

PROF. RNDr. ROSTISLAV KOŠŤÁL
MOJMÍR SIMERSKÝ

XVIII. ročník fyzikální olympiády

ZPRÁVA O PRŮBĚHU A ŘEŠENÍ ÚLOH
ZE SOUTĚŽE KONANÉ VE ŠKOLNÍM ROCE
1976/77

STÁTNÍ PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ
PRAHA

Zpracovali: prof. RNDr. Rostislav Košťál a Mojmír Simerský
Recenzovali: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
a František Živný

© Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1978

I. ČÁST

ZPRÁVA O PRŮBĚHU SOUTĚŽE

1. Cíl soutěže a její organizace

Sjezdy Komunistické strany Československa zdůraznily urychlit tempo vědeckotechnického pokroku a péči o růst politické a odborné kvalifikace mladých kádřů. Našemu školství připadly proto náročné úkoly, objevit talentované žáky a jejich schopnosti usměrňovat a rozvíjet. A to je úkol, který nemůže škola v rámci povinné výuky plně zajistit. Proto zde musí pomoci soutěže přírodovědeckého a technického charakteru. Přední místo mezi těmito soutěžemi zaujímá soutěž fyzikální olympiáda.

Fyzikální olympiáda plní dva úkoly: vyhledává schopné žáky a věnuje se jejich odbornému růstu. Na školách 2. cyklu se konala tato soutěž v tomto školním roce celostátně již po osmnácté, na základních devítiletých školách již po čtrnácté. V některých krajích se před celostátní soutěží konaly tyto soutěže i několik let pokusně.

Technické vědy jsou vybudovány na fyzice, pro niž je matematika pomocnou vědou. Dnes není bez matematiky fyzika myslitelná. Proto chceme-li mít dobré fyziky, musíme je vychovávat z nadaných matematiků.

Dnem 1. září 1976 nabyl účinnosti nový organizační řád matematické a fyzikální olympiády vydaný výnosem MŠ ČSR ze dne 20. června 1976, č. j. 17 636/76-210 (Věstník MŠ a MK ČSR z 20. 8. 1976) a výnosem MŠ SSR ze dne 25. května 1976,

č. j. 5835/1976 - II/1 (Zvesti MŠ a MK SSR z 31. 8. 1976). Je v souladu s instrukcí o organizování soutěží žáků a učňů škol, výchovných zařízení a odborných učilišť spravovaných národními výbory ze dne 30. ledna 1974, č. j. 4206/74 - 210 (Věstník MŠ a MK ČSR 1974, str. 25) a výnosem MŠ SSR ze dne 26. 3. 1974, č. j. 860/1974 - I (Zvesti MŠ a MK SSR 1974, str. 36).

Zavedení obou soutěží je odůvodňováno v čl. 1 org. řádu, který pojednává o účelu soutěží:

Účelem matematické olympiády a fyzikální olympiády je:

- a) rozšiřovat, prohlubovat a upevňovat vědomosti žáků v matematice a fyzice, rozvíjet jejich nadání, schopnosti, jakož i tvořivé a logické myšlení a vést je k samostatné práci a k individuálnímu studiu;
- b) probouzet u žáků hlubší zájem o studium uvedených oborů, napomáhat k výchově matematicky a fyzikálně vzdělaného dorostu pro studium na vysokých školách, přispívat k dokonalejšímu matematickému a fyzikálnímu vzdělání žáků za účelem jejich lepšího uplatnění ve studijním oboru nebo při přípravě na povolání, a tím umožňovat zvýšení počtu matematicky a fyzikálně vzdělaných pracovníků podle potřeb naší společnosti a usměrňovat žáky k volbě povolání náročných na znalosti matematiky a fyziky.

Fyzikální i matematická olympiáda vytvářejí předpoklady pro dobrou přípravu žáků ke studiu na vysokých školách matematicko-fyzikálního a technického zaměření. Obě olympiády přispívají také ke zvyšování úrovně vyučování matematice a fyzice jednak tím, že žáci zvyšují svou odbornou úroveň, jednak tím, že také profesori a učitelé zvyšují svou úroveň vedením žáků a hodnocením jejich prací ve FO. Zvyšováním odborné úrovně pomáhá fyzikální olympiáda žákům škol 2. cyklu ke studiu na příslušných vysokých školách a žákům ZDŠ ke studiu na školách 2. cyklu.

V XVIII. ročníku probíhala fyzikální olympiáda opět v pěti kategoriích. Kategorie A byla určena pro žáky IV. ročníků

středních škol, kategorie B pro žáky III. ročníků, kategorie C pro žáky II. ročníků a kategorie D pro žáky I. ročníků těchto škol. Kategorie E byla pořádána pro žáky 9. ročníků ZDŠ. Přitom každý žák mohl soutěžit i v kategorii určené pro vyšší ročník, než který navštěvoval.

Soutěž probíhala podobně jako v minulých ročnících v kategorii A a E ve třech kolech, v kat. B, C a D ve dvou kolech. První kolo všech kategorií probíhalo ve škole, druhé kolo kat. A—D jako krajské, 2. kolo kat. E jako okresní, třetí kolo kat. A jako celostátní a 3. kolo kat. E jako krajské.

V prvním kole dostali žáci za úkol vyřešit 7 úloh, z toho jednu úlohu laboratorní. Úlohy odevzdávali svým učitelům fyziky ve dvou termínech (3 + 4) stanovených v letácích FO. V kategoriích A, B, C a D byli úspěšnými řešiteli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře (v třístupňové klasifikaci) 5 úloh ze 7 zadáných úloh, přičemž řešili (i když neúspěšně) i laboratorní úlohu. Účastník soutěže v těchto kategoriích měl mimoto prostudovat fyzikální téma příslušné kategorie, neboť na ně navazovala jedna úloha 1. kola soutěže a jedna úloha 2. nebo 3. kola. Také v kategorii E bylo zadáno 7 soutěžních úloh včetně laboratorní. Na rozdíl od vyšších kategorií nebyla však laboratorní úloha pro úspěšného řešitele povinná; stačilo, když úspěšně vyřešil 5 úloh ze 7 zadáných úloh. Pro tuto kategorii nebylo také určeno téma k prostudování.

První kolo probíhalo letos stejně jen v 11 krajích. V JMK byly pokusně provedeny určité odchylky, o nichž se zmiňujeme v následujícím článku.

Druhé kolo soutěží FO kategorií A, B, C a D probíhalo v krajích a bylo organizováno krajskými výbory fyzikální olympiády (KV FO). Druhé kolo FO kategorie E probíhalo v okresech a bylo organizováno okresními výbory fyzikální olympiády (OV FO). Ve 2. kole FO všech kategorií byly účastníkům zadány 4 teoretické úlohy. Úspěšnými řešiteli byli ti žáci, kteří vyřešili aspoň dobře (ve čtyřstupňové klasifikaci) 2 ze zadáných úloh.

Úspěšní řešitelé druhého kola FO dostali od KV FO, popřípadě OV FO, pochvalná uznání a několik nejlepších dostalo věcné odměny od příslušných OŠ KNV, popř. OŠ ONV.

V prvním kole se hodnotily úlohy třístupňovou klasifikační stupnicí, poněvadž se v prvním kole nestanoví pořadí úspěšných řešitelů. Protože v druhém a třetím kole se stanoví pořadí úspěšných řešitelů, byla v těchto kolech zavedena čtyřstupňová klasifikační stupnice.

Třetí kolo soutěže FO bylo organizováno jen pro kategorie A a E. Třetí kolo FO kategorie A řídil Ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO), organizoval je KV FO Východoslovenského kraje. Jako obvykle také v tomto ročníku byly účastníkům zadány 4 úlohy teoretické a jedna laboratorní. Aby byl účastník soutěže úspěšným řešitelem, musel vyřešit úspěšně aspoň 3 ze zadaných úloh. Třetí kolo FO kategorie E bylo organizováno v krajích. Podobně jako ve druhém kole byly zadány 4 soutěžní úlohy, vesměs teoretické. Podmínky pro úspěšného řešitele byly stejné jako ve druhém kole.

Ve třetím kole kat. A bylo prvních 16 nejúspěšnějších řešitelů prohlášeno vítězi ve FO pro tento školní rok (org. řád připouští maximálně 20 vítězů). Vítězové dostali diplom, ostatní úspěšní řešitelé dostali pak čestná uznání.

Ve třetím kole kat. E bylo v každém kraji prohlášeno maximálně 10 řešitelů vítězi kraje pro tento školní rok a byl jim dán diplom, ostatní úspěšní řešitelé dostali pak pochvalná uznání.

Žákovská řešení se v 1. kole klasifikovala takto:

1. **výborně**, byla-li úloha rozřešena správně nebo řešení mělo na nejvýš jen formální chyby nebo jen menší odbornou závadu;
2. **dobře**, jestliže řešení vystihovalo úkol, ale mělo větší odborné nedostatky; dobře bylo hodnoceno i správné řešení, když se v něm vyskytovaly závažné formální nedostatky;
3. **nevyhovující**, jestliže nedostatky odborného rázu byly závažné nebo bylo-li řešení z větší části neúplné; řešení bylo také nevyhovující, chyběl-li výklad nebo byl-li neúplný,

takže z něho nebylo možno soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

Ve 2. a 3. kole byla opět – jako loňského roku – použita čtyřstupňová klasifikace:

1. **výborně**, jestliže je úloha rozřešena zcela správně bez formálních závad;

2. **chvalitebně**, jestliže je úloha rozřešena správně, řešení má však formální, popř. nezávažné věcné nedostatky;

3. **dobře**, jestliže řešení vystihuje úkol, ale má odborné nedostatky; dobře je hodnoceno i řešení, vyskytují-li se v něm závažné formální nedostatky;

4. **nevyhovující**, jestliže nedostatky odborného rázu jsou závažné nebo je-li řešení z větší části neúplné; řešení se také klasifikuje jako nevyhovující, chybí-li výklad nebo je-li výklad neúplný, takže z něho nelze soudit na myšlenkový postup podaného řešení.

Kladná klasifikace opět předpokládá, že úloha má fyzikální výklad, z něhož je vidět myšlenkový postup podaného řešení.

Pořadateli XVIII. ročníku FO byla ministerstva školství ČSR a SSR spolu s Jednotou československých matematiků a fyziků, Jednotou slovenských matematiků a fyziků a se Socialistickým svazem mládeže ČSSR.

Vlastní soutěž řídil v rámci celé ČSSR Ústřední výbor fyzikální olympiády (ÚV FO), v rámci krajů krajské výbory FO (KV FO) a v rámci okresů řídily soutěž kategorie E okresní výbory FO (OV FO). Ve školách byl jeden z učitelů fyziky pověřen funkcí referenta pro FO.

2. Pokusná úprava organizace soutěže

1. kola

Pokusná úprava organizace soutěže byla provedena v JMK v XVII. roč. a v XVIII. ročníku se v ní pokračovalo. Bylo usne-

seno, že celostátně bude tato úprava zavedena od XX. ročníku. V kat. D a E bylo první kolo rozděleno na dvě části.

V první části soutěžící na školách vypracovali tři teoretické úlohy a jednu laboratorní úlohu. Tyto úlohy odevzdali žáci referentům FO ve škole, kteří je zhodnotili. Soutěžící, kteří měli alespoň tři úlohy úspěšně vyřešeny, postoupili do druhé části 1. kola.

Ve druhé části řešili úspěšní řešitelé 1. části soutěžního kola tři klauzurní úlohy. Úlohy ohodnotili referenti ve školách a klasifikaci sjednotili v kat. D členové KV FO, v kat. E členové OV FO. Řešitelé, kteří měli aspoň dvě úlohy úspěšně vyřešené, postoupili do 2. kola.

3. Složení Ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1976/77

Ústřední výbor fyzikální olympiády se podle organizačního řádu skládá ze zástupců pořádajících institucí (MŠ ČSR, MŠ SSR, JČSMF, JSMF a SSM) a z učitelů vysokých, středních a základních škol, kteří jsou do funkce jmenováni příslušnými ministerstvy školství na základě návrhu JČSMF. Kromě toho jsou členy širšího ÚV FO i všichni předsedové krajských výborů FO.

Sídlem ÚV FO je od r. 1966 Brno.

V Ústředním výboru FO, který byl v r. 1974 jmenován na tři roky, došlo ve školním roce 1976/77 k této změně: člen užšího výboru dr. Alois Kleveta převzal funkci 1. jednatele a dosavadní jednatel Oldřich Veverka se stal 2. jednatelem. Měl tedy v tomto školním roce ÚV FO opět 15 členů z ČSR a 10 členů ze SSR.

Byli to:

předseda: prof. RNDr. Rostislav Košťál, profesor Vysokého učení technického v Brně, v důch.

1. místopredseda: doc. RNDr. Ivan Náter, proděkan a vedoucí katedry fyziky elektrotechnické fakulty Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě
 2. místopredseda: doc. RNDr. Jiří Beránek, vedoucí katedry fyziky strojní fakulty Vysokého učení technického v Brně
 1. jednatel: dr. Alois Kleveta, profesor gymnázia ve Vyškově
 2. jednatel: Oldřich Veverka, odborný asistent elektrotechnické fakulty Vysokého učení technického v Brně.
- Další členové (v abecedním pořadí):

a) z ČSR:

1. RNDr. Milan Bednařík, odb. asistent FPř UP, Olomouc
2. Jaroslav Honner, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Ústí nad Labem
3. RNDr. Marta Chytilová, CSc., pracovnice VÚP Praha, v důch., Brno
4. Milan Rádl, odborný asistent Vysoké školy strojní a elektrotechnické, Plzeň
5. Mojmír Simerský, profesor SPŠ VE, Rožnov p. R.
6. Karel Šebela, profesor SPŠ strojní, Praha
7. Václav Šůla, ústřední školní inspektor, Praha
8. doc. RNDr. Jaroslav Vachek, CSc., MFF UK, Praha
9. RNDr. Ivo Volf, odborný asistent KF FPed, Hradec Králové
10. doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., docent VVŠPV, Vyškov
11. Karel Žampa, školní inspektor, Brno

b) ze SSR:

1. Emilie Chrapanová, učitelka ZDŠ, Bratislava
2. doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc., FPř UPJŠ, Košice

3. RNDr. Arpád Kecskés, CSc., odborný asistent FPed, Nitra
4. doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., FPed, Nitra
5. Vojtěch Nyitrai, ústřední školní inspektor, Bratislava
6. Zuzana Šimkovicová, profesorka gymnázia, Bratislava
7. Pavol Škrinár, profesor gymnázia, Prievidza
8. doc. RNDr. Ladislav Thern, Vysoká škola lesnická a dřevařská, Zvolen
9. RNDr. Jozef Zámečník, CSc., odborný asistent FStav SVŠT, Bratislava.

Pořadatele FO ve výboru zastupovali:

MŠ ČSR: Václav Šůla, ústřední školní inspektor,

MŠ SSR: Vojtěch Nyitrai, ústřední školní inspektor,

JČSMF: prof. RNDr. Rostislav Košťál,

SSM: doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., docent Vysoké vojenské školy pozemního vojska ve Vyškově.

Všichni členové ÚV FO byli vždy a jsou i nyní pověřeni určitými funkcemi (až na dvě výjimky – z technických důvodů). V ÚV FO jsou zřízeny dvě komise:

a) **Komise pro základní výběr úloh**

pro úlohy z mechaniky: Jaroslav Honner, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Zuzana Šimkovicová, profesorka,

pro úlohy z termiky: Milan Rádl, odborný asistent, Pavol Škrinár, profesor,

pro úlohy z elektřiny: RNDr. Alois Kleveta, profesor, RNDr. Arpád Kecskés, CSc., odborný asistent,

pro úlohy z vlnění, optiky a atomistiky: Karel Šebela, profesor, RNDr. Jozef Zámečník, CSc., odb. asistent.

b) **Komise pro konečnou redakci soutěžních úloh**

předseda: Mojmír Simerský, profesor SPŠ VE v Rožnově p. Radhoštěm,

člen komise: doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc.,
referent pro kat. A: doc. RNDr. Ladislav Thern,
referent pro kat. B: doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec,
CSc.,

referent pro kat. C: RNDr. Marta Chytilová, CSc.,
referent pro kat. D: RNDr. Ivo Volf, odborný asistent,
referent pro kat. E: RNDr. Milan Bednařík, odb. as.,
referent pro přípravnou kat.: Karel Žampa, školní inspektor,
jednatelem komise byl l. jednatel ÚV FO.

Každý z referentů si našel dva pomocníky ze členů KV FO
podle svého bydliště. Takto byli přiděleni jednotlivým referen-
tům tyto pracovníci:

- pro kat. A: RNDr. Milan Marčok, odb. asistent katedry fy-
ziky a elektrotechniky Vysoké školy lesnické a
dřevařské, Zvolen,
RNDr. Emil Rajčan, CSc., odb. asistent katedry
fyziky a elektrotechniky Vysoké školy lesnické a dře-
vařské, Zvolen,
- pro kat. B: RNDr. Arpád Kecskés, CSc., odb. asistent ka-
tedry fyziky Pedagogické fakulty, Nitra,
RNDr. Ladislav Morvay, odb. asistent katedry
fyziky Pedagogické fakulty, Nitra,
- pro kat. C: RNDr. Josef Kuběna, CSc., odb. asistent FPř
ÚJEP, Brno,
RNDr. Vladimír Mitvalský, odb. asistent KF
FStr VUT, Brno,
- pro kat. D: Miroslav Ouhrabka, odb. asistent katedry fyziky
Pedagogické fakulty, Hradec Králové,
Jiří Kouba, asistent katedry fyziky Pedagogické
fakulty, Hradec Králové,
- pro kat. E: RNDr. Zdeněk Kupka, odb. asistent katedry
fyziky FPř UP, Olomouc,
RNDr. Miroslava Šíroková, odb. asistentka katedry
fyziky FPř UP, Olomouc.

Referentem pro Školu mladých fyziků byl Mojmir Simer-ský, profesor SPŠ VE v Rožnově p. Radhoštěm.

Předsednictvo tvoří předseda, 1. místopředseda, 2. místopředseda, 1. jednatel, 2. jednatel, předseda komise pro konečnou redakci soutěžních úloh, referent pro Školu mladých fyziků, zástupce MŠ ČSR, zástupce MŠ SSR, zástupce JČSMF a zástupce SSM, t. č. tedy devět pracovníků FO.

4. Krajské výbory FO ve školním roce 1976/77 a jejich předsedové

Předsedy a členy KV FO jmenují na návrh poboček JČSMF nebo JSMF odbory školství příslušných KNV. Pracují v nich profesori, docenti i odborní asistenti vysokých škol, pracovníci školské správy, středoškolští profesori i učitelé ZDŠ. Práce pracovníků z vysokých škol je vždy pro FO přínosem. V tomto školním roce bylo opět z 12 předsedů 10 pracovníků z vysokých škol.

Předsedové KV FO jednotlivých krajů:

Praha	doc. RNDr. Jaroslav Vachek, CSc., MFF UK, Praha
StřČK	ing. Jiří Machalický, CSc., odborný asistent, FStr ČVUT, Praha
JČK	Václav Vlček, odborný asistent, FPed, České Budějovice
ZČK	ing. Miloš Rabas, odborný asistent, Vysoká škola strojní a elektrotechnická, Plzeň
SČK	Jaroslav Honner, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Ústí n. Labem

VČK	RNDr. Zdeněk Ungermann, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, Hradec Králové
JMK	prof. RNDr. Rostislav Košťál, Brno
SMK	prof. RNDr. Miroslav Bajer, DrSc., prorektor Vysoké školy báňské, Ostrava
Bratislava	doc. RNDr. Ivan Náter, proděkan FE SVŠT, Bratislava
ZSK	doc. RNDr. ing. Daniel Kluvanec, CSc., vedoucí katedry fyziky FPed, Nitra
StřSK	Erich Wiszt, odborný asistent, Vysoká škola dopravní, Žilina
VSK	doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc., FPř UPJŠ, Košice

KV FO řídí FO v kraji, a to kategorie A—D přímo a kat. E prostřednictvím OV FO.

5. Okresní výbory FO ve školním roce 1976/77

OV FO se starají o FO kat. E na ZDŠ a o kursy pro žáky škol 2. cyklu v okrese. Jen výbor FO města Brna – jako OV FO – má výjimečné postavení, poněvadž řídí práci i pro kat. A—D v městě Brně.

Předsedy a členy OV FO jmenují na návrh poboček JČSMF nebo JSMF odbory školství ONV. Práce v okresech se zúčastňují vysokoškolští a středoškolští pracovníci, pracovníci školské správy i učitelé ZDŠ. Účast pracovníků ze škol 2. cyklu příznivě ovlivňuje práci OV FO. Počet učitelů 2. cyklu, popř. 3. cyklu v předsednictvu OV FO byl nejvyšší v JMK (20 ze 42, z toho 6 z vysokých škol), pak v Bratislavě (6 z 12, z toho 2 z vysokých škol). Nejvyšší počet předsedů OV FO ze škol 2. cyklu v kraji měl JMK (9 ze 14, z toho 3 z vysokých škol), pak Bratislava (4 ze 4, z toho 2 z vysokých škol).

6. Průběh soutěže ve školním roce 1976/77

A. První kolo soutěže kategorií A, B, C a D

První kolo FO probíhalo ve školách od září 1976 do 10. února 1977. Texty soutěžních úloh a studijních témat byly otištěny v letáku vydaném SPN v Praze ve znění českém a slovenském pro celou ČSSR z prostředků ministerstev školství v počtu 4000 výtisků. Do škol však byly distribuovány prostřednictvím KV FO koncem měsíce října. Ukázalo se opět velmi prospěšné, že úlohy byly otištěny v Rozhledech matematicko-fyzikálních, a to pro kat. A—D v 10. čísle 54. ročníku a kromě toho prvé tři úlohy kategorie A—E v Matematice a fyzice ve škole v 10. čísle 6. ročníku.

První tři úlohy odevzdávali žáci do 30. listopadu 1976, čtvrtou až sedmou úlohu do 10. února 1977 svému referentu ve škole. V JMK v kat. D odevzdávali soutěžící první dvě úlohy do 10. prosince 1976 a další dvě úlohy do 3. ledna 1977 svému referentovi ve škole. Klauzurní práce probíhala 19. ledna 1977.

Pro jednotlivé kategorie byla určena tato studijní témata:

- kat. A: Setrvačníky; zpracoval doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc.,
- kat. B: Jednoduchý kmitavý pohyb; zpracoval prof. dr. Rostislav Košťál,
- kat. C: Hmotný střed tělesa; zpracoval RNDr. Zdeněk Ungermann, vedoucí kabinetu fyziky KPÚ, a RNDr. Ivo Volf, odborný asistent,
- kat. D: Zákony zachování v mechanice; zpracovala RNDr. Marta Chytilová, CSc.

Témata byla otištěna jen v letáku XVIII. ročníku soutěže fyzikální olympiády. Na tato témata navazovaly v 1. kole po jedné úloze v kat. A, v kat. B a v kat. D, dále dvě úlohy v kat. C a ve 2. kole jedna úloha v kat. B a dvě úlohy v kat. D.

TABULKA I

Počet středních škol, které se zúčastnily XVIII. ročníku FO

Kraj	Gymnázia						SPŠ						Ostatní školy						Celkový počet škol						
	cel- ko- po- čet	zapojeno						zapojeno						zapojeno						zapojených					
		v kategoriích						v kategoriích						v kategoriích						v kategoriích					
		A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D		
Praha	20	16	15	17	18	20	2	2	2	5	6	—	—	—	—	1 ¹⁾	1	18	17	19	24	27			
StřC	23	15	20	22	21	23	1	1	1	3	3	—	—	—	—	—	—	16	20	23	24	26			
JČ	14	4	5	9	9	13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	6	9	9	14			
ZČ	15	11	12	13	13	15	—	—	—	3	3	—	—	—	—	—	—	11	12	13	16	18			
SC	21	19	13	19	19	20	1	—	—	—	5	5	—	—	—	1 ¹⁾	1	20	13	22	24	26			
VČ	35	19	22	27	21	32	2	5	6	6	9	1 ¹⁾	—	—	—	2 ¹⁾	2	22	27	34	29	43			
JM	37	26	28	29	35	35	3	1	2	11	12	—	—	—	—	7 ^{1), 11)}	7	29	29	32	53	54			
SM	39	23	20	30	33	36	6	1	6	13	14	—	—	—	—	1 ¹⁾	2	29	22	38	47	52			
Brat.	42	9	10	10	11	11	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	9	10	10	13	13			
ZS	41	28	37	36	37	39	2	—	1	3	4	—	—	—	—	—	—	30	37	37	40	43			
StřS	38	26	30	32	32	34	2	2	6	13	13	—	—	—	—	—	—	28	32	38	45	47			
VS	37	14	18	21	15	24	3	1	3	7	8	—	—	—	—	1 ¹⁾	1	17	19	24	23	33			
celkem	332	210	230	265	264	302	22	13	29	71	80	1	1	5	12	14	233	244	299	347	396				
vloni	336	195	227	242	269	298	19	21	29	78	88	—	1	1	10	10	214	249	272	357	396				

¹⁾ ÚŠ TOZ Praha, ²⁾ OU ČSD Sobědruhy, ³⁾ Vojenství G Moravská Třebová, ⁴⁾ OU Tesla Lanškroun, ⁵⁾ ÚŠ Uh. Hradiště, ⁶⁾ SEŠ Jihlava, ⁷⁾ SEŠ Znojmo, ⁸⁾ OU EJF Brno, ⁹⁾ OU ZPS Gottwaldov, ¹⁰⁾ OU TOS Kufim, ¹¹⁾ OU ZDAS Žďar n. Sáz., ¹²⁾ Vojenství G Opava, ¹³⁾ OU Dál J. Fučík Frýdek-Místek, ¹⁴⁾ VLU Prešov

TABULKA 2

Počet zášků soutěžících v 1. kole FO

(S značí počet soutěžících, Ů počet úspěšných řešitelů, c celkový počet zášků, d z toho dívek)

Kraj	Kategorie A				Kategorie B				Kategorie C				Kategorie D				Celkem			
	S		Ů		S		Ů		S		Ů		S		Ů		S		Ů	
	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d
Praha	59	7	43	6	87	21	56	8	156	42	101	29	103	26	51	9	405	96	251	52
SHC	53	5	30	3	72	14	60	6	113	19	77	14	123	32	66	17	361	70	233	40
JČ	28	2	20	2	32	8	23	5	58	13	49	9	52	11	35	2	170	34	127	18
ZČ	21	3	18	1	29	4	22	2	55	13	45	9	45	12	33	8	150	32	118	20
SC	73	20	36	7	55	12	47	8	156	50	111	32	197	60	103	34	481	142	297	81
VC	54	6	48	5	60	5	42	2	137	19	115	15	121	20	99	12	372	50	304	34
IM	100	14	66	8	155	29	98	17	322	80	157	33	293	77	113	22	870	200	434	80
SM	92	10	70	9	90	15	72	12	195	45	125	25	202	39	105	19	579	109	372	65
Brat.	182	15	48	8	80	5	60	3	153	21	98	16	180	32	140	18	595	73	346	45
ZS	145	30	48	5	293	94	93	14	306	108	122	29	487	165	150	48	1231	397	413	96
StřS	148	17	32	4	197	45	59	16	124	36	70	17	366	112	95	21	835	210	256	58
VS	66	5	48	5	87	21	71	15	146	25	111	17	152	45	104	23	451	96	334	60
celkem	1021	134	507	63	1237	273	703	108	1921	471	1181	245	2321	631	1094	233	6500	1509	3485	649
v/oni	809	133	502	54	1089	221	684	123	1404	352	668	146	2909	790	1368	319	6211	1496	3222	642

Počet středních škol, které se zúčastnily XVIII. ročníku FO, je uveden v tabulce 1, počet žáků soutěžících v 1. kole a výsledky 1. kola jsou uvedeny v tabulce 2, a to jak v jednotlivých krajích, tak i celkem.

Počet zapojených gymnázií se proti loňskému roku zvětšil z 89 % na 91 %. V některých krajích – Praze, StřČK, ZČK – byla zapojena všechna gymnázia. Procentově nejmenší počet zapojených gymnázií byl ve Východoslovenském kraji (65 %). V ostatních krajích se pohyboval tento počet v mezích 89 % až 95 %. Počet zapojených SPŠ poklesl, počet zapojených „ostatních škol“ se poněkud zvýšil.

Počet účastníků 1. kola se zvýšil v kat. A, B a C; v kat. C velmi výrazně. Naproti tomu v kat. D velmi výrazně poklesl (asi o 600 řešitelů). Počet úspěšných řešitelů v kat. C značně vzrostl (ze 668 na 1 181), o 77 %, přitom počet soutěžících vzrostl jen o 37 %. Naproti tomu v kat. D počet soutěžících i počet úspěšných řešitelů poklesl o 20 %.

Úspěšnost v jednotlivých kategoriích vypadá letos takto: v A 50 %, v B 57 %, v C 61 %, v D 47 % a v 1. kole celkem 54 %. U dívek bylo procento úspěšnosti zase jen 43 %.

B. Druhé kolo soutěže kategorií A, B, C a D

Letos byla organizace 2. kola pozměněna tak, že druhé kolo kat. A se konalo již 26. února 1977, kategorií B—D až 16. dubna 1977, a to převážně jen v sídlech KV FO. Na dvou místech v kraji se 2. kolo konalo v SČK (kat. A) v Ústí n. L. a Liberci, v SMK v Ostravě a Olomouci, v StřSK ve Zvolenu a Žilině, na třech místech v SČK (kat. B—D) v Ústí n. Lab., Liberci a Chomutově a v SMK (kat. B—D) v Ostravě, Olomouci a Rožnově p. R.

Každý žák dostal text úloh a opravující dostali též orientační řešení. Ihned po ukončení soutěže dostali orientační řešení

TABULKA 3

Počet žáků soutěžících ve 2. kole FO

(S značí počet soutěžících, Ú počet úspěšných řešitelů, c celkový počet žáků, d z toho dívek)

Kraj	Kategorie A				Kategorie B				Kategorie C				Kategorie D				Celkem						
	S		Ú		S		Ú		S		Ú		S		Ú		S		Ú				
	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d			
Praha	43	6	31	4	56	8	30	3		101	29	61	14		51	9	24	2		251	52	146	23
StřC	30	3	10	—	45	6	13	—		56	10	27	3		42	8	7	—		173	27	57	3
JČ	20	2	8	1	23	5	3	—		45	8	18	4		33	2	12	—		121	17	41	5
ZČ	16	1	9	—	21	2	5	1		41	8	21	3		30	7	13	1		108	18	48	5
SC	32	5	13	2	43	8	9	—		104	28	49	10		97	29	27	1		276	70	98	13
VC	46	4	33	1	41	2	14	—		111	14	54	3		81	12	39	3		279	32	140	7
JM	59	6	27	2	93	16	41	3		152	31	63	7		103	20	22	1		407	73	153	13
SM	68	7	40	5	71	11	28	2		122	24	68	13		98	18	39	8		359	60	175	28
Brat.	48	8	19	3	60	3	49	1		98	16	71	11		140	18	96	8		346	45	235	23
ZS	47	5	9	—	91	13	19	—		119	28	45	6		147	48	15	4		404	94	88	10
StřS	32	4	9	—	36	9	16	1		49	12	21	3		53	9	12	2		170	34	58	6
VS	39	4	14	—	65	11	23	1		81	9	38	4		86	19	16	1		271	43	91	6
celkem	480	55	222	18	645	94	250	12		1079	217	536	81		961	199	322	31		3165	565	1330	142
vloni	482	51	175	9	587	96	161	10		593	120	132	11		1171	258	665	108		2833	525	1133	138

i soutěžící. Texty úloh, dodané ÚV FO v zalepených obálkách, se otvíraly až před žáky těsně před zahájením soutěže. Pro slovenské kraje byly dodány texty úloh i v maďarském jazyku. K vyhodnocení byly dány směrnice, aby bylo prováděno jednotně ve všech krajích. Klasifikace řešení byla počínajíc 2. kolem čtyřstupňová.

Výsledky 2. kola jsou uvedeny v tabulce 3.

Z nižších tříd pracovali ve vyšší kategorii úspěšně (MF značí třídu se zaměřením pro matematiku a fyziku):

v kat. A: Beránek, Petr, G Praha 9-Prosek, 3. r.

Zvolánek Ladislav, G Praha 3, Sladkovského, 3. r.

Kalousek Zdeněk, G Jablonec n. N., 3. r., SČK

Bahník Petr, G Pardubice, 3. r., MF, VČK

Kratochvíl Jan, G Pardubice, 3. r., MF, VČK

Matěna Jaromír, G Hradec Králové, 3. r., MF, VČK

Raud Ivan, G Hradec Králové, 2. r., MF, VČK

Tůma Miroslav, G Nová Paka, 3. r., VČK

Turek Ilja, G Hradec Králové, 3. r., MF, VČK

Judas Libor, G Bystřice n. P., 3. r., JMK

Kučírek Petr, G Brno, Koněvova, 3. r., MF, JMK

Hledík Stanislav, G Ostrava 1, 2. r., SMK

Kolařík Pavel, G Bílovec, 3. r., SMK

Palovský Radomír, SPŠE Olomouc, 3. r., SMK

Ryšavá Helena, SPŠ VE Rožnov p. R., 3. r., SMK

Václavík Martin, G Vsetín, 3. r., SMK

Bezák Marián, G Nitra, E. Gudernu, 3. r., ZSK

Čakan Miroslav, SPŠS Prešov, 2. r., VSK

Pudlák Michal, G Košice, Šrobárova, 3. r., VSK

v kat. B: Kratochvíl Jan, G Pardubice, 1. r., MF, VČK

Čadek Ondřej, G Brno, kpt. Jaroše, 2. r., exp. M,

JMK

Žáci z Bratislavy nejsou uvedeni, poněvadž KV FO v Bratislavě nezaslal jmenný seznam úspěšných řešitelů s uvedením ročníku.

Úspěšní řešitelé 2. kola kat. A a kat. B jsou uvedeni v seznamu úspěšných řešitelů jmenovitě všichni. Z úspěšných řešitelů 2. kola kat. C a kat. D jsou uvedeni jen ti, kteří se umístili na prvním až desátém místě. Pokud mají někteří řešitelé stejnou klasifikaci jako poslední z deseti, jsou uvedeni též, i když překračují číslo 10. U žáků gymnázií není připisován název školy, ale jen její sídlo. Ročník je uveden jen u žáků, kteří jsou z nižšího ročníku, než patří do uvedené kategorie. Specializace je uvedena jen u žáků, kteří nejsou z třídy přírodovědné.

V kategorii A jsou tučně vytištěna jména řešitelů, kteří postoupili do 3. kola. Úspěšní řešitelé jsou uvedeni podle jednotlivých krajů:

Praha:

- A. Adámek** Pavel, Praha 9, Prosek
Kolafa Jiří, Praha 2, W. Piecka, MF
Hegerová Irena, Praha 2, W. Piecka
Kub Jiří, Praha 7, Nad štolou, MF
Mrkvička Miloš, Praha 1, Štěpánská, MF
Křivánková Dagmar, Praha 7, Nad štolou, MF
Dlouhý Jiří, Praha 2, W. Piecka, MF
Svatý Aleš, Praha 7, Nad štolou, MF
Jerie Tomáš, Praha 2, W. Piecka, MF
Peterka Michal, Praha 4, Budějovická, MF
Kohout Petr, SPŠE Praha 2, Ječná
Kytrich Daniel, Praha 6, Arabská, MF
Zvolánek Ladislav, Praha 3, Sladkovského, 3. r.
Černý Ivo, Praha 2, W. Piecka
Klícha Jiří, Praha 7, Nad štolou, MF
Petrášek Martin, SPŠE Praha 1, Panská
Peterka Jiří, Praha 5, Nad Turbovou
Špale Jiří, Praha 10, Voděradská
Vondráček Jiří, Praha 8, Libeň, MF
Hladíková Marcela, Praha 7, Nad štolou, MF

Beránek Petr, Praha 9, Prosek, 3. r.
Kašpar Jan, Praha 5, Na Zatlance
Matyska Ctirad, Praha 6, Arabská
Moural Josef, Praha 1, Štěpánská, MF
Šíbl Aleš, SPŠE Praha 2, Ječná
Štěpánek Martin, SPŠE Praha 2, Ječná
Kvitová Miroslava, Praha 7, Nad štolou, MF
Řepa Václav, Praha 8, Libeň, MF
Brajko Vladimír, Praha 8, Libeň, MF
Hubálek Jiří, Praha 7, Nad štolou, MF
Amler Evžen, Praha 7, Nad štolou, MF

- B. Navara Mirko, Praha 2, W. Piecka, MF
Jiroušek Pavel, Praha 3, Sladkovského
Mareš Jiří, Praha 2, W. Piecka, MF
Koubele Václav, Praha 5, Radotín
Beránek Petr, Praha 9, Prosek
Trhlík Miloš, Praha 7, Nad štolou, MF
Hrevuš Miroslav, Praha 7, Nad štolou, MF
Březíková Michala, Praha 2, W. Piecka
Čermák Stanislav, Praha 7, Nad štolou, MF
Kučera Jan, Praha 7, Nad štolou, MF
Lomič Václav, Praha 7, Nad štolou, MF
Pinkava Tomáš, Praha 7, Nad štolou, MF
Ripka Pavel, Praha 7, Nad štolou, MF
Čeřovský Petr, Praha 10, Voděradská, MF
Kadeřábek Tomáš, Praha 8, Libeň, MF
Pilucha Jiří, Praha 4, Ohradní, MF
Verner Jaroslav, Praha 9, nám. Lid. milicí
Hába Zdeněk, Praha 3, Sladkovského
Jeník Ivan, Praha 10, Voděradská
Křížek Miloslav, Praha 7, Nad štolou, MF
Stárek Jiří, Praha 3, Sladkovského
Filčev Jiří, Praha 2, W. Piecka

Vavřín Zdeněk, Praha 1, Štěpánská, MF
Votruba Jiří, SPŠE Praha 2, Ječná
Dražný Ladislav, Praha 7, Nad štolou, MF
Bubeníček Jiří, Praha 2, W. Piecka, MF
Čelíkovský Pavel, Praha 3, Sladkovského
Holá Naděžda, Praha 5, Na Zatlance
Chaloupka Jiří, Praha 10, Voděradská
Kaplanová Michala, Praha 7, Nad štolou, MF

- C. Markl Martin, Praha 2, Botičská
Janečková Věra, Praha 7, Nad štolou, MF
Mach Ivan, Praha 7, Nad štolou, MF
Valenta Luboš, Praha 9, nám. Lid. milicí
Souček Tomáš, Praha 2, W. Piecka
Znamenáček Jindřich, Praha 1, Štěpánská, MF
Bukovský Radomír, Praha 7, Nad štolou, MF
Kurz Michal, Praha 4, Ohradní
Čelíkovský Sergej, Praha 9, Prosek
Kott František, SPŠE Praha 2, Ječná
atd.

- D. Bydžovský Petr, Praha 8, Libeň
Vackář Jiří, Praha 4, Budějovická, MF
Holý Pavel, SPŠE Praha 2, Ječná
Pospíšil Roman, Praha 3, Sladkovského
Vaněček Stanislav, Praha 2, W. Piecka, MF
Novák Jaroslav, Praha 6, Arabská, MF
Moravec Tomáš, Praha 8, Libeň
Vrána Jiří, Praha 8, Libeň
Krajíček Jan, Praha 2, W. Piecka, MF
Břešťáková Marie, Praha 4, Budějovická
Krafferová Darja, Praha 2, W. Piecka, MF
Válek Libor, Praha 1, Štěpánská, MF
Vlček Petr, Praha 2, Botičská, MF atd.

Středočeský kraj:

- A. Blažek** Josef, Mnichovo Hradiště
Jenčík Karel, SPŠ Kutná Hora
Bázler Jan, Mladá Boleslav
Mužík Zdeněk, Kladno
Kotrla Miroslav, SPŠ Kutná Hora
Švec Jiří, Kladno
Feireisl, Nové Strašecí
Holda Josef, Mladá Boleslav
Stuchlík Pavel, Brandýs n. Labem, MF
Tuček Martin, Kladno
- B. Kočí** Zdeněk, Český Brod
Kadlec Stanislav, Hořovice
Chadima Jan, Brandýs n. Labem, MF
Blažek Václav, Příbram
Červinka Jaroslav, Nymburk
Hrabě Vladimír, Český Brod
Stodola Jan, Vlašim
Hrma Josef, Sedlčany
Kočka Jiří, Kladno
Kouba Zdeněk, Benešov
Novotný Ivan, Beroun
Černý Robert, Rakovník
Kohlíček Jiří, Český Brod
- C. Kožner** Petr, Kladno
Voves Jan, Kralupy n. Vlt.
Hodys František, Sedlčany
Mařík Radek, Brandýs n. Labem
Hřebíček Jiří, Kralupy n. Vlt.
Pekárek Petr, Beroun
Pokorný Miloš, Beroun

Trněný Marek, Kralupy n. Vlt.
Zeman Daniel, Nové Strašecí
Poštulka Martin, Kralupy n. Vlt.
atd.

- D. Novotný Jiří, Poděbrady
Sluka Břetislav, SPŠ Kutná Hora
Hlubocký Stanislav, SPŠ Kutná Hora
Ungr Hynek, Hořovice
Beránek Václav, Říčany u Prahy
Malát Jan, Poděbrady
Mrázek Ivo, Nymburk
Topol Martin, Říčany u Prahy
Macek Zdeněk, Říčany u Prahy

Jihočeský kraj:

- A. **Hronová Jana**, Jindřichův Hradec
Křiva Vlast., Strakonice
Havelka Jiří, Č. Krumlov
Popp František, Karla Šatala (dál jen K. Š.), České
Budějovice
Vácha Jan, Tábor
Vilímek Václav, Tábor
Trapl Jiří, K. Š., České Budějovice
Honner Jan, K. Š., České Budějovice
- B. Novotný Jan, K. Š., České Budějovice
Lhotka Ladislav, K. Š., České Budějovice
Mařík Miroslav, SPŠ Písek
- C. Januš Vlastislav, Pelhřimov
Mátl František, Dačice
Moravec Jan, České Budějovice, Jírovcova
Karlíková Jana, Strakonice

Němec Josef, Tábor
Sedláková Květa, Strakonice
Brož Vladimír, K. Š., České Budějovice
Čech Jaroslav, Dačice
Jaroš Zbyněk, K. Š., České Budějovice
Ryneš Tomáš, K. Š., České Budějovice
atd.

- D: Cmut Jiří, Milevsko
Kubíček Josef, Písek
Michl Vladimír, K. Š., České Budějovice
Novák Miroslav, K. Š., České Budějovice
Drnek Lubomír, K. Š., České Budějovice
Matzner Rad., K. Š., České Budějovice
Novák Oldřich, Dačice
Soukup Pavel, Strakonice
Knetl Petr, Strakonice
Koňak Lubomír, Pelhřimov
Polák Miroslav, Strakonice
Vaněček Jindřich, Strakonice

Západočeský kraj:

- A. Koukol Jiří, Sušice, MF
Štrunc Aleš, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Viktora Jiří, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Novák Ivan, Plzeň, nám. Odborářů
Beber Karel, Karlovy Vary
Bešta Jan, Plzeň, ul. Pionýrů
Tumpach Vlast., Plzeň, nám. Odborářů, MF
Jančařek Alexandr, Karlovy Vary
Vařeka Petr, Ostrov n. Ohří
- B. Šverák Vladimír, Karlovy Vary
Ziegler Miroslav, Karlovy Vary

Weiss Zdeněk, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Petrák Lubomír, Stříbro
Hrubešová Věra, Karlovy Vary

- C. Novák Stanislav, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Rybář Jan, Ostrov n. Ohří
Kůs Zdeněk, Sušice
Jára Jan, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Veselka Petr, K. Vary
Vítek Milan, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Masopust Jiří, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Šimůnková Ludmila, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Navrátil Luděk, Plzeň, ul. Pionýrů
Ernest Jaroslav, Cheb
König Viktor, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Draský Luděk, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Štauber Jaroslav, Klatovy
atd.
- D. Šuma Zdeněk, Plasy
Beneš Jaroslav, SPŠE Plzeň
Pillmann Jan, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Kafková Zora, Cheb
Kůžel Václav, K. Vary
Hána Petr, Ostrov n. Oh.
Ulč Miroslav, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Pátek Vít, Plzeň, nám. Odborářů, MF
Urbánek Jan, SPŠE Plzeň
Pavelka Petr, Ostrov n. Oh.
Hudec Julius, SPŠE Plzeň
Michalík Petr, SPŠE Plzeň
atd.

Severočeský kraj:

- A. Chaloupek** Jan, Liberec, MF
Kalousek Zdeněk, Jablonec n. N., 3. r.
Doležal Ivan, Jablonec n. N.
Kučera Jan, SPŠ Liberec
Havlena Vladimír, Rumburk
Pazdírek Otakar, Česká Lípa
Titěra Libor, Jablonec n. N.
Novotná Vlasta, Teplice, MF
Hruška Miroslav, Chomutov
Lukáš David, Liberec, MF
Poršová Irena, Rumburk
Staněk Radomil, Chomutov
Polívka Jaroslav, Česká Lípa
- B. Kalousek** Zdeněk, Jablonec n. N.
Němec Pavel, Ústí n. L., MF
Koucký Miroslav, Jablonec n. N.
Pivrnec Miroslav, Jablonec n. N.
Ulč Ivan, Kadaň
Holý Petr, Roudnice n. L.
Ludvík Vladimír, Tanvald
Tlustý Pavel, Roudnice n. L.
Badalec Josef, Česká Lípa
- C. Krivohlavý** Bohumil, Teplice
Krčmář Petr, Ústí n. L.
Tůma Petr, Liberec, MF
Diblíková Darja, Jablonec n. N.
Krtouš Zdeněk, Liberec, MF
Kulháněk Jaromír, Rumburk
Duchoslav Ivan, Litoměřice
Jandura Leoš, Jablonec n. N.

Rell Ladislav, Rumburk
Zelenka Richard, Jablonec n. N.
atd.

- D. Vlk Tomáš, SPŠ Chomutov
Kubát Jiří, Teplice
Jonáš Jan, SPŠ Děčín
Fořt Pavel, SPŠ Ústí n. L.
Machala Zdeněk, Děčín
Landa Petr, Ústí n. L.
Peychl Ivan, Teplice
Schwarz Milan, Děčín
Hofman Lubomír, SPŠ Děčín
Huml Miroslav, Litvínov
Janda Tomáš, SPŠ Chomutov
Jeníček Emil, Litvínov
Ježek Jiří, Rumburk
Kovanda Jiří, Teplice
Lanc Jiří, Litvínov
Reichelt Eduard, Teplice
Šmelhaus Vladimír, Teplice
Vajner Luděk, Česká Lípa
Vaníková Miluše, Ústí n. L.
Zajačík Milan, Litvínov
atd.

Východočeský kraj:

- A. **Pavel** Josef, Rychnov n. Kn.
Turek Ilja, Hradec Králové, 3. r., MF
Matěna Jaromír, Hradec Králové, 3. r., MF
Malina Jan, Hradec Králové, MF
Havlas Ivo, Hradec Králové, MF
Hnyk Libor, Hradec Králové, MF
Kratochvíl Jan, Pardubice, 3. r., MF

Pavel Michal, Hradec Králové, MF
Bahník Petr, Pardubice, 3. r., MF
Leitner Rupert, Semily
Rozlívka Zdeněk, Hradec Králové, MF
Liska Richard, Pardubice, MF
Drábek Stanislav, Jevíčko
Tůma Miroslav, Nová Paka, 3. r.
Vosecký Milan, Hradec Králové, MF
 Hochman Pavel, Nový Bydžov
 Scholle Stanislav, Holice
 Dobeš Josef, Rychnov n. Kn.
 Lánská Vlasta, Nová Paka
 Malina Drahomír, Semily
 Adam Jiří, Nový Bydžov
 Faltejsek Jiří, Hradec Králové
 Ekstein Jan, Rychnov n. Kn.
 Kolovratník Vilém, SPŠE Pardubice
 Novák Stanislav, Svitavy
 Šulc Miroslav, Turnov
 Hobza Vladimír, Česká Třebová
 Riedl Vladimír, Nový Bydžov
 Klusoň Vladimír, Litomyšl
 Mrázek Ladislav, SPŠ stav., Hradec Králové
 Raud Ivan, Hradec Králové, 2. r., MF
 Rousek Josef, Pardubice, MF
 Zdobinský Jiří, Moravská Třebová, vojenské gymnázium

- B. Kratochvíl Jan, Pardubice, MF
 Červenka Zbyněk, Hradec Králové, MF
 Lang Jan, SPŠS Chrudim
 Bahník Petr, Pardubice, MF
 Brož David, Semily
 Fajmon Jiří, SPŠE Pardubice
 Skála Vladimír, Hradec Králové, MF

Celba Pavel, SPŠCHT Dvůr Králové
Kupka Jiří, Vrchlabí
Souček Vít, SPŠS Nové Město
Synáček Jiří, Rychnov n. Kn.
Černý Jiří, Turnov
Kučera Vladimír, Pardubice, MF
Mervart Petr, Vysoké Mýto

- C. Matěna Vladimír, Trutnov
Volhejn Jan, Dobruška
Klimoš Miroslav, Ústí n. Orł.
Dítě Miroslav, Trutnov
Skutilová Miloslava, Trutnov
Potoček Pavel, Rychnov n. Kn.
Záleský Aleš, Jičín
Repík Milan, Trutnov
Bareš Milan, SPŠE Pardubice
Heřman Pavel, Dobruška
atd.
- D. Sajdl Petr, Turnov
Kollerová Lenka, Hradec Králové, MF
Fiala Pavel, SPŠE Pardubice
Tomsa Jan, Jaroměř
Nejedlý Jaroslav, Přelouč
Kuhn Petr, Jevíčko
Müller Evžen, Nový Bydžov
Vlasák Petr, Hradec Králové, MF
Vondra Petr, Broumov
Janečka Jaroslav, Hradec Králové, MF
Klimenda Jiří, SPŠE Pardubice
atd.

