{c} \right),$$

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_2} = \nu'_2 \left(1 + \frac{v'_2}{c} \right) = \frac{c}{\lambda'_2} \left(1 + \frac{v'_2}{c} \right),$$

$$\lambda'_1 = \lambda_1 \left(1 + \frac{v'_1}{c} \right),$$

$$\lambda'_2 = \lambda_1 \left(1 + \frac{v'_2}{c} \right),$$

z toho

$$\lambda'_2 - \lambda'_1 = \frac{\lambda_1}{c} (v'_2 - v'_1),$$

použitím vzťahu (1) a podmienky (2)

$$\frac{\lambda_1}{c} \left(\sqrt{v_2^2 + 2 \frac{e}{m} U} - \sqrt{2 \frac{e}{m} U_{\min}} \right) = 1 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

$U_{\min}$ určíme riešením uvedenej rovnice. Vykonáme substitúcie $v_2^2 = 3,6 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = a$, $2 \frac{e}{m} U_{\min} = x$, $\frac{c}{\lambda_1} 1 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = b$, máme

$$\sqrt{a+x} - \sqrt{x} = b,$$

z toho

$$x = \frac{(a-b^2)^2}{4b^2}$$

$$U_{\min} = \frac{m}{8e} \cdot \frac{(a-b^2)^2}{b^2}.$$

Pre dané hodnoty $U_{\min} = 160 \text{ V}$.

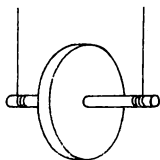
2. úloha

Maxwellove kyvadlo

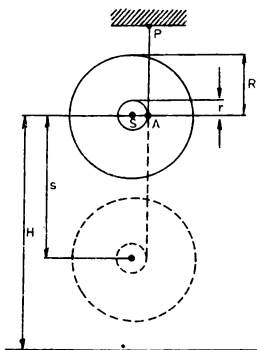
Rovnorodý valcový disk s hmotnosťou $M = 0,40 \text{ kg}$, polomerom $R = 0,060 \text{ m}$, hrúbkou $d = 0,010 \text{ m}$ je zavesený na dvoch vláknach s rovnakou dĺžkou, ktoré sú upevnené na hriadieli disku s polomerom r . Vlákná sú dokonale pevné a dokonale ohybné, ich hmotnosť a hrúbka je veľmi malá (obr. 5).

Vlákná navinieme na hriadeľ, ťažisko disku sa dostane do výšky $H = 1,0 \text{ m}$ na pôvodnú polohu (obr. 6).

Potom disk uvoľníme. Disk po dosiahnutí najnižšej polohy začne znova vystupovať nahor.



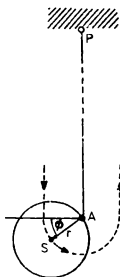
Obr. 5



Obr. 6

Riešte nasledovné úlohy:

- 2.1 Určte veľkosť ω_0 uhlovej rýchlosti disku v okamihu, v ktorom ťažisko disku prešlo dráhu ($s < H$) od svojej najvyššej polohy (obr. 6).
- 2.2 Určte kinetickú energiu E_1 translačného pohybu disku v okamihu, v ktorom $s = 0,50$ m. Stanovte podiely energie E_1 a iných možných energií E_i disku v tomto okamihu, ak polomer hriadeľa $r = 0,0030$ m.
- 2.3 Určte ťahovú silu T_1 v každom vlákne počas klesania disku.



Obr. 7

- 2.4 Vypočítajte veľkosť ω' uhlovej rýchlosti disku počas jeho otáčania v najnižšej polohe, ako funkciu uhla φ jeho otočenia (obr. 7). Určte kvalitatívne súradnice dráhy a rýchlosti ťažiska disku vo vhodnej sústave súradníc

spojenej s jeho okolím, ako funkcie uhla φ pri pohybe disku dolu od bodu P a hore k bodu P .

- 2.5 Ťahová sila, pri ktorej sa vlákno roztrhne, $T_m = 10 \text{ N}$. Aká môže byť dráha s zostupu disku, aby sa vlákno v bode obratu disku nepretrhlo?

Pri riešení úlohy predpokladajte, že bod A počas pohybu disku sa trvale nachádza pod bodom P (obr. 6).

Riešenie

- 2.1 Zo zákona zachovania energie máme

$$Mgs = \frac{1}{2}I\omega_0^2 + \frac{1}{2}Mv^2;$$

$$I = \frac{1}{2}MR^2, \quad v = \omega_0 r,$$

po dosadení a úprave dostaneme

$$\omega_0 = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{gs}{1 + 2\left(\frac{r}{R}\right)^2}}. \quad (1)$$

Výpočet možno urobiť z pohybových rovníc otáčavého pohybu disku

$$M_r = Mgr = I_A \alpha, \quad (2)$$

M_r je moment tiaže disku, $I_A = \frac{1}{2}MR^2 + Mr^2$, α uhlové zrýchlenie disku.

Ďalej platí

$$\omega_0 = \sqrt{2\alpha \frac{s}{r}}. \quad (3)$$

Po dosadení α z (2) a (3) úpravou dostaneme znova výsledok (1).