Jihomoravský kraj:

- A.** **Svoboda** Jiří, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Kučírek Petr, Brno, Koněvova, 3. r., MF
Chmelík Jaroslav, Holešov
Filip Stanislav, Brno, Slovanské nám.
Tutsch Zdeněk, Gottwaldov
Šustr Jaroslav, Blansko
Obrdlík Vojtěch, Znojmo
Klimeš Luděk, Blansko
Halabala Jindřich, Brno, Křenová, MF
Macur Jiří, Brno, Slovanské nám.
Daněk Dalibor, Brno, Křenová, MF
Binko Pavel, Brno, Koněvova, progr.
Filka Jaroslav, Brno, Lerchova, MF
Judas Libor, Bystřice n. P., 3. r.
Havlíková Ludmila, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Kožela Petr, SPŠ stroj. Gottwaldov
Janouš Dalibor, Brno, Slovanské nám.
Bábek Pavel, Prostějov
Říha Stanislav, Prostějov
Novák Pavel, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Starý Jiří, Znojmo
Kunc Ivo, Žďár n. Sáz.
Polcer Jaroslav, Brno, Křenová, MF
Švecová Eva, Žďár n. Sáz.
Zlatuška Jiří, Brno, kpt. Jaroše
Křepelka Ivo, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Macek Richard, Hodonín
- B.** **Kučírek** Petr, Brno, Koněvova, MF
Judas Libor, Bystřice n. P.
Tejkal Karel, Gottwaldov
Bohuslav Rudolf, Uh. Brod

Kadourek Jiří, Brno, Koněvova, MF
Kuchař Jan, Jihlava
Burda Radim, Brno, Koněvova, MF
Mareček Ladislav, Brno, Koněvova, MF
Kvapil Tomáš, Prostějov
Halaš Rostislav, Prostějov
Mička Jiří, SPŠE Brno, Leninova
Šmarda Jaroslav, Třebíč
Čejka Dušan, Boskovice
Stříž Richard, SPŠE Brno, Leninova
Mareček Petr, Třebíč
Sládek Petr, Brno, Elgartova, MF
Vejmělek Libor, Brno, Koněvova, progr.
Zámečník Zdeněk, Gottwaldov
Svrčina Květoslav, Val. Klobouky
Gertová Ivana, Brno, Křenová
Riedlová Hana, Hodonín
Kubát Jiří, SPŠE Brno, Leninova
Šplíchal Libor, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Zřídka Veselá Věra, Brno, Křenová
Čadek Ondřej, Brno, kpt. Jaroše, 2. r., exp. M
Dokoupil Jiří, Vyškov
Vavryčuk Václav, Blansko
Zeman Jaroslav, Jihlava
Fiala Radovan, Znojmo
Kroupa Aleš, Brno, Koněvova, MF
Votava Pavel, Jihlava
Eliášek Marko, Prostějov
Matyska Luděk, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Mičulka Břetislav, Uh. Hradiště
Liederman Karel, Brno, Křenová, MF
Kouklík Ivo, Třebíč
Holber František, Třebíč
Provazník Luboš, Brno, Koněvova, MF

Blaha Libor, Uh. Hradiste
Hořava Patrik, Blansko
Hudec Jiří, Znojmo

- C. Čadek Ondřej, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Maděra Václav, SPŠE Brno, Leninova
Kührová Hana, Prostějov
Šantavý Martin, Brno, kpt. Jaroše
Černohlávek Ivo, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Viktorin Libor, Brno, Koněvova, progr.
Slovák Jan, Brno, Elgartova, MF
Zídek Petr, Nové Město na Mor.
Trtík Lubomír, Žďár n. Sáz.
Kučera Radan, Brno, Koněvova, progr.
atd.
- D. Starčuk Zenon, Brno, Koněvova
Strouhal Luděk, Brno, Koněvova, progr.
Chaloupka Michal, Brno, Koněvova
Hason Otto, Vel. Meziříčí
Kyzlík Petr, Brno, kpt. Jaroše, exp. M
Boček Otakar, Brno, Koněvova
Teplý Libor, SPŠE Brno, Leninova
Sedlmajer Kamil, SPŠE Brno, Leninova
Doleček Břetislav, SPŠ str., Gottwaldov
Hort Jiří, SPŠE Brno, Leninova
atd.

Severomoravský kraj:

- A. Kolařík Pavel, Bílovec, 3. r., MF
Palovský Radomír, SPŠE Olomouc, 3. r.
Pastrňák Vladimír, Ostrava 1
Lanča Ladislav, SPŠ VE Rožnov p. Radh.

Hřivnáč Jiří, Krnov
Jančar Petr, Opava, MF
Svozilová Helena, Olomouc-Hejčín
 Cvik Tomáš, Havířov, Tajovského, MF
 Ryšková Helena, SPŠ VE Rožnov p. Radh., 3. r.
 Lukáš Radomír, Havířov, Tajovského, MF
 Martínek Jan, Ostrava 1
 Moravec Pavel, Ostrava 1
 Voltr Petr, SPŠ Přerov
 Chaloupka Jaroslav, Olomouc-Hejčín, MF
 Jendrulek Tomáš, Havířov, Tajovského, MF
 Očadlík Jiří, Opava, MF
 Veškrňová Dagmar, Přerov
 Červený Karel, Orlová
 Hladík Stanislav, Ostrava 1, 2. r.
 Koudelka Jiří, Olomouc, MF
 Ševeček Jiří, Havířov, Tajovského, MF
 Schindlerová Dana, Hranice
 Dočkal Petr, Přerov
 Gerlich Pavel, SPŠ Ostrava-Vítkovice
 Petrák Martin, Ostrava-Hrabůvka
 Řeháček Oldřich, Opava, MF
 Dorazil Miroslav, Krnov
 Dršťák Otto, Olomouc, J. z Poděbrad, MF
 Hladký Petr, Valašské Meziříčí, MF
 Šigut Tomáš, Havířov, Tajovského, MF
 Šimeček Pavel, Opava, MF
 Václavík Martin, Vsetín, 3. r., MF
 Zajíček Jiří, Valašské Meziříčí, MF
 Coufalová Anna, Bruntál
 Čechmánek Vladimír, Rožnov p. Radh.
 Donocik Piotr, Český Těšín (polské gymnázium)
 Hamerník Jiří, Rožnov p. Radh.
 Kudýn Vladimír, Olomouc-Hejčín, MF

Metelka Rudolf, Olomouc, J. z Poděbrad, MF
Sedláček Miloš, Olomouc-Hejčín, MF

- B. Kolařík Pavel, Bílovec, MF
Hanák Vladimír, Bílovec, MF
Havránek Vítězslav, SPŠE Olomouc
Václavík Martin, Vsetín, MF
Vychodil Rostislav, SPŠE Olomouc
Kuzník Jan, Třinec
Večeřa Tomáš, Ostrava-Zábřeh
Hradil Zdeněk, Olomouc-Hejčín
Zdařil Vladimír, Olomouc-Hejčín
Tichý Přemysl, Ostrava 1
Hiltavský Petr, Karviná, MF
Hlubina Petr, Ostrava-Poruba 491
Urban Rostislav, Ostrava 1
Jílek Mojmír, Bílovec, MF
Procházka Stanislav, VGJŽ Opava
Kalenda Pavel, Bílovec, MF
Krchák Jan, Valašské Meziříčí
Kufová Alena, Valašské Meziříčí
Stibor Miroslav, Olomouc, J. z Poděbrad, MF
Tas Petr, Bílovec, MF
Waloszek Halina, polské gymn. Č. Těšín
Zwyrtek Stanislav, polské gymn. Č. Těšín
Žák Jaroslav, Olomouc-Hejčín
Kuběna Petr, Ostrava 1
Purgert František, Bílovec, MF
Bouda Ladislav, Olomouc-Hejčín
Holinka Ivan, Hranice
Kaláb Zdeněk, Bílovec, MF
- C. Langr Aleš, Ostrava-Hrabůvka
Čermáková Hana, Bílovec, MF

Křenek Oskar, Bílovec, MF
 Tkadlec Josef, Bílovec, MF
 Brus Petr, Frýdek-Místek
 Juřík Aleš, Karviná, MF
 Zejda Radomír, Hranice
 Wagner Vladimír, Havířov, Tajovského, MF
 Hájková Helena, Ostrava 1
 Hledík Stanislav, Ostrava 1
 Lichý Alexander, Ostrava 1
 Motloch Pavel, Frýdek-Místek
 Novotná Marcela, Valašské Meziříčí
 atd.

- D. Mejzlík Jiří, Bílovec, MF
 Lukaščík Jiří, Bílovec, MF
 Morcinek Tomáš, Karviná, MF
 Pekař Josef, SPŠE Mohelnice
 Ryška Jiří, Bílovec, MF
 Buršík Jiří, Ostrava 1
 Číhal Jiří, Bílovec, MF
 Hroch František, Šumperk
 Kaluža Marek, polské gymn. Český Těšín
 Mezuláník Petr, Vsetín
 Valouch Vlastimil, SPŠE Olomouc
 atd.

Bratislava:

- A. **Ftáčník** Ján, Bratislava, Tomášikova ul.
Szabóová Antónia, Bratislava, Červ. armády 18
Fekiač Jozef, Bratislava, Novohradská, MF
Ritomský Marian, Bratislava, I. Horvátha ul.
Banko Ján, Bratislava, Vazovova ul.
Novák Ivo, Bratislava, Novohradská
Šrámek Miloš, Bratislava, Novohradská, MF

Škultéty Otto, Bratislava, Metodova ul.
Kukuča Roman, Bratislava, Novohradská, MF
Šuster Stanislav, Bratislava, Novohradská, MF
Horniak Milan, Bratislava, Novohradská, MF
Kozlíková Kat., Bratislava, Novohradská, MF
Kučera Milan, Bratislava, Novohradská, MF
Bínová Gabriela, Bratislava, Červ. armády
Handlovič Robert, Bratislava, Novohradská, MF
Koza Juraj, Bratislava, Novohradská, MF
Červeň Juraj, Bratislava, Novohradská, MF
Remža Igor, Bratislava, Novohradská, Ex.
Margetin Peter, Bratislava, Tomášikova ul.
Seznamy kategórie B—D KV FO Bratislava nezaslal.

Západoslovenský kraj:

- A. **Legény Jozef**, Partizánske
Trebichavský Ivan, Nové Mesto n. Váhom
Sedliak Dušan, Levice
Pavlík Leonard, Topoľčany
Bednárik Martin, Nitra-Párovce
Bezák Marián, Nitra, E. Gudernu, 3. r.
Žatko Ján, Topoľčany
Kádek Florián, Komárno
Kovács Tibor, Galanta
- B. **Barczy Ondrej**, Galanta, maď.
Farnbauer, Komárno, maď.
Repás Štefan, Komárno, maď.
Šuba Milan, Levice
Mikóczy Imrich, Šamorín, maď.
Šimko Eugen, Komárno
Moravský Miroslav, Levice
Seres Ľudovít, Galanta, maď.
Sedlák Anton, Nitra, E. Gudernu

Spišiak Ján, Levice
Fehér Mikuláš, Komárno
Krondiak Emil, Komárno
Bezák Marián, Nitra, E. Gudernu
Juráček Jozef, Piešťany
Csémy Oliver, Komárno, maď.
Sekereš Juraj, Zlaté Moravce
Matejovič Peter, Piešťany
Margitfalvi Juraj, Senec, maď.
Tuna Eduard, Trenčín

- C. Sýkora Ján, Nové Mesto n. Váhom
Farkasová Eva, Komárno, maď.
Nosál Ivan, Nitra, E. Gudernu
Méhes Jozef, D. Streda, maď.
Molnár Štefan, Komárno, maď.
Dublinský Pavol, Trnava
Lovasová Malvína, Komárno, maď.
Orolín Dušan, Trenčín
Bredšneider Ernest, Trenčín
Lieskovský Miroslav, Levice
atd.

- D. Fronc Benedikt, Nitra-Párovce
Pacala Dominka, SPŠ Piešťany
Piterka Ján, Topolčany
Gschvaudtner Igor, Pezinok
Hunča Ľubomír, Trenčín
Kluka Hubert, Piešťany
Hubinský Peter, Partizánske
Jánošová Alena, Nitra, E. Gudernu
Nagyová Mária, Trenčín
Pateková Marianna, Šaľa
atd.

Středoslovenský kraj:

- A. Quittner** Pavol, Prievidza
Bešše Igor, Prievidza
Takáč Peter, Šafárikovo
Priehoda František, Prievidza
Markoš Peter, Kremnica
Dzúrik Peter, B. Bystrica
Medľa Milan, B. Bystrica, Tajovského ul.
Ziman Ján, Lučenec
Škuta František, Ružomberok
- B. Beleš** Milan, Veľký Krtíš
Zámbo Juraj, Lučenec
Buraj Štefan, Dubnica n. Váhom
Kubinec Pavol, Turzovka
Kubinec Peter, Turzovka
Penciak Pavol, SPŠ B. Bystrica
Šoltés Jozef, SPŠ B. Bystrica
Dudková Ľudmila, B. Bystrica, Tajovského ul.
Fraňo Ivan, B. Bystrica
Kováčik Miroslav, B. Bystrica
Husarček Ján, B. Bystrica
Hlisnikovský Ivo, Dolný Kubín
Kubina Ján, Dolný Kubín
Gembala Dušan, Trstená
Hudec Vladimír, Vrútky
Ruman Marián, Kysucké Nové Mesto
- C. Mečíř** Ladislav, Prievidza
Goga Peter, Vrútky
Frindt Karel, Prievidza
Zimmermann Alfréd, B. Bystrica, Tajovského ul.
Rusko Miroslav, B. Bystrica

Jamrich Emil, Ružomberok
Nedeľa Roman, B. Bystrica
Hanková Mariana, Prievidza
Géze Jozef, Dubnica n. V.
Pažúrová Tatiana, B. Bystrica, Tajovského ul. atd.

- D. Poliaková Marta, Ružomberok
Marsín Petr, Žilina, Hliny VI.
Moravčík Marián, Žilina, Hliny VI.
Kapusta Slavomír, Čadca
Brúhová Jaroslava, Lipt. Mikuláš
Rusnák Peter, B. Bystrica, Tajovského ul.
Ondrejka Stanislav, B. Bystrica, Tajovského ul.
Kufner Peter, B. Bystrica
Korda Ivan, Brezno
Martinek Pavol, Žilina, Hliny VI.
Gilánik Miloš, Čadca
Kluka Ľubomír, Martin

Východoslovenský kraj:

- A. **Dzurek** Ján, SPŠE Košice
Jusko Anton, SPŠE Košice
Langer Ronald, SPŠCh Svit
Lučka Milan, Košice, Šmeralova
Čverčko Michal, Košice, Šrobárova
Čakan Miroslav, SPŠS Prešov, 2. r.
Kašper Ján, Spišská Nová Ves
Kupka Martin, Košice, Šrobárova
Pudlák Michal, Košice, Šmeralova, 3. r.
Mucha Ľubomír, Prešov, Konštantínova
Nyéki Ján, Kežmarok
Vitikáč Marián, Spišská Nová Ves
Katuščák Ján, Prešov, Konštantínova
Škorvánek Ivan, Spišská Nová Ves

B. Kachman Ján, Vranov nad Topľou
Rejda Vladimír, Prešov, Konštantínova
Repický Miroslav, Humenné
Horský Stanislav, Prešov, Konštantínova
Bruňanský Tibor, Košice, Šrobárova
Kotras Radomír, Spišská Nová Ves
Hančinský Viktor, Košice, Šmeralova
Host Jozef, Bardejov
Fuchs Peter, SPŠE Prešov
Varšo Ján, Košice, Šmeralova
Tomko Stanislav, Prešov, Konštantínova
Baláž Jan, Humenné
Lazorišák Štefan, Košice, Šrobárova
Lorman Marián, Košice, Šmeralova
Végh Štefan, Košice, Šmeralova
Šiňajová Edita, Trebišov
Pudlák Michal, Košice, Šmeralova
Janoušek Jaroslav, Košice, Šrobárova
Mižik Peter, Košice, Šrobárova
Jakab František, Košice, Šrobárova
Đurovský František, Košice, Šrobárova
Kaputa Stanislav, Bardejov
Zelený Stanislav, Levoča

C. Čakan Miroslav, SPŠS Prešov
Bagi Jozef, Košice, Šmeralova
Jirásek Jozef, Košice, Šmeralova
Mantič Vladislav, Trebišov
Matúš František, Prešov, Konštantínova
Pokorný Vladimír, Košice, Kováčska 30
Dudičová Katarína, Prešov, T. Ševčenka
Jurčo Branislav, Prešov, T. Ševčenka
Petrovský Eduard, Kežmarok
Plško Ladislav, Košice, Šrobárova

Žezula Ivan, Košice, Šmeralova
atd.

- D. Koval Martin, Košice, Šmeralova
Koreň Dušan, Košice, Šrobárova
Schott Andrej, Košice, Šmeralova
Valko Pavol, Spišská Nová Ves
Petrušová Kristína, Košice, Šmeralova
Baláž Marcel, SPŠE Prešov
Gallovič Jozef, Poprad
Hronek Milan, VLU Prešov
Kašper Ivan, Spišská Nová Ves
Klembara Peter, Košice, Šmeralova
Mach Marián, Košice, Kováčska 30
Selecký Ladislav, Košice, Šmeralova
Wojtovič Peter, Prešov, Konštantínova

C. Třetí kolo kategorie A

Třetí kolo kategorie A – celostátní – se konalo ve dnech 28.—30. dubna 1977 v Košicích ve Východoslovenském kraji.

Účastníci byli vybráni z nejlepších řešitelů 2. kola v jednotlivých krajích, a to všichni až po klasifikaci 2, 2, 3, 4 (s permutací) a tři z klasifikace 1, 1, 4, 4. Celkem bylo pozváno 80 úspěšných řešitelů 2. kola, z toho 75 hochů a 5 dívek. Z pozvaných bylo 71 z gymnázií a 9 ze SPŠ; z nich bylo 71 ze IV. ročníku a 9 z III. ročníku.

Třetí kolo bylo slavnostně zahájeno 28. dubna v aule SPŠ elektrotechnické v Košicích a zúčastnil se ho děkan přírodovědecké fakulty prof. dr. Juraj Daniel-Szabó, zástupce MŠ SSR, ústřední školní inspektor Vojtěch Nyitrai, zástupkyně SSM a zástupce OŠ KNV.

Teoretické úlohy řešili soutěžící 29. dubna na SPŠ elektrotechnické. Odpoledne byl uspořádán zájezd na Duklu a Domašskou přehradu. Laboratorní úlohu řešili soutěžící 30. dubna

v laboratořích přírodovědecké fakulty UPJŠ a po ukončení práce odjížděli domů.

Řešení úloh 3. kola opravovali tito členové ÚV FO:

úlohu č. 1: E. Wiszt, doc. L. Thern,

úlohu č. 2: K. Šebela, ing. J. Machalický

úlohu č. 3: dr. M. Bednařík, M. Simerský,

úlohu č. 4: M. Rádl, ing. M. Rabas,

úlohu č. 5: dr. P. Petrovič (člen KV FO), doc. V. Kavečanský.

TABULKA 4

Kraj	Počet všech pozvaných řešitelů	Počet všech úspěšných řešitelů	Z toho počet vítězů	Počet ne- úspěšných	Počet nedosta- vivších se
Praha	11	9	3	2	
StřC	6	5	3	1	
JČ	2	1		1	
ZČ	4	2		1	1
SC	5	2	1	2	1
VČ	15	7	3	8	
JM	13	9	4	4	
SM	7	3		4	
Bratislava	6	1		5	
ZS	2	1		1	
StřS	4	2	2	2	
VS	5	3		2	
celkem	80	45	16	33	2
vloni	82	56	19	21	5

Čtvrtá tabulka uvádí pro každý kraj počet pozvaných řešitelů, počet úspěšných řešitelů, z toho počet vítězů, počet neúspěšných řešitelů a počet nedostavivších se žáků. Z 80 pozvaných bylo 45 úspěšných řešitelů, z toho 16 vítězů. Jména vítězů jsou uvedena v tabulce 5 a jména dalších úspěšných řešitelů jsou uvedena v tabulce 6. Označení P u třídy značí třídu přírodovědnou a označení MF třídu se zaměřením pro matematiku a fyziku. V tabulce 7. je přehled klasifikace jednotlivých soutěžních úloh.

TABULKA 5

Vítězové 3. kola kategorie A XVIII. ročníku FO

Umís- tění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.	Zamě- ření
1.	Svoboda Jiří	JM	G Brno, kpt. Jaroše	4	ExM
2.-3.	Matěna Jaromír	VČ	G Hradec Králové	3	MF
2.-3.	Turek Ilja	VČ	G Hradec Králové	3	MF
4.-5.	Kolafa Jiří	Praha	G P2, W. Piecka	4	MF
4.-5.	Kotrla Miroslav	StřČ	SPŠ Kutná Hora	4	—
6.	Klimeš Luděk	JM	G Blansko	4	P
7.	Jenčík Karel	StřČ	SPŠ Kutná Hora	4	—
8.	Kučírek Petr	JM	G Brno, Koněvova	3	MF
9.-10.	Leitner Rupert	VČ	G Semily	4	P
9.-10.	Quittner Pavol	StřS	G Prievidza	4	P
11.	Halabala Jindřich	JM	G Brno, Křenová	4	MF
12.-14.	Kohout Petr	Praha	SPŠE P2, Ječná	4	—
12.-14.	Kalousek Zdeněk	SČ	G Jablonec n. N.	3	P
12.-14.	Takáč Peter	StřS	G Šafárikovo	4	P
15.-16.	Mrkvička Miloš	Praha	G P1, Štěpánská	4	MF
15.-16.	Bázler Jan	StřČ	G Ml. Boleslav	4	P

TABULKA 6

Další úspěšní řešitelé 3. kola kat. A XVIII. roč. FO

Umís- tění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.	Zamě- ření
17.-18.	Hegerová Irena	Praha	G P2, W. Piecka	4	P
17.-18.	Vosecký Milan	VČ	G Hradec Králové	4	MF
19.	Svatý Aleš	Praha	G P7, Nad školou	4	MF
20.-27.	Blažek Josef	StřČ	G Mnich. Hradiště	4	P

Umís- tění	Jméno	Kraj	Škola	Roč.	Zamě- ření
20.-27.	Mužik Zdeněk	StřČ	G Kladno	4	P
20.-27.	Hronová Jana	JČ	G Jindř. Hradec	4	P
20.-27.	Kratochvíl Jan	VČ	G Pardubice	3	MF
20.-27.	Liska Richard	VČ	G Pardubice	4	MF
20.-27.	Filip Stanislav	JM	G Brno, Slovan. n.	4	P
20.-27.	Lanča Ladislav	SM	SPŠVE Rožnov		
			p. R.	4	—
20.-27.	Legény Jozef	ZS	G Partizánske	4	P
28.-29.	Dlouhý Jiří	Praha	G P 2, W. Piecka	4	MF
28.-29.	Šustr Jaroslav	JM	G Blansko	4	P
30.-32.	Adámek Pavel	Praha	G P 9, Prosek	4	P
30.-32.	Kub Jiří	Praha	G P 7, Nad štolou	4	MF
30.-32.	Jusko Anton	VS	SPŠE Košice	4	—
33.-34.	Chmelík Jaroslav	JM	G Holešov	4	P
33.-34.	Pastrňák Vladimír	SM	G Ostrava 1	4	P
35.	Kučera Jan	SČ	SPŠ Liberec	4	—
36.-40.	Jerie Tomáš	Praha	G Praha 2,		
			W. Piecka	4	MF
36.-40.	Štrunc Aleš	ZČ	G Plzeň, nám.		
			Odborářů	4	MF
36.-40.	Pavel Josef	VČ	G Rychnov n. Kn.	4	P
36.-40.	Dzurek Ján	VS	SPŠE Košice	4	—
36.-40.	Langer Ronald	VS	SPŠCh Svit	4	—
41.-43.	Obrdlík Vojtěch	JM	G Znojmo	4	P
41.-43.	Tutsch Zdeněk	JM	G Gottwaldov	4	P
41.-43.	Fekiač Jozef	Brati- slava	G Novohradská	4	MF
44.-45.	Novák Ivan	ZČ	G Plzeň, nám.		
			Odborářů	4	MF
44.-45.	Palovský Radomír	SM	SPŠE Olomouc	3	—

TABULKA 7

Klasifikace úloh

Úloha	Klasifikace					Prů- měrná známka	Tematický obor úlohy
	1	2	3	4	neřeš.		
1	7	2	2	24	43	3,65	termodynamika a hydro- mechanika
2	33	12	8	16	9	2,32	termika
3	29	15	11	18	5	2,36	el. obvod se zdrojem střídavého napětí
4	22	10	9	32	5	2,78	měření rezistance
5	11	17	21	29	—	2,87	rezonanční obvod

Letošní výsledek 3. kola nebyl sice tak úspěšný jako v minulém roce, ale je možno říci, že byl ještě úspěšný – měl 45 % úspěšných řešitelů. Výrazně nejhorší prospěch měla úloha č. 1 z termodynamiky zasahující do hydromechaniky.

K získání celkového obrazu o úspěších jednotlivých krajů ve FO si všimneme ještě výsledků třetích kol ze všech 18 ročníků.

- Účastníci pro 3. kolo se vybírají podle klasifikace ve 2. kole v kraji, a to do celkového počtu 80 každý rok. Pořadí krajů podle počtu účastníků ve 3. kole je toto:
1. Praha 22,2 %, 2. JMK 14,4 %, 3. SMK 11,2 %, 4. VČK 11,1 %.
- Pořadí podle počtu úspěšných řešitelů ve 3. kole je toto:
1. Praha 26,1 %, 2. JMK 18,8 %, 3. VČK 11,4 %, 4. Bratislava + ZSK 10,2 %. Vyšší procento úspěšných než účastníků znamená, že se kraj lépe uplatnil.
- Pořadí podle počtu vítězů ve 3. kole je toto:
1. Praha 28,1 %, 2. JMK 24,8 %, 3. VČK 11,2 %, 4.–5. SMK a Bratislava + ZSK 8,2 %. Vyšší procento vítězů než úspěšných v kraji znamená, že se účastníci kraje lépe umístili.

d) Nejdůležitější však je, jaká část účastníků z kraje se úspěšně uplatnila ve 3. kole. Pořadí je toto:

1. JMK 71,2 %, 2. Praha 64,8 %, 3. VČK 56,4 %, 4. Bratislava + ZSK 50,4 % a ostatní kraje jsou již pod 50 % až do 40,0 %.

Ve třetím kole XVIII. ročníku byli následující soutěžící, kteří se zúčastnili třetího kola XVII. ročníku:

Jméno	Škola	Ročník	Zaměření	Kraj	Pořadí	
					loni	letos
Svoboda Jiří	G Brno, kpt. Jaroše	3	Exp M	JM	3—4	1
Turek Ilja	G Hradec Král.	2	MF	VČ	3—4	2—3
Jenčík Karel	SPŠ Kutná Hora	3	—	StřČ	9	7
Pavel Josef	G Rychnov n. Kn.	3	P	VČ	20—23	36—40
Hegerová Irena	G Praha 2, W. Piecka	3	P	Praha	56	29
Vosecký Milan	G Hradec Král.	3	MF	VČ	—	17—18

Vítězové 3. kola FO kat. A obdrželi diplomy, ostatní úspěšní řešitelé čestná uznání. Všichni vítězové dostali od MŠ SSR odměnu po Kčs 300,— a 2 další nejlepší úspěšní řešitelé odměnu po Kčs 100,—.

D. Kategorie E

První kolo FO kategorie E probíhalo od září 1976 do 10. února 1977. Texty soutěžních úloh pro 1. kolo byly uveřejněny v letáku, který vydalo SPN v Praze v českém znění pro české kraje a SPN v Bratislavě ve slovenském a maďarském znění pro slovenské kraje. Kromě toho byly první tři úlohy otištěny v Matematice a fyzice ve škole r. 6, čís. 10. Orientační řešení úloh prvního kola zajišťoval dr. Ivo Volf, člen ÚV FO.

První tři úlohy odevzdávali žáci do 30. listopadu 1976, čtvrtou až sedmou úlohu do 10. února 1977 svému referentu ve škole. V JMK odevzdávali soutěžící první dvě úlohy do 30. listopadu

1976 a další dvě úlohy do 20. prosince 1976. Klauzurní práce probíhala 12. ledna 1977 v jednotlivých školách nebo pro několik škol v jednom místě.

Druhé kolo kat. E se konalo ve středu 9. března 1977 v okresních městech. Texty úloh i orientační řešení zajistil opět dr. Ivo Volf. Slovenské texty zajišťoval místopředseda ÚV FO doc. dr. Ivan Náter, maďarské texty členové KV FO v Nitře.

Třetí kolo kat. E se konalo 14. května 1977 v krajských městech. Texty úloh pro 3. kolo zajistil v českých krajích jednatel Veverka, na Slovensku místopředseda doc. Náter a orientační řešení rozeslal jednatel Veverka.

TABULKA 8

Počet ZDŠ, které se zúčastnily XVIII. ročníku FO

Kraj	Počet ZDŠ v kraji (úplných)	1. kola se zúčastnilo		2. kola se zúčastnilo		3. kola se zúčastnilo	
		počet	%	počet	%	počet	%
Praha	182	156	86	134	74	33	18
StřČ	278	168	60	125	45	55	20
JČ	190	157	83	115	61	21	11
ZČ	222	166	75	149	67	42	19
SČ	288	206	72	158	55	30	10
VČ	316	212	67	161	51	33	10
JM	464	357 ¹⁾	77	290	63	58	13
SM	462	315	68	257	56	45	10
Bratislava	78	68	87	68	87	32	41
ZS	476 ²⁾	318 ³⁾	67	303 ⁴⁾	64	52 ⁵⁾	11
StřS	397	273	69	223	56	34	9
VS	381	275	72	225	59	59	15
celkem	3 734	2 671	72	2 208	59	494	13
vloni	3 699	2 465	67	1 921	52	482	13

- ¹⁾ v druhé části 330 71 %
²⁾ z toho maďarské 91 19 %
³⁾ z toho maďarské 69 76 %
⁴⁾ z toho maďarské 69 76 %
⁵⁾ z toho maďarské 16 18 %

TABULKA 9

Počet zákl. soutěžících v 1., 2. a 3. kole FO kategorie E

(S značí počet soutěžících, Ú počet úspěšných řešitelů, % Ú počet úspěšných v %)

Kraj	1. kolo						2. kolo						3. kolo					
	celkem			z toho divák			celkem			z toho divák			celkem			z toho divák		
	S	Ú	%	Ú	S	%	S	Ú	%	S	Ú	%	S	Ú	%	S	Ú	%
Praha	1 225	766	63	403	212	53	444	368	83	114	94	82	47	40	85	11	8	73
StřC	638	490	77	195	153	78	328	258	79	92	69	75	91	69	76	24	20	83
IC	565	425	75	178	122	69	394	302	77	110	88	80	23	20	87	9	8	89
ZČ	980	540	55	220	110	50	383	309	81	96	70	73	46	36	78	13	8	62
SC	1 259	622	49	445	217	49	447	360	81	142	104	73	41	38	93	9	8	89
VČ	1 260	714	57	445	265	60	519	432	83	165	134	81	38	36	95	9	8	89
JM	2 302 ¹⁾	1 292	56	855 ²⁾	421	49	1 103	730	66	338	205	61	76	67	88	25	22	88
SM	1 936	1 088	56	717	347	48	696	599	86	193	162	84	49	48	98	9	9	100
Bratislava	1 123	784	70	481	348	72	778	372	48	475	169	36	48	40	83	15	12	80
ZS	1 829	1 210	66	698	443	63	1 113	712	64	397	226	57	74	63	85	19	14	74
StřS	1 887	999	53	749	353	47	804	534	66	287	154	54	40	35	88	10	7	70
VS	1 470	951	65	587	383	65	791	530	67	298	202	68	81	77	95	30	27	90
celkem	16 474	9 881	60	5 973	3 374	56	7 800	5 506	71	2 707	1 677	62	654	569	87	183	151	83
vloni	13 835	7 102	51	4 975	2 272	46	6 170	3 999	65	1 897	1 164	61	629	540	86	136	104	77

¹⁾ ve druhé části 1 638 79 %

²⁾ ve druhé části 569 74 %

Tabulka 8 udává přehled o počtu ZDŠ, které se zúčastnily v jednotlivých krajích 1., 2. a 3. kola soutěže. Největší procento zapojených škol do 1. kola měla Bratislava (87 %), pak Praha (86 %) a po ní JČK (83 %), nejmenší procento StřČK (60 %). Ostatní kraje měly zapojeno 67 %—77 % škol. Počet zapojených škol se proti loňskému roku zvýšil (ze 67 % na 72 %).

Počet soutěžících se proti loňskému roku podstatně zvýšil ze 13 835 na 16 474 a počet úspěšných řešitelů stoupl v obou kolech. V prvním kole z 51 % na 60 %, ve druhém kole z 65 % na 71 %. V Jihomoravském kraji se v 1. části 1. kola vyřadilo již 29 % žáků a zbytek byl pak ze 79 % úspěšný. Slabší soutěžící se tak vyřadili již ve škole a zbytečně nezatěžovali další práci. Nová úprava se osvědčila.

Dále uvádíme jména vítězů krajů 3. kola FO kategorie E, tj. podle nového organizačního řádu jména prvních deseti úspěšných z každého kraje. Mají-li další řešitelé stejnou klasifikaci, jsou uvedeni též. Naproti tomu omezujeme počet deseti úspěšných řešitelů tím, že musí mít úspěšně vyřešeny aspoň 3 úlohy ze 4 zadaných a musí mít klasifikaci v pořadí lepší než 1144. Proto mezi vítěze nezahrnujeme žáky, kteří mají klasifikaci 1144, 3333, 2334, 1244, 3334, 2244, U každého žáka je uvedeno číslo ZDŠ – pokud je číslem označena – a její sídlo.

Praha:

Havelka Jan, Praha 6, Pod Marjánkou 1900
Hradečný Ondřej, Praha 10, Hostýnská 2100
Kameník Pavel, Praha 3, nám. Jiřího z Poděbrad 8
Končalová Hana, Praha 1, Ostrovní 9
Koníček David, Praha 8, Lyčkovu nám. 6
Ministr Martin, Praha 4, Jeremenkova 1003
Nohejl Petr, Praha 9, Hloubětínská 700
Novotný Jiří, Praha 4, Jílovská 1100
Kolář Petr, Praha 4, Školní 700
Tesař Ivan, Praha 4, Křesomyslova 2

Středočeský kraj:

Červenková Pavla, 10. Kladno
Kozák Ivan, 1. Kladno
Matějka Martin, 2. Benešov
Soukupová Jana, 10. Kladno
Hafner Jan, Veltrusy
Zemanovič Miroslav, Čelákovice
Bartůněk Václav, Líbeznice
Vojkůvka Josef, 1. Beroun
Hradiský Michael, Černošice
Solnický Michal, 8. Příbram

Jihočeský kraj:

Hubený Petr, Besednice
Tomek Bohumír, Besednice
Novák Arnošt, Nadějkov
Vaníček Jindřich, Netolice
Heřmánek Jvo, Český Krumlov, Ant. Zápotockého
Cimpa Luděk, Nadějkov
Daněk Vladimír, Humpolec, Hálkova
Písačka Jan, Bechyně
Kitlička Jiří, 1. Tábor
Mikeš Jaroslav, Rožnov

Západočeský kraj:

Vermach Zbyněk, 5. Ostrov n. Ohří
Laciga Petr, 4. Plzeň
Váňová Pavla, 4. Klatovy
Ježková Dana, Jáchymov
Prchal Vladimír, Nepomuk
Přibán Jiří, Blovice
Soukup Jiří, Plasy
Mayer Eduard, 2. Stará Role

Soukup Jaroslav, 3. Klatovy
Kantner František, 3. Klatovy

Severočeský kraj:

Havránek Zdeněk, 2. Klášterec n. O.
Štejfa Petr, 5. Jablonec n. N.
Diblíková Jana, 5. Jablonec n. N.
Mašín Lukáš, 14. Ústí n. L.
Melichar Milan, 1. Roudnice n. L.
Somogyi Otto, Nový Bor, U lesa
Salač Petr, Liberec, Lesní
Kozlová Barbora, 5. Děčín
Hrušková Olga, Liberec, Husova
Sprenger Petr, Nový Bor, U lesa

Východočeský kraj:

Pecen Ladislav, Havlíčkův Brod
Schön Petr, Trutnov, Gorkého
Nigrin Zdeněk, Hradec Králové-Jih
Vydlák Stanislav, Česká Skalice
Friščáková Eva, Kostelec n. O.
Dvořák Zdeněk, Mladé Buky
Resler Jaroslav, Lanškroun
Borůvka Zdeněk, Pardubice, Družstevní
Holas Robert, Dvůr Králové, 5. května
Kylar Zdeněk, Náchod, Komenského

Jihomoravský kraj:

Bělík Zbyněk, 7. Gottwaldov
Litzmanová Irena, Brno, Antonínská
Řehořovský Pavel, Brno, Lerchova
Horský Miroslav, Kyjov, tř. Pionýrů
Křivánek Ivo, Brno, Úvoz
Kaďourek Petr, Brno, Antonínská

Kovář Tomáš, 9. Gottwaldov
Šteflíček Michal, Brno, Hroznová
Štanglová Lenka, Znojmo, Sídliště
Šauer Karel, 5. Gottwaldov
Trněný Pavel, Brno, Horní

Severomoravský kraj:

Burda Miroslav, Vrbno pod Pradědem
Paszek Petr, Havířov 6 – Horní Suchá
Piskovská Ludmila, 1. Šumperk
Skýpala Jiří, 3. Šumperk
Štefánková Iva, 2. Frýdek-Místek
Robenek Otto, Stará Ves n. Ondř.
Smolka Jaroslav, Píšť
Svozil Martin, Olomouc, Zeyerova ul.
Štejflová Eva, Rožnov p. Radh., Pod skalkou
Štěrba Lubor, Hranice, Šromotovo nám.

Bratislava:

KV FO Bratislava nezaslal.

Západoslovenský kraj:

Đurana Miroslav, 7. Trenčín
Gallo Ján, Trenč. Teplá
Liczkay Vojtech, Okoč, maď.
Mičko Miloš, Hlohovec, Nerudova
Plesník Samuel, 3. Nové Mesto n. Váhom
Škoda Tibor, Trnava, Engelsova ul.
Bredík Miroslav, 3. Nové Mesto n. Váhom
Konczer Jozef, Komárno, ul. Práce, maď.
Krištof Miloš, Pusté Úľany
Záhorský Ladislav, 3. Levice

Středoslovenský kraj:

Demčík Vladimír, Banská Bystrica, Okružná ul.
Hagara Miroslav, Prievidza, ul. Pionierov
Mekiňa Ján, Makov
Murín Dominik, Oravská Lesná
Štefanovičová L., Martin, ul. Budovateľov
Vančo Igor, Dubnica n. Váhom
Cesnek Dušan, Gbeľany
Trúchlý Jaroslav, Oravská Lesná
Virdzek Ondrej, Brodno
Chovan Miroslav, Banská Bystrica, SNP 54

Východoslovenský kraj:-

Dlugoš Peter, Krivany
Kerpčík Jaroslav, Hranovnica
Kožar Stanislav, Veľký Šariš
Maniková Iveta, Hranovnica
Marcinko Ján, Humenné, Kukorelliho
Marušáková Mária, Prešov, Gottwaldova
Oravec Peter, Prešov, Mukačevská
Pohorelec Dušan, Poprad, Marxova
Rajnoha Tomáš, 4. Michalovce
Schürger Milan, Košice-m., Febr. víť.

E. Přípravné kolo pro 8. ročník ZDŠ

Přípravné kolo pro 8. ročník ZDŠ mělo vzbudit zájem o fyziku u žáků, kteří buď odcházejí z osmé třídy na střední školu, nebo postupují do 9. ročníku. Toto přípravné kolo bylo v tomto školním roce provedeno už počtvrté pokusně v JMK. Probíhalo vždy v letním semestru; ve školním roce 1976/77 od 1. února 1977 do 30. dubna 1977.

Účastníci přípravného kola řešili doma tři úlohy zadané KV FO JMK. Úlohy jsou uvedeny v 2. části této publikace. Práce hodnotili učitelé ve škole.

Následující tabulka uvádí zapojení škol a žáků ve čtyřech ročnících, kdy tato soutěž probíhala.

Školní rok	Počet ZDŠ v kraji	Počet 8. tříd v kraji	Přibližný počet žáků 8. tříd v kraji	Počet zapojených škol		Počet zapojených žáků	
				číselně	%	číselně	%
1973/74	484	871	25 000	157	32	1 271	5
1974/75	487	877	25 000	181	37	1 344	5
1975/76	467	926	25 550	176	38	1 199	5
1976/77	466	956	27 086	123	26	867	3

Procento účastníků bylo tedy poměrně malé.

V některých okresech JMK se ukázalo, že účast ve FO v 8. roč. příznivě ovlivnila výsledky v 9. roč. následujícího roku. Práce žáků byly většinou velmi pečlivě provedené, což svědčilo o zájmu žáků o tuto práci. Zprávy z OV FO uváděly, že je pro žáky obtížný slovní fyzikální popis prováděných úkonů a obecná formulace vztahů mezi fyzikálními veličinami a obecné řešení úloh, tzn. právě to, co je jedním z cílů přípravného kola.

F. Akce na podporu FO

Na podporu FO probíhaly tyto akce:

1. Kursy pro žáky během školního roku

V tomto školním roce byly organizovány kursy pro kat. A—D ve StřČK v pěti střediscích, v ZČK ve třech střediscích, v SČK, ve VČK ve dvou střediscích, v JMK dva celoroční kursy pro Brno a dva celoroční kursy pro ostatní Jihomoravský kraj,

a to pro všechny kategorie, v SMK jako dvě besedy na dvou místech, v ZSK ve čtyřech kroužcích na středních školách a v kroužku na katedře fyziky v Nitře, ve StřSK a VSK.

2. Semináře pro učitele škol 1. cyklu

Poněvadž informovat žáky ZDŠ o úlohách kat. E přímo všude nelze, jsou tyto informace podávány žákům prostřednictvím učitelů. Semináře se letos nekonaly. V Brně se uskutečnily semináře pro žáky ZDŠ přímo.

3. Krajská soustředění úspěšných řešitelů FO

KV FO uspořádaly tato soustředění – někde společně s MO – koncem školního roku, výjimečně začátkem školního roku, v těchto krajích: StřČK, ZČK, SČK, VČK – byla uspořádána tři soustředění pro kat. A během školního roku a pak prázdninové soustředění, JMK pro kat. B a C, SMK, ZSK pro kat. E. Soustředění byla pětidenní (SČK), týdenní až desetidenní (JMK, kat. E v SČK). Počet účastníků byl závislý na finančních možnostech kraje; v SČK bylo 75 účastníků, v JMK 60 účastníků, v StřČK 52 účastníků atd.

4. Celostátní soustředění úspěšných řešitelů MO a FO ze 3. ročníku škol 2. cyklu

Péče o celostátní soustředění byla letos svěřena Středoslovenskému kraji. O soustředění se staral KPÚ v Banské Bystrici a výběr účastníků z krajských návrhů prováděl letos ÚV MO. Byli zváni řešitelé MO a FO kat. A, pokud byli v nematuritní třídě, a kat. B z FO. Letos byli účastníci rozděleni na dvě skupiny. V jedné skupině byli účastníci ze čtyř matematických tříd a v jiné – hlavní – skupině byli účastníci z ostatních škol.

Soustředění hlavní skupiny se konalo v Banské Bystrici v době od 12. 6. do 25. 6. 1977. Přednášky se konaly na pedagogické fakultě. Studenti byli ubytováni v chatkách KPÚ v Ponické Huti, asi 20 km od Banské Bystrice.

Účastníci byli zařazeni do tří tříd: matematické, matematicko-fyzikální a fyzikální. Rozdělení navrhl ÚV MO a dodatečně byly provedeny některé změny.

Následující tabulka 10 uvádí počet účastníků z krajů v jednotlivých třídách.

TABULKA 10

Kraj Třída	Praha	StřČ	JČ	ZČ	SC	VČ	JM	SM	Bratř- slava	ZS	StřS	VS	Celkem
M	3	3	1	1	2	2	3	1	—	2	4	2	24
MF	1	1	2	4	1	2	—	1	—	1	5	2	26
F	1	2	3	1	3	2	3	3	—	4	3	2	27
celkem	5	6	6	6	6	6	6	5	6	7	12	6	77

Rozdělení účastníků v jednotlivých třídách podle ročníku gymnázia nebo SPŠ a počet hochů a dívek udává tabulka 11.

TABULKA 11

Třída	Gymnázium-ročník			SPŠ-ročník			Celkem hochů dívek		
	3.	2.	1.	3.	2.	1.			
M	15	8	1	—	—	—	24	22	2
MF	21	2	—	3	1	—	27	26	1
F	17	8	—	1	—	—	26	24	2
celkem	53	18	1	4	1	—	77	72	5

Z jednotlivých krajů byli účastníci ze tříd zaměřených na MF, přírodovědných P, popř. ze SPŠ, jak ukazuje tabulka 12.

TABULKA 12

Kraj Třída	Praha	StřČ	JČ	ZČ	SČ	VČ	JM	SM	Brati- slava	ZS	StřS	VS	Cel- kem
MF	2	—	3	2	3	3	3	1	6	1	—	—	24
P	3	6	2	4	3	2	3	2	—	6	12	5	48
SPŠ	—	—	1	—	—	1	—	2	—	—	—	1	5
celkem	5	6	6	6	6	6	6	5	6	7	12	6	77

Ve třídě matematické bylo 56 hodin přednášek z matematiky, ve třídě matematicko-fyzikální 30 hodin přednášek z matematiky a 28 hodin přednášek z fyziky a ve třídě fyzikální 56 hodin přednášek z fyziky.

Kromě tohoto hlavního celostátního soustředění se konalo ještě soustředění pro žáky čtyř matematických tříd v republice, a to z gymnázia v Praze 2, W. Piecka, z Bílovce, z Bratislavy, ul. Červené armády, a z Košic, Šmeralovy ul. Pro ně byly zřízeny 2 třídy po 16 žácích – jedna třída matematická a druhá fyzikální. Soustředění se uskutečnilo v Ponické Huti, kde se konaly přednášky a kde byli účastníci ubytováni, a to ve stejnou dobu jako v Banské Bystrici: Tabulka 13 uvádí počet účastníků v jednotlivých třídách z jednotlivých škol.

TABULKA 13

Škola	Třída matemat. ročník			Celkem	Třída fyzikální ročník			Celkem	Hochů	Dívěk
	3.	2.	1.		3.	2.	1.			
Praha	—	4	—	4	4	—	—	4	8	—
Bílovec	3	2	—	5	3	—	—	3	8	—
Bratislava	1	3	—	4	4	—	—	4	8	—
Košice	1	3	—	4	4	—	—	4	7	1

V Ponické Huti bylo ve třídě matematické i ve třídě fyzikální rovněž po 56 vyučovacích hodinách.

Ve dnech 27. března až 2. dubna 1977 se konalo soustředění ve Šlapanicích u Brna jako předběžná příprava pro mezinárodní olympiádu. Mělo 17 účastníků. Byli do něho pozváni 3 účastníci loňského přípravného kursu pro mezinárodní fyzikální olympiádu, vítěz 2. kola FO z každého kraje (celkem 12) a další 2 nejlepší řešitelé.

Přednášelo se 35 hodin na téma elektromagnetické kmity a vlny, geometrická optika, kvantová povaha světla, atomový obal, atomové jádro a úlohy z mezinárodních fyzikálních olympiád.

5. Třídy se zaměřením na matematiku a fyziku

Se zaměřením na matematiku a fyziku je nyní na gymnáziích mnoho tříd. V následující tabulce 14 jsou uvedeny všechny tyto školy (podle hlášení KV FO). U každé školy jsou uvedeny údaje o účasti žáků v 1. kole, o úspěšnosti v 1. kole, o úspěšnosti v 2. kole a o účasti a úspěšnosti v 3. kole. U některých škol chybějí údaje o účasti v 1. kole, je tam volná rubrika – žádané údaje KV FO nedodaly. U škol, u nichž nebyla některá třída se zaměřením pro MF zřízena, je křížek (pokud to bylo hlášeno), kde nebyl účastník nebo úspěšný řešitel, je pomlčka, a kde není hlášení od KV FO, je prázdné místo. V JČK, ZSK, StřSK a VSK nejsou třídy se zaměřením na MF. Ve VSK v Košicích ve Šmeralově ul. jsou matematické třídy. Bratislava nepodala hlášení, proto jsou rubriky prázdné.

TABULKA 14

Kraj	Škola	1. kolo				2. kolo				Celkem úsp. ve 2. kole	3. kolo						
		účastníků				úspěšných					A	úspěš- ných					
		A	B	C	D	A	B	C	D								
Praha	1 Štěpánská	3	3	6	3	3	3	6	2	2	1	1					
	2 Botičská	x	x	x	3	x	x	x	3	x	x	x					
	2 W. Piecka (MF a mat.)	6	3	6	5	6	3	2	3	3	3	3					
	3 Na Pražáče	x	x	x	1	x	x	x	—	x	—	—					
	3 Sladkovského n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—					
	4 Budějovické n.	2	3	—	6	2	1	—	3	1	1	—					
	4 Ohradní	—	2	—	x	1	x	—	x	—	—	—					
	4 Vítězná pláň	1	x	—	x	x	x	—	x	—	x	x					
	5 Nad Turbovou	x	—	—	—	x	—	—	—	x	—	—					
	5 Na Zatlance	x	—	—	—	x	—	—	—	x	—	—					
	5 Radotín	1	—	—	—	2	—	—	—	2	—	—					
	6 Arabská	4	—	—	3	x	—	x	—	1	x	—					
StřČ	6 Parléřova	x	—	—	x	12	14	15	—	8	10	12					
	7 Nad štolou	14	16	25	—	3	2	—	2	3	1	—					
	8 Libeň	4	11	—	4	—	—	—	—	—	—	—					
	9 nám. Lidových milic	2	—	—	—	2	x	—	—	x	—	—					
	9 Prosek	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—					
	10 Připotoční	1	x	1	—	—	—	—	—	—	—	—					
	10 Vodňanská	2	3	3	—	2	1	2	—	—	—	—					
	Brandýs n. L. - St. Boteslav	4	5	x	x	1	1	x	x	2	1	—					
	ZČ	Pízeň, nám. Odborářů	4	5	17	x	3	5	15	x	4	1	13	x	17	3	2
	SČ	Ústí nad Labem Liberec Teplice	—	—	—	—	—	1	5	—	—	1	1	—	2	5	1

VČ	Hradec Králové Pardubice	9 2 6 3 5 8 7 —	9 2 5 3 4 8 7 —	9 2 4 3 4 3 5 —	18 12	8 3	3 2
JM	Brno, Koněvova MF Brno, Koněvova progr. Brno, Lerchova Brno, Elgartova Brno, kpt. Jaroše, exp. M Brno, Křenová Brno, Slovanské nám.		1 9 — — 3 1 8 3 8 — 3 1 1 3 3 — 7 4 7 3 5 1 8 — — — — —	1 6 — — 1 1 5 3 1 — — — — 1 2 — 4 3 6 2 3 1 4 — — — — —	17 1 3 15 8 —	1 1 1 — — — 1 1 — — —	1 — — — 1 1 —
SM	Bilovec, matematická Frýdek-Místek Haviřov, RA Haviřov, Tajovského Karviná Olomouc-Hejčín Olomouc, J. z Poděbrad Opava Ostrava-Poruba 669 Rýmařov Valašské Meziříčí Vsetín	× 15 7 11 5 1 × × × × — 5 — 9 × × — 2 3 3 3 8 3 2 × × × 2 3 2 × × × 4 — × × × × 5 — 5 × × — × × × × × × 5 × × × × × 1 3 × × × ×	× 14 7 8 5 1 × × × × — 5 — 3 × × — 2 2 2 × × 2 3 2 × × × 4 2 2 × × × 3 — 2 × × × × × × × × × 3 3 × × × × 1 1 1 × × ×	× 7 6 6 — — × × × × — — — 2 × 2 — 1 2 2 2 2 1 2 × × × 4 — 2 × × × 4 — — × × × — 2 × × × × × × × × × × 2 × × × × × 1 1 1 × × ×	19 — — — — 7 5 5 6 6 4 4 2 2 — 2 2 2	× — × — — — —	× — × — — — —
Brati- slava	J. Hronca, Novohradská, ul. Červené armády, matematická			11 —	11 —	2 —	1 —
VS	Košice, Šmeralova ul., matematická			— — — —	—	—	—

Z tabulky je vidět, že nejúspěšnější byly třídy na gymnáziích (Bratislava není úplně zařazena).

1. Praha 7, Nad školou
2. Hradec Králové
3. Plzeň, nám. Odborářů
4. Bílovec
5. Brno, Koněvova
6. Brno, kpt. Jaroše
7. Pardubice
8. Praha 2, W. Piecka
9. Bratislava, Novohradská
10. Brno, Křenová
11. Praha 1, Štěpánská
12. Havířov
13. Olomouc-Hejčín

U dalších 34 škol byl počet úspěšných řešitelů ve 2. a 3. kole dohromady menší než 6.

Závěr

Závěrem je třeba poděkovat všem pracovníkům FO, kteří této náročné a důležité politickovýchovné práci obětují svůj volný čas.

II. ČÁST

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

1. Úlohy kategorie A

Úlohy a jejich řešení recenzovali doc. dr. Ladislav Thern a Mojmir Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhol doc. dr. Ladislav Thern)

Dva monočlánky s rovnakým elektromotorickým napätím U_e majú rozdielne vnútorné odpory R_1 a R_2 a sú spojené sériovo do batérie, ktorá napája spotrebič s odporom R , pričom svorkové napätie jednotlivých článkov sú U_1 a U_2 .

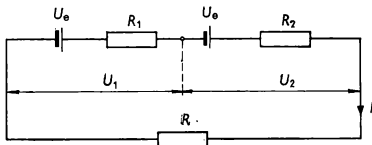
- Nakreslite schému zapojenia.
- Ak sú známe veličiny U_e , U_1 , U_2 a R , vypočítajte vnútorné odpory článkov a prúd v obvode.
- Aká je účinnosť batérie?
- Ak nahradíme druhý článok novým článkom s rovnakým elektromotorickým napätím, vzrastie prúd v obvode o p %. Ktoré iné veličiny ešte vzrástli a ktoré poklesli? Aké sú ich nové hodnoty? Ktorá vlastnosť nového článku mala vplyv na tieto zmeny?
- O koľko percent môže teoreticky najviac narásť prúd po výmene druhého článku?

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $U_e = 1,65$ V, $U_1 = 1,35$ V, $U_2 = 1,15$ V, $R = 2,50$ Ω , $p = 10,0$ %.

Jednotlivé výsledné vzťahy zoradíte v takej následnosti a dajte im taký tvar, aby číselný výpočet bol časove hospodárny.

Riešenie

a) Schéma zapojenia – obr. 1.



Obr. 1

b) Označme I prúd v obvode. Potom

$$U_1 = U_e - R_1 I ; \quad U_2 = U_e - R_2 I . \quad (1)$$

Pretože na spotrebiči je napätie $U_1 + U_2$, platí ďalej

$$U_1 + U_2 = RI . \quad (2)$$

Zo vzťahov (2), (1) vyjadríme

$$I = \frac{U_1 + U_2}{R} ; \quad R_1 = \frac{U_e - U_1}{I} ; \quad R_2 = \frac{U_e - U_2}{I} \quad (3)$$

a pre dané hodnoty $I = 1,00 \text{ A}$, $R_1 = 0,30 \, \Omega$, $R_2 = 0,50 \, \Omega$.

c) Spotrebič dostáva príkon $P_1 = RI^2$. Celkový výkon, ktorý články dávajú do obvodu, je $P_2 = (R + R_1 + R_2) I^2$, takže účinnosť batérie

$$\eta = \frac{R}{R + R_1 + R_2} . \quad (4)$$

Pretože v obvode pôsobí elektromotorické napätie $2U_e$ a celkový odpor obvodu je $R + R_1 + R_2$, platí tiež

$$2U_e = (R + R_1 + R_2) I. \quad (5)$$

Pomocou prvého zo vzťahov (3) a zo vzťahu (5) dostaneme dosadením do (4)

$$\eta = \frac{U_1 + U_2}{2U_e}$$

a pre dané hodnoty $\eta \doteq 75,8 \%$.

d) Po výmene druhého članku sa nezmenia iba veličiny U_e , R_1 , R . Ostatné veličiny sa zmenia, ich zmenené hodnoty označíme hviezdikami. Zavedeme označenie

$$1 + \frac{p}{100} = q > 1. \quad (6)$$

Podľa zadania

$$I^* = Iq > I. \quad (7)$$

Pretože prúd vzrástol, ale celkové elektromotorické napätie sa nezmenilo, je zrejmé, že sa celkový odpor obvodu zmenšil, takže $R_2^* < R_2$, lebo odpory R a R_1 sa nezmenili.

Svorkové napätie prvého članku sa zmení na

$$U_1^* = U_e - R_1 I^* = U_e - R_1 I - R_1 I(q - 1)$$

a s prihliadnutím k prvému zo vzťahov (1)

$$U_1^* = U_1 - R_1 I(q - 1) < U_1. \quad (8)$$

Svorkové napätie prvého članku sa teda zmenší.

Svorkové napätie druhého članku sa zmení na

$$U_2^* = R I^* - U_1^*.$$

Dosadením z (7) a (8) dostaneme, s prihliadnutím k (6)

$$U_2^* = R I - U_1 + (R + R_1) I(q - 1)$$

a pretože $U_2 = RI - U_1$, je

$$U_2^* = U_2 + (R + R_1) I(q - 1) > U_2 . \quad (9)$$

Svorkové napätie druhého článku sa teda zväčší.

Pre vnútorný odpor druhého článku platí

$$R_2^* = \frac{U_e - U_2^*}{I^*} ;$$

po dosadení zo (7) a (8) dostaneme s prihliadnutím k tomu, že

$$R_2 = \frac{U_e - U_2}{I} ;$$

$$R_2^* = \frac{R_2}{q} - (R + R_1) \frac{q - 1}{q} . \quad (10)$$

Pre účinnosť η^* platí teraz podľa (4)

$$\eta^* = \frac{R}{R + R_1 + R_2^*} > \eta ;$$

pretože $R_2^* < R_2$, účinnosť sa zväčší.

Dosadením z (10) určíme

$$\eta^* = \eta q .$$

Uvedené zmeny boli spôsobené výmenou druhého článku za článok s menším vnútorným odporom.

Pre dané hodnoty $I^* = 1,10 \text{ A}$, $U_1^* = 1,32 \text{ V}$, $U_2^* = 1,43 \text{ V}$, $R_2^* = 0,20 \Omega$, $\eta^* \doteq 83,3 \%$.

e) Prúd by vzrástol na najvyššiu možnú hodnotu $I_{\max}$, keby druhý článok mal zanedbateľný vnútorný odpor ($R_2 \doteq 0 \Omega$). Podľa (5) potom

$$I_{\max} = \frac{2U_e}{R + R_1} ;$$

veličina q by mala hodnotu

$$q_{\max} = \frac{I_{\max}}{I} = \frac{R + R_1 + R_2}{R + R_1} = 1 + \frac{R_2}{R + R_1}$$

a podľa (6)

$$p_{\max} = 100 \frac{R_2}{R + R_1} \cdot$$

Pre dané hodnoty $I_{\max} \doteq 1,18 \text{ A}$, $p_{\max} \doteq 18 \%$.

2. úloha (navrhol dr. Milan Marčok)

Sklená trubica so štvorcovým prierezom o strane d je ohnutá do tvaru obdĺžnika a naplnená elektricky vodivou kvapalinou hustoty ρ . Rovina obdĺžnikovej nádoby je zvislá a steny trubice majú polohu len zvislú, alebo vodorovnú. Časť spodnej vodorovnej vetvy zasahuje do homogénneho magnetického poľa indukcie $\mathbf{B}$, a to tak, že vektor $\mathbf{B}$ je kolmý na rovinu nádoby. V tejto časti trubice sú na jej vnútorných stenách umiestnené nad sebou vodorovne dve tenké rovinné elektródy tvaru štvorca o strane d , ktoré sú pripojené cez spínač S k zdroju Z konštantného prúdu. V jednej zvislej vetve nádoby je uzáver U . Pri zapnutí spínača prechádza elektrickým obvodom prúd I v takom smere, aby nastali javy, ktoré sú predmetom nasledujúcich úloh:

- Nech celý objem nádoby je vyplnený kvapalinou. Opíšte chovanie kvapaliny z mechanického hľadiska, ak otvoríme uzáver U a zapneme spínač S . Nakreslite obrázok zariadenia s úplným elektrickým obvodom.
- Nádoba je len čiastočne naplnená kvapalinou tak, že pri otvorení uzáveru U hladina kvapaliny siaha práve po kohútik uzáveru. Nad kvapalinou je plyn tlaku p a objemu V . Ak uzavrieme uzáver a potom zapneme spínač, nastane proces, ktorý výstižne opíšte. Určte tlak plynu v trubici po ustálení stavu. O teplote kvapaliny i plynu predpokladajte, že sa

nemenia. Nakreslite príslušný obrázok obdobne, ako v prípade a).

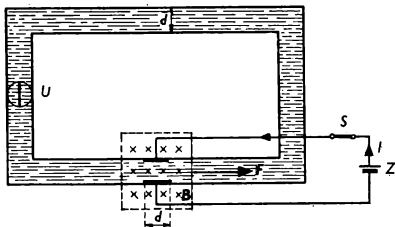
- c) Posúďte na základe výsledkov z bodu b), akú maximálnu hodnotu môže mať prúd, aby sa kvapalina nedostala ani do hornej vodorovnej vetvy nádoby, ani sa nestalo, že by vyplňovala spodnú vodorovnú vetvu nádoby iba čiastočne.

Predpokladajte, že vodivosť kvapaliny sa počas spomínaných dejov nemení a že kvapalina je ideálna.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $d = 1,0 \text{ cm}$, $\rho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $p = 1\,000 \text{ Pa}$, $I = 100 \text{ A}$, $B = 1,0 \text{ T}$, $V = 1,0 \text{ l}$.

Riešenie

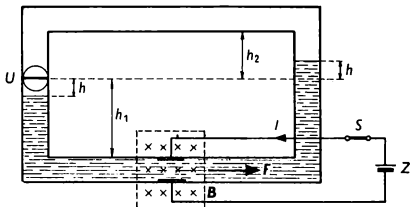
a) – obr. 2



Obr. 2

Na kvapalinu pôsobí po zapnutí spínača sila F veľkosti $F = BId$. Táto sila uvádza kvapalinu do rovnomerne zrýchleného prúdenia, pretože je to jediná sila, ktorá na ňu pôsobí; tiažové sily v obidvoch zvislých ramenách sa totiž navzájom kompenzujú a sily trenia tu nie sú – kvapalina je ideálna.

b) – obr. 3



Obr. 3

Sila F vyvoláva v kvapaline tlak

$$p_0 = \frac{F}{d^2} = \frac{BI}{d} . \quad (1)$$

Pod uzáverom klesne hladina kvapaliny o dĺžku h , v druhom zvislom ramene vystúpi o rovnakú dĺžku. Pod uzáverom je potom priestor obsahujúci len sýtu paru kvapaliny; k jej tlaku neprihliadame. Pomery sa ustália, keď hladiny klesnú popr. vystúpia o takú dĺžku h , že tlak p_0 je v rovnováhe so súčtom tlaku p_1 stlačeného plynu a hydrostatického tlaku kvapalinového stĺpca výšky $2h$:

$$p_0 = p_1 + 2h\rho g . \quad (2)$$

Pred zapnutím spínača mal plyn tlak p a objem V , teraz má tlak p_1 a objem $V - hd^2$ a teda

$$pV = p_1(V - hd^2) , \quad (3)$$

pretože dej v plyne môžeme považovať za izotermický.

Zo sústavy rovníc (2) a (3) vylúčime h , pričom pre p_1 dostaneme kvadratickú rovnicu

$$d^2 p_1^2 + (2g_0 V - d^2 p_0) p_1 - 2g_0 p V = 0,$$

ktorá má kladné riešenie

$$p_1 = \frac{-(2g_0 V - d^2 p_0) + \sqrt{(2g_0 V - d^2 p_0)^2 + 8g_0 p V d^2}}{2d^2},$$

kde tlak p_0 je daný vzťahom (1).

Pre dané hodnoty: $p_1 \doteq 1\,050$ Pa.

c) Označme h_1 vzdialenosť uzáveru od dolnej vodorovnej časti trubice, h_2 jeho vzdialenosť od hornej vodorovnej časti trubice (obr. 3). Menšiu z obidvoch hodnôt označíme h^* .

Zo vzťahu (3) dostaneme príslušnú hodnotu

$$p_1^* = \frac{pV}{V - h^* d^2},$$

potom z (2) vyjadríme odpovedajúcu hodnotu p_0^* a konečne zo vzťahu (1)

$$I_{\max} = \frac{p_0^* d}{B} = \frac{d}{B} \left(\frac{pV}{V - h^* d^2} + 2h^* g_0 \right).$$

3. úloha (navrhol Rastislav Baník)

Doskový vákuový kondenzátor sa skladá z dvoch štvorcových dosiek o stranách a , ktorých vzájomná vzdialenosť je d . Jedna doska kondenzátora je spojená cez spínač S s kladným pólom zdroja konštantného napätia U . Druhá doska je pripojená cez rezistor s odporom R na záporný pól zdroja. Dosky kondenzátora možno od seba odďalovať, pričom treba pôsobiť silou. Po načrtnutí schémy zapojenia určte:

- Akou silou sa priťahujú dosky kondenzátora v závislosti od ich vzájomnej vzdialenosti?
- Aká práca sa vykonala počas odďalovania dosiek na n -násobok ich pôvodnej vzdialenosti?

c) Ako sa zmenila energia kondenzátora oddialením dosiek na n -násobok ich pôvodnej vzdialenosti a v akej súvislosti je táto zmena energie s vykonanou prácou?

d) Aké teplo sa vyvinie v rezistore pri oddalovaní dosiek? Ktorá okolnosť vplýva podstatne na teplo vzniknuté v rezistore?

Úlohy a) až d) riešte v nasledujúcich prípadoch:

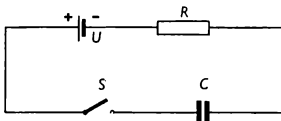
I. Kondenzátor bol po nabití odpojený od zdroja pred oddalovaním dosiek.

II. Kondenzátor zostal spojený so zdrojom aj pri oddalovaní dosiek.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: $a = 50,0$ cm, $d = 1,50$ mm, $U = 1\,000$ V, $R = 10,0$ k Ω , $n = 10$.

Riešenie

Schéma zapojenia – obr. 4



Obr. 4

Označme U_C napätie na kondenzátore, C jeho kapacitu, E veľkosť intenzity homogénneho elektrostatického poľa v dielektriku, ϵ_0 permitivitu vákua, Q náboj na kondenzátore.

Všeobecne platí

$$Q = CU_C ; \quad C = \epsilon_0 a^2 \frac{1}{d} ; \quad E = \frac{U_C}{d} . \quad (1)$$

a) Vyjdeme zo skutočnosti, že na elektrický náboj nemá silové účinky elektrické pole týmto nábojom vzbudené. Elektrostatické pole v kondenzátore je rovnakými dielmi zložené z polí pochádzajúcich od nábojov na obidvoch doskách.

Keby náboj Q bol v priestore medzi doskami, pôsobilo by na neho pole silou veľkosti QE . Na náboj sídliači na doske pôsobí však sila polovičnej veľkosti, pretože tento náboj sa z polovice podieľa na vzniku poľa v dielektriku. Príťažlivá sila pôsobiaca medzi doskami má teda veľkosť

$$F = \frac{1}{2} QE. \quad (2)$$

I. Ak vzťah (2) upravíme s použitím vzťahov (1), dostaneme

$$F = \frac{1}{2} Q \frac{1}{d} \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\varepsilon_0 a^2}. \quad (3)$$

Ak je kondenzátor odpojený od zdroja, nemení sa jeho náboj, takže podľa (3) má príťažlivá sila konštantnú veľkosť, nezávislú od vzájomnej vzdialenosti dosiek. Túto veľkosť stanovíme z (3), keď náboj Q vyjadríme pomocou vzťahov (1); dostaneme

$$F = \frac{1}{2} \varepsilon_0 a^2 U_C^2 \frac{1}{d^2}, \quad (4)$$

pričom pomer

$$\frac{U_C}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\varepsilon_0 a^2}$$

je konštantný, aj keď sa napätie na kondenzátore pri oddaľovaní dosiek zväčšuje.

Spočiatku, keď dosky mali vzájomnú vzdialenosť d , bolo na kondenzátore napätie U , takže platí podľa (4), ak označíme F_I veľkosť konštantnej príťažlivej sily:

$$F_I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 a^2 U^2 \frac{1}{d^2}; \quad (5)$$

pre dané hodnoty a $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ vychádza $F_I \doteq 492 \text{ mN}$.

II. Keď je kondenzátor pripojený k zdroju, potom zvyšovanie jeho napätia pri oddaľovaní dosiek spôsobuje v obvode prúd. Kondenzátor sa tým vybíja a jeho napätie sa vyrovnáva na hodnotu U napätia zdroja. Pre veľkosť F_{II} príťažlivej sily platí

$$F_{II} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 a^2 U^2 \frac{1}{d^2}, \quad (6)$$

teda vzťah zhodný s (5), ale pretože $U = \text{konšt.}$, klesá veľkosť príťažlivej sily medzi doskami nepriamo úmerne s druhou mocninou ich vzájomnej vzdialenosti. Pre dané hodnoty klesá z $F_1 \doteq 492 \text{ mN}$ na $F_2 \doteq 4,92 \text{ mN}$.

b) I. Práca A_I sa koná konštantnou silou F_I podľa (5) po dráhe dĺžky

$$s = nd - d = d(n - 1),$$

takže

$$A_I = K \frac{n - 1}{d}, \quad (7)$$

kde

$$K = \frac{1}{2} \varepsilon_0 a^2 U^2. \quad (8)$$

Pre dané hodnoty $K \doteq 1,107 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}^2$, $A_I \doteq 6,64 \text{ mJ}$.

II. Pretože veľkosť príťažlivej sily sa mení podľa (6), musíme prácu A_{II} vykonanú vonkajšou silou pri oddaľení dosiek stanoviť ako určitý integrál, pričom použijeme označenie (8):

$$A_{II} = \int_d^{nd} F_{II} dx = K \int_d^{nd} \frac{dx}{x^2} = K \frac{n - 1}{nd}. \quad (9)$$

Porovnaním so (7) zistíme, že

$$A_{II} = \frac{1}{n} A_I$$

a pre dané hodnoty $A_{II} \doteq 0,664 \text{ mJ}$.

c) I. Pred oddialením dosiek mal kondenzátor energiu

$$W_1 = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U .$$

Po oddialení dosiek sa náboj nezmenil, ale napätie sa zvýšilo na nU , pretože kapacita sa zmenšila na $\frac{C}{n}$. Kondenzátor má teraz energiu $W_2 = \frac{1}{2} Q n U$ a rozdiel energií je

$$\Delta W_I = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} Q U (n - 1) .$$

Náboj Q vyjadríme podľa prvého zo vzťahov (1) pre $U_C = U$ a použijeme označenie (8):

$$\Delta W_I = K \frac{n - 1}{d} > 0 ,$$

pre dané hodnoty $\Delta W_I \doteq 6,64 \text{ mJ}$.

Porovnaním so (7) zistíme, že $\Delta W_I = A_I$. Energia kondenzátora sa teda zvýšila o plnú hodnotu práce vykonanej pri oddalovaní jeho dosiek.

II. Na počiatku mal kondenzátor energiu $W'_1 = W_1 = \frac{1}{2} C U^2$.

Oddialením jeho dosiek sa jeho kapacita zmenšila na hodnotu $\frac{C}{n}$, ale napätie sa nezmenilo. Kondenzátor má teraz energiu

$W'_2 = \frac{1}{2} \frac{C}{n} U^2$ a rozdiel energií je

$$\Delta W_{II} = \frac{1}{2} C U^2 \left(\frac{1}{n} - 1 \right)$$

a s použitím (1) a (8)

$$\Delta W_{II} = -K \frac{n-1}{nd} < 0,$$

pre dané hodnoty $\Delta W_{II} \doteq -0,664 \text{ mJ}$.

Porovnaním s (9) zistíme, že $\Delta W_{II} = -A_{II}$. Energia kondenzátora teda klesla o $|\Delta W_{II}|$, napriek tomu, že pri oddiaľovaní dosiek bola vykonaná práca $A_{II} = |\Delta W_{II}|$. Z kondenzátora bola teda odčerpaná energia $\Delta W = 2|\Delta W_{II}|$. Túto energiu dostal zdroj, ak neuvažujeme ohrev rezistora. Náboj na kondenzátore klesol totiž o

$$\Delta Q = CU - \frac{C}{n} U = CU \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

a s použitím (1) pre $U_C = U$

$$\Delta Q = \varepsilon_0 a^2 U \frac{n-1}{nd}, \quad (10)$$

pre dané hodnoty $\Delta Q \doteq 1,33 \text{ } \mu\text{C}$.

Tento náboj prešiel do zdroja a zvýšil jeho energiu o

$$\Delta W_Z = U \cdot \Delta Q = 2K \frac{n-1}{nd} = 2|\Delta W_{II}|,$$

pre dané hodnoty $\Delta W_Z \doteq 1,33 \text{ mJ}$.

d) I. Keď je obvod rozpojený, neprechádza ním prúd, takže sa v rezistore teplo nevyvíja.

II. Prúd tečúci rezistorom je všeobecne premenný a jeho časový priebeh závisí od rýchlosti, s ktorú sú dosky oddiaľované. Pretože táto rýchlosť nie je v zadaní uvedená, budeme počítať s priemernou hodnotou I prúdu, ktorý preniesol náboj daný vzťahom (10) za dobu Δt , počas ktorej boli dosky oddiaľované, takže platí

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t \quad \text{čiže} \quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

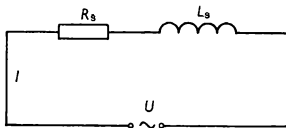
V rezistore sa tým vyvinie teplo

$$W_Q = RI^2 \cdot \Delta t = R \frac{(\Delta Q)^2}{\Delta t}.$$

Na vyvinuté teplo má tedy vplyv doba, počas ktorej sú dosky odďaľované. Pre $\Delta t \rightarrow \infty$ je $W_Q \rightarrow 0$. Ak je doba Δt dostatočne dlhá v porovnaní s časovou konštantou τ obvodu ($\tau = RC$), je $W_Q \ll |\Delta W_{II}|$. Napr. pre $\Delta t = 1,5 \text{ ms} \doteq 100\tau$, je $W_Q \doteq 12 \mu\text{J}$, čo je hodnota činiaca len asi 2 % z hodnoty $|\Delta W_{II}| \doteq 664 \mu\text{J}$.

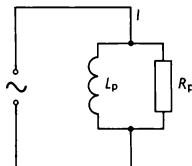
4. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Obvod podľa obr. 5 je sestavený z rezistoru o odporu R_s a cívky o indukčnosti L_s . Pri pripojení ke zdroji harmonického striedavého napätia U o úhlovom kmitočte ω jím protéká prúd I .



Obr. 5

- Stanovte odpor R_p a indukčnosť L_p v obvode podľa obr. 6 tak, aby pri pripojení k témuž zdroji protiekal obvodom rovnaký prúd a aby i fázové posunutí medzi napätím a prúdom bolo v oboch prípadoch rovnaké.
- Podľa výsledkov ukážte, že pri $\frac{\omega L_s}{R_s} \gg 1$ je $L_p \approx L_s$ a že odpor R_p je približne nepriamo úmerný odporu R_s .



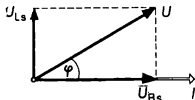
Řešení

Obr. 6

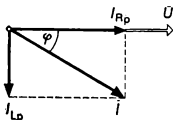
a) Pro obvod podle obr. 5 platí vektorový diagram podle obr. 7, v němž U_{Rs} značí napětí na rezistoru, U_{Ls} napětí na cívce. Platí zde

$$U_{Rs} = R_s I, \quad U_{Ls} = \omega L_s I, \\ U^2 = I^2(R_s^2 + \omega^2 L_s^2), \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_s}{R_s}. \quad (2)$$



Obr. 7



Obr. 8

Pro obvod podle obr. 6 platí vektorový diagram podle obr. 8, v němž I_{Rp} značí proud protékající rezistorem, I_{Lp} proud protékající cívkou. Platí zde

$$I_{Rp} = \frac{U}{R_p}, \quad I_{Lp} = \frac{U}{\omega L_p}, \\ I^2 = U^2 \left(\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{\omega^2 L_p^2} \right), \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_p}{\omega L_p} . \quad (4)$$

Z (1) a (3) dostaneme

$$\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{\omega^2 L_p^2} = \frac{1}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2} \quad (5)$$

a z (2) a (4)

$$\frac{R_p}{\omega L_p} = \frac{\omega L_s}{R_s} . \quad (6)$$

Ze vztahů (5) a (6) vyjádříme po úpravě

$$L_p = L_s \left(1 + \frac{R_s^2}{\omega^2 L_s^2} \right) , \quad (7)$$

$$R_p = R_s \left(1 + \frac{\omega^2 L_s^2}{R_s^2} \right) . \quad (8)$$

b) Pro $\frac{\omega L_s}{R_s} \gg 1$ je zřejmé ze (7), že $L_p \approx L_s$.

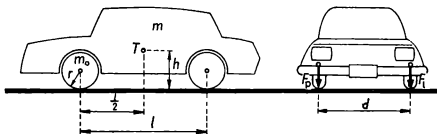
Z (8) vidíme, že

$$R_p \approx \frac{\omega^2 L_s^2}{R_s} ,$$

a poněvadž ω , L_s jsou dané konstanty, je skutečně odpor R_p přibližně nepřímo úměrný odporu R_s .

5. úloha (navrhl doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc.)

Osobní automobil hmotnosti m projíždí rychlostí v levotočivou neklopenou zatáčku poloměru R . Těžiště automobilu (obr. 9) je uprostřed rozvoru l ve výšce h nad vozovkou. Rozchod d předních i zadních kol je stejný. Kolo má poloměr r a spolu s rotujícími částmi (např. bubny brzd) hmotnost m_0 .



Obr. 9

Vypočtete:

- Síly F_l a F_p , kterými působí levé a pravé kolo na vozovku.
- Kritickou rychlost v_k automobilu, při které styková síla mezi kolem a vozovkou na jedné straně vozidla je nulová.

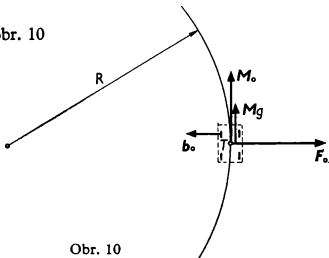
Jakou silou působí kola na vozovku na druhé straně vozidla?

Při výpočtu uvažujte vedle odstředivých sil také gyroskopický jev. Moment setrvačnosti kola počítejte zjednodušeně jako u kruhové desky.

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $m = 1\,100\text{ kg}$, $v = 65,0\text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $R = 40,0\text{ m}$, $l = 2\,400\text{ mm}$, $h = 480\text{ mm}$, $d = 1\,250\text{ mm}$, $r = 300\text{ mm}$, $m_0 = 16,0\text{ kg}$.

Řešení

a) – obr. 10



Obr. 10

V těžišti T působí odstředivá setrvačná síla o velikosti $F_0 = \frac{mv^2}{R}$ na rameni délky h momentem o velikosti $M_0 = F_0 h$.

Celkový moment hybnosti kol má velikost

$$b = 4b_0 = 4I\omega = 4 \cdot \frac{1}{2} m_0 r^2 \frac{v}{r} = 2m_0 r v.$$

Gyroskopický moment kol je

$$\mathbf{M}_g = \mathbf{b} \times \boldsymbol{\omega}_v,$$

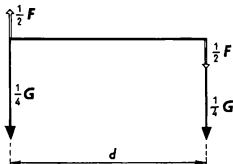
kde $\omega_v = \frac{v}{R}$ je velikost úhlové rychlosti vozidla v zatáčce. Pro velikost tohoto momentu dostaneme

$$M_g = \frac{2m_0 r v^2}{R}.$$

Oba momenty M_0 a M_g mají stejný směr a stejnou orientaci; mají tendenci vyklopit vozidlo ze zatáčky. Celkový moment o velikosti $M = M_0 + M_g$ můžeme nahradit dvojicí sil F na rameni délky d , přičemž

$$F = \frac{M}{d} = \frac{v^2(mh + 2m_0 r)}{Rd}. \quad (1)$$

Na každém kole se uplatní polovina síly F a čtvrtina tíhové síly G ; tyto dvě síly se na pravé straně sčítají a na levé odečítají (obr. 11):



Obr. 11

$$F_1 = \frac{G}{4} - \frac{F}{2}, \quad F_p = \frac{G}{4} + \frac{F}{2},$$

pro dané hodnoty $F_1 \doteq 944 \text{ N}$, $F_p \doteq 4\,450 \text{ N}$.

b) Kritická situace nastane na levé straně vozidla při takové rychlosti v_k , při níž $F_1 = 0$, neboli $G = 2F$. Po dosazení z (1)

$$mg = \frac{2v_k^2(mh + 2m_0r)}{Rd}$$

a odtud

$$v_k = \sqrt{\frac{mgRd}{2(mh + 2m_0r)}}.$$

Na pravá kola bude pak působit síla o velikosti

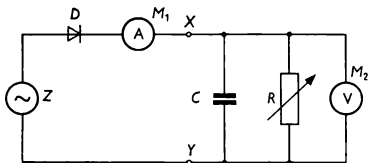
$$F'_p = \frac{G}{2} = \frac{mg}{2}.$$

Pro dané hodnoty $v_k \doteq 22,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 80,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $F_p \doteq 5\,040 \text{ N}$.

6. úloha (navrhl Mojmír Simerský)

Měření zatěžovacích charakteristik síťového usměrňovače

Úvod – obr. 12



Obr. 12

Zatěžovací (pracovní) charakteristika usměrňovače je graf funkce $U = f(I)$, kde U značí stejnosměrné napětí na spotřebiči o odporu R měřené voltmetrem M_2 , I stejnosměrný proud protékající spotřebičem a měřený miliampérmetrem M_1 . Obvod je napájen ze zdroje Z stálého harmonického střídavého napětí. Proud je usměrňován diodou D . Kondenzátor C připojený paralelně ke spotřebiči má potlačovat střídavé složky, které „zvlňují“ usměrňené napětí.

Pomůcky:

- Z ... zdroj stálého střídavého napětí o efektivní hodnotě aspoň 20 V a kmitočtu 50 Hz,
- D ... křemíková (nebo i germaniová) dioda, jejíž přípustný proud v propustném směru je aspoň 0,3 A a jejíž přípustné napětí v závěrečném směru je aspoň čtyřnásobkem efektivní hodnoty použitého střídavého napětí,
- R ... reostat s vhodným maximálním odporem a přípustným proudem aspoň 0,2 A,
- C ... kondenzátory o různých kapacitách (doporučené hodnoty: 2 μF , 4 μF , 8 μF , 16 μF , popř. i větší),
- M_1 ... miliampérmetr (např. avomet),
- M_2 ... voltmetr (např. avomet).

Úkoly:

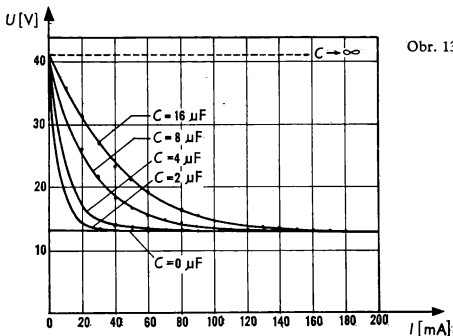
1. Sestavte obvod podle obr. 12. Nepřipojujte mezi svorky X , Y spotřebič ani kondenzátor.
2. Změřte napětí U_{max} mezi svorkami ($I = 0 \text{ mA}$).
3. Ke svorkám X , Y připojte spotřebič (reostat) a postupně nastavujte proudy v intervalu $0 \text{ mA} < I < 200 \text{ mA}$, s krokem nejlépe 10 mA, a ke každé nastavené hodnotě proudu I přečtěte odpovídající napětí U . Výsledky zapište do tabulky

- a znázorníte graficky. Ke křivce (zatěžovací charakteristice pro $C = 0 \mu\text{F}$) přište parametr $C = 0 \mu\text{F}$.
4. Měření podle bodů 2 a 3 opakujte s různými kapacitami kondenzátoru C , výsledky znázorníte graficky, ke každé křivce přište kapacitu použitého kondenzátoru (např. $C = 2 \mu\text{F}$ apod.).
 5. Vysvětlete (na základě fyzikálních úvah) odlišnosti v průbězích změřených závislostí, zejména však výraznou odlišnost křivky pro $C = 0 \mu\text{F}$ a křivek pro $C > 0 \mu\text{F}$.
 6. Usuďte, jak by grafy probíhaly při zvětšování kapacity C až do $C \rightarrow \infty$. Vysvětlete.

Řešení

Při měření byla použita křemíková dioda typu KY 705. Zdrojem střídavého napětí byl transformátor, který na sekundární straně dával napětí o efektivní hodnotě asi 29 V.

Naměřené hodnoty jsou sestaveny v tabulce 15, příslušné grafy jsou na obr. 13.



TABULKA 15

	$C = 0 \mu\text{F}$	$C = 2 \mu\text{F}$	$C = 4 \mu\text{F}$	$C = 8 \mu\text{F}$	$C = 16 \mu\text{F}$
$I \text{ (mA)}$	$U \text{ (V)}$	$U \text{ (V)}$	$U \text{ (V)}$	$U \text{ (V)}$	$U \text{ (V)}$
0	13,0	39,0	39,5	40,5	41,0
10	13,0	16,0	24,0	33,0	36,0
20	13,0	13,5	15,5	26,0	31,0
30	13,0	13,0	14,0	21,0	27,0
40	12,8	13,0	13,5	17,5	22,5
50	12,8	12,9	13,2	16,0	20,5
60	12,8	12,8	13,0	14,8	18,5
70	12,7	12,8	12,9	14,2	16,7
80	12,6	12,7	12,8	13,8	15,7
90	12,6	12,7	12,7	13,5	15,0
100	12,5	12,6	12,6	13,2	14,5
110	12,5	12,5	12,5	13,0	14,1
120	12,5	12,5	12,5	12,8	13,8
130	12,5	12,5	12,5	12,6	13,5
140	12,4	12,4	12,4	12,5	13,2
150	12,3	12,3	12,3	12,4	13,0
160	12,3	12,3	12,3	12,3	12,9
170	12,2	12,2	12,2	12,2	12,7
180	12,2	12,2	12,2	12,2	12,6
190	12,1	12,1	12,1	12,1	12,5
200	12,0	12,0	12,0	12,0	12,4

Při $C = 0 \mu\text{F}$ klesá napětí při zvětšování odebíraného proudu jen velmi málo, poněvadž použitá dioda má v propustném směru velmi malý odpor, rovněž tak i sekundární vinutí transformátoru. Celkový vnitřní odpor usměrňovače je tedy malý, proto je malý i úbytek napětí na něm a svorkové napětí je i při odběru proudu téměř tak velké jako při chodu naprázdno.

Poněvadž jde o jednocestný usměrňovač, je napětí naprázdno rovno polovině střední hodnoty použitého harmonického napětí, což při efektivní hodnotě asi 29 V odpovídá hodnotě

$$U_{\max} = \frac{29}{\pi} \sqrt{2} \text{ V} \doteq 13,0 \text{ V}.$$

Je-li k výstupním svorkám připojen kondenzátor, pak napětí na něm se při dokonalém chodu naprázdno ustálí na hodnotě rovné amplitudě střídavého napětí, v našem případě tedy $29 \sqrt{2} \text{ V} \doteq 41 \text{ V}$. Poněvadž však voltmetr má vlastní spotřebu a kondenzátory (zejména elektrolytické) nejsou ideální, nelze chod naprázdno přesně uskutečnit. Proto byly při $I = 0 \text{ mA}$ naměřeny hodnoty o něco menší než 41 V. Vliv vlastní spotřeby a popř. svodu v kondenzátoru je tím menší, čím větší kapacitu má kondenzátor, neboť tím pomaleji se kondenzátor vybíjí v dobách, kdy ventil je uzavřen, tj. v dobách mezi proudovými pulsy, jimiž je kondenzátor přes otevřený ventil nabíjen. Z tohoto důvodu také zpočátku při zvětšování odebíraného proudu klesá svorkové napětí tím pomaleji, čím větší kapacitu má kondenzátor. Při větším odběru nemůže ovšem kondenzátor již dobře plnit svou funkci, tj. dodávat do spotřebiče proud, když je ventil uzavřen, takže svorkové napětí je pak téměř stejné jako při $C = 0 \mu\text{F}$. Tento stav nastane při proudu tím větším, čím větší je kapacita kondenzátoru. Tím je vyložen průběh křivek na obr. 13.

Při $C \rightarrow \infty$ by vybíjení kondenzátoru bylo nekonečně pomalé (časová konstanta $\tau = RC \rightarrow \infty$), na výstupních svorkách by bylo konstantní napětí (v našem případě asi 41 V) při jakém-

koli (konečném) odebíraném proudu. V obr. 13 je to znázorněno čárkovanou vodorovnou polopřímkou.

7. úloha (navrhol dr. Arpád Kecskés, CSc.)

Dve tenké spojky tvoria centrovanú sústavu šošoviek. Ich vzdialenosť je $d < f_1 < f_2$, kde f_1 je ohnisková vzdialenosť prvej šošovky, bližšej k predmetu, f_2 je ohnisková vzdialenosť druhej šošovky.

Túto sústavu možno približne nahradiť jedinou spojkou, ktorej poloha i ohnisková vzdialenosť závisia okrem parametrov d, f_1, f_2 aj od polohy predmetu voči sústave šošoviek.

Od náhradnej šošovky požadujeme, aby vytvorila obraz na tom istom mieste ako sústava a mala aj rovnaké zväčšenie. Jej poloha nech je určená vzdialenosťou y od druhej šošovky, meranou smerom k predmetu. Ohniskovú vzdialenosť náhradnej šošovky označme f .

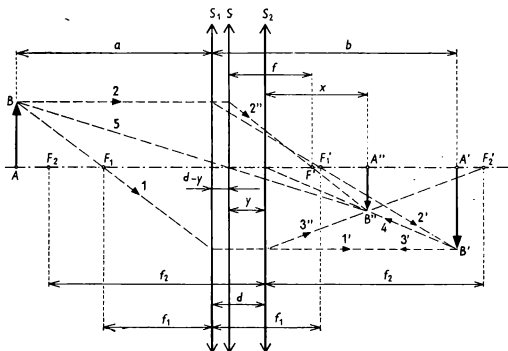
Vykonajte postupne nasledujúce úlohy:

- Vyhotovte prehľadný rovinný náčrtok sústavy pri hodnotách: $f_1 = 5$ cm, $f_2 = 10$ cm, $d = 2,5$ cm. Predmetom nech je úsečka AB dĺžky 3 cm, kolmá na optickú os, s bodom A na osi, umiestená vo vzdialenosti 9 cm od prvej šošovky.
- Nájdite konštrukciou obraz $A'B'$ úsečky AB , vytvorený len prvou šošovkou, a napíšte príslušné vzťahy.
- Nájdite konštrukciou obraz $A''B''$ úsečky AB , vytvorený sústavou obidvoch šošoviek a jeho vzdialenosť od druhej šošovky označte x .
- Určte vzhľadom na druhú šošovku súvislosť medzi obrazmi $A'B'$ a $A''B''$ a napíšte príslušné vzťahy.

- e) Napíšte vzťahy, ktoré vyjadrujú požiadavky kladené na náhradnú šošovku.
- f) Získané všeobecné rovnice použite postupne na číselný výpočet hodnôt y a f pre niektoré vybrané vzdialenosti a predmetu od prvej šošovky. Počítajte pre hodnoty: $a = 9 \text{ cm}$, 5 cm , 4 cm a ∞ . Ostatné potrebné hodnoty vezmite z bodu a). Tieto hodnoty považujte za „absolútne presné“, výsledky výpočtu stačia s presnosťou na tri miesta.

Riešenie

a) – obr. 14



Obr. 14

Na optickej osi zvolíme bod A a zostrojíme úsečku AB dĺžky 3 cm. Vpravo vo vzdialenosti $a = 9$ cm je šošovka S_1 , jej ohniská F_1 , F'_1 sú vo vzdialenostiach $f_1 = 5$ cm od šošovky. Ďalej vpravo od šošovky S_1 vo vzdialenosti $d = 2,5$ cm je šošovka S_2 , jej ohniská F_2 a F'_2 sú vo vzdialenostiach $f_2 = 10$ cm.

b) Ku konštrukcii bodu B' použijeme lúče 1 1' a 2 2'. Lúč 1 vychádza z bodu B a ide bodom F_1 , za šošovkou S_1 pokračuje ako 1' rovnobežne s optickou osou. Lúč 2 ide z bodu B rovnobežne s optickou osou, za šošovkou S_1 pokračuje ako 2' prechádzajúci ohniskom F_1 . Bod B' nájdeme ako priesečník lúčov 1' a 2'. Vzdialenosť bodu B' od šošovky S_1 označíme b .

Potrebné vzťahy sú: šošovková rovnica

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1} \quad (1)$$

a úmera pre zväčšenie

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a} \quad (2)$$

c) Po vložení druhej šošovky S_2 do dráhy lúčov, ktoré už prešli prvou šošovkou, by tieto lúče zmenili svoj smer a vytvorili obraz B'' bodu B . Keby sme bod B'' považovali za predmetový bod pre šošovku S_2 , potom lúče, ktoré sa predtým v ňom zbíjali, by teraz postupovali opačnými smermi a po priechode šošovkou S_2 by pokračovali po priamých dráhach, ktoré podľa bodu b) vytvorili obraz B' . Bod B' je teda vzhľadom k šošovke S_2 zdanlivým obrazom bodu B'' .

Bodom B' vedieme lúč 3' $\equiv$ 1' rovnobežne s optickou osou, ktorý po priechode šošovkou S_2 v spätnom predĺžení prechádza ako 3'' ohniskom F'_2 . Ďalej vedieme bodom B' lúč 4 prechádzajúci stredom šošovky S_2 . Bod B'' nájdeme ako priesečník lúčov 3'' a 4.

d) Pretože ide o zdanlivý obraz, platí šošovková rovnica

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{b-d} = \frac{1}{f_2} \quad (3)$$

a úmera pre zväčšenie

$$\frac{A''B''}{A'B'} = \frac{x}{b-d} . \quad (4)$$

e) Stred náhradnej šošovky S nájdeme ako priesečník optickej osi so spojnicou 5 bodov B, B'' . Ohnisko F' náhradnej šošovky zostrojíme takto: Lúč 2 predĺžime až k priesečníku s náhradnou šošovkou, tento priesečník spojíme lúčom 2'' s bodom B'' . Lúč 2'' pretína optickú os sústavy v bode F' . Jeho vzdialenosť od náhradnej šošovky S určuje ohniskovú vzdialenosť tejto šošovky. Pre náhradnú šošovku platia vzťahy

$$\frac{1}{a+d-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{f} , \quad (5)$$

$$\frac{AB}{A''B''} = \frac{a+d-y}{x+y} . \quad (6)$$

f) Pre danú hodnotu predmetovej vzdialenosti a dáva vzťah (1) príslušnú hodnotu

$$b = \frac{af_1}{a-f_1} ,$$

ktorú dosadíme do (3) a vyjadríme

$$x = \frac{f_2(b-d)}{b-d+f_2} .$$

Vynásobením (2), (4), (6) dostaneme

$$\frac{bx(a+d-y)}{a(b-d)(x+y)} = 1 . \quad (7)$$

Zavedieme označenie

$$K = \frac{bx}{a(b-d)} . \quad (8)$$

Zo vzťahu (7) potom dostaneme

$$K = \frac{x+y}{a+d-y}$$

a odtiaľ

$$y = \frac{K(a+d) - x}{1+K} , \quad (9)$$

pričom

$$1+K = \frac{a+d+x}{a+d-y} . \quad (10)$$

Z (5) vyjadríme

$$f = \frac{(a+d-y)(x+y)}{a+d+x}$$

a s použitím (10)

$$f = \frac{x+y}{1+K} .$$

TABUĽKA 16

a (cm)	9	5	4	∞
b (cm)	11,25	∞	-20,0	5,00
x (cm)	4,67	10,0	18,0	2,00
$K+1$	1,67	3,00	5,00	1,00
y (cm)	1,80	1,67	1,60	2,00
f (cm)	3,88	3,89	3,92	4,00

Pre zadané hodnoty vzdialenosti a a pre hodnoty uvedené v časti a) sú vypočítané hodnoty zostavené v tabuľke 16; hodnoty v 3. a 5. stĺpci boli vypočítané ako limity pre $b \rightarrow \infty$ popr. $a \rightarrow \infty$. Rovnica (7) dáva pre $a \rightarrow \infty$ vzťah

$$\frac{bx}{(b-d)(x+y)} = 1.$$

Z tohoto vzťahu potom dostaneme

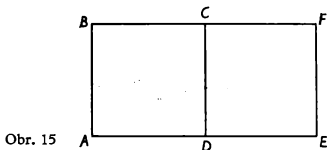
$$y = \frac{xd}{b-d}. \quad (11)$$

Vzťah (9) pre výpočet hodnoty y sa nedá bez úpravy použiť, pretože v čitateli je a . Je lepšie použiť súčin Ka , v ktorom pre $a \rightarrow \infty$ platí súčasne $K \rightarrow \infty$. Preto za súčin Ka treba dosadiť zo vzťahu (8) výraz $\frac{bx}{b-d}$ a až potom možno vo výpočte pokračovať. Táto cesta vedie ovšem tiež k výrazu (11).

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Dvě skleněné krychle stejných rozměrů jsou dokonale k sobě přitisknuty jednou dvojicí stěn. Jejich indexy lomu vzhledem ke vzduchu jsou n_1 a n_2 , $n_2 > n_1$. Rovinný řez krychlemi kolmý k vzájemně přitisknutým stěnám je znázorněn na obr. 15. V této



Obr. 15

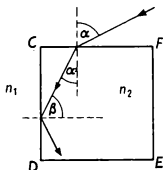
rovině dopadá paprsek monochromatického světla na stěnu CF s úhlem dopadu α . Po lomu dopadá na rozhraní CD obou krychlí.

- Určete úhel dopadu β tohoto paprsku na rovinu rozhraní.
- Určete meze úhlu β , pro který nastane úplný odraz paprsku na rozhraní obou krychlí. Určete odpovídající meze úhlu dopadu α .

Řešte úlohu nejprve obecně, potom pro $n_1 = 1,51$ a $n_2 = 1,62$.

Řešení

Označme α' úhel lomu na rovinném rozhraní CF pravé krychle a vzduchu (obr. 16). Pak platí



Obr. 16

$$\sin \alpha = n_2 \sin \alpha' = n_2 \cos \beta ,$$

protože $\alpha' + \beta = 90^\circ$. Odtud:

$$\text{a) } \cos \beta = \frac{\sin \alpha}{n_2} .$$

b) Pro mezní úhel β_m na rozhraní CD platí $n_2 \sin \beta_m = n_1$ a úplný odraz nastává pro úhly $\frac{\pi}{2} > \beta > \beta_m$, pro které

$$\sin \beta > \frac{n_1}{n_2} .$$

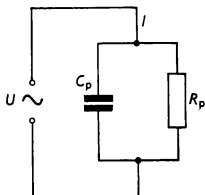
Pro mezný úhel α_m na rozhraní CF dostaneme použitím předcházejících vztahů

$$\sin \alpha_m = \sqrt{n_2^2 - n_1^2},$$

takže úplný odraz nastává na rozhraní CD , když $\sin \alpha < \sin \alpha_m$, neboli pro úhly $0 < \alpha < \alpha_m$.

Po dosazení číselných hodnot pro n_1 a n_2 dostaneme, že úplný odraz bude pro úhly β z intervalu $90^\circ > \beta > 68^\circ 46'$, resp. pro úhly α z intervalu $0^\circ < \alpha < 35^\circ 56'$.

2. úloha (navrhl Mojmír Simerský)



Obr. 17

Obvod podle obr. 17 je sestaven z kondenzátoru o kapacitě C_p a rezistoru o odporu R_p . Při připojení ke zdroji harmonického střídavého napětí U o úhlovém kmitočtu ω jím protéká proud I_b .

- Stanovte kapacitu C_s a odpor R_s v obvodu podle obr. 18 tak, aby při připojení k témuž zdroji protékal obvodem týž proud a aby i fázové posunutí mezi napětím a proudem bylo v obou případech stejné.

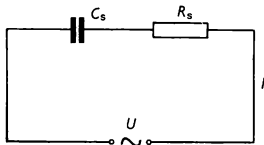
- b) Podle výsledků ukažte, že při $\omega R_p C_p \gg 1$ je $C_s \approx C_p$ a že přibližně je $R_s \sim \frac{1}{R_p}$.