2.2 Energia translačného pohybu disku v okamihu, v ktorom $s = 0,50$ m, je

$$E_1 = \frac{1}{2} M v^2,$$

dosadením $v = \omega_0 r$, použitím vzťahu (1) a úpravou máme

$$E_1 = \frac{Mgs}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^2}.$$

Aké iné druhy energie určíme? Energiu E_2 rotačného pohybu a celkovú kinetickú energiu E_3 disku

$$E_2 = \frac{Mgs}{1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2},$$

$$E_3 = E_1 + E_2 = Mgs.$$

Žiadané podiely sú

$$p_1 = \frac{E_1}{E_2} = 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2,$$

$$p_2 = \frac{E_1}{E_3} = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right]^{-1}.$$

Dosadením hodnôt máme $E_1 \doteq 9,7 \cdot 10^{-3} \text{ J}$, $p_1 = 5,0 \cdot 10^{-3}$, $p_2 \doteq 5,0 \cdot 10^{-3}$.

Poznámka. V autorskom riešení sa uvádza i podiel $p_3 = \frac{E_3}{E_2} = 1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2$, $p_3 = 1,005$, hoci text úlohy to explicitne nevyžaduje.

2.3 Ak označíme T ťahovú silu v jednom vlákne, potom z pohybovej rovnice translačného pohybu disku

$$Mg - 2T = M\alpha r$$

určíme

$$T = \frac{Mg}{2 \left[1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]},$$

kde sa α sme dosadili výraz

$$\alpha = g \frac{r}{\frac{1}{2}R^2 + r^2}.$$

Pre dané hodnoty $T \doteq 2,0 \text{ N}$.

2.4 Zo zákona zachovania energie v polohe disku podľa obrázku 7 platí

$$\frac{1}{2} I_A \omega'^2 = M g H + M g r \sin \varphi.$$

Z toho určíme

$$\omega' = \frac{2}{R} \sqrt{g H \frac{1 + \frac{r}{H} \sin \varphi}{1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2}}. \quad (4)$$

Začiatok O súradnicovej sústavy (O, x, y) (obr. 6 a 7), umiestnime do bodu A , os y je daná priamkou AA_1 , os x má smer z bodu A doprava. Vtedy platí

$$x = -r \cos \varphi,$$

$$y = H + r \sin \varphi,$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = r \omega' \sin \varphi,$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = r \omega' \cos \varphi,$$

kde $\omega' = \frac{d\varphi}{dt}$.

V prípade $\frac{r}{H} \ll 1$ výraz (4) sa zjednoduší. Vtedy veličina ω' nie je funkciou uhla φ a

$$\omega' = \omega_m = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{gH}{1 + 2\left(\frac{r}{R}\right)^2}}.$$

Pre pohyb disku dolu platí

$$x = -r, \quad y = H + r\varphi, \quad v_x = 0, \quad v_y = r\omega';$$

pre pohyb disku hore máme

$$x = r, \quad y = H - r\varphi,$$

$$v_x = 0, \quad v_y = -r\omega' = -r\omega_m + r\omega;$$

kde

$$\omega = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{gr\varphi}{1 + 2\left(\frac{r}{R}\right)^2}}.$$

2.5 Zmena hybnosti disku v okolí bodu jeho obratu je

$$\Delta p_y = 2Mr\omega_m,$$

čo sa deje približne za dobu

$$\Delta t \doteq \frac{\pi}{\omega_m}.$$

Pritom vlákno napína sila veľkosti

$$T' \doteq \frac{1}{2}Mg + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta p_y}{\Delta t}.$$

Po dosadení a úprave dostaneme

$$T' \doteq \frac{1}{2} M g \left(1 + \frac{2 r \omega_m^2}{\pi g} \right).$$

Podmienka, aby nenastalo pretrhnutie vlákna, je

$$T' < T_m,$$

po dosadení za T' a $\omega_m (H = s_m)$ a úprave máme

$$s < s_m = \frac{\pi r}{4} \left(\frac{2 T_m}{M g} - 1 \right) \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right].$$

Po dosadení hodnôt

$$s < s_m \doteq 1,9 \text{ m}.$$

3. úloha

Rekombinácia častíc pri výboji v plyne

Vo vysokoteplotnej plazme počas výboja sa nachádzajú $(Z - 1)$ násobne ionizované atómy (ióny), ktoré obsahujú Z protónov v jadre. Také ióny označíme $A^{(Z-1)+}$.

Označenie a hodnoty konštánt:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}, \quad \text{absolútna permitivita vákua}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad \text{elementárny náboj}$$

$$q^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,307 \cdot 10^{-28} \text{ J} \cdot \text{m}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \text{Planckova konštanta}$$

$$m_e = 9,108 \cdot 10^{-31} \text{ kg, hmotnosť elektrónu}$$

$$r_B = \frac{\hbar^2}{m_e q^2} = 5,292 \cdot 10^{-11}, \text{ Bohrov polomer}$$

$$E_R = \frac{q^2}{2r_B} = 2,179 \cdot 10^{-18} \text{ J, Rydbergova energia}$$

$$m_p c^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{ J, pokojová energia protónu}$$

Riešte nasledovných 5 úloh:

- 3.1 Vyšetrite prípad, v ktorom ión $A^{(Z-1)+}$ obsahuje len jediný elektrón v základnom stave. V tomto prípade stredná hodnota druhej mocniny vzdialenosti elektrónu od jadra r_0^2 je rovná súčtu druhých mocnín neurčitostí súradníc elektrónu $(\Delta x)^2, (\Delta y)^2, (\Delta z)^2$, t.j.

$$r_0^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2.$$

Stredná hodnota druhej mocniny hybnosti elektrónu p_0^2 je rovná súčtu neurčitostí zložiek hybnosti elektrónu $(\Delta p_x)^2, (\Delta p_y)^2, (\Delta p_z)^2$, t.j.

$$p_0^2 = (\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2.$$

Akú nerovnosť v tomto prípade splňuje súčin $p_0^2 r_0^2$?