Řešení

a) Pro obvod na obr. 17 platí vektorový diagram podle obr. 19, v němž I_{Cp} značí proud tekoucí kondenzátorem, I_{Rp} proud tekoucí rezistorem. Platí zde $I_{Rp} = \frac{U}{R_p}$, $I_{Cp} = \omega U C_p$,

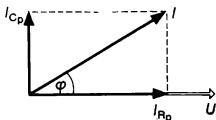
$$I^2 = U^2 \left(\frac{1}{R_p^2} + \omega^2 C_p^2 \right), \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega R_p C_p. \quad (2)$$



Obr. 18

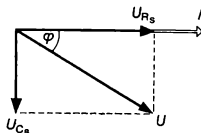
Pro obvod na obr. 18 platí vektorový diagram podle obr. 20, v němž U_{Rs} značí napětí na odporu, U_{Cs} napětí na kondenzátoru. Platí zde $U_{Rs} = IR_s$, $U_{Cs} = \frac{I}{\omega C_s}$,



Obr. 19

$$U^2 = I^2 \left(R_s^2 + \frac{1}{\omega^2 C_s^2} \right), \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega R_s C_s}. \quad (4)$$



Obr. 20

Z (1) a (3) dostaneme

$$\frac{1}{R_p^2} + \omega^2 C_p^2 = \frac{\omega^2 C_s^2}{1 + \omega^2 R_s^2 C_s^2} \quad (5)$$

a z (2) a (4)

$$\omega R_s C_s = \frac{1}{\omega R_p C_p}. \quad (6)$$

Ze vztahů (5) a (6) vyjádříme

$$C_s = C_p \left(1 + \frac{1}{\omega^2 R_p^2 C_p^2} \right), \quad (7)$$

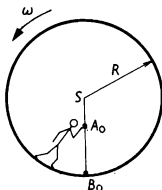
$$R_s = \frac{R_p}{1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2}. \quad (8)$$

b) Pro $\omega R_p C_p \gg 1$ je podle (7) a (8) zřejmé, že

$$C_s \approx C_p \quad \text{a že} \quad R_s \approx \frac{1}{\omega^2 C_p^2 R_p}.$$

Poněvadž ω , C_p jsou dané konstanty, je skutečně odpor R_s přibližně nepřímo úměrný odporu R_p , tj. že $R_s \sim \frac{1}{R_p}$.

3. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)



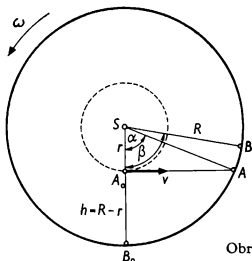
Obr. 21

Na obr. 21 je schematicky znázorněn příčný řez kosmickou lodí tvaru kruhového válce o poloměru R , rotující kolem podélné osy konstantní úhlovou rychlostí ω .

- Pozorovatel uvnitř nehybně drží kuličku o hmotnosti m v místě A_0 ve vzdálenosti $r = SA_0$ od osy lodí. Vysvětlete, proč pozorovatel pociťuje sílu F , kterou kulička tlačí na jeho ruku. Určete velikost i orientaci této síly pro libovolný bod poloměru SA_0B_0 včetně koncových bodů S a B_0 .
- Pozorovatel vypustí z ruky v místě A_0 kuličku s nulovou počáteční rychlostí vzhledem ke kosmické lodi. Popište pohyb kuličky z hlediska pozorovatele, který je mimo rotující kosmickou loď.
- Popište pohyb kuličky z hlediska pozorovatele v kosmické lodi. Určete místo dopadu kuličky na vnitřní stěnu lodí. Řešte nejprve obecně, potom pro $R = 10$ m, $A_0B_0 = 2,0$ m.

Řešení

- Kulička držená pozorovatelem uvnitř lodí se pohybuje spolu s kosmickou lodí také úhlovou rychlostí ω po kružnici



Obr. 22

o poloměru $r = SA_0$ (obr. 22), a má proto dostředivé zrychlení $a = -\omega^2 r$. Toto zrychlení je vyvoláno dostředivou silou $F = -mr\omega^2$, kterou působí pozorovatel na kuličku. (Znaménko „—“ znamená, že zrychlení i síla mají opačnou orientaci než poloměr, tj. do středu S kružnice. Jde-li jen o velikost poloměru, zrychlení i síly, není znaménko „—“ nutné.) Ve smyslu zákona akce a reakce působí i kulička na ruku pozorovatele stejně velkou silou, ale opačné orientace, tj. odstředivou silou. Pocit pozorovatele je podobný jako v tíhovém poli, když drží nějaké těleso. Je tu zdání, že na tělesa v rotující soustavě působí odstředivá síla, která je přímo úměrná vzdálenosti od osy rotace a je orientována souhlasně s poloměrem. V bodě S je tato síla nulová a největší je v bodě B_0 na vnitřní stěně (na „podlaze“) kosmické lodi.

b) V okamžiku uvolnění má kulička rychlost $v = r\omega$ ve směru tečny předešlé kruhové dráhy a pak se touto rychlostí pohybuje dál přímočaře a rovnoměrně, až dopadne na vnitřní stěnu lodi v bodě A ve vzdálenosti $A_0A = r \operatorname{tg} \alpha$. Na tuto vzdálenost potřebuje kulička dobu

$$t = \frac{A_0A}{v} = \frac{r \operatorname{tg} \alpha}{r \omega} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\omega},$$

takže

$$\operatorname{tg} \alpha = \omega t = \beta ,$$

kde β je úhel, o který se loď otočila za dobu t , čímž i bod B_0 se dostal do nové polohy B .

Z oblouků $\widehat{B_0B} = R\beta$ a $\widehat{B_0A} = R\alpha$ je první delší, a tedy bod dopadu A je vnitřním bodem oblouku $\widehat{B_0B}$, neboť platí

$$\widehat{AB} = \widehat{B_0B} - \widehat{B_0A} = R(\beta - \alpha) = R(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) > 0 ,$$

protože $\operatorname{tg} \alpha > \alpha$ pro $\alpha > 0$.

c) Pozorovatel v kosmické lodi bude po vypuštění kuličky ze své ruky konstatovat, že kulička se nepohybuje po přímé dráze A_0B_0 , tj. ve směru předtím určené odstředivé síly, ale po jakési křivce, jako by na kuličku při jejím pohybu působila ještě další síla kolmá na dráhu, která ji vychyluje. Rozumné a zároveň jednoduché vysvětlení pro tento jev dostane vnitřní pozorovatel až potom, když přijde na myšlenku předpokládat, že jeho „svět“ se pohybuje tak, jak to vidí vnější pozorovatel podle bodu b). Pak také polohu bodu A , resp. vzdálenost $\widehat{AB}$, měřenou po oblouku na vnitřní stěně lodi, určí ve smyslu vztahu $\widehat{AB} = R(\operatorname{tg} \alpha - \alpha)$. Bod B je však pro vnitřního pozorovatele identický s bodem B_0 . Poněvadž vnitřní pozorovatel nemůže přímo pozorovat úhel α , je pro něj účelnější zavést do vztahu pro $\widehat{AB}$ např. „výšku“ nad „podlahou“, tj. vzdálenost A_0B_0 . Označme $h = A_0B_0$; potom platí

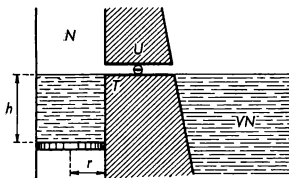
$$r = R - h , \quad A_0A = r \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{R^2 - r^2} ,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{(R-r)(R+r)}}{r} = \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h} .$$

Pro $h = 2,0$ m, $R = 10$ m dostaneme $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$, $\alpha \doteq 36^\circ 53' \doteq 0,643$ radiánů a $\widehat{AB} \doteq 10 \cdot (0,750 - 0,643)$ m $\doteq 1,07$ m.

4. úloha (navrhol doc. dr. Ladislav Thern)

Nádoba N tvaru kruhového priameho valca s polomerom r má pohyblivé dno – piest. Vo výške h meranej od horného povrchu piesta vyúsťuje z nádoby vodorovne položená trubica T opatrená uzáverom U , spájajúca nádobu s veľkou vodnou nádržou VN , v ktorej hladina siaha práve po spomenutú trubicu. Nádoba sa môže naplniť vodou z nádrže cez túto trubicu otvorením uzáveru (obr. 23).



Obr. 23

- Určte energiu vody v nádobe N po jej naplnení vzhľadom na rovinu horného povrchu piesta v počiatočnej polohe.
- Po **uzavretí** uzáveru vytlačíme vodu v nádobe piestom o výšku y_0 . Aká práca sa pritom vykonala? Aká je teraz energia vody v nádobe určená rovnakým spôsobom ako v a)?
- Aká práca sa vykoná pri **otvorení** uzáveru, keď vytlačením piesta z počiatočnej polohy tiež o výšku y_0 časť vody pretiekla späť do nádrže? Aká bude energia vody, ktorá ešte ostala v nádobe?
- Porovnaním vykonanej práce a zmien energií v prípadoch b) a c) vysvetlite oba procesy z hľadiska platnosti zákona zachovania energie.

Riešenie

a) Ak si myslíme celú hmotnosť vody v nádobe sústredenú v ťažisku, ktoré je vo výške $\frac{h}{2}$, bude jej tiažová potenciálna energia

$$W_{pa} = mg \frac{h}{2} . \quad (1)$$

b) Tiaž vody v nádobe je $G = mg$. Pri vytlačení piesta o výšku y_0 sa teda vykoná práca

$$A_b = mgy_0 . \quad (2)$$

Ťažisko vody v nádobe sa dostane do výšky $y_0 + \frac{h}{2}$, takže te-
rajšia hodnota energie bude

$$W_{pb} = mg \left(y_0 + \frac{h}{2} \right) = A_b + W_{pa} . \quad (3)$$

c) Označme m_c hmotnosť vody, ktorá po zdvihnutí piesta ešte zostala v nádobe. Hmotnosť vody v nádobe je úmerná jej objemu, tento zasa výške valca, ktorý je kvapalinou vyplnený, takže platí

$$m_c : m = (h - y_0) : h . \quad (4)$$

Pôvodná tiaž $G = mg$ vody v nádobe sa vytlačaním postupne znižuje až na hodnotu $G_c = m_cg$, a to **rovnomerne** s výškou. V takomto prípade možno priemernú hodnotu tiaže počítať z aritmetického priemeru pôvodnej a konečnej hodnoty a prácu počítať, akoby bola vykonaná po dráhe y_0 touto priemernou hodnotou sily. Vykoná sa teda práca

$$A_c = \frac{G + G_c}{2} \cdot y_0 = \frac{m + m_c}{2} g y_0 ,$$

ale zo (4) dostaneme

$$(m + m_c) : m = (2h - y_0) : h ,$$

takže konečne máme

$$A_c = mgy_0 \frac{2h - y_0}{2h} . \quad (5)$$

Tažisko zvyšujúcej vody bude vo výške

$$y_0 + \frac{h - y_0}{2} = \frac{y_0 + h}{2} .$$

Jej tiažová potenciálna energia je teda

$$W_{pc} = \frac{m(h - y_0)}{h} g \frac{h + y_0}{2} = \frac{mg(h^2 - y_0^2)}{2h} . \quad (6)$$

d) Zmena energie vody v prípade b) je $W_{pb} - W_{pa} = A_b$. Ide o prírastok energie, ktorý je ekvivalentný vykonanej práci. Zmena energie v prípade c) je $W_{pc} - W_{pa}$. Po dosadení vzťahov (6) a (1) a po úprave dostaneme

$$W_{pc} - W_{pa} = - \frac{mgy_0^2}{2h} . \quad (7)$$

Zmena energie v prípade c) je teda záporná; potenciálna energia vody v nádobe postupne klesá vytláčaním piesta do výšky napriek tomu, že práca sa koná a že sa tedy tým privádza vode energia. Celá táto energia privedená konaním práce, ba ešte aj časť pôvodnej zásoby musela „odtiecť“, a to zrejme spolu s vodou odtekajúcou späť do nádrže cez trubicu. Hmotnosť vytečenej vody je $m - m_c = \frac{my_0}{h}$, ako to vychádza zo vzťahu

(4). Celé toto množstvo vody sa dostalo na úroveň hladiny v nádrži VN, teda do výšky h , a preto má energiu

$$W_{VN} = mgy_0 . \quad (8)$$

V prípade c) je energetická bilancia takáto:

pôvodná energia + energia privedená konaním práce — energia unášaná odtečenou vodou sa musí rovnať energii, ktorú má zvyšujúca voda v nádobe, čiže

$$W_{pa} + A_c - W_{VN} = W_{pc},$$

alebo

$$A_c = W_{pc} - W_{pa} + W_{VN}. \quad (9)$$

Dosadením výrazov zo vzťahov (7) a (8) do pravej strany rovnice (9) dostaneme výraz v zmysle vzťahu (5). Zákon zachovania energie platí ako v prípade b), tak aj v prípade c).

c) Tretie kolo súťaže

1. úloha (navrhl Jiří Svoboda)

Nádoba naplnená ideálnym plynom má objem V_1 . Ve stene tejto nádoby je kruhový otvor o polomere r , v němž je vytvorená rovinná mýdlová blána o povrchovom napätí σ . Tato nádoba je vložená do druhej, vonjšej nádoby, v níž je okrem vnútornej nádoby taký ideálny plyn o objemu V_2 . Druhá nádoba je od vonjšieho priestoru hermeticky oddelená. Ideálny plyny v oboch nádobách majú rovnakú absolútnu teplotu T a rovnaký tlak p .

Plyn vo vonjšej nádobe budeme ochladzovať. Keď sa teplota vo vonjšej nádobe zníži o ΔT , ochladí sa plyn vo vnútornej nádobe o $\frac{\Delta T}{n}$, kde $n > 1$.

Určete absolútnu teplotu T_1 plynu vo vonjšej nádobe, pri níž je tlak medzi oboma plynmi najväčší.

Řešení

Při ochlazování se snižuje tlak ve vnější nádobě rychleji než v nádobě vnitřní, a proto vzniká určitý přetlak. Když poloměr křivosti mýdlové bubliny je R , pak rozdíl tlaků je $\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$.

Tento přetlak je největší pro $R = r$, protože v tomto případě je poloměr bubliny nejmenší. Největší přetlak je tedy $\Delta p_{\max} = \frac{4\sigma}{r}$. Bublina má v tomto případě tvar polokoule, plyn ve vnější nádobě má absolutní teplotu T_1 , tlak p_1 a objem $V_2 = \frac{2}{3} \pi r^3$. Podle stavové rovnice plynu platí

$$\frac{pV_2}{T} = \frac{p_1 \left(V_2 - \frac{2}{3} \pi r^3 \right)}{T_1} . \quad (1)$$

Plyn ve vnější nádobě se ochladil o $\Delta T = T - T_1$, takže teplota plynu ve vnitřní nádobě je

$$T - \frac{\Delta T}{n} = T - \frac{T - T_1}{n} = \frac{(n-1)T + T_1}{n} .$$

Tlak plynu ve vnitřní nádobě je $p_1 + \Delta p_{\max} = p_1 + \frac{4\sigma}{r}$

a objem $V_1 + \frac{2}{3} \pi r^3$. Opět podle stavové rovnice

$$\frac{pV_1}{T} = \frac{\left(p_1 + \frac{4\sigma}{r} \right) \left(V_1 + \frac{2}{3} \pi r^3 \right)}{\frac{(n-1)T + T_1}{n}} . \quad (2)$$

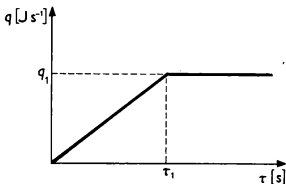
Z (1) vyjádříme p_1 a dosadíme do (2); potom si vyjádříme T_1 .

Dostaneme

$$T_1 = T \frac{n \cdot \frac{4\sigma}{rp} \left(V_1 + \frac{2}{3} \pi r^3 \right) - (n-1) V_1}{V_1 - \frac{nV_2 \left(V_1 + \frac{2}{3} \pi r^3 \right)}{V_2 - \frac{2}{3} \pi r^3}}.$$

2. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Těleso z kovu o měrném teple c má hmotnost m a počáteční teplotu t_0 . Těleso přijímá z ohřívače teplo přímo úměrně s časem. Současně odevzdává teplo svému okolí; tento děj



Obr. 24

probíhá podle grafu na obr. 24, v němž veličina q s rozměrem $\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$ značí rychlost předávání tepla z tělesa do okolí. V čase τ_1 od počátku děje dosáhne těleso teplotní rovnováhy.

- Stanovte funkci $t = f(\tau)$, kde t značí teplotu tělesa, τ čas od počátku děje, přičemž $0 \leq \tau \leq \tau_1$.
- Na milimetrovém papíře graficky znázorněte tuto funkci pro $m = 50 \text{ g}$, $q_1 = 100 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$, $\tau_1 = 10 \text{ s}$, $c = 130 \text{ J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$, $t_0 = 0,0^\circ \text{C}$.

- c) Určete konečnou teplotu tělesa po dosažení teplotní rovnováhy, a to nejprve obecně, potom pro zadané hodnoty. Výsledek pro zadané hodnoty ověřte pomocí grafu podle části b).

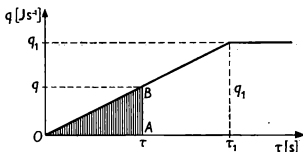
Řešení

a) Těleso jednak přijímá teplo z ohříváče, jednak odevzdává teplo do okolí. Označme q_0 rychlost předávání tepla z ohříváče do tělesa: tuto rychlost považujeme za stálou.

Po ustálení poměrů se teplota tělesa nemění, což znamená, že rychlost předávání tepla z tělesa do okolí je rovna rychlosti předávání tepla z ohříváče do tělesa. Je proto $q_0 = q_1$. V první fázi děje přijímá těleso z ohříváče teplo

$$Q_1 = q_0 \tau = q_1 \tau, \quad \tau \leq \tau_1. \quad (1)$$

Teplo Q_2 odevzdané do okolí tělesem za dobu τ od počátku děje odpovídá obsahu trojúhelníku OAB v obr. 25, tedy



Obr. 25

$$Q_2 = \frac{1}{2} q \tau,$$

přičemž pro q platí

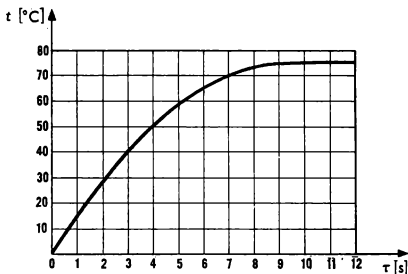
$$q = \frac{q_1}{\tau_1} \tau, \quad \text{takže}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} \frac{q_1}{\tau_1} \tau^2. \quad (2)$$

V čase τ se teplota tělesa zvýšila z t_0 na t , takže

$$Q_1 - Q_2 = mc(t - t_0).$$

Dosažením z (1) do (2) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme hledanou funkci



Obr. 26

$$t = t_0 + \frac{q_1}{mc} \tau - \frac{q_1}{2mc\tau_1} \tau^2. \quad (3)$$

b) Graf funkce (3) je na obr. 26, číselné hodnoty, podle nichž byl graf sestaven, jsou sestaveny v tabulce 17.

TABULKA 17

τ (s)	0	1	2	3	4	5	6	7
t (°C)	0,0	14,6	27,7	39,3	49,3	57,7	64,7	70,0

τ (s)	8	9	10	11	12	13
t (°C)	73,9	76,2	77,0	77,0	77,0	77,0

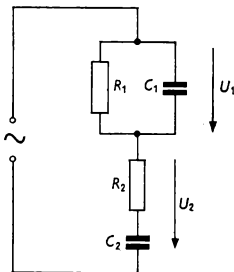
c) Teplota tělesa nabude konečné maximální hodnoty v čase τ_1 od počátku děje. Dosazením $\tau = \tau_1$ do (3) dostaneme

$$t_{\max} = t_0 + \frac{q_1 \tau_1}{2mc}$$

a pro zadané hodnoty $t_{\max} \doteq 77^\circ\text{C}$, což souhlasí s grafem.

3. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Elektrický obvod znázorněný na obr. 27 je připojen ke zdroji



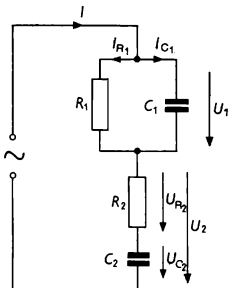
Obr. 27

harmonického střídavého napětí. Veličiny R_1 , R_2 , C_1 , C_2 jsou dány.

- Stanovte úhlový kmitočet ω_0 napětí napájecího zdroje, při němž napětí U_1 , U_2 mají souhlasnou fázi.
- Pro úhlový kmitočet ω_0 stanovte poměr $p = \frac{U_2}{U_1}$.
- Stanovte hodnotu p_0 poměru p , když $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$.

Řešení

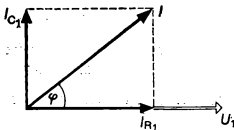
Proudy a napětí v jednotlivých částech obvodu označíme podle obr. 28.



Obr. 28

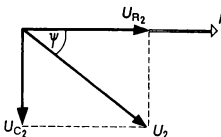
a) Pro paralelní obvod R_1 , C_1 platí vektorový diagram podle obr. 29. Pro fázový úhel φ platí

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{C1}}{I_{R1}} = \frac{U_1 \omega C_1}{\frac{U_1}{R_1}} = \omega R_1 C_1, \quad (1)$$



Obr. 29

kde ω značí úhlový kmitočet napětí, k němuž je obvod připojen. Pro sériový obvod R_2 , C_2 platí vektorový diagram podle obr. 30 a pro fázový úhel ψ platí



Obr. 30

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{I}{\frac{\omega C_2}{IR_2}} = \frac{1}{\omega R_2 C_2} . \quad (2)$$

Pro úhlový kmitočet ω_0 je, podle zadání, $\varphi = \psi$, a protože oba úhly jsou ostré, tedy i $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \psi$. Porovnáním (1) a (2) pro $\omega = \omega_0$ nalezneme

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} . \quad (3)$$

b) Z diagramu na obr. 30 vyjádříme

$$U_2^2 = U_{R_2}^2 + U_{C_2}^2 = I^2 \left(R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2} \right)$$

a pro úhlový kmitočet ω_0 podle (3)

$$U_2^2 = I^2 \left(R_2^2 + \frac{R_1 R_2 C_1}{C_2} \right) . \quad (4)$$

Z diagramu na obr. 29 vyjádříme

$$I^2 = I_{R_1}^2 + I_{C_1}^2 = U_1^2 \left(\frac{1}{R_1^2} + \omega^2 C_1^2 \right)$$

a pro úhlový kmitočet ω_0 podle (3)

$$I^2 = U_1^2 \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{C_1}{R_1 R_2 C_2} \right). \quad (5)$$

Dosazením z (5) do (4) dostaneme vztah, z něhož po úpravě vyjádříme nejprve

$$\left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 = \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 + 2 \frac{R_2 C_1}{R_1 C_2} + \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = \left(\frac{C_1}{C_2} + \frac{R_2}{R_1} \right)^2$$

a po odmocnění

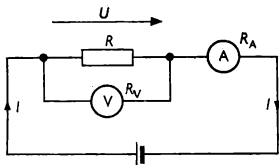
$$p = \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} + \frac{R_2}{R_1}. \quad (6)$$

c) Pro $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$ dostáváme z (6):
 $p_0 = 2$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

K měření odporu máme k dispozici ampérmetr o vnitřním odporu R_A a voltmetr o vnitřním odporu R_V .

a) Měříme-li v zapojení podle obr. 31, naměříme na přístrojích hodnoty I a U . Určete odpor R_0 rezistoru tak, že neuvažujete příkony přístrojů. Potom určete přesnější odpor rezistoru R , berete-li v úvahu příkony přístrojů, jako funkci veličiny R_0 .



Obr. 31

- b) Řešte úlohu a), měříme-li v zapojení podle obr. 32.
 c) Při kterém odporu R_1 měřeného rezistoru je relativní chyba $\left| \frac{R_0 - R}{R} \right|$ v obou případech stejná? Pro které hodnoty R je výhodné použít obvod podle obr. 31 a pro které je výhodný obvod podle obr. 32, zanedbáme-li příkony přístrojů? Dokažte, že systematická relativní chyba určená pro odpor R_1 je v obou těchto případech maximální.
 d) Stanovte odpor R_1 a maximální relativní chybu ve smyslu části c) pro hodnoty $R_A = 2,00 \, \Omega$, $R_V = 50,0 \, \text{k}\Omega$.

Řešení

a) Pro odpor R_0 dostáváme, nepřihlížíme-li k příkonům měřidel,

$$R_0 = \frac{U}{I} . \quad (1)$$

V zapojení podle obr. 31 představuje hodnota (1) odpor R rezistoru s paralelně připojeným odporem R_V voltmetru, tedy

$$\frac{U}{I} = R_0 = \frac{RR_V}{R + R_V} \quad (2)$$

a odtud

$$R = \frac{R_0 R_V}{R_V - R_0} .$$

b) V tomto případě představuje hodnota (1) odpor R rezistoru se sériově připojeným odporem R_A ampérmetru, tedy

$$\frac{U}{I} = R_0 = R + R_A \quad (3)$$

a odtud

$$R = R_0 - R_A .$$

c) V prvním případě vyjde pomocí vztahu (2) relativní chyba

$$\delta_1 = \left| \frac{R_0 - R}{R} \right| = \frac{R}{R + R_V} . \quad (4)$$

Ve druhém případě vyjde pomocí vztahu (3) relativní chyba

$$\delta_2 = \frac{R_0 - R}{R} = \frac{R_A}{R} . \quad (5)$$

Pro odpor R_1 platí, podle zadání, $\delta_1 = \delta_2$, tedy s přihlédnutím k (4) a (5)

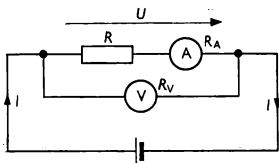
$$\frac{R_1}{R_1 + R_V} = \frac{R_A}{R_1} \quad \text{neboli}$$

$$R_1^2 - R_A R_1 - R_A R_V = 0 .$$

Vyhovuje jen kladné řešení

$$R_1 = \frac{R_A + \sqrt{R_A^2 + 4R_A R_V}}{2} .$$

Při měření odporů $R < R_1$ je relativní chyba, nepřihlíží-li se k příkonům měřidel, menší v zapojení podle obr. 31; při měření odporů $R > R_1$ je tato chyba menší v zapojení podle obr. 32.



Obr. 32

Pro $R = R_1$ jsou obě zapojení rovnocenná z hlediska relativní chyby.

Mění-li se R od 0 do ∞ , roste totiž δ_1 podle (4) od 0 do 1, a to monotónně, protože funkce $\delta_1 = f_1(R)$ má všude kladnou derivaci. Pro $R \leq R_1$ je tedy $\delta_1 \leq \delta_0$, značí-li δ_0 stejnou relativní chybu obou měření při $R = R_1$. Funkce $\delta_2 = f_2(R)$ podle (5) naopak monotónně klesá v celém oboru, takže pro $R \geq R_1$ je $\delta_2 \leq \delta_0$.

Hodnota δ_0 tedy skutečně představuje maximální relativní chybu, měří-li se při $R \leq R_1$ v zapojení podle obr. 31 a při $R \geq R_1$ v zapojení podle obr. 32.

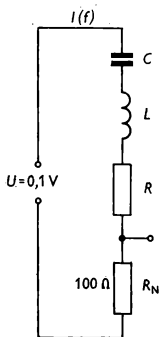
d) Pro zadané hodnoty vychází: $R_1 \doteq 317 \, \Omega$, $\delta_0 \doteq 0,63 \, \%$.

5. úloha (navrhol dr. Pavol Petrovič)

Štúdium sériového rezonančného obvodu

Úlohy

1. V zapojení podľa obr. 33 premerajte závislosť efektívnej hod-



Obr. 33

noty prúdu I pretekajúceho sériovým rezonančným obvodom na frekvencii f vstupného harmonického signálu, keď efektívna hodnota vstupného napätia U je konštantná.

2. Experimentálne hodnoty získané v úlohe 1 spracujte graficky a z grafu $I = I(f)$ odčítajte hodnoty veličín I_m , f_0 , Δf , ktorých význam je zrejmý z poznámky 2 a z obr. 34.
3. Dokážte matematickým odvođením, že za predpokladov uvedených v poznámke 1 platí:

$$R = \frac{U}{I_m} - R_N, \quad L = \frac{R + R_N}{2\pi \cdot \Delta f}, \quad C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}.$$

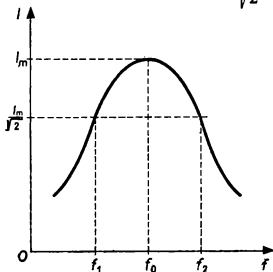
4. Z daných hodnôt U a R_N a z nameraných hodnôt I_m , f_0 a f určte pomocou uvedených vzťahov prvky R , L a C sériového rezonančného obvodu.

Metodické poznámky:

1. Sériový rezonančný obvod, predložený na meranie, je vytvorený sériovým spojením reálneho kondenzátora, reálnej cievky a reálneho rezistora. Pretože zvodový odpor použitého kondenzátora je veľmi veľký, parazitné kapacity závitov cievky a parazitné indukčnosti polepov kondenzátora sú v použitom frekvenčnom rozsahu veľmi malé, nebudeme ich účinkov na obvod uvažovať. Do celkového odporu rezonančného obvodu zahrnieme: hodnotu sériového odporu obvodu R_s , stratový odpor cievky R_L , výstupný odpor R_1 generátora harmonického signálu a odpor normálového rezistora $R_N = 100 \Omega$. Označíme $R = R_s + R_L + R_1$. V teoretických úvahách pri riešení úlohy 3 vychádzajte preto z toho, že sériový rezonančný obvod podľa obr. 33 sa skladá: z ideálneho kondenzátora o kapacite C , z ideálnej cievky o indukčnosti L a z ideálneho odporu $R + R_N$.

2. Z matematického vyjadrenia priebehu $I = I(f)$ vyplýva, že efektívna hodnota prúdu dosiahne maximum $I = I_m$, keď

frekvencia f je rovná rezonančnej hodnote f_0 . Maximálna šírka pásma prenosu sériového rezonančného obvodu je definovaná frekvenčným rozsahom $\Delta f = f_2 - f_1$, v ktorom pokles efektívnej hodnoty prúdu I neprekročí hodnotu $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ (obr. 34).



Obr. 34

3. Dané prvky skúmaného obvodu pripojte pomocou koaxiálneho kábla na generátor harmonických signálov. Výstupné napätie generátora nastavte na hodnotu $U = 0,1$ V na rozsahu 0,1 V meracieho prístroja generátora a udržiavajte ho počas celého merania na tejto hodnote. Predbežným experimentom usúdte, v ktorej frekvenčnej oblasti je potrebné vykonať merania (max. do 30 kHz) a ako jemná má byť zmena frekvencie. Prúd I merajte pomocou nízkočfrekvenčného elektrónkového milivoltmetra.

Riešenie

1. Z predbežného merania vyplýva, že rezonančná frekvencia obvodu je približne 6 kHz a meranie je potrebné vykonať vo frekvenčnom rozsahu 2 kHz až 12 kHz. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 18.

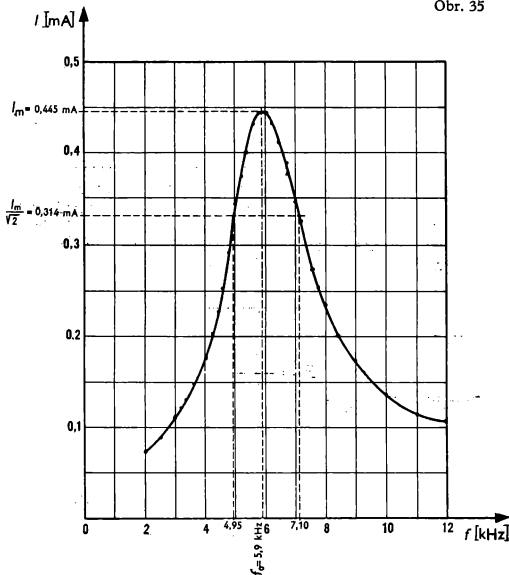
TABULKA 18

f (kHz)	U_{R_N} (mV)	I (mA)	f (kHz)	U_{R_N} (mV)	I (mA)
2,0	6,2	0,062	6,0	44,5	0,445
2,5	8,1	0,081	6,2	43,0	0,430
3,0	11,0	0,110	6,4	41,0	0,410
3,2	12,2	0,122	6,6	39,0	0,390
3,4	13,4	0,134	6,8	36,0	0,360
3,6	15,0	0,150	7,0	33,0	0,330
3,8	16,5	0,165	7,2	31,0	0,310
4,0	18,5	0,185	7,4	27,5	0,275
4,2	20,5	0,205	7,6	25,5	0,255
4,4	23,0	0,230	7,8	24,0	0,240
4,6	25,5	0,255	8,0	22,5	0,225
4,8	28,5	0,285	8,4	20,0	0,200
5,0	33,5	0,335	9,0	17,5	0,175
5,2	37,0	0,370	9,4	16,0	0,160
5,4	40,0	0,400	10,0	14,0	0,140
5,6	43,0	0,430	11,0	12,0	0,120
5,8	44,5	0,445	12,0	10,5	0,105

2. Graf závislosti $I = I(f)$ je na obr. 35.

Odčítáním z grafu dostáváme pro veličiny I_m , f_0 a Δf hodnoty:
 $I_m = 0,445 \text{ mA}$, $f_0 = 5,9 \text{ kHz}$, $\Delta f = f_2 - f_1 = 7,10 \text{ kHz} - 4,95 \text{ kHz} = 2,15 \text{ kHz}$.

Obr. 35



3. Pre impedanciu skúmaného obvodu platí

$$|Z| = \sqrt{(R + R_N)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (1)$$

Rezonancia obvodu nastáva pri kruhovej frekvencii $\omega = \omega_0$, pri ktorej imaginárna zložka impedancie je nulová, tj.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (2)$$

z čoho

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (3)$$

Zo vzťahov (1) a (2) vyplýva, že v rezonancii je impedancia sériového rezonančného obvodu minimálna a rovná hodnote odporu obvodu $R + R_N$. Za predpokladu, že efektívna hodnota napätia U priloženého na obvod je konštantná, nadobudne efektívna hodnota prúdu I pretekajúciho obvodom v rezonancii maximálnu hodnotu $I(f_0) = I_m$. Platí preto

$$I_m = \frac{U}{R + R_N}, \quad (4)$$

z čoho

$$R = \frac{U}{I_m} - R_N.$$

Zo vzťahu (3) vyplýva

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}.$$

Z definície maximálnej šírky pásma prenosu sériového rezonančného obvodu vyplýva pre frekvencie f_1 a f_2 podmienka

$$I(f_1) = I(f_2) = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (5)$$

Definíciu (5) pre frekvenciu f_1 možno s uvážením vzťahov (1) a (4) prepísať do tvaru

$$\frac{U}{\sqrt{(R + R_N)^2 + \left(2\pi f_1 L - \frac{1}{2\pi f_1 C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{2(R + R_N)}} .$$

Po úprave dostaneme

$$(R + R_N)^2 = \left(2\pi f_1 L - \frac{1}{2\pi f_1 C}\right)^2 ,$$

$$R + R_N = \left|2\pi f_1 L - \frac{1}{2\pi f_1 C}\right| .$$

Pretože $f_1 < f_0$, dostaneme

$$R + R_N = -2\pi f_1 L + \frac{1}{2\pi f_1 C} ,$$

čo vedie ku kvadratickej rovnici pre f_1 :

$$4\pi^2 LC f_1^2 + 2\pi(R + R_N) C f_1 - 1 = 0 . \quad (6)$$

Jej riešením je

$$f_1 = \frac{-(R + R_N) C + \sqrt{(R + R_N)^2 C^2 + 4LC}}{4\pi LC} , \quad (7)$$

keď druhý koreň rovnice (6) neuvažujeme, pretože $f_1 < 0$ nemá fyzikálny zmysel.

Analogicky pre frekvenciu f_2 s uvážením vzťahov (1) a (4) dostávame z definície (5):

$$\frac{U}{\sqrt{(R + R_N)^2 + \left(2\pi f_2 L - \frac{1}{2\pi f_2 C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{2(R + R_N)}} ,$$

čo vedie k rovnosti

$$R + R_N = \left| 2\pi f_2 L - \frac{1}{2\pi f_2 C} \right|.$$

Pre $f_2 > f_0$ je výraz v absolútnej hodnote kladný, a preto

$$R + R_N = 2\pi f_2 L - \frac{1}{2\pi f_2 C},$$

čo dáva kvadratickú rovnicu pre f_2 :

$$4\pi^2 LC f_2^2 - 2\pi(R + R_N) C f_2 - 1 = 0.$$

Jej riešením je

$$f_2 = \frac{(R + R_N) C + \sqrt{(R + R_N)^2 C^2 + 4LC}}{4\pi LC}, \quad (8)$$

keď opäť neuvažujeme riešenie, ktoré dáva zápornú hodnotu frekvencie f_2 .

Maximálna šírka pásma prenosu Δf je definovaná

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

a po dosadení zo vzťahov (7) a (8) dostaneme

$$\Delta f = \frac{R + R_N}{2\pi L},$$

odkiaľ

$$L = \frac{R + R_N}{2\pi \Delta f}.$$

4. Pre dané a namerané hodnoty vychádza: $R = 125 \Omega$, $L = 16,7 \text{ mH}$, $C = 43,6 \text{ nF}$.

2. Úlohy kategorie B

Úlohy a jejich řešení recenzovali doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.,
a Mojmir Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl Mojmir Simerský)

Těleso o hmotnosti m je zavěšeno na pružném vlákně o tuhosti K , jehož délka, není-li zatíženo, je d . Toto kyvadlo vychýlíme z rovnovážné polohy o 90° (vlákno při tom nenapínáme) a volně pustíme. Při průchodu rovnovážnou polohou má vlákno délku d_1 , $d_1 > d$.

Určete rychlost v tělesa při průchodu rovnovážnou polohou. Rozměry tělesa a hmotnost vlákna neuvažujte.

Řešení

Rozdíl výšek tělesa vychýleného a tělesa procházejícího rovnovážnou polohou je d_1 , takže rozdíl potenciálních tíhových energií je

$$\Delta W_t = mgd_1. \quad (1)$$

Když těleso prochází rovnovážnou polohou, pak se energie ΔW_t částečně přemění na energii kinetickou

$$W_k = \frac{1}{2} mv^2 \quad (2)$$

a částečně na energii pružnosti W_p vlákna, přičemž

$$W_p = \frac{1}{2} K(d_1 - d)^2. \quad (3)$$

Dosazením do vztahu $\Delta W_t = W_k + W_p$ dostaneme užitím vztahů (1), (2), (3)

$$mgd_1 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} K(d_1 - d)^2$$

a z toho

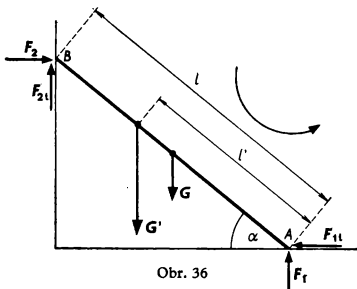
$$v = \sqrt{2gd_1 - \frac{K}{m}(d_1 - d)^2}.$$

2. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Rebrík dĺžky l a tiaže G sa jedným koncom opiera o vodorovnú podlahu a druhým koncom o zvislú stenu. Súčiniteľ statického trenia rebríka s podlahou je f_1 a so stenou f_2 . Rebrík môžeme považovať za homogénnu tyč.

- Aký najmenší uhol α_0 môže zvierať rebrík s podlahou, aby sa ešte nezošmykol?
- Ako sa zmení táto podmienka, ak stojí na rebríku, vo vzdialenosti $l' \leq l$ od jeho dolného konca, človek tiaže G' ? Urobte diskusiu riešenia úlohy.

Riešenie – obr. 36



Obr. 36

a) F_1 a F_2 sú reakcie podlahy a steny, F_{1t} a F_{2t} sily trenia o podlahu a o stenu, G tiažová sila pôsobiaca v hmotnom strede. Pre sily F_{1t} a F_{2t} platí

$$F_{1t} = f_1 F_1, \quad F_{2t} = f_2 F_2. \quad (1)$$

Sily, ktoré pôsobia na rebrík, sú v rovnováhe (rebrík nekoná posuvný pohyb), takže

$$F_2 - F_{1t} = 0, \quad (2)$$

$$F_1 + F_{2t} - G = 0. \quad (3)$$

Rebrík by sa zošmykol, keby uvažované sily pôsobili momentom otáčajúcim v zmysle naznačenom na obr. 36. Preto musí pre ich momenty pôsobiace v opačnom zmysle, vzhľadom k bodom A , B platiť

$$F_2 l \sin \alpha + F_{2t} l \cos \alpha - G \frac{l}{2} \cos \alpha \geq 0, \quad (4)$$

$$-F_1 l \cos \alpha + F_{1t} l \sin \alpha + G \frac{l}{2} \cos \alpha \geq 0. \quad (5)$$

Sčítaním nerovníc (4) a (5) a úpravou dostaneme pre ostrý uhol α podmienku

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{F_1 - F_{2t}}{F_2 + F_{1t}}. \quad (6)$$

Z (1) a (2) vyjadríme

$$F_{2t} = f_2 F_2 = f_2 F_{1t} = f_1 f_2 F_1,$$

$$F_2 + F_{1t} = 2F_{1t} = 2f_1 F_1,$$

dosadíme do (6) a dostaneme

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{1 - f_1 f_2}{2f_1} = \operatorname{tg} \alpha_0, \quad (7)$$

kde α_0 je najmenší uhol, pri ktorom sa rebrík práve ešte nezošmykne.

b) Vzťahy (1) a (2) platia i teraz, ale miesto (3), (4), (5) platia nové podmienky (uhol sklonu rebríka označíme α'):

$$F_1 + F_{2t} - (G + G') = 0, \quad (8)$$

$$F_2 l \sin \alpha' + F_{2t} l \cos \alpha' - G \frac{l}{2} \cos \alpha' - G' l' \cos \alpha' \geq 0, \quad (9)$$

$$-F_1 l \cos \alpha' + F_{1t} l \sin \alpha' + G \frac{l}{2} \cos \alpha' + G' (l - l') \cos \alpha' \geq 0. \quad (10)$$

Sčítaním nerovnic (9) a (10) dostaneme pre ostrý uhol α' podmienku

$$\operatorname{tg} \alpha' \geq \frac{F_1 - F_{2t}}{F_2 + F_{1t}} + G' \frac{2l' - l}{(F_2 + F_{1t}) l}$$

a s použitím (2)

$$\operatorname{tg} \alpha' \geq \frac{F_1 - F_{2t}}{2F_{1t}} + G' \frac{2l' - l}{2F_{1t} l}. \quad (11)$$

Z (8) vyjadríme, s prihliadnutím k (2) a (1)

$$F_{1t} = f_1 F_1 = f_1 (G + G' - f_2 F_{1t})$$

a odtiaľ

$$F_{1t} = f_1 \frac{G + G'}{1 + f_1 f_2}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} F_1 - F_{2t} &= F_1 - f_2 F_2 = F_1 - f_2 F_{1t} = F_{1t} \left(\frac{1}{f_1} - f_2 \right) = \\ &= F_{1t} \frac{1 - f_1 f_2}{f_1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Dosadením z (12) a (13) do (11) dostaneme

$$\operatorname{tg} \alpha' \geq \frac{1 - f_1 f_2}{2f_1} + G' \frac{(2l' - l)(1 + f_1 f_2)}{2f_1 (G + G') l} = \operatorname{tg} \alpha'_0, \quad (14)$$

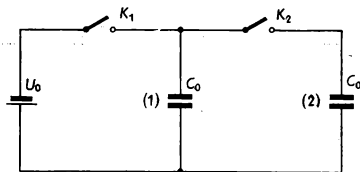
kde uhol α'_0 má význam obdobný ako uhol α_0 vo vzťahu (7). Druhý člen vo vzťahu (14) pre $\operatorname{tg} \alpha'_0$ je kladný, nulový alebo záporný podľa toho, či $2l' > l$, $2l' = l$ alebo $2l' < l$. Porovnaním (7) a (14) zisťujeme, že

$$\alpha'_0 > \alpha_0 \text{ keď } l' > \frac{l}{2}, \quad \alpha'_0 = \alpha_0 \text{ keď } l' = \frac{l}{2},$$

$$\alpha'_0 < \alpha_0 \text{ keď } l' < \frac{l}{2}.$$

3. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kľuvanec, CSc.)

Dvojica rovnakých kondenzátorov (1) a (2) s kapacitami C_0 a zdroj napätia U_0 sú zapojené v obvode s dvoma spínačmi K_1 a K_2 tak, ako je to znázornené v schéme na obr. 37.



Obr. 37

- Zapneme spínač K_1 (spínač K_2 je vypnutý). Vypočítajte napätia U_{a1} , U_{a2} a náboje Q_{a1} a Q_{a2} na kondenzátoroch (1) a (2).
- Vypneme spínač K_1 a zapneme spínač K_2 . Určte napätie U_b a náboje Q_{b1} a Q_{b2} na kondenzátoroch.
- Dosky kondenzátora (1) presunieme na dvojnásobok pô-

vodnej vzdialenosti tak, aby sme neodviedli do okolia ani časť náboja. Určte náboj ΔQ_c , ktorý prejde z jedného kondenzátora na druhý. Vypočítajte napätie U_c na kondenzátoroch.

- d) Do vzduchovej medzery kondenzátora (2) vsunieme dielektrikum o relatívnej permitivite ε_r , ktoré zaplní celú vzduchovú medzeru medzi doskami kondenzátora. Určte náboj ΔQ_d , ktorý prejde z jedného kondenzátora na druhý. Vypočítajte napätie U_d na kondenzátoroch.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $C_0 = 10 \text{ nF}$, $U_0 = 120 \text{ V}$, $\varepsilon_r = 2,0$.

Riešenie

- a) Nabije sa iba kondenzátor (1), takže

$$U_{a1} = U_0, \quad U_{a2} = 0, \quad Q_{a1} = C_0 U_0, \quad Q_{a2} = 0.$$

b) Kondenzátor (1) má najprv náboj Q_{a1} a je na ňom napätie U_0 . Po zapnutí spínača K_2 je tento náboj na sústave kondenzátorov o celkovej kapacite $2C_0$, takže

$$U_b = \frac{Q_{a1}}{2C_0} = \frac{1}{2} U_0$$

a náboje na kondenzátoroch

$$Q_{b1} = Q_{b2} = U_b C_0 = \frac{1}{2} U_0 C_0.$$

c) Kapacita kondenzátora (1) sa zmení na $C_1 = \frac{1}{2} C_0$, sústava kondenzátorov má potom kapacitu $C_c = \frac{3}{2} C_0$ a napätie na nej je

$$U_c = \frac{Q_{a1}}{C_c} = \frac{2}{3} U_0.$$

Kondenzátor (1) má náboj $Q_{c1} = C_1 U_c = \frac{1}{3} C_0 U_0$,

kondenzátor (2) má náboj $Q_{c2} = C_0 U_c = \frac{2}{3} C_0 U_0$.

Pretože $Q_{c2} > Q_{b2}$, prešiel z kondenzátora (1) do kondenzátora (2) náboj $\Delta Q_c = Q_{c2} - Q_{b2} = \frac{1}{6} C_0 U_0$.

d) Kondenzátor (1) má nezmenenú kapacitu C_1 , kapacita kondenzátora (2) sa vsunutím dielektrika zväčší na hodnotu $C_2 = \epsilon_r C_0$. Sústava má celkovú kapacitu $C_d = \left(\frac{1}{2} + \epsilon_r\right) C_0$ a je na nej napätie

$$U_d = \frac{C_0 U_0}{C_d} = \frac{2 U_0}{1 + 2 \epsilon_r}.$$

Na kondenzátore (1) je náboj

$$Q_{d1} = \frac{1}{2} U_d C_0 = \frac{U_0 C_0}{1 + 2 \epsilon_r}$$

a na kondenzátore (2) náboj

$$Q_{d2} = U_d C_0 \epsilon_r = U_0 C_0 \frac{2 \epsilon_r}{1 + 2 \epsilon_r}.$$

Je teraz $Q_{d2} > Q_{c2}$, pretože

$$Q_{d2} - Q_{c2} = U_0 C_0 \left(\frac{2 \epsilon_r}{1 + 2 \epsilon_r} - \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3} U_0 C_0 \frac{\epsilon_r - 1}{1 + 2 \epsilon_r} > 0,$$

takže z kondenzátora (1) prešiel do kondenzátora (2) náboj

$$\Delta Q_d = Q_{d2} - Q_{c2} = \frac{2}{3} U_0 C_0 \frac{\epsilon_r - 1}{1 + 2 \epsilon_r}.$$

Pre zadané hodnoty vychádza: $U_{a1} = 120 \text{ V}$, $U_{a2} = 0 \text{ V}$, $Q_{a1} = 1,2 \mu\text{C}$, $Q_{a2} = 0 \text{ C}$, $U_b = 60 \text{ V}$, $Q_{b1} = Q_{b2} = 0,60 \mu\text{C}$, $\Delta Q_c = 0,20 \mu\text{C}$, $U_c = 80 \text{ V}$, $\Delta Q_d = 0,16 \mu\text{C}$, $U_d = 48 \text{ V}$.

4. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Valec o priemere d_1 je pevne uložený na vodorovnej podložke tak, že jeho geometrická os je vodorovná. Druhý valec o priemere d_2 , ktorý je homogénny, položíme na prvý valec tak, že jeho geometrická os je vodorovná a je kolmá na geometrickú os prvého valca: ťažisko druhého valca leží na zvislej priamke, ktorá pretína geometrickú os prvého valca. Súčiniteľ statického šmykového trenia valcov je f .

a) Určte podmienku, ktorú musí spĺňať pomer $\frac{d_1}{d_2}$, aby druhý valec bol v rovnovážnej stálej polohe.

b) Predpokladajte, že pomer $\frac{d_1}{d_2}$ spĺňa podmienku a).

Určte najväčší uhol α , o ktorý možno odkloniť geometrickú os druhého valca od horizontálnej roviny, napr. pôsobením sily zvislého smeru na koniec druhého valca, aby sa po zrušení tejto sily vrátil valec do pôvodnej rovnovážnej polohy.

Riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty $\frac{d_1}{d_2} = 1,20$, $f = 0,500$.