- 3.2 Ión $A^{(Z-1)+}$ zachytí druhý elektrón a pritom emituje fotón s kruhovou frekvenciou $\omega_0 = 2\pi\nu_0$.

Napište rovnice, z ktorých možno túto frekvenciu vypočítať, ale neriešte ich.

- 3.3 Určte energiu iónu $A^{(Z-1)+}$, ak predpokladáte, že v základnom stave iónu je minimálna. Použite tieto približné vzťahy:

- a) Vo vyjadrení potenciálnej energie elektrónu strednú hodnotu $\frac{1}{r}$ nahraďte hodnotou $\frac{1}{r_0}$, kde r_0 je veličina určená v úlohe 3.1.
- b) Vo vyjadrení kinetickej energie elektrónu pomocou strednej hodnoty druhej mocniny hybnosti p_0^2 nahraďte výsledok úlohy 3.1 vzťahom

$$p_0^2 r_0^2 = \frac{\hbar^2}{4\pi^2}.$$

3.4 Analogickým postupom ako v úlohe 3.3 určte energiu iónu $A^{(Z-2)+}$ v základnom stave, ktorý vznikne rekombináciou iónu $A^{(Z-1)+}$ s elektrónom. Stredné hodnoty vzdialeností oboch elektrónov od jadra označte r_1, r_2 (sú to analogické veličiny k veličine r_0 z úlohy 3.3). Pre jednoduchosť predpokladajte, že stredná hodnota vzájomnej vzdialenosti elektrónov je $r_1 + r_2$. Ďalej predpokladajte, že stredné hodnoty druhej mocniny hybnosti každého elektrónu splňujú princíp neurčitosti v tvare $p_1^2 r_1^2 = \hbar^2, p_2^2 r_2^2 = \hbar^2$.

Poznámka. Použite fakt, že energia iónu v základnom stave je minimálna, ak je splnená podmienka $r_1 = r_2 = r_0$.

3.5 Určte protónové číslo Z iónu, ak frekvencia fotónu vyžiareného pri rekombinácii bola $\omega_0 = 2,507 \cdot 10^{17} \text{ s}^{-1}$. Určte názov tohto atómu.

V tejto úlohe uvažte len špeciálny proces, v ktorom nepohybujúci sa ión $A^{(Z-1)+}$ v základnom stave rekombinuje s nepohybujúcim elektrónom.

Riešenie

3.1 Úspešné riešenie úlohy vyžaduje Heisenbergove vzťahy neurčitosti

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_y \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_z \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Potom máme

$$\begin{aligned} p_0^2 &= (\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2 \geq \\ &\geq \frac{\hbar^2}{4} \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} \right]. \end{aligned}$$

V základnom stave tiež platí

$$(\Delta x)^2 = (\Delta y)^2 = (\Delta z)^2 = \frac{r_0^2}{3}$$

(priestorová symetria neurčitosti elektrónu). Z posledných dvoch vzťahov vyplýva

$$p_0^2 r_0^2 \geq \frac{9\hbar^2}{4}.$$

3.2 a) Menej presná odpoveď uvádza len všeobecný zápis zákona zachovania energie a zákona zachovania hybnosti pre dej

$$\text{Ión } A^{(Z-1)+} + \text{elektrón} \rightarrow \text{Ión } A^{(Z-2)+} + \text{fotón}.$$

Preto platí

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} [A^{(Z-1)+}] + E [A^{(Z-1)+}] + E_{\text{kin}} [\text{elektrón}] &= \\ = E_{\text{kin}} [A^{(Z-2)+}] + E [A^{(Z-2)+}] + E_{\text{kin}} [\text{fotón}], \\ p [A^{(Z-1)+}] + p [\text{elektrón}] &= p [A^{(Z-2)+}] + p [\text{fotón}]. \end{aligned}$$

- b) V presnejšej odpovedi vyjadríme energie a hybnosti častíc pomocou týchto veličín: M – hmotnosť iónu A^{Z+} , v_e rýchlosť elektrónu pred rekombináciou, V rýchlosť iónu $A^{(Z-1)+}$, W rýchlosť iónu $A^{(Z-2)+}$.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (M + m_e) V^2 + E [A^{(Z-1)+}] + \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \\ & = \frac{1}{2} (M + 2m_e) W^2 + E [A^{(Z-2)+}] + \hbar\omega_0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$(M + m_e) V + m_e v_e = (M + 2m_e) W + \frac{\hbar\omega_0}{c}. \quad (2)$$

Poznámky

- a) Zákon zachovania energie a zákon zachovania hybnosti sú základné zákony fyziky. Odpovede na úlohu 3.2 môžu mať rôznu formu.
b) V hranatej zátvorke je názov častice, na ktorú sa veličina vzťahuje, napr. $p [A^{(Z-1)+}]$ je hybnosť iónu $A^{(Z-1)+}$.

Na energie $E [A^{(Z-1)+}]$, $E [A^{(Z-2)+}]$ sa pýta úloha 3.3 a 3.4.

3.3 Energia iónu je daná kinetickou energiou elektrónu a vzájomnou potenciálnou energiou elektrónu a jadra atómu

$$E = \left\langle \frac{p^2}{2m_e} \right\rangle - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Zee}{\langle r \rangle}.$$

Ak použijeme približné vzťahy a), b) uvedené v časti textu úlohy, dostaneme

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e r_0^2} - Zq^2 \frac{1}{r_0}. \quad (3)$$

Z podmienky minima energie

$$\frac{\partial E}{\partial r_0} = 0$$

máme

$$r_0 = \frac{r_B}{Z}.$$

Dosadením tohto výsledku do (3) a úpravou dospejeme ku vzťahu

$$E \left[A^{(Z-1)+} \right] = -E_R Z^2.$$

3.4 Predchádzajúce otázky mali strednú náročnosť. V tejto úlohe sa náročnosť riešenia zväčší.

Energia iónu s dvoma elektrónmi je analogicky ako v riešení úlohy 3.3

$$E = \left\langle \frac{p_1^2}{2m_e} \right\rangle + \left\langle \frac{p_2^2}{2m_e} \right\rangle - Zq^2 \left\langle \frac{1}{r_1} \right\rangle - Zq^2 \left\langle \frac{1}{r_2} \right\rangle + q^2 \left\langle \frac{1}{r_{12}} \right\rangle.$$

Ak použijeme zjednodušujúce podmienky zo zadania úlohy, máme

$$E = \frac{\hbar^2}{m_e r_0^2} - \left(Z - \frac{1}{4} \right) \frac{2q^2}{r_0}. \quad (4)$$

Z podmienky minima $\frac{\partial E}{\partial r_0} = 0$ dostaneme vzťah

$$r_0 = \frac{r_B}{Z - 0,25},$$

ktorý dosadíme do (4) a dospejeme k výsledku

$$E \left[A^{(Z-2)+} \right] = -2E_R (Z - 0,25)^2.$$

3.5 V prípade, že správne vyriešime úlohy 3.3, 3.4 a 3.2b, potom protónové číslo Z i názov príslušného iónu možno určiť pomocou (1), (2), ak uvažíme $v_e = 0$, $V = 0$:

$$\begin{aligned} -E_R Z^2 &= \frac{1}{2}(M + 2m_e)W^2 - 2E_R(Z - 0,25)^2 + \hbar\omega_0 \\ 0 &= (M + 2m_e)W + \frac{\hbar\omega_0}{c} \end{aligned}$$

Z druhej rovnice určíme

$$W = -\frac{\hbar\omega_0}{(M + 2m_e)c},$$

dosadením do prvej za W

$$E_R [2(Z - 0,25)^2 - Z^2] - \hbar\omega_0 \left[1 + \frac{\hbar\omega_0}{2(M + 2m_e)c^2} \right] = 0$$

a dostaneme rovnicu, z ktorej možno vypočítať Z :

$$Z^2 - Z - 12,002 = 0,$$

$Z \doteq 4$, príslušný ión je Be^{2+} .

V úprave rovnice sme uvažili

$$\frac{\hbar\omega_0}{2(M + 2m_e)c^2} \ll 1.$$

4. úloha

Polarizované svetlo

Pomôcky

- 1 žiarovka na stojane
- 3 drevené rámčeky s otvorom
- 2 sklené doštičky (1 pravouhlá, 1 štvorcová)
- 1 okrúhla polarizačná fólie
- 1 list červenej fólie
- 1 kotúč izolepy
- 1 list priesračného celofánu
- 6 bielych samolepiek
- 1 list čierneho papiera
- 1 list milimetrového papiera
- 1 trojuholník Aristo 1650/1
- 1 značkovač Lumocolor 313 nezmazateľný, čierny
- 2 cerusky (tvrdá a stredná)
- 1 orezávač na cerusky
- 1 guma
- 1 nožnice
- 4 nálepky s vašim osobným znakom

Je nutné ich nalepiť na veci označené znakom #.

Polarizačnú fóliu nemôžete rezať, skladať, trhať alebo iným spôsobom ju poškodiť.

Na označenie celofánu alebo skla použite značkovač Lumocolor, ktorý po použití zatvorte.

Na drevených rámčekom robte značky pomocou samolepiek.

Z čierneho papiera môžete odrezať ľubovoľné časti. Okolo lampy odporúčame postaviť valcové tienidlo s vhodným

otvorom.

Červenú fóliu použite zloženú z dvoch vrstiev.

Na milimetrový papier kreslite len ceruzkou.

Riešte nasledovné 4 úlohy:

- 4.1 a) Určte na polarizačnej fólii priepustný smer, t.j. smer kmitov vektora intenzity elektrického poľa v prechádzajúcom svetle, pozorovaním odrazeného svetla od povrchu pravouhlej sklenej doštičky.

Tento smer snázorníte s čo najväčšou presnosťou na povrchu fólie priamkou (#1).

- b) Umiestnite na liste milimetrového papiera pomôcky pre určenie indexu lomu pravouhlej sklenej doštičky. Pritom využite tento poznatok: keď sa nepolarizované svetlo odráža od povrchu skla, maximálna polarizácia odrazeného svetla nastáva pri splnení podmienky

$$\operatorname{tg} i = n,$$

kde i je uhol dopadu svetla, n index lomu skla.

Na milimetrový papier načrtnite obrysy použitých pomôcok. Označte pre vaše meranie dôležité body a priamky (#2).

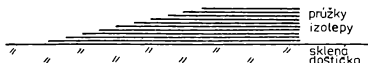
Určte index lomu skla.