Riešenie

a) Druhý valec môže z prvého valca buď sklznúť, alebo po otočením stratiť stabilnú polohu. Predpokladajme, že trenie medzi valcami je tak veľké, že druhý valec v polohe znázornenej na obr. 38 nesklzne. Valce sú označené 1 a 2. Pri otočení o uhol α sa ťažisko valca 2 premiestni z bodu T_0 do bodu T , bod dotyku valca 2 s valcom 1 sa premiestni z bodu R_0 do bodu R , valce sa dotýkajú v bode O . Pretože pri tomto pohybe sa valec 2 po valci 1 nekĺza, má úsečka OR rovnakú dĺžku, ako oblúk OR_0 , teda

Pretože

$$\left. \begin{aligned} TQ &= TR \sin \alpha = \frac{1}{2} d_2 \sin \alpha, \\ OQ' &= OR \cos \alpha = \frac{1}{2} d_1 \cos \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

dostaneme dosadením z (2) a (4) do (3)

$$TP_1 = \frac{1}{2} d_2 \sin \alpha + \frac{1}{2} d_1 \sin \alpha - \frac{1}{2} d_1 \cos \alpha. \quad (5)$$

Z (2) a (5) dosadíme do (1) a úpravou dostaneme

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\alpha} < \frac{d_1}{d_2}. \quad (6)$$

V intervale $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ je $\operatorname{tg} \alpha > \alpha$, takže $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\alpha} > 1$ a preto podľa (6), musí byť

$$\frac{d_1}{d_2} > 1, \text{ čiže } d_1 > d_2.$$

b) Valec 2 nesklúzne z valca 1, keď

$$G_2 \sin \alpha < f G_2 \cos \alpha,$$

kde G_2 je tiaž valca 2. To znamená, že

$$\operatorname{tg} \alpha < f. \quad (7)$$

Valec 2 sa môže pootočiť len o taký uhol α , ktorý splňuje nerovnosti (6) a (7).

Označme α_1, α_2 uhly určené vzťahmi

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = f, \quad \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\alpha_2} = \frac{d_1}{d_2}.$$

Ak je α_0 menší z týchto dvoch uhlov, potom

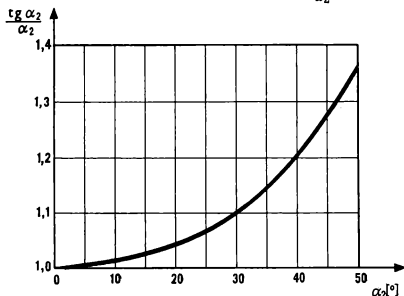
$$\alpha < \alpha_0 = \min(\alpha_1, \alpha_2).$$

Pre danú hodnotu súčiniteľa f je $\alpha_1 \doteq 26,5^\circ$.

Uhol α_2 je treba stanoviť graficky, z grafu funkcie

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\alpha_2} = f(\alpha_2).$$

Graf je na obr. 39 a zistíme, že danej hodnote $\frac{d_1}{d_2} = 1,20$ zod-



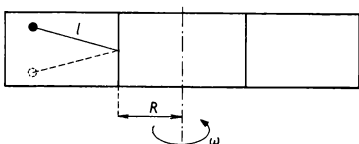
Obr. 39

povedá uhol $\alpha_2 \doteq 40^\circ$, takže

$$\alpha_0 = \min(\alpha_1, \alpha_2) \doteq 26,5^\circ \quad \text{a} \quad \alpha < 26,5^\circ.$$

5. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Kosmická stanice tvaru veľkého prstence (obr. 40) o vnútornom polomere R rotuje kolem své osy konstantní úhlovou rychlostí.



Obr. 40

Na „stropě“ uvnitř stanice jsou zavěšeny hodiny, jejichž kyvadlo délky l lze považovat za matematické. Doba kmitu kyvadla je T_1 . Za dobu τ se následkem rovnoměrně zrychleného rotačního pohybu stanice změní její úhlová rychlost na jinou konstantní hodnotu. Doba kmitu kyvadla se přitom změní na T_2 . Určete, kolik otáček vykonala kosmická stanice za dobu τ . Gravitační působení jiných těles na kosmickou stanici je zanedbatelné.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $R = 24$ m, $l = 1,0$ m, $T_1 = 1,0$ s, $T_2 = 0,40$ s, $\tau = 20$ s.

Řešení

Ve vztažné soustavě spojené s rotující stanicí působí na kyvadlo setrvačná odstředivá síla zrychlením

$$a = (R + l) \omega_1^2,$$

kde ω_1 značí původní úhlovou rychlost otáčení stanice. Původní doba kmitu kyvadla je

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a}} = \frac{2\pi}{\omega_1} \sqrt{\frac{l}{R + l}}. \quad (1)$$

Když se úhlová rychlost stanice změní na ω_2 , změní se doba kmitu kyvadla na

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \sqrt{\frac{l}{R + l}}. \quad (2)$$

Označme ε úhlové zrychlení stanice, n počet otáček za dobu τ , $2\pi n$ úhel, o který se stanice otočí za dobu τ . Pak

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \omega_1 + \varepsilon\tau, \\ 2\pi n &= \omega_1\tau + \frac{1}{2}\varepsilon\tau^2.\end{aligned}$$

Z těchto vztahů vyloučíme ε a vyjádříme

$$n = \frac{\tau}{4\pi} (\omega_1 + \omega_2). \quad (3)$$

Z (1) a (2) vyjádříme ω_1 , ω_2 a dosadíme do (3):

$$n = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \sqrt{\frac{l}{R + l}}.$$

Pro dané hodnoty: $n = 7$.

6. úloha (navrhol dr. Ladislav Morvay)

Výšetrovanie charakteristiky žiarovky

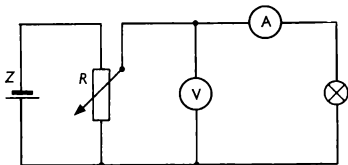
Pomôcky:

Akumulátor alebo iný zdroj o napätí 12 V; reostat 11 Ω , 5 A; automobilová žiarovka 40 W, 12 V; voltmeter, ampérmeter (v oboch prípadoch je možné použiť avomet). Doporučené hodnoty pomôcok považujte za orientačné.

Cieľ merania:

Zistiť údaje potrebné na grafické znázornenie charakteristiky žiarovky, tj. grafu funkcie $I = f_1(U)$, kde I je prúd a U napätie na žiarovke. Pomocou týchto údajov znázorniť aj funkcie $R = f_2(U)$ a $P = f_3(U)$, kde R je odpor žiarovky a P príkon žiarovky.

Schéma zapojenia – obr. 41.



Obr. 41

Postup:

1. Zapojíme obvod podľa schémy na obr. 41.
2. Postupne zvyšujeme napätie na žiarovke od 0 V do 12 V a meriame hodnoty prúdu. Potom postupne znižujeme napätie a meriame prúd k rovnakým hodnotám napätia ako v prvom meraní.

Z oboch meraných hodnôt vypočítame priemer. Príslušné napätia a prúdy zapisujeme do vhodnej tabuľky.

Spracovanie výsledkov merania:

1. Zostrojte graf funkcie $I = f_1(U)$, tzv. charakteristiku žiarovky.
2. Z nameraných hodnôt prúdu I a napätia U vypočítajte odpor $R = \frac{U}{I}$ žiarovky pri rôznych napätiach U . Zostrojte graf závislosti $R = f_2(U)$.
3. Žiarovka má volfrámové vlákno. Teplotný súčiniteľ odporu volfrámu je $\alpha = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Zo zmeny ΔR odporu R žiarovky pri zmene napätia na žiarovke z 0 V na 12 V určte približnú teplotu T vlákna žiarovky pri napätí $U = 12 \text{ V}$.

Vieme, že teplota špirály pri plnom výkone žiarovky má približne hodnotu $T' = 2\,100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Zdôvodnite rozdiel $T' - T$.

4. Vypočítajte prúd I_m , ktorý tečie žiarovkou v okamihu pripnutia napätia $U = 12\text{ V}$ na žiarovku.
5. Pre rôzne hodnoty napätia na žiarovke vypočítajte príkon P žiarovky a graficky zobrazte funkciu $P = f_3(U)$. Určte napätie U_1 , pri ktorom príkon žiarovky je polovicou jej plného príkonu.

Řešení

K pokusu byla použita speciální žárovka s jmenovitými údaji 6 V, 12 W; z několika žárovek téhož typu, které byly k dispozici, byla vybrána jedna, jejíž příkon při napětí 6 V byl téměř přesně 12 W.

Žárovka byla napájena ze stabilizovaného regulovatelného stejnosměrného elektrického zdroje, který byl schopen dávat maximální napětí 30 V a maximální proud 3 A.

Napětí bylo měřeno univerzálním měřidlem avomet I s vlastní spotřebou 1 mA na plnou výchylku. Poněvadž měřené proudy byly daleko větší, nebylo k vlastní spotřebě voltmetru přihlíženo. Proudů byly měřeny panelovým ampérmetrem vestavěným ve zdroji; ampérmetr měl vyhovující třídu přesnosti 1,0. Ampérmetr má velkou stupnici, takže bylo možno spolehlivě odhadovat desetiny dílku.

K jemné regulaci byl použit reostat s jmenovitými údaji $5\,\Omega$ 5 A.

Výsledky jsou sestaveny v tabulce 19, v níž I_1 značí proud měřený při zvyšování napětí, I_2 proud při snižování napětí, I zaokrouhlený aritmetický průměr; v posledních dvou sloupcích tabulky jsou vypočítané hodnoty odporu R vlákna žárovky a příkonu P , který žárovka při příslušném napětí dostává.

TABULKA 19

U (V)	I_1 (A)	I_2 (A)	I (A)	R (Ω)	P (W)
0,5	0,73	0,69	0,71	0,70	0,36
1,0	0,91	0,88	0,90	1,10	0,90
1,5	1,07	1,04	1,06	1,42	1,59
2,0	1,20	1,18	1,19	1,68	2,38
2,5	1,32	1,30	1,31	1,91	3,27
3,0	1,45	1,42	1,44	2,08	4,32
3,5	1,55	1,53	1,54	2,27	5,39
4,0	1,64	1,64	1,64	2,44	6,56
4,5	1,74	1,73	1,74	2,59	7,83
5,0	1,83	1,82	1,83	2,73	9,15
5,5	1,92	1,92	1,92	2,86	10,5
6,0	2,00	2,00	2,00	3,00	12,0

1. Graf funkce $I = f_1(U)$ je na obr. 42.

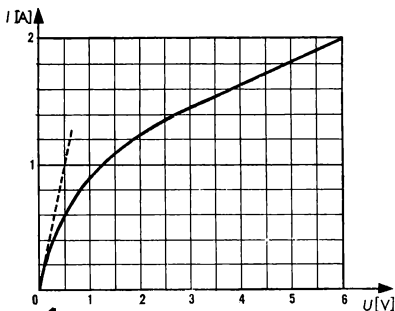
2. Graf funkce $R = f_2(U)$ je na obr. 43.

3. Odpor vlákna při teplotě místnosti byl odhadnut hodnotou $0,25 \Omega$ jednak extrapolací křivky na obr. 43, jednak ze sklonu tečny ke křivce na obr. 42 v počátečním bodě.

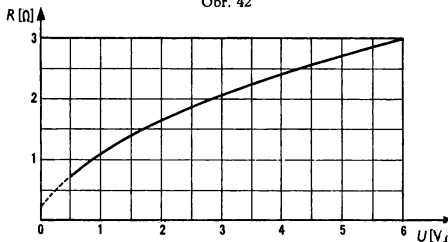
K přibližnému určení pracovní teploty T vlákna použijeme známého vztahu

$$R_T = R_{20} [1 + \alpha(T - 20 \text{ } ^\circ\text{C})], \quad (1)$$

kde R_{20} značí odpor při teplotě $20 \text{ } ^\circ\text{C}$. Pro $R_{20} = 0,25 \Omega$, $R_T = 3,0 \Omega$, $\alpha = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ vychází $T \doteq 2\,300 \text{ } ^\circ\text{C}$, tedy hodnota asi o $200 \text{ } ^\circ\text{C}$ vyšší než ve skutečnosti.



Obr. 42



Obr. 43

Důvod: Lineární vztah (1) pro závislost elektrického odporu kovového vodiče na teplotě představuje jen první aproximaci, která s vyhovující přibližností platí jen pro nepříliš velké rozdíly

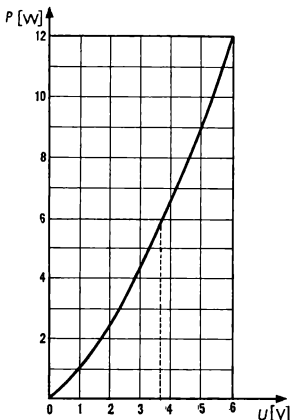
teplot (nejvýše několik set $^{\circ}\text{C}$). Pro větší intervaly teplot je nutné použít lepší aproximaci, tj. celistvou kvadratickou funkci

$$R'_T = R_{20} [1 + \alpha(T - 20^{\circ}\text{C}) + \beta(T - 20^{\circ}\text{C})^2], \quad (2)$$

kde β je kladný koeficient. Proto při vyšších teplotách roste odpor vodiče rychleji než podle vztahu (1), tj. teplota určená z odporů R_T a R_{20} podle vztahu (1) je vyšší než teplota, která by byla stanovena z přesnějšího vztahu (2).

4. Z odhadnuté hodnoty odporu vlákna zastudena ($0,25\ \Omega$) zjišťujeme, že při připojení napětí 6 V ze zdroje s malým vnitřním odporem protéká při zapnutí vláknem žárovky proud $I_m \doteq 24\ \text{A}$.

5. Graf funkce $P = f_3(U)$ je na obr. 44. Z grafického sta-

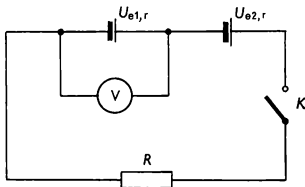


Obr. 44

novení, které je v obrázku naznačeno, vyplývá, že žárovka dostává polovinu svého plného příkonu při napětí $U_1 \doteq 3,7 \text{ V}$.

7. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Dva galvanické články s elektromotorickými napätiami U_{e1} a U_{e2} a rovnakými vnútornými odpormi r sú pripojené na vonkajší odpor $R = r$ tak, ako je to znázornené na obr. 45.



Obr. 45

K prvému zdroju je pripojený voltmeter, ktorého nula je v strede stupnice. Pri rozpojenom spínači K ukazuje voltmeter výchylku v pravej časti stupnice.

Určte podmienku, ktorú musí spĺňať pomer $p = \frac{U_{e1}}{U_{e2}}$, aby pri zapnutom spínači K ukazoval voltmeter výchylku

- v pravej časti stupnice,
- na nule stupnice,
- v ľavej časti stupnice.

Vnútorný odpor voltmetra je veľmi veľký v porovnaní s odporom r .

Riešenie

Voltmeter ukazuje napätie U_1 na prvom článku, pre ktoré platí

$$U_1 = U_{e1} - rI, \quad (1)$$

kde

$$I = \frac{U_{e1} + U_{e2}}{3r}. \quad (2)$$

je prúd pretekajúci obvodom. Dosadením z (2) do (1) vyjadríme

$$U_1 = \frac{2}{3} U_{e1} - \frac{1}{3} U_{e2}.$$

a) Voltmeter ukazuje výchylku v pravej časti stupnice, keď $U_1 > 0$, teda $\frac{2}{3} U_{e1} - \frac{1}{3} U_{e2} > 0$. Z toho dostaneme

$$\frac{U_{e1}}{U_{e2}} > \frac{1}{2}.$$

b) Voltmeter ukazuje nulovú výchylku, keď $U_1 = 0$, tj. keď

$$\frac{U_{e1}}{U_{e2}} = \frac{1}{2}.$$

c) Voltmeter ukazuje výchylku v ľavej časti stupnice, keď $U_1 < 0$, tj. keď

$$\frac{U_{e1}}{U_{e2}} < \frac{1}{2}.$$

b) Druhé kolo súťaže

1. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Tenká homogenná tyč je na koncoch zaväčšená na dvou rovnoběžných vláknach stejné délky l . V rovnovážné poloze má tyč vodorovný směr. Tyč může kmitat buď tak, že koná torzní

kmity, přičemž její těžiště zůstává na téže svislé přímce, nebo tak, že zůstává rovnoběžná se svou rovnovážnou polohou.

a) Určete periody T_1 , T_2 kmitů tyče v prvním a ve druhém případě. Řešte nejprve obecně, potom pro $l = 1,20$ m.

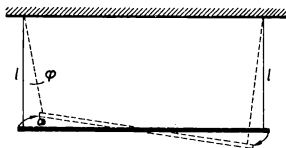
b) Určete poměr $p = \frac{T_2}{T_1}$. Řešte jen obecně.

Moment setrvačnosti tyče vzhledem k ose kolmé k tyči a procházející jejím těžištěm je $\frac{1}{12} md^2$, kde m je hmotnost, d délka tyče.

Vlákna považujte za nepružná, jejich hmotnost neuvažujte. Amplitudy kmitů jsou velmi malé.

Řešení

a) Při torzních kmitech (obr. 46) označíme φ výchylku vlákna, α výchylku tyče, d délku tyče. Pak



Obr. 46

$$l\varphi = \frac{d}{2} \alpha. \quad (1)$$

Do rovnovážné polohy vrací tyč síla, jejíž moment

$$M = -G \frac{d}{2} \sin \varphi = -\frac{1}{2} mgd \sin \varphi,$$

kde $G = mg$ je tíha tyče. Direkční moment tyče je

$$D = -\frac{M}{\alpha} = \frac{1}{2} mgd \frac{\sin \varphi}{\alpha}.$$

Poněvadž $\sin \varphi \approx \varphi$,

$$D = \frac{1}{2} mgd \frac{\varphi}{\alpha}$$

a po dosazení za $\frac{\varphi}{\alpha}$ z (1)

$$D = \frac{mgd^2}{4l}. \quad (2)$$

Perioda torzních kmitů

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}},$$

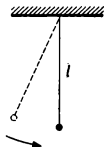
kde I značí moment setrvačnosti, D direkční moment.

Po dosazení $I = \frac{1}{12} md^2$ a za D z (2)

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{3g}}; \quad (3)$$

pro zadanou hodnotu: $T_1 \doteq 1,27$ s.

Periodu T_2 (obr. 47) stanovíme jako dobu kmitu matematického



Obr. 47

kyvadla o délce l , tedy

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (4)$$

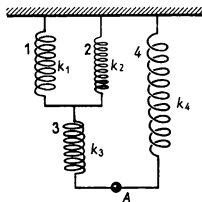
a pro danou hodnotu $T_2 \doteq 2,20$ s.

b) Porovnáním (4) a (3) dostaneme

$$p = \frac{T_2}{T_1} = \sqrt[3]{3}.$$

2. úloha (navrhl prof. dr. Rostislav Košťál)

Čtyři pružiny (1 až 4), jejichž tuhosti jsou k_1 až k_4 , jsou spojeny tuhými příčkami tak, jak je znázorněno na obr. 48. Hmotný



Obr. 48

bod A o hmotnosti m je pevně spojen s příčkou mezi pružinami 3 a 4. Uvedená soustava pružin a hmotného bodu je sestavena tak, že může konat jednoduchý kmitavý pohyb ve svislém směru.

Určete periodu T kmitů soustavy.

Hmotnosti pružin a příček jsou zanedbatelné vzhledem k hmotnosti m .

Řešení

K výpočtu periody kmitů je třeba stanovit tuhost celé soustavy pružin. Pružiny 1 a 2 jsou spojeny paralelně, pro tuhost k_{12} jejich soustavy platí: $k_{12} = k_1 + k_2$.

Pružina 3 je v sérii s touto soustavou, takže soustava pružin 1, 2, 3 má tuhost

$$k_{123} = \frac{k_{12}k_3}{k_{12} + k_3} = \frac{(k_1 + k_2)k_3}{k_1 + k_2 + k_3}.$$

Pružina 4 je s touto soustavou spojena paralelně, takže celá soustava má tuhost

$$k = k_{1234} = k_{123} + k_4$$

a po úpravě

$$k = \frac{(k_1 + k_2)(k_3 + k_4) + k_3k_4}{k_1 + k_2 + k_3}.$$

Kmity mají periodu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{m \frac{k_1 + k_2 + k_3}{(k_1 + k_2)(k_3 + k_4) + k_3k_4}}.$$

3. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

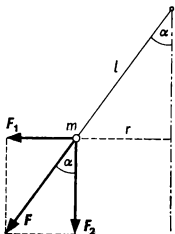
Na jeden koniec dokonale pružného vlákna dĺžky l_0 zavesíme malú guľôčku. Dĺžka vlákna sa zväčší na l_1 . Rukou chytíme druhý koniec vlákna a vlákno s guľôčkou roztočíme. Guľôčka sa pohybuje po kružnici vo vodorovnej rovine, druhý koniec vlákna považujeme za nehybný. Uhlová rýchlosť pohybu guľôčky je ω .

- Určte dĺžku l vlákna pri kruhovom pohybe guľôčky.
- Určte uhol α , ktorý zvierá vlákno so zvislým smerom.
- Určte podmienku, ktorú musí spĺňať uhlová rýchlosť ω guľôčky, aby mohol takýto pohyb vzniknúť.

Hmotnosť vlákna je zanedbateľná vzhľadom k hmotnosti guľôčky, odpor prostredia neuvažujte. Pri pohybe guľôčky nie je prekročená medza úmernosti pri pružnej deformácii vlákna.

Riešenie

a) – obr. 49



Obr. 49

Označíme m hmotnosť guľôčky, r polomer kruhovej dráhy. Na guľôčku pôsobí sila F , ktorá je výslednicou zotrvačnej odstredivej sily F_1 a tiažovej sily F_2 , ktorých veľkosti sú

$$F_1 = m r \omega^2, \quad F_2 = m g. \quad (1)$$

Výslednica má veľkosť

$$F = m \sqrt{r^2 \omega^4 + g^2}. \quad (2)$$

Tuhosť k vlákna je určená tým, že tiažová sila F_2 spôsobí predĺženie o $(l_1 - l_0)$:

$$k = \frac{m g}{l_1 - l_0}. \quad (3)$$

Sila F predĺži vlákno o $(l - l_0)$, takže $F = k(l - l_0)$; po dosadení z (2) a (3) dostaneme

$$l = l_0 + (l_1 - l_0) \sqrt{\left(\frac{r\omega^2}{g}\right)^2 + 1}. \quad (4)$$

Z obr. 49 a zo vzťahov (1) vyjadríme

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{r\omega^2}{g} \quad (5)$$

a ďalej $\sin \alpha = \frac{r}{l}$, odkiaľ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}}. \quad (6)$$

Porovnaním (5) a (6) dostaneme vzťah, z ktorého máme

$$\sqrt{\left(\frac{r\omega^2}{g}\right)^2 + 1} = \frac{l\omega^2}{g}. \quad (7)$$

Dosadením do (4) je

$$l = \frac{g}{g - \omega^2(l_1 - l_0)} l_0. \quad (8)$$

b) Vzťah pre $\operatorname{tg} \alpha$ najdeme z (5) a (7), za l dosadíme z (8):

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\left[\frac{\omega^2 l_0}{g - \omega^2(l_1 - l_0)}\right]^2 - 1}. \quad (9)$$

c) Pretože $l > 0$, musí byť vzhľadom na (8)

$$g - \omega^2(l_1 - l_0) > 0 \quad \text{čiže} \quad \omega < \sqrt{\frac{g}{l_1 - l_0}}$$

a ďalej vzhľadom na (9)

$$\omega^2 l_0 > g - \omega^2(l_1 - l_0) \quad \text{čiže} \quad \omega > \sqrt{\frac{g}{l_1}}.$$

Uhlová rýchlosť ω musí teda mať hodnoty z intervalu

$$\sqrt{\frac{g}{l_1}} < \omega < \sqrt{\frac{g}{l_1 - l_0}}.$$

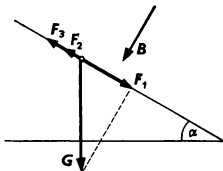
4. úloha (navrhol doc. dr. ing. Daniel Kluvanec, CSc.)

Po dvoch pevných rovnobežných vodičoch, ktoré zvierajú s vodorovnou rovinou uhol α , kľže ako po naklonenej rovine vodivá tyč rovnomerným pohybom tak, že je stále kolmá na vodiče. Vodiče sú na jednom konci pripojené k rezistoru o odpore R . Homogénne magnetické pole o indukcii B je kolmé na rovinu vodičov. Vzdialenosť medzi vodičmi je l , hmotnosť tyče m . Súčiniteľ trenia medzi tyčou a vodičmi je f . Odpor tyče a vodičov je v porovnaní s odporom R veľmi malý.

- Určte prúd, ktorý tečie rezistorom.
- Určte rýchlosť pohybu tyče.

Riešenie

- Na tyč (obr. 50) pôsobí pohybová zložka F_1 tiažovej sily



Obr. 50

$G = mg$, ktorá má veľkosť $F_1 = mg \sin \alpha$. Opačne orientovaná je sila trenia F_2 veľkosti $F_2 = fmg \cos \alpha$ a sila F_3 , ktorou na tyč

působí magnetické pole; jej velikost je $F_3 = BIl$, kde I je proud pretekající tyčou. Pretože tyč klže rovnoměrným pohybem, sú tieto sily v rovnováhe, teda

$$mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha - BIl = 0$$

a odtiaľ

$$I = \frac{mg}{Bl} (\sin \alpha - f \cos \alpha). \quad (1)$$

b) V tyči sa indukuje napätie $U = Blv$, ktoré v rezistore s odporom R spôsobí prúd I , teda $U = RI$. Porovnaním týchto vzťahov pre U vyjadríme

$$v = \frac{RI}{Bl}$$

a po dosadení z (1)

$$v = \frac{Rmg}{(Bl)^2} (\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

3. Úlohy kategórie C

*Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Marta Chytilová, CSc.,
a Mojmir Simerský*

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Neukázněný cestující běží rychlostí $v = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, aby nastoupil do posledního vagónu vlaku, který je na nástupišti připraven k odjezdu. V okamžiku, kdy cestující je ve vzdálenosti $d_1 = 20 \text{ m}$ od dveří posledního vagónu, začne se vlak rozjíždět se stálým zrychlením $a = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- a) Určete dráhu s_1 cestujícího a dráhu s_2 vlaku jako funkce času. Na milimetrový papír sestrojte grafy těchto funkcí do téže soustavy souřadnic. Z grafů rozhodněte, zda cestující dohonil poslední vagón vlaku.
- b) Určete vzdálenost d cestujícího od dveří posledního vagónu vlaku jako funkci času. Na milimetrový papír sestrojte graf funkce $d = f(t)$. Ověřte z grafu správnost řešení úlohy a). Za jakou dobu od okamžiku uvedení vlaku do pohybu je cestující svému cíli nejbližší?

Řešení

- a) Pro dráhy s_1 a s_2 platí vztahy

$$s_1 = vt, \quad s_2 = d_1 + \frac{1}{2} at^2.$$

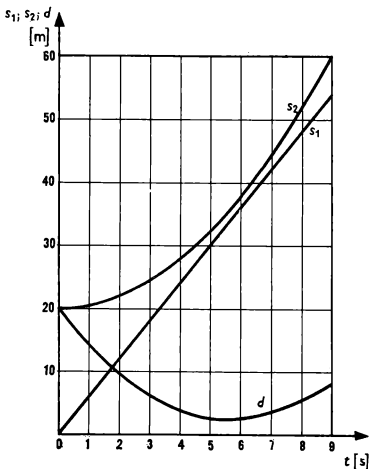
Pro dané hodnoty v , a , d_1 jsou hodnoty s_1 , s_2 sestaveny v tabulce 20, podle níž byly sestaveny grafy na obr. 51. Grafy se neprotínají – cestující nedohoní poslední vagón.

TABULKA 20

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s (m)	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
s_1 (m)	20	20,5	22	24,5	28	32,5	38	44,5	52	60,5
d (m)	20	14,5	10	6,5	4	2,5	2	2,5	4	6,5

- b) Pro vzdálenost d platí vztah

$$d = d_1 - vt + \frac{1}{2} at^2.$$



Obr. 51

Hodnoty d jsou v tabulce, graf je na obr. 51. Jde o parabolu, která neprotíná časovou osu, takže vzdálenost cestujícího od dveří posledního vagónu není v žádném čase nulová; to souhlasí s řešením úlohy a).

Parabola $d = f(t)$ má vrchol o souřadnicích 6 s, 2 m; v čase $t_0 = 6$ s má funkce minimální hodnotu $d_0 = 2$ m. Cestující je tedy svému cíli nejbližší za 6 s od uvedení vlaku do pohybu.

2. úloha (navrhly dr. Marie Vaňková, CSc., a dr. Marta Chytilová, CSc.)

Soustava těles se skládá z pevné kladky, ze dvou těles o hmotnostech $m_1, m_2, m_2 > m_1$, a z vlákna, jehož hmotnost je zanedbatelná vzhledem k hmotnostem těles. Tělesa jsou zavěšena na koncích vlákna vedeného na obvodu kotouče kladky. Tření v soustavě neuvažujeme.

- Jakými silami F_1, F_2 jsou napínány části lana mezi tělesy a kladkou, je-li hmotnost kladky zanedbatelná vzhledem k hmotnostem těles?
- Jakými silami F_1, F_2 jsou napínány části lana mezi tělesy a kladkou, je-li moment setrvačnosti kladky a a poloměr kladky r ?

Poznámka: Úhlové zrychlení otáčivého pohybu kladky $\alpha = \frac{a}{r}$, kde a je zrychlení posuvného pohybu tělesa zavěšeného na vlákně.

Řešení

Ve vztažné soustavě spojené se Zemí zvolíme soustavu souřadnic, jejíž osa y je orientována svisle dolů; síly a zrychlení orientované souhlasně označíme znaménkem $+$, při opačné orientaci znaménkem $-$.

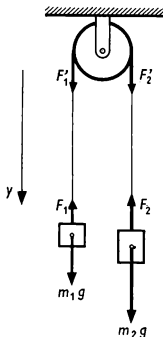
a) Soustava má hmotnost $m = m_1 + m_2$ a působí na ni síla $F = m_2g - m_1g$ (obr. 52), která jí uděluje zrychlení

$$a = \frac{F}{m} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g. \quad (1)$$

Na těleso o hmotnosti m_1 působí síla

$$m_1g - F_1 = -m_1a.$$

Po dosazení z (1) vyjádříme



Obr. 52

$$F_1 = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} g .$$

Na těleso o hmotnosti m_2 působí síla

$$m_2g - F_2 = m_2a ;$$

odtud vyjádříme

$$F_2 = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2} .$$

Platí tedy $F_1 = F_2$.

b) V téže vztažné soustavě jako v úloze a) působí na těleso o hmotnosti m_1 síla $-F_1 + m_1g$ a těleso se pohybuje se zrychlením a orientovaným proti ose y :

$$-F_1 + m_1g = -m_1a . \quad (2)$$

Na těleso o hmotnosti m_2 působí síla

$$-F_2 + m_2 g = m_2 a . \quad (3)$$

Na kladku působí moment síly $(F_2 - F_1) r$ a kladka se otáčí

s úhlovým zrychlením $\alpha = \frac{a}{r}$, takže platí

$$(F_2 - F_1) r = I \frac{a}{r} . \quad (4)$$

Z (2) a (3) vyjádříme

$$F_2 - F_1 = (m_2 - m_1) g - (m_1 + m_2) a .$$

Dosadíme do (4) a vyjádříme

$$a = g \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{I}{r^2}} ,$$

potom z (2) a (3)

$$F_1 = m_1(g + a) = \frac{m_1 g}{m_2 + m_1 + \frac{I}{r^2}} \left(2m_2 + \frac{I}{r^2} \right) ,$$

$$F_2 = m_2(g - a) = -\frac{m_2 g}{m_2 + m_1 + \frac{I}{r^2}} \left(2m_1 + \frac{I}{r^2} \right) .$$

Poněvadž

$$m_2 \left(2m_1 + \frac{I}{r^2} \right) - m_1 \left(2m_2 + \frac{I}{r^2} \right) = \frac{I}{r^2} (m_2 - m_1)$$

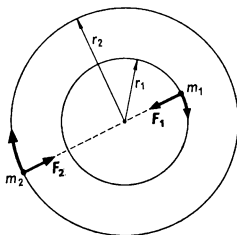
a $m_2 > m_1$, je $F_2 > F_1$.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Dvě hvězdy o hmotnostech m_1 a m_2 se pohybují po soustředných kruhových drahách v téže rovině tak, že jejich vzájemná vzdálenost l je stálá.

- a) Určete poloměry drah r_1 , r_2 a oběžné doby T_1 a T_2 kolem společného středu. Proveďte diskusi pro dva případy: hmotnosti obou hvězd jsou stejné ($m_1 = m_2$), hmotnost m_1 je velmi velká vzhledem k hmotnosti m_2 ($m_1 \gg m_2$).
- b) Použijte výsledku úlohy a) ke stanovení hmotného středu soustavy Země–Měsíc, víte-li, že střední vzdálenost středů obou těles je $l \doteq 60 R_Z$, R_Z je střední poloměr Země, a že poměr hmotností obou těles $\frac{m_Z}{m_M} \doteq 81$.

Řešení – obr. 53



Obr. 53

a) Obě tělesa působí na sebe navzájem gravitačními silami F_1 , F_2 , které mají stejné velikosti a opačné orientace. Síla F_1 je dostředivou silou pro pohyb tělesa o hmotnosti m_1 po kružnici o poloměru r_1 , síla F_2 je dostředivou silou pro pohyb tělesa o hmotnosti m_2 po kružnici o poloměru r_2 , přitom $F_1 = F_2$,

takže

$$\frac{m_1 r_1}{T_1^2} = \frac{m_2 r_2}{T_2^2}.$$

Z podmínky $r_1 + r_2 = l = \text{konst.}$ plyne $T_1 = T_2 = T$. Proto $m_1 r_1 = m_2 r_2$, neboli

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}. \quad (1)$$

Společný střed obou drah je hmotným středem soustavy. Z (1) dostáváme, s použitím vztahu $r_1 + r_2 = l$:

$$r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l; \quad (2)$$

$$r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l. \quad (3)$$

Sílu F_1 vyjádříme jako sílu gravitační, kterou působí těleso o hmotnosti m_2 na těleso o hmotnosti m_1 , a současně jako sílu dostředivou pro těleso o hmotnosti m_1 :

$$\kappa \frac{m_1 m_2}{l^2} = m_1 r_1 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2. \quad (4)$$

Ze vztahů (4) a (2) určíme

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^3}{\kappa(m_1 + m_2)}}.$$

Pro $m_1 = m_2 = m$ platí podle (2) a (3):

$r_1 = r_2 = \frac{l}{2}$; tělesa obíhají po téže kružnici a doba jejich oběhu je

$$T = \pi \sqrt{\frac{2l^3}{\kappa m}}.$$

Pro $m_1 \gg m_2$ platí podle (1): $r_2 \gg r_1$, tedy $r_2 \doteq l$. Těleso o hmotnosti m_1 je velmi blízké hmotnému středu soustavy, těleso o hmotnosti m_2 obíhá kolem tělesa o hmotnosti m_1 po kružnici o poloměru l , s dobou oběhu

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{l^3}{\kappa m_1}}.$$

b) Pro zadané údaje jsou výsledky tyto:

Vzdálenost Měsíce od hmotného středu soustavy je podle (3)

$$r_2 \doteq 60 R_Z \cdot \frac{81}{82} \doteq 59,3 R_Z.$$

Vzdálenost středu Země od hmotného středu soustavy je podle (2)

$$r_1 \doteq 60 R_Z \cdot \frac{1}{82} \doteq 0,7 R_Z.$$

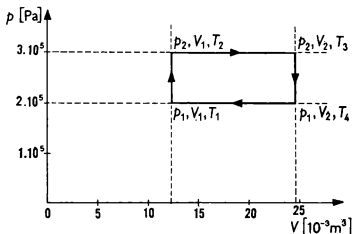
4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Jeden mol ideálního plynu, který má dvouatomové molekuly, má počáteční objem V_1 a počáteční tlak p_1 . Plyn projde cyklickým dějem složeným ze čtyř částí: 1. izochorickým dějem se zvýší tlak plynu na $p_2 = 1,5 p_1$; 2. izobarickým dějem se zvýší objem na $V_3 = 2V_1$; 3. izochorickým dějem nabývá plyn tlaku $p_4 = p_1$; 4. izobarickým dějem se vrací do původního stavu o objemu V_1 a tlaku p_1 .

- Narýsujte na milimetrový papír cyklický děj, je-li $V_1 = 12,3$ litru, $p_1 = 2,00 \cdot 10^5$ Pa.
- Určete obecně teploty T_1 , T_2 , T_3 , T_4 plynu na počátku každého dílčího děje; potom je určete pro hodnoty uvedené v úloze a).
- Určete obecně termodynamickou účinnost η cyklu; potom ji určete pro hodnoty uvedené v úloze a).

Řešení

a) Grafické znázornění cyklu je na obr. 54.



Obr. 54

b) Počáteční stav plynu je dán parametry:

látkové množství $n = 1 \text{ mol}$, objem $V_1 = 12,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
(molární objem $V_{m1} = 12,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$), tlak $p_1 = 2,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Teplotu T_1 určíme ze stavové rovnice

$$p_1 V_{m1} = R_m T_1,$$

kde R_m je molární plynová konstanta, $R_m \doteq 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$T_1 = \frac{p_1 V_{m1}}{R_m} \doteq 296 \text{ K}.$$

Na konci prvního izochorického děje je tlak plynu $p_2 = 1,5 p_1$, objem $V_2 = V_1$:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 1,5 T_1 \doteq 444 \text{ K}.$$

Na konci prvního izobarického děje je tlak plynu $p_3 = p_2$, objem $V_3 = 2V_1$:

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2}; \quad T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2 = 3 T_1 \doteq 888 \text{ K}.$$

Na konci druhého izochorického děje je tlak plynu $p_4 = p_1$, objem $V_4 = V_3 = 2V_1$:

$$\frac{p_3}{p_4} = \frac{T_3}{T_4}; \quad T_4 = \frac{p_4}{p_3} T_3 = 2 T_1 \doteq 592 \text{ K}.$$

c) Termodynamická účinnost cyklu je

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

kde Q_1 je teplo přijaté plynem z ohřívače v jednom cyklu, Q_2 je teplo odevzdané plynem chladiči v jednom cyklu. Při prvním izochorickém ději přijme plyn teplo

$$Q_{1-2} = nC_V(T_2 - T_1),$$

kde n je látkové množství plynu, C_V je molární teplo plynu při stálém objemu.

Při prvním izobarickém ději přijme plyn teplo

$$Q_{2-3} = nC_p(T_3 - T_2),$$

kde C_p je molární teplo plynu při stálém tlaku. V jednom cyklu přijme plyn z ohřívače celkem teplo

$$Q_1 = Q_{1-2} + Q_{2-3} = nC_V(T_2 - T_1) + nC_p(T_3 - T_2).$$

Při druhém izochorickém ději odevzdá plyn teplo

$$Q_{3-4} = nC_V(T_3 - T_4).$$

Při druhém izobarickém ději odevzdá plyn teplo

$$Q_{4-1} = nC_p(T_4 - T_1).$$

V jednom cyklu odevzdá plyn chladiči celkem teplo

$$Q_2 = Q_{3-4} + Q_{4-1} = nC_V(T_3 - T_4) + nC_p(T_4 - T_1).$$

$\frac{C_p}{C_V} = \kappa$; pro plyn s dvouatomovými molekulami $\kappa \doteq 1,4$.

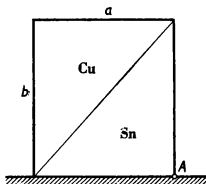
Termodynamická účinnost

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{(T_3 - T_4) + \kappa(T_4 - T_1)}{(T_2 - T_1) + \kappa(T_3 - T_2)} = \frac{\kappa - 1}{3\kappa + 1}$$

a pro $\kappa \doteq 1,40$ vyjde $\eta \doteq 0,077 \dots 7,7 \%$.

5. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Marta Chytilová, CSc.)

Deska tvaru kvádru o rozměrech podstavy a , b a o tloušťce c má jednu polovinu z mědi o hustotě ρ_1 a druhou z cínu o hustotě ρ_2 (obr. 55).



Obr. 55

- Určete polohu T hmotného středu desky.
- Deska je postavena na vodorovné podložce boční stěnou o rozměrech a , c . Jakou práci vykoná dělník, překllopí-li

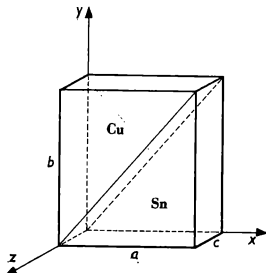
desku z této polohy na vodorovné podložce kolem vodorovné hrany procházející dolním vrcholem A ?

Řešte nejprve obecně, potom pro veličiny: $a = 0,960 \text{ m}$, $b = 1,100 \text{ m}$; $c = 0,210 \text{ m}$; $\rho_1 = 8,93 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_2 = 7,28 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- c) Z výchozí polohy podle bodu b) byla deska překlopena na vodorovné podložce kolem vodorovné osy procházející bodem A o 90° . Nakreslete její novou polohu. Z této polohy ji dělník překlopí na vodorovné podložce opět kolem vodorovné osy procházející pravým dolním vrcholem ve stejném smyslu otáčení jako v úloze b). Vykoná stejně velkou práci jako v případě b), větší nebo menší než v případě b)?

Řešení

- a) Soustavu souřadnic zvolíme podle obr. 56.



Obr. 56

Označíme m_1 hmotnost měděné části desky, m_2 hmotnost její cínové části:

$$m_1 = \frac{1}{2} abc\rho_1 ; \quad m_2 = \frac{1}{2} abc\rho_2 .$$

Označíme dále x_1, y_1, z_1 souřadnice hmotného středu měděné části desky, x_2, y_2, z_2 souřadnice hmotného středu její cínové části. Poněvadž obě části mají tvar přímých hranolů, jejichž podstavami jsou pravoúhlé trojúhelníky s odvěsnami a, b , určíme

$$x_1 = \frac{a}{3} ; \quad y_1 = \frac{2b}{3} ; \quad z_1 = \frac{c}{2} ;$$

$$x_2 = \frac{2a}{3} ; \quad y_2 = \frac{b}{3} ; \quad z_2 = \frac{c}{2} .$$

Hmotný střed T celého tělesa má souřadnice

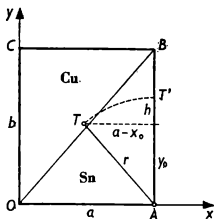
$$x_0 = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} = a \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3(\rho_1 + \rho_2)} ;$$

$$y_0 = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2}{m_1 + m_2} = b \frac{2\rho_1 + \rho_2}{3(\rho_1 + \rho_2)} ;$$

$$z_0 = \frac{z_1 m_1 + z_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{c}{2} ;$$

pro dané hodnoty: $x_0 \doteq 0,464 \text{ m}$; $y_0 \doteq 0,569 \text{ m}$; $z_0 \doteq 0,105 \text{ m}$.

b) Hmotným středem T kváдру vedeme rovinu kolmou k ose otáčení, její průnik s kvádrem je obdélník, jehož vrcholy označíme A, B, C, O a souřadnicovou soustavu zvolíme podle obr. 57. Při otáčení tělesa kolem osy procházející bodem A se těleso dostává z rovnovážné polohy stále do rovnoměrné polohy vratké, přičemž hmotný střed opíše oblouk TT' kružnice o poloměru



Obr. 57

$$r = \sqrt{(a - x_0)^2 + y_0^2}$$

a vystoupí o délku $h = r - y_0$. Vykonaná práce $A = mgh$, kde $m = \frac{abc}{2}(\varrho_1 + \varrho_2)$ je hmotnost celého tělesa. Po dosazení za x_0, y_0 dostaneme

$$r = \frac{2\varrho_1 + \varrho_2}{3(\varrho_1 + \varrho_2)} \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$h = \frac{2\varrho_1 + \varrho_2}{3(\varrho_1 + \varrho_2)} (\sqrt{a^2 + b^2} - b).$$

Práce vykonaná při překlacení desky je tedy

$$A = \frac{abc}{6} g(2\varrho_1 + \varrho_2) (\sqrt{a^2 + b^2} - b) \quad (1)$$

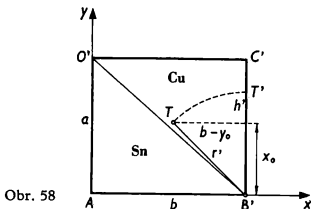
a pro dané hodnoty $A \doteq 3,28 \text{ kJ}$.

c) obr. 58

Při překlacení opíše hmotný střed T tělesa oblouk TT' kružnice o poloměru

$$r' = \sqrt{x_0^2 + (b - y_0)^2} = \frac{\varrho_1 + 2\varrho_2}{3(\varrho_1 + \varrho_2)} \sqrt{a^2 + b^2}$$

a vystoupí o délku



Obr. 58

$$h' = r' - x_0 = \frac{\varrho_1 + 2\varrho_2}{3(\varrho_1 + \varrho_2)} (\sqrt{a^2 + b^2} - a).$$

Vykoná se práce

$$A' = mgh' = \frac{abc}{6} g(\varrho_1 + 2\varrho_2) (\sqrt{a^2 + b^2} - a). \quad (2)$$

Podle zadání úlohy není nutné určit práci A' , nýbrž ji jen porovnat s prací A . Podle (1) a (2) postačí, když pro dané hodnoty stanovíme hodnoty výrazů

$$k = (2\varrho_1 + \varrho_2) (\sqrt{a^2 + b^2} - b),$$

$$k' = (\varrho_1 + 2\varrho_2) (\sqrt{a^2 + b^2} - a).$$

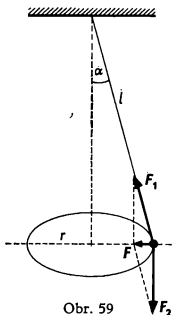
Pro dané hodnoty $k \doteq 9,05 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$, $k' \doteq 11,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$, takže $A' > A$. Při překlapaní tělesa vykoná tedy dělník práci větší než v případě b).

6. úloha (navrhli dr. Alois Kleveta a dr. Marta Chytilová, CSc.)

Určení setrvačné hmotnosti tělesa použitím kuželového kyvadla

1. Teoretická příprava úlohy

Těleso, jehož setrvačnou hmotnost máme určit, je tělesem kuželového kyvadla, které koná rovnoměrný pohyb po kružnici o poloměru r ve vodorovné rovině (obr. 59). Na těleso přitom



Obr. 59

působí napjaté vlákno tahovou silou F_1 a tíhové pole silou $F_2 = mg$. Výslednice těchto sil je dostředivá síla F vodorovného směru.

Dokažte, že platí $m = \frac{FT^2}{4\pi^2 r}$. (1)

Z tohoto vztahu určíte setrvačnou hmotnost m tělesa, jestliže změříte tři veličiny: periodu T pohybu, poloměr dráhy r a dostředivou sílu F .

2. Příprava pokusu

Na vodorovnou podložku pokrytou kreslicím papírem narýsujte kružnici o poloměru r . Těleso zavěsíte na silonové vlákno tak, že v rovnovážné poloze stálé se dotýká vodorovné podložky ve středu kružnice. Těleso vychýlíte při napjatém vlákne z rovnovážné polohy stálé tak, aby se nacházelo nad některým bodem narýsované kružnice. Vhodně velkým impulsem ve směru tečny

ke kružnici uvedete těleso do rovnoměrného kruhového pohybu nad kružnicí. Velikost impulsu splňujícího tuto podmínku je nutno nacvičit. Těleso, jehož setrvačnou hmotnost máte určit, je např. kovová kulička nebo tělísko válcového nebo kuželového tvaru používané u olovnice nebo závaží opatřené háčkem.

3. Měření veličin

a) K měření periody T

Podle obrázku dokažte, že pro periodu T platí vztah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}. \quad (2)$$

Vyjádřete, jak se mění perioda T s rostoucí délkou l při konstantním úhlu α . Vyjádřete, jak se mění perioda T s rostoucím úhlem α při konstantní délce l . Uvažte dále, že periodu T naměříte daným měřidlem času tím přesněji, čím je perioda větší. Jak využijete těchto poznatků k tomu, abyste zvětšili přesnost měření periody T ?

Podle vztahu (2) nezávisí perioda T na hmotnosti tělesa. Za jakých podmínek pro těleso je to splněno?

Jestliže jste dosáhli vhodným impulsem síly toho, aby se těleso pohybovalo po kruhové dráze, za jakých předpokladů můžete periodu T považovat za konstantní?

Před měřením periody T postavíte tenkou svislou tyč do středu kružnice na podložce. Měříte dobu $t = 10 T$; v počátečním a konečném okamžiku se pro vaše oko vlákno kyvadla kryje s osou tyče za kyvadlem. Měření doby t opakujte např. desetkrát, z každého měření vypočítáte periodu T_i . Periodu T určíte jako aritmetický průměr veličin T_i .

b) K měření poloměru r

Poloměr dráhy r zvolíte tak, aby při zvolené délce l kyvadla nepřesáhl úhel α velikost 10° . Pro zvolenou délku kyvadla l si

připravíte tři různé poloměry r_i , které uvedenou podmínku splňují.

c) K měření síly F

Místo síly F změříte sílu F' , která je stejně velká, ale opačně orientovaná. Postupujete např. takto: K tělesu kyvadla v rovnovážné poloze stále připevníte siloměr se stupnicí, jejíž jeden dílek odpovídá 0,1 N. Těleso se siloměrem posunete ve vodorovném směru od středu kružnice tak, aby se těleso nacházelo nad některým bodem kružnice o poloměru r_i , kterou při měření použijete. Siloměr upevníte ve vodorovné poloze a přečtete na stupnici velikost tahové síly F' .

4. Pomůcky

Zapište pomůcky, které si zvolíte k řešení úlohy. Popište je a odůvodněte svou volbu. Popište stupnice použitých měřidel; pomocí odhadu absolutní chyby stanovte přesnost měření, kterých jimi dosáhnete.

5. Provedení pokusu

Provedte měření periody T a síly F pro tři různé poloměry r_i . Stanovte odhadem absolutní chybu měření každé veličiny a stanovte relativní chybu. Pro každou volbu r_i určete podle vztahu (1) setrvačnou hmotnost tělesa. Z nich vypočítejte aritmetický průměr a správně zaokrouhlete.

Porovnejte takto zjištěnou setrvačnou hmotnost tělesa s jeho hmotností gravitační, změřenou použitím rovnoramenných vah.

Zápis řešení úlohy rozdělte na 5 částí podle zadání úlohy.

Provedte shrnutí všech zjednodušujících předpokladů měření (délka a hmotnost vlákna, velikost úhlu α , stálost periody T , záměna tělesa s hmotným bodem apod.). Posuďte, jak jsou tyto předpoklady ve vaší práci splněny.

Řešení

1. Velikost dostředivé síly F lze vyjádřit užitím vztahu pro dostředivé zrychlení

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} r,$$

takže

$$F = m \frac{4\pi^2}{T^2} r,$$

z čehož úpravou dostaneme (1).

2. V obrázku 56 se nacházejí dva podobné pravouhlé trojúhelníky, na základě jejichž podobnosti lze psát

$$\frac{mg}{ma} = \frac{l \cos \alpha}{r}.$$

Užijeme-li opět vztahu pro dostředivé zrychlení, dostaneme po úpravě (2). Poněvadž perioda T s rostoucí délkou l při konstantním úhlu α roste, volíme l pro zvětšení přesnosti měření co největší. Z téhož důvodu volíme úhel α co nejmenší, neboť při konstantní délce l perioda T klesá s rostoucím úhlem α .

Perioda nezávisí na hmotnosti tělesa, když jeho hmotnost tíhová je rovna hmotnosti setrvačné. Při pohybu tělesa po kruhové dráze lze považovat periodu za konstantní, zůstává-li konstantní l a α .

3. Pomůcky

Poloměr narýsované kružnice lze stanovit měřítkem s milimetrovým dělením na 0,1 mm přesně, ale těleso kuželového kyvadla vlivem nepřesnosti počátečního impulsu obíhá po trajektorii lišící se od kružnice; proto byly při měření vzaty v úvahu jen takové pokusy, při nichž odchylka tělesa od zvolené kružnice nepřekročila 5 % poloměru.

K měření periody byly užity stopky s dělením po 0,2 s a s možností odhadovat 0,1 s.

Dostředivá síla byla měřena siloměrem s rozsahem do 1 N a s dělením po 0,01 N; konstrukce siloměru neumožňovala spolehlivě odhadovat desetiny dílku.

Tíhová hmotnost tělesa byla stanovena na rovnoramenných váhách s přesností na 0,1 g.

4. Naměřené a vypočítané hodnoty

Naměřené a vypočítané hodnoty jsou sestaveny v tabulce 21.

TABULKA 21

$l = 1,925 \text{ m}$

$10 T_1$ (s)	T_1 (s)	$10 T_2$ (s)	T_2 (s)	$10 T_3$ (s)	T_3 (s)
28,0	2,80	28,0	2,80	28,0	2,80
28,2	2,82	27,9	2,79	27,7	2,77
28,2	2,82	27,8	2,78	28,0	2,80
28,0	2,80	27,9	2,79	27,7	2,77
28,0	2,80	28,0	2,80	27,7	2,77
28,1	2,81	27,7	2,77	28,0	2,80
28,0	2,80	28,1	2,81	27,7	2,77
28,2	2,82	28,1	2,81	28,0	2,80
28,2	2,82	28,0	2,80	27,8	2,78
28,0	2,80	27,9	2,79	27,8	2,78
$T_1 = 2,809 \text{ s}$		$T_2 = 2,794 \text{ s}$		$T_3 = 2,784 \text{ s}$	
$F_1 = 0,25 \text{ N}$		$F_2 = 0,51 \text{ N}$		$F_3 = 0,77 \text{ N}$	
$r_1 = 0,100 \text{ m}$		$r_2 = 0,200 \text{ m}$		$r_3 = 0,300 \text{ m}$	
$m_1 = 0,499 \text{ 67 kg}$		$m_2 = 0,504 \text{ 23 kg}$		$m_3 = 0,503 \text{ 90 kg}$	

Výpočty byly prováděny na elektronickém kalkulátoru a pro správné zaokrouhlení je třeba určit relativní a absolutní chybu výsledku z odhadu absolutních a relativních chyb naměřených veličin:

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{0,01}{2,8} \doteq 0,004 ; \quad \frac{\delta F}{F} = \frac{0,01}{0,25} = 0,04 ;$$

$$\frac{\delta r}{r} = 0,05 ;$$

z toho

$$\frac{\delta m}{m} = 2 \frac{\delta T}{T} + \frac{\delta F}{F} + \frac{\delta r}{r} =$$

$$= 2 \cdot 0,004 + 0,04 + 0,05 \doteq 0,1 \text{ a tedy } \delta m = 0,05 \text{ kg.}$$

Proto $m = 0,50 \text{ kg}$.

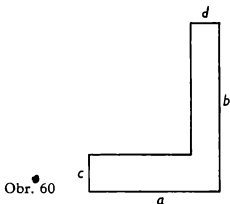
Hmotnost určená vážením: $m = 502,3 \text{ g} = 0,5023 \text{ kg}$.

5. Shrnutí zjednodušujících předpokladů

Délku vlákna považujeme za konstantní a jeho hmotnost za zanedbatelnou. Úhel α byl menší než 10° , perioda pro určitý poloměr byla stálá v mezích pozorovacích chyb a záměna tělesa s hmotným bodem se neprojevila. Ze shody hmotnosti určené dynamicky (z 2. pohybového zákona) a staticky (vážením) je patrné, že všechny zjednodušující předpoklady byly splněny.

7. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Na obr. 60 je znázorněn úhelník zhotovený ze stejnorodého ma-

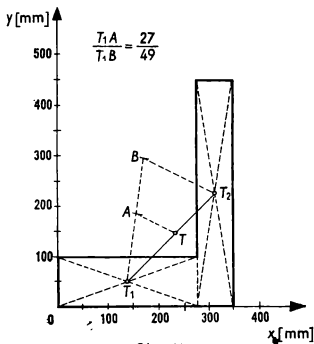


terálu. Jeho rozměry jsou $a = 350$ mm, $b = 450$ mm, $c = 100$ mm, $d = 75$ mm. Tloušťka h je zanedbatelná vzhledem k ostatním rozměrům.

- Narýsujte úhelník na milimetrový papír do soustavy pravoúhlých souřadnic ve vhodném měřítku a ve vhodné poloze.
- Určete polohu hmotného středu T úhelníku. K tomu účelu rozdělte úhelník znázorněný v úloze a) na vhodné části. Řešte úlohu nejprve obecně, potom pro zadané rozměry.
- V obrázku v úloze a) určete polohu hmotného středu T úhelníku graficky a vyjádřete jeho souřadnice v dané soustavě souřadnic. Porovnáním výsledků úloh b) a c) ověřte správnost řešení úlohy.

Řešení

- Umístění úhelníku v soustavě souřadnic je na obr. 61.



Obr. 61

b) Označíme ρ hustotu materiálu, z něhož je úhelník vyroben. Těleso rozdělíme na dvě stejnorodé, velmi tenké obdélníkové desky o hmotnostech $m_1 = (a - d) c h \rho$, $m_2 = b d h \rho$. Jejich hmotné středy mají polohy

$$T_1 \left(\frac{a - d}{2}, \frac{c}{2}, \frac{h}{2} \right); \quad T_2 \left(a - \frac{d}{2}, \frac{b}{2}, \frac{h}{2} \right).$$

Určíme polohu hmotného středu $T(x_0, y_0, z_0)$ tělesa:

$$x_0 = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{(a - d)^2 c + (2a - d) b d}{2[(a - d) c + b d]},$$

$$y_0 = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{(a - d) c^2 + b^2 d}{2[(a - d) c + b d]},$$

$$z_0 = \frac{h}{2}.$$

Pro dané hodnoty $x_0 \doteq 234$ mm, $y_0 \doteq 146$ mm, $z_0 \doteq 0$ mm.

c) Hmotný střed T dělí úsečky $T_1 T_2$ v obráceném poměru hmotností obou částí tělesa:

$$\frac{T_1 T}{T T_2} = \frac{m_2}{m_1}; \quad \frac{T_1 T}{T_1 T_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{b d}{b d + (a - d) c}$$

a pro dané hodnoty

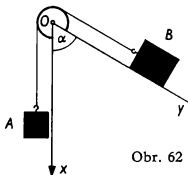
$$\frac{T_1 T}{T_1 T_2} = \frac{27}{49}.$$

Do obr. 61 provedeme konstrukci, určíme souřadnice bodu T a porovnáme se souřadnicemi vypočítanými v části b) úlohy.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Těleso A o hmotnosti m je spojeno vláknem stálé délky s tělesem B o hmotnosti M , $M > m$. Vlákno je vedeno přes kladku otáčivou kolem vodorovné osy (obr. 62). Hmotnost úti a kladky

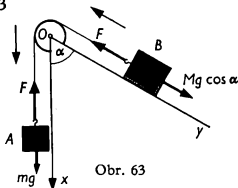


Obr. 62

je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti tělesa. Těleso B klouže bez tření po rovinné podložce Oy , která je odkloněna od svislého směru Ox o úhel α .

- Určete sílu F , kterou je napínáno vlákno, a zrychlení a pohybu soustavy jako funkce úhlu α . Proveďte diskusi řešení.
- Řešte úlohu a) ve zvláštních případech: $\alpha = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ$. Popište pohyb soustavy v každém případě.

Řešení – obr. 63



Obr. 63

a) V daných podmínkách je síla F ve všech bodech vlákna stejná a zrychlení a obou těles soustavy je stejné. Označme kladný smysl pohybu soustavy šipkou. Pak na těleso A působí výsledná síla

$$mg - F = ma. \quad (1)$$

Na těleso B působí výsledná síla

$$F - Mg \cos \alpha = Ma. \quad (2)$$

Ze soustavy rovnic (1) a (2) vyjádříme

$$F = \frac{mM(1 + \cos \alpha)}{m + M} g, \quad (3)$$

$$a = \frac{m - M \cos \alpha}{m + M} g. \quad (4)$$

Diskuse:

1. Pro $m - M \cos \alpha > 0$ je a podle (4) orientováno ve smyslu kladném; soustava koná pohyb rovnoměrně zrychlený tak, že těleso A táhne těleso B .
 2. Pro $m - M \cos \alpha = 0$ je a nulové, soustava je v klidu nebo koná rovnoměrný pohyb.
 3. Pro $m - M \cos \alpha < 0$ je a podle (4) orientováno ve smyslu záporném; soustava koná pohyb rovnoměrně zrychlený tak, že těleso B táhne těleso A .
- b) $\alpha = 0^\circ$:

$$F = \frac{2mM}{M + m} g; \quad a = \frac{m - M}{M + m} g;$$

poněvadž $M > m$, je a orientováno v záporném smyslu; soustava koná rovnoměrně zrychlený pohyb tak, že těleso B táhne těleso A (těleso A stoupá ve svislém směru, těleso B klesá ve svislém směru).

$$\alpha = 60^\circ:$$

$$F = \frac{3mM}{2(M+m)} g ; \quad a = \frac{2m-M}{2(M+m)} g ;$$

pro $M > m > \frac{M}{2}$ koná soustava pohyb rovnoměrně zrychlený ve smyslu kladném (těleso A táhne těleso B);

pro $m = \frac{M}{2}$ je zrychlení nulové, soustava je v klidu nebo koná rovnoměrný pohyb;

pro $m < \frac{M}{2}$ koná soustava pohyb rovnoměrně zrychlený ve smyslu záporném (těleso B táhne těleso A).

$$\alpha = 90^\circ:$$

$$F = \frac{mM}{M+m} g ; \quad a = \frac{m}{M+m} g ;$$

soustava koná pohyb rovnoměrně zrychlený ve smyslu kladném (těleso A táhne těleso B , které se posunuje po vodorovné podložce bez tření).

$$\alpha = 180^\circ:$$

$F = 0 \text{ N}$; $a = g$; tělesa soustavy spojená vláknem volně padají.

2. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Raketa stoupá z povrchu Země svisle vzhůru rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $a = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ s nulovou počáteční rychlostí.

- Za jakou dobu a v jaké výšce dosáhne rychlosti $v_1 = 1\,000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$?
- V okamžiku, kdy raketa dosáhne rychlosti v_1 , se od ní odpoutá nepotřebná palivová nádrž. Za jakou dobu od oka-

mžiku uvolnění dopadne nádrž na povrch Země? Určete její rychlost při dopadu.

Předpokládáme, že děje probíhají v homogenním tíhovém poli, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Odpor vzduchu neuvažujeme.

Řešte nejprve obecně, potom pro zadané hodnoty veličin.

Řešení

a) Pro rovnoměrně zrychlený pohyb rakety s nulovou počáteční rychlostí platí $v = at$, $s = \frac{1}{2} at^2$. Pro $v = v_1$ je

$$t_1 = \frac{v_1}{a} ; \quad s_1 = \frac{v_1^2}{2a}$$

a pro dané hodnoty $t_1 = 50 \text{ s}$; $s_1 = 25 \text{ km}$.

b) Nádrž má při odpoutání od rakety počáteční rychlost v_1 ve směru svislém vzhůru. Jde o vrh svislý vzhůru s počáteční rychlostí v_1 a s počáteční dráhou s_1 . Pro dráhu tedy platí

$$s = \frac{v_1^2}{2a} + v_1 t - \frac{gt^2}{2} .$$

V okamžiku dopadu nádrže na povrch Země je $s = 0 \text{ m}$. Označme t_2 dobu od uvolnění nádrže do jejího dopadu na povrch Země; platí

$$\frac{v_1^2}{2a} + v_1 t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0 . \quad (1)$$

Tato kvadratická rovnice má kladné řešení

$$t_2 = \frac{v_1}{g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{g}{a}} \right) ;$$

záporné řešení rovnice (1) nemá fyzikální smysl.

Nádrž se dostane do nejvyššího místa své dráhy za dobu t_3 od

okamžiku uvolnění, $t_3 = \frac{v_1}{g}$; potom padá volným pádem.

Její rychlost při dopadu

$$v_2 = g(t_2 - t_3) = v_1 \sqrt{1 + \frac{g}{a}} ;$$

pro dané hodnoty: $t_2 \doteq 220$ s, $v_2 \doteq 1\,200$ m . s⁻¹.

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Raketa po dosažení výšky $h = 800$ km nad povrchem Země vystřelí těleso o hmotnosti $m = 40$ kg, které se stane umělou družicí Země a obíhá rovnoměrným pohybem po kružnici v rovině zemského rovníku. Střed trajektorie je ve středu Země.

- Určete rychlost a kinetickou energii umělé družice vzhledem k Zemi jako inerciální vztažné soustavě. Určete oběžnou dobu pohybu družice.
- Určete zdánlivou oběžnou dobu družice pro pozorovatele na rovníku za předpokladu, že umělá družice obíhá kolem Země ve smyslu souhlasném se smyslem rotace Země kolem osy.

Poloměr Země $R = 6\,400$ km, doba rotace Země kolem osy $T_0 = 86\,164$ s, gravitační zrychlení ve výšce h nad povrchem Země $a_g = 8,0$ m . s⁻².

Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty veličin.

Řešení

a) Gravitační síla, kterou gravitační pole Země působí na družici, je dostředivou silou pro pohyb družice, takže platí

$$ma_g = m \frac{v^2}{R + h}, \quad \text{odkud} \quad v = \sqrt{(R + h) a_g} .$$

Pro kinetickou energii a oběžnou dobu platí

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2, \quad T = \frac{2\pi(R + h)}{v}.$$

Pro zadané hodnoty: $v \doteq 7,6 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $W_k \doteq 1,15 \cdot 10^3 \text{ MJ}$, $T \doteq 5\,960 \text{ s}$.

b) Zdánlivá oběžná doba T' umělé družice pro pozorovatele na rovníku je doba mezi dvěma průchody azimutem zemského pozorovatele. Otočí-li se Země v rovině rovníku o úhel α , postoupí umělá družice Země o úhel $2\pi + \alpha$. Označme ω úhlovou rychlost umělé družice, ω_0 úhlovou rychlost rotace Země. Pak

$$T' = \frac{2\pi + \alpha}{\omega}, \quad \alpha = T'\omega_0; \quad \text{odtud} \quad T' = \frac{2\pi}{\omega - \omega_0}$$

a po úpravě

$$T' = \frac{TT_0}{T_0 - T}.$$

Pro dané hodnoty $T' \doteq 6\,403 \text{ s}$.

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V uzavřené skleněné baňce o vnitřním objemu V je plyn při tlaku p_1 ; hmotnost baňky s plynem je m_1 . Část plynu byla z baňky odsáta a baňka byla znovu uzavřena. Tlak plynu klesl na p_2 ; hmotnost baňky s plynem je m_2 .

Uřčete hustotu plynu při atmosférickém tlaku p_a .

Teplota plynu je stálá; plyn považujeme za dokonalý plyn. Po obecném vyřešení řešte úlohu pro hodnoty: $p_a = p_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p_2 = 5,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $m_1 = 101 \text{ g}$, $m_2 = 100 \text{ g}$, $V = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Řešení

Označme m_b hmotnost baňky, m' hmotnost plynu v baňce při tlaku p_1 ; označme m'' hmotnost plynu v baňce při tlaku p_2 . Pak platí $m' = m_1 - m_b$; $m'' = m_2 - m_b$. Označme V_a objem plynu při tlaku p_a a hmotnosti m' .

Podle Boyleova zákona platí

$$V_a p_a = V p_1. \quad (1)$$

Označme V'_a objem plynu při tlaku p_a a hmotnosti m'' . Podle Boyleova zákona platí

$$V'_a p_a = V p_2. \quad (2)$$

Ze vztahů (1) a (2) dostaneme

$$(V_a - V'_a) p_a = (p_1 - p_2) V.$$

Objem odsátého plynu při tlaku p_a je

$$V_a - V'_a = \frac{p_1 - p_2}{p_a} V.$$

Hmotnost odsátého plynu

$$m' - m'' = m_1 - m_b - m_2 + m_b = m_1 - m_2.$$

Hustota plynu při atmosférickém tlaku p_a a při teplotě T , při které pokus probíhal, je

$$\varrho = \frac{m_1 - m_2}{V_a - V'_a} = \frac{(m_1 - m_2) p_a}{(p_1 - p_2) V}$$

a pro zadané hodnoty $\varrho \doteq 2,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

4. Úlohy kategorie D

Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Ivo Volf a Mojmir Simerský

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Na křižovatkách velkých měst, zejména na tzv. výpadových silnicích, se používají elektronická zařízení, která automaticky vyhodnocují a na světelných signálech ukazují řidičům doporučenou rychlost. Dodrží-li ji, dojedou k následujícímu semaforu „na zelenou“. Obvykle se udávají hodnoty v této posloupnosti: $v_1 = 45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_3 = 55 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_4 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Potom údaj zhasne, neboť rychlost vyšší než $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ je povolena pouze na malém počtu ulic.

- a) Vysvětlete, jak pomocí stopek určíte z pozorování světelných údajů na křižovatce vzdálenost d nejbližšího semaforu.
- b) Stanovte doby, po které svítí jednotlivé signály, pro $d = 1\,200 \text{ m}$.

Řešení

a) Zelená na semaforu následující křižovatky zhasne těsně po okamžiku, v němž sem dojedou poslední automobily jedoucí doporučenými rychlostmi. Poslední automobil jedoucí rychlostí v_4 sem dojede za dobu

$$t_0 = \frac{d}{v_4},$$

poslední automobily jedoucí rychlostmi v_3 , v_2 , v_1 pak za doby

$$t_0 + t_4, \quad t_0 + t_3 + t_4, \quad t_0 + t_2 + t_3 + t_4,$$

kde t_2 , t_3 , t_4 značí doby, po které svítí signály doporučující rychlosti v_2 , v_3 , v_4 .

Platí tedy vztahy

$$d = v_1(t_0 + t_2 + t_3 + t_4),$$

$$d = v_2(t_0 + t_3 + t_4),$$

$$d = v_3(t_0 + t_4),$$

$$d = v_4 t_0.$$

Řešením této soustavy rovnic dostaneme

$$t_2 = \frac{v_2 - v_1}{v_2 v_1} d; \quad t_3 = \frac{v_3 - v_2}{v_3 v_2} d; \quad t_4 = \frac{v_4 - v_3}{v_4 v_3} d.$$

Změříme-li stopkami kteroukoli z dob t_2, t_3, t_4 , můžeme stanovit vzdálenost d , protože rychlosti v_1, v_2, v_3, v_4 jsou známé.

b) Pro $d = 1\,200$ m vychází $t_2 = 9,6$ s; $t_3 = 7,9$ s; $t_4 = 6,6$ s. Doba t_1 není určena, ale musí být tak dlouhá, aby první automobil jedoucí z křižovatky rychlostí v_1 , tj. automobil vyjíždějící právě v okamžiku rozsvícení příslušného signálu, nebyl předjet žádným z automobilů dalších, protože tyto automobily by pak musely na „zelenou“ čekat, předpokládáme-li, že se „zelená“ na semaforu rozsvítí právě v okamžiku příjezdu prvního automobilu jedoucího rychlostí v_1 . Pro dobu $\frac{d}{v_1}$ jízdy prvního automobilu musí platit

$$\frac{d}{v_1} \leq \frac{d}{v_2} + t_1$$

a z toho $t_1 \geq t_2 = 9,6$ s.

2. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Cestující stojící na nástupišti pražského metra zjistil, že první vagon přijíždějící soupravy projel kolem něho za dobu $t_1 =$

$= 1,0$ s. Určete, po jakou dobu bude cestujícího míjet poslední vagón soupravy složené z n vagónů ($n = 4$). Konec posledního vagónu zastavil právě u cestujícího. Pohyb soupravy považujte za rovnoměrně zpomalený. Řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.

Řešení

Označíme d délku vagónu, a zrychlení brzdící soupravy ($a < 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), v_0 její počáteční rychlost, t_i čas, v němž cestujícího míjí konec i -tého vagónu, t hledanou dobu. Jde o rovnoměrně zpomalený pohyb, pro který platí

$$d = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2,$$

$$(n-1)d = v_0 t_{n-1} + \frac{1}{2} a t_{n-1}^2,$$

$$nd = v_0 t_n + \frac{1}{2} a t_n^2,$$

$$v_0 + a t_n = 0.$$

Z této soustavy rovnic by bylo možné vyjádřit časy t_{n-1} , t_n a potom $t = t_n - t_{n-1}$.

Výpočet by však byl dosti složitý (řešení kvadratických rovnic). Podstatně jednodušší je řešení ekvivalentní úlohy, kdy se vlak rovnoměrně zrychleně rozjíždí (se stejně velkým zrychlením, ale $a > 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), první vagón mine cestujícího za dobu t , poslední za dobu t_1 . Potom platí

$$d = \frac{1}{2} a t^2, \quad (1)$$

$$(n-1)d = \frac{1}{2} a t_{n-1}^2, \quad (2)$$

$$nd = \frac{1}{2} at_n^2. \quad (3)$$

Z (1) vyjádříme a , dosadíme do (2) a (3) a vyjádříme časy t_{n-1} , t_n ; pak

$$t_1 = t_n - t_{n-1} = t (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}),$$

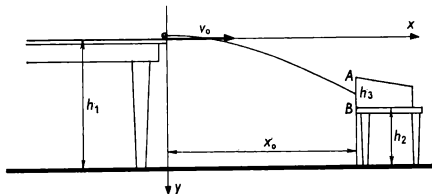
a tedy

$$t = \frac{t_1}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}};$$

pro dané hodnoty $t \doteq 3,7$ s.

3. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Pavel si vymyslel tuto hru: Položil malou kuličku na desku stolu, která je ve výšce h_1 nad podlahou, a do vzdálenosti x_0 od okraje desky umístil na stoličku do výšky h_2 „lapač“, jehož výška je h_3 (obr. 64). Do kuličky cvrnkne tak, že zaznamená zásah, tj. kulička vletí do lapače.



Obr. 64

a) Určete, jakou rychlost v_0 musí udělit kuličce.

- b) Změní se rychlost v_0 , když uvede kuličku do pohybu ve vzdálenosti x_0 od kraje desky stolu? Odpory proti pohybu jsou velmi malé.
- c) Změní se rychlost v_0 z úlohy a), když lapač přeneseme do vzdálenosti $2x_0$ od okraje desky stolu?
Své úvahy zdůvodněte.

Řešení

a) Soustavu souřadnic zvolíme podle obr. 64. Jde o vodorovný vrh s počáteční rychlostí v_0 , takže pro obecný bod trajektorie kuličky (považujeme ji za hmotný bod) platí

$$x = v_0 t ; \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{neboli} \quad y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 . \quad (1)$$

Body A, B mají souřadnice $A(x_0, h_1 - h_2 - h_3)$; $B(x_0, h_1 - h_2)$. Pro tyto souřadnice vychází z (1)

$$v_{0A} = x_0 \sqrt{\frac{g}{2(h_1 - h_2 - h_3)}} ; \quad v_{0B} = x_0 \sqrt{\frac{g}{2(h_1 - h_2)}} . \quad (2)$$

Body A, B však již nesmějí ležet na trajektorii, takže pro rychlost v_0 platí

$$v_{0B} < v_0 < v_{0A} .$$

b) Výsledek je týž, neboť kulička opět opouští okraj stolu rychlostí v_0 .

c) Místo x_0 je třeba v (2) psát $2x_0$, takže podmínka pro v_0 se změní takto:

$$2v_{0B} < v_0 < 2v_{0A} ,$$

kde veličiny v_{0B}, v_{0A} jsou určeny vztahy (2).

4. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Na klidné vodě jezera je v klidu plovoucí pramice o délce l a hmotnosti m .

- Dva chlapci, z nichž první má hmotnost m_1 a druhý hmotnost m_2 , stojí na protilehlých koncích pramice. Současně se začnou pohybovat proti sobě stejnou rychlostí rovnoměrným pohybem a zastaví se při setkání. Určete posunutí pramice vzhledem k vodě.
- Po uklidnění pramice pokračují oba chlapci ve svých pohybech, a to tak, že druhý běží dvojnásobnou rychlostí než první; oba se zastaví, jakmile druhý chlapec doběhne na konec pramice. Určete posunutí pramice vzhledem k vodě.
- Porovnejte orientaci posunutí pramice s rychlostí prvního chlapce v případě a) a b); proveďte diskusi.
- Určete velikost a orientaci posunutí pramice vzhledem k vodě pro tyto hodnoty: $m_1 = 60$ kg, $m_2 = 40$ kg, $m = 400$ kg, $l = 10$ m, v případě a) a b).

Řešení

Osu souřadnic x zvolíme tak, že spojuje počáteční polohy obou chlapců a je orientována od prvního k druhému.

a) Označení veličin:

$v, -v$... rychlosti chlapců vzhledem k pramici;

v_p ... rychlost pramice vzhledem k vodě v době, kdy chlapci běží;

t ... doba pohybu obou chlapců;

d ... posunutí pramice vzhledem k vodě za dobu t .

Protože na počátku je hybnost soustavy nulová, platí podle zákona zachování hybnosti

$$(m_1 - m_2) v = (m_1 + m_2 + m) v_p,$$

$$vt = \frac{l}{2}, \quad v_p t = d.$$

Z těchto vztahů vyjádříme

$$d = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + m} \cdot \frac{l}{2}. \quad (1)$$

b) Rychlosti chlapců jsou nyní v a $-2v$, rychlost pramice v'_p , takže

$$(m_1 - 2m_2)v = (m_1 + m_2 + m)v'_p,$$

přičemž pohyb trvá po dobu t' , za kterou první chlapec uběhne dráhu $\frac{l}{4}$; je pak

$$vt' = \frac{l}{4}, \quad v'_p t' = d',$$

kde d' značí posunutí pramice za dobu t' . Z těchto vztahů vyjádříme

$$d' = \frac{m_1 - 2m_2}{m_1 + m_2 + m} \cdot \frac{l}{4}. \quad (2)$$

c) V řešení úlohy a) jsou tři možné případy:

1. $m_1 > m_2$; pak $d > 0$, pramice se posune v orientaci souhlasné s v , tedy souhlasné s orientací rychlosti prvního chlapce a osy $+x$;
2. $m_1 = m_2$; $d = 0$, pramice se neposune;
3. $m_1 < m_2$; $d < 0$, pramice se posune v orientaci opačné než v případě 1.

V řešení úlohy b) jsou obdobně tři možné případy, podle toho, zda $m_1 > 2m_2$, $m_1 = 2m_2$, $m_1 < 2m_2$. Závěry jsou obdobné jako v řešení úlohy a).

d) Podle (1): $d = 0,2$ m, posunutí je orientováno souhlasně s osou $+x$.

Podle (2): $d' = -0,1$ m, posunutí je orientováno proti ose $+x$.

5. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Těleso o hmotnosti m padá z počáteční klidové polohy z desátého poschodí k zemi.

- Jakou práci vykoná tíhová síla působící na těleso při pádu tělesa z desátého do pátého poschodí? Jak se při tom změní potenciální energie tíhová a kinetická energie tělesa?
- Jakou práci vykoná tíhová síla působící na těleso, pokračuje-li pád tělesa z pátého poschodí k zemi? Jak se změní na tomto úseku potenciální energie tíhová a kinetická energie tělesa?
- Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m = 10 \text{ kg}$, vzájemná vzdálenost dvou po sobě následujících poschodí $d = 2,8 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Do téže soustavy os na milimetrovém papíře sestrojte ve vhodném měřítku grafy tíhové potenciální energie tělesa a jeho kinetické energie jako funkce dráhy tělesa. Ověřte z grafu správnost obecného řešení.

Řešení

a) Výšku 10. poschodí označíme h . Mezi 10. a 5. poschodím padá těleso po dráze $\frac{h}{2}$. Tíhová síla $F = mg$ vykoná při tom práci $A_1 = mg \frac{h}{2}$, která vyjadřuje přeměnu tíhové potenciální energie tělesa v energii kinetickou v soustavě: těleso–Země. Počáteční tíhová energie tělesa $W_{p0} = mgh$, její úbytek $\Delta_1 W_p = -mg \frac{h}{2}$. Počáteční kinetická energie $W_{k0} = 0 \text{ J}$, její přírůstek $\Delta_1 W_k = mg \frac{h}{2}$.

b) Při pádu tělesa z 5. poschodí k zemi vykoná tíhová síla

práci $A_2 = mg \frac{h}{2}$, která vyjadřuje přeměnu tíhové potenciální energie tělesa v kinetickou v soustavě: těleso–Země. Počáteční energie tíhová je $W_{p1} = mg \frac{h}{2}$, její úbytek $\Delta_2 W_p = -mg \frac{h}{2}$. Počáteční kinetická energie $W_{k1} = mg \frac{h}{2}$, její přírůstek $\Delta_2 W_k = mg \frac{h}{2}$.

c) Pro dané hodnoty:

$$A_1 = -\Delta_1 W_p = \Delta_1 W_k = 1\,400 \text{ J} ;$$

$$A_2 = -\Delta_2 W_p = \Delta_2 W_k = 1\,400 \text{ J} .$$

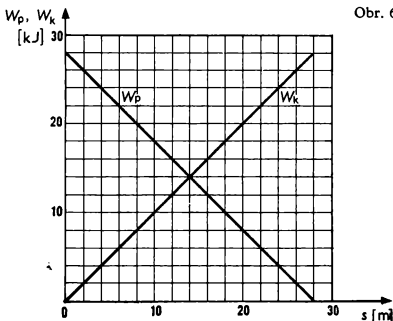
Obecné vyjádření změny tíhové potenciální energie jako funkce dráhy s pádu tělesa:

$$|\Delta W_p| = mg(h - s)$$

a změny energie kinetické

$$\Delta W_k = mgs .$$

Grafy těchto funkcí pro $h = 28 \text{ m}$ v oboru $0 \text{ m} \leq s \leq 28 \text{ m}$ jsou na obr. 65.

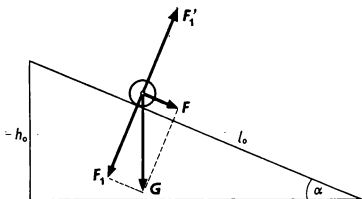


6. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Určení okamžité rychlosti a zrychlení při pohybu rovnoměrně zrychleném

I. Úvod

A. Při pohybu tělesa po nakloněné rovině působí na těleso tíhová síla $\mathbf{G}$ o velikosti $G = mg$ a reakce podložky $\mathbf{F}'_1$ kolmá k nakloněné rovině o velikosti $F'_1 = mg \cos \alpha$. Výslednice $\mathbf{F}$ těchto sil má velikost $F = mg \sin \alpha$ a způsobí pohyb tělesa po nakloněné rovině dolů (obr. 66).



Obr. 66

- a) Odvoďte vztah pro velikost zrychlení tělesa $a_1 = g \sin \alpha = g \frac{h_0}{l_0}$.
- b) Těleso spustíme z výšky h , které odpovídá délka l nakloněné roviny. Ukažte výpočtem, že rychlost tělesa na konci dráhy je

$$v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2a_1 l}.$$

B. K velikostem zrychlení a rychlosti tělesa na konci dráhy

lze dojít i pomocí doby t , za kterou těleso vykoná dráhu délky l .

a) Odvoďte vztah pro zrychlení $a_2 = \frac{2l}{t^2}$.

b) Odvoďte vztah pro velikost rychlosti na konci dráhy $v_2 = \frac{2l}{t}$.

II. Měření

A. Pomůcky

Navrhujeme vám, abyste k měření použili nakloněnou rovinu vytvořenou kovovým profilovým materiálem (tvaru „L“), popř. dvěma latěmi tak, aby se vytvořil žlábek. Délku nakloněné roviny zvolte 2 m až 3 m, aby měření bylo přesvědčivé. Abychom podstatně zmenšili vliv odporových sil proti pohybu, zvolíme jako těleso kuličku. Další pomůcky zvolte podle potřeby a запиšte je.

B. Měření provádějte na základě úvah v bodě I. a výsledky sestavte do tabulky podle následujícího vzoru:

1	2	3	4	5	6	7	8
č. mě- ření	h	l	$v_1 =$ $= \sqrt{2gh}$	$t^* =$ $= \frac{2l}{v_1}$	t	$a_2 =$ $= \frac{2l}{t^2}$	$v_2 =$ $= \frac{2l}{t}$

Hodnoty t^* v 5. sloupci tabulky jsou doby odpovídající příslušným hodnotám v_1 ; budete je potřebovat při grafickém zpracování výsledků.

C. Měření opakujte pro jiný úhel sklonu α , výsledky sestavte do tabulky podle téhož vzoru.

D. Na milimetrovém papíře znázorněte grafy funkcí $v_1(t)$ a $v_2(t)$.

III. Závěr

- a) Vysvětlete rozdíly mezi změřenými hodnotami zrychlení a_2 a hodnotou $a_1 = g \frac{h_0}{l_0}$.
- b) Vysvětlete, proč se navzájem liší hodnoty v_1 a v_2 .

Řešení

A. a) Na těleso působí stálá síla o velikosti $F = mg \sin \alpha$ a uděluje mu tedy zrychlení $a_1 = \frac{F}{m} = g \sin \alpha = g \frac{h_0}{l_0}$, protože $\sin \alpha = \frac{h_0}{l_0}$.

b) Ve výšce h má těleso tíhovou potenciální energii $W_p = mgh$ vztáženou k vodorovné rovině, v níž leží dolní konec nakloněné roviny. Na konci dráhy má těleso potenciální tíhovou energii nulovou a kinetickou energii $W_k = \frac{1}{2} mv_1^2$. Z rovnosti $W_p = W_k$ vyplývá vztah $v_1 = \sqrt{2gh}$. Označme l délku dráhy odpovídající výšce h . Pak $h = l \sin \alpha = l \frac{a_1}{g}$, takže $v_1 = \sqrt{2a_1 l}$.

B. a) Má-li zrychlení velikost a_2 , pak pro dráhu l vykonanou za dobu t platí $l = \frac{1}{2} a_2 t^2$, odtud $a_2 = \frac{2l}{t^2}$.

b) Poněvadž $v_2 = a_2 t$, dostaneme dosazením za a_2 : $v_2 = \frac{2l}{t}$.

Měření

Byla použita ocelová kulička o hmotnosti 10,05 g, nakloněná rovina (žlábek) měla celkovou délku $l_0 = 2,59$ m; výška h_0 byla při prvním pokusu 0,100 m, při druhém pokusu 0,083 m. Aby měření bylo co nejpřesnější, byla kulička spouštěna pomocí elektromagnetického zařízení a doba pohybu byla měřena univerzálním čítačem. Každá hodnota doby t byla získána jako aritmetický průměr z pěti naměřených hodnot. Výsledky měření jsou sestaveny v tabulkách 22 a 23, grafy jsou na obr. 67 a 68.

TABULKA 22

$$a_1 = 0,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

č.	h (cm)	l (m)	v_1 (m · s ⁻¹)	t^* (s)	t (s)	a_1 (m · s ⁻²)	v_2 (m · s ⁻¹)
1	5,02	1,30	0,99	2,63	2,99	0,291	0,870
2	6,18	1,60	1,10	2,92	3,33	0,289	0,960
3	7,35	1,90	1,20	3,17	3,54	0,304	1,07
4	8,50	2,20	1,29	3,41	3,82	0,302	1,15
5	9,65	2,50	1,37	3,65	4,14	0,292	1,21

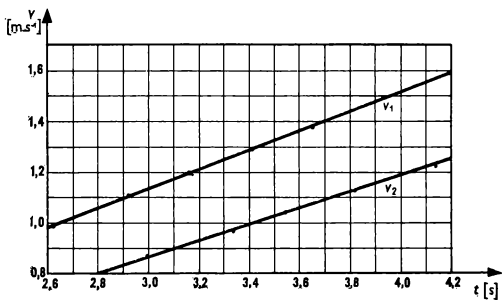
průměrná hodnota zrychlení a_1 : 0,30 m · s⁻²

TABULKA 23

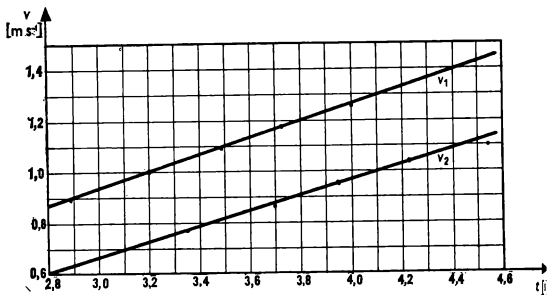
$$a_1 = 0,31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

č.	h (cm)	l (m)	v_1 (m · s ⁻¹)	t^* (s)	t (s)	a_1 (m · s ⁻²)	v_2 (m · s ⁻¹)
1	4,16	1,30	0,90	2,89	3,35	0,232	0,775
2	5,13	1,60	1,00	3,20	3,70	0,234	0,865
3	6,09	1,90	1,09	3,49	3,95	0,244	0,962
4	7,05	2,20	1,18	3,73	4,22	0,247	1,04
5	8,01	2,50	1,25	4,00	4,54	0,243	1,10

průměrná hodnota zrychlení a_1 : 0,24 m · s⁻²



Obr. 67



Obr. 68

Závěr

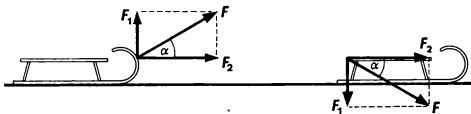
Naměřené hodnoty zrychlení i rychlosti jsou menší než hodnoty vycházející z teoretických úvah. Důvody jsou následující:

1. I při pečlivém provedení pokusu nebylo možné zcela vyloučit odporové síly působící proti pohybu.
2. Tělesem pohybujícím se po nakloněné rovině byla kulička. Ta kromě posuvného pohybu vykonává i pohyb valivý, takže část energie se přeměňuje v rotační energii valící se kuličky. Posuvné zrychlení je tedy menší, než by mělo těleso pouze klouzající po nakloněné rovině se stejnými překážkami působícími proti pohybu.

7. úloha (navrhli dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba)

Dva chlapci soutěží, kdo z nich dopraví dříve sánky s nákladem do vzdálenosti s po vodorovné cestě. Jeden sánky táhne, druhý tlačí. V prvním případě působí chlapec na sánky silou F šikmo vzhůru, druhý chlapec působí stejně velkou silou, která svírá týž úhel α s vodorovnou rovinou, ale směřuje šikmo dolů. Hmotnost sáněk je v obou případech m , součinitel smykového tření mezi sánkami a sněhem má velikost f . Který z chlapců dopraví sánky do cíle dříve? Zdůvodněte. K řešení nakreslete obrázek.

Řešení – obr. 69



Obr. 69

Je třeba určit zrychlení pohybu sáněk. Sílu F rozložíme na svislou složku F_1 a vodorovnou F_2 . Pohybová rovnice tažených sáněk je

$$ma_1 = F_2 - F_{t1}, \quad (1)$$

kde $F_{t1} = f(mg - F_1)$ je velikost síly tření, a_1 velikost zrychlení pohybu. Poněvadž $F_2 = F \cos \alpha$, $F_1 = F \sin \alpha$, dostaneme z (1)

$$a_1 = \frac{F(\cos \alpha + f \sin \alpha) - fmg}{m}. \quad (2)$$

Pohybová rovnice tlačných sáněk je obdobně

$$ma_2 = F_2 - F_{t2}, \quad (3)$$

kde $F_{t2} = f(mg + F_1)$ je velikost síly tření, a_2 velikost zrychlení sáněk. Z (3) vyjádříme

$$a_2 = \frac{F(\cos \alpha - f \sin \alpha) - fmg}{m}. \quad (4)$$

Z (2) a (4) je patrné, že $a_1 > a_2$, takže do cíle dopraví sánky dříve chlapec, který je táhne.

b) Druhé kolo soutěže

Všechny úlohy 2. kola navrhl dr. Ivo Volf a dr. Jiří Kouba

1. úloha

Po přímé vodorovné silnici projíždí automobil Š 100 rychlostí $v_0 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Řidič spatří v dálce železniční přejezd. Může brzdit buď pouhým vypnutím motoru (odporová síla $F = kmg$, kde odporový součinitel $k = 0,10$, m je hmotnost vozidla, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), nebo účinkem brzd, a to se zrychlením buď $a_1 = -2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, nebo $a_2 = -5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- a) Stanovte, v jaké vzdálenosti d_1 od přejezdu musí řidič začít brzdít, svítí-li na přejezdu červené světlo a chce-li řidič zastavit právě u závor.
- b) Určete, v jaké vzdálenosti d_2 od přejezdu musí řidič začít brzdít, svítí-li na přejezdu bílé přerušované světlo a má-li řidič jet již 50 m před přejezdem rychlostí $v_1 = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Úlohy řešte obecně, potom pro dané hodnoty. Reakční dobu řidiče neuvažujte.

Řešení

K řešení využijeme skutečnosti, že práce při překonávání brzdné síly se projeví změnou pohybové energie vozidla.

- a) Pro vzdálenost d_1 platí

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = F d_1 = k m g d_1, \quad \text{odtud} \quad d_1 = \frac{v_0^2}{2 k g}.$$

Pro vzdálenost d'_1 platí

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m a_1 d'_1, \quad \text{odtud} \quad d'_1 = \frac{v_0^2}{2 a_1},$$

$$\text{obdobně} \quad d_1^* = \frac{v_0^2}{2 a_2}.$$

Pro dané hodnoty platí po řadě: 380 m, 190 m, 76 m.

- b) Pro vzdálenost d_2 platí, že práce je rovna změně kinetické energie (vzdálenost od přejezdu, kde rychlost vozidla musí být zmenšena na udanou hodnotu, označíme obecně x):

$$\frac{1}{2} m (v_0 - v_1)^2 = k m g (d_2 - x), \quad \text{odtud}$$

$$d_2 = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2 k g} + x.$$

Obdobně

$$d_2' = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2a_1} + x; \quad d_2' = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2a_2} + x.$$

Pro dané hodnoty je po řadě $d_2 = 340$ m, $d_2' = 195$ m, $d_2'' = 108$ m.

Úlohu lze řešit v obou částech užitím znalostí o pohybu rovnoměrně zrychleném.

2. úloha

Při posunování po přímé železniční trati s velmi malým sklonem p (sklon je dán poměrem výšky h a délky l nakloněné roviny, $p = \frac{h}{l}$) získal vagón při postrčení lokomotivou rychlost a pohyboval se po stoupající trase tak, že se zastavil po ujetí dráhy $s = 64$ m za dobu $t_1 = 30$ s. Pak se dal do pohybu zpět a tutéž dráhu vykonal za dobu $t_2 = 40$ s.

a) Jaký pohyb konal vagón na stoupající trase a jaký na klesající trase?

b) Stanovte sklon p trati.

c) Určete součinitele tření při pohybu.

Úlohy řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.

Pro malý úhel sklonu je třecí síla $F = fmg$, kde f je součinitel tření.

Řešení

a) Vagón se pohybuje po stoupající trase pohybem rovnoměrně zpomaleným s počáteční rychlostí v nenulovou; složka F_1 tíhové síly a třecí síla F_t mají týž směr i orientaci. Při pohybu na klesající trase jde o pohyb rovnoměrně zrychlený s nulovou počáteční rychlostí; síla F_1 a síla F_t mají opačnou orientaci.

b), c) Pro pohyb po stoupající trase je $a_1 = \frac{2s}{t_1^2}$, na klesající trase $a_2 = \frac{2s}{t_2^2}$.

Pro velikosti sil a zrychlení platí $F_1 + F_t = ma_1$; $F_1 - F_t = ma_2$. Dosazením dostáváme pro malé úhly sklonu ($\cos \alpha \doteq 1$): $F_1 = pmg$; $F_t = fmg$, takže

$$pmg + fmg = m \frac{2s}{t_1^2},$$

$$pmg - fmg = m \frac{2s}{t_2^2}.$$

Po úpravě dostaneme soustavu dvou jednoduchých rovnic

$$p + f = \frac{2s}{gt_1^2}, \quad p - f = \frac{2s}{gt_2^2},$$

jejichž řešením vyjde

$$p = \frac{s}{g} \left(\frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_2^2} \right), \quad f = \frac{s}{g} \left(\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2} \right)$$

a pro dané hodnoty: $p \doteq 0,011$, $f \doteq 0,003$.

3. úloha

Žlábkem pevné kladky je vedeno stejnorodé lano délky l všude stejné tloušťky. V počáteční poloze je lano v klidu. Nepatrným nárazem ho uvedeme do pohybu. Tření a důsledky rotačního pohybu kladky zanedbáme.

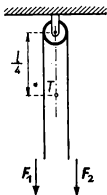
- Nakreslete schematicky výchozí situaci a vysvětlete, za jakých podmínek je lano v klidu.
- Popište počáteční pohyb lana. Nakreslete schematicky polohu lana v okamžiku, kdy se přestalo dotýkat kladky.
- Určete, jakou rychlostí opustí lano kladku.

d) Vyjádřete vztah pro velikost rychlosti a dráhy lana v čase t po opuštění kladky.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $l = 10$ m. Obvod kladky lze vzhledem k délce lana zanedbat.

Řešení

a) Lano je v klidu, když síly F_1 a F_2 (obr. 70) jsou stejně velké, tj. když konce visícího lana jsou v téže vodorovné rovině.



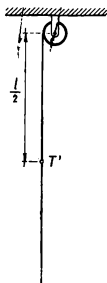
Obr. 70

Těžiště T lana má od kladky vzdálenost $\frac{l}{4}$.

b) Po vychýlení lana z rovnovážné polohy je např. $F_1 > F_2$, takže dojde k nerovnoměrnému pohybu lana, poněvadž rozdíl $F_1 - F_2$ není konstantní.

Situace v okamžiku, kdy lano se právě přestává dotýkat kladky, je na obr. 71. Těžiště T' lana má nyní od kladky vzdálenost $\frac{l}{2}$.

c) Těžiště kleslo o délku $\frac{l}{4}$, takže tíhová potenciální energie se zmenšila o $\Delta W_p = mg \frac{l}{4}$, kde m značí hmotnost lana.



Obr. 71

Na počátku, v klidové poloze, mělo lano kinetickou energii nulovou, po opuštění kladky má rychlost v_1 , a tedy kinetickou energii $W_k = \frac{1}{2}mv_1^2$. Z rovnosti $W_k = \Delta W_p$ vyplývá

$$v_1 = \sqrt{\frac{gl}{2}}$$

a pro danou hodnotu: $v_1 \doteq 7,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

d) Pro pohyb lana po opuštění kladky platí vztahy pro vrh svislý dolů s počáteční rychlostí v_1 , takže pro rychlost v a dráhu s v čase t platí vztahy

$$v = v_1 + gt, \quad s = s_0 + v_1t + \frac{1}{2}gt^2.$$

Sledujeme-li pohyb těžiště, potom s_0 je počáteční svislá vzdálenost těžiště od určitého bodu vhodně zvolené vztažné soustavy.

4. úloha

Sférický balón má průměr $d = 12 \text{ m}$, hmotnost konstrukce je $m_1 = 300 \text{ kg}$, hmotnost dvou pilotů a přístrojů $m_2 = 320 \text{ kg}$, hmotnost zatížení včetně náplně je $m_3 = 370 \text{ kg}$. Balón je naplněn vodíkem. Velikost vztlakové síly je dána hodnotou $11 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$, tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- Zdůvodněte, že při daných údajích může balón začít stoupat.
- Určete zrychlení pohybu a rychlost balonu ve výšce $h = 1\,000 \text{ m}$.
- Jsou výsledky získané v části b) reálné? Odpověď zdůvodněte.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.

Řešení

a) Balón začne stoupat, bude-li vztlaková síla $F_v = F_1 V$ větší než tíha G balonu s příslušenstvím; $F_1 = 11 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$ zde značí vztlakovou sílu na jednotku objemu balonu, V objem balonu, přičemž $G = mg = (m_1 + m_2 + m_3)g$, $V = \frac{\pi}{6} d^3$.

Dále je třeba provést úvahu pro dané hodnoty. Protože $F_v = 9\,950 \text{ N}$ a $G = 9\,700 \text{ N}$, začne balón stoupat.

b) Pro zrychlení balonu dostáváme použitím 2. Newtonova pohybového zákona

$$a = \frac{F_v - G}{m}$$

a pro dané hodnoty $a \doteq 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Za předpokladu, že vztlaková síla je na celé dráze konstantní, bude mít balón ve výšce h rychlost $v = \sqrt{2ah}$ a pro dané hodnoty $v \doteq 22,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 81 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

c) Rychlost balonu ve výšce $h = 1\,000 \text{ m}$ bude však menší. Měrná tíha vzduchu v této výšce je menší než u povrchu Země,

takže je menší i vztlaková síla. Při pohybu dále vzniká odporová síla, kterou jsme neuvažovali.

5. Úlohy kategorie E

*Úlohy a jejich řešení recenzovali dr. Milan Bednařík
a Mojmír Simerský*

a) První kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Nákladní automobil projel vzdálenost mezi dvěma místy tak, že na prvním úseku dráhy $s_1 = 24$ km jel průměrnou rychlostí $v_1 = 25$ km $\cdot$ h $^{-1}$, na druhém úseku dráhy $s_2 = 12$ km průměrnou rychlostí $v_2 = 50$ km $\cdot$ h $^{-1}$.

- Jak velká byla jeho průměrná rychlost na celé trati?
- Jak velkou průměrnou rychlostí v'_2 by musel jet na kratším úseku, aby při průměrné rychlosti $v_1 = 24$ km $\cdot$ h $^{-1}$ na delším úseku dosáhl na celé trati téže průměrné rychlosti jako v případě a)?