- 4.2 a) Zostavte z pomôcok polaroskop (prístroj na pozorovanie polarizácie). Polaroskop upravte tak, aby ste mohli ním pozorovať dvojlom látok v rovine polarizovanom svetle pri kolmom dopade svetla.

Načrtnite schému polaroskopu a objasnite jeho funkciu.

- b) Položte list bezfarebného celofánu do polaroskopu, určte polohu polarizačných rovín pri prechode svetla celofánom. Narysujte na liste priamky rovnobežné s polarizačnými rovinami (#3). Krátke vysvetlite výsledky vašich pozorovaní.

Látky s dvojitým lomom rozdeľujú svetelný lúč na dve složky, ktoré sú polarizované v dvoch navzájom kolmých rovinách. Tieto dva lúče sa šíria v látke rozličnými rýchlosťami,



Obr. 8

- 4.3 a) Prilepte stupňovite 10 průžkov izolepy na sklenú dosťičku tak, ako je to znázornené na obrázku 8. Venujte pozornosť tomu, aby všetky průžky mali rovnakú orientáciu.

Vložte tento preparát do polaroskopu. Popíšte experimentálne podmienky, pri ktorých pozorujete farby. Ako možno farby meniť? Pozorovanie vysvetlite.

- b) Monochromatické svetlo odfiltrujte dvojitou vrstvou červenej fólie. Určte tie průžky (stupne) izolepy na preparáte, ktoré umožňujú odhadnúť rozdiel optických dráh oboch složiek rozdeleného lúča, spomínaných v úlohe 4.2 (#4).

Určte rozdiel optických dráh lúčov, ktorý prislúcha na jeden průžok, pre červené svetlo.

4.4 a) Pomocou polaroskopu pozorujte strednú časť priloženého trojuholníka. Popíšte najdôležitejšie pozorované optické javy.

b) Vyhodnoťte výsledky pozorovaní: urobte z nich závery o fyzikálnom stave materiálu trojuholníka i o možných osobitostiach výroby, ktorá určuje tento stav.

Urobte náčrtok.

Upozornenie: K svojmu protokolu priložte:

#1 Polarizačnú fóliu s načrtnutým smerom polarizačnej roviny

#2 Milimetrový papier s obrysmi zostavy pomôcok pre meranie indexu lomu

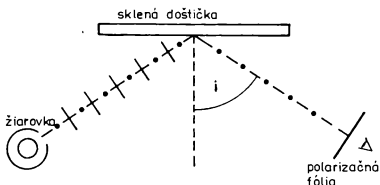
#3 List celofánu s načrtnutými smermi polarizačných rovín

#4 Preparát s prúškami izolepy s určením prúškov, ktoré ste si vybrali na určenie rozdielu optických dráh lúčov

Riešenie

Takmer všetky časti úlohy sú spojené s konkrétnym pozorovaním a vyznačením výsledkov na meraný objekt (fóliu, sklenú doštičku, pásky izolepy). Preto tu nie je možné uviesť kompletne riešenie úlohy.

4.1 a) Ako zdroj svetla sa použije lampa s tienidlom z čierneho papiera s otvorom. Svetlo z lampy dopadá na vertikálne umiestnenú pravouhlú sklenú doštičku. Odrazené svetlo pozorujeme cez polarizačnú fóliu (obr. 9). Nájdeť polohu fólie, pri ktorej je pozorované svetlo najslabšie. Na polarizačnej fólii označíme v tejto polohe smer roviny dopadu svetla na sklenú doštičku. V prípade, že nájdeť maximum polarizácie, prípustný smer fólie je určený priamkou kolmou na rovinu



Obr. 9

dopadu svetla.

Výsledok merania bol ocenený len vtedy, ak priepustný smer fólie bol určený s presnosťou $\pm 3^\circ$.

- b) Maximálnu polarizáciu odrazeného svetla bolo možné pozorovať pre uhol dopadu svetla približne $56,5^\circ$. Z toho $n \doteq 1,51$.

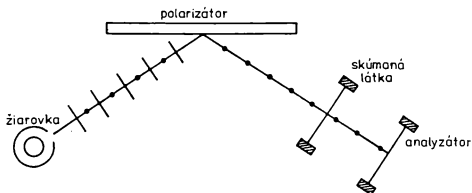
Výsledok merania bol uznaný v tom prípade, ak index lomu bol určený s chybou $\pm 3\%$ ($1,46 \div 1,56$).

Riešenie úlohy vyžadovalo odhad chyby merania, ktorá bola daná nielen meraním uhla (resp. určením $\tan i$) na milimetrovom papieri, ale najmä subjektívnym posúdením maxima polarizácie.

- 4.2 a) Na zostavenie polaroskopu boli vhodné pomôcky: žiarovka na stojane s tienidlom, sklená doštička, ktorá plnila funkciu polarizátora, a polarizačná fólia vložená do otvoru dreveného rámečka plniaca funkciu analyzátoru polaroskopu.

Uhol dopadu svetla nastavíme približne $56,5^\circ$, aby

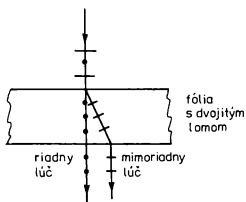
sme dosiahli maximálnu polarizáciu odrazeného lúča. Analyzátor nastavíme tak, aby jeho priepustný smer bol kolmý na rovinu dopadu svetla (polarizované svetlo je najsilnejšie) (obr. 10).