Řešení

a) Označíme $s = s_1 + s_2$ délku trati, t_1 dobu jízdy na prvním úseku, t_2 dobu jízdy na druhém úseku, t celkovou dobu jízdy, v průměrnou rychlost na celé trati. Ze vztahů $s = vt$, $s = s_1 + s_2$, $s_1 = v_1 t_1$, $s_2 = v_2 t_2$ dostaneme:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = \frac{v_1 v_2 (s_1 + s_2)}{s_1 v_2 + s_2 v_1} \quad (1)$$

a pro dané hodnoty $v = 30$ km $\cdot$ h $^{-1}$.

b) Ve vztahu (1) položíme $v_1 = v'_1$, $v_2 = v'_2$; pak vyjádříme

$$v'_2 = \frac{v v'_1 s_2}{v'_1 s - v s_1},$$

kde rychlost v je dána vztahem (1) a $s = s_1 + s_2$.

Pro dané hodnoty: $v'_2 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

2. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Řidič automobilu plánuje jízdu do vzdálenosti $s = 90 \text{ km}$ na dobu $t = 1,5 \text{ h}$. Po době $t_1 = 0,50 \text{ h}$, po kterou jel plánovanou průměrnou rychlostí v_1 , dojde kolonu pomalých vozidel. Za kolonou je nucen jet po dobu $t_2 = 0,50 \text{ h}$ průměrnou rychlostí $v_2 = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Jakou průměrnou rychlostí v_3 musí jet ve zbývající době, aby dorazil do cíle za plánovanou dobu t ?
- Na milimetrovém papíře graficky znázorněte dráhu automobilu v závislosti na čase.

Řešení

a) Plánovaná rychlost $v_1 = \frac{s}{t}$, pro dané hodnoty $v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Za dobu t_1 ujede automobil dráhu $s_1 = v_1 t_1$, pro dané hodnoty $s_1 = 30 \text{ km}$. Za dobu t_2 ujede dráhu $s_2 = v_2 t_2$, pro dané hodnoty $s_2 = 10 \text{ km}$. Za zbývající dobu $t_3 = t - (t_1 + t_2)$ ujede dráhu

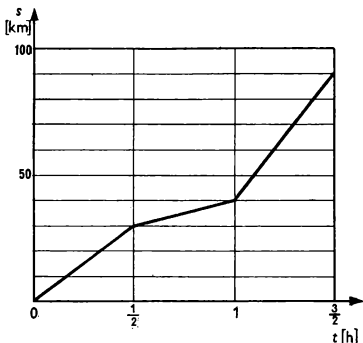
$$s_3 = s - (s_1 + s_2) = v_3 [t - (t_1 + t_2)],$$

takže

$$v_3 = \frac{s - (s_1 + s_2)}{t - (t_1 + t_2)} = \frac{s - (v_1 t_1 + v_2 t_2)}{t - (t_1 + t_2)}$$

a pro dané hodnoty $v_3 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

b) Graf je na obr. 72.



Obr. 72

3. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

Na jednom konci vahadla rovnoramenných vah je zavěšena skleněná koule o hmotnosti $m_1 = 250$ g, na druhém konci je zavěšeno stříbrné těleso o hmotnosti $m_2 = 210$ g.

a) Jak se vychýlí vahadlo?

b) Obě tělesa ponoříme do vody. Jak se nyní vychýlí vahadlo? Hustota skla $\rho_1 = 2,5$ g cm⁻³, hustota stříbra $\rho_2 = 10,5$ g cm⁻³. Své odpovědi zdůvodněte.

Řešení

Označíme I rameno vahadla, na němž je zavěšena skleněná koule, II rameno, na němž je zavěšeno stříbrné těleso.

a) Klesne rameno I, poněvadž $m_1 > m_2$.

b) Tíha koule je $G_1 = 2,5$ N, tíha stříbrného tělesa $G_2 =$

$= 2,1 \text{ N}$. Objem koule $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$, objem stříbrného tělesa $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$, pro dané hodnoty $V_1 = 100 \text{ cm}^3$, $V_2 = 20 \text{ cm}^3$. Voda má měrnou tíhu $\gamma = 0,01 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-3}$. Voda vytlačená koulí má tíhu $G'_1 = V_1\gamma$, voda vytlačená stříbrným tělesem má tíhu $G'_2 = V_2\gamma$; pro dané hodnoty $G'_1 = 1,0 \text{ N}$, $G'_2 = 0,2 \text{ N}$. Na konci ramena I působí podle Archimédova zákona svisle dolů síla $F_1 = G_1 - G'_1$, na konci ramena II síla $F_2 = G_2 - G'_2$, pro dané hodnoty je $F_1 = 1,5 \text{ N}$, $F_2 = 1,9 \text{ N}$. Poněvadž $F_1 < F_2$, klesne rameno II.

4. úloha (navrhl Evžen Růžička)

V kalorimetru je voda o hmotnosti $m_1 = 0,350 \text{ kg}$, měrného tepla $c_1 = 4,180 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, počáteční teploty $t_1 = 20^\circ \text{C}$. Jaká je počáteční teplota t_2 ocelového tělesa hmotnosti $m_2 = 0,100 \text{ kg}$, měrného tepla $c_2 = 0,418 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, jestliže po jeho vložení do kalorimetru se teplota vody a tělesa ustálí na hodnotě 40°C ?

Ztráty tepla zanedbáváme.

Řešení

Voda přijala teplo $Q_1 = m_1 c_1 (t - t_1)$; ocelové těleso odevzdalo teplo $Q_2 = m_2 c_2 (t_2 - t)$. Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ vyjde

$$t_2 = \frac{m_1 c_1}{m_2 c_2} (t - t_1) + t ;$$

pro dané hodnoty je $t_2 = 740^\circ \text{C}$.

5. úloha (navrhl dr. Ivo Volf)

Ve třídě se od 7.30 h do 10.00 h zbytečně svítilo 8 žárovkami, z nichž každá měla příkon 200 W.

- Stanovte, jaká energie přitom přišla nazmar.
- Určete hmotnost méně jakostního uhlí o výhřevnosti $12 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, které se zbytečně spálilo v tepelné elektrárně, jejíž účinnost je 33 %.

Řešení

- a) Zbytečně se svítilo po dobu 2,5 h, takže nazmar přišla energie

$$W = 2,5 \text{ h} \cdot 200 \text{ W} \cdot 8 = 4,0 \text{ kWh} = 14,4 \text{ MJ}.$$

- b) Při účinnosti 33 % se v elektrárně zbytečně spálilo uhlí o hmotnosti

$$m = \frac{14,4 \text{ MJ}}{12 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot 0,33} \doteq 3,6 \text{ kg}.$$

6. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Najděte způsob, kterým můžete určit objem tělesa jen pomocí siloměru a nádoby s vodou, přičemž víte, že měrná tíha vody $\gamma = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$. Jako těleso použijte kovový hranolek opatřený háčkem na zavěšení. Tíha hranolku nesmí překročit měřicí rozsah siloměru.

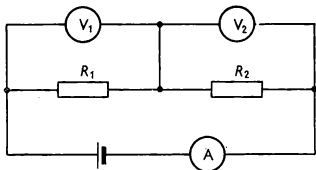
- Navrhnete postup měření podle podmínek úlohy, zdůvodnete a запиšte.
- Podle navrženého postupu provedte měření a запиšte výsledky.
- Výsledky ověřte výpočtem objemu hranolku z jeho rozměrů; запиšte.

Řešení

a) Způsob měření objemu V tělesa je založen na použití zákona Archimédova. Siloměrem změříme tíhu G tělesa. Pak těleso úplně ponoříme do vody, načež siloměr ukáže hodnotu $F = G - V\gamma$; odtud $V = \frac{G - F}{\gamma}$.

7. úloha (navrhla dr. Marta Chytilová, CSc.)

V obvodu podle obr. 73 jsou zapojeny rezistory o odporech $R_1 = 90\ \Omega$ a $R_2 = 30\ \Omega$. Voltmetrem V_1 naměříme napětí 36 V.



Obr. 73

- a) Určete údaj naměřený voltmetrem V_2 .
b) Určete údaj naměřený ampérmetrem.
Odpory přívodních vodičů a ampérmetru zanedbáváme a odpory voltmetrů jsou velmi velké ve srovnání s odpory rezistorů.

Řešení

a) Označíme $U_1 = 36\text{ V}$ napětí na rezistoru R_1 , U_2 napětí na rezistoru R_2 , I proud protékající obvodem. Ze vztahů $U_1 = R_1 I$, $U_2 = R_2 I$ plyne

$$U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1}$$

a pro dané hodnoty $U_2 = 12 \text{ V}$.

b) Z prvního z odvozených vztahů určíme $I = \frac{U_1}{R_1}$ a pro dané hodnoty $I = 0,40 \text{ A}$.

b) Druhé kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Osobní automobil značky Žiguli jede z města A do města B tak, že první úsek dráhy projede průměrnou rychlostí $v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a druhý úsek průměrnou rychlostí $v_2 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- K projetí každého úseku potřebuje automobil právě polovinu jízdní doby. Jak velká je jeho průměrná rychlost na celé trati?
- Každý z projetých úseků činí právě polovinu celé trati. Jak velká je průměrná rychlost automobilu na celé trati?
- Ve kterém případě je průměrná rychlost automobilu na celé trati větší? Své tvrzení zdůvodněte.

Řešení

a) První úsek trati, který projede automobil průměrnou rychlostí v_1 za dobu $\frac{t}{2}$, je $s_1 = \frac{v_1 t}{2}$; podobně druhý úsek trati je $s_2 = \frac{v_2 t}{2}$. Průměrná rychlost na celé trati je

$$v = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 75 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

b) Prvou polovinu trati ujede automobil za dobu $t_1 = \frac{s}{2v_1}$, druhou polovinu za dobu $t_2 = \frac{s}{2v_2}$. Průměrná rychlost na celé trati je pak

$$v = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

c) V případě a) jede delší úsek trati větší průměrnou rychlostí, proto je průměrná rychlost na celé trati v případě a) větší než v případě b).

2. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Pomocí siloměru jsme změřili tíhu tělesa $G = 90 \text{ N}$. Ponoříme-li těleso zavěšené na siloměru zcela do vody, naměříme sílu $F_1 = 70 \text{ N}$. Měrná tíha vody $\gamma_1 = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

- a) Určete objem tělesa a jeho měrnou tíhu γ .
 b) Jak velkou sílu naměříme siloměrem, ponoříme-li těleso do kapaliny o měrné tíze $\gamma_2 = 12\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$?

Řešení

a) Na těleso ponořené ve vodě působí vztlaková síla $F = G - F_1 = V\gamma_1$, odtud objem

$$V = \frac{G - F_1}{\gamma_1} = 0,002 \text{ m}^3.$$

Ze vztahu $G = V\gamma$ určíme měrnou tíhu

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{G}{G - F_1} \gamma_1 = 45\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}.$$

b) Na těleso ponořené do kapaliny měrné tíhy γ_2 působí vztlaková síla $G - F_2 = V\gamma_2$. Odtud

$$F_2 = G - V\gamma_2 = 66 \text{ N}.$$

3. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

V elektrickém obvodu jsou zapojeny za sebou dvě žárovky o odporech $R_1 = 40 \, \Omega$, $R_2 = 60 \, \Omega$ a připojeny ke zdroji o napětí $U = 12 \, \text{V}$.

- Určete napětí na žárovce o odporu R_1 .
- Určete napětí na žárovce o odporu R_2 .
- Určete proudy procházející jednotlivými žárovkami. Jsou tyto proudy stejné nebo různé? Zdůvodněte.

Řešení

a) Při spojení spotřebičů za sebou platí $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$, kde $U_2 = U - U_1$. Odtud po dosazení a úpravě

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U = 4,8 \, \text{V}.$$

b) Podobně

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U = 7,2 \, \text{V}.$$

c) Proud $I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 0,12 \, \text{A}$, proud $I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 0,12 \, \text{A}$.

Obvodem prochází proud $I = \frac{U}{R_1 + R_2} = 0,12 \, \text{A}$.

Proud procházející jednoduchým obvodem je ve všech částech obvodu stejný.

4. úloha (navrhl Evžen Růžička)

Do prázdného kovového poháru o hmotnosti $m_1 = 0,20 \, \text{kg}$, který jsme právě vyjmuli z vroucí vody, nalejeme vodu o hmot-

nosti $m_2 = 0,15 \text{ kg}$ a teplotě $t_2 = 14^\circ\text{C}$. Po chvíli se na teploměru vloženém do vody ustálí teplota $t = 23,5^\circ\text{C}$. Určete měrné teplo kovu, z něhož je pohár zhotoven. Měrné teplo vody $c_2 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Ztráty tepla zanedbáváme.

Řešení

Po vyjmutí z vroucí vody má pohár teplotu $t_1 = 100^\circ\text{C}$ a odevzdá teplo $Q_1 = m_1 c_1 (t_1 - t)$, kde c_1 je měrné teplo kovu, z něhož je pohár zhotoven. Voda o hmotnosti m_2 a teplotě t_2 přijme teplo $Q_2 = m_2 c_2 (t - t_2)$. Z rovnosti $Q_1 = Q_2$ dostaneme po dosazení a úpravě

$$c_1 = \frac{m_2 c_2 (t - t_2)}{m_1 (t_1 - t)}$$

a pro dané hodnoty $c_1 = 0,38 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

c) Třetí kolo soutěže

1. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Rychlík projíždí určitou trať tak, že $\frac{1}{3}$ této trati jede průměrnou rychlostí $v_1 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a $\frac{2}{3}$ trati průměrnou rychlostí $v_2 = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Jak velká je jeho průměrná rychlost na celé trati?
- V jakém poměru jsou doby, které rychlík potřebuje k ujetí obou úseků trati?

Řešení

- Délku trati označíme s . Dráhu $\frac{1}{3}s$ projede rychlík za

dobu t_1 , dráhu $\frac{2}{3}s$ za dobu t_2 , přičemž

$$t_1 = \frac{s}{3v_1}, \quad t_2 = \frac{2s}{3v_2}. \quad (1)$$

Celou trať projede rychlík za dobu $t = t_1 + t_2$, jeho průměrná rychlost na celé trati je

$$v = \frac{s}{t} = \frac{s}{t_1 + t_2}.$$

Dosazením za t_1 a t_2 z (1) a úpravou dostaneme

$$v = \frac{3v_1v_2}{2v_1 + v_2}$$

a pro dané hodnoty $v = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

b) Z (1) vyjádříme poměr

$$p = \frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{2v_1}$$

a pro dané hodnoty $p = \frac{1}{4}$.

2. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Ze zkušenosti víme, že kámen je ve vodě lehčí než na vzduchu. Představme si, že držíme kámen pod vodou a pak ho zvedneme nad povrch vody. Předpokládejme, že při vytažení kamene z vody se tlaková síla na ruce zvětší n -krát.

a) Jak velkou silou je kámen ve vodě nadlehčován, je-li jeho tíha G ?

b) Jaká je měrná tíha kamene, je-li měrná tíha vody γ_0 ?

Řešte nejprve obecně, potom pro $n = 1,5$; $G = 120 \text{ N}$; $\gamma_0 = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení

a) Kámen má tíhu G . Ve vodě působí kámen na ruce tlakovou silou $\frac{G}{n}$, takže vztlaková síla je

$$F = G - \frac{G}{n} = \frac{n-1}{n} G \quad (1)$$

a pro dané hodnoty $F = 40 \text{ N}$.

b) Označme V objem kamene, γ jeho měrnou tíhu. Pak $F = V\gamma_0$, $G = V\gamma$. Dosazením do (1) dostaneme vztah, z něhož vyjádříme

$$\gamma = \frac{n}{n-1} \gamma_0$$

a pro dané hodnoty $\gamma = 30\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

3. úloha (navrhl dr. Milan Bednařík)

Soustava dvou žárovek spojených za sebou je připojena ke zdroji o napětí $U = 10 \text{ V}$. Prvá žárovka dostává v obvodu příkon $P_1 = 1,0 \text{ W}$, druhá $P_2 = 4,0 \text{ W}$.

- Určete proud I , který obvodem protéká.
- Určete napětí U_1 na první žárovce a napětí U_2 na druhé žárovce.
- Určete odpor R_1 první žárovky a odpor R_2 druhé žárovky.

Řešení

a) Celkový příkon soustavy $P = P_1 + P_2$. Proud I určíme ze vztahu

$$I = \frac{P}{U} = \frac{P_1 + P_2}{U}, \quad (1)$$

pro dané hodnoty $I = 0,50 \text{ A}$.

b) Napětí U_1 a U_2 na první a na druhé žárovce jsou

$$U_1 = \frac{P_1}{I}, \quad U_2 = \frac{P_2}{I}$$

a po dosazení z (1)

$$U_1 = U \frac{P_1}{P_1 + P_2}, \quad U_2 = U \frac{P_2}{P_1 + P_2}, \quad (2)$$

pro dané hodnoty $U_1 = 2,0 \text{ V}$, $U_2 = 8,0 \text{ V}$.

c) Odpor R_1 a R_2 žárovek jsou

$$R_1 = \frac{U_1}{I}, \quad R_2 = \frac{U_2}{I}$$

a po dosazení z (1) a (2)

$$R_1 = \frac{U^2 P_1}{(P_1 + P_2)^2}, \quad R_2 = \frac{U^2 P_2}{(P_1 + P_2)^2}.$$

Pro dané hodnoty $R_1 = 4,0 \Omega$, $R_2 = 16 \Omega$.

4. úloha (navrhl Evžen Růžička)

V kalorimetru je voda hmotnosti $m_1 = 1,0 \text{ kg}$, teploty $t_1 = 80^\circ\text{C}$ a měrného tepla $c_1 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Do vody přidáme tající led tak, aby její teplota klesla na hodnotu $t = 30^\circ\text{C}$. Určete hmotnost přidaného ledu.

Měrné skupenské teplo tání ledu $l = 332 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Ztráty tepla zanedbáváme.

Řešení

Voda odevzdá při ochlazení teplo

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_1 - t).$$

Led hmotnosti m_2 a teploty $t_2 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ přijme ke změně skupenství na vodu téže teploty teplo

$$Q_2 = m_2 l$$

a vzniklá voda k ohřátí na teplotu t teplo

$$Q_3 = m_2 c_1 (t - t_2) .$$

Při zanedbání tepelných ztrát platí vztah

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 ,$$

z něhož po dosazení vyjádříme

$$m_2 = \frac{m_1 c_1 (t_1 - t)}{l + c_1 (t - t_2)} .$$

Pro dané hodnoty $m_2 \doteq 0,46\text{ kg}$.

6. Úlohy pokusného 1. kola kategorie D v JMK

1. část 1. kola

1. úloha – totožná s úlohou 1 kat. D

2. úloha – totožná s úlohou 2 kat. D

3. úloha

Dva vagóny o hmotnostech m_1 a m_2 , $m_1 > m_2$, se pohybují rovnoměrným pohybem po vodorovné trati stejnou rychlostí v_0 vzhledem ke kolejím. V určitém okamžiku začne na každý vagón působit stálá brzdicí síla téže velikosti F .

a) Jak se změní pohyb vagónů?

b) Který z nich se zastaví dříve?

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m_1 = 20\text{ t}$, $m_2 = 10\text{ t}$, $F = 3,0\text{ kN}$, $v_0 = 54\text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Řešení

- a) Stálá síla způsobí pohyb rovnoměrně zpomalený.
b) Pro sílu a zrychlení zpomaleného pohybu platí

$$F = m_1 a_1, \quad F = m_2 a_2. \quad (1)$$

Označme dobu, za kterou se zastaví vagóny, t_1 a t_2 . Protože jde o pohyb rovnoměrně zpomalený, musí pro doby t_1 a t_2 platit

$$v_0 - a_1 t_1 = 0, \quad v_0 - a_2 t_2 = 0.$$

Dosadíme-li za a_1 a a_2 z rovnic (1), dostáváme

$$v_0 - \frac{F}{m_1} t_1 = 0, \quad v_0 - \frac{F}{m_2} t_2 = 0.$$

Proto pro doby t_1 a t_2 vychází

$$t_1 = \frac{m_1 v_0}{F}, \quad t_2 = \frac{m_2 v_0}{F}.$$

Poněvadž $m_1 > m_2$, bude $t_1 > t_2$.

Pro dané hodnoty $m_1 = 20 \text{ t} = 20 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $m_2 = 10 \text{ t} = 10 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $F = 3,0 \text{ kN} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ N}$, $v_0 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 54 \frac{10^3}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$$t_1 = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 15 \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}{3,0 \cdot 10^3} = 100 \text{ s},$$

$$t_2 = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 15 \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}{3,0 \cdot 10^3} = 50 \text{ s}.$$

Prvý vagón se zastaví za 100 s, druhý za 50 s.

4. úloha – totožná s úlohou 6 kat. D

2. část 1. kola – klauzurní práce

1. úloha

Automobil projel tři čtvrtiny délky své trasy rychlostí v_1 a zbytek rychlostí v_2 . Určete jeho průměrnou rychlost na celé trase. Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Řešení

Označme s délku celkové trasy automobilu a t celkovou dobu jízdy; $t = t_1 + t_2$,

$$\left. \begin{aligned} v_s &= \frac{s}{t}, \\ \frac{3}{4} s &= v_1 t_1, \\ \frac{1}{4} s &= v_2 t_2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Sečteme levé a pravé strany obou rovnic (1)

$$s = v_1 t_1 + v_2 t_2. \quad (2)$$

Levou stranu první rovnice (1) dělíme levou stranou druhé rovnice (1) a totéž provedeme s pravými stranami:

$$3 = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2}. \quad (3)$$

Odtud

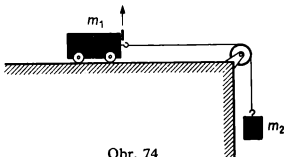
$$t_1 = \frac{3v_2 t_2}{v_1},$$

$$v_s = \frac{s}{t} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{4v_2 t_2}{\frac{3v_2 t_2}{v_1} + t_2} = \frac{4v_2 v_1}{3v_2 + v_1}.$$

$$\text{Číselně } v_s = \frac{4 \cdot 80 \cdot 60}{240 + 60} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 64 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2. úloha

Vozíček o hmotnosti m_1 stojí na vodorovné hladké podložce. Vlákem vedeným přes kladku je vozíček spojen se závažím o hmotnosti m_2 podle obr. 74.



Obr. 74

- Zarážkou je vozíček udržován v klidu. Jakou silou je napínáno vlákno?
- Uvolněním zarážky se uvede vozíček z klidu po pohybu. Určete zrychlení jeho pohybu.
- Jakou silou je napínáno vlákno při pohybu vozíčku podle úlohy b)? Tření při pohybu vozíčku a hmotnost kladky neuvažujeme. Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m_1 = 1,0 \text{ kg}$, $m_2 = 0,50 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

- Je-li vozíček v klidu, je vlákno napínáno silou $F_1 = m_2 g$.
- Po uvolnění koná vozíček rovnoměrně zrychlený pohyb se

zrychlením a . Síla F_1 uděluje soustavě o hmotnosti $m = m_1 + m_2$ zrychlení, pro něj platí

$$m_2 g = (m_1 + m_2) a$$

a z toho

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} .$$

c) Vozíček se pohybuje se zrychlením a , a tedy na něj působí vlákno silou

$$F_2 = m_1 \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g .$$

Tuto sílu dostaneme také takto:

Na závaží o hmotnosti m_2 působí tíhová síla $G = m_2 g$ svisle dolů a tahová síla napjatého vlákna F_2 svisle vzhůru. Na závaží o hmotnosti m_2 působí tedy výsledná síla $m_2 g - F_2$ a závaží se pohybuje se zrychlením a ; platí tedy

$$m_2 g - F_2 = m_2 a ;$$

z toho

$$\begin{aligned} F_2 &= m_2(g - a) = m_2 g \left(1 - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) = \\ &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g . \end{aligned}$$

Po dosazení dostáváme

$$F_1 = 5,0 \text{ N}, \quad a = \frac{10}{3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq 3,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} ,$$

$$F_2 = \frac{10}{3} \text{ N} \doteq 3,3 \text{ N} .$$

3. úloha

Na klidné vodě jezera jsou dvě loďky o hmotnostech m_1 a m_2 , $m_1 < m_2$, spolu spojeny lanem a jsou v klidu vzhledem k břehům. Chlapec na první loďce táhne lano silou F po dobu t .

- a) Určete rychlost, kterou dosáhne první loďka vzhledem k břehům za dobu t .
b) Určete rychlost, kterou dosáhne první loďka vzhledem ke druhé za dobu t .

Po obecném vyřešení řešte pro hodnoty: $m_1 = 250$ kg, $m_2 = 500$ kg, $F = 50$ N, $t = 5,0$ s.

- c) Nastane změna hybnosti loďky o hmotnosti m_1 ve vztažné soustavě spojené s břehem jezera? Nastane změna hybnosti soustavy loďek v téže vztažné soustavě? Jaký závěr z toho plyne pro polohu hmotného středu soustavy obou loďek během doby t ?

Řešení

- a) Na loďku o hmotnosti m_1 působí síla $F = m_1 a_1$;

$$a_1 = \frac{F}{m_1},$$

$$v_1 = a_1 t = \frac{F}{m_1} t.$$

Po dosazení $v_1 = 1,0$ m . s⁻¹.

- b) Na loďku o hmotnosti m_2 působí síla $-F = m_2 a_2$,

$$a_2 = -\frac{F}{m_2},$$

$$v_2 = a_2 t = -\frac{F}{m_2} t.$$

Po dosazení

$$v_2 = -0,50 \text{ m . s}^{-1}.$$

Rychlost první loďky vzhledem ke druhé je

$$v_{21} = v_1 + |v_2| = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

c) Ve vztažné soustavě spojené s břehem je počáteční hybnost první i druhé loďky nulová; na konci doby t je hybnost první loďky $p_1 = m_1 v_1$; nastane tedy změna hybnosti o $m_1 v_1 = 250 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Na konci doby t je hybnost druhé loďky $p_2 = m_2 v_2 = -250 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Za dobu t nastane změna hybnosti soustavy $\Delta p = p_1 + p_2 = 0 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Protože během doby t nenastane změna hybnosti soustavy loďek, zůstává hmotný střed soustavy loďek vzhledem k břehům jezera v klidu.

7. Úlohy pokusného 1. kola kategorie E v JMK

1. část 1. kola

- 1. úloha – totožná s úlohou 2 kat. E
- 2. úloha – totožná s úlohou 4 kat. E
- 3. úloha – totožná s úlohou 6 kat. E
- 4. úloha – totožná s úlohou 7 kat. E

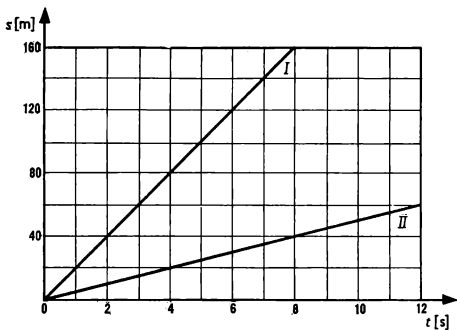
2. část 1. kola – klauzurní práce

1. úloha

Na obr. 75 je znázorněn graf závislosti délky dráhy na čase pro rovnoměrný pohyb automobilu (I) a traktoru (II).

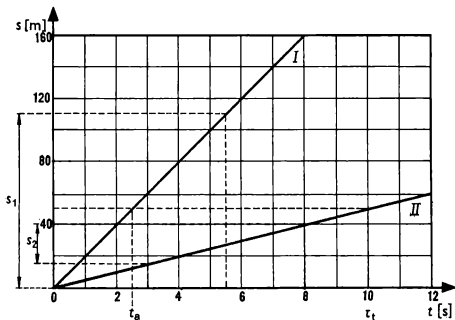
- a) Urči z grafu rychlost rovnoměrného pohybu automobilu a rychlost rovnoměrného pohybu traktoru a vyjádři je

v jednotce $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.



↑ Obr. 75

↓ Obr. 76



- b) Urči z grafu délku dráhy s_1 , kterou urazí automobil za dobu $t_1 = 5,5$ s od počátku pohybu, a znázorni ji na ose s v grafu.
- c) Urči z grafu délku dráhy s_2 , kterou urazí traktor od třetí do osmé sekundy od počátku pohybu, a znázorni ji na ose s v grafu.
- d) Urči z grafu doby, za které urazí vozidla délku dráhy 50 m od počátku pohybu.

Řešení

a) Z grafu (obr. 76) přečteme, že např. času $t = 5,0$ s odpovídá délka dráhy automobilu $s = 100$ m. Užitím vztahu pro rychlost rovnoměrného pohybu $v = \frac{s}{t}$ určíme rychlost rovnoměrného pohybu automobilu

$$\begin{aligned} v_a &= \frac{100}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \text{ Přepočet: } 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \\ &= 3\,600 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \\ v_a &= 20 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Z grafu (II) pro traktor přečteme, že například času $t = 8$ s odpovídá délka dráhy $s = 40$ m, z čehož vyplývá pro rychlost rovnoměrného pohybu traktoru

$$v_t = \frac{40}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

b) Z grafu (I) přečteme, že za dobu $t_1 = 5,5$ s od počátku pohybu urazil automobil délku dráhy $s_1 = 110$ m. V grafu je vyznačena na ose s .

c) V bodech časové osy, které odpovídají konci 3. a 8. sekundy, vztyčíme kolmice k této ose a určíme jejich průsečíky s polo-

přímku (II), která je grafem závislosti délky dráhy traktoru na čase. Těmito průsečíky vedeme rovnoběžky s časovou osou, které protnou osu s v počátečním a koncovém bodě úsečky znázorňující délku dráhy s_2 . Na stupnici osy s čteme $s_2 = 25$ m. V grafu je vyznačena na ose s .

d) Hodnotě délky dráhy $s = 50$ m odpovídá na grafu (I) hodnota času $t_a = 2,5$ s, na grafu (II) hodnota času $t_t = 10$ s.

2. úloha

Dvě tělesa, z nichž jedno je z hliníku a druhé z olova, mají stejný objem.

a) Urči poměr skupenského tepla tání přijatého tělesem z olova a skupenského tepla tání přijatého z hliníku, jestliže každé těleso při své teplotě tání zcela změní skupenství pevné na kapalné.

b) Které skupenské teplo tání je při tomto ději větší?

Hustota hliníku je $2\,700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, hustota olova je $11\,300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; měrné skupenské teplo tání hliníku je $390 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, měrné skupenské teplo tání olova je $25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Řešení

Hliníkové těleso má hmotnost $m_1 = V\rho_1$, kde V značí objem tělesa a ρ_1 hustotu hliníku. Olověné těleso má hmotnost $m_2 = V\rho_2$, kde V značí jeho objem a ρ_2 hustotu olova.

a) Skupenské teplo tání Q_1 hliníkového tělesa, tj. tepla, které těleso při teplotě tání přijalo na přeměnu skupenství pevného na kapalné, je určeno vztahem

$$Q_1 = m_1 l_1 = V\rho_1 l_1,$$

kde l_1 značí měrné skupenské teplo tání hliníku.

Podobně skupenské teplo tání Q_2 olověného tělesa je určeno vztahem

$$Q_2 = m_2 l_2 = V \rho_2 l_2 ,$$

kde l_2 značí měrné skupenské teplo tání olova.

Poměr skupenských tepel tání je

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V \rho_2 l_2}{V \rho_1 l_1} = \frac{\rho_2 l_2}{\rho_1 l_1} .$$

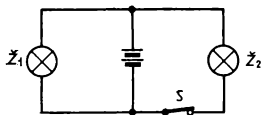
Pro dané hodnoty je

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{11\,300 \cdot 25}{2\,700 \cdot 390} \doteq 0,27 .$$

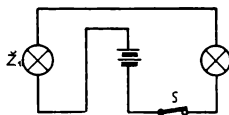
b) Poněvadž poměr $\frac{Q_2}{Q_1}$ je menší než 1, platí $Q_1 > Q_2$. Při popisovaném ději je skupenské teplo tání tělesa z hliníku větší než skupenské teplo tání tělesa z olova, které má stejný objem jako těleso z hliníku.

3. úloha

Na obr. 77 jsou znázorněny dva elektrické obvody s elektrickou baterií, se dvěma žárovkami $\check{Z}_1$ a $\check{Z}_2$, které svítí, a se spínačem S .



1.obvod



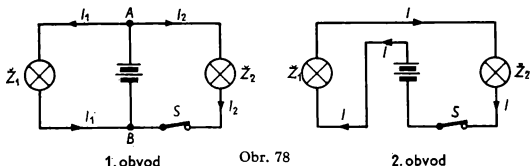
Obr. 77

2.obvod

- Nakresli směr elektrického proudu ve všech částech 1. a 2. obvodu. Použij barevné tužky.
- Rozhodni, zda jsou žárovky $\check{Z}_1$, $\check{Z}_2$ v 1. obvodu a v 2. obvodu připojeny k baterii za sebou nebo vedle sebe. Svou odpověď odůvodni.
- Jaká změna nastane v 1. obvodu a jaká v 2. obvodu, jestliže otevřeme spínač S ? Odpověď odůvodni.

Řešení

a) Vyznačení směru proudu v jednotlivých částech 1. a 2. obvodu je na obr. 78.



b) V 1. obvodu jsou žárovky připojeny k baterii paralelně, poněvadž žárovky jsou ve větvích připojených k uzlům A a B ; proud I procházející baterií se v uzlu A rozděluje na proudy I_1 a I_2 , které procházejí jednotlivými žárovkami $\check{Z}_1$ a $\check{Z}_2$. V 2. obvodu oběma žárovkami prochází stejný proud I , protože jsou žárovky připojeny k baterii sériově; baterie se žárovkami a spínačem tvoří jednoduchý obvod.

c) Při otevření spínače S v 1. obvodu žárovka $\check{Z}_2$ přestane svítit, poněvadž její větev bude přerušena; žárovka $\check{Z}_1$ bude svítit dále jako dříve. Při otevření spínače S v 2. obvodu přestane svítit žárovka $\check{Z}_1$ i žárovka $\check{Z}_2$, poněvadž obvod bude přerušen.

8. Úlohy přípravného kola v 8. ročníku ZDŠ v JMK

1. úloha

Přecházíme-li ulici na přechodu, kde není světelný semafor, vstupujeme do vozovky teprve tehdy, je-li vozovka volná, nebo jsou-li přijíždějící vozidla dostatečně vzdálená od přechodu.

- a) Žáci zjistili, že potřebují k přechodu ulice dobu $t_1 = 6,0$ s. Určete nejmenší vzdálenosti d_1 , d_2 , d_3 od přechodu automobilů značek Trabant, Fiat 125 P, Tatra 613, přijíždějících k přechodu rychlostmi v_1 , v_2 a v_3 , aby žáci mohli bezpečně přejít ulici. Rychlosti přijíždějících automobilů jsou

$$v_1 = 36,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_2 = 50,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_3 = 80,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

- b) Narýsujte grafy závislosti drah na čase pro všechny automobily (do jednoho obrázku). Grafy narýsujte na milimetrový papír, na časové ose sestrojte stupnici $1 \text{ cm} \triangleq 1 \text{ s}$, na ose drah stupnici $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ m}$.
- c) Na jiném přechodu potřebují žáci k přejití ulice dobu $t_2 = 4,5$ s. Z grafů z části b) určete nejmenší vzdálenosti s_1 , s_2 , s_3 automobilů od nového přechodu, aby žáci mohli ulici bezpečně přejít.

Řešení

Rychlost automobilů vyjádřena v $\frac{\text{m}}{\text{s}}$:

$$v_1 = 36,0 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{36\,000}{3\,600} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_3 = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- a) Předpokládáme, že automobily konají pohyb rovnoměrný.

Pro jeho dráhu platí $s = vt$. Vzdálenosti automobilů od přechodu vypočteme jako dráhy jednotlivých automobilů za dobu t_1 . Jsou dány vztahy

$$d_1 = v_1 t_1, \quad d_2 = v_2 t_1, \quad d_3 = v_3 t_1. \quad (1)$$

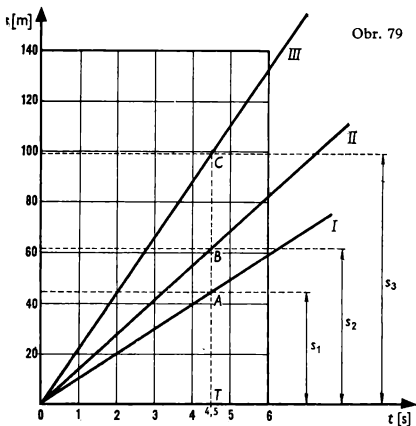
Dosadíme-li zadané hodnoty do rovnic (1), vypočteme

$$d_1 = 60,0 \text{ m}, \quad d_2 = 83,4 \text{ m}, \quad d_3 = 133,2 \text{ m}.$$

Aby žáci mohli bezpečně přejít ulici, musí být, v okamžiku kdy vstupují do vozovky, vzdálenosti jednotlivých automobilů od přechodu nejméně $d_1 = 60,0 \text{ m}$, $d_2 = 83,4 \text{ m}$ a $d_3 = 133,2 \text{ m}$.

b) Závislost délky drah jednotlivých automobilů na čase vyjadřují vztahy

$$s_1 = v_1 t, \quad s_2 = v_2 t, \quad s_3 = v_3 t. \quad (2)$$



Sestavíme tabulku velikostí drah jednotlivých automobilů za 1, 2, 3, ... sekundy. Při výpočtu dosazujeme do vztahů (2). Užitím dvou navzájem kolmých os se stupnicemi uvedenými v zadání úlohy sestrojíme grafy (obr. 79) závislosti délky drah automobilů na čase pomocí hodnot v tabulce.

t (s)	0	1	2	3	4	4,5	5	6
s_1 (m)	0	10	20	30	40	45	50	60
s_2 (m)	0	13,9	27,8	41,7	55,6	62,6	69,5	83,4
s_3 (m)	0	22,2	44,4	66,6	88,8	99,9	111,0	133,2

Poněvadž délka dráhy rovnoměrného pohybu je přímo úměrná času, je grafem této závislosti přímka procházející počátkem souřadnicové soustavy. Přímka I přísluší automobilu zn. Trabant, přímka II zn. Fiat 125 P, přímka III zn. Tatra 613.

c) Na ose času t vyznačíme bod T odpovídající hodnotě $t = 4,5$ s. V něm sestrojíme rovnoběžku s osou délky drah s . Tato rovnoběžka protne grafy pro jednotlivé automobily I, II a III v bodech A , B , C , kterými vedeme rovnoběžky s časovou osou. Jejich průsečíky s dráhovou osou určují koncové body úseček znázorňujících délky drah s_1 , s_2 a s_3 . Na stupnici určíme, že $s_1 = 45$ m, $s_2 = 62,6$ m a $s_3 = 99,9$ m.

Správnost hodnot pro velikosti drah získaných z grafů zkontrolujeme výpočtem. Kontrolní výpočet délek drah s_1 , s_2 a s_3 pro $t = 4,5$ s je uveden v tabulce.

Aby žáci mohli bezpečně přejít ulici, musí být v okamžiku, kdy vstupují do vozovky, vzdálenosti jednotlivých automobilů od přechodu nejméně $s_1 = 45,0$ m, $s_2 = 62,6$ m a $s_3 = 99,9$ m.

2. úloha

Litínový radiátor ústředního topení má hmotnost $m_1 = 40,0 \text{ kg}$. Před zatopením byla teplota radiátoru $t_1 = 10,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Při topení prochází radiátorem vodní pára teploty $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) Vypočítejte teplo Q , které radiátor přijme od páry, zahřeje-li se z teploty t_1 na teplotu t_2 .
- b) Vypočítejte hmotnost m_2 páry teploty t_2 , která zkapalní za téže teploty, ohřeje-li se radiátor z teploty t_1 na teplotu t_2 . Ztráty tepla neuvažujeme. Měrné teplo litiny je $c_1 = 0,54 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, měrné skupenské teplo kapalnění vodní páry při teplotě $100 \text{ }^\circ\text{C}$ je $l = 2\,257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Řešení

a) Vyjdeme z poznatku, že měrné teplo látky je určeno množstvím tepla, kterým se ohřeje 1 kg látky o $1 \text{ }^\circ\text{C}$. Z toho plyne, že hledané teplo Q vypočteme, když měrné teplo c_1 litiny vynásobíme hmotností m_1 radiátoru a počtem stupňů, o který se radiátor ohřeje. Vyjádříme-li to matematicky, dostaneme $Q = c_1 m_1 (t_2 - t_1)$.

Do tohoto vztahu dosadíme dané hodnoty

$$Q = 0,54 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 40 \text{ kg} \cdot 90 \text{ }^\circ\text{C} = 1\,900 \text{ kJ}.$$

Zahřeje-li se litínový radiátor o hmotnosti $m_1 = 40 \text{ kg}$ z teploty $t_1 = 10,0 \text{ }^\circ\text{C}$ na teplotu $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, přijme od páry teplo $Q = 1\,900 \text{ kJ}$.

b) Teplo Q , které přijal radiátor, uvolnila pára při svém kapalnění. Zkapalní-li pára teploty t_2 ve vodu téže teploty, uvolní skupenské teplo kapalnění, které vypočteme, když měrné skupenské teplo kapalnění l páry při teplotě t_2 vynásobíme

hmotností m_2 páry. Matematicky vyjádřeno $Q = lm_2$. Nepřihlížíme-li ke ztrátám, potom teplo uvolněné při kondenzaci páry se rovná teplu, které přijal radiátor. Platí tedy

$$c_1 m_1 (t_2 - t_1) = lm_2 .$$

Odtud vypočteme

$$m_2 = \frac{c_1 m_1 (t_2 - t_1)}{l} .$$

Po dosazení daných hodnot dostaneme $m_2 = \frac{0,54 \cdot 40 \cdot 90}{2\,257} \text{ kg} = 0,86 \text{ kg}$. Aby se radiátor ohřál z teploty t_1 na teplotu t_2 , je třeba zkapalnit páru o hmotnosti $m_2 = 0,86 \text{ kg}$.

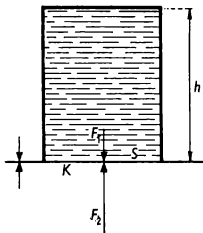
3. úloha

Dobře vymytou sklenici (např. od hořčice) naplňte až po okraj vodou. Sklenici přikryjte čtvercem kancelářského papíru, jehož strana je asi o 4 cm delší, než je vnější průměr sklenice. Dlaň jedné ruky přiložte jemně na papír a sklenici převraťte vzhůru dnem. Když nyní papír uvolníte, neodpadne od sklenice a voda ze sklenice nevyteče.

- Vysvětlete, proč voda z převrácené sklenice nevyteče a papír od ní neodpadne. Nakreslete náčrtek převrácené sklenice s vodou a papírem a vyznačte na něm, které síly v tomto případě působí na papír. Tíhu papíru zanedbejte.
- Při jednom pokusu se sklenicí, jejíž průměr při okraji byl $d = 0,05 \text{ m}$, byla výška vody nad papírem $h = 0,08 \text{ m}$. Vypočtěte velikost síly F , která přidržuje papír u sklenice. Tlak vzduchu je $p_a = 100 \text{ kPa}$; měrná tíha vody je $\gamma = 10\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$.

Řešení

Poněvadž k tíze papíru nepřihlížíme, uvažujeme jen kruh K papíru, který má průměr d jako sklenice. Na papír vně kruhu K vlivem atmosférického tlaku působí shora i zdola stejné tlakové síly, které se navzájem ruší. Na papírový kruh K působí shora tlaková síla F_1 způsobená hydrostatickým tlakem vody. (V případě válcové sklenice je síla F_1 stejně veliká jako tíha vody ve sklenici.) Zdola působí na kruh K tlaková síla F_2 způsobená atmosférickým tlakem. Pokus ukazuje, že tlaková síla F_2 je větší než tlaková síla F_1 . Poněvadž obě tlakové síly působí na stejnou plochu, vyplývá z toho, že atmosférický tlak je větší než hydrostatický tlak sloupce vody o výšce h rovné hloubce sklenice. Výsledná síla F je dána vztahem $F = F_2 - F_1$, působí na kruh K svisle vzhůru a přidržuje papír u sklenice. Proto voda ze sklenice nevyteče. Viz obr. 80.



Obr. 80

b) Hydrostatický tlak sloupce vody o výšce h je $p = \gamma h$. Tlaková síla F_1 působící na kruh K shora se vypočte podle vztahu $F_1 = pS$, kde $S = \frac{1}{4} \pi d^2$ je velikost obsahu plo-

chy kruhu K . Pro sílu F_1 tedy platí

$$F_1 = \frac{1}{4} \pi \gamma h d^2$$

a po dosazení daných hodnot

$$F_1 = \frac{1}{4} \cdot 3,14 \cdot 10\,000 \cdot 0,08 \cdot 0,0025 \text{ N} = 1,6 \text{ N}.$$

Tlakovou sílu F_2 vypočítáme ze vztahu

$$F_2 = p_a S = \frac{1}{4} \pi p_a d^2$$

a po dosazení dostaneme

$$F_2 = \frac{1}{4} \cdot 3,14 \cdot 100\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,0025 \text{ m}^2 = 196 \text{ N}.$$

Velikost síly, která přidržuje papír u sklenice, je

$$F = 196 \text{ N} - 1,6 \text{ N} \doteq 194 \text{ N}.$$

III. ČÁST

DESÁTÁ MEZINÁRODNÍ FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA

1. Průběh a výsledky soutěže

Poněvadž impuls ke vzniku mezinárodní fyzikální olympiády (MFO) vyšel z ČSSR, byla tato jubilejní MFO svěřena k uspořádání ČSSR. Jejím pořadatelem bylo ministerstvo školství České socialistické republiky ve spolupráci s ministerstvem školství Slovenské socialistické republiky, Jednotou československých matematiků a fyziků a Socialistickým svazem mládeže. Řídila ji Jednota československých matematiků a fyziků.

K zajištění příprav a průběhu soutěže byl jmenován organizační výbor (OV).

Předseda OV:

Doc. dr. Miloš Matyáš, DrSc., člen korespondent ČSAV, místopředseda vědeckého kolegia fyziky ČSAV, vědecký pracovník Ústavu fyziky pevných látek ČSAV, Praha

Členové OV:

Oldřich Draslar, krajský školní inspektor, KNV Hradec Králové

Ing. Vladimír Horák, vedoucí katedry F-Zpv, Pedagogická fakulta Hradec Králové

Doc. ing. Vincent Kavečanský, CSc., vedoucí katedry experimentální fyziky UPJŠ, Košice, člen ÚV FO

Prof. dr. Rostislav Košťál, předseda ÚV FO
Prof. ing. Jiří Kracík, DrSc., prorektor ČVUT Praha
Dr. Oldřich Lepil, CSc., odb. asistent katedry fyziky přírodovědecké fakulty UP Olomouc, předseda fyzikálně pedagogické sekce JČSMF
Doc. dr. Ivan Náter, vedoucí katedry fyziky elektrotechnické fakulty SVŠT Bratislava, místopředseda ÚV FO
Vojtech Nyitrai, ministerstvo školství SSR, člen ÚV FO
Dr. Miroslav Rozsival, vědecký pracovník Ústavu fyziky pevných látek ČSAV Praha, místopředseda JČSMF
Václav Šůla, ministerstvo školství ČSR, člen ÚV FO
Dr. Zdeněk Ungermann, Krajský pedagogický ústav Hradec Králové, člen ÚV FO
Doc. dr. Jaroslav Vachek, CSc., proděkan MFF UK Praha, místopředseda fyzikálně pedagogické sekce JČSMF, člen ÚV FO
Dr. Ivo Volf, odborný asistent katedry fyziky Pedagogické fakulty Hradec Králové, člen ÚV FO
Doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., Vojenská vysoká škola Vyškov, zástupce ÚV SSM, člen ÚV FO
Pro řízení soutěže v Hradci Králové byl jmenován organizační výbor v Hradci Králové.

Předseda: Ing. Vladimír Horák, vedoucí katedry F-Zpv Pedagogické fakulty v Hradci Králové

Místopředseda: Dr. Zdeněk Ungermann, pracovník Krajského pedagogického ústavu v Hradci Králové – Stěžerách

Sekretář: Dr. Ivo Volf, odb. asistent katedry F-Zpv Pedagogické fakulty v Hradci Králové

Členové (vesměs z Pedagogické fakulty nebo gymnázia v Hradci Králové): Oldřich Draslar, Josef Hubeňák, dr. Jiří Kouba, Václav Kuna, Petr Michálek, Miroslav Ouhrabka, Dana Pártlová, dr. Zdeněk Půlpán, Přemysl Šedivý, ing. Boh. Valenta.

Pro výběr a opravu úloh byla jmenována komise s předsedou doc. dr. Jaroslavem Vachkem, CSc.

Mezinárodní komise pro řízení soutěže byla vytvořena takto:

Předseda: Doc. dr. Miloš Matyáš, DrSc., člen korespondent ČSAV

Místopředseda: Prof. dr. Rostislav Košťál

Sekretář: Dr. Miroslav Rozsival

Členové: vedoucí delegací zúčastněných států (jsou uvedeni dále).

Z každého státu bylo pozváno 5 soutěžících, jeden vedoucí delegace a jeden pedagogický vedoucí. Celkem se soutěže zúčastnilo 60 studentů. Mezi soutěžícími nebyla letos žádná dívka.

Vedoucím našeho družstva byl doc. dr. Ivan Náter, 1. místopředseda ÚV FO, a pedagogickým vedoucím doc. ing. Bohumil Vybíral, člen užšího ÚV FO.

Pro naše účastníky X. MFO a jejich náhradníky bylo uspořádáno v době od 19. 6. do 1. 7. 1977 soustředění. Účastníci soustředění byli vybráni podle výsledků dosažených v 3. kole FO kat. A. Z původně pozvaných 11 vítězů se nedostavili 3, a proto bylo postupně pozváno zbývajících 5 vítězů, kteří byli určeni jako náhradníci. Z nich 3 odmítli se zúčastnit. Ze studentů, kteří odmítli se zúčastnit soustředění, bylo 5, kteří se zúčastnili soustředění na MMO, a 1, který šel na brigádu.

Družstvo vybrané na soustředění sestávalo z těchto studentů:

Příjmení a jméno	škola	roč.	umístění v 3. kole
1. Svoboda Jiří	G Brno, kpt. Jaroše	4.	1
2. Matěna Jaromír	G Hradec Králové	3.	2— 3
3. Kolafa Jiří	G Praha, W. Piecka	4.	4— 5
4. Kotrla Miroslav	SPŠ Kutná Hora	4.	4— 5

5. Klimeš Luděk	G Blansko	4.	6
6. Kučírek Petr	G Brno, Koněvova	3.	8
7. Leitner Rupert	G Semily	4.	9—10
8. Halabala Jindřich	G Brno, Křenová	4.	11
9. Kohout Petr	SPŠE Praha, Ječná	4.	12—14
10. Mrkvička Miloš	G Praha, Štěpánská	4.	15—16

Soustředění se konalo v době od 19. 6. do 1. 7. 1977 na střední zemědělské technické škole ve Vyškově. Pedagogickým vedoucím byl pověřen RNDr. Alois Kleveta, profesor gymnázia ve Vyškově. Na soustředění přednášel RNDr. Alois Kleveta mechaniku a termiku 32 hodin a konal pokusy 8 hodin, doc. ing. Bohumil Vybíral z Vysoké vojenské školy pozemního vojska přednášel elektřinu, optiku a atomistiku 34 hodin. Kromě toho byly zařazeny 2 přednášky politické, celkem 4 hodiny, které přednesli Bohumil Kratochvíl z Krajské politické školy v Brně a ing. Bohumil Frantál z ministerstva vnitra. Vyučovalo se dopoledne 6 hodin a další vyučovací hodiny byly odpoledne nebo večer. Ke konci soustředění řešili soutěžící jako písemnou práci 5 úloh za 3 hodiny. Jeden den – v neděli – byl celodenní výlet do Moravského krasu.

Před ukončením soustředění bylo vybráno družstvo pěti účastníků MFO: Jiří Svoboda, Jiří Kolafa, Jaromír Matěna, Petr Kučírek a Rupert Leitner. Náhradníci byli stanoveni v tomto pořadí: Miroslav Kotrla, Luděk Klimeš, Jindřich Halabala, Miloš Mrkvička a Petr Kohout. Družstvo bylo ve svém středu dosti vyrovnané, takže se těžko stanovili někteří účastníci.

MFO probíhala v době od 7. července 1977, kdy byl příjezd, do soboty 16. července, kdy jednotlivé delegace odjížděly. Soutěžní část probíhala v Hradci Králové a závěrečná – slavnostní část – v Praze.

V tomto školním roce měla soutěž největší počet účastníků – dvanáct. K poslednímu nejvyššímu počtu 10 států přibyla po pětileté pauze opět Jugoslávie a nově přibýlo Finsko. Zúčastnila

se tedy MFO družstva těchto států: Bulharska (BLR), Československa (ČSSR), Finska (FiR), Francie (FrR), Jugoslávie (SFRJ), Maďarska (MLR), Německé demokratické republiky (NDR), Německé spolkové republiky (NSR), Polska (PLR), Rumunska (RSR), Sovětského svazu (SSSR) a Švédska (ŠK).

Kromě toho byly pozvány Korejská lidová republika, Kuba, Mongolsko, Vietnam, Holandsko, Rakousko a Velká Británie, které se však nedostavily.

Vedoucí jednotlivých delegací:

- BLR: Gleb Grigorjevič Zadorožnyj, hlavní asistent na fakultě fyziky Sofijské univerzity
ČSSR: Doc. RNDr. Ivan Náter, vedoucí katedry fyziky elektrotechnické fakulty SVŠT, Bratislava
FiR: Sisko-Maija Ahtee, profesorka oddělení fyziky univerzity v Helsinkách
FrR: Pierre Legrand, krajský pedagogický inspektor, rektorát v Lille
SFRJ: Marijan Husak, profesor gymnázia, Varaždín
MLR: Rezső Kunfalvi, profesor, redaktor Matematických rozhledů pro středoškoláky
NDR: Prof. dr. Joachim Wendt, vedoucí katedry metodiky fyziky Vysoké školy pedagogické, Güstrow
NSR: Dr. Gunter Lind, Wiss. O. R., Institut pedagogiky přírodních věd na univerzitě v Kielu
PLR: Dr. Waldemar Gorzkowski, institut fyziky PAN, Varšava
RSR: Anatolie Hristev, doktor-inženýr, lektor fyzikální fakulty univerzity v Bukurešti
SSSR: Oleg Fedorovič Kabardin, kandidát fyzikálně matematických věd, docent, Moskva
ŠK: Dr. Ingemar Bartholdson, pedagogická fakulta univerzity ve Stockholmu

Pedagogickými vedoucími byli:

- BLR: Nikola Milanov Velčev, inspektor, ministerstvo osvěty, Sofia
ČSSR: Doc. ing. Bohumil Vybíral, CSc., Vysoká škola pozemního vojska, Vyškov na Moravě
FiR: Jukka Mattila, M. A., Eurajoki
FrR: René Ravier, profesor lycea Carnotova, Dijon
SFRJ: Dr. Gustav Šindler, profesor pedagogické akademie, Zagreb
MLR: Dr. Géza Tichy, univerzitní adjunkt katedry fyziky pevných látek Eötvösovy univerzity, Budapešť
NDR: Udo Walta, dipl. odborný učitel, vědecký spolupracovník na Vysoké pedagogické škole, Güstrow
NSR: Wolfgang Ruth, studijní ředitel Leibnitzovy školy, Hannover
PLR: Dr. Wacław Krzyżanowski, institut fyzikálního výzkumu Varšavské univerzity, Varšava
RSR: Ileana-Ana Leuca, profesorka lycea, Bukurešť IV
SSSR: Michail Vasiljevič Grabilenkov, metodik MP SSSR, Moskva
ŠK: Dr. Stig Avellén, univerzitní profesor, Lund

Každé delegaci byl přidělen tlumočník a dvě hostesky.

Slavnostní zahájení se konalo v sále Kulturního domu ROH v pátek 8. července za přítomnosti náměstka ministra školství dr. K. Čepičky, předsedy ÚV JČSMF akademika Josefa Nováka, zástupce ÚV SSM, představitelů KV KSČ, MěV KSČ, MěNV a Pedagogické fakulty. Po proslovech následovalo kulturní vystoupení (housle – klavír, smyčcové kvarteto). Po ukončení zahájení uspořádal náměstek ministra školství v reprezentačních místnostech hotelu Černigov recepci pro pozvané hosty. Odpoledne byli oficiálně přijati organizační vedoucí a vedoucí

delegací místopředsedou MěNV na radnici a pedagogičtí vedoucí děkanem Pedagogické fakulty.

Vlastní soutěž probíhala v Hradci Králové, a to 9. července soutěž v teoretických úlohách v budově Kulturního domu ROH a 11. července v laboratorní úloze v budově gymnázia; laboratorní úloha byla provedena ve dvou skupinách soutěžících, které pracovaly po sobě.

Všichni soutěžící dostali na památku látkovou tašku a tričko se znakem X. MFO, odznaky, vedoucí pak tašku z plastické hmoty s blokem, propisovací tužkou, plánem Hradce Králové a propagační brožuru o městě a brožuru o X. MFO.

Mezinárodní komise, jejíž jednání probíhalo buď v internátě, nebo v budově Parku kultury a oddechu, se sešla několikrát: 7. července večer na zahájení, 8. července večer, 9. července před teoretickými úlohami k překladu úloh, v neděli 10. července po opravě teoretických úloh, v pondělí 11. července před laboratorní úlohou k překladu úlohy a v úterý 12. července ke schvalování opravených úloh a večer pak k závěrečnému slavnostnímu zasedání.

V Hradci Králové bylo uspořádáno několik zájezdů pro studenty: 9. 7. na zámek Opočno, v neděli 10. 7. na safari ve Dvoře Králové, 11. 7. do Orlických hor, 12. 7. do Pece, Špindlerova mlýna, na Špindlerovku, 13. 7. do závodů Amati a závodů Vítězného února v Hradci Králové.

Pro vedoucí byl uspořádán 9. 7. zájezd na zámek Opočno, 10. 7. na safari ve Dvoře Králové, 11. 7. – v době, kdy 1. skupina vypracovávala laboratorní úlohu – do Prachovských skal.

KV SSM Východočeského kraje uspořádal pro účastníky v pondělí 11. 7. kulturní program s vystoupením mládežnických skupin a v úterý 12. 7. společenský večer s tancem v Palmové zahradě v hotelu Bystrica.

Ubytování v Hradci Králové bylo v internátu Pedagogické fakulty, stravování v hotelu Alessandria.

Ve středu se všichni účastníci přemístili do Prahy. Cestou se zastavili v Kutné Hoře, kde byla prohlídka chrámu sv. Barbory. Večer uspořádal děkan MFF s vedoucími besedu spojenou s pohoštěním. Ve středu navštívili účastníci vystoupení souboru lidových tanců. Ve čtvrtek dopoledne byla zorganizována prohlídka Prahy, odpoledne prohlídka Pražského hradu a večer navštívili účastníci představení v Laterně magie.

V Praze byli všichni účastníci ubytováni v Domově mládeže střední průmyslové školy strojní v Praze 10 na Třebešíně a tam se také stravovali.

Slavnostní zakončení X. MFO s rozdáváním cen proběhlo v pátek odpoledne v Karolinu za účasti prvního náměstka ministra školství prof. Přemysla Jagoše, tajemníka KV KSČ Východočeského kraje, zástupce MěV KSČ v Praze, předsedy JČSMF akademika Nováka, tajemnice ČÚV SSM Miroslavy Němcové, místopředsedy MěNV v Hradci Králové, děkana MFF UK, děkana PF v Hradci Králové, ředitele odboru středních škol MŠ dr. V. Čáry a dalších hostů.

Po slavnostních projevech a předání cen promluvil vedoucí maďarské delegace prof. R. Kunfalvi a za řešitele Jiří Svoboda, absolutní vítěz z ČSSR. Potom se konala v prostorách Karolina slavnostní recepce uspořádaná prvním náměstkem ministra školství.

X. MFO věnovali pozornost žurnalisté, rozhlas a televize. V sobotu 16. 7. se delegace vracely domů.

V soutěži byly zadány tři teoretické úlohy, na jejichž vypracování byla určena doba 5 hodin. Na vypracování laboratorní úlohy byla dána rovněž doba 5 hodin. Každá teoretická úloha se hodnotila nanejvýš 10 body, laboratorní úloha nanejvýš 20 body.

Každý soutěžící mohl dosáhnout tedy maximálně 50 bodů. Ceny se určily podle org. řádu, a to z nejvyššího počtu dosažených bodů určitým procentem. Bylo to 49 bodů. Podle směrníc přísluší

- I. cena dosaženým 49—44 bodům,
 II. cena dosaženým 43—38 bodům,
 III. cena dosaženým 37—31 bodům,
 čestné uznání dosaženým 30—34 bodům.

Zbývající účastníci, kteří nedosáhli 24 bodů, dostali jen potvrzení o účasti.

Pořadí řešitelů podle úspěšnosti a podle získání cen je toto:

Pořadí	Jméno	Stát	Počet bodů za úlohu				Cel- kový počet bodů
			1	2	3	4	
I. cena:							
1	Jiří SVOBODA	ČSSR	9	10	10	20	49
2	Jaromír MATĚNA	ČSSR	9	9	10	20	48
3—5	Petko Dimitrov DINEV	BLR	9	9	9	18	45
	Fabrice PARDO	FrR	6	9	10	20	45
	Ruslan Abdulovič ŠARIPOV.	SSSR	8	10	10	17	45
6—7	Ralf GLASER	NDR	10	7	10	17	44
	Reinhard MEINEL	NDR	8	9	10	17	44
II. cena:							
8—10	Hans Joachim JETTER	NSR	9	4	10	20	43
	Jiří KOLAFÁ	ČSSR	7	10	10	16	43
	Vladimír Nikolajevič REŠETOV	SSSR	9	8	7	19	43
11	Grzegorz ZALOT	PLR	8	5	9	19	41
12—15	Petr KUČÍREK	ČSSR	8	8	10	14	40
	Kari Juhani KUJANSUU	FiR	6	8	10	16	40
	Josip LONČARIĆ	SFRJ	2	8	10	20	40
	Ewald PREISS	NSR	10	1	9	20	40
16—20	Wolfgang BREYMANN	NSR	7	3	9	20	39
	Andrej V. GANOPOLSKIJ	SSSR	6	10	10	13	39
	Krzysztof KULPA	PLR	7	9	7	16	39
	Rupert LEITNER	ČSSR	5	4	10	20	39
	Vitalij A. ŠUKIN	SSSR	9	2	10	18	39
21—23	Konstantin G. TREŤ-JAČENKO	SSSR	9	2	7	20	38
	Gălis V. VEDEANU	RSR	9	1	8	20	38
	Mircea A. VICOL	RSR	9	1	8	20	38
III. cena:							
24—26	Czaba BIEGL	MLR	7	0	10	20	37
	Jacek JASIAK	PLR	9	1	8	19	37
	Alain PARISOT	FrR	5	2	10	20	37

Pořadí řešitelů podle úspěšnosti a podle získání cen je (pokr.)

Pořadí	Jméno	Stát	Počet bodů za úlohu				Cel- kový počet bodů
			1	2	3	4	
27—28	István DÖRY	MLR	6	—	10	20	36
	Alexandru DUMITRU	RSR	7	9	8	12	36
29—33	Andreas BOLZ	NSR	7	0	8	20	35
	Björn DANIELSSON	ŠK	1	10	8	16	35
	Mathias HEGNER	NDR	7	—	9	19	35
	Jean Louis JÉROME	FrR	6	2	10	17	35
	György KRIZA	MLR	4	5	7	19	35
34—36	Olivier ABILLON	FrR	6	2	10	16	34
	Paweł GRADZKI	PLR	7	5	4	18	34
	Johan HASTAD	ŠK	3	4	10	17	34
37	Stefan SCHUSTER	NDR	9	2	4	18	33
38	Péter VANKÓ	MLR	4	—	10	18	32
39	Jukka Pekka PEKOLA	FiR	3	1	10	17	31
Čestné uznání:							
40—41	Mladen HORVATİČ	SFRJ	2	10	10	8	30
	Zsolt KOVÁCS	MLR	8	—	7	15	30
42—45	François BOISSON	FrR	4	1	4	19	28
	Danut CIMPOESU	RSR	8	1	8	11	28
	Ove HANEBRING	ŠK	5	1	10	13	28
	Seppo T. KAUNTOLA	FiR	6	2	4	16	28
46—48	Virgil BISTRICEANU	RSR	9	—	6	12	27
	Ralf NASIŁOWSKI	NSR	2	3	6	16	27
	Mikael OLSSON	ŠK	5	2	10	10	27
49	Milen Stefanov ŠIŠKOV	BLR	6	—	7	13	26
50—51	Radoslav Nenkov GETOV	BLR	6	1	5	13	25
	Jacek JURCZYK	PLR	2	2	10	11	25
Neúspěšní:							
52—54	Mika Juhani JAHKOLA	FiR	1	1	6	15	23
	Martin NILSSON	ŠK	—	—	9	14	23
	Peter V. VASILEV	BLR	2	1	8	12	23
55	Ivan Kelev TAŠEV	BLR	5	2	4	11	22
56	Thomas RICHTER	NDR	7	2	1	11	21
57—58	Mladen IVANKOVIČ	SFRJ	2	2	4	11	19
	Eduard TUTIČ	SFRJ	4	4	8	3	19
59	Jorma Leonard SALMI	FiR	—	1	—	14	15
60	Stanko OSTOJIČ	SFRJ	7	—	7	—	14

Kromě toho byla udělena cena nejúspěšnějšímu řešiteli jednotlivých úloh. Byli to:

- | | |
|---|------|
| 1. úloha: Ewald PREISS | NSR |
| 2. úloha: Andrej Vladimirovič GANOPOLSKIJ | SSSR |
| 3. úloha: Olivier ABILLON | FrR |
| 4. úloha: Josip LONČARIČ | SFRJ |

Dále byla udělena cena nejúspěšnějšímu řešiteli, jímž byl Jiří Svoboda z ČSSR, a cena nejmladšímu účastníku, jímž byl Stefan Schuster (nar. 7. 11. 1961) z NDR, který získal 3. cenu.

Z letošních účastníků se 6 zúčastnilo již loňského ročníku MFO:

Jméno	Stát	Loňské umístění		Letošní umístění	
		pořadí	cena	pořadí	cena
Kulpa Krzysztof	PLR	3	I	16—20	II
Svoboda Jiří	ČSSR	8	II	1	I
Meinel Reinhard	NDR	9	II	6—7	I
Hegner Mathias	NDR	13	II	29—33	III
Glaser Ralf	NDR	14	II	6—7	I
Vankó Péter	MLR	16—19	III	38	III

Za jednotlivé úlohy získala družstva tento počet bodů:

Pořadí	Stát	Počet bodů za úlohu				Celkem bodů
		1	2	3	4	
1	ČSSR	38	41	50	90	219
2	SSSR	41	32	44	87	204
3	NSR	35	11	42	96	184
4	FrR	27	16	44	92	179
5	NDR	41	20	34	82	177
6	PLR	33	22	38	83	176
7	MLR	29	5	44	92	170
8	RSR	42	12	38	75	167
9	ŠK	14	16	47	70	147
10	BLR	28	13	33	67	141
11	FiR	16	13	30	78	137
12	SFRJ	17	24	39	42	122
Celkem bodů:		361	225	483	954	2 023
V % z 600 bodů, resp. 1 200 bodů						
a 3 000 bodů		60,2	37,5	80,5	79,5	67,4

Tři nejlepší družstva u úlohy z termodynamiky byla: RSR, SSSR a NDR (naše bylo na 4. místě).

Tři nejlepší družstva u úlohy z optiky byla: ČSSR, SSSR a SFRJ.

Tři nejlepší družstva u úlohy z elektřiny byla: ČSSR, ŠK a SSSR s FrR a MLR.

Tři nejlepší družstva z laboratorní úlohy z elektřiny byla: NSR, FrR a MLR (naše bylo na 4. místě).

Naši účastníci se umístili takto:

Pořadí	Jméno	Úloha				Celkem	Vyhodnocení
		1	2	3	4		
1	Jiří Svoboda	9	10	10	20	49	I. cena
2	Jaromír Matěna	9	9	10	20	48	I. cena
8—10	Jiří Kolafa	7	10	10	16	43	II. cena
12—15	Petr Kučírek	8	8	10	14	40	II. cena
16—20	Rupert Leitner	5	4	10	20	39	II. cena
Celkem bodů:		38	41	50	90	219	
V % (z 50, resp. 100 bodů a 250 bodů)		76	82	100	90	87,6	

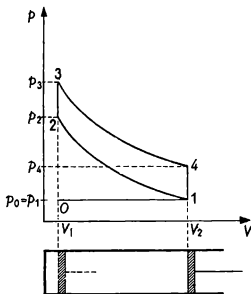
Podle získaných bodů je toto pořadí států (u každého státu je uveden též počet získaných cen a čestných uznání):

Pořadí	Stát	Počet bodů	Počet cen			Počet čest. uznání	Počet neúsp.
			1.	2.	3.		
1	ČSSR	219	2	3			
2	SSSR	204	1	4			
3	NSR	184		3	1	1	
4	FrR	179	1		3	1	
5	NDR	177	2		2		1
6	PLR	176		2	2	1	
7	MLR	170			4	1	
8	RSR	167		2	1	2	
9	ŠK	147			2	2	1
10	BLR	141	1			2	2
11	FiR	137		1	1	1	2
12	SFRJ	122		1		1	3
Celkem			7	16	16	12	9

2. Soutěžní úlohy

1. úloha

Kompresní poměr čtyřtaktního motoru zážehového je $\varepsilon = 9,5$. Do motoru je nasáván vzduch z okolí ($p_1 = 0,10$ MPa) o teplotě 27°C . Během zapálení pohonné směsi jiskrou vzroste tlak ve válci na dvojnásobek. Děje ve válci a chod motoru považujeme za ideální podle diagramu (obr. 81).



Obr. 81

- O jaké děje jde mezi body 0—1, 2—3, 4—1 a 1—0? Děje 1—2 a 3—4 jsou adiabatické ($\kappa = 1,40$).
- Stanovte stavové veličiny p , T pro jednotlivé stavy charakterizované v pracovním diagramu body obratu.
- Určete tepelnou účinnost motoru.
- Posuďte, zda výsledky jsou reálné. Své tvrzení vysvětlete.

Poznámka: Kompresní poměr ε je podíl největšího a nejmenšího objemu válce.

Řešení

a) Mezi jednotlivými body jde o tyto děje:

- 0—1: sání – děj izobarický a izotermický
- 1—2: komprese – děj adiabatický
- 2—3: zapálení směsi – děj izochorický
- 3—4: expanze – děj adiabatický
- 4—1: výfuk – děj izochorický
- 1—0: výfuk – děj izobarický

Původní objem před nasáváním v době 0 označíme V_1 , po nasávání v bodě 1 V_2 a teploty v jednotlivých bodech T_0 , T_1 , T_2 , T_3 a T_4 .

b) Vztahy pro jednotlivé děje:

- 0—1: Do válce se nasává pohonná směs při teplotě $T_0 = T_1 = 300\text{ K}$ a tlaku $p_0 = p_1 = 0,10\text{ MPa}$.
- 1—2: Poněvadž jde o rychlou kompresi, považujeme děj za adiabatický. Proto platí:

$$p_1 V_2^\kappa = p_2 V_1^\kappa \quad \text{a} \quad \frac{p_1 V_2}{T_1} = \frac{p_2 V_1}{T_2} .$$

Odtud z prvního vztahu

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\kappa = p_1 \varepsilon^\kappa$$

a vydělením obou rovnic a úpravou dostaneme

$$T_1 V_2^{\kappa-1} = T_2 V_1^{\kappa-1}, \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} .$$

Poněvadž plyn považujeme za ideální, je $\kappa = 1,40$.

Pro dané hodnoty $\varepsilon = 9,5$, $p_1 = 0,10\text{ MPa}$, $T_1 = 300\text{ K}$ vychází

$$p_2 = 2,34 \text{ MPa } (p_2 = 23,4 p_1), \quad T_2 = 738 \text{ K } (t_2 = 465^\circ\text{C}).$$

2—3: Poněvadž jde o děj izochorický a platí $p_3 = 2p_2$, je

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} \quad \text{a z toho} \quad T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = 2T_2.$$

Vychází tedy číselně

$$p_3 = 4,68 \text{ MPa } (p_3 = 46,8 p_1),$$

$$T_3 = 1476 \text{ K } (t_3 = 1203^\circ\text{C}).$$

3—4: Zde jde o děj adiabatický a platí vztahy

$$p_3 V_1^\kappa = p_4 V_2^\kappa, \quad \frac{p_3 V_1}{T_3} = \frac{p_4 V_2}{T_4}.$$

Z prvé rovnice vychází

$$p_4 = p_3 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 2p_2 \varepsilon^{-\kappa} = 2p_1$$

a vydělením obou rovnic dostáváme

$$T_3 V_1^{\kappa-1} = T_4 V_2^{\kappa-1}$$

a z toho

$$T_4 = T_3 \varepsilon^{1-\kappa} = 2T_2 \varepsilon^{1-\kappa} = 2T_1.$$

Číselně vychází

$$p_4 = 0,20 \text{ MPa}, \quad T_4 = 600 \text{ K } (t_4 = 327^\circ\text{C}).$$

4—1: Poněvadž jde o děj izochorický, platí (teplotu označme T'_1)

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{T_4}{T'_1}$$

a odtud

$$T_1' = T_4 \frac{p_1}{p_4} = T_4 \frac{p_1}{2p_1} = \frac{T_4}{2} = T_1.$$

Vychází tedy správně $T_1' = T_1$.

Číselně vychází

$$p_1 = 0,10 \text{ MPa}, \quad T_1' = 300 \text{ K}.$$

c) Tepelná účinnost motoru η je podíl celkové práce při ději vykonané a přijatého kladného tepla. Práci koná plyn na dráze 34, spotřebuje na dráze 12 a na drahách 23 a 41 se práce nekoná. Teplo přijímá plyn na dráze 23 a vydává na dráze 41. Na drahách 12 a 34 nenastává výměna tepla.

Práce vykonaná jedním molem je

$$\begin{aligned} A &= \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) + \frac{R}{\kappa - 1} (T_3 - T_4) = \\ &= \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_2 + T_3 - T_4) \end{aligned}$$

a kladné teplo přijaté na dráze 2—3 je

$$Q_{23} = C_V(T_3 - T_2).$$

Proto je tepelná účinnost

$$\eta = \frac{A}{Q_{23}} = \frac{R}{(\kappa - 1) C_V} \cdot \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{T_3 - T_2}.$$

Poněvadž

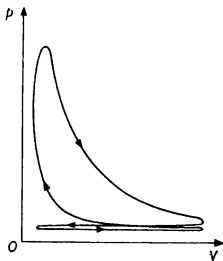
$$\frac{R}{(\kappa - 1) C_V} = \frac{C_p - C_V}{(\kappa - 1) C_V} = \frac{\kappa - 1}{\kappa - 1} = 1, \text{ je}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \varepsilon^{1-\kappa}.$$

$$\text{Číselně} \quad \eta = 1 - \frac{300}{738} = 1 - 0,407,$$

$$\eta = 59,3 \, \%.$$

d) Ve skutečnosti je pracovní diagram hladký – bez hrotů (obr. 82). Poněvadž plyn není ideální, bude účinnost menší než vypočtená.



Obr. 82

2. úloha

Do mýdlového roztoku ponoříme rámeček a vytvoříme mydlinovou obdélníkovou blánu rozměrů b , h . Při pozorování v odraženém světle, které dopadá na blánu pod úhlem α (měřeno vzhledem k normále), jeví se jasně zelená (λ_0).

- Zjistěte, zda je možné určit hmotnost této mydlinové blány užitím laboratorních vah s dosažitelnou přesností 0,1 mg.
- Určete, v jaké barvě se vám bude jevit nejtenčí mydlinová blána, jestliže ji budete pozorovat kolmo.
Odvoďte příslušné vztahy.

Konstanty a dané hodnoty: relativní index lomu $n = 1,33$, vlnová délka odraženého zeleného světla $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$, $\alpha = 30^\circ$, $b = 0,020 \text{ m}$, $h = 0,030 \text{ m}$, hustota $\varrho = 1\,000 \text{ kg m}^{-3}$.

Řešení

Tenká vrstva tloušťky d odráží nejlépe monochromatické světlo vlnové délky λ , když je splněn vztah

$$2nd \cos \beta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

kde k znamená celé číslo, β úhel lomu, pro nějž platí

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Z toho

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Dosazením za β upravíme (1)

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Když na vrstvu dopadá bílé světlo, zesilují se v odraženém světle ty barvy, pro něž je splněna podmínka (2). Jestliže odražené světlo má vlnovou délku λ_0 , je tloušťka vrstvy při interferenci k -tého řádu

$$d_k = \frac{(2k + 1) \lambda_0}{4 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = (2k + 1) d_0.$$

Dosadíme-li pro $k = 0$ dané hodnoty, dostáváme

$$\begin{aligned} d_0 &= \frac{500 \cdot 10^{-9}}{4 \sqrt{1,33^2 - \frac{1}{4}}} \text{ m} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{2 \sqrt{6,08}} \text{ m} = \\ &= 1,01 \cdot 10^{-7} \text{ m}. \end{aligned}$$

a) Hmotnost mydlinové blány je

$$m_k = \rho b h d_k;$$

po dosazení daných hodnot a

$d_0 = 1,01 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $d_1 = 3,03 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $d_2 = 5,05 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
atd. dostaneme

$$m_0 = 0,000\,600 \cdot 1,01 \cdot 10^{-7} \cdot 1\,000 \text{ kg} = 6,06 \cdot 10^{-8} \text{ kg} = \\ = 6,06 \cdot 10^{-2} \text{ mg},$$

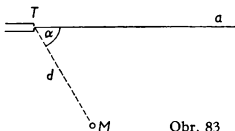
$$m_1 = 18,2 \cdot 10^{-2} \text{ mg}, \quad m_2 = 30,3 \cdot 10^{-2} \text{ mg} \text{ atd.}$$

Hmotnost nejtenčí blány nelze tedy danými váhami určit.

b) Když dopadá světlo pod úhlem 30° , pak při kolmém pozorování nemůže být blána zbarvena, bude se jevit tmavou.

3. úloha

Elektrony urychlené napětím U vylétají ve vakuu z ústí elektro-
nové trysky T ve směru přímky a (obr. 83). Ve vzdálenosti d



Obr. 83

od ústí trysky je umístěn terčik M tak, že spojnice TM svírá s přímku a úhel α .

- Jakou magnetickou indukci by muselo mít homogenní magnetické pole, jehož indukční čáry by byly kolmé na rovinu určenou přímku a a bodem M , aby odchýlilo elektrony na terčik?
- Jakou magnetickou indukci by muselo mít homogenní magnetické pole, jehož indukční čáry by byly rovnoběžné s přímku TM , aby odchýlilo elektrony na terčik?

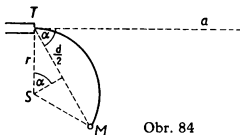
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $U = 1\,000\text{ V}$, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{ C}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$, $\alpha = 60^\circ$, $d = 5,0\text{ cm}$, $B < 0,030\text{ T}$.

Řešení

a) Elektron, který vletí do homogenního magnetického pole kolmo k indukčním čarám, pohybuje se po kruhové dráze, jejíž rovina je kolmá k indukčním čarám. Lorentzova síla

$$Bev = \frac{m_e v^2}{r}, \quad (1)$$

kde pro r musí platit (obr. 84)



Obr. 84

$$r = \frac{d}{2 \sin \alpha}. \quad (2)$$

Rychlost urychleného elektronu určíme ze vztahu pro jeho kinetickou energii, která musí být rovna práci, kterou vykoná elektrické pole o napětí U v elektronové trysce

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = U_e. \quad (3)$$

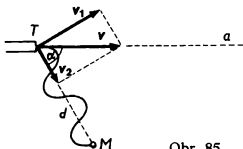
Z (1) vychází, když užijeme (3) a (2),

$$B = m_e \sqrt{\frac{2U_e}{m_e}} \cdot \frac{2 \sin \alpha}{ed} = 2 \sqrt{\frac{2Um_e}{e}} \cdot \frac{\sin \alpha}{d}.$$

Po dosazení daných hodnot dostáváme

$$B = 3,70 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

b) Vletí-li elektrony do homogenního magnetického pole šikmo, je jejich pohyb složen z rovnoměrného pohybu po kružnici, jejíž rovina je kolmá ke směru indukčních čar, a z rovnoměrného přímočarého pohybu ve směru indukčních čar. Výsledný pohyb je šroubovitý. Z vektoru počáteční rychlosti $\mathbf{v}$ se složka $\mathbf{v}_1$ (obr. 85) kolmá k indukčním čarám uplatní při vzniku



Obr. 85

Lorentzovy síly a během pohybu se bude rovnoměrně otáčet okolo přímky jdoucí směrem indukčních čar; složka $\mathbf{v}_2$ rovnoběžná s indukčními čarami se zachová a uplatní jako rychlost rovnoměrného pohybu. Složky rychlosti mají velikosti

$$v_1 = v \sin \alpha, \quad v_2 = v \cos \alpha.$$

Označíme-li N počet závitů šroubovice, pak pro dobu letu elektronu platí

$$t = \frac{d}{v_2} = \frac{d}{v \cos \alpha} = \frac{N \cdot 2\pi r}{v_1} = \frac{N \cdot 2\pi r}{v \sin \alpha}.$$

Z toho vychází pro poloměr kruhové dráhy

$$r = \frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha}.$$

Ze vztahu pro rovnost Lorentzovy a dostředivé síly vychází

$$Bev \sin \alpha = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{r} = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{\frac{d \sin \alpha}{2\pi N \cos \alpha}},$$

$$B = \frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha \cdot 2\pi N \cos \alpha}{d \sin \alpha \cdot ev \sin \alpha} = \frac{m_e v \cdot 2\pi N \cos \alpha}{de}. \quad (4)$$

Pro rychlost v platí podobně jako v a)

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = Ue,$$

a tedy

$$v = \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}}.$$

Dosazením do (4) dostáváme

$$B = \frac{2\pi N \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2Um_e}{e}}.$$

Numericky dostáváme

$$B = \frac{2\pi}{5,0 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}{1,60 \cdot 10^{-19}}} N \cdot \frac{V_s}{m^2} =$$

$$= \pi N \sqrt{\frac{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-9}}{25 \cdot 10^{-4} \cdot 1,60}} \frac{V_s}{m^2} = \pi N \sqrt{\frac{8 \cdot 9,11}{16,0}} \cdot 10^{-3} T =$$

$$= N \cdot 6,70 \cdot 10^{-3} T.$$

Pokud má být $B < 0,030 T$, jsou čtyři možnosti ($N \leq 4$), a to

$$B_1 = 6,70 \cdot 10^{-3} T,$$

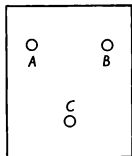
$$B_2 = 13,4 \cdot 10^{-3} T,$$

$$B_3 = 20,1 \cdot 10^{-3} T,$$

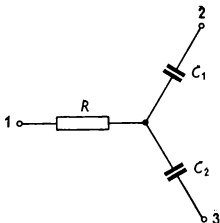
$$B_4 = 26,8 \cdot 10^{-3} T.$$

4. úloha

Pomocí RC-generátoru a dvou měřidel rozluštěte tajemství „černé skříňky“ se třemi zdírkami (obr. 86). Víte, že uvnitř skříňky jsou dva kondenzátory a jeden rezistor zapojené do hvězdy (obr. 87).



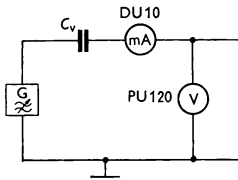
Obr. 86



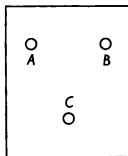
Obr. 87

Úkoly:

1. Sestavte zapojení podle obr. 88 a proveďte měření potřebná pro vyplnění předepsané tabulky. Z naměřených hodnot vypočítejte impedance Z_{AB} , Z_{AC} a Z_{BC} ve frekvenčním oboru od 0,1 kHz do 10 kHz.

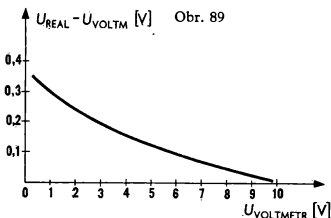


Obr. 88



RC-generátor BM 365 U pracuje ve čtyřech rozsazích: od 25 Hz do 150 Hz (tmavočervená stupnice), od 150 Hz do 900 Hz (světle červená stupnice), od 900 Hz do 5,5 kHz (modrá stupnice) a od 5,5 kHz do 30 kHz (zelená stupnice). Střídavé výstupní napětí lze nastavit hrubě pomocí přepínače a jemně pomocí potenciometru v rozsahu od 0 V do 10 V. Doporučujeme nastavit napětí tak, aby se co nejlépe využilo rozsahů měřidel. Protože napětí na zdírkách generátoru má stejnosměrnou složku, je v zapojení použito vazebního kondenzátoru C_v o kapacitě 1 μF .

Měřidlo PU 120, které použijete jako voltmetr, má na střídavých rozsazích při plné výchylce proud 125 μA . Při rozsahu 10 V, vhodném pro naše měření, platí stupnice přesně jen při plné výchylce měřidla. Pro nižší hodnoty napětí použijte přiloženou korekční křivku (obr. 89).



Jako miliampérmetr použijte měřidlo DU 10, rozsahy 12 mA, 3 mA a 0,6 mA.

2. Na logaritmický papír sestrojte grafy závislosti impedancí na frekvenci.
3. Dokažte teoreticky, že z hodnot impedancí při daných frekvencích lze určit R , C_1 a C_2 .

4. Na základě získaných výsledků stanovte, ke které zdírce je připojen rezistor a ke kterým jsou připojeny kondenzátory.
5. Vypočítejte rezistanci R a kapacity C_1 a C_2 . Použijte přitom hodnoty impedancí zjištěné při frekvencích 1 kHz a 10 kHz.
6. Posuďte, jaký vliv na přesnost měření má zanedbání proudu, který protéká voltmetrem.

Řešení

1. Bylo provedeno zapojení podle obr. 88. Změřením na skřínce byly získány výsledky uvedené v tabulce v druhém až sedmém řádku. Při měření bylo použito korekčních hodnot pro voltmetr uvedených v obr. 89. Z naměřených hodnot byly vypočteny impedance Z_{AB} , Z_{AC} a Z_{BC} . Jsou udány v $k\Omega$ pro frekvenční rozsah 0,1 kHz do 10 kHz.

Měřením na skřínce byly získány tyto výsledky:

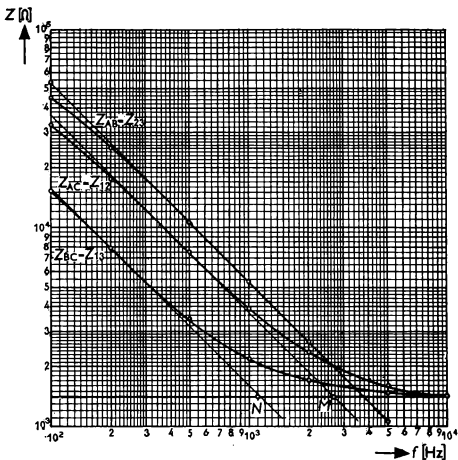
f (kHz)	0,1	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0
U_{AB} (V)	9,65	10,0	10,0	9,15	7,35	4,15	2,28
I_{AB} (mA)	0,211	0,404	0,94	1,73	2,78	3,95	4,35
U_{AC} (V)	9,50	9,70	9,20	7,40	5,50	4,25	3,90
I_{AC} (mA)	0,289	0,548	1,23	1,88	2,33	2,50	2,63
U_{BC} (V)	9,05	8,80	6,95	5,10	4,30	3,90	3,80
I_{BC} (mA)	0,593	1,13	2,00	2,36	2,52	2,54	2,64
Z_{AB} ($k\Omega$)	45,7	24,8	10,64	5,29	2,64	1,05	0,524
Z_{AC} ($k\Omega$)	32,9	17,7	7,48	3,94	2,36	1,70	1,48
Z_{BC} ($k\Omega$)	15,3	7,79	3,48	2,16	1,71	1,54	1,44

2. Závislosti impedancí na frekvenci jsou vyneseny v obr. 90 na logaritmickém papíru.

3. Označme zdírky podle obr. 87. Pak platí

$$Z_{23} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2}, \quad (1)$$

$$Z_{12}^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}, \quad (2)$$



Obr. 90

$$Z_{13}^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2} . \quad (3)$$

Z (1) plyne

$$\omega Z_{23} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \text{konst.} \quad (4)$$

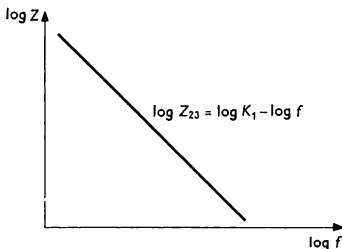
a odtud vydělením 2π

$$f Z_{23} = \frac{1}{2\pi C_1} + \frac{1}{2\pi C_2} = K_1$$

a logaritmováním

$$\log Z_{23} = \log K_1 - \log f. \quad (5)$$

Na logaritmickém papíru dostaneme jako graf přímku klesající pod úhlem 45° (obr. 91).



Obr. 91

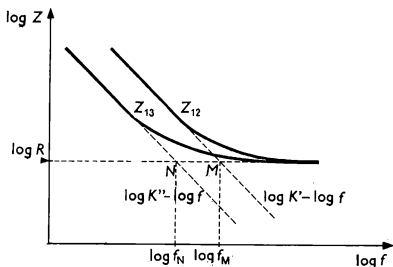
Z (2) a (3) je vidět, že Z_{12} a Z_{13} jsou závislé na ω , a tedy i na f .

$$Z_{12}^2 = \frac{R^2 C_1^2 + \frac{1}{\omega^2}}{C_1^2},$$

$$Z_{13}^2 = \frac{R^2 C_2^2 + \frac{1}{\omega^2}}{C_2^2}.$$

Když bude $\frac{1}{\omega} \ll RC$, pak bude

$$Z_{12} \doteq Z_{13} \doteq R.$$



Obr. 92

Grafy mají společnou asymptotu rovnoběžnou s osou $\log f$ (obr. 92).

Když bude $\frac{1}{\omega} \gg RC$, pak

$$Z_{12} \doteq \frac{1}{\omega C_1}, \quad Z_{13} \doteq \frac{1}{\omega C_2}$$

čili

$$Z_{12} \doteq \frac{1}{2\pi f C_1}, \quad Z_{13} \doteq \frac{1}{2\pi f C_2},$$

tj.

$$Z_{12} \doteq \frac{1}{2\pi C_1} \cdot \frac{1}{f}, \quad Z_{13} \doteq \frac{1}{2\pi C_2} \cdot \frac{1}{f}$$

čili

$$\log Z_{12} \doteq \log K' - \log f,$$

$$\log Z_{13} \doteq \log K'' - \log f,$$

to znamená, že grafy mají rovnoběžné asymptoty klesající pod úhlem 45° (obr. 92).

Kondenzátory jsou tedy připojeny k těm zdírkám, pro které je graf závislosti $\log Z$ na $\log f$ klesající přímkou. Ke zbývajícím zdírkám je připojen rezistor.

Výpočet R , C_1 a C_2

Prvý způsob: Použijeme hodnot impedancí zjištěných při dvou různých frekvencích.

Platí (2)

$$Z_{12}^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2},$$

$$Z_{12}'^2 = R^2 + \frac{1}{\omega'^2 C_1^2};$$

odečtením dostáváme

$$Z_{12}^2 - Z_{12}'^2 = \frac{1}{C_1^2} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\omega'^2} \right),$$

$$C_1^2 = \frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega'^2 \omega^2 (Z_{12}^2 - Z_{12}'^2)},$$

$$C_1 = \frac{1}{2\pi f f'} \sqrt{\frac{f'^2 - f^2}{Z_{12}^2 - Z_{12}'^2}}.$$

Podobně:

$$C_2 = \frac{1}{2\pi f f'} \sqrt{\frac{f'^2 - f^2}{Z_{13}^2 - Z_{13}'^2}}.$$

Jinou úpravou výchozích vztahů dostáváme

$$\omega'^2 Z_{12}'^2 - \omega^2 Z_{12}^2 = (\omega'^2 - \omega^2) R^2,$$

$$R = \sqrt{\frac{\omega'^2 Z_{12}'^2 - \omega^2 Z_{13}^2}{\omega'^2 - \omega^2}} = \sqrt{\frac{f'^2 Z_{12}'^2 - f^2 Z_{13}^2}{f'^2 - f^2}}.$$

Druhý způsob (použitím hodnot impedancí zjištěných pro jedinou frekvenci):

Odečtením (3) od (2) dostaneme

$$\begin{aligned} Z_{12}^2 - Z_{13}^2 &= \frac{1}{\omega^2 C_1^2} - \frac{1}{\omega^2 C_2^2} = \\ &= \left(\frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} \right) \left(\frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

a vydělením (6) rovnicí (1) vychází

$$\frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} = \frac{Z_{12}^2 - Z_{13}^2}{Z_{23}}. \quad (7)$$

Sečtením (1) a (7)

$$\begin{aligned} 2 \cdot \frac{1}{\omega C_1} &= \frac{Z_{12}^2 - Z_{13}^2 + Z_{23}^2}{Z_{23}}, \\ C_1 &= \frac{2Z_{23}}{\omega(Z_{12}^2 - Z_{13}^2 + Z_{23}^2)}. \end{aligned}$$

Analogicky

$$C_2 = \frac{2Z_{23}}{\omega(Z_{13}^2 - Z_{12}^2 + Z_{23}^2)}.$$

Úpravou (2) dostaneme

$$R = \sqrt{Z_{12}^2 - \frac{1}{\omega^2 C_1^2}},$$

což stačí pro numerický výpočet.

Můžeme také postupovat takto:

$$R^2 = Z_{12}^2 - \frac{1}{\omega^2 C_1^2} = Z_{12}^2 - \frac{(Z_{12}^2 - Z_{13}^2 + Z_{23}^2)^2}{4 Z_{23}^2},$$

$$R = \frac{\sqrt{2(Z_{12}^2 Z_{23}^2 + Z_{12}^2 Z_{13}^2 + Z_{13}^2 Z_{23}^2) - (Z_{12}^4 + Z_{13}^4 + Z_{23}^4)}}{2 Z_{23}}.$$

Tento vztah obsahuje na pravé straně pouze impedance, pro numerické počítání je však zbytečně složitý.

Třetí způsob (graficko-početní z obr. 92):

Společná asymptota grafů Z_{12} a Z_{13} umožňuje přímo přečíst na svislé ose velikost rezistance R . Šikmé asymptoty protínají tuto společnou asymptotu ve dvou bodech M , N , kterým přísluší frekvence f_M a f_N . Platí

$$\log R = \log K' - \log f_M,$$

$$K' = f_M \cdot R,$$

$$\frac{1}{2\pi C_1} = f_M \cdot R,$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_M \cdot R}.$$

Analogicky

$$C_2 = \frac{1}{\omega_N \cdot R}.$$

4. V našem případě dostáváme přímku jako graf impedance Z_{AB} . Kondenzátory jsou tedy připojeny ke zdírkám A , B a rezistor ke zdírce C . Tedy:

$$Z_{12} = Z_{AC}, \quad Z_{13} = Z_{BC}, \quad Z_{23} = Z_{AB}.$$

5. Numerický výpočet:

1. způsob:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^8 - 10^6}{10^8 \cdot 10^6 (3,94^2 - 1,48^2) \cdot 10^6}} \text{ F} = 43,4 \text{ nF},$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^8 - 10^6}{10^8 \cdot 10^6 (2,16^2 - 1,44^2) \cdot 10^6}} \text{ F} = 98,2 \text{ nF},$$

$$R = \sqrt{\frac{10^8 \cdot 1,48^2 \cdot 10^6 - 10^6 \cdot 3,94^2 \cdot 10^6}{10^8 - 10^6}} \Omega =$$

$$= 10^3 \sqrt{\frac{203}{99}} \Omega = 1,43 \text{ k}\Omega.$$

2. způsob:

$$C_1 = \frac{2 \cdot 5,29 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 10^3 (3,94^2 - 2,16^2 + 5,29^2) \cdot 10^6} \text{ F} = 43,4 \text{ nF},$$

$$C_2 = \frac{2 \cdot 5,29 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 10^3 (2,16^2 - 3,94^2 + 5,29^2) \cdot 10^6} \text{ F} = 98,3 \text{ nF},$$

$$R = \sqrt{3,94^2 \cdot 10^6 - \frac{10^{18}}{4\pi^2 \cdot 10^6 \cdot 43,4^2}} \Omega = 1,44 \text{ k}\Omega$$

nebo

$$R = \sqrt{2,16^2 \cdot 10^6 - \frac{10^{18}}{4\pi^2 \cdot 10^6 \cdot 98,3^2}} \Omega = 1,43 \text{ k}\Omega$$

nebo

$$R = \sqrt{1,48^2 \cdot 10^6 - \frac{10^{18}}{4\pi^2 \cdot 10^8 \cdot 43,4^2}} \Omega = 1,43 \text{ k}\Omega$$

nebo

$$R = \sqrt{1,44^2 \cdot 10^6 - \frac{10^{18}}{4\pi^2 \cdot 10^8 \cdot 98,3^2}} \Omega = 1,43 \text{ k}\Omega .$$

3. způsob:

$$R \doteq 1,42 \text{ k}\Omega ,$$

$$f_M \doteq 2,6 \text{ kHz} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2\pi \cdot 2,6 \cdot 10^3 \cdot 1,42 \cdot 10^3} \text{ F} = 43,1 \text{ nF} ,$$

$$f_N \doteq 1,1 \text{ kHz} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi \cdot 1,1 \cdot 10^3 \cdot 1,42 \cdot 10^3} \text{ F} = 102 \text{ nF} .$$

Výsledky získané různými způsoby se téměř shodují.

6. Proud jdoucí voltmetrem se uplatní pouze při malých frekvencích (po 1 kHz), kdy je srovnatelný s proudem, který odebírá černá skříňka. Projevuje se to zakřivením grafů směrem dolů. Při frekvencích od 1 kHz do 10 kHz můžeme proud jdoucí voltmetrem zanedbat.

OBSAH

I. část: Zpráva o průběhu soutěže

1. Cíl soutěže a její organizace	5
2. Pokusná úprava organizace soutěže 1. kola	9
3. Složení Ústředního výboru fyzikální olympiády ve školním roce 1976/77	10
4. Krajské výbory FO ve školním roce 1976/77 a je- jich předsedové	14
5. Okresní výbory FO ve školním roce 1976/77	15
6. Průběh soutěže ve školním roce 1976/77	16
A. První kolo soutěže kategorií A, B, C a D	16
B. Druhé kolo soutěže kategorií A, B, C a D	19
C. Třetí kolo kategorie A	44
D. Kategorie E	49
E. Přípravné kolo pro 8. ročník ZDŠ	56
F. Akce na podporu FO	57
1. Kurzy pro žáky během školního roku	57
2. Semináře pro učitele škol I. cyklu	58
3. Krajská soustředění úspěšných řešitelů FO .	58
4. Celostátní soustředění úspěšných řešitelů MO a FO z III. ročníku škol 2. cyklu . . .	58
5. Třídy se zaměřením na matematiku a fyziku	61

II. část: Soutěžní úlohy

1. Úlohy kategorie A	65
a) První kolo soutěže	65
b) Druhé kolo soutěže	93
c) Třetí kolo soutěže	104
2. Úlohy kategorie B	123
a) První kolo soutěže	123
b) Druhé kolo soutěže	142
3. Úlohy kategorie C	150
a) První kolo soutěže	150
b) Druhé kolo soutěže	174
4. Úlohy kategorie D	181
a) První kolo soutěže	181
b) Druhé kolo soutěže	196
5. Úlohy kategorie E	203
a) První kolo soutěže	203
b) Druhé kolo soutěže	209
c) Třetí kolo soutěže	212
6. Úlohy pokusného 1. kola kat. D v JMK	216
7. Úlohy pokusného 1. kola kat. E v JMK	222
8. Úlohy přípravného kola v 8. ročníku ZDŠ v JMK	228

III. část: Desátá mezinárodní fyzikální olympiáda

1. Průběh a výsledky soutěže	235
2. Soutěžní úlohy	248

Edice: Pomocné knihy pro žáky

Prof. dr. Rostislav Košťál a Mojmír Simerský

**Osmnáctý ročník
fyzikální
olympiády**

Obálku navrhl Josef Prchal

Obrázky rýsoval Josef Kubík

Vydání 1. – Praha 1978 – Počet stran 270

Odpovědná redaktorka: Jiřina Cívínová

Výtvarný redaktor: Václav Hanuš

Technická redaktorka: Jiřina Perglová

Z nové sazby písmem Plantin vytiskla Polygrafia, n. p.,
Praha 2, Svobodova 1

AA 10,72 (9,52 AA textu, 1,20 AA grafiky) – VA 11,40

Náklad 3 550 výtisků

Tematická skupina a podskupina 03/5

Cena brožovaného výtisku Kčs 13,50

505/21,825

Vydalo Státní pedagogické nakladatelství, n. p.,
v Praze jako svou publikaci č. 9-42-13/1

14-810-78 Kčs 13,50