Obr. 10

Medzi polarizátor a analyzátor polaroskopu vkladáme látky s polarizačnými vlastnosťami. Pomocou polaroskopu možno určiť polarizačné roviny optických látok.

- b) Rámček s celofánom vložíme do polaroskopu. Otáčaním rámčeka okolo osi v smere polarizovaného lúča pozorujeme, že fólia analyzátoru pri otočení o uhol 360° štyrikrát stmavne a štyrikrát sa rozjasní. Na liste celofánu vysnačíme priamky rovnobežné s polarizačnými rovinami (priepustné smery fólie). Ide o dve navzájom kolmé polarizačné roviny s dvojítým lomom (obr. 11). V praktickom použití polaroskopu polarizačné roviny polarizátora a analyzátoru obvykle nastavujeme navzájom kolmo, ide o tzv. normálnu polohu polarizáto-



Obr. 11

ra a analyzátor. Polarizačné roviny fólie sú otočené o uhol 45° vzhľadom na polarizačnú rovinu analyzátoru v tej polohe fólie, v ktorej je pozorované pole analyzátoru najjasnejšie.

Pre uznanie riešenia a pridelenie bodov bolo potrebné určiť priepustné smery fólie s presnosťou $\pm 2^\circ$ a správne vysvetliť dvojlom látok v súlade s experimentom.

- 4.3 a) Vyhotovíme preparát podľa obrázku 8: izolepu odvíjame z kotúča a odrezané prúžky lepíme na seba tou istou stranou a rovnakým smerom. Dĺžka „schodíkov“, ktoré osnačíme 1 až 10, je približne 3–4 mm.

Polaroskop nastavíme tak, že polarizačné roviny polarizátora a analyzátoru sú skrížené.

Preparát vložíme do polaroskopu a otáčame preparátom okolo osi v smere polarizovaného lúča. Pri určitom uhle otočenia pozorujeme na jeho schodíkoch rozličné farby, ktoré sú dôsledkom interferencie prechádzajúceho svetla (riadneho i mimoriadneho lúča). Farba

prechádzajúceho svetla je určená fázovým rozdielom oboch interferujúcich lúčov po prechode vrstvami isolepy.

Ak nastavíme polarizačné roviny polarizátora a analyzátoru rovnobežne, dostaneme svetelné maximá na príslušných schodíkoch preparátu v doplnkových (komplementárnych) farbách.

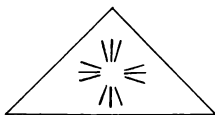
- b) Minimum červeného svetla bolo možné pozorovať na 4. a 9. prúšku. Z toho vyplýva, že pri prechode 5 vrstvami isolepy vznikol medzi interferujúcimi lúčmi dráhový rozdiel jednej vlnovej dĺžky $\lambda_c = 650 \text{ nm}$. Rozdiel optických dráh, ktorý prislúcha jednému prúšku (vrstve)

$$\frac{650 \text{ nm}}{5} = 130 \text{ nm}.$$

Výpočet bolo možné urobiť v oboch polohách analyzátoru, čo bolo podmienkou pridelenia určitého počtu bodov.

- 4.4 a) Celuloid, z ktorého je vyrobený trojuholník, ak sú v ňom vnútorné pnutia, sa stáva dvojlomnou látkou. Po vložení trojuholníka do polaroskopu pri skríženej polohe analyzátoru možno pozorovať na ploche trojuholníka jasné polia a tmavé čiary, ktoré určujú smery mechanického napätia (obr. 12).

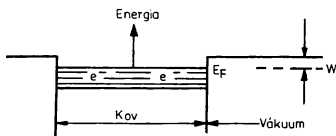
- b) Z polarizačných obrazcov pri pozorovaní trojuholníka vyplýva, že bol vyrobený liatím pri tlaku, čo v ňom sanechalo mechanické pnutia so symetrickým rozložením. Materiál trojuholníka sa stal dvojlomnou anizotropnou látkou, pričom jeho optické priepustné smery sa od bodu k bodu menia.



Obr. 12

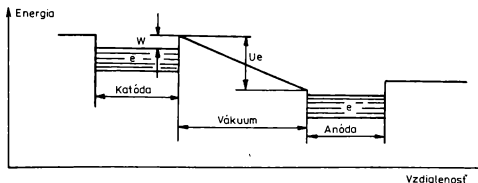
5. úloha

Termoelektrická emisia: Určenie výstupnej práce elektrónov



Obr. 13

Informácia: Elektróny vo vnútri kovu sa nachádzajú v potenciálovej jame (obr. 13), z ktorej sa môžu uvoľniť len v prípade, ak na povrchu vytvoríme vhodné elektrické pole (obr. 14).



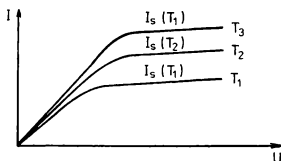
Obr. 14

V prípade, že kov sohrejeme, môžu elektróny tepelným pohybom prekonať potenciálovú bariéru a vystúpiť z povrchu kovu. V našom prípade budeme skúmať termoemisiu elektrónov z katódy elektrónky – diódy.

Množstvo elektrónov, ktoré vystúpia za jednotku času nad povrch katódy, je závislé od materiálu katódy a jej teploty. Od elektrického napätia U medzi anódou a katódou závisí, koľko elektrónov prejde z katódy na anódu. Pre danú katódu je hodnota nasýteného prúdu závislá od jej teploty (obr. 15).

Nasýtený prúd, t.j. najväčší prúd, ktorý možno v elektrónke dosiahnuť pri určitej teplote katódy, je daný Richardsonovou–Dushmanovou rovnicou

$$I_s = CT^2 \exp\left(-\frac{W}{k}T\right),$$



Obr. 15

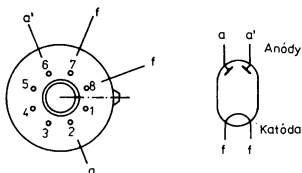
kde C je konštanta, T termodynamická teplota katódy, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ Boltzmannova konštanta a W výstupná práca elektrónov z katódy.

Úloha:

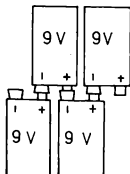
Cieľom úlohy je určiť výstupnú prácu elektrónov z katódy elektrónky.

K tomu máte k dispozícii pomôcky:

1 elektrónku – diódu AZ 41 (vákuová usmerňovacia dióda s dvoma anódami). Žeraviace napätie katódy nesmie prekročiť hodnotu 4 V. Pri meraní odporúčame spojiť obidve anódy nakrátko. Pätka elektrónky je snázornená na obrázku 16 (kolíky katódy f, f' , kolíky anódy a, a'). Žeraviace vlákno elekt-



Obr. 16



Obr. 17

rónky je z wolfrámu.

1 univerzálny merací prístroj s vnútorným odporom $10\text{ M}\Omega$
pre meranie napätia

1 monočlánok $1,5\text{ V}$

4 batérie 9 V , ktoré podľa potreby možno spojiť do série
(obr. 17)

tri rezistory, ktorých odpor možno určiť pomocou farebných pásikov

1 rezistor $1\,000\ \Omega \pm 2\%$ (hnedý, čierny, čierny, hnedý, hnedý, červený)

1 rezistor $100\ \Omega \pm 2\%$ (hnedý, čierny, čierny, hnedý, hnedý, červený)

1 rezistor $47,5\ \Omega \pm 1\%$ (žltý, fialový, zelený, zlatý, hnedý)

4 rezistory s odporom približne po $1\ \Omega$, 12 konektorov

6 spojovacích vodičov s dĺžkou približne po 20 cm

2 spojky na spojenie batérií

1 skrutkovač

1 logaritmický papier

1 milimetrový papier

1 graf, ktorý vyjadruje závislosť merného odporu wolframu od teploty (obr. 18)

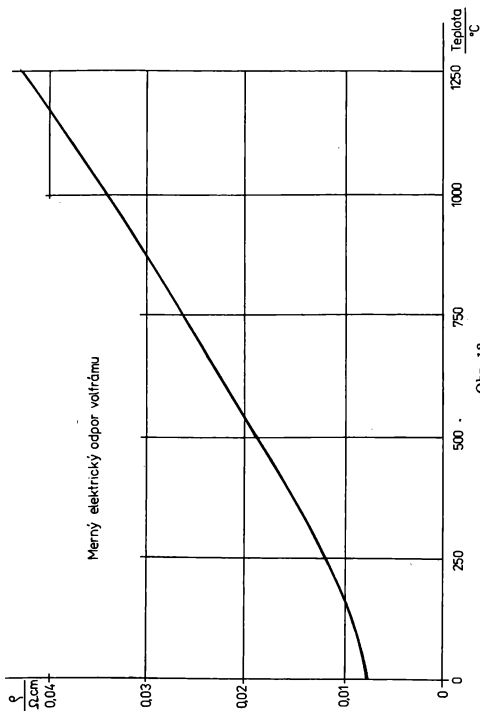
Teplotu v laboratóriu určte pomocou teplomera.

Riešte nasledovné úlohy:

5.1 Určte odpor rezistorov, ktoré sú označené číslami 1, 2, 3, 4, pričom nepoužívajte ohmmeter.

5.2 Určte nasýtený prúd elektrónky pri rozličných teplotách katódy, t.j. pri rozličných žeraviacich prúdoch katódy. Na žeravenie použite monočlánok s napätím 1,5 V. Žeraviaci prúd môžete meniť pomocou očíslovaných rezistorov. Nasýtený prúd možno dosiahnuť pri napätí $36 \div 40\text{ V}$ medzi anódou a katódou elektrónky. Toto napätie môžete získať pomocou štyroch do série zapojených batérií s napätím po 9 V. Krátko vysvetlite, ako ste určovali teplotu katódy.

5.3 Určte výstupnú prácu W elektrónov s katódy pomocou Richardsonovej–Dushmanovej rovnice. Vysvetlite

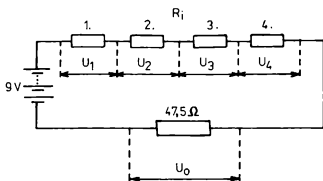


Obr. 18

postup merania.

íenie

Išlo o meranie malých odporov. Vhodný postup merania s obmedzeným počtom meracích prostriedkov bol pomocou porovnávania napätí na známom rezistore ($47,5\ \Omega$) a na rezistoroch s neznámymi odpormi, ktoré sú spojené spolu s batériou do série (obr. 19).



Obr. 19

Nesnáme odpory rezistorov sme určili pomocou meraných napätí na známom rezistore U_0 a napätí U_i na rezistoroch s neznámymi odpormi

$$R_i = \frac{U_i}{U_0} R, \quad \text{kde } R = 47,5\ \Omega, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Merania sme opakovali s použitím rôznych zdrojov napätia. Určili sme stredné hodnoty odporov a chyby merania (tabuľka 1).

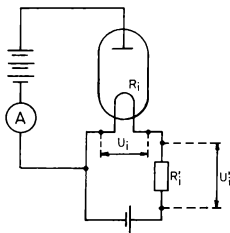
Tabulka I

Č.	$\frac{U_0}{V}$	$\frac{U_1}{V}$	$\frac{U_2}{V}$	$\frac{U_3}{V}$	$\frac{U_4}{V}$	$\frac{R_1}{\Omega}$	$\frac{R_2}{\Omega}$	$\frac{R_3}{\Omega}$	$\frac{R_4}{\Omega}$
1.	8,07	0,16	0,16	0,23	0,23	0,94	0,94	1,35	1,35
2.	9,20	0,17	0,18	0,25	0,25	0,88	0,93	1,29	1,29
3.	16,1	0,30	0,31	0,44	0,44	0,89	0,91	1,30	1,30
4.	17,5	0,32	0,33	0,46	0,46	0,87	0,90	1,25	1,25
						R_i	0,89	0,92	1,30

$$R_1 = (0,89 \pm 0,03) \Omega, R_2 = (0,92 \pm 0,02) \Omega, R_3 = R_4 = (1,30 \pm 0,04) \Omega$$

V prípade, že chyba určenia odporu rezistorov bola väčšia ako 5 %, snížilo sa riešiteľovi bodové ohodnotenie úlohy.

- 5.2 Elektrónku, batérie, monočlánok a merací prístroj sme zapojili do obvodu podľa obrázku 20.



Obr. 20

Odpor studenej katódy (pri teplote laboratória 23 °C)

sme určili rovnakou metódou ako v bode 5.1 s tým, že resistor s odporom $R'_i = 4,41 \, \Omega$ sa realizoval všetkými štyrmi resistorami spojenými do série. Meranie sme robili za krátky čas, aby nedošlo k zvýšeniu teploty katódy. Odpor katódy sme určili pomocou vzťahu

$$R = \frac{U}{U'_i} R'_i,$$

$$R(23 \, ^\circ\text{C}) = (1,10 \pm 0,05) \, \Omega.$$

Žeraviaci prúd katódy sme menili rozličným vzájomným spájaním resistorov R_1 až R_4 .

Teplotu katódy sme určovali nasledovne: z grafu sme určili $\varrho(23 \, ^\circ\text{C}) = 0,0079 \, \Omega \cdot \text{cm}$ a výpočtom konštantu

$$k = \frac{\varrho(23 \, ^\circ\text{C})}{R(23 \, ^\circ\text{C})} = 0,0072 \, \text{cm}.$$

Merný odpor katódy možno potom určiť pomocou vzťahu

$$\varrho(T) = k \frac{U}{U'_i} R'_i,$$

kde U je napätie medzi svorkami katódy, U'_i napätie na resistoroch s výsledným odporom R'_i . V každom prípade sme odmerali tým istým meracím prístrojom nasýtený prúd I_s a napätia U, U'_i . Z vypočítanej hodnoty $\varrho(T)$ a grafu na obrázku 18 sme určili teplotu katódy.

Výsledky merania sú zaznamenané v tabuľke 2.

Pridelenie plného počtu bodov za riešenie úlohy bolo podmienené výpočtom odporu studenej katódy s presnosťou do 10 %, určením najmenej troch teplôt v intervale najmenej 150 K a určením príslušných nasýtených prúdov.

Tabulka 2

$\frac{R_i}{\Omega}$	3. rezistor 1,30	1. rezistor 0,89	1. a 2. paralel. 0,45	1. až 4. paralel. 0,19
$\frac{\rho(T)}{\Omega \cdot \text{cm}}$	0,019	0,021	0,022	0,025
$\frac{T}{\text{K}}$	795	840	873	979
$\frac{I}{\mu\text{A}}$	3	13	23	350
$\ln \frac{I}{T^2}$	- 26,07	- 24,72	- 24,22	- 21,8
$\frac{1}{K^{-1}} \cdot 10^4$	12,6	11,9	11,5	10,2

5.3 Výstupnú prácu W elektrónov z katódy možno určiť z niekoľkých hodnôt I_s , T výpočtom, ak použijeme vzťah vyplývajúci z Richardsonovej–Dushmanovej rovnice

$$W = k(T_1 - T_2) \frac{\ln \frac{I_{s1} T_2^2}{I_{s2} T_1^2}}{T_1 T_2},$$

pričom za I_{s1} , I_{s2} , T_1 , T_2 môžeme dosadzovať ľubovoľné dvojice hodnôt z tabulky 2.

RNDr. Zdeněk Ungermann
doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.
RNDr. Ivo Volf, CSc.

29. ROČNÍK FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY – BROŽURA

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství Praha roku 1993
jako svou publikaci č. D-9B-0-0-18-0-29-0
Edice Zájmové náklady
Odpovědná redaktorka Anežka Bittnerová
Výtvarná redaktorka Zdeňka Drahokoupilová
Technická redaktorka Marcela Jirsová
Vytiskla Centa, spol. s r. o.,
Tisk, knižní výroba, závod Brno, Rašínova 7
1. vydání

ISBN 80-04-26405-0